



Comparación de métodos para el análisis de sensibilidad en modelos representados por redes

Trabajo de Grado presentado ante la Ilustre Universidad Central de Venezuela para optar al Título de Magister Scientiarum en Investigación de Operaciones

Econ. Juan Carlos Ruiz Güire
Tutor: Prof. Claudio M. Rocco S., PhD

Caracas, abril de 2011

Comparación de métodos para el análisis de sensibilidad en modelos representados por redes.

Depósito Legal N° Ift4872012620524

RESUMEN

Título del Trabajo de Grado: “Comparación de métodos para el análisis de sensibilidad en modelos representados por redes”

Título por el que se opta: *Magíster Scientiarum en Investigación de Operaciones.*

Autor: *Econ. Juan Carlos Ruiz Güire*

Tutor: Prof. Claudio M. Rocco S.

Esta investigación proporciona una metodología de selección y comparación de técnicas de análisis de sensibilidad aplicada a sistemas que pueden ser modelados a través de redes. El objetivo fundamental es determinar medidas de importancia, o índices de sensibilidad, no basados en la topología de las redes, que evalúan el funcionamiento del sistema.

El planteamiento de una metodología para el análisis de sensibilidad en redes está justificado por dos razones fundamentales. Por una parte, no existe un “mejor” método de análisis de sensibilidad. Sino que por ventajas y desventajas en las características de cada uno de éstos, es posible responder adecuadamente a un atributo que el analista defina. En esta investigación, la incertidumbre asociada a las variables de entrada, inherentes a los elementos que definen la red, es modelada mediante distribuciones de probabilidad. Esto último permite generar un espacio muestral para cada factor de entrada, según lo establezca la técnica de sensibilidad empleada.

Por otra parte, al no tener relaciones funcionales explícitas entre las variables de una red, es necesario el uso de algoritmos que midan el desempeño de la red. Esta última característica hace posible obtener un conjunto de valores de la variable salida mediante la evaluación de la muestra generada a través del algoritmo seleccionado. A partir de esta información es posible realizar análisis de sensibilidad e incertidumbre y calcular las medidas de importancia, propias de cada método.

La primera pauta de selección del método apropiado, la dicta el tipo de variable, o tipo de característica de algún elemento de la red. El segundo aspecto a considerar, es el objetivo a alcanzar con los resultados. El resto del proceso de comparación, es definido como un problema multicriterio, cuya solución plantea la definición de una jerarquía para los diferentes métodos, que permite al analista la selección idónea del método a utilizar.

Palabras claves: Análisis de Incertidumbre, Análisis de Sensibilidad, Redes, Medidas de Importancia, Jerarquización, Toma de Decisiones.

ÍNDICE

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN..... 10

CAPÍTULO 1. ESTUDIO PRELIMINAR..... 14

 1.1 INTRODUCCIÓN..... 15

 1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA 20

 1.3 OBJETIVOS..... 21

 1.3.1 GENERAL:..... 21

 1.3.2 ESPECÍFICOS:..... 22

 1.4 METODOLOGÍA 22

 1.5 RESULTADOS ESPERADOS 22

 1.6 APORTE AL CONOCIMIENTO 22

 1.7 ESTRUCTURA DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN. 23

CAPÍTULO 2. CONCEPTOS FUNDAMENTALES EN REDES 24

 2.1 INTRODUCCIÓN..... 25

 2.2 CONCEPTO DE GRAFO (HILLIER Y LIEBERMAN, 2006)..... 25

 2.3 CARACTERIZACIÓN DE GRAFOS. (VEITÍA, 2008)..... 25

 2.3.1 GRAFOS SIMPLES. (VEITÍA, 2008)..... 25

 2.3.2 GRAFOS COMPLETOS. (VEITÍA, 2008) 25

 2.3.3 GRAFOS BIPARTITOS. (VEITÍA, 2008)..... 26

 2.4 ¿QUÉ ES UNA RED? (EVANS, 1978)..... 26

 2.4.1 MATRIZ DE ADYACENCIA. (VEITÍA, 2008)..... 27

 2.4.2 TIPOS DE TOPOLOGÍAS. (VEITÍA, 2008) 28

 2.5 MEDIDAS DE IMPORTANCIA EN REDES, BASADAS EN SU TOPOLOGÍA. 31

 2.5.1 CENTRALIDAD Y CENTRALIZACIÓN. (VEITÍA, 2008) 31

CAPÍTULO 3. TÉCNICAS DISPONIBLES PARA EVALUAR EL EFECTO DE PARÁMETROS IMPRECISOS EN UN MODELO DE SALIDA EXPLÍCITO..... 44

..... 44

 3.1 INTRODUCCIÓN 45

 3.2 MÉTODOS DE REVISIÓN PRELIMINAR (SCREENING METHODS)..... 49

 3.2.1 INTRODUCCIÓN..... 49

 3.2.2 EL MÉTODO DE MORRIS. Saltelli *et al*, 2004..... 50

 3.2.3 MÉTODOS BASADOS EN ANÁLISIS DE REGRESIÓN LINEAL..... 55

3.2.3.1 LATIN HYPERCUBE SAMPLING (LHS). Saltelli <i>et al.</i> , 2004. Saltelli <i>et al.</i> , 2008.....	56
3.2.3.2 RANDOM BALANCE DESIGNS (RBD). Saltelli <i>et al.</i> , 2000.....	57
3.3 MÉTODOS DE AS CUANTITATIVO.	58
3.3.1 INTRODUCCIÓN.....	58
3.3.2 THE FOURIER AMPLITUDE SENSITIVITY TEST (FAST). Saltelli <i>et al.</i> , 2000.....	58
3.3.3 ÍNDICES DE SENSIBILIDAD DE SOBOL. Saltelli <i>et al.</i> , 2000.....	64
3.4 MÉTODOS NO BASADOS EN LA VARIANZA.....	67
3.4.1 ARITMÉTICA DE INTERVALOS. Klindt, 2000. Rocco, 2000.....	67
CAPÍTULO 4. EXPERIMENTACIÓN.....	71
4.1 INTRODUCCIÓN.....	72
4.2 EXPERIMENTACIÓN.....	73
4.2.1 AS PARA LA RED “DAI” SEGÚN MORRIS	76
4.2.2 HYPERCUBO LATINO APLICADO A LA RED DAI.....	78
4.2.3 AS CON RBD.....	81
4.2.4 IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO FAST PARA LA RED “DAI”	83
4.2.5 EL MÉTODO DE SOBOL IMPLEMENTADO PARA LA SENSIBILIDAD DE LA RED DAI.....	92
4.3 OTRAS MEDIDAS DE IMPORTANCIA EN REDES	95
4.3.1 INTRODUCCIÓN.....	95
4.3.2 IMPORTANCIA BIRNBAUM (BI) (Rivero L., 2008).....	96
4.3.3 IMPORTANCIA BIRNBAUM EN REDES	97
CAPÍTULO 5. METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD EN REDES.....	99
5.1 INTRODUCCIÓN.....	100
5.2 COMPARACIÓN DE TÉCNICAS PARA EVALUAR EL EFECTO DE PARÁMETROS IMPRECISOS EN UNA RED	101
5.2.1 CRITERIO 1: TIPO DE RED.....	103
5.2.2 CRITERIO 2: TAMAÑO DE LA RED.....	103
5.2.3 CRITERIO 3: REQUISITOS DE INFORMACIÓN DEL MÉTODO.....	105
5.2.4 CRITERIO 4: TAMAÑO DE MUESTRA REQUERIDA POR EL MÉTODO.....	106
5.2.5 CRITERIO 5: DIFICULTAD MATEMÁTICA	107
5.2.6 CRITERIO 6: CONSIDERACIÓN DEL EFECTO DE INTERACCIÓN ENTRE LOS PARÁMETROS DE ENTRADA Y LA NO LINEALIDAD DE LA RED.	108

5.2.7 CRITERIO 7: DIFICULTAD EN LA INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS.	109
5.3 PERFIL METODOLÓGICO PARA EL AS EN REDES.	111
5.3.1 FASE 1. ESTUDIO PRELIMINAR.	111
5.3.2 FASE 2. SELECCIÓN DE UNA TÉCNICA DE SENSIBILIDAD IDÓNEA PARA EL TIPO DE RED EN CUESTIÓN Y SEGÚN EL OBJETIVO ESTABLECIDO EN EL PASO 1.	112
5.3.3 FASE 3. HACER EL AI Y AS.	114
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.	116
BIBLIOGRAFÍA.	121
APÉNDICE 1. LOS ALGORITMOS DE EVALUACIÓN DE REDES.	125
INTRODUCCIÓN.	126
EL FLUJO MÁXIMO DIVISIBLE DE FORD-FULKERSON.	126
EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE FORD Y FULKERSON:.	127
APÉNDICE 2. TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS DEL FLUJO MÁXIMO DE LA RED DAI OBTENIDA CON FAST.	129
APÉNDICE 3. TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS DEL FLUJO MÁXIMO DE LA RED DAI OBTENIDA CON SOBOL.	133
APÉNDICE 4. EVALUACIÓN DE LOS EFECTOS DE LA IMPRECISIÓN EN CARACTERÍSTICAS DISCRETAS DE UNA RED SOBRE EL DESEMPEÑO DE LA MISMA.	137
MÉTODO DE MORRIS.	141
RANDOM.	143
APÉNDICE 5. ¿CÓMO USAR SIMLAB?.	148
INTRODUCCIÓN.	149
PASOS PARA OPERAR LOS MÓDULOS DE SIMLAB.	149
APÉNDICE 6. ¿CÓMO USAR UNICORN?.	154

Ilustración 1. Grafo. Fuente: Ilustración propia.....	25
Ilustración 2. Grafo bipartito. Fuente: Veitía (2008).....	26
Ilustración 3. Red estrella. Fuente: Veitía (2008).....	28
Ilustración 4. Red árbol. Fuente: Veitía (2008).....	29
Ilustración 5. Red descentralizada. Fuente: Veitía (2008).....	29
Ilustración 6. Red lineal. Fuente: Veitía (2008).....	30
Ilustración 7. Red anillo. Fuente: Veitía (2008).....	30
Ilustración 8. Red Abilene. Fuente: Veitía (2008).....	34
Ilustración 9. Matriz de adyacencia de la Red Abilene. Fuente: Veitía (2008).....	34
Ilustración 10. "Red de organizaciones en el sector salud; Knoke y Klolinski, 1982. (Molina, 2001)" (Veitía, 2008, p. 38).....	37
Ilustración 11. Red aleatoria. Veitía (2008).....	40
Ilustración 12. Representación del quinto nivel de entrada ($\rho = 5$) en un espacio bidimensional ($k = 2$) con $\Delta = 1/4$. En cada fila se identifica la pareja de puntos necesarios para calcular un efecto elemental. Las flechas horizontales identifican los 20 efectos elementales con relación a X_1 , mientras los verticales identifican los 20 efectos elementales con relación a X_2 . Saltelli <i>et al.</i> , 2004.	51
Ilustración 13. Un ejemplo de una trayectoria en el espacio de factores de entrada cuando $k = 3$. Saltelli <i>et al.</i> , 2004.....	53
Ilustración 14. Diseño de un hipercubo latino. Saltelli <i>et al.</i> , 2008.....	57
Ilustración 15. Gráfico de tres funciones de transformaciones dadas en la tabla 8, respectivamente, y sus respectivos histogramas de 89 muestras, basadas en las tres transformaciones. Saltelli <i>et al.</i> , 2000.	61
Ilustración 16. Gráfico de muestreo en un caso de dos factores. El gráfico izquierdo basado en la transformación (B) y el derecho basado en la transformación (C). Tarantola, 2005.....	62
Ilustración 17. Red "DAI" de 20 nodos y 30 enlaces.	74
Ilustración 18. Diagrama de tornado para el flujo máximo de la red DAI.....	76
Ilustración 19. Gráfico de la media y desviación estándar del método de Morris.....	77
Ilustración 20. Histograma de frecuencias para el flujo máximo de la red DAI.....	83
Ilustración 21. Índice de sensibilidad de FAST para el flujo máximo de la red DAI.....	87
Ilustración 22. Distribución relativa del índice de sensibilidad de FAST.	87
Ilustración 23. Gráfico de telaraña para el flujo máximo de la red DAI.....	89
Ilustración 24. Gráfico de telaraña para el flujo máximo de la red DAI con los ejes ordenados según el índice de sensibilidad de primer orden de FAST y representado el mayor desempeño posible de la red.	90
Ilustración 25. Gráfico de telaraña para el flujo máximo de la red DAI con los ejes ordenados según el índice de sensibilidad de primer orden de FAST y representando el menor desempeño posible de la red.....	91
Ilustración 26. Histogramas de frecuencias del flujo máximo de la red DAI, determinado bajo el método de Sobol.....	92
Ilustración 27. Gráfico de índices de sensibilidad de segundo orden de Sobol para la red DAI.....	94

Ilustración 28. Rank de los componentes de una red, según IC y MIB	97
Ilustración 29. Esquema de selección multicriterio de métodos de AS en redes.....	113
Ilustración 30. Flujograma de la metodología para la comparación y selección de métodos para el AS-AI en redes.	114
Ilustración 31. Resumen metodológico para el AS en redes. Adaptación al esquema propuesto por Saltelli y Campolongo, 2002.	115
Ilustración 32. Red ejemplo para ejecución del algoritmo de Ford y Fulkerson. (Evans & Minieka, 1978).....	127
Ilustración 33. Red con 20 enlaces y 11 nodos con características discretas.....	138
Ilustración 34. Diagrama de tornado para la red discreta	141
Ilustración 35. Gráfico de Morris para el AS	142
Ilustración 36. Histograma de frecuencias para la red discreta	143
Ilustración 37. Gráfico del PEARson product moment correlation (PEAR).....	144
Ilustración 38. Gráfico del SPEArman coefficient (SPEA)	145
Ilustración 39. Gráfico del Partial correlation coefficients (PCC)	145
Ilustración 40. Gráfico del Partial rank correlation coefficients (PRCC)	146
Ilustración 41. Gráfico del Standardized regression coefficient (SRC)	146
Ilustración 42. Gráfico del Standardized rank regression coefficients (SRRRC)	147
Ilustración 43. Gráfico del Smirnov Test.....	147
Ilustración 44. Los tres módulos de SimLab	149
Ilustración 45. Pasos para operar el módulo Statistical Pre Processor	150
Ilustración 46. Selección del método de AS.....	151
Ilustración 47. Guardar la muestra	152
Ilustración 48. Pasos para operar el módulo Model Execution	153
Ilustración 49. Salida de AI activando el módulo Statistical Post Processor	153

INTRODUCCIÓN

El universo cuenta con diversos modelos de representación de muchos fenómenos que ocurren en él. La matemática ha protagonizado aportes de muchos de estos modelos a lo largo de la historia universal, fundamentalmente mediante relaciones funcionales explícitas entre variables. La estadística, por su parte, ha puesto al servicio de la humanidad, herramientas para cuantificar el grado de verosimilitud de los mismos fenómenos ya modelados por la matemática. Y la Investigación de Operaciones (IO), se ha desarrollado sobre estas ciencias predecesoras, motivada por los recursos limitados y las ilimitadas “necesidades humanas” en tiempos postmodernos, produciendo conceptos emergentes que evidencian incluso que efectivamente vivimos en un mundo globalizado.

De esta manera, los seres humanos hemos podido tomar decisiones o con el uso de una ecuación, por ejemplo como la del Valor Presente Neto (VPN) para aceptar o rechazar alternativas de inversión, o con el método simplex para asignar tareas, recursos, transportar mercancía, y otros, o hasta con una red, con la cual se ha demostrado inclusive, que existen apenas seis grados de separación entre dos personas desconocidas, sin importar la distancia geográfica que exista entre ellas¹, de tal manera que una sociedad pueda aprovechar características comunes para conectarse de la forma más eficiente posible en función de interactuar en diversos aspectos, por ejemplo, la colaboración científica, relaciones laborales, concretar negocios en sociedad, intercambios comerciales, entre otros.

En el transcurso de toda esta evolución, se mantiene constante que como dijo Plinio el Viejo “En estos temas la única certeza es que nada es cierto” (Vélez, 2003). Esto, en términos de un modelo, es la incertidumbre como variable de una variable. Y gracias al reconocimiento de que un modelo no es completo si se considera determinístico, desde el postgrado en IO de la Universidad Central de Venezuela, se continúan haciendo modestos aportes dirigidos a perfilar elementos

¹ Teoría de los seis grados de separación de Stanlye Milgram (1967): “Milgran mostró en 1967 que en 5,2 pasos de media era posible conectar a dos personas desconocidas y que los caminos que alcanzaban el objetivo pasaban por unos pocos nodos “importantes”. El experimento consistía en intentar hacer llegar una carta, a través de una cadena de contactos, a un destinatario del cual se disponían unas pocas informaciones. La media de pasos de las cadenas que lograron su objetivo (un 29 %) fue de 5,2 (sucesivos experimentos dieron el mismo resultado). De ahí la conocida expresión “seis grados de separación”” Molina, 2004.

diferenciadores en la toma de decisiones que alcanzan ser contribuciones importantes hasta para el diseño de políticas públicas en Venezuela², un país donde “todo es posible, pero nada es seguro”^{3,4}

Esta investigación, se constituye en un esfuerzo por hacer coincidir estudios de análisis de incertidumbre (AI) y análisis de sensibilidad (AS), con algoritmos de redes que han podido resolver problemas difíciles fuera del alcance de otros modelos convencionales. De manera que la pretensión en dos palabras es hacer AS y AI en redes.

Todo se inicia mostrando el Capítulo 1 como Estudio Preliminar, en el cual se justifica la oportunidad de esta investigación en el campo de las técnicas de AS. En este apartado se destaca el planteamiento problema, los objetivos propuestos, y se listan los pasos que servirán como bitácora metodológica que posteriormente conducirá a los resultados.

El Capítulo 2 resume una revisión del marco teórico del estudio de redes y el estudio de las medidas de importancia de los elementos que componen la red, basados únicamente en su topología.

En el Capítulo 3 se explican los postulados teóricos de las técnicas de AS encontradas en la literatura especializada. Esta revisión permitirá formar criterios para la factibilidad de la aplicación para casos de estudios enmarcados en sistemas de redes.

En el Capítulo 4, con cada técnica escogida se aplica AI, AS, y se matiza la bondad de los métodos gráficos para AS como herramienta integral, amigable, y sin costo adicional, con la cual queda en evidencia el por qué se deben realizar estudios de esta naturaleza.

² Como evidencia se pueden mencionar Trabajos Especiales de Grado como el de Hernández, 2008, y Badillo, 2010, entre otros.

³ Subrayado propio.

⁴ Frances, A., La Venezuela Posible del Siglo XXI.

Finalmente, en el Capítulo 5 se oferta la propuesta metodológica resultante de la investigación documental, la experimentación de casos, y la comparación de las bondades teóricas probadas en los ensayos realizados.

El objetivo subyacente, el mismo por el cual nació la IO y la razón de ser de la ciencia económica; la asignación eficiente de recursos escasos ante necesidades ilimitadas de los seres humanos.

CAPÍTULO 1. ESTUDIO PRELIMINAR

1.1 INTRODUCCIÓN

Hoy en día, una gran variedad de escenarios problemáticos son estudiados y posteriormente resueltos bajo la óptica de redes. “El primer artículo sobre redes fue escrito por el matemático suizo Leonard Euler... y fue publicado en 1736 por la Academia de Ciencias de St. Petesburgo. El estudio de Euler fue motivado por el entonces llamado problema del puente de Königsberg. La ciudad de Königsberg (ahora llamada Kaliningrado)... fue construida en la unión de dos ríos y las dos islas formada por ellos. En total, habían siete puentes conectando las islas y al resto de la ciudad. Euler se planteó la siguiente pregunta: ¿Podría un Königsberger salir de su casa y cruzar cada puente exactamente una vez y volver a casa? La respuesta, que Euler demostró, es no.” (Evans, 1978)

Desde los problemas de transporte de mercancía, un sistema eléctrico, un sistema financiero, la planificación de proyectos, hasta algunos fenómenos sociales son vistos como una red, esto es; un conjunto de nodos y enlaces interconectados. Entre las bondades de representar diversos sucesos mediante una red, está la perspectiva sistémica que permite considerar una gama de vinculaciones entre variables que conjuntamente hacen funcionar un sistema, bondad que posibilita la investigación del fenómeno modelado mediante una red; identificar y descomponer sus elementos, optimizar el desempeño del sistema, e indagar cómo se manifiesta el comportamiento de dicho fenómeno, ante la afectación (positiva o negativa) de alguno de sus componentes.

En el campo de la IO, el enfoque de redes se ha constituido como un tópico especial para el desarrollo y la aplicación de una amplia gama de métodos que optimizan diversos objetivos, logrando asignar eficientemente recursos según sea el caso; un problema de flujo de costo mínimo, un problema de la ruta más corta, un problema del árbol de mínima expansión o un problema de flujo máximo. “La representación de redes se utiliza ampliamente en áreas tan diversas como producción, distribución, planeación de proyectos, localización de instalaciones, administración de recursos y planeación financiera, para nombrar solo unos ejemplos” (Hillier, F. y Lieberman, G. (2006)). “Uno de los mayores desarrollos...

en IO ha sido el rápido avance tanto en la metodología como en la aplicación de los modelos de optimización de redes” (Hillier, F. y Lieberman, G. (2006)). Tales desarrollos se han extendido hasta considerar el diseño de redes⁵ y la determinación del “...conjunto de enlaces de la red, que al ser inhabilitados, desmejoran alguna de las métricas utilizadas para evaluar a una red” (Hernández, 2009), conocido esto último como estrategia de interdicción.

Como lo describen Carrigy *et al.* (2009), el problema clásico de interdicción (destrucción, eliminación, desarticulación) de una red se caracteriza por los flujos que deben ser transferidos entre dos nodos cualesquiera, por las distintas alternativas de interdicción, por el costo asociado a la interdicción de cada arco y también, a una restricción presupuestaria asignada al costo de interdicción de la red. Entendiendo caracteres inciertos en este tipo de problemas, se plantea una perspectiva probabilística en la cual, la posibilidad de reducir el flujo actual que pasa por un arco aumenta al concentrar más recursos para su interdicción, se constituye como un acontecimiento aleatorio con probabilidad de éxito y fracaso (problema estocástico de interdicción de red) (Carrigy *et al.*, 2009) cuya solución proporciona estrategias de interdicción que optimizan, por ejemplo, el flujo máximo **esperado** entre los nodos, oferta y demanda, respectivamente.

Todos estos casos de estudio en materia de redes aportan conocimiento para la toma de decisiones en función del comportamiento de un sistema y a favor de la planificación estratégica del mismo, en virtud de que todo sistema, sufre amenazas, tiene oportunidades y debilidades pero también fortalezas.

Ahora bien, en el sentido estratégico del estudio de las redes, es oportuno considerar que por naturaleza propia de los sistemas, existe multiplicidad de fuentes de incertidumbre que intervienen en el comportamiento de la red como representación de un fenómeno científico, social, económico, político, entre otros. “Fundamentalmente, la naturaleza es incierta de acuerdo con el principio de

⁵ Por ejemplo el Trabajo de grado presentado ante la Universidad Central de Venezuela para optar al título de Magister Scientiarum en Investigación de Operaciones titulado “**Diseño de Redes Multiobjetivo mediante Algoritmos Evolutivos**”, 2009, de Iván Hernández.

incertidumbre de la mecánica cuántica.” (Smith *et al.*, 2000). De tal manera, que una red está expuesta a eventos que son controlables⁶ y otros que no son controlables⁷. Ambos ameritan la toma de decisiones para alcanzar un objetivo determinado. Pues bien, ante la incertidumbre asociada en características particulares representadas por los nodos y arcos de una red, es oportuno estudiar los efectos de esa incertidumbre en el desempeño de la red como sistema.

En (Klindt, 2000), (Rocco, 2000), (Saltelli *et al.*, 2004) y otros se ha estudiado la sensibilidad de los parámetros o incógnitas de ecuaciones o funciones en las que se apoyan muchos modelos de decisión, por lo tanto se plantea en este trabajo estudiar la sensibilidad en redes como herramienta en las cuales se apoyan también muchos modelos de decisión.

Por ejemplo, “Considérese una red de transporte (un sistema de tuberías, ferrocarriles, autopistas, comunicaciones, entre otros.) a través del cual desea enviarse un producto homogéneo (aceite, grano, coches, mensajes, entre otros.)” desde los nodos de oferta hasta los nodos de demanda, pasando incluso por “nodos intermedios donde no se genera ni se consume el producto que está fluyendo por la red. Denótese por x_{ij} el flujo que va desde el nodo i al nodo j (positivo en la dirección $i \rightarrow j$, y negativo en la dirección contraria)... c_{ij} : el costo de enviar una unidad del bien desde el nodo i al nodo j ” (Castillo *et al.* (2002), pág. 11). Así debe minimizarse $Z = \sum_{ij} c_{ij} x_{ij}$ y de acuerdo con una solución óptima encontrada por Castillo *et al.*, 2002, $Z = 5$ suponiendo $c_{ij} = 1$. Ahora bien, cabe preguntarse ¿existe certeza en el costo de envío de un producto desde el origen hasta su destino? Los costos dependen de las condiciones económicas del entorno en un momento determinado, de efectos estacionales, de las regulaciones o de la política económica del Estado en general. Supóngase entonces, que el costo de envío de cierto producto sea 0,5 (unidades monetarias) en época de recesión económica y 3,5 (unidades monetarias) en periodos de prosperidad,

⁶ Por ejemplo, los ataques intencionales (tipo de interdicción)

⁷ Por ejemplo, los fenómenos naturales (los períodos de sequía y su incidencia en el sistema eléctrico de un país)

considerando estos posibles costos podríamos deducir que el costo total mínimo resultante comprendería un intervalo de valores afectado por los posibles costos. Como puede notarse, ésta y otras interrogantes que podamos formularnos provienen de la incertidumbre que existe en las variables involucradas en los modelos de decisión.

La incertidumbre es la falta del conocimiento con respecto a alguna situación que refleja la incapacidad para especificar o identificar la verdad acerca de un sistema (Rocco, 2000). Por AS se entiende la aplicación de los métodos de propagación de incertidumbre o calcular la incertidumbre en las salidas del modelo inducidas por las incertidumbres en sus entradas. Por AI se entiende, la aplicación de métodos para comparar la importancia de las incertidumbres de los valores de entrada en función de sus contribuciones relativas a la incertidumbre en las salidas de un modelo. El análisis de la sensibilidad es llevado a cabo generalmente mediante la determinación de cuáles parámetros tienen efectos significativos en los resultados de un estudio. (Rocco, 2000).

Una vez identificadas las fuentes de incertidumbre en una red, resulta interesante indagar cuál(es) es(es) el(los) nodo(s) y/o arco(s) cuya incertidumbre aporta(n) mayor incertidumbre al desempeño de dicha red, según el atributo que representen (por ejemplo, flujo de producto en los arcos y capacidad de almacenamiento en los nodos) y cuantificar sus efectos.

Por otra parte, es cierto que “Muchos modelos de optimización de redes son en realidad tipos especiales de problemas de programación lineal. Por ejemplo, tanto el problema de transporte como el de asignación...” de la misma manera, “...saber cómo distribuir sus bienes en la red de distribución” es el llamado problema de flujo de costo mínimo. Lieberman (2006). Sin embargo, muchos modelos de optimización de redes se identifican como problemas de programación no lineal, por ejemplo, en el problema de la red de abastecimiento de agua ilustrado por Castillo *et al*, 2002, pág. 381, la función de costos se formuló como $Z = \sum_{ij} c_{ij} |x_{ij}|$ que es no lineal.

En fin, existen dos aspectos importantes en la propuesta de este trabajo especial de grado. Por un lado, el AS que se pretende realizar, es un estudio de cómo la incertidumbre en las salidas de un modelo puede ser atribuida a diferentes fuentes de incertidumbre en las variables endógenas del modelo (Saltelli *et al.*, 2004). Mientras que el análisis de sensibilidad “clásico” de la programación lineal consiste, en esencia, en la investigación del efecto que tiene sobre la solución óptima (**proporcionada por ejemplo, por el método simplex**) el hecho de hacer cambios en los valores de los parámetros del modelo **lineal** (costos, recursos, parámetros tecnológicos) (Lieberman, 2006), sin considerar tales cambios consecuencia de la posible aleatoriedad de los parámetros del modelo. Por otra parte, las técnicas clásicas de AS, examinan el comportamiento de una función analítica, caso que no sucede en el trabajo especial de grado propuesto, de hecho, sólo se cuenta con distintos tipos de algoritmos que permiten evaluar el desempeño de una red. De tal manera que el AS y el AI propuesto va más allá del campo de los modelos explícitos y entra en el análisis de modelos poco convencionales o más representativos de la realidad (tal como puede ser una red en vez de una función matemática), sobre los cuales se considera que son susceptibles a la incertidumbre propia de la naturaleza de los sistemas.

Por todo lo antes expuesto, resulta conveniente proveer una metodología que brinde el tratamiento de la incertidumbre en redes. En Klindt (2000), se realizó una “comparación de técnicas para evaluar el efecto de parámetros imprecisos en un modelo de decisión” no basado en redes. En dicho trabajo se citan once razones que Saltelli y Scott aportan para justificar el estudio de técnicas de manejo de la incertidumbre, las cuales convergen con la motivación de la presente investigación:

1. Identifican las regiones críticas en la variación total.
2. Distinguen las cantidades influyentes en un sistema conformado por cientos de ellas.
3. Estudian la situación: ¿Qué pasa si cierta cantidad varía X unidades?

4. Descartan aquellas partes del modelo que no ejercen influencia alguna en el resultado.
5. Identifican condiciones del modelo, por ejemplo: ¿Cuál es la combinación de parámetros que produce un máximo en la variable de salida?
6. Calibran el modelo, permitiendo así tratar de estimar las cantidades con incertidumbre para poder obtener un cierto resultado.
7. Estos análisis pueden ser vistos como procesos iterativos que permiten obtener una salida del modelo con una cierta variación de las cantidades involucradas.
8. Sirven como herramienta para medir la calidad del modelo, para asegurar la dependencia de la salida con las cantidades de entrada y para determinar explicaciones de esta dependencia.
9. Determinan la mejor localización de recursos, mostrando donde es mejor invertir para reducir la incertidumbre del modelo.
10. Determinan qué tipo de incertidumbre es aleatoria y cuál es no-aleatoria y sus influencias en la variable de salida.
11. Resuelven problemas inversos (definen rangos de valores para las cantidades de las entradas, condicionado a un valor particular de la salida).

Por tales razones, el reto de un analista es ofrecer al ente decisor soportes adecuados y científicamente estructurados, aprovechando las fortalezas de las redes en cuanto a la visión más completa que permiten acerca de la realidad. Como premisa inicial y fundamental de esta investigación, se asevera que estas once razones que esbozan Saltelli y Scott coinciden y cobran vigencia en la justificación del AS en redes.

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el presente estudio se plantea generar una metodología para el AS y AI a situaciones modeladas a través de redes, en las cuales existen parámetros imprecisos.

Se identifican cuatro componentes del problema:

1. Una red como modelo representativo de un problema. Las características asociadas a los elementos del modelo son susceptibles de incertidumbre de diversas fuentes (se supone en este trabajo que la topología de la red permanece fija).⁸
2. La necesidad del agente decisor de conocer ex-ante el comportamiento del sistema, bajo incertidumbre.
3. Un conjunto de técnicas o métodos con ventajas y desventajas particulares para analizar la incertidumbre en modelos representados por ecuaciones o funciones, mas no en redes.
4. La necesidad de generar metodología para el AS en redes.

Aún cuando el propósito de este trabajo es el tratamiento de la incertidumbre en sistemas modelados mediante redes, solo se contempla modelar la incertidumbre a través de variables aleatorias ajustadas a distribuciones de probabilidad (continua o discreta) y, como ya se mencionó, la topología de la red permanece fija, es decir, se considera que todos los elementos de la red realmente forman parte de ella, además, aún cuando hay valores imprecisos, la información es completa, es decir; las características⁹ inherentes a la red en cuestión, aún siendo aleatorias, están plenamente identificadas. No se contemplan otras formas de representar la incertidumbre (por ejemplo, modelos difusos).

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 GENERAL:

Plantear una metodología para resolver problemas de AS y AI en redes.

⁸ “La topología o forma lógica de una red, se define como la cadena de comunicación que los nodos que conforman una red usan para comunicarse. La topología, la determina únicamente la configuración de las conexiones entre nodos. La distancia entre los nodos, las interconexiones físicas y las tasas de transmisión no pertenecen a la topología de la red, aunque pueden verse afectados por la misma.” (Veitía, 2008)

⁹ Por ejemplo: valor mínimo y máximo de la capacidad flujo de los enlaces, media y varianza, y otros parámetros de las distribuciones de probabilidad a las cuales estén asociadas cada variable en estudio.

1.3.2 ESPECÍFICOS:

1. Describir diversas técnicas de AS y AI de la actualidad, detallando las ventajas y desventajas de dichas técnicas.
2. Aplicar las técnicas antes descrita a problemas de redes disponibles en la literatura.
3. Comparar los resultados obtenidos en cada uno de los casos, a través de indicadores tales como: dificultad matemática, disponibilidad de información insumo para la solución del problema, entre otros.
4. Formular metodológicamente las aplicaciones con los resultados obtenidos.

1.4 METODOLOGÍA

La metodología a ser utilizada para lograr los objetivos del presente trabajo incluye una investigación de tipo documental, así como también actividades experimentales, las cuales se describen a continuación:

1. Revisión bibliográfica acerca de trabajos anteriores vinculados al área de AS y AI, a redes y consulta de los conceptos básicos alusivos al tema.
2. Adaptación de las técnicas de AS para ser aplicadas a sistemas modelados mediante redes.
3. Resolución de los problemas de sensibilidad en redes contemplados en los objetivos específicos 2, 3 y 4.
4. Conclusión sobre los resultados obtenidos en cada uno de los casos.

1.5 RESULTADOS ESPERADOS

La expectativa está orientada a desarrollar una inventiva que permita considerar el carácter incierto de los valores que pueden caracterizar una red, para calcular los efectos de dicha incertidumbre en el desempeño de dicha red, considerada ésta como una representación sistémica de una realidad científica, social, económica, política o de cualquier otra índole.

1.6 APOORTE AL CONOCIMIENTO

La metodología a generar logrará extender la aplicación de las técnicas para el AS a redes. El conocimiento modelado permitirá resolver no solamente un tipo específico de problemas en redes, sino que se alcanzará la generalidad de la

aplicación de técnicas de incertidumbre para cualquier algoritmo de evaluación de desempeño, bien sea la ruta más corta, el flujo máximo, la confiabilidad, entre otros.

Se estima que el presente trabajo será un insumo importante para el desarrollo de soluciones tecnológicas que integren la optimización de problemas en redes con el AS y AI.

1.7 ESTRUCTURA DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN.

Los Capítulos 2 y 3, son el resultado de la investigación de tipo documental. El Capítulo 2 se constituye como el marco teórico necesario para el estudio de redes, incluye algunas medidas de importancia de los elementos que componen la red, basados únicamente en su topología, es decir; se analiza medidas de importancia en redes, destacando la forma o estructura de la red (incluyendo la manera de vinculación de sus elementos), mientras que en el presente trabajo se enfoca en el funcionamiento de la red, medido a través de una variable de salida. El aporte de tales medidas de importancia se debe a Veitía (2008), y es el antecedente más cercano al presente documento.

En el Capítulo 3 se explican las técnicas de AS encontradas en la literatura especializada. En todos los documentos revisados, dichas técnicas son dispuestas para modelos de salida tipo expresiones analíticas (ecuaciones o funciones matemáticas). No obstante, en algunos casos es posible sustituir dichas funciones de evaluación por los algoritmos con los cuales se obtienen resultados particulares para las redes.

El capítulo 4 es la parte experimental de esta investigación, en este apartado se evidencia que con algunas técnicas es posible llevar a cabo AS y AI en redes.

Por último, el Capítulo 5 representa el aporte metodológico resultante de la investigación documental, la experimentación de casos, y la comparación de las bondades teóricas probadas en los ensayos realizados.

CAPÍTULO 2. CONCEPTOS FUNDAMENTALES EN REDES

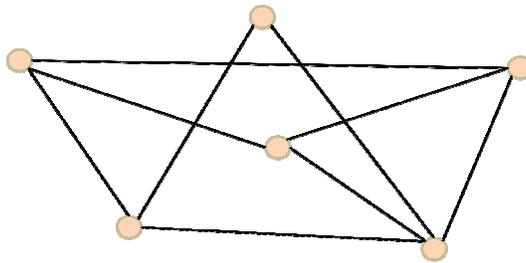
2.1 INTRODUCCIÓN.

El objetivo de este capítulo es proporcionar un lenguaje formal apropiado para la descripción de las redes, útil para el resto de esta investigación. De igual manera, se exponen algunas medidas de importancia basadas en la topología de las redes. Los conceptos que se muestran a continuación son un resumen de la revisión de los trabajos de Evans (1978), Hillier y Lieberman (2006), Veitía (2008) y Hernandez (2009).

2.2 CONCEPTO DE GRAFO (HILLIER Y LIEBERMAN, 2006).

Un grafo es un conjunto de puntos interconectados por un conjunto de líneas (ver ilustración 1). El grafo usualmente se representa por $G = (V, A)$, donde V es el conjunto de vértices y A es el conjunto de aristas (arcos). Una arista $(x, y) \in A$ indica que el par de vértices (x, y) están relacionados.

Ilustración 1. Grafo. Fuente: Ilustración propia.



2.3 CARACTERIZACIÓN DE GRAFOS. (VEITÍA, 2008)

2.3.1 GRAFOS SIMPLES. (VEITÍA, 2008)

Un grafo es simple, si a lo sumo sólo una arista une dos vértices cualesquiera. Esto es equivalente a decir, que una arista cualquiera es la única que une dos vértices específicos.

Un grafo que no es simple se denomina complejo.

2.3.2 GRAFOS COMPLETOS. (VEITÍA, 2008)

Un grafo simple es completo, si existen aristas uniendo todos los pares posibles de vértices. Es decir, todo par de vértices $(a, b) \in V$ debe tener una arista que los une.

El conjunto de los grafos completos es denominado usualmente K , siendo K_n el grafo completo de n vértices. Un K_n tiene exactamente $\frac{n(n-1)}{2}$ aristas.

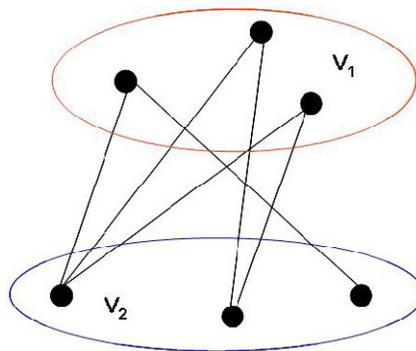
2.3.3 GRAFOS BIPARTITOS. (VEITÍA, 2008)

Un grafo G es bipartito si puede expresarse como $G = \{V_1 \cup V_2, A\}$ (es decir, la unión de dos grupos de vértices), bajo las siguientes condiciones:

- V_1 y V_2 son disjuntos y no vacíos.
- Cada arista de A une un vértice de V_1 con uno de V_2 .
- No existen aristas uniendo dos elementos de V_1 ; análogamente para V_2 .

Bajo estas condiciones, el grafo se considera bipartito y puede describirse informalmente como el grafo que une o relaciona dos conjuntos de elementos diferentes, por ejemplo, los ejercicios de pareo, donde se selecciona un elemento de una columna con su equivalente en la columna opuesta, uniéndose un elemento de la columna A con un elemento de la columna B . La ilustración 2 muestra la idea.

Ilustración 2. Grafo bipartito. Fuente: Veitia (2008).



2.4 ¿QUÉ ES UNA RED? (EVANS, 1978)

Una red es un grafo con uno o más números asociados con cada borde o arco. Estos números podrían representar distancias, costos, confiabilidades u otros parámetros relevantes. Los vértices son llamados también nodos.

Si se permite el flujo a través de un arco en solo una dirección se dice que éste es un arco dirigido. Si se permite que el flujo circule en ambas direcciones, entonces

el arco es llamado arco no dirigido. Una red que tiene solo arcos dirigidos se le conoce como red dirigida, mientras que una red que tiene solo arcos no dirigidos es conocida como red no dirigida. Si una red tiene una mezcla de arcos dirigidos y arcos no dirigidos (o incluso solo arcos no dirigidos) se puede convertir a una red dirigida, reemplazando cada arco no dirigido por un par de arcos dirigidos en direcciones opuestas.

Un camino (o trayectoria) entre dos nodos es una secuencia de arcos diferentes que conectan a esos dos nodos. Un camino no dirigido desde el nodo i hasta el nodo j es una secuencia de arcos conectados cuya dirección (si la hay) es hacia o fuera del nodo j . Un camino dirigido desde el nodo i hasta el nodo j es una secuencia de arcos conectados cuya dirección (si la hay) es hacia el nodo j , de modo tal que el flujo desde el nodo i hasta el nodo j en ese camino es factible.

Un camino que comienza en un nodo y termina en ese mismo nodo es un ciclo. La máxima cantidad de flujo que puede circular a través de un arco dirigido se conoce como la capacidad del arco. En un nodo suministro (o nodo fuente), el flujo de salida excede al flujo de entrada. En un nodo demanda (o nodo sumidero), el flujo de entrada excede al flujo de salida. En un nodo de transbordo se cumple la conservación del flujo, es decir, el flujo que entra es igual al flujo que sale. (Evans, 1978)

2.4.1 MATRIZ DE ADYACENCIA. (VEITÍA, 2008)

Es una matriz compuesta por tantas filas y columnas como nodos existan en el conjunto de datos, donde los elementos de la matriz representan los vínculos entre los nodos.

La más simple y común de las matrices es la matriz binaria. Es decir, si existe un vínculo entre cada par de nodos, se coloca 1 en la celda y si no lo hay, se escribe un 0. Este tipo de matriz es el punto de partida de casi todos los análisis de redes.

Por convención, en un grafo donde las relaciones o vínculos sean dirigidos (van de un nodo a otro pero no es sentido contrario), el origen de un vínculo se ubica en la fila y el destino en la columna de la matriz de adyacencia.

En una matriz “asimétrica”, que representa vínculos dirigidos (vínculos que van de un origen a un destino) el elemento i, j no necesariamente es igual al elemento j, i . Si resultan iguales se estaría en presencia de “vínculos no dirigidos”.

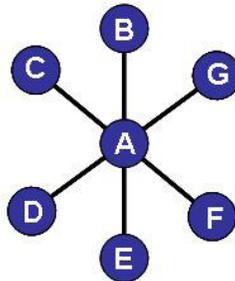
2.4.2 TIPOS DE TOPOLOGÍAS. (VEITÍA, 2008)

CENTRALIZADA. (VEITÍA, 2008)

En este tipo de topología, todos los elementos están conectados a un elemento central y todas las comunicaciones se realizan necesariamente a través de éste. Se le conoce también como topología estrella (ilustración 3).

Una falla en la línea de conexión de cualquier nodo con el nodo central, provocaría el aislamiento de ese nodo respecto a los demás, pero el resto del sistema permanecería intacto. La desventaja radica, en que la falla del nodo central deja inoperante a toda la red. Esto último, conlleva también a una mayor vulnerabilidad de la red ante ataques.

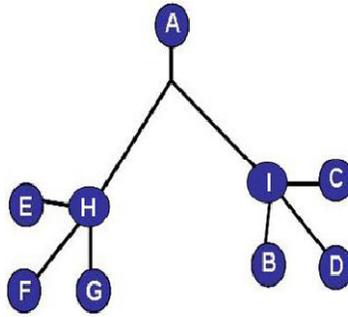
Ilustración 3. Red estrella. Fuente: Veitía (2008)



JERÁRQUICA. (VEITÍA, 2008)

Este tipo de estructura puede ser vista como una colección de redes estrella ordenadas en una jerarquía. Este árbol tiene nodos periféricos individuales que requieren transmitir y recibir de otro nodo solamente y no necesitan actuar como repetidores o regeneradores. Al contrario que en las redes en estrella, la función del nodo central se puede distribuir, lo que le da mayor flexibilidad y menos vulnerabilidad. (Ilustración 4).

Ilustración 4. Red árbol. Fuente: Veitía (2008)

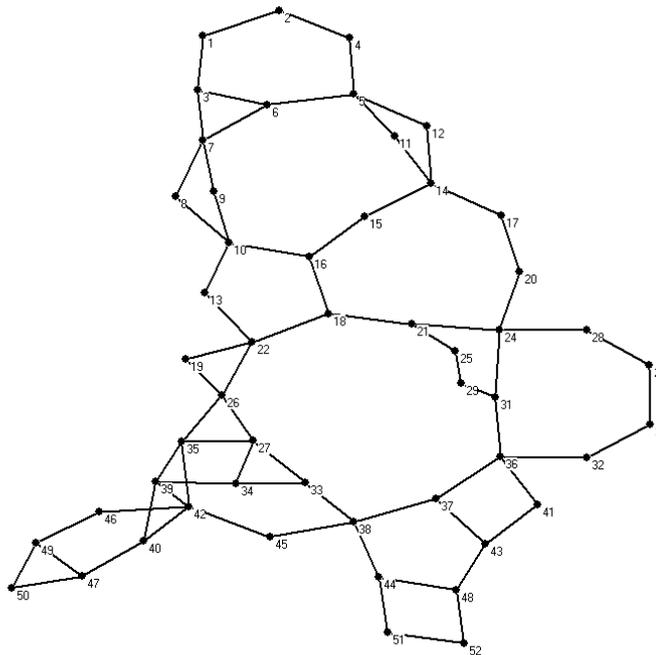


DESCENTRALIZADA. (VEITÍA, 2008)

Se le conoce como topología en malla, y hay al menos dos nodos con dos o más caminos entre ellos. El número de caminos arbitrarios en las redes en malla las hace más difíciles de diseñar e implementar, pero su naturaleza descentralizada, las hace muy útiles. La ilustración 5, señala un ejemplo de este tipo de redes.

Una red totalmente conectada o completa, es una topología de red en la que hay un enlace directo entre cada pareja de nodos. Las redes diseñadas con esta topología, normalmente son costosas de instalar, pero son muy confiables debido a los múltiples caminos por los que la información puede viajar.

Ilustración 5. Red descentralizada. Fuente: Veitía (2008)



LINEAL. (VEITÍA, 2008)

La topología lineal o tipo “bus”, como también se le conoce, tiene todos sus nodos conectados directamente a un enlace y no tiene ninguna otra conexión entre nodos. Este tipo de topología resulta sencilla, pero presenta la desventaja de que si falla alguna de las conexiones, existirá discontinuidad en la red, generando zonas aisladas (ilustración 6).

Ilustración 6. Red lineal. Fuente: Veitía (2008)



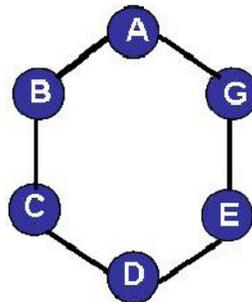
ANILLO. (VEITÍA, 2008)

Este tipo de topología consiste en una serie de nodos conectados formando un anillo. Cada actor está conectado al siguiente y el último está conectado al primero (ilustración 7).

Cabe mencionar que si se tiene este tipo de topología cuyos lazos sean dirigidos, si algún nodo de la red deja de funcionar, la comunicación en todo el anillo se pierde.

En un anillo doble o de relaciones no dirigidas, los datos se envían en ambas direcciones. Esta configuración crea redundancia (tolerancia a fallas), lo que significa que si uno de los anillos falla, los datos pueden transmitirse por el otro.

Ilustración 7. Red anillo. Fuente: Veitía (2008)



Si se analizara la red, desde el punto de vista de comunicación, se observarían claramente las diferencias que implica, el manejo de información bajo los distintos

tipos de topología señalados. Por ejemplo, si se está en presencia de una red lineal, se tendrá que dos individuos deben retransmitir mensajes a través de otros tres, para comunicarse entre sí, a diferencia de que si la red está representada por una tipo anillo de relaciones no dirigidas, donde cualquier individuo puede comunicarse con cualquiera de los otros sin más que un único “relevo”. De esta manera, se tendrán ventajas y desventajas de una topología frente a otra.

2.5 MEDIDAS DE IMPORTANCIA EN REDES, BASADAS EN SU TOPOLOGÍA.

Se debe entender por medidas de importancia, aquellas que generan un ordenamiento o posicionamiento de los elementos de una red, de acuerdo con uno o varios atributos de la misma que se desee utilizar como criterio de medida. A continuación se presentan algunas medidas de importancia topológicas de las redes.

2.5.1 CENTRALIDAD Y CENTRALIZACIÓN. (VEITÍA, 2008)

En algunos casos, el concepto de centralidad es relativo a los elementos de la red (por ejemplo centralidad de los nodos), en otras ocasiones, se refiere al grado de centralización de la red como un todo.

“Cuando se habla de centralización, se habla de medidas globales, las cuales pueden ser usadas para comparar redes, basándose en tres componentes: nodos, conexiones y subgrafos. Al referirse a centralidad, se habla de medidas locales, calculadas para los nodos o conexiones, enfatizando en las características topológicas de la red. Estas medidas proveen un buen resumen de la criticidad o importancia de los nodos (Grubestic, 2008).” (Veitía, 2008, p. 32)

CENTRALIDAD. (VEITÍA, 2008)

La centralidad es un atributo de los nodos que resulta de su posición estructural.

A continuación se detallan algunas de dichas medidas o índices.

DISTANCIA GEODÉSICA. (VEITÍA, 2008)

Una definición determinada de la distancia entre nodos en una red, es usada por muchos algoritmos para definir propiedades de las posiciones de los nodos y de la

estructura de la red en su conjunto. Esta cantidad es la distancia geodésica. Es el número de vinculaciones en el camino más corto posible de un nodo a otro.

GRADO NODAL (“DEGREE CENTRALITY”). (VEITÍA, 2008)

Esta medida es la más simple de las medidas locales. Se asocia al hecho de que si un nodo tiene más enlaces con otros nodos, tendrá mayor acceso y contará con más recursos dentro de la red; así como contará con mayor oportunidad de aprovechar su posición de intermediario entre otros nodos.

“En general, el grado nodal o rango es el número de lazos directos de un actor (o nodo), es decir con cuántos otros nodos se encuentran directamente conectados. (Molina J., Quiroga A., Martí J.; Maya I., Federico A.; 2006). Nodos con alto grado nodal, se pueden considerar como más críticos en las operaciones de la red, dado que posee asociaciones directas con otros nodos. (Grubestic, T., Matisziw, T., Murray, A. y Diane Snediker., 2008)” (Veitía, 2008, p. 35)

Cuando la red cuenta con nexos o conexiones dirigidas, aparecen variantes del concepto general de centralidad, tales como:

GRADO DE ENTRADA (“INDEGREE”) (VEITÍA, 2008): Número de nodos que se relacionan de forma directa a un determinado nodo.

De esta forma su cálculo se rige por la siguiente expresión:

$$Columna\ j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m A(i, j)$$

Donde A es la matriz de adyacencia con m filas y m columnas. A cada columna j se le calcula el índice de grado de entrada mediante la suma de entradas en esa columna.

Este índice también se le conoce como centralidad de columna (“Column Degree Centrality”)

GRADO DE SALIDA (“OUTDEGREE”) (VEITÍA, 2008): Número de conexiones directas que se originan de un nodo hacia los otros nodos.

De esta forma, el índice se calcularía mediante;

$$fila\ i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n A(i, j)$$

A cada fila i se le calcula el grado de salida basado en la suma de entradas en la fila.

A esta medida también se le conoce como grado de fila (“Row Degree Centrality”)

En general, el grado total para cada entidad de la red vendrá determinado por:

$$entidad\ i = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n A(i, j)$$

A cada entidad se le asigna un valor basado en la suma de su fila y columna.

ACCESIBILIDAD. (VEITÍA, 2008)

Un nodo es “accesible” por otro, si existe un conjunto de conexiones mediante las cuales se puede trazar un camino entre ellos, desde el nodo fuente hasta el nodo destino, y sin tener en cuenta cuántos otros nodos puedan estar entre ellos.

Si las relaciones son dirigidas, es posible que el nodo i pueda alcanzar al nodo j , pero que el nodo j no pueda alcanzar al nodo i . Con lazos simétricos o recíprocos ($i \rightarrow j$ y $j \rightarrow i$), cada par de nodos es accesible si uno de ellos está conectado con el otro. Si algunos nodos en una red no pueden alcanzar a otros, entonces existe una división potencial de la red o podría indicar que el grafo está realmente compuesto de más de un subgrafo separado.

La accesibilidad de un nodo puede ser evaluada usando la matriz T de accesibilidad definida por $T = A + A^2 + \dots + A^{dia}$, donde A es la matriz de adyacencia y dia es el diámetro de la red¹⁰.

Cada elemento (i, j) de A^k es el número de pasos de longitud k empezando en el nodo i y terminado en el nodo j , luego

¹⁰ “El diámetro de un grafo se define como la longitud de su geodésico más largo, siendo un geodésico el camino más corto posible entre dos nodos.” (Molina, 2004)

$$T_i = \sum_{i \neq j} T_{ij}$$

Esta ecuación se interpreta como la suma de cada fila de la matriz de accesibilidad, la cual representará la importancia de cada nodo desde la óptica que ofrece este índice, por lo que altos valores indicarán mayor accesibilidad.

Sea la red señalada en la ilustración 8 conocida como “Abilene (Grubescic, T., Matisziw, T., Murray, A. y Diane Snediker., 2008) la cual representa la red de servicios de Internet que soporta a cientos de instituciones en los Estados Unidos, compuesta por 11 nodos y 14 enlaces. Si se calcula el índice para dicha red se tendrá inicialmente la matriz de adyacencia A” (Veitía, 2008, p. 41)

Ilustración 8. Red Abilene. Fuente: Veitía (2008)

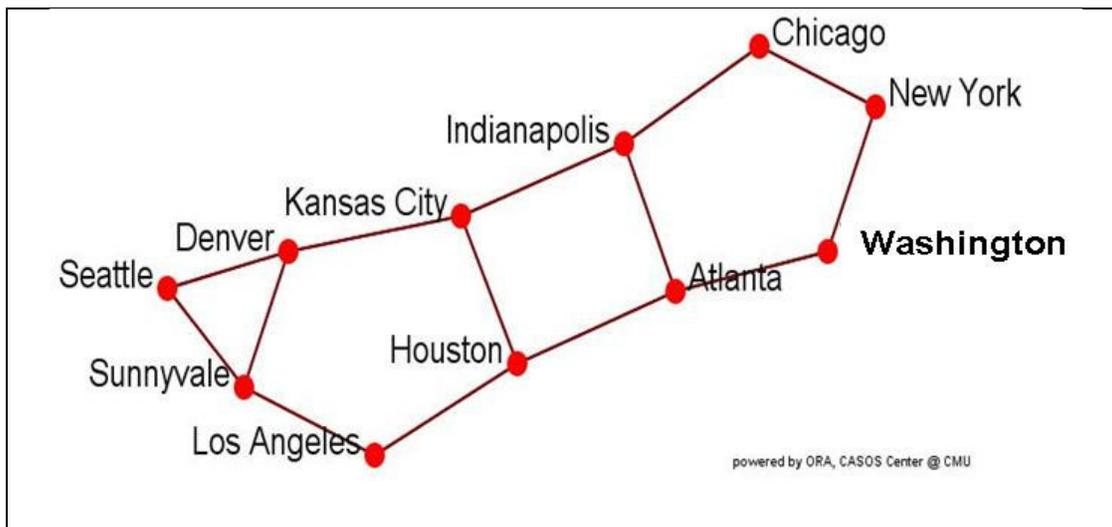


Ilustración 9. Matriz de adyacencia de la Red Abilene. Fuente: Veitía (2008)

	Kan	Sunny	Indian	Denv	L.A	Wash	NY	Atl	Hous	Chic	Seat
Kan	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
Sunny	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
Indian	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
Denv	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
L.A	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Wash	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
NY	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
Atl	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
Hous	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
Chic	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
Seat	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0

Adicionalmente, el diámetro de la red es 5. Calculando de acuerdo con la expresión $T = A + A^1 + A^2 + A^3 + A^4 + A^5$ para luego obtener el índice de accesibilidad T para cada nodo de la red, se obtendrán los resultados señalados en la tabla 1.

Tabla 1. Grado de accesibilidad T para los nodos de la Red Abilene. Veitía (2008)

T	Nodo
255	Kansas City
190	Sunnyvale
225	Indianapolis
216	Denver
216	Atlanta
240	Houston
164	Los Angeles
120	Washington
93	New York
121	Chicago
150	Seattle

De acuerdo con estos resultados, se tiene que Kansas City resulta ser el nodo más accesible y el nodo menos accesible sería New York.

“Otra medida de accesibilidad nodal es el número de caminos únicos disponibles entre nodos i y j (P_{ij}). P_{ij} Puede ser calculado a través de distintos algoritmos (Grubestic, T., Matisziw, T., Murray, A. y Diane Snediker. , 2008)” (Veitía, 2008, p. 41) Luego;

$$P_i = \sum_{i \neq j} P_{ij}$$

Intuitivamente, nodos centralmente localizados tendrán pocos caminos únicos disponibles hacia ellos, mientras que nodos más periféricos tendrán más caminos a su disposición. Esta diferencia en el número de caminos se relaciona con el número de nodos entre pares origen-destino.

Mientras P considera todos los pasos o caminos entre nodos, otra descripción de accesibilidad puede ser establecida para la evaluación de los caminos más cortos entre pares de nodos. En este caso se trata del índice de Shimmel (Veitía, 2008),

el cual se puede considerar como una medida básica de dispersión y representa la suma de todos los pasos cortos entre i y j (d_{ij})

$$D_i = \sum_j d_{ij}$$

Luego, calculando el índice de Shimmel para la red Abilene, se tendrán los resultados señalados en la tabla 2.

Tabla 2. Índice de Shimmel para los nodos de la red Abilene. Veitía (2008)

D	Nodo
19	Kansas City
26	Sunnyvale
20	Indianapolis
23	Denver
24	Atlanta
27	Houston
30	Los Angeles
21	Washington
20	New York
26	Chicago
30	Seattle

De esta forma altos valores indicarán que el nodo i requiere mayor esfuerzo para alcanzar otros nodos en la red. Para el ejemplo señalado, los mayores esfuerzos los deberán hacer Seattle y Los Ángeles.

GRADO DE INTERMEDIACIÓN (“BETWEENNESS”). (VEITÍA, 2008)

Estadísticamente hablando, esta medida de importancia indica cuando un nodo “está de moda” en la red, en virtud de que en el desempeño de la misma, dicho nodo figura con mucha **frecuencia** como intermediario entre otros dos nodos. Esto permite identificar a aquellos elementos **claves** o **importantes** para el funcionamiento del sistema. En este sentido, la importancia (medida a través del grado de intermediación) de un elemento en la red, depende de la topología de la misma. Por ejemplo, si un sistema es estructurado como una red estrella, el grado de intermediación de sus elementos es diametralmente opuesto si el sistema se organiza en forma de red anillo.

“En general, el grado de intermediación indica la frecuencia con que aparece un nodo en el camino más corto (o geodésico) que conecta a otros dos. Es decir, muestra cuando un nodo es intermediario entre otros dos nodos del mismo grupo

que no están directamente conectados (lo que se podría denominar «nodo puente»). (Molina J., Quiroga A., Martí J.; Maya I, Federico A.; 2006)” (Veitía, 2008, p. 42)

“El grado de intermediación para vértices fue introducido por Freeman en 1977 y ha sido considerado recientemente como un parámetro importante en el estudio de redes. Girvan y Newman generalizan su definición y la extienden a aristas introduciendo la llamada “edge betweenness” o grado de intermediación para aristas, que se calcula como el número de caminos cortos entre pares de vértices que pasan por la arista considerada. (Comellas F., Gago S.; 2005)” (Veitía, 2008, p. 43)

Luego, la expresión que define su cálculo según Crucitti, P. ,Latora, V. y Porta, S.(2005) es la siguiente:

$$C^B_i = \frac{1}{(n-1)(n-2)} \sum_{j,k \in G, j \neq i \neq k} \frac{n_{jk}(i)}{n_{jk}}$$

Donde n_{jk} es el número de pasos más cortos entre j y k y $n_{jk}(i)$ es el número de pasos más cortos entre j y k que contienen o pasan a través del nodo i .

Si se tiene la red de la ilustración 10, cuyos resultados del grado de intermediación se señalan en la tabla 3, se observa que existe mucha variación en la intermediación de los nodos (desde 0 hasta 17,83). Así mismo, los nodos 2, 3 y 5 parecen ser relativamente un poco más poderosos que otros de acuerdo con esta medida.

Ilustración 10. "Red de organizaciones en el sector salud; Knoke y Klolinnski, 1982. (Molina, 2001)" (Veitía, 2008, p. 38)

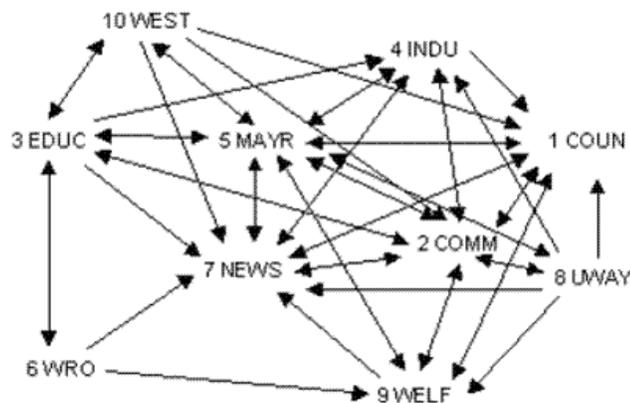


Tabla 3. Grado de intermediación de los nodos de la Red de la ilustración 10. Veitía (2008)

Nodos	Grado de Intermediación
1	0,67
2	12,33
3	11,69
4	0,81
5	17,83
6	0,33
7	2,75
8	0
9	1,22
10	0,36

CENTRALIDAD DE FLUJO. (VEITÍA, 2008)

Como se señaló anteriormente, el grado de intermediación (betweenness) caracteriza a los nodos con ventaja posicional, o poder, en la medida que aparecen en el camino más corto (geodésico) entre otro par de nodos. La idea es que nodos que están entre otros nodos y sobre aquellos de quienes éstos dependen para hacer intercambios, convertirá el rol de intermediario en poder.

Si dos nodos están vinculados, pero el camino geodésico entre ellos pasa por un intermediario indiferente, lo que hace a la relación ineficiente, si existe otro camino, los dos nodos probablemente lo usarán aunque sea más largo o menos eficiente. En general, los nodos pueden usar todos los vínculos que los conectan en lugar de solamente vínculos geodésicos. El enfoque de “centralidad de flujo”, expande la noción de centralidad de intermediación y supone que los nodos usarán todos los itinerarios que los conectan antes que solamente caminos geodésicos.

La intermediación se mide por la proporción de todo el flujo entre dos nodos (es decir, a través de todos los caminos que los conecta) que ocurre en los caminos de los cuales el nodo es parte. Para cada nodo entonces, la medida suma cuán involucrado está el nodo en todo el flujo entre todos los pares de nodos. En tanto, se puede esperar, que la magnitud de este índice se incremente con el tamaño y densidad de la red. Luego, es útil estandarizarlo calculando el flujo de

intermediación de cada nodo en relación al flujo total de intermediación que no involucra al nodo.

A manera de ejemplo, si se calcula este índice para cada elemento de la red de la ilustración 10, se obtienen los resultados presentados en la tabla 4, donde los nodos 2 y 5 son claramente los más importantes mediadores, seguidos por el nodo número 7. *“Mientras la imagen completa no cambia mucho, la definición elaborada de intermediación da una impresión algo distinta de quién es el más importante en la red. (Hanneman, R., 2005)” (Veitía, 2008, p. 45)*

Tabla 4. Centralidad de flujo de los nodos de la Red de la ilustración 10. Veitía (2008)

Nodos	Centralidad de Flujo
1	10
2	49
3	17
4	14
5	48
6	2
7	23
8	8
9	9
10	12

CERCANÍA (“CLOSENNESS”). (VEITÍA, 2008)

Esta medida de importancia topológica mide la localización o la posición de los componentes en la red. La cercanía sugiere la idea de que la **posición** de un nodo conlleva al **posicionamiento** del mismo en la red, lo cual desde el punto de vista económico le permitiría obtener ventajas o beneficios.

“El grado de cercanía indica la proximidad de un nodo respecto del resto de la red. Representa la capacidad que tiene un nodo de alcanzar a los demás. (Molina J., Quiroga A., Martí J.; Maya I., Federico A.; 2006).” (Veitía, 2008, p. 45)

“La idea básica es que los nodos más centrales son aquéllos que pueden acceder más fácilmente al resto de la red, de esta forma el que está más cerca de los demás nodos de la red, está en una posición más favorable. (Cañas A, Novak J. y González M.; 2004)” (Veitía, 2008, p. 45)

“De esta forma, el cálculo de este índice consiste en la suma de los geodésicos que unen a cada vértice o nodo con el resto (esto es, su “farness” o lejanía) y se calcula su inversa. (Molina, J. ;2001)

Es así como se define, mediante C_i^c , la cercanía de un nodo i con respecto a los otros nodos a través de los pasos más cortos. (Crucitti, P., Latora, V. y Porta, S; 2005)

$$C^c_i = \frac{n - 1}{\sum_{j \in G; j \neq i} d_{ij}}$$

Donde; d_{ij} es longitud del camino más corto entre el nodo i y el nodo j , G representa a la red o grafo y n es el número de nodos existentes.

A manera de ejemplo, si se calculara la cercanía para los elementos de la red señalada en la ilustración 11, primero se debe obtener la lejanía desde cada nodo al resto, tal como se presenta en la tabla 5 (Molina, J.; 2001)". (Veitía, 2008, p. 46)

Ilustración 11. Red aleatoria. Veitía (2008)

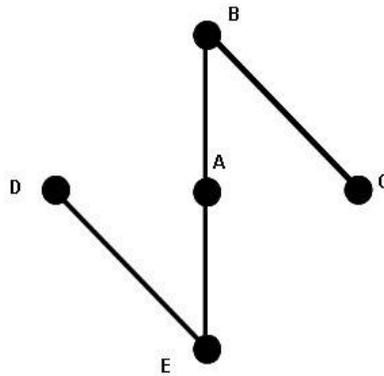


Tabla 5. Lejanía de los nodos de la Red aleatoria (ilustración 11). Veitía (2008).

Lejanía	A	B	C	D	E	Total
A	-	1	2	2	1	6
B	1	.	1	2	3	7
C	2	1	.	4	3	10
D	1	3	4	-	1	10
E	1	2	3	1	-	7
						40

Luego;

Cercanía de A= $40/6= 6,667$

B= $40/7= 5,714$

C= $40/10 = 4$

D= $40/10 = 4$

$$E = 40/7 = 5,71$$

De acuerdo con los resultados, el nodo A presentó mayor cercanía y esto se debe al hecho de que el mismo resulta más central de acuerdo con la posición que ocupa en la red.

CENTRALIDAD DE INFORMACIÓN (“INFORMATION CENTRALITY”). (VEITÍA, 2008)

“La centralidad de información del nodo i se define como la disminución relativa de la eficiencia de la red $E[G]$, causada por la eliminación de la red inicial (G) de las conexiones incidentes en el nodo i (Crucitti, P., Latora, V. y Porta, S.;2005)” (Veitía, 2008, p.48)

$$C^i_i = \frac{\Delta E}{E} = \frac{E|G| - E|G'|}{E|G|}$$

Donde la eficiencia del grafo o red está definida por:

$$E|G| = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i,j \in G, j \neq i} \frac{d_{ij}^{Eucl}}{d_{ij}}$$

Donde G' , es la nueva red con n nodos y $K - k_i$ enlaces obtenidos de la remoción de k_i enlaces incidentes en el nodo i .

Dada la red Abilene, se obtendrá para cada elemento de la misma los valores reflejados en la tabla 6.

Tabla 6. Centralidad de la información para los nodos de la Red Abilene. Veitía (2008)

Centralidad de Información	Nodo
0.1117	Kansas
0.1095	Houston
0.1059	Indianapolis
0.1053	Atlanta
0.0918	Denver
0.0866	Sunnyvale
0.0864	Los Angeles
0.0786	Chicago
0.0785	Washington
0.0733	Seattle
0.0724	New York

AUTOVECTOR (“EIGENVECTOR”). (VEITÍA, 2008)

Este índice busca encontrar los nodos más centrales, considerando la estructura como un todo. Indica que para que un par de nodos estén cerca, éstos deben tener distancias cortas entre ellos en ambas direcciones.

“La ecuación que rige su cálculo (Borgatti S.; 2002) está definida por ;

$$\lambda v = Av$$

Donde *A*, es la matriz de adyacencia, λ es una constante (autovalor) la cual representa la ubicación de cada actor con relación a cada dimensión y *v* es el autovector,

Luego para cada nodo se tendrá:

$$X_i = 1/\lambda \sum_{j=1}^N A_{ij} X_j$$

Donde, *N* representa el número de nodos de la red, *j* representa todos los nodos a los que el nodo *i* está conectado.”(Veitía, 2008, p. 49)

Si se analiza bajo este índice la red de la ilustración 10 se obtiene la tabla 7;

Tabla 7. Autovector de los nodos de la red (ilustración 10). Veitía (2008).

Nodos	Autovector
1	0,343
2	0,379
3	0,276
4	0,308
5	0,379
6	0,142
7	0,397
8	0,309
9	0,288
10	0,262

Las puntuaciones más altas indican que los nodos son “más centrales” al patrón principal de distancias entre todos los nodos, las puntuaciones más bajas indican que los nodos son más periféricos. “Los resultados son muy similares a los encontrados en los índices anteriores analizados, donde los actores 7, 5 y 2 son

más centrales y el nodo 6 más periférico. (Hanneman, R. ,2005).” (Veitía, 2008, p.50)

Este capítulo 2 resulta útil por dos razones principales, por una parte los conceptos básicos en redes permiten afianzar un marco teórico específico que podrá ser conjugado con los capítulos sucesivos de esta investigación. En segundo lugar, se revisaron algunas medidas de importancia, desarrolladas en un antecedente a este trabajo, con las cuales es posible jerarquizar los elementos de una red relacionadas a la forma y naturaleza física de las redes. En el apéndice 1 se encuentra una breve exposición de las “funciones” de desempeño empleadas para las redes; los algoritmos.

La sección que sigue de inmediato, ofrece un conjunto de técnicas actualmente utilizadas para hacer AS y AI en modelos representados por funciones matemáticas. El objetivo es integrar posteriormente el marco teórico de redes con el marco teórico de AS y AI.

**CAPÍTULO 3. TÉCNICAS
DISPONIBLES PARA EVALUAR EL
EFECTO DE PARÁMETROS
IMPRECISOS EN UN MODELO DE
SALIDA EXPLÍCITO**

▪

3.1 INTRODUCCIÓN

Antes de explicar las técnicas actuales dispuestas para hacer AI y AS, es importante entender los pasos necesarios para hacer dichos análisis, así como las propiedades deseables de todo AS expuestos por Saltelli *et al*, 2004, los cuales constituyen un basamento teórico y metodológico para cualquier técnica por muy diferenciada que sea. Además, con ello se demuestra que la aplicación de un método determinado, es sólo un paso más del proceso completo requerido para llevar a cabo los AS.

Los pasos necesarios para realizar AS son:

1. Establecer el objetivo de análisis y por consiguiente definir la forma de la función de salida.
2. Decidir cuáles factores de entrada se quiere incluir en el análisis.
3. Elegir una función de distribución para cada uno de los factores de entrada.

Esto puede ser:

- a. Tomada de la literatura; o
 - b. Derivada desde los datos obteniendo una función de distribución empírica; o
 - c. Basada en las opiniones de expertos;
 - d. Una distribución de probabilidad basada en información a priori.
 - e. Definir una estructura de correlación entre factores de entrada, de ser apropiado.
4. Elegir un método de AS sobre la base de lo siguiente.
 - a. Las preguntas que se está tratando de responder. El problema de investigación puede ser de carácter cualitativo o cuantitativo.
 - b. El número de evaluaciones del modelo que el analista pueda permitirse versus el tiempo de ejecución.
 - c. La presencia de una estructura de correlaciones entre factores de entrada. Cuando se trata de un problema de selección o investigación, la correlación debe ser obviada, para evitar la complejidad inútil en el análisis, y considerarla sólo para el análisis

cuantitativo subsiguiente para los pocos factores importantes que quedan.

5. Generar la muestra de los factores de entrada. La muestra es generada según las especificaciones de los parámetros internos del método el método elegido para el AS y el tamaño de muestra seleccionado.
6. Evaluar la muestra generada en el modelo y producir la salida del mismo, que contiene n valores de salida según la forma especificada en el paso 1.
7. Analizar las salidas del modelo y sacar conclusiones.

También, como se mencionó al inicio, las propiedades deseables del AS son las siguientes:

1. La influencia de la entrada debe integrar el efecto del rango de variación de las entradas y la forma de su función de la densidad de probabilidad (FDP). Importa si la FDP de un factor de entrada es uniforme o normal, y cuáles son los parámetros de distribución.
2. Incluye un enfoque local de AS. Esto es el efecto de la variación de un factor cuando el resto se mantienen constantes en su valor nominal (un factor a la vez). Y un enfoque global, el cual incluye el efecto de la variación de todos los factores a la vez.
3. Una medida global de la sensibilidad debe poder apreciar el llamado efecto interacción, que es especialmente importante para modelos no lineales. Estos surgen cuando el efecto de cambio de dos factores es diferente de la suma de sus efectos individuales.
4. Ser capaz de tratar factores de entrada agrupados o grupo de factores como si fueran factores de entrada individuales. Esta propiedad de síntesis es esencial para la agilidad de la interpretación de los resultados.

Los métodos a considerar en esta investigación son en su mayoría métodos basados en la varianza. La varianza de la salida está asociada a la importancia de los factores de entrada de un modelo en virtud de que la misma mide su grado de variabilidad.

CAPÍTULO 3: TÉCNICAS DISPONIBLES PARA EVALUAR EL EFECTO DE PARÁMETROS IMPRECISOS EN UN MODELO DE SALIDA EXPLÍCITO.

Dado un modelo $Y = F(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$, donde Y e X 's representan las variables exógena y endógenas, respectivamente, por definición la varianza sería

$$V(Y) = E[(Y - \mu)^2] = E[(Y)^2] - \mu^2$$

Si un factor de entrada X_i es importante en un modelo, al mantenerlo constante y permitir que los demás factores varíen; la varianza del modelo $V(Y)$ debe disminuir sustancialmente. Dicha disminución vendría dada por:

$$V(Y) - E[V(Y|X_i = x)]$$

De forma recíproca, si un factor de entrada X_i es importante en un modelo, al mantenerlo constante y permitir que los demás factores varíen; entonces el valor esperado de la salida del modelo $E(Y)$ no debe variar sustancialmente con respecto a Y . La disminución de la varianza del modelo vendría dada por:

$$V[E(Y|X_i = x)]$$

Entonces, la varianza del modelo está compuesta en primer término, por la variación esperada de Y debida al resto de los factores cuando un factor en cuestión permanece constante, y en segundo término, por la variación del valor esperado de Y cuando el factor en cuestión permanece constante. Matemáticamente:

$$V(Y) = E[V(Y|X_i = x)] + V[E(Y|X_i = x)]$$

Por lo tanto, una medida de importancia para un factor de entrada considerado en un modelo sería,

$$S_i = \frac{V(Y) - E[V(Y|X_i = x)]}{V(Y)}$$

O,

$$S_i = \frac{V[E(Y|X_i = x)]}{V(Y)}$$

Conocido también como índice de sensibilidad de primer orden, o correlation ratio. Saltelli *et al.*, 2000.

De acuerdo con la definición de la varianza y del valor esperado, cada uno de los términos de la medida de importancia S_i se calcula como se indica seguidamente:

$$V[E(Y|X_i = x)] = \int [E(Y|X_i = x) - E(Y)]^2 P(X) dX$$

$$E[V(Y|X_i = x)] = \iint [Y - E(Y|X_i = x) - E(Y)]^2 P(Y|X_i = x) dY P(X) dX$$

$$E[V(Y|X_i = x)] = \int Y P(Y|X_i = x) dY$$

Ahora bien, existen modelos en los cuales no solamente una variable X_i ejerce un efecto sobre Y , también la conjunción de dos o más variables (X_i, X_r) pueden generar un efecto sobre la salida del modelo llamado efecto interacción. Tal fenómeno ocurre en modelos no lineales y/o no aditivos.

Por ejemplo, el efecto de dos factores ortogonales sobre el modelo puede ser definido en términos de varianzas condicionales como:

$$V_{ir} = V[E(Y|X_i, X_r)] - V[E(Y|X_i)] - V[E(Y|X_r)]$$

Donde

$V[E(Y|X_i, X_r)]$ mide el efecto conjunto del par (X_i, X_r) en Y .

V_{ir} se conoce como el efecto de segundo orden; el efecto conjunto menos los efectos de primer orden.

De igual manera, para k factores de entrada la varianza total del modelo puede ser definida como:

$$V(Y) = \sum_i V_i + \sum_i \sum_{j>i} V_{ij} + \dots + V_{12\dots k}$$

Donde,

$$V_i = V(E(Y|X_i))$$

$$V_{ij} = V(E(Y|X_i, X_j)) - V_i - V_j$$

$$V_{ijm} = V(E(Y|X_i, X_j, X_m)) - V_{ij} - V_{im} - V_{jm} - V_i - V_j - V_m \text{ y así sucesivamente.}$$

En la literatura especializada se observan diversas maneras de agrupar los métodos de AI y AS implementados. En el presente documento, se propone clasificar dichos métodos en tres clases:

1. Métodos de revisión preliminar (screening methods).
 - a. Métodos paramétricos.
 - b. Métodos basados en análisis de regresión lineal.
2. Métodos de AS cuantitativo.
3. Métodos no basados en la varianza.

3.2 MÉTODOS DE REVISIÓN PRELIMINAR (SCREENING METHODS).

3.2.1 INTRODUCCIÓN.

Los métodos de revisión preliminar (screening methods) tienen como objetivo determinar cuál de los factores de entrada en un modelo ejercen mayor influencia sobre la variabilidad de la variable de salida, mediante el empleo de medidas estadísticas que permiten jerarquizar u ordenar los factores de entrada, sin embargo, tales métodos no proporcionan un índice que permitan calcular cuánto más importante es un factor que otro. La finalidad de los screening methods es la economía del diseño, es decir, permitir al decisor descartar algunos elementos del modelo, y concentrar el análisis de sensibilidad en aquellos factores potencialmente importantes.

Por una parte el Método de Morris estima la media y la desviación típica de la “importancia” de las entradas del modelo. En segundo lugar, se presentan dos

métodos que proporcionan medidas propias del análisis de regresión lineal como “proxy” de la sensibilidad: el Latin Hypercube Sampling (LHS) y el Random Balance Designs (RBD).

3.2.2 EL MÉTODO DE MORRIS. Saltelli *et al*, 2004.

El método de Morris varía un factor a la vez. Cada factor de entrada puede tomar un número discreto de valores, llamados niveles, que son elegidos dentro del rango de variación de cada factor. Morris propone dos medidas de sensibilidad para cada factor: una medida μ que estima el efecto total del factor en la salida, y una medida σ lo que, según Morris, estima efectos por no linealidad del modelo y efectos de interacción. La medida de Morris, μ , es obtenida calculando un número, r , de proporciones incrementales en puntos diferentes $x^{(1)}, \dots, x^{(r)}$ del espacio de entrada. El número, r , de puntos seleccionados es llamado el tamaño de muestra del experimento.

Para definir una región de experimentación, Morris supone un vector X de entradas de k dimensiones que tiene componentes X_i que pueden tomar valores pertenecientes al conjunto $\{0, \frac{1}{\rho-1}, \frac{2}{\rho-1}, \dots, 1\}$. La región de experimentación, Ω , será de $k\rho$ dimensiones donde ρ es el número de niveles de entrada. No obstante, cuando en la práctica el rango de valores de las variables de entrada no es $\{0, 1\}$, se hace un cambio de variable con rango $\{0, 1\}$ y luego se devuelve el cambio.

Una base importante de este método es el concepto de *efectos elementales*. El efecto elemental para el i –ésimo factor se define como sigue: Sea Δ un múltiplo predeterminado de $1/(\rho - 1)$. Para un valor dado x de X , el efecto elemental del i –ésimo factor es definido como

$$d_i(x) = \frac{[y(x_1, \dots, x_i + \Delta, x_{i+1}, \dots, x_k) - y(x)]}{\Delta}$$

Donde $x = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ es cualquier valor seleccionado en Ω tal que el punto $(x + e\Delta)$, también pertenece a la región Ω , e_i es un vector de ceros pero con una i –ésima componente unitaria.

CAPÍTULO 3: TÉCNICAS DISPONIBLES PARA EVALUAR EL EFECTO DE PARÁMETROS IMPRECISOS EN UN MODELO DE SALIDA EXPLÍCITO.

El número de efectos elementales asociados a cada entrada es

los cuales conforman una distribución denotada como F_i . Tanto μ como σ son dos de los momentos de la distribución F_i . Suponga, por ejemplo que $k = 2, \rho = 5$, and $\Delta = 1/4$, para un número total de 20 elementos para cada F_i . El espacio de los factores de entrada está representado en la ilustración 12.

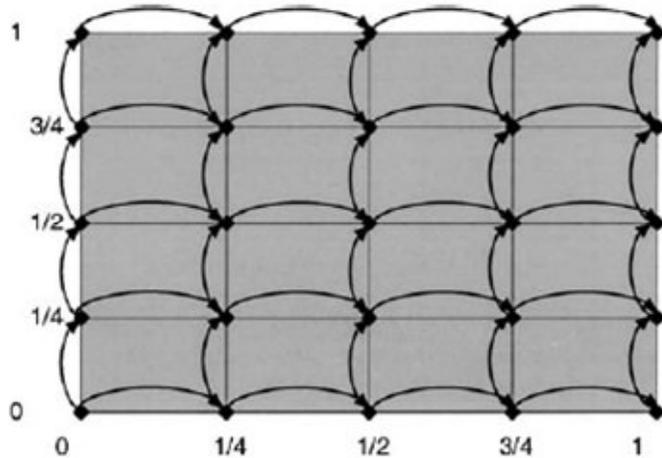


Ilustración 12. Representación del quinto nivel de entrada ($p = 5$) en un espacio bidimensional ($k = 2$) con $\Delta = 1/4$. En cada fila se identifica la pareja de puntos necesarios para calcular un efecto elemental. Las flechas horizontales identifican los 20 efectos elementales con relación a X_1 , mientras los verticales identifican los 20 efectos elementales con relación a X_2 . Saltelli *et al.*, 2004.

“Campolongo *et al.*, (2003) propusieron considerar la distribución de los valores absolutos de los efectos elementales, denotada como G_i , además de la distribución F_i . La revisión de las distribuciones F_i y G_i proporciona información útil sobre la influencia del i -ésimo factor de entrada sobre la salida.” (Saltelli *et al.*, 2004). Por ende, la medida μ se reemplaza por μ^* . El uso de μ^* es conveniente ya que se resuelve el problema de errores de tipo II (no identificar un factor con una influencia considerable en el modelo), para lo cual μ es vulnerable. Los errores de tipo II puede ocurrir cuando la distribución F_i contiene elementos positivos y negativos, cuando el modelo no es monótono o tiene efectos de interacción.

Si la media de esta última distribución es alta, indica un factor con una influencia global importante sobre la salida, una medida de dispersión alta indica una entrada altamente dependiente de los valores de las entradas, es decir, o involucra un

factor que actúa recíprocamente con otros factores o un factor cuyo efecto es no lineal. Todas las posibles combinaciones de media y desviación estándar, se representan en un gráfico bivariante que permite la interpretación simultánea de ambas medidas de sensibilidad.

Si por ejemplo, para el factor X_i , conseguimos un valor alto de σ , esto significa que los efectos elementales relativos a ese factor son significativamente diferentes entre sí. En contraste, un valor bajo de σ , indica valores muy similares de los efectos elementales, implicando que el efecto de X_i es casi independiente de los valores tomados por los otros factores.

El diseño de Morris se centra en el problema de generar un número, r , de efectos elementales desde cada distribución F_i (y de ahí de cada G_i) de manera de estimar la estadística de la distribución. En la forma más sencilla, desde que cada efecto elemental requiere la evaluación de y dos veces, el esfuerzo computacional necesario para una muestra aleatoria o r valores desde cada F_i , es $n = 2rk$ corridas, donde k es el número de factores de entrada. La economía del diseño, definido por Morris como el número de efectos elementales producido por el diseño dividido por el número de experimentos repetidos necesarios para producirlos es $rk/2rk$.

Morris sugiere un diseño más eficiente. El diseño propuesto por Morris está basado en las construcciones de una matriz B^* denominada matriz de orientación, de dimensión $k - by - (k + 1)$, cuyas filas representan vectores de entrada, con las cuales el experimento proporciona k efectos elementales, uno para cada factor de entrada en $(k + 1)$ corridas. Si se obtienen r matrices de orientación, entonces el número de corridas del experimento completo son $r(k + 1)$ mientras que en el modelo anterior se realizaban $2rk$ corridas. En otras palabras, se obtiene un diseño menos costoso. La economía del diseño es por lo tanto aumentada a $k/(k + 1)$, donde se cumple que mientras mayor es el número de entradas mayor es la economía.

CAPÍTULO 3: TÉCNICAS DISPONIBLES PARA EVALUAR EL EFECTO DE PARÁMETROS IMPRECISOS EN UN MODELO DE SALIDA EXPLÍCITO.

El diseño de Morris comienza seleccionando al azar un valor “base” x^* para el vector X . Cada componente x_i de x^* es muestreado desde el conjunto $\{0, \frac{1}{(\rho-1)}, \frac{2}{(\rho-1)}, \dots, 1\}$. El primer punto del muestreo, $x^{(1)}$, es obtenido aumentando uno o más componentes de x^* por Δ . El segundo punto muestreado es generado, matemáticamente hablando; $x^{(2)} = (x^{(1)}, \dots, x_{i-1}^{(1)}, x_i^{(1)} \pm \Delta, x_{i+1}^{(1)}, \dots, x_k^{(1)}) = (x^{(1)} \pm e_i \Delta)$. Así sucesivamente hasta completar una sucesión de $(k + 1)$ puntos muestreados $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k+1)}$.

Note que mientras cada componente del vector “base” x^* sólo puede ser aumentado (y no disminuido) por Δ , un punto muestreado $x^{(l+1)}$, con l perteneciente a $\{1, \dots, k\}$, puede ser diferente de $x^{(l)}$ también porque uno de sus componentes ha sido disminuido.

La sucesión de puntos muestreados $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k+1)}$ define lo que es llamado una trayectoria en el espacio de entrada. Esto también define una matriz B^* , de dimensión $(k + 1) \times k$, cuyas filas son los vectores $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k+1)}$. Un ejemplo de una trayectoria es dado en la ilustración 13 para $k = 3$.

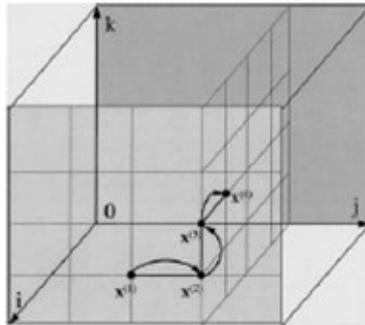


Ilustración 13. Un ejemplo de una trayectoria en el espacio de factores de entrada cuando $k = 3$. Saltelli *et al.*, 2004.

Una vez obtenida una trayectoria y sus puntos son evaluados en el modelo, puede ser calculado un efecto elemental para cada factor $i = 1, \dots, k$. Si $x^{(l)}$ y $x^{(l+1)}$, con l perteneciente al conjunto $\{1, \dots, k\}$, son dos puntos muestreados que se diferencian en su i -ésima componente, el efecto elemental asociado con el factor i es

$$d_i(x^{(l)}) = \frac{[y(x^{(l+1)}) - y(x^{(l)})]}{\Delta}$$

Si la i -ésima componente de $x^{(l)}$ ha sido aumentado en Δ o

$$d_i(x^{(l)}) = \frac{[y(x^{(l)}) - y(x^{(l+1)})]}{\Delta}$$

Si la i -ésima componente de $x^{(l)}$ ha sido disminuido en Δ .

El objetivo del experimento es estimar la media y la varianza de las distribuciones F_i y G_i , $i = 1, \dots, k$. Luego, se seleccionan r elementos de cada F_i , así automáticamente proporcionando una muestra correspondiente de elementos r elementos que pertenecen a G_i , la extracción de tal muestra requiere la construcción de r matrices de orientación, independientemente generadas, correspondiente a r trayectorias diferentes en el espacio de entrada. Cada trayectoria tiene un punto de partida diferente que es generado aleatoriamente.

La media y la desviación estándar de cada distribución F_i and G_i pueden ser estimadas usando los mismos estimadores que serían usados con muestras arbitrarias independientes, es decir como

$$\mu_i = \sum_{i=1}^r d_i/r$$

$$\mu_i^* = \sum_{i=1}^r |d_i|/r$$

$$\sigma_i = \sqrt{\sum_{i=1}^r (d_i - \mu)^2 / r}$$

Donde $d_i, i = 1, \dots, r$, son los r efectos elementales muestreados de F_i (o G_i).

Una desventaja de este método, es que no es posible diferenciar explícitamente cuando la medida de la desviación estándar es atribuida al efecto interacción o por

efecto de la presencia de un modelo no lineal, así como a la no validez del supuesto de monotonía del modelo.

3.2.3 MÉTODOS BASADOS EN ANÁLISIS DE REGRESIÓN LINEAL.

Las medidas estadísticas obtenidas en la regresión lineal, pueden ser utilizadas como medidas de importancia. A continuación se explican brevemente algunas de ellas (Helton, J., y Davis, F., 2001)¹¹:

1. **PEARson product moment correlation (PEAR)**: Es una medida de la relación lineal entre un factor de entrada y la variable de salida.
2. **SPEARman coefficient (SPEA)**: Es una medida de la relación no lineal entre un factor de entrada y la variable de salida.
3. **Standardized regression coefficient (SRC)**: Mide la variabilidad de la salida ante variaciones del valor esperado de un factor de entrada, en un múltiplo de su desviación estándar, manteniendo el resto de los factores constantes en su valor nominal. Puede ser usado como una medida de sensibilidad relativa y funciona eficientemente cuando las variables de entrada son independientes entre sí.
4. **Partial correlation coefficients (PCC)**: Es una medida de la relación lineal entre un factor de entrada y la variable de salida, aislando los efectos lineales de otras entradas entre sí. También es una medida de sensibilidad relativa y es útil cuando las variables de entrada no son independientes entre sí. Y puede ser usado como una medida de incertidumbre porque se expresa el cambio relativo de una variable con respecto a su desviación estándar.
5. **Standardized rank regression coefficients (SRRC)**: Mide la variabilidad de la salida ante variaciones del valor esperado de un factor de entrada, en un múltiplo de su desviación estándar, manteniendo el resto de los factores constantes en su valor nominal. Cuando la relación entre la entrada y la salida es no lineal.
6. **Partial rank correlation coefficients (PRCC)**: Es una medida de la relación no lineal entre un factor de entrada y la variable de salida, aislando los efectos no lineales de otras entradas entre sí.
7. **Smirnov test**: Jerarquiza las variables de entrada de acuerdo con el nivel de significancia.

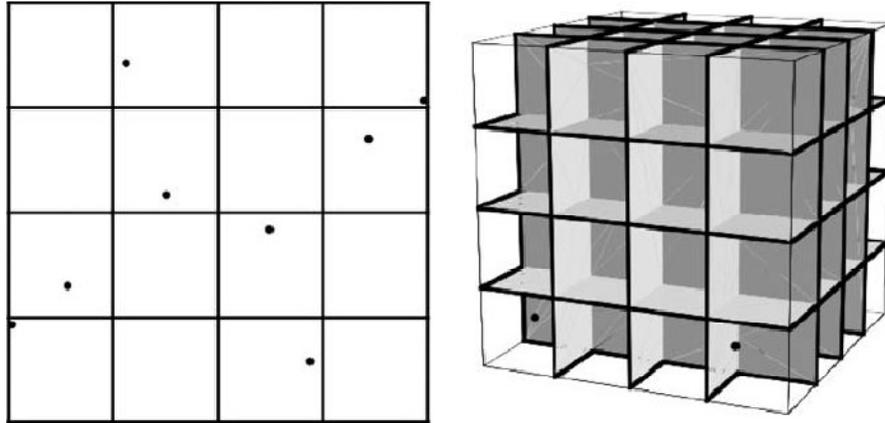
¹¹ Una revisión teórica de estas medidas se encuentra en Manache, G. y Melching, C., (2008).

Para poder obtener las medidas antes descritas, se definen dos esquemas particulares de muestreo que permiten definir un conjunto de valores a los que se le va aplicar regresión: Latin Hypercube Sampling (LHS) y Random Balance Design (RBD).

3.2.3.1 LATIN HYPERCUBE SAMPLING (LHS). Saltelli *et al.*, 2004. Saltelli *et al.*, 2008.

LHS es considerado un caso particular de muestreo estratificado. Dado el espacio muestral S , el vector de factores de entrada X se divide en L estratos disjuntos $S_1 \dots S_L$. Tales divisiones se observan en la ilustración 14. El tamaño de cada S_i , se representa como $p_i = P(X \in S_i)$. El objetivo es obtener una muestra aleatoria $x_h, h = 1, \dots, n_i$ de S_i , donde $\sum_{i=1}^L n_i = N$. En particular, cuando $L = 1$, el resultado es una muestra aleatoria dentro de todo el espacio muestral. En el LHS el rango de cada factor de entrada, $X_j, j = 1, 2, \dots, k$, se divide en N intervalos equiprobables, $1/N$, y una observación de cada factor de entrada se realiza en cada intervalo utilizando toma de muestras al azar dentro de ese intervalo. Una de las realizaciones en X_1 es seleccionada aleatoriamente (cada observación tiene la misma probabilidad de ser seleccionada), junto con una realización aleatoria de X_2 , y así sucesivamente hasta X_k . Estas en conjunto constituyen una primera muestra, x_1 . Una de las realizaciones que queda en X_1 entonces se empareja al azar con una de las observaciones que queda en X_2 , y así sucesivamente, para obtener, para obtener x_2 . La ilustración 14 muestra gráficamente la idea del proceso de muestreo estratificado.

Ilustración 14. Diseño de un hipercubo latino. Saltelli *et al.*, 2008.



3.2.3.2 RANDOM BALANCE DESIGNS (RBD). Saltelli *et al.*, 2000.

Para RBD el modelo es evaluado N veces sobre la muestra de tamaño N :

$$Y(s_j) = f(X_1(s_{1j}), X_2(s_{2j}), \dots, X_k(s_{kj})) \quad \forall j = 1, 2, \dots, N$$

Los valores de salida del modelo $Y(s_j)$, $j = 1, \dots, N$ son reordenados ($Y^R(s_j)$) de tal manera que los valores correspondientes de $X_i(s_{ij})$ se clasifican en orden creciente. La sensibilidad de Y para X_i se cuantifica por el espectro de Fourier de la salida del modelo reordenado:

$$F(\omega) = \left| \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N Y^R(s_j) \exp(-i\omega s_j) \right|^2$$

evaluado en $\omega = 1$ y sus armónicos superiores (2, 3, 4, 5, 6). En el caso discreto:

$$\hat{V}_i = V[E(Y|X_i)] = \sum_{l=1}^M f(\omega)|_{\omega=l} = \sum_{l=1}^M F(l)$$

Esta es una estimación del efecto principal V_i . El procedimiento se repite para todos los factores.

La desventaja del método de RBD es que permite el cálculo de los términos de primer orden solamente. Si el modelo en cuestión no es aditivo, se debe utilizar otro algoritmo para calcular las interacciones y el efecto total.

3.3 MÉTODOS DE AS CUANTITATIVO.

3.3.1 INTRODUCCIÓN.

En esta clase de métodos se incluye aquellos que proporcionan el AS global, o sea, permiten variar todos los factores simultáneamente y evaluar el efecto de tal variación, en el comportamiento del modelo. Este apartado se enfoca en dos métodos, el método de Sobol y el Fourier Amplitude Sensitivity Test (FAST). Este trabajo considera tipificar tales métodos como de AS cuantitativos, porque básicamente son los únicos que proporcionan un índice de sensibilidad como medida de importancia, superando incluso las limitaciones encontradas en los métodos vistos anteriormente, en cuanto a la no linealidad de los modelos y a la existencia de efectos de interacción. Con las medidas de importancia de Sobol y FAST, es posible descomponer suficientemente la varianza total de un modelo.

3.3.2 THE FOURIER AMPLITUDE SENSITIVITY TEST (FAST). Saltelli *et al.*, 2000.

FAST es un procedimiento que proporciona un modo de estimar el valor esperado y la varianza de la variable de salida y la contribución individual de factores de entrada a dicha varianza, básicamente a través de una curva de búsqueda que rastrea todo el espacio de las entradas. Una ventaja que tiene FAST es que la estimación de la sensibilidad puede ser realizada independientemente para cada factor usando un mismo conjunto de corridas en virtud de que todos los términos en una expansión de Fourier son mutuamente ortogonales.

La idea principal del método FAST es convertir la integral k -dimensional¹² en x en una integral uni-dimensional s usando las funciones de transformación G_i para $i=1, \dots, k$, a saber,

$$X_i = G_i(\sin \omega_i s),$$

¹² Integrales con las cuales se estima $V(E(Y|X_j) = X_j^*) = \int [E(Y|X_j) = X_j^* - E[Y]]^2 p(X) dX$ y se estima el valor esperado de la varianza y el valor esperado de la variable de salida, dado un valor fijo de un factor de entrada.

Donde $s \in (-\pi, \pi)$ es un escalar y $\{\omega_i\}$ es un conjunto de números enteros de frecuencias angulares. Si se elige ω_i y G_i , la esperanza de Y puede ser aproximada por:

$$E(Y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) ds$$

Donde $f(s) = f(G_1(\sin \omega_1 s), \dots, G_k(\sin \omega_k s))$.

Usando las propiedades de las series de Fourier, una aproximación de la varianza de Y es dada por

$$Var(Y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f^2(s) ds - [E(Y)]^2 \approx \sum_{j=-\infty}^{\infty} (A_j^2 + B_j^2) - (A_0^2 + B_0^2) \approx 2 \sum_{j=1}^{\infty} (A_j^2 + B_j^2)$$

Donde A_j y B_j son los coeficientes de Fourier y son definidos como sigue:

$$A_j = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) \cos js ds$$

$$B_j = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) \sin js ds$$

La expresión $E(Y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) ds$ y $Var(Y) = 2 \sum_{j=1}^{\infty} (A_j^2 + B_j^2)$ proporciona una manera de estimar el valor esperado y la varianza asociada con Y .

La aplicación del método FAST implica definir ω_i y G_i , y evaluar el modelo original en un número suficiente de puntos para permitir la evaluación de las integrales

$$A_j = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) \cos js ds \text{ y } B_j = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) \sin js ds .$$

Usualmente se le asigna un valor alto a la frecuencia ω_i y uno bajo a la frecuencia $\omega_{\sim i}$. Ninguna de estas frecuencias debe ser combinación lineal entre sí, de esta manera es posible asegurar que la muestra represente todo el espacio.

En Saltelli *et al.* (1999) se propuso un algoritmo para seleccionar las frecuencias ω_i y $\omega_{\sim i}$. El algoritmo se explica brevemente a continuación:

1. Se establece la frecuencia ω_i y el número de armónicas a evaluar, M .
 - a. Si el valor de ω_i es pequeño, el valor de M debe ser mayor, y viceversa.
2. Determinar $\omega_{\sim i}$ considerando:
 - a. $Min\{\omega_{\sim i}\} = 1$
 - b. $Max\{\omega_{\sim i}\} = \frac{\omega_i}{2M}$
 - c. La distancia entre dos frecuencias consecutivas debe ser máxima.
 - d. Debe evitarse repetir las frecuencias.

MUESTREO CON FAST.

Una transformación conveniente G_i debe proporcionar una muestra uniformemente distribuida para cada factor $x_i, \forall i = 1, 2, \dots, k$. Varias transformaciones han sido propuestas, ver la tabla 8.

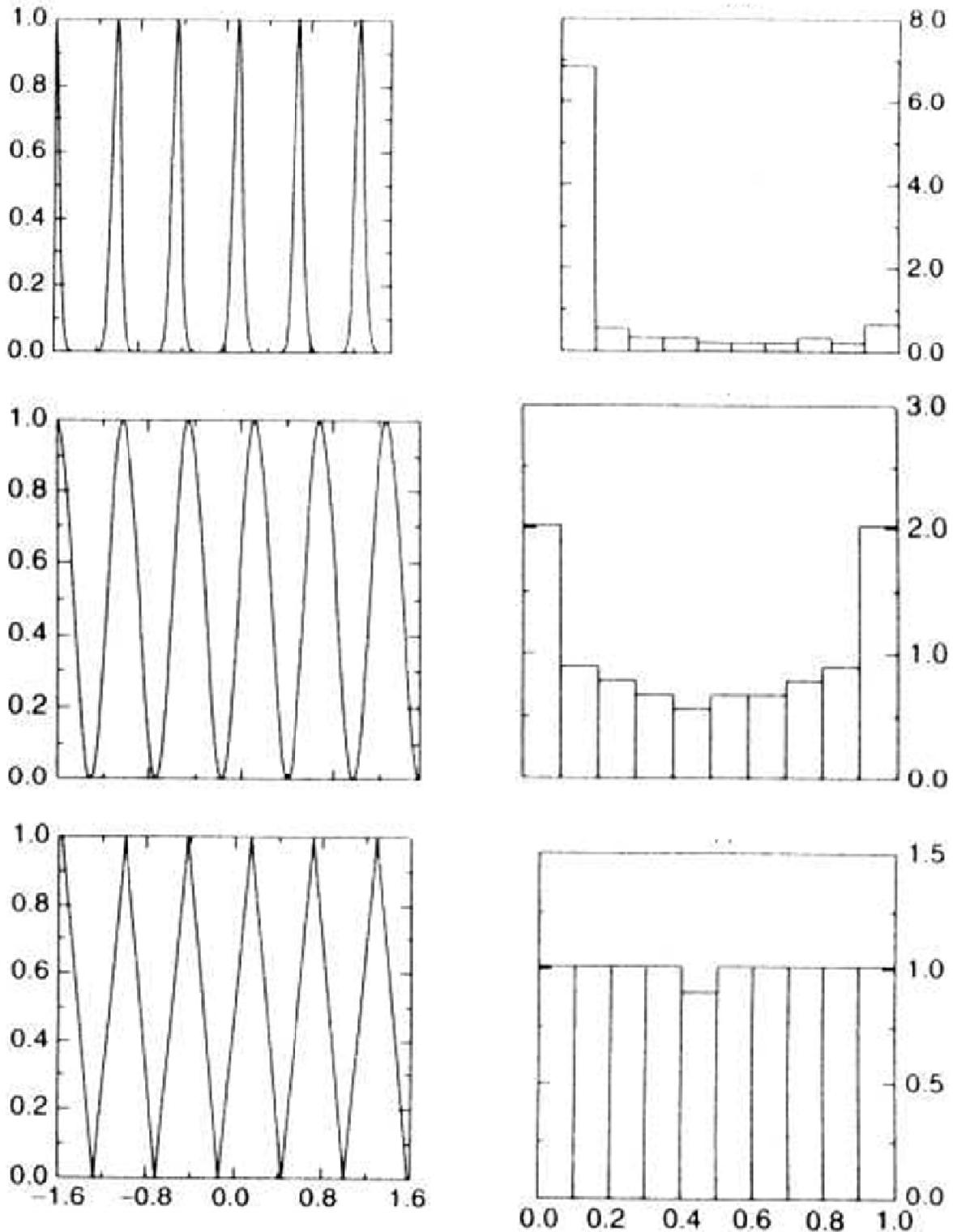
“La transformación (A) fue propuesta por Cukier *et al.* (1973), graficada en la parte izquierda superior de la ilustración 15, con $\bar{x}_i = e^{-5}, \bar{v}_i$, y $\omega = 11$. La transformación (B), sugerida por Koda *et al.* (1979), es graficada en la parte izquierda intermedia de dicha ilustración, con $\bar{x}_i = \frac{1}{2}, v_i = 1$ y $\omega = 11$. Saltelli *et al.* (1999b) propuso la transformación (C), parte izquierda inferior de la misma ilustración.” Saltelli *et al.*, 2000.

Tabla 8. Transformaciones propuestas para la ecuación $X_i = G_i(\sin \omega_i s)$. Saltelli *et al.*, 2000

Transformación	G_i	Referencia
(A)	$x_i = \bar{x}_i e^{\bar{v}_i \sin \omega_i s}$	Cukier <i>et al.</i> (1973)
(B)	$x_i = \bar{x}_i (1 + \bar{v}_i \sin \omega_i s)$	Koda <i>et al.</i> (1979)
(C)	$x_i = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \sin^{-1}(\sin \omega_i s)$	Saltelli <i>et al.</i> (1999b)
(D)	$x_i = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \sin^{-1}[\sin(\omega_i s + \varphi_i)]$	Saltelli <i>et al.</i> (1999b)

CAPÍTULO 3: TÉCNICAS DISPONIBLES PARA EVALUAR EL EFECTO DE PARÁMETROS IMPRECISOS EN UN MODELO DE SALIDA EXPLÍCITO.

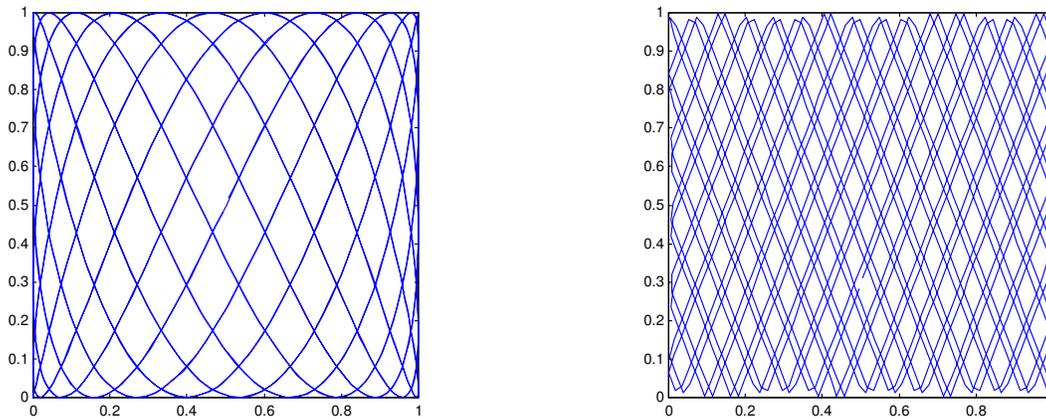
Ilustración 15. Gráfico de tres funciones de transformaciones dadas en la tabla 8, respectivamente, y sus respectivos histogramas de 89 muestras, basadas en las tres transformaciones. Saltelli *et al.*, 2000.



Claramente, la transformación (C) de la tabla 8 proporciona muestras más uniformemente distribuidas que las dos transformaciones que le preceden.

La ilustración 16 muestra la diferencia entre la transformación (B) y la transformación (C) en un caso con dos factores con $\{\omega_1, \omega_2\} = \{11, 21\}$. Como se puede ver, los puntos obtenidos mediante la última transformación con más uniformemente distribuidos

Ilustración 16. Gráfico de muestreo en un caso de dos factores. El gráfico izquierdo basado en la transformación (B) y el derecho basado en la transformación (C). Tarantola, 2005.



ÍNDICES DE PRIMER ORDEN (FAST CLÁSICO)

Los índices de primer orden son calculados evaluando los coeficientes A_j y B_j para la frecuencia fundamental ω_i , para $i = 1, 2, \dots, k$. La armónica más alta, una función con periodo $2\pi/\omega_0$, se denota como $p\omega_i$ para $p = 1, 2 \dots M$. La contribución a la varianza total de Y por X_i puede ser aproximada con un tamaño de muestra mínimo de $N_s = 2M\omega_{max} + 1^{13}$, por:

$$D_{\omega_i} \approx \sum_{p=1}^{\infty} (A_{p\omega_i}^2 + B_{p\omega_i}^2)$$

Además, las amplitudes Fourier disminuyen cuando p se incrementa; así, podemos aproximarnos a D_{ω_i} por

¹³ Saltelli *et al.*, 2000, pág. 185

$$\widehat{D}_{\omega_i} \approx \sum_{p=1}^M (A_{p\omega_i}^2 + B_{p\omega_i}^2)$$

“Donde M es el armónico máximo considerado y usualmente toma valores iguales a 4 o 6 (Cukier *et al.*, 1975)” (Saltelli *et al.*, 2000).

Los ratios $\widehat{D}_{\omega_i} / \widehat{D}^{FAST}$ denotados por S_i^{FAST} , proporcionan un modo de clasificar factores individuales sobre la base de su contribución a la varianza de Y, D^{FAST} , dados en la ecuación $Var(Y) = 2 \sum_{j=1}^{\infty} (A_j^2 + B_j^2)$.

ÍNDICES TOTALES (FAST EXTENDIDO)

Este método incluye información sobre la interacción entre los factores de entrada a cualquier orden. La idea básica detrás del cálculo de los índices totales por el método FAST es considerar las frecuencias que no pertenecen al conjunto $\{p_1\omega_1, p_2\omega_2, \dots, p_k\omega_k\}$, para $p_i = 1, 2, \dots, \infty$ y $\forall i = 1, 2, \dots, k$. Estas frecuencias contienen información acerca de la varianza residual

$$D - \sum_i^k D_i$$

Se asignan frecuencias ω_i para el factor X_i y un conjunto de frecuencias casi idénticas, pero diferentes de ω_i , a todos los factores restantes, denotada por $\omega_{\sim i}$. Evaluando el espectro en las frecuencias $\omega_{\sim i}$ y su armónica más alta $p\omega_{\sim i}$ podemos calcular la varianza parcial $D_{\sim i}$.

$$\widehat{D}_{\sim i}^{FAST} = 2 \sum_{p=1}^M (A_{p\omega_{\sim i}}^2 + B_{p\omega_{\sim i}}^2)$$

$\widehat{D}_{\sim i}$ incluye todos los efectos de cualquier orden.

En N puntos son seleccionados sobre una curva en el espacio de entrada con una frecuencia igual a 1 para cada factor. La curva cubre sólo un subconjunto del espacio de entrada. Posteriormente, los resultados del modelo se reordenan de tal

manera que los puntos de diseño están en orden creciente con respecto al factor X_i . El espectro de Fourier se calcula en el modelo de salida en la frecuencia 1 y en sus armónicos superiores (2, 3, 4, 5, 6) y se estiman los índices de sensibilidad de del factor X_i . Los puntos de diseño se eligen de la siguiente manera:

$$X_i(s_{ij}) = G_i(\sin \omega_i s_{ij}), \forall i = 1, 2, \dots, k, \forall j = 1, 2, \dots, N,$$

donde $(s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{iN})$ denota la i -ésima permutación aleatoria de N puntos.

3.3.3 ÍNDICES DE SENSIBILIDAD DE SOBOL. Saltelli *et al.*, 2000.

Se tiene el siguiente modelo $Y = f(X)$, donde x es un vector de k variables o de factores de entrada, $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$. Algunos métodos basados en varianza han realizado una descomposición de la función $f(X)$ en términos de dimensionalidad incrementada, es decir, en los efectos principales e interacciones de sus factores de entrada. Conociéndose esta descomposición como High Dimensionality Model Representation (HDMR).

$$f(X) = f_0 + \sum_{i=1}^k f_i(x_i) + \sum_i \sum_{j>i} f_{ij}(x_i, x_j) + \dots + f_{1,2,\dots,k}(x_1, x_2, \dots, x_k)$$

DESCOMPOSICIÓN EN SERIES DE FOURIER HAAR.

La descomposición de la función no es única, ya que existen muchas maneras de construir un HDMR.

Sin embargo, si las variables o factores de entrada son independientes, o no correlacionados, u ortogonales, se dice que la descomposición es única y que cada término se puede definir inequívocamente.

$$f_0 = E(Y)$$

$$f_i(x_i) = E(Y|x_i) - f_0$$

$$f_{ij}(x_i, x_j) = E(Y|x_i, x_j) - f_i(x_i) - f_j(x_j) - f_0$$

...

Donde $f_i(x_i)$ está asociada al efecto principal de x_i y $f_{ij}(x_{ij})$ está asociada con la interacción entre x_i, x_j .

En la década de los 90, Sobol basó la descomposición de la función $f(X)$ en una representación más general usando integrales multidimensionales. Resumiendo que f_0 debe ser una constante y que la integral de cualquier sumando sobre sus propias variables debe ser cero, es decir:

$$\Omega^k = (X|0 \leq x_i \leq 1; i = 1, \dots, k)$$

$$\int_0^1 f_i(x_i) dx_i = 0, \forall x_i \quad i = 1, 2, \dots, k$$

$$\iint_0^1 f_{ij}(x_i, x_j) dx_i dx_j = 0, \forall x_i, x_j \quad i < j$$

Como consecuencia de la descomposición y de las integrales, se tiene que todos los sumandos de la descomposición son ortogonales, ya que:

$$\int_{\Omega^k} f_{i_1, \dots, i_s} f_{j_1, \dots, j_l} dx = 0$$

De lo anterior Sobol menciona que la descomposición es única y que todos sus términos pueden ser evaluados a través de integrales multidimensionales.

$$f_0 = \int_{\Omega^k} f(X) dX$$

$$f_0(x_i) = \int_0^1 \dots \int_0^1 f(X) dX_{\sim i} - f_i(x_i) - f_j(x_j) - f_0$$

De igual manera es posible descomponer la varianza de la función $f(X)$.

$$V(Y) = \sum_i V_i + \sum_i \sum_{j>i} V_{ij} + \dots + V_{1,2,\dots,k}$$

Donde:

$$V_i = V(E(Y|x_i))$$

$$V_{ij} = V(E(Y|x_i, x_j)) - V_i - V_j$$

La varianza total D de $f(X)$ se define como:

$$D = \int_{\Omega^k} f^2(X) dX - f_0^2$$

Y la varianza parcial para cada término viene dada por:

$$D_{i_1, \dots, i_s} = \int_0^1 \dots \int_0^1 f^2_{i_1, \dots, i_s}(x_{i_1}, \dots, x_{i_s}) dx_{i_1} \dots dx_{i_s}$$

$$D = \sum_{i=1}^k D_i + \sum_i \sum_{j>i} D_{ij} + \dots + D_{1,2,\dots,k}$$

Los índices de sensibilidad:

$$S_{i_1, \dots, i_s} = \frac{D_{i_1, \dots, i_s}}{D}$$

Todos los índices de sensibilidad al final deben sumar uno (1):

$$1 = \sum_{i=1}^k S_i + \sum_i \sum_{j>i} S_{ij} + \dots + S_{1,2,\dots,k}$$

Ejemplo: Supongamos que tenemos dos factores de entrada en nuestro modelo.

$$f(X) = f_0 + f_1(x_1) + f_2(x_2) + f_{12}(x_1, x_2)$$

$$\int f_1(x_1) dx_1 = \int f_2(x_2) dx_2 = \int f_{12}(x_1, x_2) dx_1 = \int f_{12}(x_1, x_2) dx_2 = 0$$

$$D_1 = \int f_1^2(x_1) dx_1$$

$$D_2 = \int f_2^2(x_2)dx_2$$

$$D_{12} = \int \int f_{12}^2(x_1, x_2)dx_1dx_2$$

Donde la varianza total es igual a:

$$D = D_1 + D_2 + D_{12}$$

Variación total del modelo de salida con respecto a 1:

$$D_1^{tot} = D_1 + D_{12} = D - D_2$$

El índice de sensibilidad total de 1 esta dado por:

$$TS(1) = \frac{D_1^{tot}}{D} = S_1 + S_{12}$$

$$TS(1) = 1 - \frac{D_{\sim 1}}{D}$$

Estos índices de sensibilidad son efectivos para identificar no linealidad y efectos de interacción, pues, permiten tener órdenes superiores.

El tamaño de muestra requerido por FAST y Sobol depende de diversas variables tales como la frecuencia de búsqueda y otras. Para ver en detalle los requerimientos muestrales de estos métodos, ver Saltelli *et al.*, 1999.

3.4 MÉTODOS NO BASADOS EN LA VARIANZA.

3.4.1 ARITMÉTICA DE INTERVALOS. Klindt, 2000. Rocco, 2000.

La aritmética de intervalos es la única técnica no basada en la varianza, considerada en esta investigación. Dicha técnica nace debido a la necesidad de controlar los errores en los cálculos realizados en el computador.

Sea \mathbb{R} el conjunto de todos los números reales. Se entiende por intervalo X a un subconjunto de \mathbb{R} :

$$X = \{x: x \in \mathbb{R}, a \leq x \leq b, a, b \in \mathbb{R}, a \leq b\}$$

El conjunto de todos los intervalos se identificará con $I(\mathbb{R})$.

OPERACIONES ARITMÉTICAS CON INTERVALOS

- La suma $X + Y$ puede formularse en términos de los respectivos extremos de X y Y . Se obtiene la relación siguiente: $X + Y = [a, b] + [c, d] = [a + c, b + d]$
- La diferencia de dos intervalos X y Y se define como: $X - Y = [a, b] - [c, d] = [a - d, b - c]$
- El producto de dos intervalos $X \times Y$ es un intervalo, donde sus extremos se calculan de la siguiente manera: $X \times Y = [\min\{ac, ad, bc, bd\}, \max\{ac, ad, bc, bd\}]$
- Si X es un intervalo que no contiene el cero, se define su inverso como: $\frac{1}{X} = \left[\frac{1}{b}, \frac{1}{a}\right]$
- Si $0 \notin Y$, entonces X/Y es un intervalo cuyos extremos se calculan utilizando la fórmula: $\frac{X}{Y} = \frac{[a, b]}{[c, d]} = [a, b] \left[\frac{1}{d}, \frac{1}{c}\right]$

Para el AS en redes, es posible evaluar el algoritmo en el mínimo y máximo de cada variable de entrada. Por consiguiente resulta una imagen intervalo de salida que contiene información amplia de desempeño de la red, pues hemos considerado toda la variabilidad posible en las variables de entrada, suponiendo monotonía en el modelo. (Klindt, 2000).

Es importante señalar que la obtención del intervalo final también se puede efectuar a través de la aplicación de un problema de optimización, en el cual se busca obtener el máximo valor de $F(X_1, X_2, \dots, X_n)$ y el mínimo valor de $F(X_1, X_2, \dots, X_n)$ sujeto a los límites de variación de las variables $X_i = [a_i, b_i]$, para $i = 1, 2, \dots, n$, tal como se muestra a continuación:

Minimizar $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

sujeto a:

$$a_i \leq x_i \leq b_i$$

para todo $i = 1, 2, \dots, n$

Maximizar $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

sujeto a:

$$a_i \leq x_i \leq b_i$$

para todo $i = 1, 2, \dots, n$ donde $F(X_1, X_2, \dots, X_n)$ va a estar en el intervalo $[\text{Mínimo } f(x_1, x_2, \dots, x_n), \text{Máximo } f(x_1, x_2, \dots, x_n)]$, no obstante, es importante señalar que esta forma de resolver el problema no es a través de intervalo, sino es un problema de optimización generalmente no lineal, por lo que requiere de métodos de optimización global (hallar mínimo y máximo en función de los límites de las variables).

La técnica de intervalos puede utilizarse tanto para el estudio de parámetros imprecisos y estudiar su afectación sobre la salida, como para la realización de AS. En este sentido es muy eficaz debido a que permite hacer estos estudios, variando a todos los parámetros de una sola vez, lo que pareciera ser una situación más real que cuando se evalúa el efecto de cada parámetro sobre el resultado, ya que en los modelos que representan la realidad, pocas veces sucede esta situación, es decir, varía un solo parámetro y los demás se quedan constantes. (Klindt, 2000).

Sin embargo, la aplicabilidad de esta técnica disminuye cuando el modelo se hace más complicado, debido a que surgen los problemas antes mencionados. No obstante, en esos modelos “complejos” se garantiza que el intervalo de respuesta siempre va a contener el intervalo real, lo que implica que se puede tener una estimación gruesa de que es lo que sucede en ese modelo, lo cual puede resultar de mucha utilidad. (Klindt, 2000).

Los resultados calculados en forma de intervalo, contienen los efectos de la incertidumbre de los parámetros de entrada y, por tanto, las posibles soluciones

debidas a las variaciones de los mismos. El tamaño del intervalo asociado a la solución del problema es una medida de la sensibilidad, causada por la variación de los parámetros en un intervalo.

El siguiente capítulo, pone en práctica los postulados de algunos métodos vistos en la presente sección, a favor de modelos representados en redes. Para ello, se utiliza como función de desempeño al algoritmo de flujo máximo de Ford-Fulkerson (ver apéndice 1) por tratarse de una red en la que se desea obtener el flujo máximo. No obstante, el experimento puede replicarse con cualquier tipo de problema de redes.

CAPÍTULO 4. EXPERIMENTACIÓN

4.1 INTRODUCCIÓN

A partir de este capítulo se muestran los experimentos realizados con redes que se encuentran disponibles en Carrigy *et al.*, 2005. En esencia, se buscan las medidas de sensibilidad de alguno de los componentes de cada red en cuestión, de acuerdo con la oferta de métodos que se detallaron en el capítulo anterior. Ello conduce al cumplimiento del segundo objetivo específico de esta investigación indicado en el capítulo 1, por consiguiente se evidencia la posibilidad de hacer AS en redes.

En lo sucesivo, la misma red es sometida a la manera particular de muestreo que establece cada método implementado, tal como se describió en el Capítulo 3. Por ejemplo, recordemos que Morris calcula “efectos elementales” como medida de sensibilidad, en un espacio finito de realizaciones específicas de los factores de entrada generadas por trayectorias dentro de dicho espacio, determinado por un nivel de entrada ρ y un espacio k -dimensional. Luego, cada valor muestreado es evaluado en el algoritmo respectivo. Considerando todo el espacio muestral de las entradas y obtenida las salidas, se calculan los índices de sensibilidad propuesto por cada método estudiado en el capítulo anterior. De igual forma, agrupando los datos se obtienen resultados estadísticos que permiten hacer AI.

Cabe resaltar que la red utilizada como experimento tiene una o varias características que se identifican como variables continuas. Tal cualidad, sugiere un criterio de primera instancia para la escogencia de los métodos apropiados para aplicar a la red que se presenta a continuación. Luego en el apéndice 3 de este documento, el ensayo se aplica sobre una red con variables discretas.

Todos los cómputos obtenidos en el presente apartado, se deben al empleo del software SIMLAB (Simulation environment for uncertainty and sensitivity analysis), Saltelli *et al.*, 2000. Pero valga destacar, que otros software también proporcionan salidas para el AS y AI, tales como MatLab y el software libre R (de The R Foundation for Statistical Computing).

4.2 EXPERIMENTACIÓN

En la tabla 9 se muestra información relativa a la red denominada “DAI”, la misma que se observa en la ilustración 17. Esta red consta de 20 nodos y 30 enlaces. En las dos primeras columnas se identifica cada enlace, indicando un número entre su nodo de salida y el nodo de llegada. En la tercera columna se indica la capacidad de flujo de cada enlace; una característica de la red, de naturaleza continua. Por ejemplo, el enlace 1, que parte del nodo 1 y llega al nodo 6, tiene una capacidad de transportar 8 unidades de flujo. El nodo fuente de la red se identifica con s y el nodo de demanda de la red se identifica con t .

Tabla 9. Datos de la Red DAI de 20 nodos y 30 enlaces.

Enlace	Desde-hasta	Capacidad									
1	1,6	8	9	3,12	7	17	10,17	11	25	18, t	14
2	1,7	4	10	4,13	8	18	11,17	13	26	s ,1	11
3	1,8	9	11	4,14	15	19	12,20	13	27	s ,2	8
4	2,8	13	12	5,15	8	20	13,18	13	28	s ,3	11
5	2,9	7	13	6,16	10	21	14,18	4	29	s ,4	13
6	2,10	6	14	7,16	4	22	15,18	9	30	s ,5	6
7	3,10	5	15	8,16	7	23	16, t	15			
8	3,11	12	16	9,17	10	24	17, t	11			

El objetivo es determinar el flujo máximo posible que puede ir desde el nodo s al nodo t . Pero se supone que existe algún tipo de incertidumbre en la capacidad de transporte de flujo de los enlaces, porque la capacidad de los arcos de una red representa en dicho modelo cantidades empíricas (capaces de ser medidas en el pasado, presente o futuro). En Klindt, 2000, se afirma que las cantidades empíricas poseen incertidumbre por naturaleza y es el único valor que puede ser representado de manera apropiada por las probabilidades. “Nunca existirá certeza acerca del verdadero valor de una cantidad empírica. No importa que tan grande sea la precisión, no se puede realizar un experimento que mida la cantidad real sin error.” (Klindt, 2000).

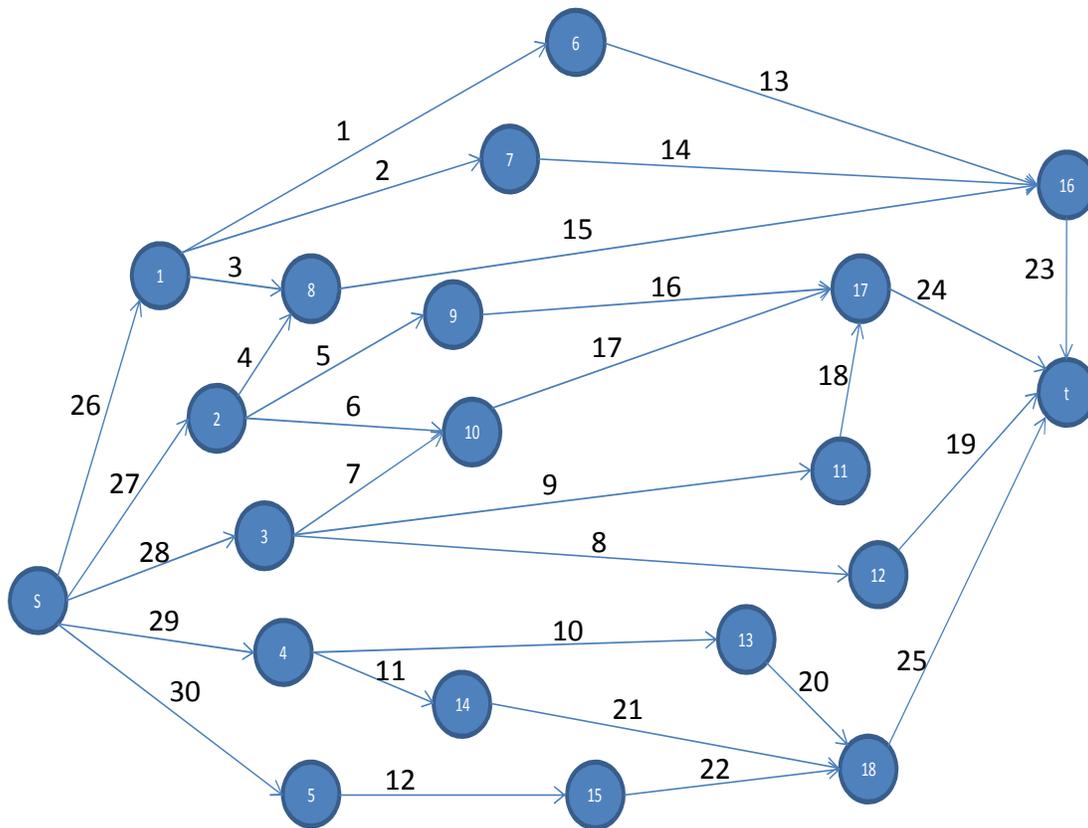
A efectos experimentales, se modeló la imprecisión supuesta asociando una distribución continua uniforme a la capacidad de los arcos de la red, ahora vista

como una variable aleatoria. Los parámetros de dicho modelo se muestran en la tabla 10.

Tabla 10. Parámetros de la distribución continua uniforme para la capacidad de flujo de los enlaces de la red "DAI"

Enlace	Capacidad	Enlace	Capacidad	Enlace	Capacidad	Enlace	Capacidad
1	[6;10]	9	[10;14]	17	[9;13]	25	[12;16]
2	[2;6]	10	[6;10]	18	[11;15]	26	[9;13]
3	[7;11]	11	[13;17]	19	[11;15]	27	[6;10]
4	[11;15]	12	[6;10]	20	[11;15]	28	[9;13]
5	[5;9]	13	[8;12]	21	[2;6]	29	[11;15]
6	[4;8]	14	[2;6]	22	[7;11]	30	[4;8]
7	[3;7]	15	[5;9]	23	[13;17]		
8	[2;6]	16	[8;12]	24	[9;13]		

Ilustración 17. Red "DAI" de 20 nodos y 30 enlaces.



A partir de esta información, se empieza a ensayar con cada método de AS. La muestra se evalúa en el algoritmo de flujo máximo de Ford-Fulkerson y se produce

un conjunto de datos (salida) de flujo máximo. Dicha salida es objeto de AS y AI, según las métricas que oferte cada método ensayado.

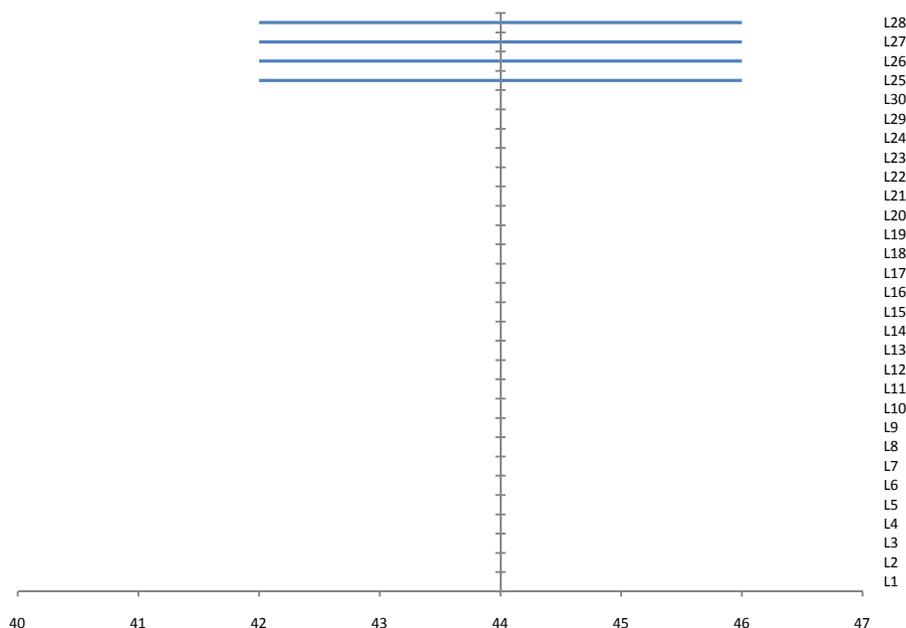
De entrada, es posible presentar el diagrama de tornado como un método gráfico de AI y AS, cuya información resultante se observa como “común denominador” en todos los métodos utilizados, pues, la información para graficar el tornado surge de la simulación de Monte Carlo, fijando todas las capacidades de flujo de los enlaces menos una; obteniendo gráficamente un rango de variación o swing del flujo máximo de la red, ante variaciones de una de las capacidades, manteniendo el resto en su valor nominal (constante).

Como se muestra en la ilustración 18, al variar sólo la capacidad de flujo del enlace 25 (L25) de DAI, la cual se supone que se distribuye uniformemente entre 12 y 16 unidades de flujo, es posible determinar con el diagrama de tornado, que el flujo máximo de la red DAI varía entre 42 y 46 unidades, fijando el resto de las capacidades (de L1 a L30, menos L25) en los valores nominales respectivos que se muestran en la tabla 9. Por ejemplo, L24 se fija 11 unidades de flujo.

La misma variación del flujo máximo se refleja al experimentar la variación de L26 y fijar desde L1 hasta L30, luego variar L27 menos desde L1 hasta L30, y luego al variar L28 y mantener en su valor nominal desde L1 a L30, y así sucesivamente.

De la variable salida se obtiene que el valor mínimo de flujo máximo observado es de 36 unidades y el valor máximo de flujo máximo obtenido es de 48. Asimismo, el valor promedio de flujo máximo es de 44, valor que se obtiene además al variar las capacidades de flujo de aquellos enlaces poco importantes en la red, es por ello que el “swing” de dichas capacidades es igual a cero (0). Dicho promedio es la intersección entre el eje vertical y horizontal de la ilustración 18.

Ilustración 18. Diagrama de tornado para el flujo máximo de la red DAI



Tal resultado es una primera medida de sensibilidad de la red, pues, el diagrama de tornado anterior ilustra que la incertidumbre en las capacidades de flujo de los enlaces 25, 26, 27 y 28 son las más importantes en la incertidumbre del flujo máximo de la red. No se observa que el flujo máximo de la red varíe, ante variaciones en las capacidades del resto de los enlaces, por lo que es posible afirmar, que tenemos evidencia empírica que indica que la incertidumbre en las capacidades de flujo de L1 a L24, L29 y L30, no es de importancia para la incertidumbre en el flujo máximo del sistema. Ello implica que las capacidades más sensibles son también las más susceptibles a ser objeto de toma de decisiones tales como, inversión de recursos (humano y/o financiero), a estrategias de interdicción, rediseño del sistema de red, y otros.

4.2.1 AS PARA LA RED “DAI” SEGÚN MORRIS

Recordemos que los parámetros que usa Morris son la media y la desviación estándar de los efectos elementales de cada variable de entrada en cuestión. Además, para cada factor, el método de Morris opera según niveles seleccionados que corresponden a los cuantiles de la distribución de cada factor, a efectos de

muestreo. En este experimento se seleccionaron ocho niveles, representados por los percentiles: 6.25, 18.75, 31.25, 43.75, 56.25, 68.75, 81.25 y 93.75.

En la ilustración 19 es posible observar las distintas combinaciones de parámetros con los cuales se mide la importancia de la capacidad de cada enlace, sobre el flujo máximo total de la salida de DAI.

En general, se observa que existen parámetros solapados, tal es el caso de L27 y L28, L24 y L30, y todas aquellas medias y desviaciones estándar iguales a cero, que agrupan aquellas capacidades de flujo que no tienen efecto alguno en el flujo máximo de DAI. Para corroborar dichas observaciones, es posible ver la tabla 11.

De la tabla 11 y la ilustración 19, queda en evidencia que las variables con mayor efecto sobre el flujo máximo de DAI son, las capacidades de flujo de L27, L28, L26, L25, L10 y 21. Además, se puede observar que las capacidades de L10, L25, L21 y L26 presentan algún efecto interacción con las capacidades de otros enlaces, pues la varianza de los efectos elementales es considerablemente alta. Por descarte podemos afirmar que los efectos conjuntos observados no pueden ser imputados a los enlaces L1-L19, L20, L22, L23, L29.

Ilustración 19. Gráfico de la media y desviación estándar del método de Morris

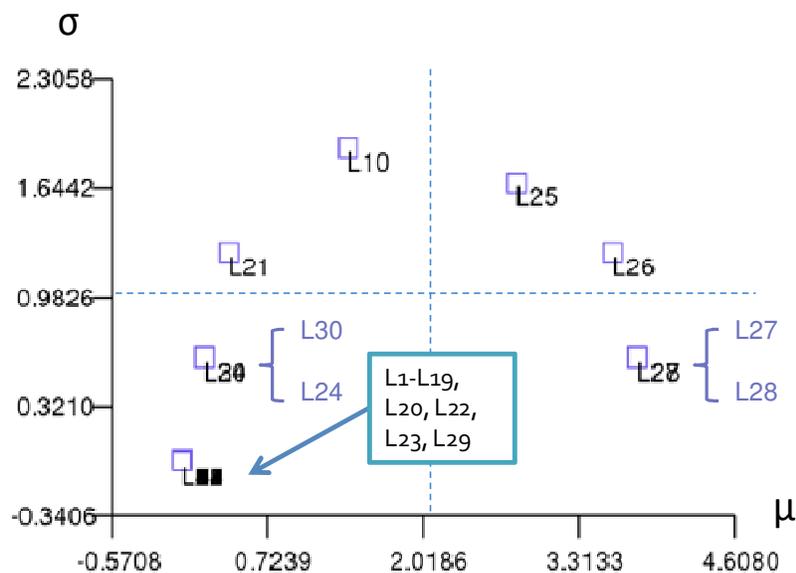


Tabla 11. Datos de la media y varianza resultantes del Método de Morris

Morris indexes	SALIDA FMAX	SALIDA FMAX2
Morris Index	Mu	Sigma
L10	1.4	1.8974
L25	2.8	1.6865
L26	3.6	1.2649
L21	0.4	1.2649
L27	3.8	0.6325
L28	3.8	0.6325
L24	0.2	0.6325
L30	0.2	0.6325
L1	0	0
L2	0	0
L3	0	0
L4	0	0
L5	0	0
L6	0	0
L7	0	0
L8	0	0
L9	0	0
L11	0	0
L12	0	0
L13	0	0
L14	0	0
L15	0	0
L16	0	0
L17	0	0
L18	0	0
L19	0	0
L20	0	0
L22	0	0
L23	0	0
L29	0	0

4.2.2 HYPERCUBO LATINO APLICADO A LA RED DAI

Recordemos que en este método se realiza un muestreo estratificado con la finalidad de ampliar los espacios de búsqueda de los factores de entrada. Y proporciona medidas de sensibilidad basadas en análisis de regresión lineal.

Entre las observaciones que se pueden extraer de la tabla 12, se encuentra que, según el valor del SRC para el enlace 25, cuando la capacidad de flujo de dicho enlace se varía (incrementa o disminuye) en 1%, el flujo máximo de la red varía (incrementa o disminuye, respectivamente) en 0,48%, manteniendo constante la capacidad de flujo del resto de los enlaces de la red. Dicho valor del SRC es el más alto comparado con el resto de los enlaces, es por ello que en la tabla 13, la capacidad de flujo del enlace 25 ocupa el primer lugar en el ranking según el SRC.

De acuerdo con el valor del PCC para el enlace 28, el porcentaje de variación del flujo máximo de la red relativo a su desviación estándar, que puede ser atribuido a una cambio de un 1% en la capacidad de flujo del enlace 28 con respecto a su

variabilidad promedio, es de 0,7629%. En palabras más sencillas, si expresamos el flujo máximo de la red como función lineal de la capacidad de flujo del enlace 28, resultaría una buena estimación en vista de que el grado de correlación parcial entre ambas variables es de 0,76, bastante cercano a uno. En la tabla 13, la capacidad de flujo del enlace 28 ocupa el segundo puesto.

Al observar los valores del PRCC y del SRRC, obtenidos con la sustitución de los datos reales por jerarquías u órdenes, es notable que la capacidad de flujo del enlace 26 ocupa el segundo lugar de importancia (ver tabla 13), mientras que de acuerdo con el PCC y el SRC dicha capacidad ocupa el tercer lugar de importancia. Esta comparación sugiere la existencia de una relación no lineal no considerada por el PCC y por el SRC, que ocasiona una subestimación de la importancia de la capacidad de flujo del enlace 26.

Por otra parte, en la misma tabla se observa que la capacidad de flujo del enlace 1, ocupa el mismo lugar de importancia (12) para PRCC, SRRC, PCC y SRC, ello implica que no existe relación no lineal entre L1 y el flujo máximo de la red.

Tabla 12. Índices de sensibilidad para el flujo máximo de la red DAI obtenidos con Hypercubo Latino

Sensitivity indexes	PEAR	SPEA	PCC	PRCC	SRC	SRRC	Smirnov
L1	0.00832626	0.00890139	0.0148078	0.0143265	0.0056604	0.00624693	0.0138444
L2	0.010643	0.00988978	0.0108746	0.00806818	0.0041564	0.00351756	0.0195556
L3	-0.000695*	0.000647*	0.000626	0.00372197	0.000239†	0.00162277	0.00611111
L4	0.012834	0.0131155	0.00518059	0.0058296	0.0019800†	0.00254167	0.0102667
L5	0.000928*	0.0031054*	-0.00621	-0.000236	-0.00237*	-0.000103*	0.0180667
L6	-0.00374*	-0.00469*	0.00499779	0.00187154	0.0019101†	0.000816	0.0145111
L7	0.00041*	0.00199723	0.00644339	0.00922232	0.0024627†	0.00402091	0.0103333
L8	0.00406211	0.00368115	-0.00728	-0.00687	-0.00278*	-0.003*	0.0101333
L9	0.0774925	0.0754791	0.184206	0.157961	0.0716298	0.0697431	0.121489
L10	0.040035	0.0385289	0.109523	0.0925627	0.0421092	0.0405253	0.0528667
L11	0.00378571	0.00387085	-0.00185	-0.00112	-0.000709†	-0.00049*	0.0170444
L12	-0.00558*	-0.00537*	-0.00162	-0.00127	-0.000618†	-0.000554*	0.00695556
L13	-0.00403*	-0.00368*	-0.000593	0.000177	-0.000227†	7.71E-05	0.0126444
L14	0.0102035	0.0119253	0.00623831	0.00992765	0.0023844†	0.00432863	0.0148444
L15	0.0136745	0.0154269	0.017281	0.0196817	0.0066054	0.00858192	0.0265333
L16	-0.00126*	-0.000807*	0.00246164	0.00289722	0.000941†	0.00126313	0.0112222
L17	0.00476713	0.00262759	0.00032	-0.00433	0.000122†	-0.00189*	0.0125333
L18	-0.00316*	-0.00349*	-0.00239	-0.00302	-0.000912†	-0.00132*	0.0101778
L19	-0.00348*	-0.00267*	-0.00205	-9.87E-05	-0.000783†	-4.3e-005*	0.00877778
L20	-0.000512*	-5.35e-005†	-0.00286	-0.00143	-0.00109*	-0.000625*	0.00766667
L21	0.0361039	0.0358503	0.0988121	0.086046	0.0379523	0.0376542	0.0391778
L22	-0.00369*	-0.00217*	-0.00501	-0.000981	-0.00192*	-0.000428*	0.0102222
L23	0.0626206	0.0596868	0.16335	0.137127	0.0632769	0.060349	0.107756
L24	0.0726337	0.0696406	0.183986	0.155372	0.0715337	0.0685647	0.125067
L25	0.478045	0.46949	0.782575	0.734453	0.480388	0.471767	0.437867
L26	0.450644	0.437636	0.762854	0.708711	0.450968	0.437991	0.373044
L27	0.4433	0.430589	0.761405	0.707143	0.448897	0.436022	0.375067
L28	0.448844	0.435718	0.762903	0.708554	0.451033	0.43779	0.376467
L29	-0.00772*	-0.00548*	-0.00867	-0.00282	-0.00331*	-0.00123*	0.0193333
L30	0.041387	0.039165	0.105376	0.0876313	0.0405089	0.0383608	0.0506

Tabla 13. Ranking de los índices de sensibilidad para el flujo máximo de la red DAI obtenidos con Hypercubo Latino

Ranks	PEAR	SPEA	PCC	PRCC	SRC	SRRC	Smirnov
L25	1	1	1	1	1	1	1
L26	2	2	3	2	3	2	4
L28	3	3	2	3	2	3	2
L27	4	4	4	4	4	4	3
L9	5	5	5	5	5	5	6
L24	6	6	6	6	6	6	5
L23	7	7	7	7	7	7	7
L30	8	8	9	9	9	9	9
L10	9	9	8	8	8	8	8
L21	10	10	10	10	10	10	10
L15	11	11	11	11	11	11	11
L4	12	12	19	17	19*	17	23
L2	13	14	13	15	13	15	12
L14	14	13	17	13	17*	13	16
L1	15	15	12	12	12	12	18
L29	16*	16*	14	22	14*	22*	13
L12	17*	17*	27	25	27*	25*	29
L17	18*	25*	30	18	30*	18*	20
L8	19*	20*	15	16	15*	16*	26
L13	20*	21*	29	29	29*	29	19
L11	21*	19*	26	26	26*	26*	15
L6	22*	18*	21	23	21*	23	17
L22	23*	26*	20	27	20*	27*	24
L19	24*	24*	25	30	25*	30*	27
L18	25*	22*	24	20	24*	20*	25
L16	26*	28*	23	21	23*	21	21
L5	27*	23*	18	28	18*	28*	14
L3	28*	29*	28	19	28*	19	30
L20	29*	30*	22	24	22*	24*	28
L7	30*	27*	16	14	16*	14	22

4.2.3 AS CON RBD

Random requiere un número de ejecuciones, originalmente independiente al número de variables entradas en el modelo (Saltelli *et al.*, 2008) (tal como se expuso en el capítulo 3). No obstante, por ser sus medidas de sensibilidad basadas en regresión lineal, se estima que el tamaño de la muestra sea no menor que 10 veces que el número de variables del modelo, al igual que Hypercubo Latino.

AS PARA EL FLUJO MÁXIMO DE LA RED DAI DE ACUERDO CON RANDOM

Las medidas de sensibilidad que se obtienen con Random, intentan ilustrar en general, la magnitud de la incertidumbre en la variable de salida que es explicada por la incertidumbre presente en las entradas, a través de una serie de coeficientes de correlación y coeficientes de regresión.

Las tablas 14 y 15 muestran las estimaciones de estas medidas de importancia para el flujo máximo de la red DAI. Los resultados son congruentes con los obtenidos con los métodos anteriores, fenómeno que no necesariamente es siempre así.

Tabla 14. Medidas de importancia para el flujo máximo de la red DAI obtenidos con Random

Sensitivity indexes	PEAR	SPEA	PCC	PRCC	SRC	SRRC	Smirnov
L1	0.0146608	0.0156275	0.0212614	0.021251	0.00814025	0.00926537	0.0301333
L2	0.0047701*	0.00554818*	0.012071	0.012659	0.0046207	0.0055183	0.0115333
L3	0.000415*	-1.7e-005*	0.00153527	0.000245	0.000588*	0.000107	0.00835556
L4	0.00157709*	0.00210385*	0.00914766	0.00906918	0.0035013	0.00395297	0.0177111
L5	-0.00508*	-0.00572*	-0.00743	-0.00813	-0.00284*	-0.00354*	0.0167111
L6	-0.00221*	-0.0027*	-0.000222	-0.00154	-8.52e-005*	-0.000672*	0.0126
L7	0.000184*	-0.000109*	0.00144215	0.000609	0.000552*	0.000265	0.0160222
L8	-0.00402*	-0.00498*	-0.00546	-0.00713	-0.00209*	-0.00311*	0.0116889
L9	0.0659791	0.0637429	0.185271	0.158017	0.0721688	0.0697573	0.114311
L10	0.0408857	0.0399502	0.10776	0.0925723	0.0414846	0.0405209	0.0394222
L11	0.00187953*	0.000955*	0.0053611	0.00265828	0.00205246*	0.00115892	0.00828889
L12	0.00300356*	0.00215761*	0.00372989	0.00139473	0.00142769*	0.000608	0.0100889
L13	0.00238372*	0.00210219*	-1.42E-06	-0.000547	-5.45e-007*	-0.000238*	0.00802222
L14	0.0136318	0.0136324	0.00860982	0.00816332	0.00329598	0.0035587	0.0197556
L15	0.0158163	0.0143982	0.022369	0.0168716	0.00856443	0.00735527	0.0214889
L16	-0.00247*	-0.00199*	-0.00937	-0.0071	-0.00359*	-0.00309*	0.0108444
L17	0.00173992*	0.00147935*	-0.00124	-0.00152	-0.000473*	-0.000661*	0.0112222
L18	0.00715495*	0.00771143	0.00536809	0.0063311	0.00205487*	0.00275983	0.0150667
L19	-0.00658*	-0.00705*	0.000614	-0.00102	0.000235*	-0.000445*	0.00922222
L20	0.00334471*	0.00351277*	-0.00152	-0.000811	-0.000583*	-0.000354*	0.008
L21	0.0381697	0.0366272	0.099913	0.0842651	0.0384338	0.036859	0.0480222
L22	-0.000723*	0.000769*	-5.47E-05	0.00344468	-2.09e-005*	0.00150174	0.0102222
L23	0.0632288	0.0606809	0.167935	0.142264	0.0652005	0.0626425	0.108511
L24	0.0749447	0.0708762	0.191412	0.159832	0.0746484	0.0705772	0.119089
L25	0.480383	0.470936	0.78097	0.732676	0.478607	0.46924	0.431733
L26	0.45027	0.437992	0.761299	0.70812	0.449447	0.437169	0.377244
L27	0.45328	0.44112	0.761399	0.708451	0.449538	0.437531	0.373156
L28	0.444806	0.431707	0.758431	0.704173	0.445428	0.432301	0.374311
L29	0.00820821	0.00618237*	-0.0033	-0.00697	-0.00126*	-0.00304*	0.0161778
L30	0.0355896	0.0360437	0.0999225	0.0887853	0.0384417	0.0388559	0.0436889

Tabla 15. Ranking de las medidas de importancia de Random para el flujo máximo de la red DAI ordenados según PEAR.

Ranks	PEAR	SPEA	PCC	PRCC	SRC	SRRC	Smirnov
L25	1	1	1	1	1	1	1
L27	2	2	2	2	2	2	4
L26	3	3	3	3	3	3	2
L28	4	4	4	4	4	4	3
L24	5	5	5	5	5	5	5
L9	6	6	6	6	6	6	6
L23	7	7	7	7	7	7	7
L10	8	8	8	8	8	8	10
L21	9	9	10	10	10	10	8
L30	10	10	9	9	9	9	9
L15	11	12	11	12	11	12	12
L1	12	11	12	11	12	11	11
L14	13	13	16	15	16	15	13
L29	14	16*	22	19	22*	19*	16
L18	15*	14	19	20	19*	20	18
L19	16*	15*	27	26	27*	26*	26
L5	17*	17*	17	16	17*	16*	15
L2	18*	18*	13	13	13	13	21
L8	19*	19*	18	17	18*	17*	20
L20	20*	20*	24	27	24*	27*	30
L12	21*	22*	21	25	21*	25	25
L16	22*	25*	14	18	14*	18*	23
L13	23*	24*	30	29	30*	29*	29
L6	24*	21*	28	23	28*	23*	19
L11	25*	27*	20	22	20*	22	28
L17	26*	26*	26	24	26*	24*	22
L4	27*	23*	15	14	15	14	14
L22	28*	28*	29	21	29*	21	24
L3	29*	30*	23	30	23*	30	27
L7	30*	29*	25	28	25*	28	17

4.2.4 IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO FAST PARA LA RED “DAI”

Recordemos que con los índices de primer orden de FAST se obtendría la contribución parcial de la capacidad de flujo de cada enlace, a la varianza del flujo máximo que puede ser transportado por la red DAI.

AI PARA EL FLUJO MÁXIMO DE LA RED DAI

La ilustración 20 muestra el histograma resultante de la evaluación de valores de la capacidad de flujo de los enlaces de DAI, en el algoritmo de Ford-Fulkerson¹⁴. De dicha evaluación se obtiene las respectivas ocurrencias del flujo máximo en dicha red. De igual forma, se resumen las estadísticas descriptivas en la tabla 16.

Ilustración 20. Histograma de frecuencias para el flujo máximo de la red DAI

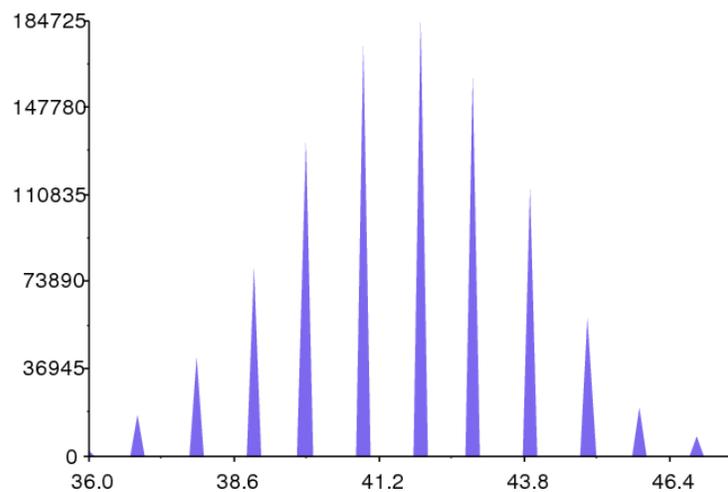


Tabla 16. Estadísticas descriptivas del flujo máximo de la red DAI

Resumen de estadísticas	
Mean	41.7
Variance	4.33
Standard deviation	2.08
Skewness	-0.034
Kurtosis	-0.25
T chebycheff test	0.0042

¹⁴ En el apéndice 1 se muestra la teoría del algoritmo de Ford-Fulkerson.

Resumen de estadísticas	
T test	0.0014

Con esta información, es posible hacer estimaciones por intervalos sobre la media poblacional del flujo máximo de la red. El rango del flujo máximo observado se encuentra entre 39 y 49 unidades de flujo. El promedio del flujo máximo que resulta de la red DAI es de 41,7 unidades con una varianza de 4,33 unidades de flujo, o en términos de la desviación estándar; la diferencia promedio entre los flujos máximos simulados y el flujo máximo promedio es de 2,08 unidades de flujo.

También, se muestra información acerca de la simetría y kurtosis de la distribución de frecuencias ilustrada. La simetría y la kurtosis pueden ser elementos diferenciadores en el análisis de incertidumbre, pues, la estimación por intervalos del valor medio de flujo máximo de la red distribuido simétricamente indica que los valores más probables se ubican alrededor de dicho intervalo estimado, mientras que si la distribución de la salida es asimétrica, los flujos máximos con mayor probabilidad de ocurrencia pudieran ser mayores o menores que la media de la distribución, según sea el caso.

Si se considera que el flujo máximo de DAI sigue una distribución no-normal, o simplemente no se tiene conocimiento sobre la función de distribución, entonces se usa la prueba de Tchebycheff para estimar la media poblacional, en cuyo caso las hipótesis se plantean de la siguiente manera:

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

El p-valor mostrado en la tabla 16, 0,0042, indica que hasta con un 99,58% $(1 - \alpha) \times 100 = (1 - 0,0042) \times 100 = 99,58\%$ de confianza no hay razones para rechazar la H_0 , es decir, no existen razones estadísticas para no asumir cierta que el flujo máximo promedio poblacional se encuentra en un intervalo estimado alrededor de 41,7 unidades de flujo.

Aún cuando se asumiera que el flujo máximo de DAI sigue una distribución normal, pero el tamaño de la muestra es demasiado pequeño como para garantizar una distribución normal a la media muestral, la prueba t de Student o Test-T puede aplicarse para la estimación de dicho estadístico. La tabla 16 también muestra el p-valor respectivo, 0,0014; la conclusión es idéntica a los resultados de la prueba de Tchebycheff.

AS PARA LA RED DAI

La medida de sensibilidad que ofrece FAST (Clásico) es un índice de contribución parcial de la variable de entrada, a la varianza de la variable de salida, o índice de primer orden. En este sentido, es posible visualizar tal índice de forma gráfica y tabular. La primera es proporcionada por la ilustración 21 y la segunda por la ilustración 22. En la primera se muestra un plano cartesiano en cuyo eje horizontal se representa el flujo máximo de la red DAI, y en el eje vertical, el índice de sensibilidad parcial de FAST. En la segunda, se ilustra un gráfico circular que muestra cómo está repartida la responsabilidad con respecto a la incertidumbre del flujo máximo, entre las distintas capacidades de flujo de los arcos de la red. Ambas ilustraciones cuentan con una leyenda que indica cuáles son los enlaces a los que se les imputa el índice (gráfico izquierdo) y el tamaño de la contribución de cada enlace (gráfico derecho).

Se puede apreciar a L25 como el enlace a cuya capacidad se le atribuye la mayor importancia en la incertidumbre, representada en este caso por la varianza del flujo máximo de DAI.

Numéricamente se observa en la tabla 17 que a la capacidad de flujo de L25 le siguen muy de cerca la de L26, L27 y L28. Luego, con cierta distancia se encuentra L9, y así sucesivamente.

Con todas estas representaciones del índice de sensibilidad de FAST, se observa además que por el valor de las contribuciones a la varianza del modelo, podemos agrupar los enlaces del mismo en tres grupos; aquellos cuya capacidad de flujo es de alta importancia para la varianza del flujo máximo de la red (L25, L26, L28 y

L27), aquellos cuya capacidad es de muy baja importancia para dicha varianza, y aquellos cuya responsabilidad sobre la varianza es prácticamente ninguna.

Esta clasificación se considera en esta investigación de gran significado para la toma de decisiones, pues, la finalidad de estos estudios debe ser el poder direccionar esfuerzos con cierta seguridad hacia las variables más sensibles, en virtud de reducir la incertidumbre total en el sistema, mejorando así su desempeño.

Por otra parte, también es posible notar que la suma de todos los índices totaliza 0,8685, un índice menor que uno. Ello sugiere la posible presencia de efectos de interacción entre las capacidades de flujo de los enlaces y/o el carácter no lineal de la red como modelo.

Ilustración 21. Índice de sensibilidad de FAST para el flujo máximo de la red DAI

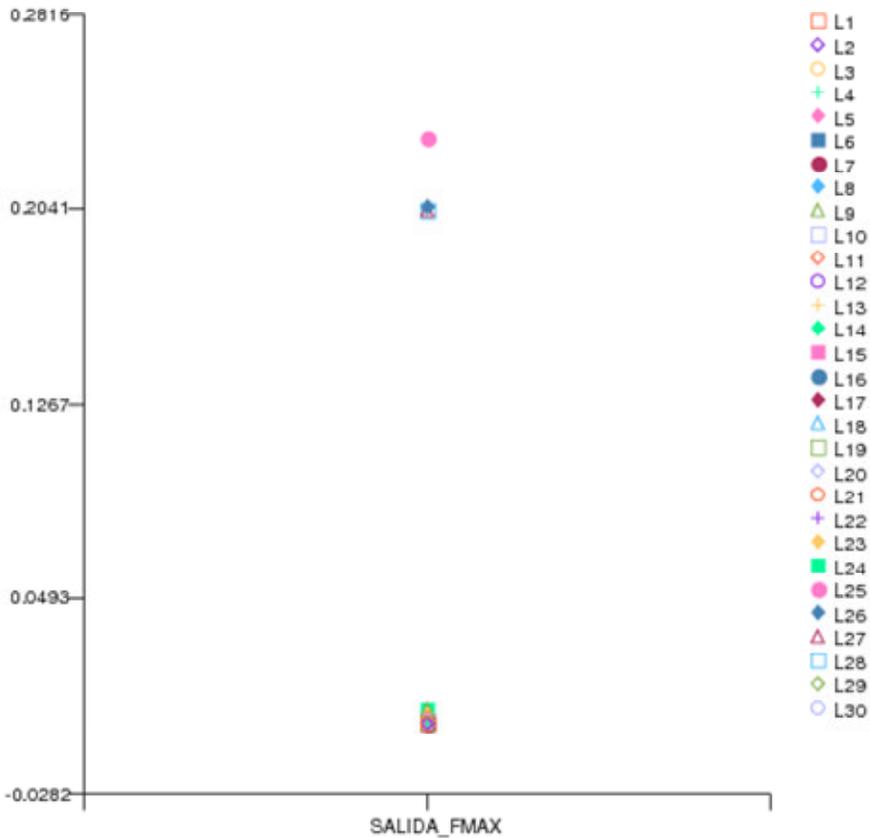


Ilustración 22. Distribución relativa del índice de sensibilidad de FAST.

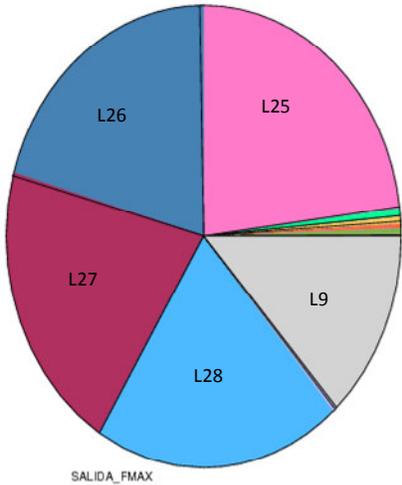


Tabla 17. Índices de sensibilidad de primer orden según FAST para el flujo máximo de la red DAI

Fast first order indexes	SALIDA FMAX
L25	0.2353
L26	0.2043
L28	0.204
L27	0.2034
L9	0.0057
L24	0.0057
L23	0.0041
L10	0.0019
L21	0.0018
L30	0.0018
L6	0.000271
L15	9.04E-05
L1	6.60E-05
L2	3.38E-05
L14	1.74E-05
L7	1.58E-05
L29	9.24E-06
L8	3.20E-06
L3	2.02E-06
L17	1.29E-06
L5	1.17E-06
L13	1.16E-06
L12	1.03E-06
L22	8.68E-07
L20	8.16E-07
L18	7.10E-07
L19	5.65E-07
L16	5.11E-07
L11	4.98E-07
L4	3.47E-07
total	0.8685

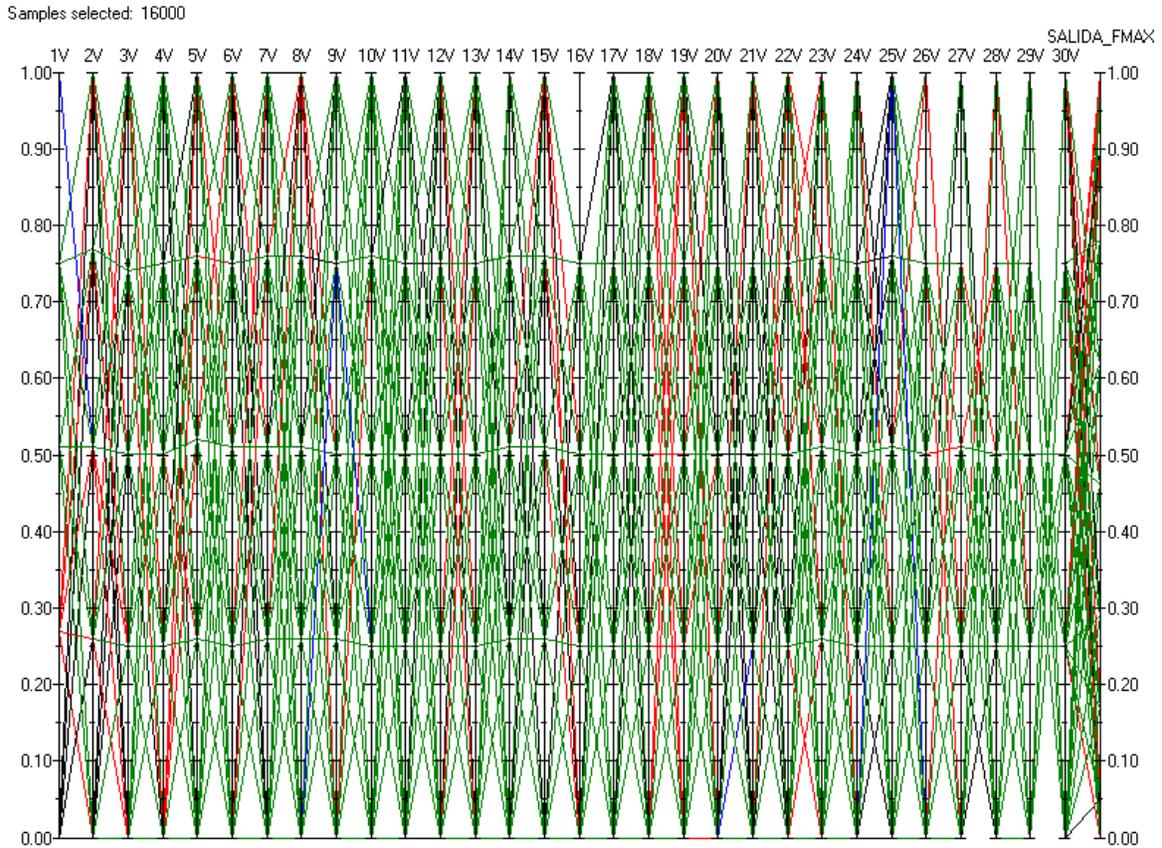
AS CON GRÁFICO DE TELARAÑA PARA EL FLUJO MÁXIMO DE LA RED DAI

A continuación, se muestra en este apartado un segundo método gráfico de AI y AS, el gráfico de telaraña.

En la ilustración 23 se muestran 31 ejes verticales (30 que miden las capacidades de flujo, una por cada enlace, y un eje de flujo máximo de la red). Matemáticamente, cada línea (o “tejido”) que une puntos de los ejes, es un vector

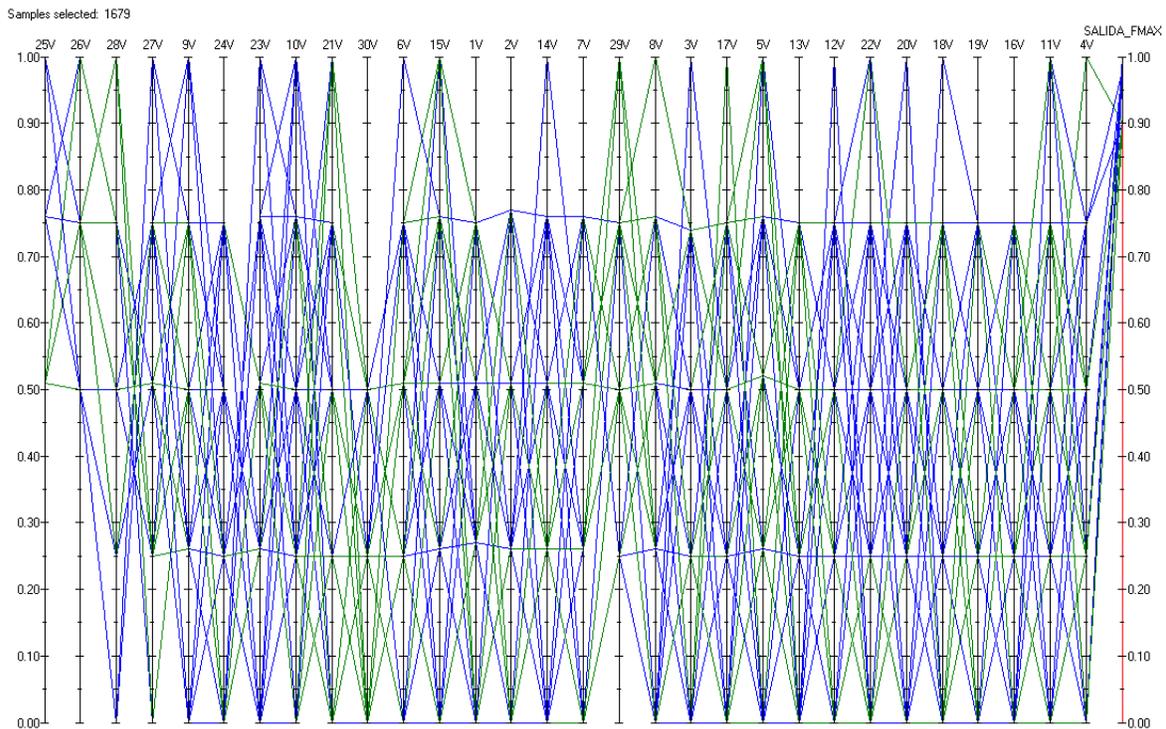
solución para la red. La escala de los 31 ejes está normalizada. En este caso, la muestra es generada tal como lo establece el método FAST.

Ilustración 23. Gráfico de telaraña para el flujo máximo de la red DAI



Si ordenamos los ejes según lo indica la tabla de índices de sensibilidad obtenida mediante la FAST, el gráfico de telaraña queda como sigue (ilustración 24):

Ilustración 24. Gráfico de telaraña para el flujo máximo de la red DAI con los ejes ordenados según el índice de sensibilidad de primer orden de FAST y representado el mayor desempeño posible de la red.



Esta última ilustración responde además a la siguiente pregunta:

- ¿Qué tendría que suceder en los enlaces para obtener de la red el 10% mayor de los flujos máximos posibles?

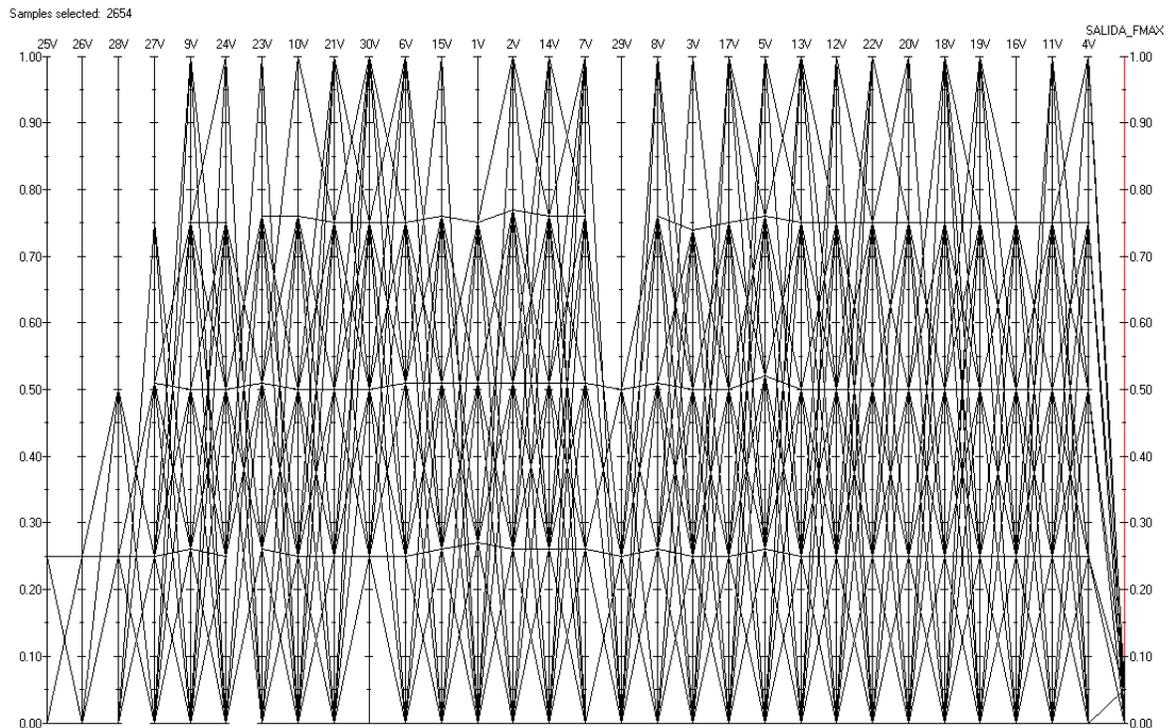
La respuesta se obtiene fijando los valores de la salida (eje identificado con SALIDA_FMAX en el gráfico de telaraña, ilustración 24) en el intervalo que engloba el 10% mayor de los datos obtenidos.

Entre otras observaciones, por los enlaces 25 y 26 tendrían que pasar flujos equivalentes al 50% mayor de los mismos. Cuando esto ocurre, por el enlace 30 sólo pasa el 50% menor de los flujos, por el enlace 29, el 75% mayor, y en la mayoría de los casos el 75% menor.

Es posible también responder otras interrogantes con esta herramienta:

- ¿De qué manera incide en el desempeño de la red, si por los enlaces que aportan mayor sensibilidad pasa la mayor cantidad de flujo posible, o si pasa la menor cantidad de flujo posible? O,
- ¿En cuáles casos la red presenta el menor desempeño posible?

Ilustración 25. Gráfico de telaraña para el flujo máximo de la red DAI con los ejes ordenados según el índice de sensibilidad de primer orden de FAST y representando el menor desempeño posible de la red



Esta última situación ocurre, según la ilustración 25, si por el enlace 25 y 26, pasan flujos equivalentes al primer cuartil. Por el enlace 29 pasa el 50% menor de los flujos, por el enlace 30; el 75% mayor, y en contraste con la situación inversa descrita anteriormente, en la mayoría de los casos, pasan el 75% menor de los flujos. Valga acotar, que siendo los enlaces 9, 24, 23 y 10, ocupantes del 5to lugar en adelante, en orden de importancia para la sensibilidad del desempeño de la red, en pocos casos podrían pasar los flujos máximos posibles o permitidos por estos enlaces, y aún así, la red tendría un desempeño mínimo (10% menor de los flujos máximos de salida).

4.2.5 EL MÉTODO DE SOBOL IMPLEMENTADO PARA LA SENSIBILIDAD DE LA RED DAI

De manera similar que FAST, Sobol propone una descomposición única de la varianza del modelo, determinando también un índice de sensibilidad mediante la estimación de integrales multidimensionales con simulación de Monte Carlo. SIMLAB también permite elegir qué orden se desea computar para los índices. A continuación se muestran los resultados.

En primer lugar, nuevamente se presentan las estadísticas que dan paso al AI. Seguidamente, los índices de sensibilidad de Sobol.

AI DEL FLUJO MÁXIMO DE LA RED DAI CON EL MÉTODO DE SOBOL

En la ilustración 26 se observa el histograma de frecuencias del flujo máximo de DAI, y en la tabla 18, las estadísticas descriptivas del flujo máximo de DAI, determinado con el muestreo establecido por Sobol. Los resultados son muy similares a los obtenidos con FAST. El mínimo flujo máximo observado es 36 unidades y el máximo flujo máximo observado es de 48 unidades, un rango un poco menos amplio que el obtenido por FAST.

Ilustración 26. Histogramas de frecuencias del flujo máximo de la red DAI, determinado bajo el método de Sobol

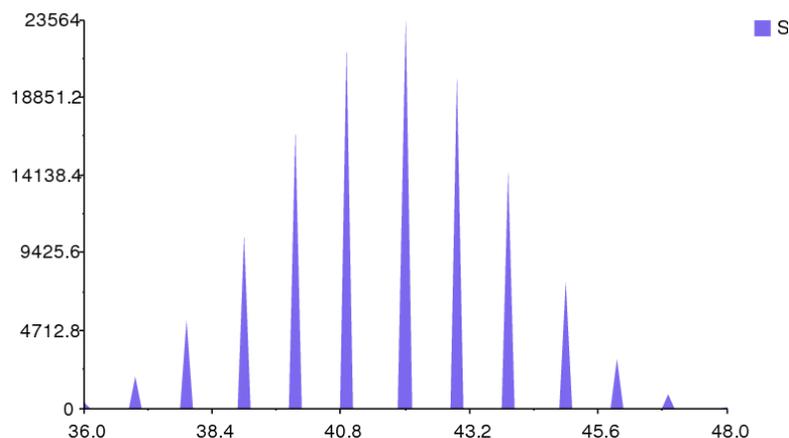


Tabla 18. Resumen de estadísticas descriptivas del flujo máximo de la red DAI, determinadas con el método de Solbol

Resumen de estadísticas	
Mean	41.75
Variance	4.34
Standard deviation	2.084
Skewness	-0.035
Kurtosis	-0.29
T chebycheff test	0.012
T test	0.004

AS CON ÍNDICES DE SEGUNDO ORDEN DE SOBOL.

En la ilustración 27 se muestran los índices de sensibilidad de Sobol. Entre las observaciones particulares y relevantes para este experimento, se puede anotar que los efectos de interacciones más importantes para el flujo máximo de la red DAI se encuentran L25 y L28,

Ilustración 27. Gráfico de índices de sensibilidad de segundo orden de Sobol para la red DAI

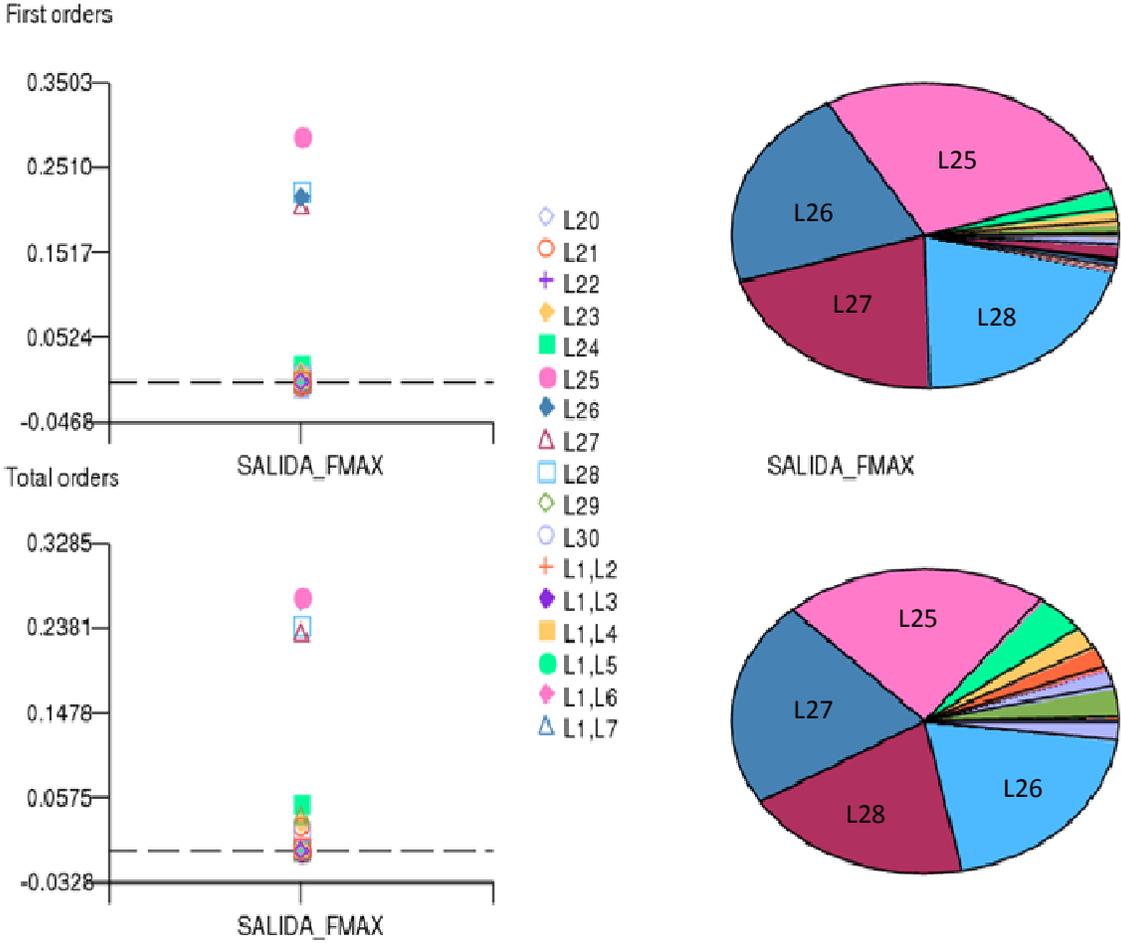


Tabla 19. Índices de segundo orden y total de Sobol

Enlaces	SALIDA_FMAX
L25	0.288637
Total L25	0.271449
Total L26	0.267462
Total L28	0.240348
Total L27	0.233714
L28	0.225505
L26	0.217947
L27	0.206388
Total L24	0.051758
Total L9	0.03951
Total L23	0.029821
Total L21	0.026185
Total L30	0.024876
L24	0.020805
Total L10	0.020511
L26,L28	0.013963
L23	0.013433
L10,L21	0.011121
L27,L28	0.010871
L9	0.010527
L21,L25	0.010433
L10	0.008434

Tabla 20. Índices interacción obtenidos con el método de Sobol

Enlaces	SALIDA_FMAX-Clos
L25,L28	0.514142
L25,L26	0.506584
L25,L27	0.495025
L26,L28	0.457415
L27,L28	0.442764
L26,L27	0.427865
L24,L25	0.309442
L23,L25	0.30207
L9,L25	0.299164
L21,L25	0.291573
L1,L25	0.29098
L25,L30	0.290791
L14,L25	0.288981
L15,L25	0.288856
L25	0.288637

4.3 OTRAS MEDIDAS DE IMPORTANCIA EN REDES

4.3.1 INTRODUCCIÓN

Hasta ahora se han estudiado en este trabajo especial de grado, algunas medidas de sensibilidad que se determinan con la conjunción de algoritmos de redes y el tratamiento de ciertas características de los elementos de las redes; susceptibles a fuentes de incertidumbre. Así como es posible considerar como una variable aleatoria, el flujo de una red o el camino más corto, también se pueden reconocer otros atributos de un sistema de red tal como la confiabilidad.

La confiabilidad es pues, una característica de los elementos de una red; la probabilidad de que dicho elemento falle. De nuevo, la confiabilidad es una variable de otras variables. La Ingeniería de Confiabilidad proporciona índices o medidas de importancia (MI) que permiten cuantificar el impacto que causa un elemento sobre la confiabilidad (o no confiabilidad) del sistema.

En esta sección, se obtiene otra medida de importancia, en la cual, la variable de salida es la confiabilidad de la red.

4.3.2 IMPORTANCIA BIRNBAUM (BI) (Rivero L., 2008)

Es una de las medidas de importancia más conocida y utilizada. Representa la máxima variación (pérdida) en la confiabilidad del sistema cuando el componente i pasa de la condición de perfecto funcionamiento a la condición de total falla. Está definida de la siguiente manera:

$$BI(t) = \frac{\partial R_s(t)}{\partial R_i(t)} = (R_s(t)|R_i(t) = 1) - (R_s(t)|R_i(t) = 0)$$

Donde:

$R_s(t)$: Confiabilidad del sistema en un tiempo t (Probabilidad de operación del sistema en un tiempo t)

$R_i(t)$: Confiabilidad del componente i en un tiempo t .

$(R_s(t)|R_i(t) = 1)$: Confiabilidad del sistema en un tiempo t dado que el componente i funciona perfectamente.

$(R_s(t)|R_i(t) = 0)$: Confiabilidad del sistema en un tiempo t dado que el componente i ha fallado.

También puede definirse en función de la no confiabilidad como sigue:

$$BI(t) = (Q_s(t)|Q_i(t) = 1) - (Q_s(t)|Q_i(t) = 0)$$

Donde:

$(Q_s(t)|Q_i(t) = 1)$: Probabilidad de falla del sistema en un tiempo t (no confiabilidad) dado que el componente i ha fallado.

$(Q_s(t)|Q_i(t) = 0)$: Probabilidad de falla del sistema en un tiempo t (no confiabilidad) dado que el componente i funciona perfectamente.

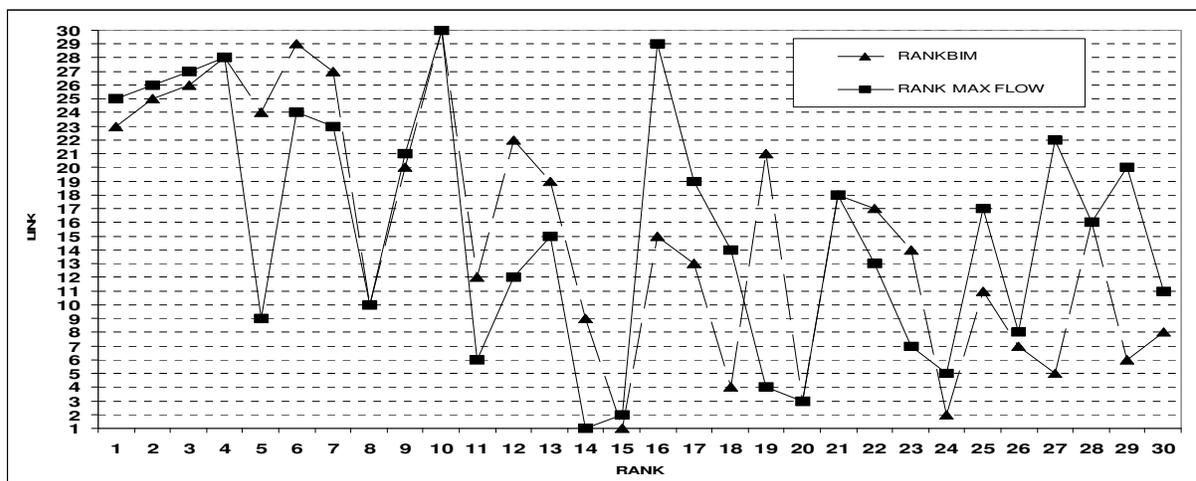
4.3.3 IMPORTANCIA BIRNBAUM EN REDES

Supongamos un sistema de energía eléctrica modelado mediante una red: cada nodo representa una subestación y cada arco, un enlace de transmisión que une dos subestaciones. Se supone que cada nodo o enlace tiene una característica asociada que representa, por ejemplo, su capacidad.

La importancia de un componente i (IC) se define como su contribución a una función del mérito de red específica (FOM) como la distancia entre dos nodos o el flujo máximo que la red podría transmitir, entre otros.

Por ejemplo, se supone que cada enlace de la red DAI tiene una confiabilidad de 0.95. La probabilidad que el flujo de máximo sea mayor o igual que 36 unidades es 0.7458. Bajo este escenario, la importancia de cada enlace podría ser evaluada usando la Medida de Importancia Birnbaum (MIB). La ilustración 28 muestra como el rango de componentes varía considerando el IC anterior y el MIB. Por ejemplo, el componente más importante usando IC es 26 considerando MIB que el componente más importante es 23.

Ilustración 28. Rank de los componentes de una red, según IC y MIB



Con el conjunto de ensayos anteriores, se ha podido realizar AS y AI en una red que representa un problema del flujo máximo, en la cual, las capacidades de flujo de los enlaces se ha asumido como variables continuas. En el apéndice 4 el lector podrá apreciar otros ensayos realizados sobre una red cuyas variables son de naturaleza discreta.

Una vez estudiado el marco teórico pertinente a este trabajo y habiendo conjugado los algoritmos de redes con las técnicas de sensibilidad disponibles en la literatura especializada, en el próximo capítulo se plantea una metodología general para realizar AS y AI en redes. Con ello, se garantiza que no solamente se pueden hacer los análisis experimentados. Con una metodología clara y precisa, cualquier analista-investigador podrá aplicar AS y AI a cualquier fenómeno representado en una red.

CAPÍTULO 5. METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD EN REDES

5.1 INTRODUCCIÓN

El presente apartado resume metodológicamente la motivación de este trabajo, identificada como un problema de IO. Es válido recordar que el problema está constituido por tres componentes principales; un conjunto de algoritmos que miden el desempeño de las redes, un conjunto de métodos de AS dispuestos para modelos de salida tales como $Y = F(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$, algunas medidas de importancia disponibles para redes, basadas únicamente en su topología, y la no consideración de las redes como modelos en cuya función de desempeño es posible evaluar la imprecisión de uno o más parámetros, mas el efecto de tal imprecisión en las salidas. De manera que, lo que resta es formular la metodología de trabajo para que un analista-investigador pueda realizar AS en modelos tipo redes y presentar los resultados al tomador de decisiones.

El analista-investigador que se disponga a hacer AS en redes, se enfrenta a un problema de selección de la técnica apropiada para alcanzar un objetivo propuesto. De entrada, pareciera que la definición del objetivo que persigue el analista despeja la incógnita acerca de la técnica de sensibilidad apropiada, no obstante, el problema radica en que diversas técnicas pueden resolver un mismo objetivo, a pesar de que las mismas puedan ser disímiles entre sí y los resultados que se obtienen con cada una de ellas también.

La solución que se propone en este documento, es establecer un ranking de las alternativas para la decisión del analista-investigador, mediante el Proceso Analítico Jerárquico (PAJ) desarrollado por Thomas Saaty. (Hernández, 2008) (Mondelo *et al.*, 1996)

Contar con un orden jerárquico del abanico de técnicas de AS, facilita el cumplimiento de la segunda fase de la metodología para hacer AS en redes, propuesta en la segunda parte de este capítulo.

5.2 COMPARACIÓN DE TÉCNICAS PARA EVALUAR EL EFECTO DE PARÁMETROS IMPRECISOS EN UNA RED

Empecemos por definir una serie de criterios con los cuales se perfila la selección de una técnica de AS. Estos criterios son una mezcla o combinación de los que se consideran en Klindt, 2000, en Saltelli *et al.*, 2008, y en Ravalico *et al.*, 2005, sumándose algunas consideraciones o adaptaciones propias. Los criterios a estudiar son siete:

1. Tipo de red.
2. Tamaño de la red.
3. Requisitos de información del método.
4. Tamaño mínimo de muestra requerida por el método.
5. Dificultad matemática.
6. Consideración de las interacciones entre los parámetros de entrada en la salida de la red.
7. Dificultad en la interpretación de los resultados.

Para poder valorar cada técnica de AS y AI desde el punto de vista de cada uno de los siete criterios anteriores, se utilizarán matrices de comparaciones apareadas. El objetivo es que el analista-investigador pueda expresar numéricamente en tales matrices, la preferencia de una técnica i con respecto a una técnica j por cada criterio específico. En la tabla 21 se definen los valores asignados al grado de preferencia entre las técnicas. La escala utilizada, la definición y la explicación corresponden a este trabajo de investigación.

Tabla 21. Escala de intensidad de fortaleza entre alternativas de técnicas de AS.

Grado de preferencia	Definición	Explicación
1	Indiferentes	Las dos técnicas de AS contribuyen igualmente al objetivo
2	Preferencia débil	Existe alguna evidencia para mostrar que una técnica de AS es más fuerte que la otra
3	Ligeramente preferente	Existe buena evidencia y un criterio lógico para mostrar que una técnica de AS es más fuerte
4	Preferencia algo robusta	Existe evidencia robusta y varios criterios lógicos para mostrar que una técnica de AS es más fuerte

Grado de preferencia	Definición	Explicación
5	Preferencia fuerte	Existe evidencia concluyente para mostrar la calidad de una técnica de AS sobre la otra
6	Preferencia suficientemente fuerte	Existe evidencia concluyente para mostrar la calidad suficiente de una técnica de AS sobre la otra
7	Preferencia muy fuerte	Existe mucha evidencia concluyente para mostrar la calidad de una técnica de AS sobre la otra
8	Preferencia casi absoluta	La evidencia a favor de una técnica de AS sobre la otra es del orden de afirmación alto
9	Preferencia absoluta	La evidencia a favor de una técnica de AS sobre la otra es del orden de afirmación más alto posible

Es importante aclarar, que aún cuando se habla de “preferencia” de una técnica sobre otra, tal decisión no obedece a juicios de valor o subjetividades del analista o del decisor, sino que la preferencia se basa en elementos teóricos y empíricos tales como los evidenciados en los Capítulos 3 y 4 del presente documento.

La tabla 22 muestra un ejemplo de cómo se realizarán las comparaciones. La matriz es simétrica, pues en la primera fila y columna aparecen las diferentes técnicas a comparar como alternativas de decisión. En la diagonal principal de la matriz se observarán valores unitarios, porque para todo criterio, una técnica i es siempre indiferente a una técnica j , cuando es $i = j$. El resto de los valores representarán igualmente la escala definida en la tabla 21, como lo ejemplifica el valor de la posición $a_{2,1} = 4$, que indica la preferencia absoluta del método Latin Hypercube sobre FAST, según un criterio X . La posición inversa, $a_{1,2} = 1/4$, es su valor recíproco.

Tabla 22. Ejemplo de matriz de comparaciones apareadas. Criterio X.

	FAST	Latin Hypercube	Morris	Random	Sobol	Intervalos
FAST	1	$a_{1,2} = \frac{1}{a_{2,1}} = 1/4$	$a_{1,3}$	$a_{1,4}$	$a_{1,5}$	$1/a_{6,1}$
Latin Hypercube	$a_{2,1} = 4$	1	$1/a_{3,2}$	$1/a_{4,2}$	$a_{2,5}$	$a_{2,6}$
Morris	$1/a_{1,3}$	$a_{3,2}$	1	$a_{3,4}$	$a_{3,5}$	$a_{3,6}$
Random	$1/a_{1,4}$	$a_{4,2}$	$1/a_{3,4}$	1	$1/a_{5,4}$	$1/a_{6,4}$
Sobol	$1/a_{1,5}$	$1/a_{2,5}$	$1/a_{3,5}$	$a_{5,4}$	1	$1/a_{6,5}$
Intervalos	$a_{6,1}$	$1/a_{2,6}$	$1/a_{3,6}$	$a_{6,4}$	$a_{6,5}$	1

5.2.1 CRITERIO 1: TIPO DE RED

El lector pudo observar que, en el capítulo 4, se aplicaron unas técnicas por la naturaleza de la característica de los enlaces de la red “DAI” (la capacidad de flujo de los enlaces). Luego en el apéndice 4, podrá percatarse que se dejan de aplicar alguna de estas técnicas. La naturaleza de la variable a la cual se hace referencia es su carácter continuo o discreta.

La distinción se debe principalmente a la forma de búsqueda de datos en la distribución asociada a cada factor de entrada. Por ejemplo, FAST utiliza derivadas e integrales (cálculos infinitesimales de una función). Para el caso discreto, algunos métodos como FAST buscarían en espacios finitos, haciéndolos poco confiables desde el inicio del proceso.

El tipo de red, marca una pauta al dejar a un lado la aplicación de algunas técnicas. Para este criterio, no es posible jerarquizar métodos, solo permite agrupar subconjuntos de dichos métodos. Más adelante, se indica en cuál paso se considera el tipo de red como criterio de selección de alternativas de métodos para AS.

5.2.2 CRITERIO 2: TAMAÑO DE LA RED

Se considera el tamaño de la red un criterio de selección porque a mayor cantidad de nodos y/o enlaces se consideren en el análisis, mayor serán los factores de entrada, y por ende mayor el costo computacional del método de AS. También, el número de muestras requerido por cada método por lo general está directamente relacionado al tamaño de la red. La tabla 23 ilustra por ejemplo, que con respecto al tamaño de la red como criterio, es indiferente elegir entre Random e Hypercubo Latino, pues ante una red de gran tamaño, ambos métodos operan de manera similar. Asimismo, resulta indiferente elegir aplicar aritmética de intervalos en una red que aplicar FAST, esto por la cantidad de operaciones de cálculo que hay que hacer en cada método. En general, se observa que con este criterio son preferidos los métodos de revisión preliminar (screening methods). Esto se debe a que tales métodos permiten “identificar las regiones críticas en la variación total” (Klindt,

2000) de la red y “descartar aquellas partes del modelo que no ejercen influencia alguna en el resultado” (Klindt, 2000).

Tabla 23. Matriz de comparaciones apareadas para el criterio 2: tamaño de la red

	FAST	Latin Hypercube	Morris	Random	Sobol	Intervalos
FAST	1	1/4	1/6	1/4	1/2	1
Latin Hypercube	4	1	1/2	1	4	9
Morris	6	2	1	1/2	6	9
Random	4	1	2	1	4	9
Sobol	2	1/4	1/6	1/4	1	1
Intervalos	1	1/9	1/9	1/9	1	1

Con las valoraciones mostradas por la tabla 23 se obtiene una nueva matriz normalizada dividiendo cada elemento $a_{i,j}$ entre la suma de los elementos de la columna j . Luego se calcula el promedio de los elementos de la fila i de la matriz normalizada w_i , lo que indica una jerarquía de los métodos con relación al tamaño de la red, como criterio de comparación. Esta nueva matriz se puede observar en la tabla 24. La última columna (w_i) evidencia lo indicado anteriormente, los métodos preferidos teniendo como criterio el tamaño de la red, son los métodos de revisión preliminar.

Tabla 24. Normalización de la matriz de comparaciones apareadas. Criterio 2: tamaño de la red

	FAST	Latin Hypercube	Morris	Random	Sobol	Intervalos	w_i
FAST	0.06	0.05	0.04	0.08	0.03	0.03	0.05
Latin Hypercube	0.22	0.22	0.13	0.32	0.24	0.30	0.24
Morris	0.33	0.43	0.25	0.16	0.36	0.30	0.31
Random	0.22	0.22	0.51	0.32	0.24	0.30	0.30
Sobol	0.11	0.05	0.04	0.08	0.06	0.03	0.06
Intervalos	0.06	0.02	0.03	0.04	0.06	0.03	0.04
	1	1	1	1	1	1	1.00

Con estos valores se calcula “un índice para validar la consistencia de los juicios que emite la unidad de decisión, estableciendo un rango de inconsistencia admisible que depende del orden de la matriz de juicios.” (Hernández, 2008).

Considerando el rango de la matriz en estudio, la razón de consistencia (RC) resultó igual a 0.047. Para el criterio que se viene analizando, las valoraciones obtenidas resultan adecuadas. Según Hernandez, 2008, “independientemente del orden de la matriz, si RC es menor o igual que 0.10, el grado de consistencia de los juicios emitidos resulta admisible, en caso contrario, pueden existir inconsistencias serias que originan resultados erróneos.”

5.2.3 CRITERIO 3: REQUISITOS DE INFORMACIÓN DEL MÉTODO.

Algunos métodos exigen más o menos información, unos llegan a exigir hasta niveles de búsqueda, tal como el método de Morris. Otros exigen sólo dos datos, como la aritmética de intervalos que solo requiere conocer el rango (mínimo y máximo) de cada factor de entrada. Otros exigen una semilla como punto de partida de generación de muestras y el número de ejecuciones.

Con respecto a la cantidad de requisitos de información que solicitan los métodos, se puede aseverar que la aritmética de intervalos es absolutamente preferida sobre el método de Morris, y fuertemente preferida sobre Random, pues es la técnica que requiere menos información (ver tabla 25).

Tabla 25. Matriz de comparaciones apareadas para el criterio 3: Requisitos de información

	FAST	Latin Hypercube	Morris	Random	Sobol	Intervalos
FAST	1	1	9	1	1	1/3
Latin Hypercube	1	1	3	1	1/3	1/7
Morris	1/9	1/3	1	1/3	1/7	1/9
Random	1	1	3	1	1	1/7
Sobol	1	3	7	1	1	1/3
Intervalos	3	7	9	7	3	1

A continuación se obtiene la normalización de la matriz de la tabla 25. El orden de preferencia de acuerdo con el criterio 3 es: Intervalos, Sobol, FAST, Random, Latin Hypercube, y Morris. Ver tabla 26.

Tabla 26. Normalización de la matriz de comparaciones apareadas. Criterio 3: Requisitos de información.

	FAST	Latin Hypercube	Morris	Random	Sobol	Intervalos	Wi
FAST	0.14	0.08	0.28	0.09	0.15	0.16	0.15
Latin Hypercube	0.14	0.08	0.09	0.09	0.05	0.07	0.09
Morris	0.02	0.03	0.03	0.03	0.02	0.05	0.03
Random	0.14	0.08	0.09	0.09	0.15	0.07	0.10
Sobol	0.14	0.23	0.22	0.09	0.15	0.16	0.16
Intervalos	0.42	0.53	0.28	0.62	0.46	0.48	0.47
	1	1	1	1	1	1	1.00

La RC resultó igual a 0.052, por ende las valoraciones obtenidas resultan adecuadas para el criterio en estudio.

5.2.4 CRITERIO 4: TAMAÑO DE MUESTRA REQUERIDA POR EL MÉTODO.

En la tabla 27 se hace evidente que la técnica que exige mayor número de muestras es FAST, luego le sigue Sobol, seguidamente el método de Morris, y el Random e Hypercubo Latino exigen la misma cantidad de muestras y son técnicas que muestras requieren menor cantidad de muestra que FAST y Sobol. En virtud de que la aritmética de intervalos exige solo dos datos, es absolutamente preferida sobre el resto de las técnicas. La tabla 28 ilustra mejor estas aseveraciones.

Tabla 27. Matriz de comparaciones apareadas para el criterio 4: Tamaño de muestra requerido

	FAST	Latin Hypercube	Morris	Random	Sobol	Intervalos
FAST	1	1/4	1/4	1/4	1	1/9
Latin Hypercube	4	1	1	1	4	1/9
Morris	4	1	1	1	4	1/9
Random	4	1	1	1	4	1/9
Sobol	1	1/4	1/4	1/4	1	1/9
Intervalos	9	9	9	9	9	1

Las técnicas menos preferidas para el criterio 4, son FAST y Sobol. Los métodos de revisión preliminar comparten un mismo valor de $w_i = 11$, lo que implica que es indiferente elegir entre estos tres métodos. Y el método con mayor jerarquía para el criterio en cuestión es la aritmética de intervalos.

Tabla 28. Normalización de la matriz de comparaciones apareadas. Criterio 4: Tamaño de muestra requerido por el método

	FAST	Latin Hypercube	Morris	Random	Sobol	Intervalos	W_i
FAST	0.04	0.02	0.02	0.02	0.04	0.07	0.04
Latin Hypercube	0.17	0.08	0.08	0.08	0.17	0.07	0.11
Morris	0.17	0.08	0.08	0.08	0.17	0.07	0.11
Random	0.17	0.08	0.08	0.08	0.17	0.07	0.11
Sobol	0.04	0.02	0.02	0.02	0.04	0.07	0.04
Intervalos	0.39	0.72	0.72	0.72	0.39	0.64	0.60
	1	1	1	1	1	1	1.00

La RC resultó igual a 0.054, por ende es posible afirmar que no existen inconsistencias serias que originan resultados erróneos en las valoraciones obtenidas.

5.2.5 CRITERIO 5: DIFICULTAD MATEMÁTICA

Aunque absolutamente todos los métodos se basan en formulaciones matemáticas, unos resultan más amigables que otras al tomador de decisiones, algunos llegan a ser difícil de entender. De manera que si el analista no posee la habilidad necesaria para aplicar alguna de las técnicas propuestas o la aplicación de la técnica sea cada vez más difícil por su propia naturaleza se corre el riesgo de que el ente decisor no entienda el proceso, lo que origina que éste desconfie del resultado.

Los niveles relativos de dificultad matemática intentan expresarse en la tabla 29. A menor dificultad matemática, mayor preferencia de dicha técnica. Así, se identifica el método de Morris como el más fácil de interpretar, pues sólo exige un conocimiento conceptual estadístico básico.

También la tabla 30 presenta información al respecto. El orden de preferencia considerando la dificultad matemática del método es: Morris, Intervalos, Random, Latin Hypercube, Fast y Sobol. La RC arrojó 0.064, valor admisible como grado de consistencia de los juicios emitidos al comparar las técnicas con el criterio 5.

Tabla 29. Matriz de comparaciones apareadas para el criterio 5: Dificultad matemática

	FAST	Latin Hypercube	Morris	Random	Sobol	Intervalos
FAST	1	1/3	1/9	1/3	1	1/7
Latin Hypercube	3	1	1/7	1	3	1/3
Morris	9	7	1	3	9	7
Random	3	1	1/3	1	3	1/3
Sobol	1	1/3	1/9	1/3	1	1/7
Intervalos	7	3	1/7	3	7	1

Tabla 30. Normalización de la matriz de comparaciones apareadas. Criterio 5: Dificultad matemática.

	FAST	Latin Hypercube	Morris	Random	Sobol	Intervalos	W_i
FAST	0.04	0.03	0.06	0.04	0.04	0.02	0.04
Latin Hypercube	0.13	0.08	0.08	0.12	0.13	0.04	0.09
Morris	0.38	0.55	0.54	0.35	0.38	0.78	0.50
Random	0.13	0.08	0.18	0.12	0.13	0.04	0.11
Sobol	0.04	0.03	0.06	0.04	0.04	0.02	0.04
Intervalos	0.29	0.24	0.08	0.35	0.29	0.11	0.23
	1	1	1	1	1	1	1.00

5.2.6 CRITERIO 6: CONSIDERACIÓN DEL EFECTO DE INTERACCIÓN ENTRE LOS PARÁMETROS DE ENTRADA Y LA NO LINEALIDAD DE LA RED.

Una debilidad de algunos métodos, es que el índice de sensibilidad resultante mide parcialmente la importancia del factor de entrada en la incertidumbre al obviar la posible interacción entre factores, propias de los modelos no lineales. Tal consideración puede resultar útil para el objetivo final de los AS (la toma de decisiones) en virtud de que dirigir esfuerzos hacia aquellos elementos de la red que produzcan sinergia sobre la incertidumbre total del sistema, puede resultar a veces más eficiente que destinar recursos en la incertidumbre de un elemento por separado. Las tablas 31 y 32 muestran que los métodos FAST y Sobol permiten tener una medida de importancia de la interacción entre las características de los elementos de la red (considerados como inciertos). En segundo lugar, se reconoce el método de Morris quien proporciona la varianza de los efectos elementales como una medida de la existencia o no de efectos no aditivos, no lineales o efectos interacción. La RC resultó igual a 0.08.

Tabla 31. Matriz de comparaciones apareadas para el criterio 6: Interacciones y no linealidad en la red

	FAST	Latin Hypercube	Morris	Random	Sobol	Intervalos
FAST	1	5	5	7	1	9
Latin Hypercube	1/5	1	1/7	1	1/5	1
Morris	1/5	7	1	7	1/5	7
Random	1/7	1	1/7	1	1/7	1
Sobol	1	5	5	7	1	9
Intervalos	1/9	1	1/7	1	1/9	1

Tabla 32. Normalización de la matriz de comparaciones apareadas. Criterio 6: Interacciones y no linealidad en la red

	FAST	Latin Hypercube	Morris	Random	Sobol	Intervalos	W_i
FAST	0.38	0.25	0.44	0.29	0.38	0.32	0.34
Latin Hypercube	0.08	0.05	0.01	0.04	0.08	0.04	0.05
Morris	0.08	0.35	0.09	0.29	0.08	0.25	0.19
Random	0.05	0.05	0.01	0.04	0.05	0.04	0.04
Sobol	0.38	0.25	0.44	0.29	0.38	0.32	0.34
Intervalos	0.04	0.05	0.01	0.04	0.04	0.04	0.04
	1	1	1	1	1	1	1.00

5.2.7 CRITERIO 7: DIFICULTAD EN LA INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS.

A parte de la dificultad matemática, la presentación de resultados puede resultar más o menos fácil de interpretar, dependiendo de cada método, y del nivel de conocimiento del decisor. No es lo mismo, observar el gráfico cartesiano de media y varianza de efectos elementales proporcionado por Morris o un sencillo intervalos, que la tabla de coeficientes de regresión que proporciona Random e Hypercubo Latino.

La orden de preferencias normalizada cuando el criterio de comparación es la interpretación de los resultados es: Intervalos, Morris, FAST y Sobol, Random y Latin Hypercube. Asimismo, la RC obtenida es 0.019, la menos RC obtenida en los últimos 6 criterios.

Tabla 33. Matriz de comparaciones apareadas para el criterio 7: Interpretación de resultados

	FAST	Latin Hypercube	Morris	Random	Sobol	Intervalos
FAST	1	3	1/3	3	1	1/3
Latin Hypercube	1/3	1	1/7	1	1/3	1/9
Morris	3	7	1	7	3	1/3
Random	1/3	1	1/7	1	1/3	1/9
Sobol	1	3	1/3	3	1	1/3
Intervalos	3	9	3	9	3	1

Tabla 34. Normalización de la matriz de comparaciones apareadas. Criterio 7: Interpretación de resultados

	FAST	Latin Hypercube	Morris	Random	Sobol	Intervalos	W_i
FAST	0.12	0.13	0.07	0.13	0.12	0.15	0.12
Latin Hypercube	0.04	0.04	0.03	0.04	0.04	0.05	0.04
Morris	0.35	0.29	0.20	0.29	0.35	0.15	0.27
Random	0.04	0.04	0.03	0.04	0.04	0.05	0.04
Sobol	0.12	0.13	0.07	0.13	0.12	0.15	0.12
Intervalos	0.35	0.38	0.61	0.38	0.35	0.45	0.42
	1	1	1	1	1	1	1.00

Como puede notarse, la toma de decisiones es medio a la vez una finalidad. En la tabla 35 se resumen los niveles de preferencia resultantes de los cálculos de jerarquía agregada, dichos niveles de preferencia se presentan en un rango [0,1]. En ella es posible visualizar que, tomando como criterio la exigencia de cantidad de información, el tamaño de muestras y la interpretación de resultados, la técnica AS y AI con más fortaleza es la aritmética de intervalos. Solo en cuanto a dificultad matemática y la consideración de las interacciones entre factores de entrada, domina el método de Morris y Sobol, respectivamente.

Suponiendo verdadera una estructura de ponderaciones tal como la que se ilustra en la tabla 36, en la cual se asigna un peso a cada criterio, es factible obtener una jerarquía según se enseña en la tabla 37. La asignación de las ponderaciones por criterio es a discreción del autor.

Tabla 35. Niveles de preferencia normalizada por criterio

Métodos	Criterios					
	2	3	4	5	6	7
FAST	0.05	0.04	0.15	0.04	0.34	0.12
Latin Hypercube	0.24	0.11	0.09	0.09	0.05	0.04
Morris	0.31	0.11	0.03	0.50	0.19	0.27
Random	0.30	0.11	0.10	0.11	0.04	0.04
Sobol	0.06	0.04	0.16	0.04	0.34	0.12
Intervalos	0.04	0.60	0.47	0.23	0.04	0.42

Tabla 36. Ponderación de criterios

Criterios	Pesos
Tamaño de la Red	0.05
Información	0.05
Muestra	0.15
Dificultad	0.05
Interacciones	0.30
Interpretación	0.40

Tabla 37. Ranking de técnicas para AS en redes

Métodos	Vector multicriterio de preferencias	Jerarquía
FAST	0.178	4
Latin Hypercube	0.065	6
Morris	0.215	2
Random	0.070	5
Sobol	0.181	3
Intervalos	0.291	1

5.3 PERFIL METODOLÓGICO PARA EL AS EN REDES.

5.3.1 FASE 1. ESTUDIO PRELIMINAR

Del estudio preliminar se desprende que, la metodología para evaluar parámetros imprecisos en redes se inicia con:

1. Establecer cuál es el objetivo del análisis y contar con una red como modelo representativo de la situación que se desea analizar¹⁵.

¹⁵ El diseño de redes no es competencia de esta investigación. No obstante se identifica la disponibilidad de una red, como una necesidad para el análisis de sensibilidad de la misma. A efectos de la experimentación en este trabajo se contó con las redes disponibles en la literatura. Para el diseño de redes se recomienda trabajos como el de Hernández, I. 2009.

2. Identificar las fuentes de incertidumbre en la red en estudio y decidir cuáles de sus variables se desea incluir en el AS y AI.
3. Asignar una distribución de probabilidad para cada una de las variables elegidas considerando si las variables de la red son discretas o continuas. Esto puede ser:
 - i) Tomada de la literatura; o
 - ii) Basada en las opiniones de expertos
 - iii) Puede ser un sistema de pesos iguales o cuando se tenga alguna información previa sobre la probabilidad, entonces se estructura un sistema con pesos diferentes.
 - iv) No se define una estructura de correlación entre factores de entrada, por establecer el supuesto de independencia entre dichos factores. Esto, a efectos de simplificación del análisis.

5.3.2 FASE 2. SELECCIÓN DE UNA TÉCNICA DE SENSIBILIDAD IDÓNEA PARA EL TIPO DE RED EN CUESTIÓN Y SEGÚN EL OBJETIVO ESTABLECIDO EN EL PASO 1.

4. Del conjunto de técnicas disponibles, se tienen aquellas que están basadas en la varianza, todas ellas con formas de muestreo particulares que debe considerarse dependiendo del tipo de variable en cuestión. Si las características de la red son discretas o continuas, depende la elección de un método para el AS. Otras técnicas, no basadas en la varianza, como la aritmética de intervalos, pueden aplicarse a cualquier tipo de redes. No obstante, de acuerdo con otros atributos tales como la dificultad matemática, la aritmética de intervalos puede resultar más ardua que otras técnicas.

Otro criterio de selección radica en cuál técnica responde el objetivo propuesto en el paso 1. Por ejemplo, si el objetivo es principalmente cualitativo, la mejor técnica para tal fin es el Método de Morris, mientras que si el objetivo es responder una pregunta específica, por ejemplo; ¿en cuánto contribuye la capacidad de transporte de un enlace, a la incertidumbre total de una red?, la técnica apropiada puede ser Random.

En fin, si el objeto del experimento es investigativo o por el contrario, sencillamente cuantitativo, se elige una técnica u otra.

Un tercer criterio de selección es el número de evaluaciones requeridas por cada método, con lo cual hay que considerar el número de factores de entrada provenientes de la red, incluidos en el análisis. Si una red tiene un número significativo de nodos y enlaces, es apropiado elegir un método que requiera menos cantidad de evaluaciones. Este último criterio depende directamente de la topología de la red. Cada técnica de sensibilidad condiciona un número de evaluaciones requeridas. Algunas técnicas requieren mayor número de evaluaciones que otras, mientras mayor número de características de la red estén involucradas en el análisis, mayor número de evaluaciones serán requeridas. Este paso queda cubierto por el apartado anterior, por lo cual se propone el siguiente esquema de toma de decisiones de alternativas jerarquizadas, a fin de que el analista-investigador cuente con un orden de las alternativas que puede seleccionar a la hora de hacer AS en redes. Ver ilustración 29.

Ilustración 29. Esquema de selección multicriterio de métodos de AS en redes



5. Generar la muestra de los factores de entrada (usando software como SimLab, R, MatLab, UNICORN y otros). La generación de muestra se

realiza según el método seleccionado, las especificaciones de los parámetros internos del método, y el tamaño de muestra seleccionado.

6. Evaluar la muestra generada en el algoritmo de solución para la red y producir la salida de la misma.

5.3.3 FASE 3. HACER EL AI Y AS.

7. Calcular las medidas de importancia correspondientes.
8. Generar los cuadros y gráficos relativos al AI y AS.
9. Describir los resultados obtenidos.
10. Ilustrar con métodos gráficos alternativos, a saber, tornado y/o gráfico de telaraña.
11. Hacer conclusiones y recomendaciones.

Los pasos recién detallados se ilustran en el siguiente flujograma propuesto para este trabajo (ver ilustración 30):

Ilustración 30. Flujograma de la metodología para la comparación y selección de métodos para el AS-AI en redes.

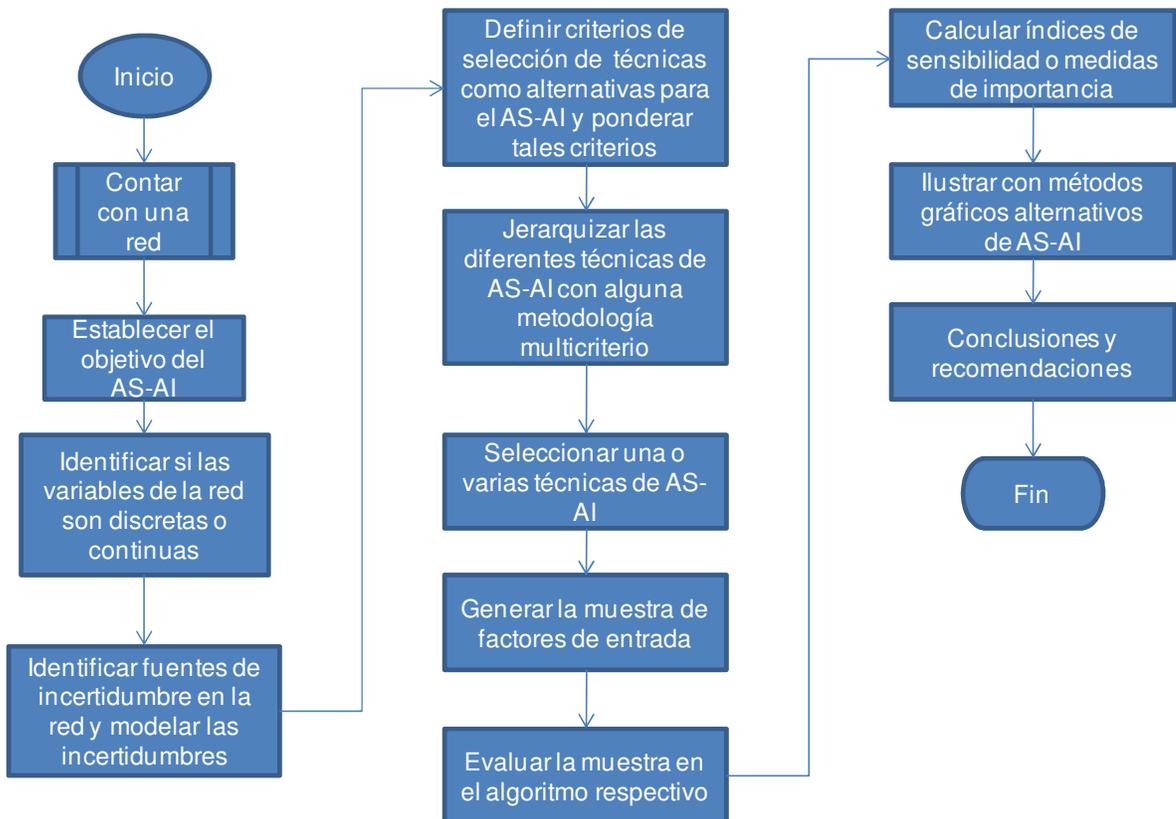
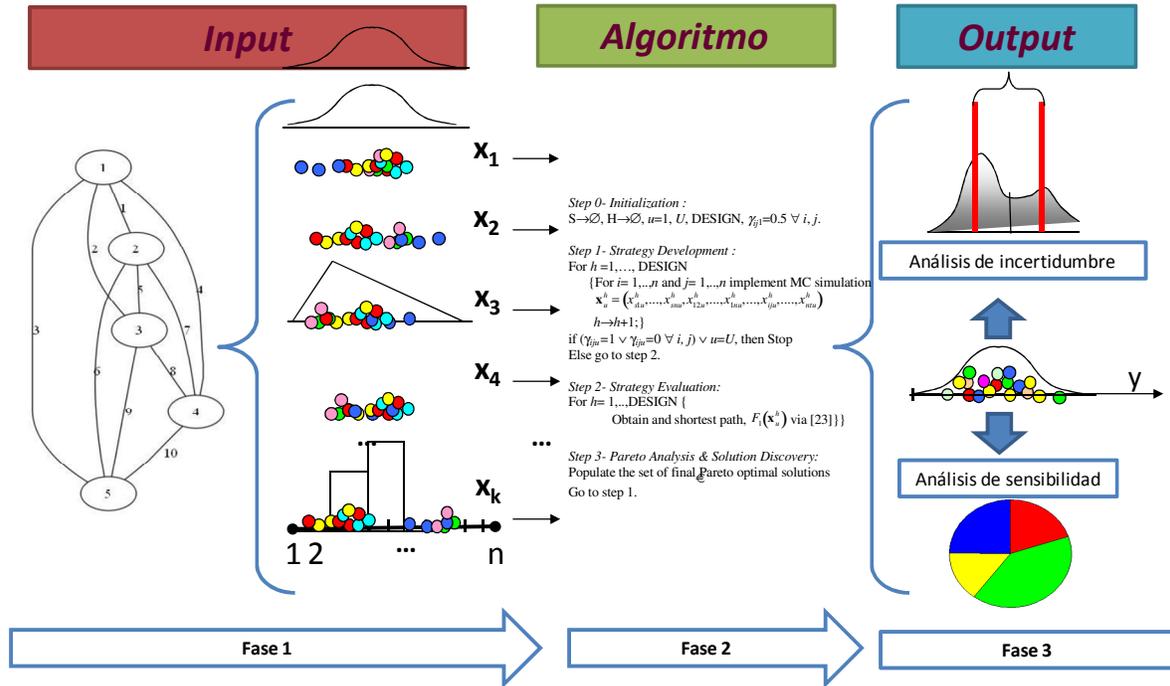


Ilustración 31. Resumen metodológico para el AS en redes. Adaptación al esquema propuesto por Saltelli y Campolongo, 2002.



La ilustración 31, es una adaptación al esquema propuesto por Saltelli y Campolongo, 2002. Este esquema instruye los requerimientos básicos en la metodología propuesta. En primer lugar, una red modelo representativo de un fenómeno real, segundo, modelar la incertidumbre de las características de los elementos de la red mediante distribuciones de probabilidad y simular el comportamiento de dichos elementos (generar la muestra). Tercero, utilizar la herramienta propia para medir desempeño del sistema, los algoritmos, para calcular un conjunto de salidas, una por cada vector de entrada muestreada. Por último, calcular las medidas de importancia y hacer comparación de estas. O sea, hacer AS y AI a la red.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El análisis de sensibilidad en redes es el estudio de los efectos significativos que ejerce la variabilidad (incertidumbre) de las características asociadas a los componentes de una red (nodos y enlaces) sobre la variabilidad (incertidumbre) en el comportamiento de las mismas, mediante la determinación de sus contribuciones relativas, denominadas medidas de importancia o índices de sensibilidad; integrando los algoritmos de evaluación del comportamiento de las redes y los métodos de AI y AS disponibles en la actualidad.

Al considerar el contenido probabilístico de las cualidades de los nodos y/o enlaces en la evaluación del comportamiento de sistema modelado con una red; los problemas tales como la ruta más corta, el flujo máximo, el árbol de mínima expansión, y otros, se podrían catalogar como una forma de evaluación estocástica de redes. Siendo así, se reconoce que la incertidumbre es la variable de una variable en la red. Tal incertidumbre hace que de todos los enlaces y/o nodos de una red, algunos sean más importantes que otros para el desempeño de la misma, desempeño que se torna incierto

La importancia de los elementos de una red se mide de diversas formas, de hecho, todo modelo cuenta con un abanico de alternativas de medición de la sensibilidad de los factores que lo componen. Pero las redes son un tipo especial de modelo por la dificultad o especificidad en la medición de su desempeño. Por otra parte, hasta ahora las medidas de importancia en redes consideradas en los antecedentes a esta investigación, son basadas exclusivamente en la topología de éstas, o por funciones de desempeño específicas tales como las medidas de importancia en el área de confiabilidad.

El análisis de la topología permite detectar comportamientos básicos sin tener que analizar el sistema funcionalmente. En cambio el análisis de sensibilidad no basado en la topología, desarrollado en el presente documento, analiza en funcionamiento del sistema modelado mediante una red.

Al no poder evaluar el comportamiento de una red mediante una función explícita, se desechan un conjunto de técnicas de AS encontradas en la literatura, como la

expansión de las Series de Taylor y el método de agregación de las tolerancias, entre otras. De igual forma, en este trabajo se adapta la técnica de aritmética de intervalos, evaluando el desempeño de la red cuando las características en cuestión de los enlaces y/o nodos se encuentran todas en el mínimo y máximo de su realización.

Por otra parte, se concluye que no hay un método de sensibilidad completo o exacto. Sino que por ventajas y desventajas en los postulados de cada uno de ellos, se responde adecuadamente a un interés que se defina.

La evaluación de las técnicas de AS estudiadas permitió decantar y generar un subconjunto de técnicas, básicamente considerando que la aplicación de la técnica de AS no dependa de una relación funcional explícita sino que permita adoptar algoritmos de redes como herramienta de evaluación de un sistema.

Durante el proceso de experimentación se evidenció cómo la incertidumbre en las entradas se traslada hacia la variable salida de la red, además se determinó cada índice de sensibilidad (según cada método) que aporta información acerca de cuán importante es cada elemento de la red para la toma de decisiones.

En un sentido más amplio, se planteó una serie de pasos agrupados en tres fases cuya ejecución conlleva a realizar AS y AI en redes, con toda la generalidad del caso, es decir, no solamente se consideraría la capacidad de flujo de los enlaces o la confiabilidad, sino cualquier característica que se desee.

Adicionalmente, este trabajo especial de grado abre la posibilidad de conjugar métodos de AS y AI aplicados a redes, con métodos de análisis multicriterio (AMC). Aún cuando el objetivo fue plantear una metodología para el AS y AI en redes, la necesidad de comparar de forma adecuada y lo menos subjetivo posible las ventajas y desventajas de las diversas técnicas de AS y AI, atrajo el empleo de las matrices de comparación apareadas del PAJ de Saaty; análisis que arrojó la jerarquización de los métodos de AS y AI, permitiendo incorporar metodológicamente elementos del AMC en el AS y AI en redes, sin pretenderlo inicialmente. El motivo de tal conjugación, se le debe a la complejidad de los

modelos tipo redes, que básicamente representan “sistemas” (en su amplio significado) que requieren ser analizados de forma multidimensional, posibilidad que la permiten las herramientas de AMC.

A manera de conclusiones específicas, se puede listar:

- La generación del diagrama de tornado para redes es independiente de la técnica que se elija para hacer AI.
- Mientras que para el gráfico de telaraña, se genera información distinta porque la muestra es generada según el método elegido para el análisis, las especificaciones de los parámetros internos del método, y el tamaño de muestra seleccionado. Con los gráficos de telaraña se responde a la pregunta ¿qué pasa si?, que puede considerarse como una condición (restricción) en el modelo.
- Los resultados del experimento de Morris pueden ser fácilmente interpretados. Una media alta de la distribución de los efectos principales, indica una cualidad de un nodo (o enlace) con una influencia importante en la salida de la red. Un valor alto de la desviación estándar de dicha distribución, indica una cualidad de un nodo (o enlace) con un efecto no lineal en la salida de la red, o un elemento de la red implicado en efectos interacción con otros elementos.
- De acuerdo con los criterios de selección asociados a la metodología propuesta en esta investigación, y la ponderación de los mismos aplicada en el Proceso Analítico Jerárquico (PAJ), se reivindica la aritmética de intervalos como una técnica de AS y AI con suficientes fortalezas y con potencial aplicabilidad al AS en modelos tipo redes, seguida por el Método de Morris. No obstante, la contribución pretendida en esta investigación engloba una metodología con criterios y ponderaciones flexibles, o sea, que pueden ser definidos por el analista y/o el decisor. La utilización de otros criterios y otra estructura de ponderaciones, pudiera conllevar a obtener una jerarquía diferente a la resultante en el presente documento.

Por otro lado, en virtud de que con un solo método de AS (una sola medida de importancia) no es posible explicar todo el desempeño de una red, se recomienda para estudios posteriores, la determinación de la combinación adecuada de varios métodos de AS (y por consiguiente de índices de sensibilidad) para ampliar la gama de resultados útiles en la toma de decisiones sobre los elementos de una red. Así como también, se recomienda para investigaciones futuras, contemplar otras formas de modelar la incertidumbre en los componentes de la red, por ejemplo: modelos difusos.

De la misma manera, se sugiere a futuro hacer Análisis de Sensibilidad Bayesiano¹⁶ a modelos tipo redes y/o Análisis de Sensibilidad a redes bayesianas, en las cuales se modelaría la incertidumbre en los componentes de la red mediante distribuciones conjuntas de probabilidad. También podrían integrarse estos estudios con las investigaciones en interdicción de redes citados en el presente trabajo, y con otras investigaciones en el campo de la toma de decisiones. Así como también, considerar redes con múltiples variables de salida.

¹⁶ Ver Capítulo 10 de Saltelli *et al.*, 2000.

BIBLIOGRAFÍA

- Carrigy, A., Ramirez-Marquez, J y Rocco, C . "Multi-state Stochastic Network Interdiction via Reliability Modeling & Evolutionary Optimization", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O, Journal of Risk and Reliability, Volume 224, Number 1 / 2010, pp 27-42.
- Castillo, E., Conejo A.J., Pedregal, P., García, R. and Alguacil, N. (2002) "Building and Solving Mathematical Programming Models in Engineering and Science", Pure and Applied Mathematics Series, Wiley, New York.
- Chonggang Xu and George Zdzislaw Gertner, A general first-order global sensitivity analysis method. Reliability Engineering and System Safety (2007), doi:10.1016/j.res.2007.04.001
- Christopher, H., Sumeet P. Identification and Review of Sensitivity Analysis Methods. Risk Analysis, Vol. 22, No. 3, 2002
- Evans, J., Minieka E. Optimization Algorithms for Networks and Graphs. Second Editions, Revised and Expanded. 1978
- Granger M., Henrion M.: Uncertainty: A Guide to Dealing with Uncertainty in Quantitative Risk and Policy Analysis. Cambridge University Press. 1993. USA
- Hernández, E. (2008). Una metodología de análisis multicriterio para la jerarquización macroeconómica de proyectos de inversión pública. Trabajo de grado presentado ante la Universidad Central de Venezuela para optar al título de Magister Scientiarum en Investigación de Operaciones Caracas, Venezuela.
- Helton, J., Davis, F. (2001). Illustration of Sampling-Based Methods for Uncertainty and Sensitivity Analysis. Risk Analysis Vol. 22, Issue 3, pág. 591–622.
- Hernández, I. (2009). Diseño de Redes Multiobjetivo mediante Algoritmos Evolutivos. Trabajo de grado presentado ante la Universidad Central de Venezuela para optar al título de Magister Scientiarum en Investigación de Operaciones Caracas, Venezuela.
- Hillier, F. y Lieberman, G. (2006). Introducción a la Investigación de Operaciones. 7a edición. McGraw Hill. México, DF.
- Klindt, W. (2000). Comparación de Técnicas para Evaluar el Efecto de Parámetros Imprecisos en un Modelo de Decisión. Trabajo de grado presentado ante la Universidad Central de Venezuela para optar al título de Magister Scientiarum en Investigación de Operaciones Caracas, Venezuela.
- Manache, G. y Melching, C. (2008). Identification of reliable regression- and correlation-based sensitivity measures for importance ranking of water-quality model parameters. Environmental Modelling & Software 23, pág. 549 – 562.
- Moens, D., Vandepitte, D. Interval sensitivity theory and its application to frequency response envelope analysis of uncertain structures. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 196 (2007) 2486–2496
- Molina, J. La ciencia de las redes. Apuntes de Ciencia y Tecnología, N° 11, 2004.

- Mondelo, N; R. Sánchez y N. Carrasquero: (1996 - 1). El Proceso Analítico Jerárquico como herramienta para la Selección de la Mejor Ubicación de un Relleno Sanitario. Memorias del XXV Congreso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental, Tomo III: Tratamiento y disposición de residuos sólidos. México. Pp. 153-160.
- Morris, M. (1991). Factorial Sampling Plans for Preliminary Computational Experiments. *Technometrics*. Vol 33, N° 2.
- Oberkampfa, W., Heltonb, J., Joslync, C., Wojtkiewicz, S. y Fersone, S. Challenge problems: uncertainty in system response given uncertain parameters. *Reliability Engineering and System Safety* (2004)
- Ravalico, J., Maier, H., Dandy, G., Norton, J., y Croke, B. (2005) A Comparison of Sensitivity Analysis Techniques for Complex Models for Environmental Management. International Congress on Modelling and Simulation : advances and applications for management and decision making, Melbourne, 12-15 December : proceedings / Andre Zenger & Robert M. Argent (eds.): pp.2533-2539.
- Rivero, L. (2005). Disertación sobre Diseños experimentales. Universidad Central de Venezuela.
- Rivero, L.. (2008). Jerarquización de los elementos de un sistema mediante la fusión de medidas de importancia. Trabajo de grado presentado ante la Universidad Central de Venezuela para optar al título de Magister Scientiarum en Investigación de Operaciones Caracas, Venezuela.
- Rocco, C. Techniques to Analyse System Performance Under Uncertainty, Tesis PhD, 2000
- Rowe, W. Understanding Uncertainty. *Risk Analysis*, Vol. 14, No. 5, 1994
- Ruiz, J., y Rocco, C. Importance Measures on Networks. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 2(2010) 7735-7736. Sixth International Conference on Sensitivity Analysis of Model Output (SAMO 2010). www.sciencedirect.com
- Saltelli, A. Sensitivity Analysis for Importance Assessment. *Risk Analysis*, Vol. 22, No 3, 2002
- Saltelli, A., Bolado, R. An alternative way to compute Fourier amplitude sensitivity test (FAST). *Computational Statistics & Data Analysis* 26 (1998) 445-460
- Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo F., Cariboni J., Gatelli, D., Saisana, M. y Tarantola S (2008). *Global Sensitivity Analysis* (Primera Edición). John Wiley & Sons, Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England.
- Saltelli, A., Ratto, M., Tarantola, S., y Campolongo, F. (2004) *Sensitivity analysis in practices. A guide assessing scientific models*. John Wiley & Sons, Ltd The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England.
- Saltelli, A., Chan, K., Scott, E.. (2000). *Sensitivity Analysis*. John Wiley & Sons, Ltd The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England.

- Saltelli, A., Tarantola, S., Campolongo, F. y Ratto, M (2006). Sensitivity analysis practices: Strategies for model-based inference. *Reliability Engineering and System Safety*. Vol 91, Issues 10-11. Pag. 1109-1125. The Fourth International Conference on Sensitivity Analysis of Model Output (SAMO 2004).
- Saltelli, A., Tarantola, S., y Chang, k. (1999). A Quantitative Model-Independent Method for Global Sensitivity Analysis of Model Output. *Technometrics*. Vol 41, N° 1. 39-56.
- Smith, R., Mesa, O., Dyner, I., Jaramillo, P., Poveda, G y Valencia, D. Decisiones con Múltiples Objetivos e Incertidumbre. Segunda Edición Ampliada: Octubre de 2000. Universidad Nacional de Colombia.
- Taha, H. (2004). Investigación de Operaciones. 7a edición. Prentice Hall.
- Tarantola, S., Gatelli, D. y Marab, T. Random balance designs for the estimation of first order global sensitivity indices. *Reliability Engineering and System Safety* 91 (2006) 717–727
- Tarantola, S., Nardo, M., Saisana, M. y Gatelli, D. A new estimator for sensitivity analysis of model output: An application to the e-business readiness composite indicator. *Reliability Engineering and System Safety* 91 (2006) 1135–1141.
- Tarantola, S. (2005) Methods based on decomposing the variance of the output (Part I). Training Course on Sensitivity Analysis. Modificado por Rocco, C. (2006).
- Veitía, D. (2008). Comparación de medidas de importancia topológica para redes expuestas a ataques intencionales. Trabajo Especial de Grado para optar al título de Magister Scientiarum en Investigación de Operaciones. Caracas, Venezuela.
- Vélez, I. (2003). Decisiones empresariales bajo riesgo e incertidumbre. Grupo Editorial Norma, 468 p.

APÉNDICE 1. LOS ALGORITMOS DE EVALUACIÓN DE REDES.

INTRODUCCIÓN

Los algoritmos describen procesos iterativos de cálculo que permiten obtener resultados acerca de métricas de desempeño o funcionamiento de un sistema.

Existe gran cantidad de algoritmos para las redes, todos obedecen a un objetivo diferente, a veces indicado en su misma denominación. Algunos de estos algoritmos son:

- El camino más corto de Dijkstra. (Evans & Minieka, 1978)
- El flujo máximo divisible de Ford-Fulkerson. (Evans & Minieka, 1978)
- El flujo máximo indivisible de Rocco y Zio. (Hernández, 2009)
- La eficiencia de la confiabilidad de Zio. (Hernández, 2009)

Para este trabajo especial de grado, se ha escogido utilizar el algoritmo de flujo máximo de Ford-Fulkerson, a efectos de experimentar el AS en redes. Es por ello, que se dedica unas líneas para revisión de sus preceptos teóricos.

EL FLUJO MÁXIMO DIVISIBLE DE FORD-FULKERSON

Un problema de flujo máximo en el cual interesa la determinación de la cantidad más grande posible del flujo que puede ser enviado de una fuente s a un sumidero t puede ser resuelto con el algoritmo de flujo máximo de Ford y Fulkerson (1962).

Los pasos detallados para ejecutar el algoritmo de flujo máximo de Ford y Fulkerson son los descritos a continuación:

1. Haga el nodo fuente igual a s y el nodo sumidero igual a t . Seleccione cualquier flujo factible del nodo s al nodo t , de no ser posible, ajuste un flujo $f(x, y) = 0$ para todo (x, y) .
2. Construya la red residual relativa al flujo actual.
3. Aplique el algoritmo de incremento de flujo, si no se consigue un camino de flujo aumentado, deténgase, el flujo actual es un flujo máximo. De lo contrario, implemente el aumento de flujo que se consiguió al aplicar el algoritmo.
4. Vuelva al paso 2.

APÉNDICE 2. TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS DEL FLUJO MÁXIMO DE LA RED DAI OBTENIDA CON FAST

Los pasos a seguir para aplicar el algoritmo de incremento de flujo son:

1. Construya la red residual correspondiente al flujo factible actual.
2. Seleccione un nodo etiquetado x que no haya sido aún considerado. Si ninguno existe, deténgase; no existe un camino con flujo incrementado de s a t .
3. Si el arco (x, y) forma parte de una “estrella” que sale del nodo x , entonces etiquete el nodo y con:

$e(y) = \min\{e(x), r(x, y)\}$ y $p(y) = x$, si y no está aún etiquetado. Marque el arco (x, y) . Si se etiqueta t deténgase, se consiguió un camino.

EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE FORD Y FULKERSON:

Para la red de la figura se pide encontrar el flujo máximo factible, desde el nodo s hasta el nodo t . Los números que aparecen en los arcos, son las capacidades de cada uno de ellos.

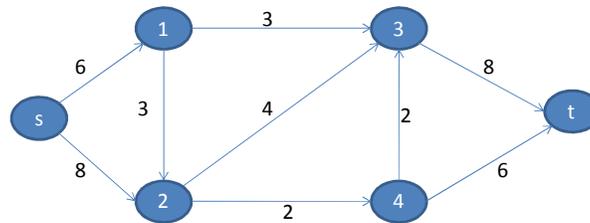


Ilustración 32. Red ejemplo para ejecución del algoritmo de Ford y Fulkerson. (Evans & Minieka, 1978)

Se fija un flujo inicial nulo para cada uno de los arcos, la red residual es aquella en la que van apareciendo los remanentes de las capacidades de los arcos, una vez que se va asignando flujo a dichos arcos.

Como se fijó un flujo inicial nulo, el siguiente paso es conseguir un camino de incremento de flujo:

$$e(s) = \infty \quad p(s) = 0$$

$$x = s$$

$$e(1) = \min\{e(s), r(s, 1)\} = \min\{\infty, 6\} = 6, \quad p(1) = s$$

APÉNDICE 2. TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS DEL FLUJO
MÁXIMO DE LA RED DAI OBTENIDA CON FAST

$$e(2) = \min\{e(s), r(s, 2)\} = \min\{\infty, 8\} = 8, \quad p(2) = s$$

Se selecciona el nodo 2 porque proporciona el mayor flujo.

$$x = 2$$

$$e(3) = \min\{e(2), r(2, 3)\} = \min\{8, 4\} = 4, \quad p(3) = 2$$

$$e(4) = \min\{e(2), r(2, 4)\} = \min\{8, 2\} = 2, \quad p(4) = 2$$

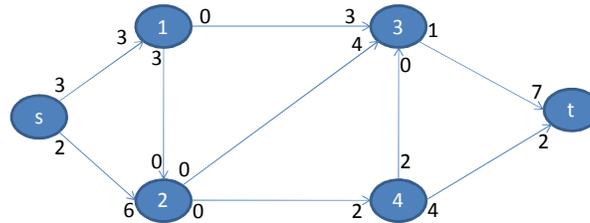
Se selecciona el nodo 3 porque proporciona el mayor flujo.

$$x = 3$$

$$e(t) = \min\{e(3), r(3, t)\} = \min\{4, 8\} = 4, \quad p(t) = 3$$

Se encuentra un camino de flujo incrementado: $s - 2 - 3 - t$

El flujo se incrementa en ese camino 4 unidades. La nueva red residual es:



**APÉNDICE 2. TABLA DE
DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS
DEL FLUJO MÁXIMO DE LA RED DAI
OBTENIDA CON FAST**

APÉNDICE 2. TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS DEL FLUJO
MÁXIMO DE LA RED DAI OBTENIDA CON FAST

FMAX	Frequency	Increment	Cumulative	Inv. Cumulative
36.00	3120.00	0.00	0.0031	0.9969
36.13	0.00	0.00	0.0031	0.9969
36.26	0.00	0.00	0.0031	0.9969
36.39	0.00	0.00	0.0031	0.9969
36.52	0.00	0.00	0.0031	0.9969
36.65	0.00	0.00	0.0031	0.9969
36.78	0.00	0.00	0.0031	0.9969
36.91	17752.00	0.02	0.0209	0.9791
37.04	0.00	0.00	0.0209	0.9791
37.17	0.00	0.00	0.0209	0.9791
37.30	0.00	0.00	0.0209	0.9791
37.43	0.00	0.00	0.0209	0.9791
37.56	0.00	0.00	0.0209	0.9791
37.69	0.00	0.00	0.0209	0.9791
37.82	0.00	0.00	0.0209	0.9791
37.95	42089.00	0.04	0.0630	0.9370
38.08	0.00	0.00	0.0630	0.9370
38.21	0.00	0.00	0.0630	0.9370
38.34	0.00	0.00	0.0630	0.9370
38.47	0.00	0.00	0.0630	0.9370
38.60	0.00	0.00	0.0630	0.9370
38.73	0.00	0.00	0.0630	0.9370
38.86	0.00	0.00	0.0630	0.9370
38.99	80300.00	0.08	0.1433	0.8567
39.12	0.00	0.00	0.1433	0.8567
39.25	0.00	0.00	0.1433	0.8567
39.38	0.00	0.00	0.1433	0.8567
39.51	0.00	0.00	0.1433	0.8567
39.64	0.00	0.00	0.1433	0.8567
39.77	0.00	0.00	0.1433	0.8567
39.90	133768.00	0.13	0.2770	0.7230
40.03	0.00	0.00	0.2770	0.7230
40.16	0.00	0.00	0.2770	0.7230
40.29	0.00	0.00	0.2770	0.7230
40.42	0.00	0.00	0.2770	0.7230
40.55	0.00	0.00	0.2770	0.7230
40.68	0.00	0.00	0.2770	0.7230
40.81	0.00	0.00	0.2770	0.7230
40.94	174116.00	0.17	0.4511	0.5489
41.07	0.00	0.00	0.4511	0.5489
41.20	0.00	0.00	0.4511	0.5489

APÉNDICE 2. TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS DEL FLUJO
MÁXIMO DE LA RED DAI OBTENIDA CON FAST

FMAX	Frequency	Increment	Cumulative	Inv. Cumulative
41.33	0.00	0.00	0.4511	0.5489
41.46	0.00	0.00	0.4511	0.5489
41.59	0.00	0.00	0.4511	0.5489
41.72	0.00	0.00	0.4511	0.5489
41.85	0.00	0.00	0.4511	0.5489
41.98	184725.00	0.18	0.6359	0.3641
42.11	0.00	0.00	0.6359	0.3641
42.24	0.00	0.00	0.6359	0.3641
42.37	0.00	0.00	0.6359	0.3641
42.50	0.00	0.00	0.6359	0.3641
42.63	0.00	0.00	0.6359	0.3641
42.76	0.00	0.00	0.6359	0.3641
42.89	160745.00	0.16	0.7966	0.2034
43.02	0.00	0.00	0.7966	0.2034
43.15	0.00	0.00	0.7966	0.2034
43.28	0.00	0.00	0.7966	0.2034
43.41	0.00	0.00	0.7966	0.2034
43.54	0.00	0.00	0.7966	0.2034
43.67	0.00	0.00	0.7966	0.2034
43.80	0.00	0.00	0.7966	0.2034
43.93	113754.00	0.11	0.9104	0.0896
44.06	0.00	0.00	0.9104	0.0896
44.19	0.00	0.00	0.9104	0.0896
44.32	0.00	0.00	0.9104	0.0896
44.45	0.00	0.00	0.9104	0.0896
44.58	0.00	0.00	0.9104	0.0896
44.71	0.00	0.00	0.9104	0.0896
44.84	0.00	0.00	0.9104	0.0896
44.97	59234.00	0.06	0.9696	0.0304
45.10	0.00	0.00	0.9696	0.0304
45.23	0.00	0.00	0.9696	0.0304
45.36	0.00	0.00	0.9696	0.0304
45.49	0.00	0.00	0.9696	0.0304
45.62	0.00	0.00	0.9696	0.0304
45.75	0.00	0.00	0.9696	0.0304
45.88	20827.00	0.02	0.9904	0.0096
46.01	0.00	0.00	0.9904	0.0096
46.14	0.00	0.00	0.9904	0.0096
46.27	0.00	0.00	0.9904	0.0096
46.40	0.00	0.00	0.9904	0.0096
46.53	0.00	0.00	0.9904	0.0096

APÉNDICE 2. TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS DEL FLUJO
MÁXIMO DE LA RED DAI OBTENIDA CON FAST

FMAX	Frequency	Increment	Cumulative	Inv. Cumulative
46.66	0.00	0.00	0.9904	0.0096
46.79	0.00	0.00	0.9904	0.0096
46.92	8542.00	0.01	0.9990	0.0010
47.05	0.00	0.00	0.9990	0.0010
47.18	0.00	0.00	0.9990	0.0010
47.31	0.00	0.00	0.9990	0.0010
47.44	0.00	0.00	0.9990	0.0010
47.57	0.00	0.00	0.9990	0.0010
47.70	0.00	0.00	0.9990	0.0010
47.83	0.00	0.00	0.9990	0.0010
47.96	1021.00	0.00	1.0000	0.0000
48.09	0.00	0.00	1.0000	0.0000
48.22	0.00	0.00	1.0000	0.0000
48.35	0.00	0.00	1.0000	0.0000
48.48	0.00	0.00	1.0000	0.0000
48.61	0.00	0.00	1.0000	0.0000
48.74	0.00	0.00	1.0000	0.0000
48.87	0.00	0.00	1.0000	0.0000
49.00	7.00	0.00	1.0000	0.0000

**APÉNDICE 3. TABLA DE
DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS
DEL FLUJO MÁXIMO DE LA RED DAI
OBTENIDA CON SOBOL**

APÉNDICE 3. TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS DEL FLUJO
MÁXIMO DE LA RED DAI OBTENIDA CON SOBOL

Fmax	Frequency	Increment	Cumulative	Inv. Cumulative
36.00	461	0	0.003631	0.996369
36.12	0	0	0.003631	0.996369
36.24	0	0	0.003631	0.996369
36.36	0	0	0.003631	0.996369
36.48	0	0	0.003631	0.996369
36.60	0	0	0.003631	0.996369
36.72	0	0	0.003631	0.996369
36.84	0	0	0.003631	0.996369
36.96	1990	0.015672	0.019303	0.980697
37.08	0	0	0.019303	0.980697
37.20	0	0	0.019303	0.980697
37.32	0	0	0.019303	0.980697
37.44	0	0	0.019303	0.980697
37.56	0	0	0.019303	0.980697
37.68	0	0	0.019303	0.980697
37.80	0	0	0.019303	0.980697
37.92	5378	0.042354	0.061657	0.938343
38.04	0	0	0.061657	0.938343
38.16	0	0	0.061657	0.938343
38.28	0	0	0.061657	0.938343
38.40	0	0	0.061657	0.938343
38.52	0	0	0.061657	0.938343
38.64	0	0	0.061657	0.938343
38.76	0	0	0.061657	0.938343
38.88	0	0	0.061657	0.938343
39.00	10523	0.082874	0.144531	0.855469
39.12	0	0	0.144531	0.855469
39.24	0	0	0.144531	0.855469
39.36	0	0	0.144531	0.855469
39.48	0	0	0.144531	0.855469
39.60	0	0	0.144531	0.855469
39.72	0	0	0.144531	0.855469
39.84	0	0	0.144531	0.855469
39.96	16834	0.132576	0.277107	0.722893
40.08	0	0	0.277107	0.722893
40.20	0	0	0.277107	0.722893
40.32	0	0	0.277107	0.722893
40.44	0	0	0.277107	0.722893
40.56	0	0	0.277107	0.722893
40.68	0	0	0.277107	0.722893
40.80	0	0	0.277107	0.722893

APÉNDICE 3. TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS DEL FLUJO
MÁXIMO DE LA RED DAI OBTENIDA CON SOBOL

Fmax	Frequency	Increment	Cumulative	Inv. Cumulative
40.92	21856	0.172127	0.449234	0.550766
41.04	0	0	0.449234	0.550766
41.16	0	0	0.449234	0.550766
41.28	0	0	0.449234	0.550766
41.40	0	0	0.449234	0.550766
41.52	0	0	0.449234	0.550766
41.64	0	0	0.449234	0.550766
41.76	0	0	0.449234	0.550766
41.88	0	0	0.449234	0.550766
42.00	23564	0.185578	0.634813	0.365187
42.12	0	0	0.634813	0.365187
42.24	0	0	0.634813	0.365187
42.36	0	0	0.634813	0.365187
42.48	0	0	0.634813	0.365187
42.60	0	0	0.634813	0.365187
42.72	0	0	0.634813	0.365187
42.84	0	0	0.634813	0.365187
42.96	20119	0.158447	0.79326	0.20674
43.08	0	0	0.79326	0.20674
43.20	0	0	0.79326	0.20674
43.32	0	0	0.79326	0.20674
43.44	0	0	0.79326	0.20674
43.56	0	0	0.79326	0.20674
43.68	0	0	0.79326	0.20674
43.80	0	0	0.79326	0.20674
43.92	14414	0.113518	0.906778	0.093222
44.04	0	0	0.906778	0.093222
44.16	0	0	0.906778	0.093222
44.28	0	0	0.906778	0.093222
44.40	0	0	0.906778	0.093222
44.52	0	0	0.906778	0.093222
44.64	0	0	0.906778	0.093222
44.76	0	0	0.906778	0.093222
44.88	0	0	0.906778	0.093222
45.00	7732	0.060893	0.967671	0.032329
45.12	0	0	0.967671	0.032329
45.24	0	0	0.967671	0.032329
45.36	0	0	0.967671	0.032329
45.48	0	0	0.967671	0.032329
45.60	0	0	0.967671	0.032329
45.72	0	0	0.967671	0.032329

APÉNDICE 3. TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS DEL FLUJO
MÁXIMO DE LA RED DAI OBTENIDA CON SOBOL

Fmax	Frequency	Increment	Cumulative	Inv. Cumulative
45.84	0	0	0.967671	0.032329
45.96	3083	0.02428	0.991951	0.008049
46.08	0	0	0.991951	0.008049
46.20	0	0	0.991951	0.008049
46.32	0	0	0.991951	0.008049
46.44	0	0	0.991951	0.008049
46.56	0	0	0.991951	0.008049
46.68	0	0	0.991951	0.008049
46.80	0	0	0.991951	0.008049
46.92	925	0.007285	0.999236	0.000764
47.04	0	0	0.999236	0.000764
47.16	0	0	0.999236	0.000764
47.28	0	0	0.999236	0.000764
47.40	0	0	0.999236	0.000764
47.52	0	0	0.999236	0.000764
47.64	0	0	0.999236	0.000764
47.76	0	0	0.999236	0.000764
47.88	0	0	0.999236	0.000764
48.00	97	0.000764	1	0

**APÉNDICE 4. EVALUACIÓN DE LOS
EFECTOS DE LA IMPRECISIÓN EN
CARACTERÍSTICAS DISCRETAS DE
UNA RED SOBRE EL DESEMPEÑO DE
LA MISMA**

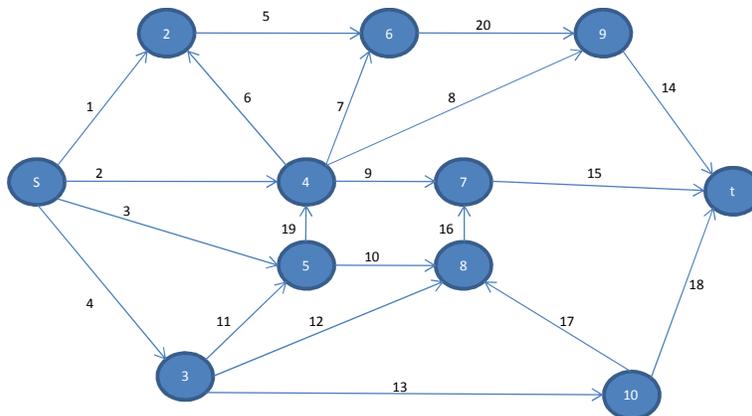
APÉNDICE 4. EVALUACIÓN DE LOS EFECTOS DE LA IMPRECISIÓN EN CARACTERÍSTICAS DISCRETAS DE UNA RED SOBRE EL DESEMPEÑO DE LA MISMA

La tabla 31 presenta por cada enlace, la capacidad de flujo de una red compuesta por 20 enlaces y 11 nodos.

Tabla 38. Datos de red con características discretas

Enlace	Desde	Hasta	Capacidad
1	s	2	367
2	s	4	967
3	s	5	800
4	s	3	700
5	2	6	1167
6	4	2	1167
7	4	6	767
8	4	9	1033
9	4	7	600
10	5	8	400
11	3	5	1300
12	3	8	433
13	3	10	1233
14	9	t	1200
15	7	t	667
16	8	7	633
17	10	8	767
18	10	t	1133
19	5	4	600
20	6	9	1300

Ilustración 33. Red con 20 enlaces y 11 nodos con características discretas



**APÉNDICE 4. EVALUACIÓN DE LOS EFECTOS DE LA IMPRECISIÓN EN
CARACTERÍSTICAS DISCRETAS DE UNA RED SOBRE EL DESEMPEÑO DE LA MISMA**

Tabla 39. Distribución de probabilidad de la capacidad de flujo de los enlaces de la ilustración 33.

Enlace	Capacidad	Probabilidad
1	0	0.001
	367	0.2
	733	0.499
	1100	0.3
2	0	0.1
	967	0.5
	1933	0.15
	2900	0.25
3	0	0.05
	800	0.35
	1600	0.5
	2400	0.1
4	0	0.15
	700	0.15
	1400	0.5
	2100	0.2
5	0	0.6
	1167	0.15
	2333	0.2
	3500	0.05
6	0	0.1
	1167	0.4
	2333	0.4
	3500	0.1
7	0	0.1
	767	0.7
	1533	0.05
	2300	0.15
8	0	0.05
	1033	0.1
	2067	0.6
	3100	0.25
9	0	0.05
	600	0.5
	1200	0.4
	1800	0.05
10	0	0.15
	400	0.2
	800	0.3

APÉNDICE 4. EVALUACIÓN DE LOS EFECTOS DE LA IMPRECISIÓN EN
CARACTERÍSTICAS DISCRETAS DE UNA RED SOBRE EL DESEMPEÑO DE LA MISMA

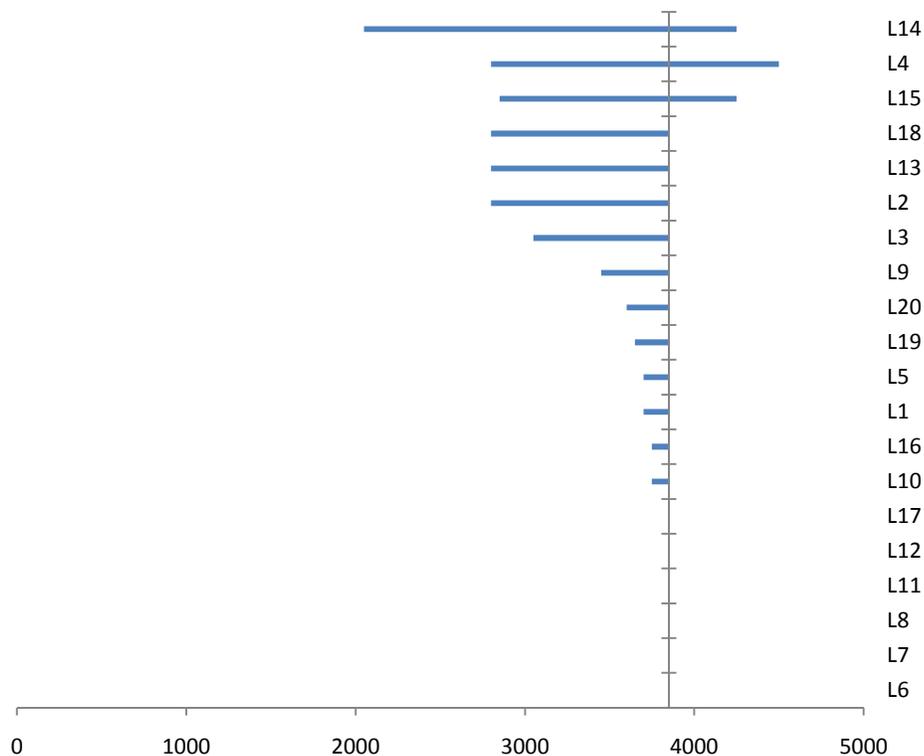
Enlace	Capacidad	Probabilidad
	1200	0.35
11	0	0.05
	1300	0.2
	2600	0.65
	3900	0.1
12	0	0.001
	433	0.3
	867	0.499
	1300	0.25
13	0	0.55
	1233	0.05
	2467	0.25
	3700	0.15
14	0	0.15
	1200	0.4
	2400	0.25
	3600	0.2
15	0	0.15
	667	0.4
	1333	0.25
	2000	0.2
16	0	0.1
	633	0.4
	1267	0.25
	1900	0.25
17	0	0.1
	767	0.6
	1533	0.1
	2300	0.2
18	0	0.45
	1133	0.4
	2267	0.1
	3400	0.05
19	0	0.3
	600	0.3
	1200	0.1
	1800	0.3
20	0	0.05
	1300	0.3
	2600	0.1
	3900	0.55

MÉTODO DE MORRIS

Con muestras obtenidas en 8 niveles de cuantiles se obtiene los siguientes resultados:

Por una parte, la ilustración 34 muestra un diagrama de tornado que permite observar a la capacidad de flujo del enlace 14 como la característica más importante de la red de la ilustración 33. Según dicho diagrama, las capacidades de los enlace 18, 13 y 2, aportan una sensibilidad similar a la red.

Ilustración 34. Diagrama de tornado para la red discreta



Adicionalmente, el método de Morris permite identificar a la capacidad de flujo del enlace 14 como una variable que podría estar interactuando con otras capacidades de otros enlaces para influir en el flujo máximo de la red. Ver ilustración 35 y tabla 40.

APÉNDICE 4. EVALUACIÓN DE LOS EFECTOS DE LA IMPRECISIÓN EN CARACTERÍSTICAS DISCRETAS DE UNA RED SOBRE EL DESEMPEÑO DE LA MISMA

Ilustración 35. Gráfico de Morris para el AS

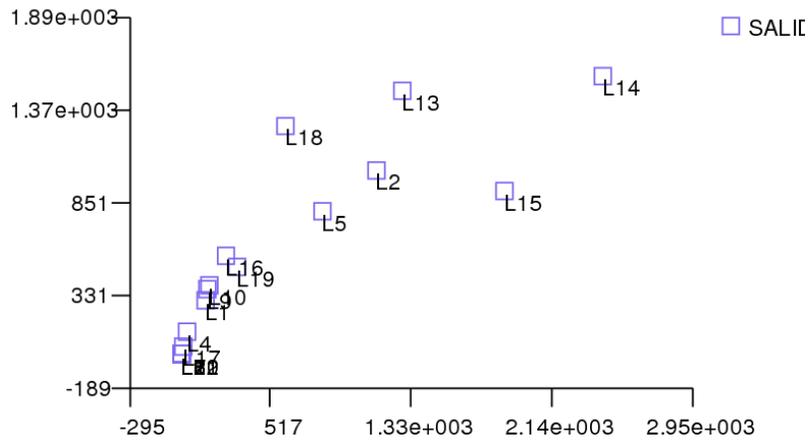


Tabla 40. Valores de la media y varianza de efectos elementados obtenidos con Morris

Morris indexes	SALIDA_FMAX Mu	SALIDA_FMAX Sigma
L14	2.44E+03	1.56E+03
L15	1.87E+03	921.6627
L13	1.28E+03	1.48E+03
L2	1.13E+03	1.03E+03
L5	819.8	808.4732
L18	606.6	1.28E+03
L19	326.6	499.3418
L16	267	560.2914
L10	166.6	391.5213
L9	153.4	374.5576
L1	146.6	309.0603
L4	40	126.4911
L17	20	44.7809
L3	0	0
L6	0	0
L7	0	0
L8	0	0
L11	0	0
L12	0	0
L20	0	0

APÉNDICE 4. EVALUACIÓN DE LOS EFECTOS DE LA IMPRECISIÓN EN
CARACTERÍSTICAS DISCRETAS DE UNA RED SOBRE EL DESEMPEÑO DE LA MISMA

RANDOM

Ilustración 36. Histograma de frecuencias para la red discreta

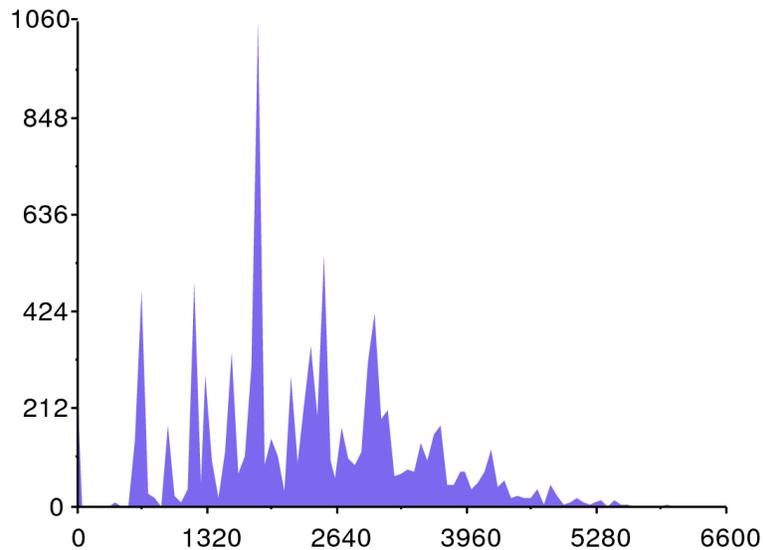


Tabla 41. Medidas de importancia para la red discreta según Random

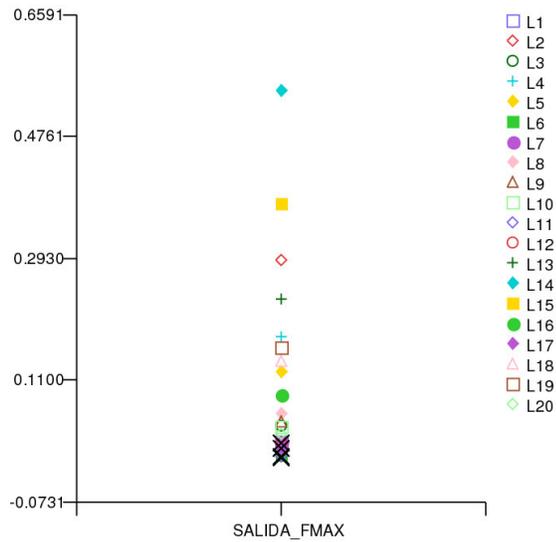
Sensitivity indexes	PEAR	SPEA	PCC	PRCC	SRC	SRRC	Smirnov
L1	0.0181351	0.013569*	0.0435844	0.0173665	0.0251313*	0.0113949	0.523778
L2	0.289248	0.258693	0.439318	0.347512	0.281734	0.243035	0.611222
L3	0.0404633	0.0260693	0.0804084	0.0786462	0.0464963	0.0516727	0.533556
L4	0.17535	0.149251	0.284319	0.222257	0.170929	0.149485	0.661667
L5	0.121445	0.121259	0.220967	0.132359	0.130549	0.0888493	0.618667
L6	-0.00518*	0.00212464*	0.00862486	0.0121723	0.00497298*	0.00796747	0.398
L7	0.0167383	0.0217197	0.023309	-0.0492	0.0134336*	-0.0331*	0.697111
L8	0.0597263	0.0387688	0.109617	0.0244534	0.0635442	0.0162736	0.662889
L9	0.0479648	0.0472241	0.0727151	0.0347485	0.0420195	0.0228042	0.525444
L10	0.0395737	0.0277333	0.0641668	0.0570865	0.037028	0.0374922	0.398
L11	-0.00724*	-0.0056*	0.00629694	0.0114455	0.0036285*	0.00754078	0.660111
L12	0.0145007*	0.0179521	0.0318005	0.0280539	0.0183328*	0.0184243	0.512556
L13	0.232134	0.216857	0.359916	0.283781	0.22226	0.195501	0.588
L14	0.544175	0.514893	0.684666	0.608165	0.54107	0.501974	0.736667
L15	0.375006	0.360695	0.524683	0.459106	0.355177	0.338521	0.544444
L16	0.0882257	0.0968147	0.141551	0.109187	0.0824519	0.0719633	0.459889
L17	0.00711274*	0.0115767*	0.0222394	-0.0448	0.012817*	-0.0299*	0.595667
L18	0.138324	0.138116	0.227357	0.194659	0.13455	0.129972	0.58
L19	0.158912	0.159788	0.266882	0.228125	0.159539	0.153445	0.418444
L20	0.0299675	0.0186426	0.0405881	0.0688746	0.0234098*	0.0454798	0.575

APÉNDICE 4. EVALUACIÓN DE LOS EFECTOS DE LA IMPRECISIÓN EN
CARACTERÍSTICAS DISCRETAS DE UNA RED SOBRE EL DESEMPEÑO DE LA MISMA

Tabla 42. Ranking de medidas de importancia para la red discreta según Random.

Ranks	PEAR	SPEA	PCC	PRCC	SRC	SRRC	Smirnov
L14	1	1	1	1	1	1	1
L15	2	2	2	2	2	2	12
L2	3	3	3	3	3	3	7
L13	4	4	4	4	4	4	9
L4	5	6	5	6	5	6	4
L19	6	5	6	5	6	5	18
L18	7	7	7	7	7	7	10
L5	8	8	8	8	8	8	6
L16	9	9	9	9	9	9	17
L8	10	11	10	17	10	17	3
L9	11	10	12	15	12	15	14
L3	12	13	11	10	11	10	13
L10	13	12	13	12	13	12	20
L20	14	15	15	11	15*	11	11
L1	15	17*	14	18	14*	18	15
L7	16	14	17	13	17*	13*	2
L12	17*	16	16	16	16*	16	16
L11	18*	19*	20	20	20*	20	5
L17	19*	18*	18	14	18*	14*	8
L6	20*	20*	19	19	19*	19	19

Ilustración 37. Gráfico del PEARson product moment correlation (PEAR)



APÉNDICE 4. EVALUACIÓN DE LOS EFECTOS DE LA IMPRECISIÓN EN CARACTERÍSTICAS DISCRETAS DE UNA RED SOBRE EL DESEMPEÑO DE LA MISMA

Ilustración 38. Gráfico del SPEArman coefficient (SPEA)

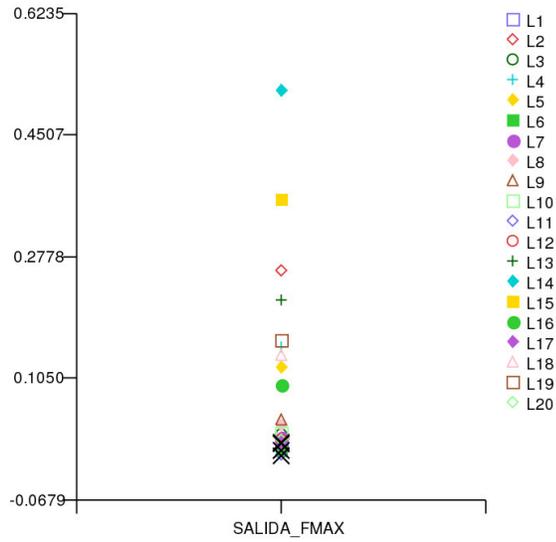
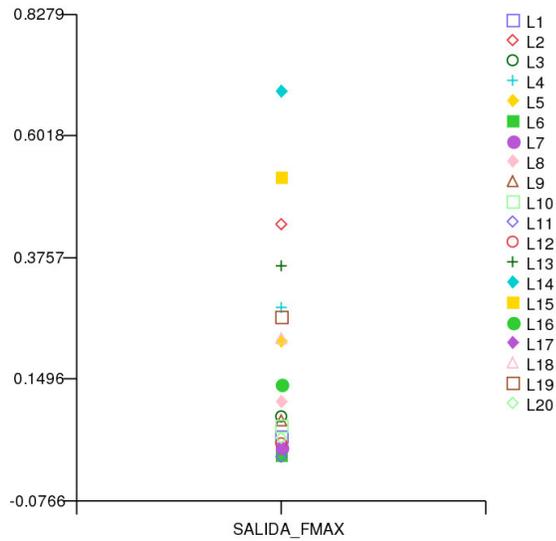


Ilustración 39. Gráfico del Partial correlation coefficients (PCC)



APÉNDICE 4. EVALUACIÓN DE LOS EFECTOS DE LA IMPRECISIÓN EN CARACTERÍSTICAS DISCRETAS DE UNA RED SOBRE EL DESEMPEÑO DE LA MISMA

Ilustración 40. Gráfico del Partial rank correlation coefficients (PRCC)

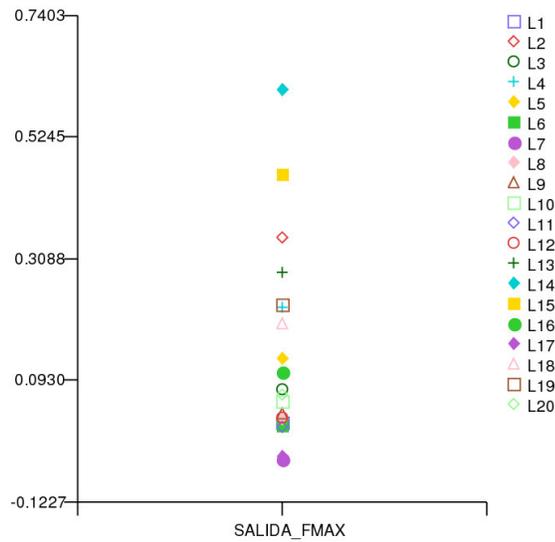
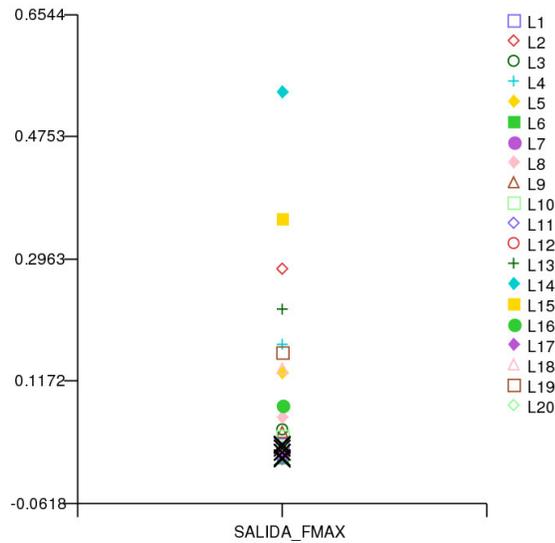


Ilustración 41. Gráfico del Standardized regression coefficient (SRC)



APÉNDICE 4. EVALUACIÓN DE LOS EFECTOS DE LA IMPRECISIÓN EN CARACTERÍSTICAS DISCRETAS DE UNA RED SOBRE EL DESEMPEÑO DE LA MISMA

Ilustración 42. Gráfico del Standardized rank regression coefficients (SRRC)

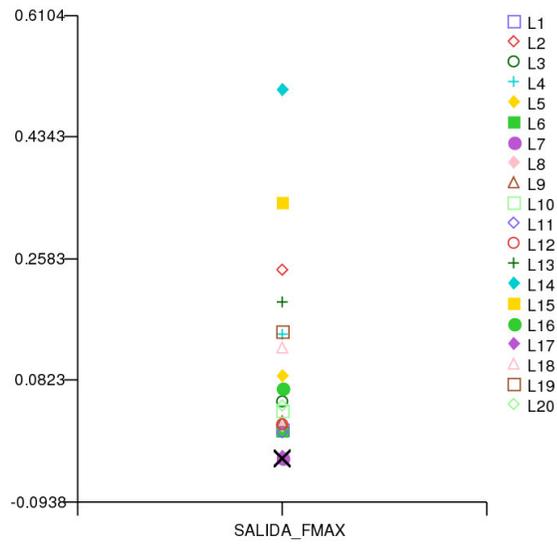
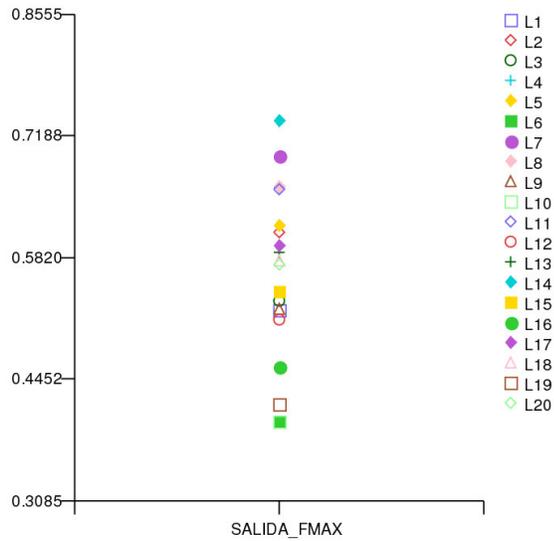


Ilustración 43. Gráfico del Smirnov Test



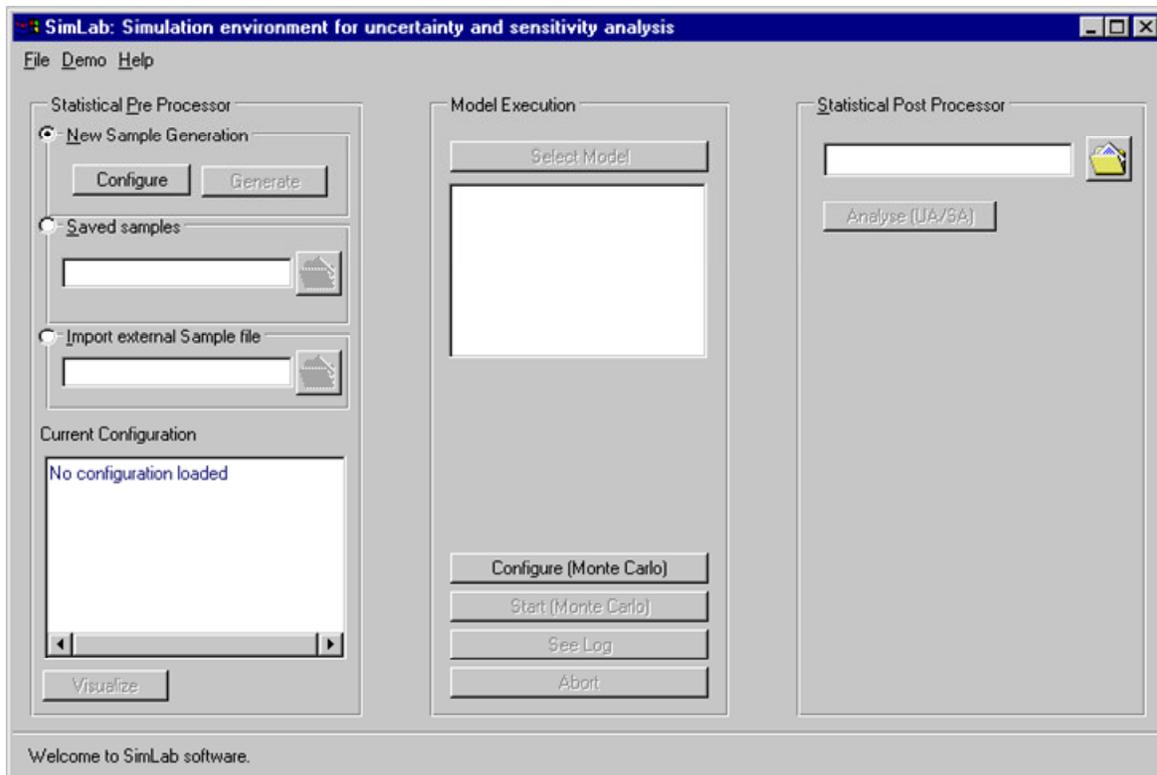
APÉNDICE 5. ¿CÓMO USAR SIMLAB?

INTRODUCCIÓN.

SimLab está compuesto por tres módulos que pueden observarse en la ilustración 44. En el panel izquierdo de dicha ilustración se observa el primer módulo denominado “Statistical Pre Processor” en el cual es posible generar la muestra de los factores de entrada o introducir la muestra generada previamente por el mismo SimLab (Saved samples o Load simple file) o por otro software distinto de él (Import external Sample file). El objetivo de este manual de SimLab resumido es describir el proceso desde el muestreo.

El segundo módulo ubicado en el panel central, denominado “Model Execution” sirve para definir un modelo de salida y evaluar cada valor de muestra generado en el modelo en cuestión. Y el tercer módulo (panel derecho) “Statistical Postprocessor module”, permite obtener los resultados del AI y AS.

Ilustración 44. Los tres módulos de SimLab



**Statistical Preprocessor
module**

**Model execution
module**

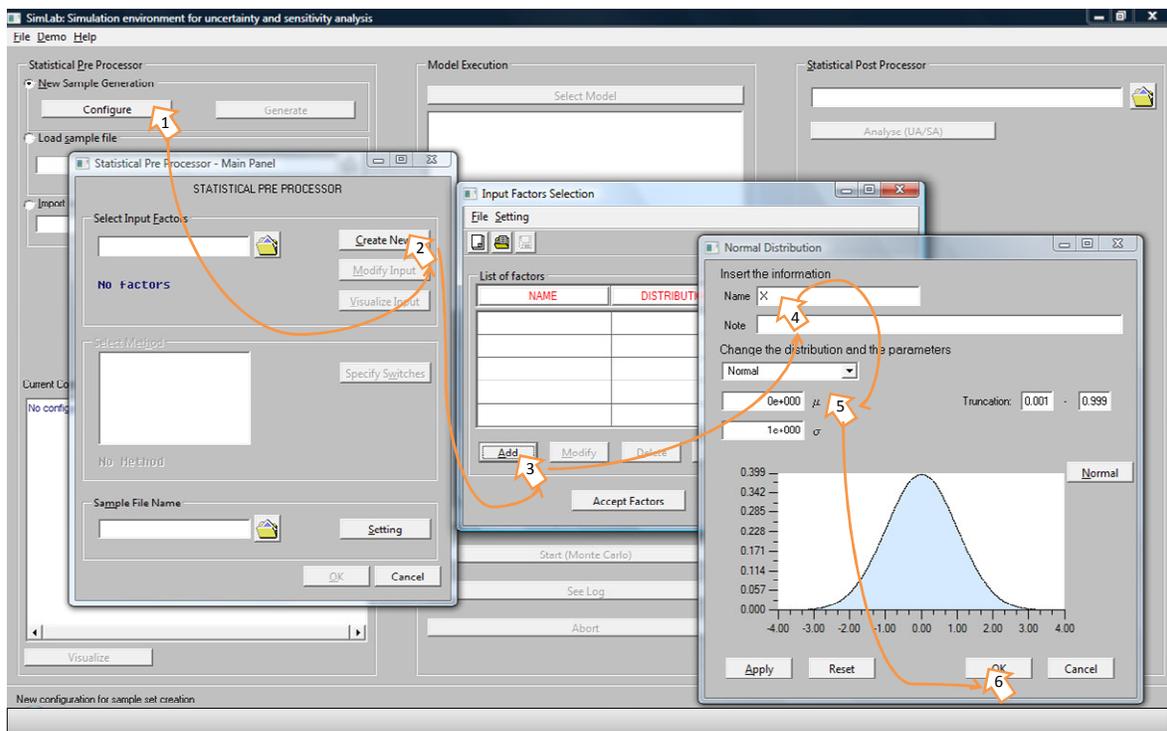
**Statistical Postprocessor
module**

PASOS PARA OPERAR LOS MÓDULOS DE SIMLAB.

Los seis pasos siguientes se pueden seguir en la ilustración 45:

1. Seleccione la opción de generar una muestra nueva.
2. Seleccione la opción de crear nuevos factores de entrada. Si estuviesen definidos previamente, entonces selecciónelos en la opción “Select Input Factors” y SimLab le permitirá buscarlos en la dirección en la cual previamente se hayan guardados en el computador.
3. Defina factores de entrada o variables independientes del modelo y agréguelos al modelo.
4. Añada cualquier información adicional que considere.
5. Defina el tipo de distribución de probabilidad asociada al factor de entrada definido, así como los parámetros propios de cada distribución de probabilidad, por ejemplo, en el caso de la distribución normal: media y varianza.
6. Seleccionando “Ok” el factor de entrada queda definido y con él se empieza a definir el modelo en estudio. Continúe el proceso tantos veces como factores de entrada se requieran.

Ilustración 45. Pasos para operar el módulo Statistical Pre Processor



De la ilustración 46 se describe lo siguiente:

1. Una vez definidos todos los factores de entrada, se activa el sub panel del módulo Statistical Pre Processor correspondiente para la selección del método de análisis de sensibilidad a ser empleado desde la generación de la muestra hasta el cálculo de las medidas de sensibilidad.
2. Haga clic en el botón “Specify Switches” para introducir la información específica que requiere cada método, tales como tamaños de muestra, entre otros.
3. Introduzca la información particular de cada método referida en el inciso anterior.
4. Al seleccionar “Ok”, cada factor de entrada ha quedado diseñado como una variable aleatoria plenamente identificada con una distribución de probabilidad, y además susceptible de ser simulado mediante alguna técnica de AS.

En la ilustración 47 se muestra cómo guardar la muestra de factores de entrada.

Ilustración 46. Selección del método de AS

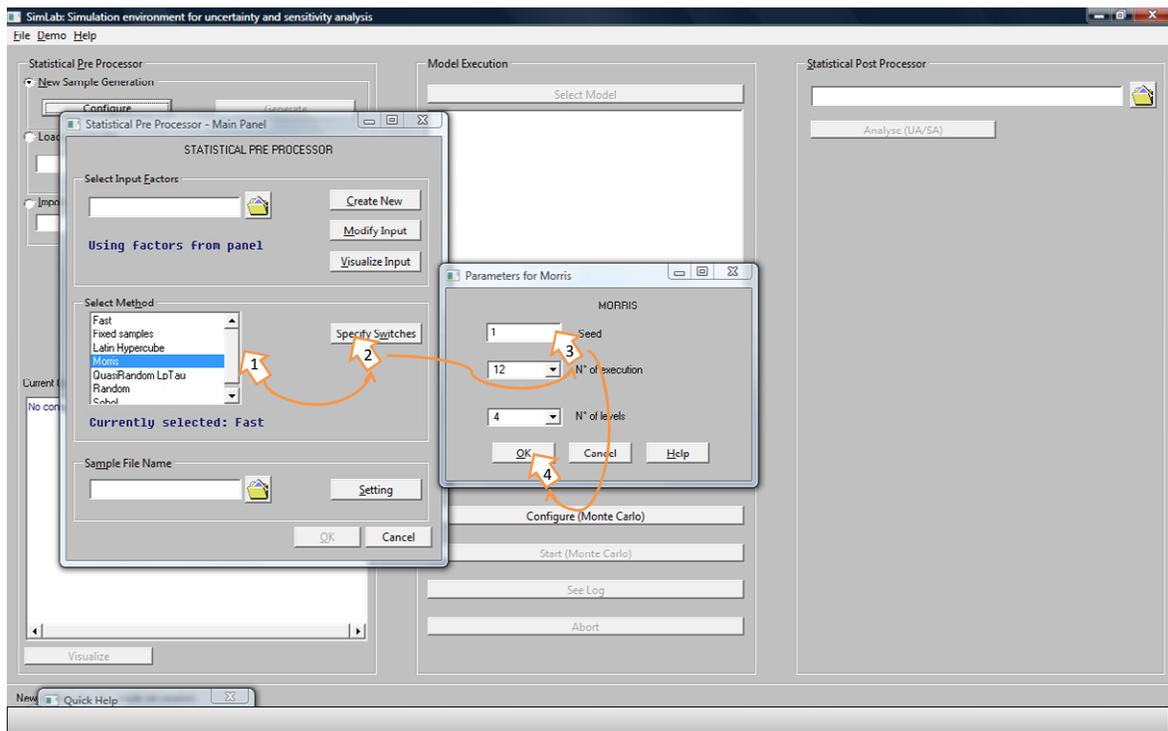
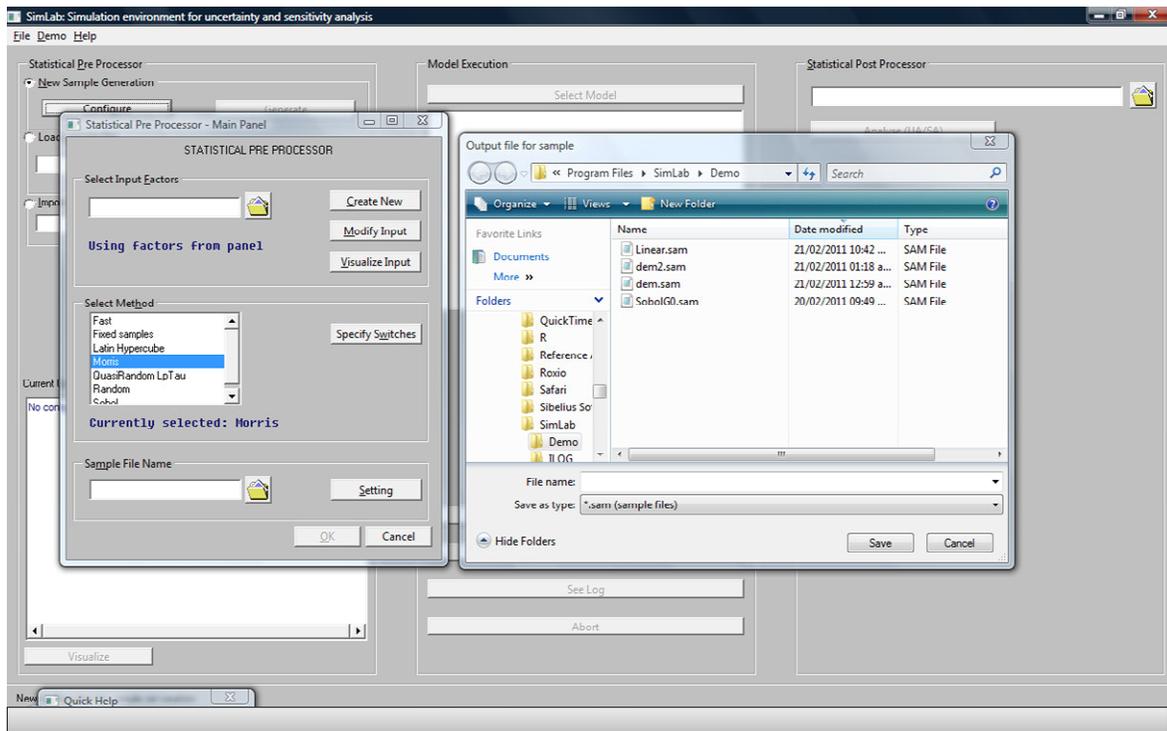


Ilustración 47. Guardar la muestra



A partir de los siguientes pasos (ver ilustración 48) se activa el módulo “Model Execution”:

1. Se activa el botón “Configure (Monte Carlo)”
2. Hacer clic en el botón “Select Model” para determinar la variable salida del modelo en estudio.
3. Aparece un sub panel para determinar el modelo. Es posible importar un modelo creado dentro o fuera del ambiente de SimLab. A los efectos de este manual, seleccione la opción “create new”
4. Se activa un editor para la variable salida del modelo y para establecer la relación funcional entre esta y los factores de entrada. Es importante conocer que se pueden definir varias variables de salida. Una vez culminado se hace clic en el botón “Start Monte Carlo”, que da inicio a la simulación.

En la ilustración 49 es posible ver un gráfico resultante para el análisis de incertidumbre.

Ilustración 48. Pasos para operar el módulo Model Execution

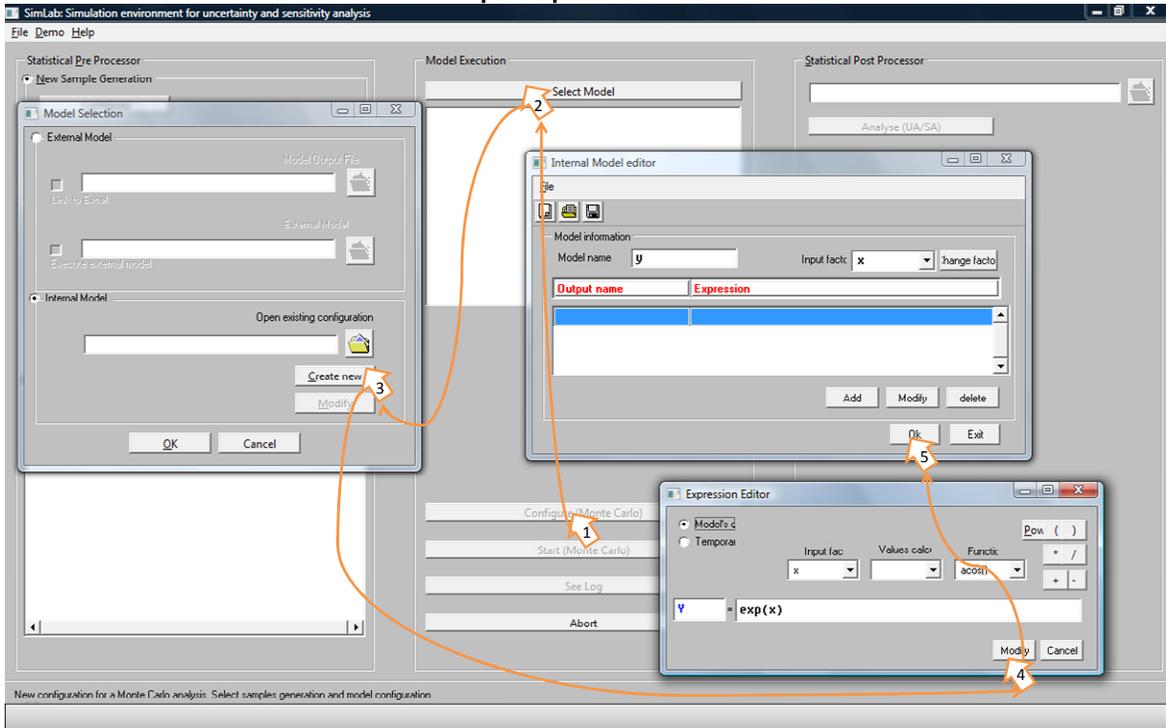
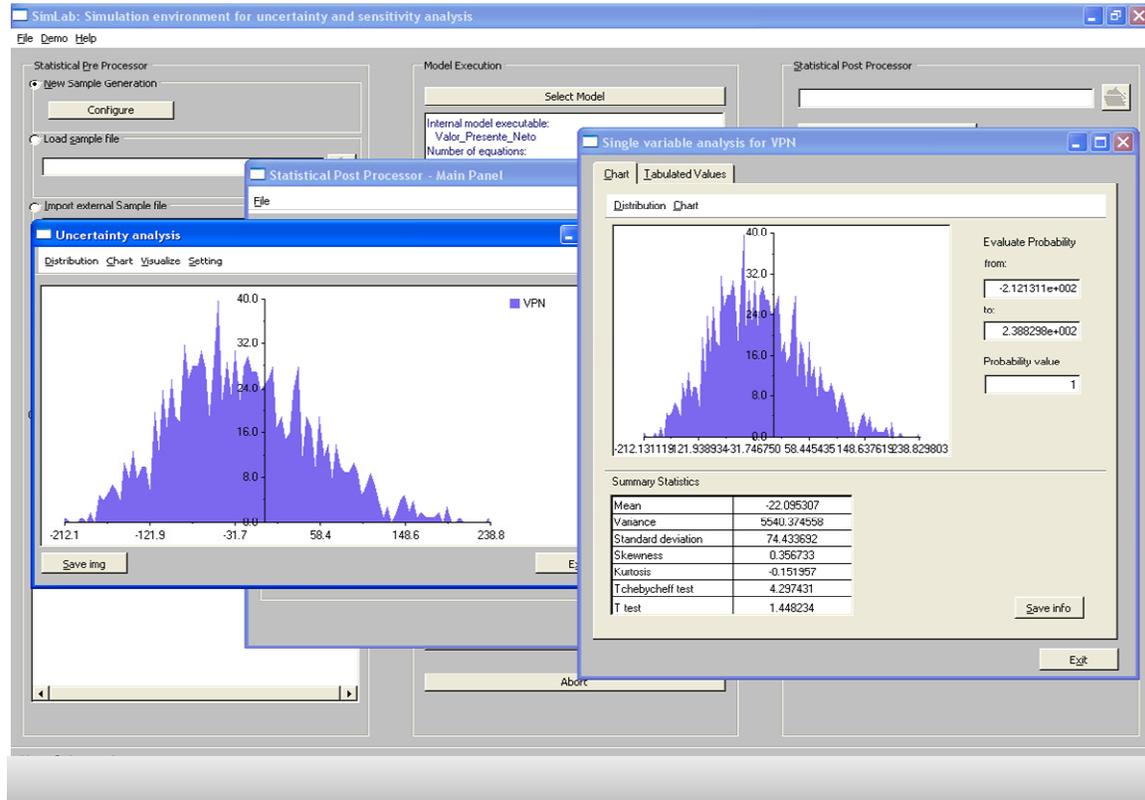
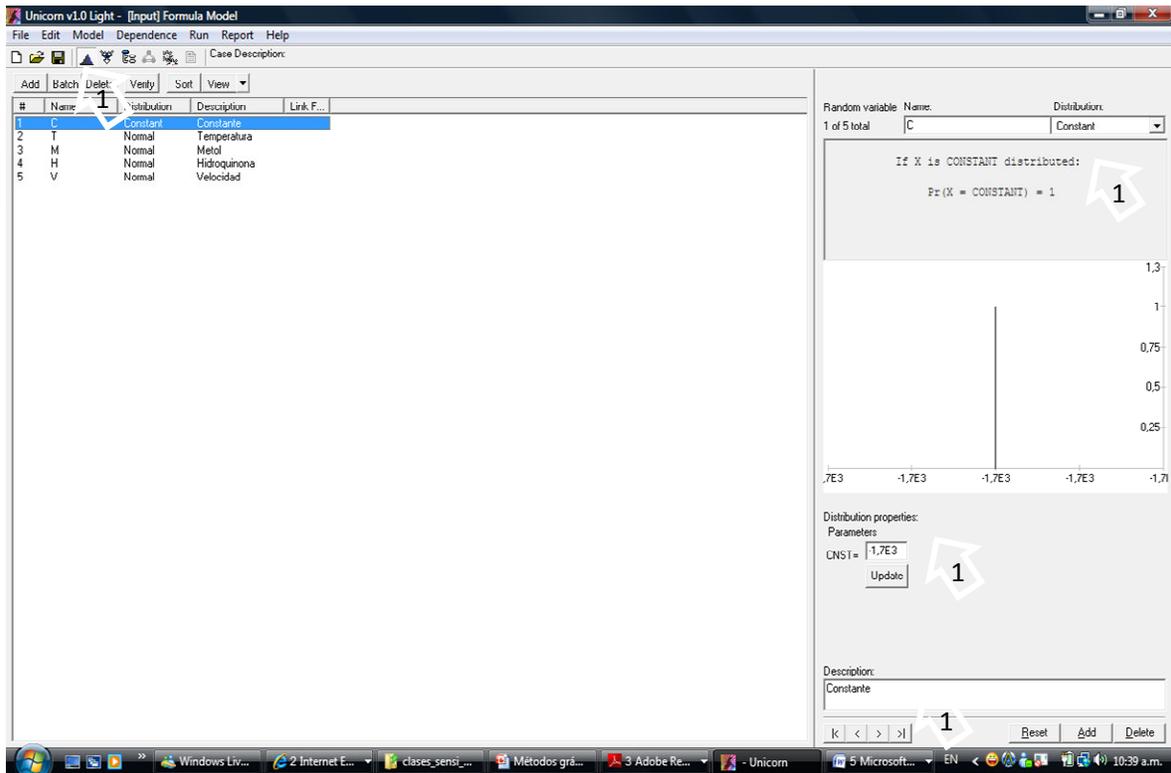


Ilustración 49. Salida de AI activando el módulo Statistical Post Processor

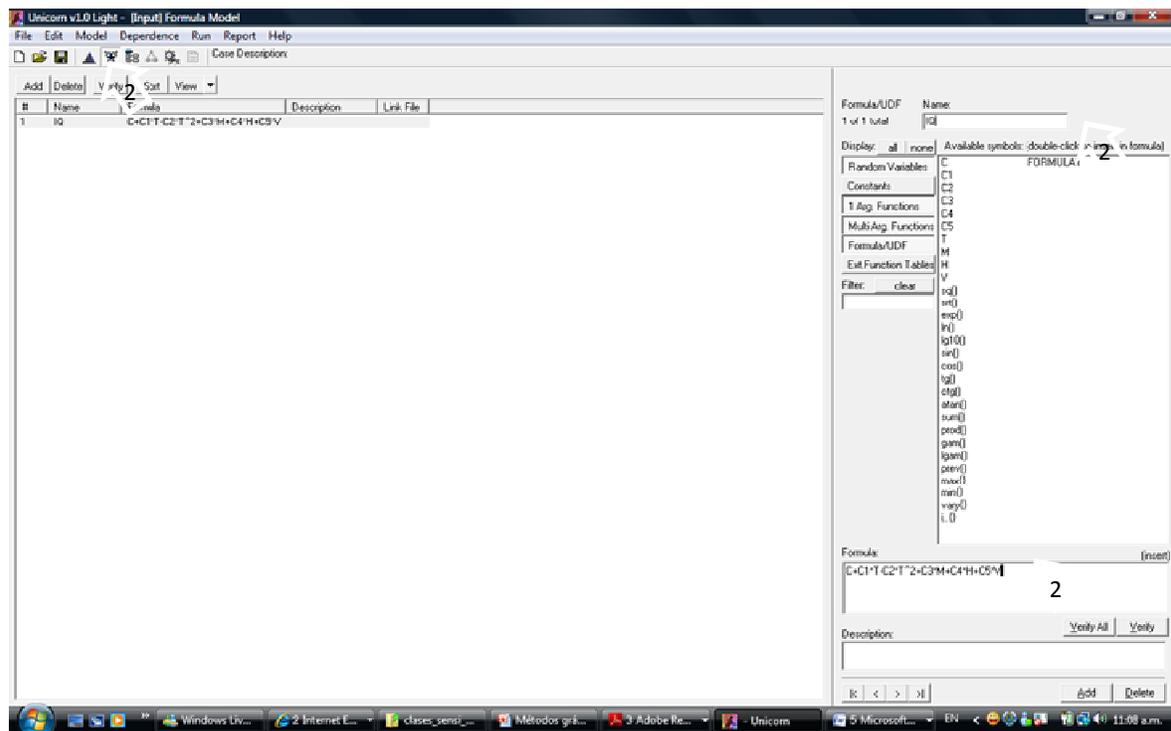


APÉNDICE 6. ¿CÓMO USAR UNICORN?

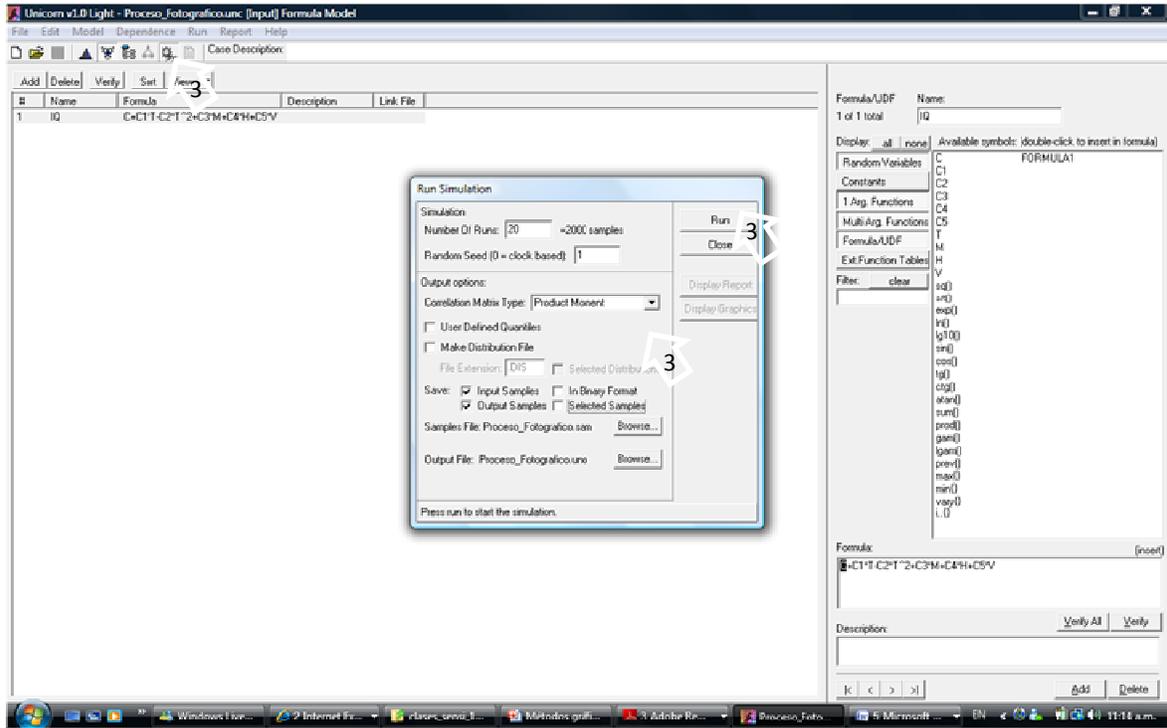
1. Definición de las variables aleatorias.



2. Definición de las variables de salida del modelo.



3. Inicio de la simulación



4. Resultado: Gráfico de telaraña.

