

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA  
FACULTAD DE AGRONOMÍA  
COMISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO  
POSTGRADO EN ESTADÍSTICA  
PROGRAMA DE MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA

**COMPARACIÓN DE PROCEDIMIENTOS DE PRUEBA DE  
HIPÓTESIS EN EL ANÁLISIS DE REGRESIÓN LINEAL  
MULTIVARIADO**

**PROF. YANDELL WILFREDO TOVAR SEVERIN**

MARACAY, DICIEMBRE 2011

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA  
FACULTAD DE AGRONOMÍA  
COMISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO  
POSTGRADO EN ESTADÍSTICA  
PROGRAMA DE MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA

**COMPARACIÓN DE PROCEDIMIENTOS DE PRUEBA DE  
HIPÓTESIS EN EL ANÁLISIS DE REGRESIÓN LINEAL  
MULTIVARIADO**

AUTOR: PROF. YANDELL WILFREDO TOVAR SEVERIN

TUTOR: MSC. AOUIQW ASCANIO EVANOFF

**TRABAJO DE GRADO PRESENTADO COMO PARTE DE LOS REQUISITOS  
PARA OPTAR AL TÍTULO DE MAGISTER SCIENTIARUM EN ESTADÍSTICA  
QUE OTORGA LA ILUSTRE UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA**

MARACAY, DICIEMBRE 2011

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA  
FACULTAD DE AGRONOMÍA  
COMISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO  
POSTGRADO EN ESTADÍSTICA  
PROGRAMA DE MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA

**COMPARACIÓN DE PROCEDIMIENTOS DE PRUEBA DE  
HIPÓTESIS EN EL ANÁLISIS DE REGRESIÓN LINEAL  
MULTIVARIADO**

**EL PRESENTE TRABAJO DE GRADO HA SIDO EXAMINADO Y APROBADO  
POR EL SIGUIENTE COMITÉ CONSEJERO**

Msc. Aouiqw Ascanio Evanoff  
Profesor Tutor

Dr. Frankiln Chacín Lugo  
Miembro Comité Consejero

## I. Dedicatoria

*A todas aquellas personas que aman la estadística, pero saben que no puede darles todas las respuestas.*

## II. Agradecimiento

A Dios el alfa y el omega, el principio y el fin de todas las cosas.

A mis Padres sin ellos ni siquiera existiría, y siempre ha estado para darme la palabra justa en el momento oportuno.

Al Tutor Aouiqw Ascanio Evanoff, que más que un tutor, es un amigo y el gran motivador de este trabajo.

A Susana una muy buena amiga quien siempre me ha ayudado en la maestría

Al Profesor Manuel Milla por sus aportes e interés con el trabajo, sus orientaciones y observaciones fueron fundamentales.

Al Profesor Franklin Chacín, por creer y ser parte de este trabajo.

A Yohana, Adriana, Thais, Ana Mary y Heiberg un grupo de muy buenos amigos que siempre supieron ayudar y motivar a la culminación de este trabajo.

### III. Tabla de Contenido

IV. Tabla de Cuadros	viii
V. Tabla de Figuras	xi
VI. Resumen	xii
VII. Abstract	xiii
1. Introducción	1
2. Objetivos	3
2.1. General	3
2.2. Específicos	3
3. Revisión Bibliográfica	4
4. Metodología	15
4.1. Modelo de Regresión Lineal Multivariado y Prueba de Hipótesis	15
4.1.1. Prueba de Razón de Verosimilitud	18
4.1.2. Prueba de Wald	20
4.1.3. Prueba del multiplicador de Lagrange	23
4.2. Simulación de las muestras	30
4.2.1. Población, Vector de valores esperados, Matriz de Varianza – Covarianza	30
4.2.2. Configuraciones para la Simulación	34
4.2.3. Generación de las muestras	41
4.3. Criterios de Comparación	42
4.3.1. Modelos y Tamaños de muestra	42
4.3.2. Tasas de Error y Potencia	44

4.3.3. Pruebas Piloto	46
5. Resultados y Discusión	47
5.1. Comparación de las tasas de Error Tipo I, II y Potencia en el Modelo	49
Completo	
5.1.1. Configuración 1	49
5.1.2. Configuración 2	53
5.1.3. Configuración 3	56
5.1.4. Configuración 4	59
5.1.5. Configuración 5	62
5.1.6. Configuración 6	65
5.1.7. Configuración 7	68
5.1.8. Configuración 8	71
5.2. Comparación de las tasas de Error Tipo I, II y Potencia en el Modelo	74
Reducido	
5.2.1. Todas las Configuraciones	74
5.3. Discusión General de los Resultados	77
6. Conclusiones	80
7. Referencias	81

## IV. Tabla de Cuadros

Cuadro	1.	Estimadores con distribución limite $\chi^2$ y con distribución limite F	27
Cuadro	2.	Vector de valores esperados (traspuesto) obtenido con 101 datos reales (matriz original): tres variables dependientes y cinco variables independientes.	30
Cuadro	3.	Matriz de varianzas y covarianzas con 101 datos reales (matriz original): tres variables dependientes y cinco variables independientes	31
Cuadro	4.	Matriz de varianzas correspondientes a las variables Y	31
Cuadro	5.	Matriz de Covarianzas de las variables.	32
Cuadro	6.	Matriz de Varianzas de las variables X para la simulación.	32
Cuadro	7.	Matriz de varianzas y covarianzas construida para la simulación	33
Cuadro	8.	Vector de valores esperados para las Y (traspuesto)	33
Cuadro	9.	Vector de medias (traspuesto)	33
Cuadro	10.	Cuadro con los limites inferiores de los intervalos de confianza al 90% para cada elemento de la matriz de varianza y covarianza	35
Cuadro	11.	Cuadro con los con los limites superiores de los intervalos de confianza al 90% para cada elemento de la matriz de varianza y covarianza	35
Cuadro	12.	Cuadro con los módulos de los intervalos de confianza al 90% para cada elemento de la matriz de varianza y covarianza	36
Cuadro	13.	Matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la configuración 1	36

Cuadro	14.	Matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la configuración 2	37
Cuadro	15.	Matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la configuración 3	37
Cuadro	16.	Matriz $\rho$	38
Cuadro	17.	Matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la configuración 4	39
Cuadro	18.	Matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la configuración 5	39
Cuadro	19.	Matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la configuración 6	39
Cuadro	20.	Matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la configuración 7	40
Cuadro	21.	Matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la configuración 8	40
Cuadro	22.	Tasas de error I y II cometidos y potencias de los diez pruebas, bajo cada nivel de significación y tamaño de muestra de la configuración 1 para el modelo completo	49
Cuadro	23.	Tasas de error I y II cometidos y potencias de los diez pruebas, bajo cada nivel de significación y tamaño de muestra de la configuración 2 para el modelo completo	53
Cuadro	24.	Tasas de error I y II cometidos y potencias de los diez pruebas, bajo cada nivel de significación y tamaño de muestra de la configuración 3 para el modelo completo	56
Cuadro	25.	Tasas de error I y II cometidos y potencias de los diez pruebas, bajo cada nivel de significación y tamaño de muestra de la configuración 4 para el modelo completo	59
Cuadro	26.	Tasas de error I y II cometidos y potencias de los diez pruebas, bajo cada nivel de significación y tamaño de muestra de la configuración 5 para el modelo completo	62
Cuadro	27.	Tasas de error I y II cometidos y potencias de los diez pruebas, bajo cada nivel de significación y tamaño de muestra de la configuración 6 para el modelo completo	65

Cuadro	28.	Tasas de error I y II cometidos y potencias de los diez pruebas, bajo cada nivel de significación y tamaño de muestra de la configuración 7 para el modelo completo	68
Cuadro	29.	Tasas de error I y II cometidos y potencias de los diez pruebas, bajo cada nivel de significación y tamaño de muestra de la configuración 8 para el modelo completo	71
Cuadro	30.	Tasas de error I y II cometidos y potencias de los diez pruebas, bajo cada nivel de significación y tamaño de muestra de todas las configuraciones para el modelo reducido	74
Cuadro	31.	Tasas de error I y II cometidos y potencias de la Prueba de Razón de Verosimilitud bajo la distribución F para cada nivel de significación y tamaño de muestra de todas las configuraciones del modelo completo	78

## V. Tabla de Figuras

Figura	1. Tres criterios para el estadístico de hipótesis tomada de Greene (1999).	4
--------	---	---

## VI. Resumen

Con la finalidad de comparar las pruebas de hipótesis de Razón de Verosimilitud, Wald y Multiplicador de Lagrange basadas en la distribución límite Ji – Cuadrado y sus similares basadas en la distribución F, en el análisis de regresión lineal multivariado. Se condujo un proceso de simulación a partir de un vector de valores esperados y una matriz de varianza - covarianza, proveniente de una población de 101 casos con cinco variables (Y) y tres factores (X). Estableciendo 8 configuraciones para la matriz de varianza – covarianza, con la cual se generaron 1000 muestras cada una de tamaño 10, 15, 20, 25, y 30 para dos tipos de modelo: completo y reducido (dos variables y tres factores). Con cada muestra se ejecutaron las tres pruebas basadas en la distribución límite Ji–Cuadrado y las tres pruebas basadas en la distribución F. Se evaluaron las tasas de error tipo I, II y potencia de las pruebas. Los resultados fueron los siguientes: 1) Las pruebas basadas en la distribución Ji – Cuadrado, presentaron para todas las configuraciones valores muy bajos de potencia y valores muy desfavorables para la tasa de error tipo I; 2) La prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, presentó para todas las configuraciones valores muy altos de potencia, pero siempre mantuvo valores para la tasa de error I por encima del nivel de significación; 3) Las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F, presentaron un comportamiento igual a las pruebas basadas en la distribución Ji – Cuadrado.

Palabras claves: comparación / pruebas / Ji–Cuadrado / Fisher / hipótesis / regresión / multivariada

## VII. Abstract

In order to compare tests of hypotheses of reason of verisimilitude, Wald and Lagrange multiplier based on distribution limit Chi - square and it's similar based on the F distribution in the multivariate linear regression analysis. It was conducted a simulation process from an array of expected values and an array of variance - covariance, from a population of 101 cases with five variables (Y) and three factors (X). Establishing 8 configurations for the matrix of variance - covariance, which generated 1000 samples each of size 10, 15, 20, 25, and 30 for two types of model: full and reduced (two variables and three factors). The three were executed with each sample tests based on distribution limit Chi - square and three evidence based in the in the F-distribution. Assessed rates of error type I, II and power of the tests. The results were as follows: 1) Chi - square distribution-based tests for all configurations presented very low values of power and very unfavorable values for the type I error rate; 2) The test of reason of verisimilitude, based on the F-distribution, presented for all configurations very high values of power, but always maintained values for the rate of error I above the level of significance; 3) Evidence of Wald and Lagrange multiplier based on the F-distribution, presented a performance equal to the Chi - square distribution-based tests.

Keywords: comparison / test / Ji-square / Fisher / hypothesis / regression / multivariate

# 1. Introducción

Hay un viejo refrán que dice *“Dos son pareja y tres son multitud”* y si esos tres no están de acuerdo hay una multitud de opciones; tal planteamiento es normal y aceptable en las relaciones humanas, pero en tres pruebas estadísticas empleadas para el mismo propósito, que dichas pruebas presenten resultados divergentes al momento de establecer regresión lineal en un modelo multivariado es un conflicto que tiene que ser resuelto.

Tal es el caso de tres pruebas estadísticas conocidas como prueba de Razón de Verosimilitud, prueba de Wald y prueba del multiplicador de Lagrange, las cuales han sido utilizadas desde su desarrollo en el análisis de regresión lineal multivariado, con la finalidad de comprobar la hipótesis de que un conjunto de variables dependientes tienen una relación funcional definida en un grupo de variables independientes.

En función a estas pruebas, se desarrollaron estimadores que se basaron en la distribución Ji – cuadrado; sin embargo, la divergencia entre una prueba y otra para reconocer o no, el efecto de regresión lineal entre las variables, no fue resuelta; situación que motivó a implementar posteriores correcciones de estos estadísticos dentro de la misma distribución Ji – cuadrado.

Así, se tienen dos grupos de estimadores, donde los primeros, se reconocen como estimadores convencionales mientras que los segundos corresponden a los ajustados; destacando que dentro de estos; los estadísticos ajustados con correcciones tipo Bartlett (Ascanio, 2006).

Las comparaciones entre los estadísticos convencionales y ajustados (con correcciones tipo Bartlett), han generado resultados concluyentes no para solventar el conflicto al momento de reconocer el efecto de regresión lineal entre

las variables y más aún, incrementan situaciones problemáticas sobre, la potencia y tasa de error I y II en las pruebas correspondientes. Más aun; es necesario resaltar que los estadísticos convencionales en algunos casos muy particulares; demostraron ser una mejor opción con respecto a sus respectivas correcciones.

Sin embargo, plantear elegir entre el “*menor de los males*” no es precisamente una opción aceptable; dado que no se han cubierto todas las posibilidades o realizados todos los esfuerzos para obtener una mejor opción.

Al tomar en cuenta esta situación, es necesario realizar comparaciones con otros estadísticos, que estén basados en otras distribuciones límite, con la finalidad de poder emitir recomendaciones acertadas sobre el conflicto en cuestión.

Esta es la razón que motiva el presente estudio, donde se presentan los llamados **estadísticos convencionales**, en contraste con algunos estadísticos que tienen aproximaciones basadas en la distribución F, que se denominarán **estadísticos con aproximaciones a F**.

Con esta comparación se esperó obtener una propuesta concreta referida a la solución del conflicto inicial, que no tiene otro sentido que decidir cuál es la “*mejor prueba*” para el análisis de regresión lineal multivariado.

Obviamente este estudio esperó dar al investigador una perspectiva más amplia de este tipo de pruebas en el análisis de regresión lineal multivariado; en términos más cotidianos que se pueda “*no ver solo un árbol, sino todo el bosque*”.

## 2. Objetivos

### 2.1. General

Comparar los procedimientos convencionales de prueba de hipótesis en el análisis de regresión lineal multivariado utilizando aproximaciones Ji – cuadrado y F.

### 2.2. Específicos

- 2.2.1. Evaluar las tasas de error tipo I y II cometidos con cada una de las pruebas y sus respectivas potencias, bajo ocho configuraciones de la matriz de varianzas y covarianzas, dos especificaciones del modelo, seis tamaños de muestra, tres niveles de significación y tres criterios de medición de la tasa de error tipo II, utilizando la aproximación a Ji-Cuadrado.
- 2.2.2. Evaluar las tasas de error tipo I y II cometidos con cada una de las pruebas y sus respectivas potencias, bajo ocho configuraciones de la matriz de varianzas y covarianzas, dos especificaciones del modelo, seis tamaños de muestra, tres niveles de significación y tres criterios de medición de la tasa de error tipo II, utilizando la aproximación a F.
- 2.2.3. Comparar las tasas de error tipo I y II cometidos entre cada par correspondiente de prueba con aproximación a Ji-Cuadrado y F y sus respectivas potencias, bajo ocho configuraciones de la matriz de varianzas y covarianzas, dos especificaciones del modelo, seis tamaños de muestra, tres niveles de significación y tres criterios de medición de la tasa de error tipo II.

### 3. Revisión Bibliográfica

Entre los métodos de análisis multivariado se ubica el análisis de regresión lineal multivariado, el cual procura encontrar *la forma* de una relación funcional que pudiera establecerse entre dos conjuntos: uno de variables independientes y otro de variables dependientes.

Entre los procedimientos de prueba de hipótesis en este contexto se encuentran las pruebas de razón de verosimilitud, prueba de Wald y Prueba de Multiplicador de Lagrange, los cuales hacen uso de los estadísticos de Lambda de Wilks, de Wald y Multiplicador de Lagrange, respectivamente.

Greene (1999) presenta una figura donde se evidencia el “modo de acción” de estos estadísticos. En la figura 1 se presenta la función  $\ln L(\theta)$ , su derivada con respecto a  $\theta$ ,  $d \ln L(\theta)/d\theta$ , y la restricción  $c(\theta)$  por ser  $H_0: c(\theta) = 0$ . Para los tres estadísticos Greene (1999) presenta:

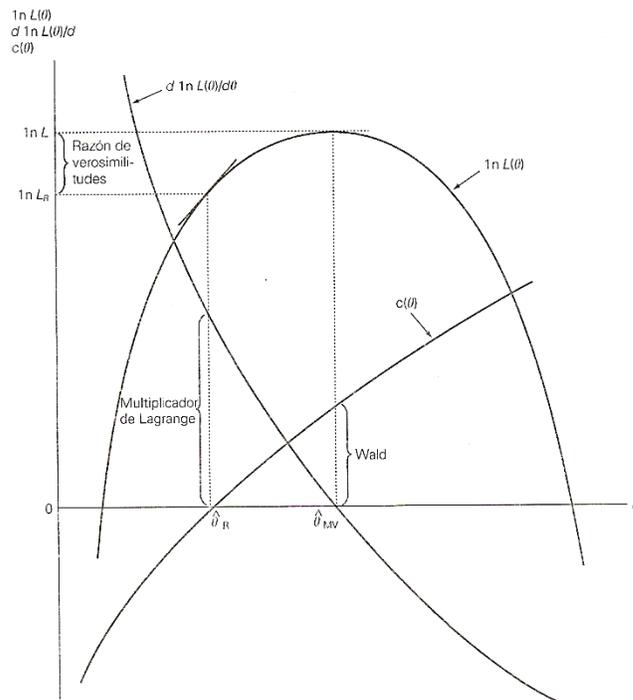


Figura 1. Tres criterios para el estadístico de hipótesis tomada de Greene (1999).

Estadístico de Lambda de Wilks: Si la restricción  $c(\theta) = 0$  es válida, esta no debería reducir significativamente el valor del logaritmo de la función de verosimilitud. Se llamará  $L$ , a la función de verosimilitud evaluada en el estimador no restringido de  $\theta$ , y  $L_R$  a la misma función, pero evaluada en el estimador restringido. Este estadístico se basa en la diferencia  $\ln L - \ln L_R$ , puesto que en ella se recoge el grado de validez de la restricción.

Estadístico de Wald: Si la restricción es válida,  $c(\hat{\theta}_{MV})$  debería tomar un valor cercano a cero, puesto que el estimador MV es consistente. Así, este estadístico se basa, precisamente, en el valor de  $c(\hat{\theta}_{MV})$ .

Estadístico del Multiplicador de Lagrange: Si la restricción es válida, el estimador restringido debería tomar un valor cercano al valor que maximiza el logaritmo de la función de verosimilitud. Así, la pendiente del logaritmo de la función de verosimilitud debería tomar un valor cercano a cero, evaluada en el estimador restringido. El estadístico se basa en el valor de la pendiente del logaritmo de la función de verosimilitud evaluada en el estimador que maximiza dicha función.

De lo expresado por Greene, se obtiene que los estadísticos son asintóticamente equivalentes; por otra parte, también señala que para muestras de tamaño pequeño pueden dar lugar a resultados muy diferentes. Esta situación ya había sido señalada con anterioridad por Berndt y Savin (1977); Breusch (1979); Evans y Savin (1982); Cribari-Neto y Zarkos (1995); Ascanio (2006) y Ascanio *et al* (2008a, 2008c, 2008d y 2008e).

Berndt y Savin (1977) presentaron un documento que plantea el conflicto entre los estadísticos. Donde se establece que los criterios de prueba de razón de verosimilitud, de Wald y multiplicador de Lagrange, pueden ser formulados en

función de las raíces ( $\lambda_q$ ) de  $|A - \lambda B| = 0$ , donde A y B son matrices definidas convenientemente<sup>1</sup>, quedando, respectivamente:  $\sum_{q=1}^Q \ln(1 + \lambda_q)$ ,  $\sum_{q=1}^Q \lambda_q$  y  $\sum_{q=1}^Q \frac{\lambda_q}{1 + \lambda_q}$

Entre éstos, se establece la siguiente desigualdad:

$$\sum_{q=1}^Q \frac{\lambda_q}{1 + \lambda_q} \leq \sum_{q=1}^Q \ln(1 + \lambda_q) \leq \sum_{q=1}^Q \lambda_q.$$

Esta relación indica que el criterio de Wald es el de mayor valor numérico. Los tres estadísticos tendrán el mismo valor sólo cuando las raíces de  $|A - \lambda B| = 0$  sean todas nulas, lo cual ocurre cuando la hipótesis nula es cierta en la muestra. Mientras mayores sean las raíces, mayor será la diferencia entre los criterios.

Breusch (1979) aclara que la desigualdad de los estadísticos no es una implicación de la potencia relativa de los procedimientos y, por lo tanto, no se puede decir que una prueba es más potente que otra sólo porque el valor del estadístico es mayor y, en consecuencia, es más probable rechazar la hipótesis nula. Más aún, la desigualdad se mantiene cuando la hipótesis es cierta.

Para los tres estadísticos existe una aproximación a la **distribución Ji-Cuadrado** para muestras grandes (distribución asintótica) como bien lo refiere Stewart (1995), al presentar una equivalencia funcional entre ellos tal que:

$$\underline{LM} = \frac{\underline{W}}{1 + \frac{\underline{W}}{T}} \text{ y } \underline{LR} = T \ln\left(1 + \frac{\underline{W}}{T}\right),$$

donde,  $\underline{LR}$ ,  $\underline{W}$ ,  $\underline{LM}$  son los estadísticos de Lambda de Wilks, de Wald y del multiplicador de Lagrange, respectivamente;  $T$  es el número de observaciones.

Por lo general, se emplean estos estadísticos con distribuciones asintóticas, para Ji-Cuadrado con un número de grados de libertad equivalente al número de

---

<sup>1</sup> Las matrices A y B están definidas en el capítulo 4, ecuación 8

restricciones impuestas por la hipótesis nula sobre la estimación de los parámetros de regresión.

Es importante tener en cuenta el significado de una distribución asintótica, pues en ningún caso para estos estimadores se utilizan las distribuciones verdaderas por estar tabuladas para muestras de tamaño reducido. Trabajando dentro de la distribución Ji – Cuadrado, se han propuestos posibles soluciones al conflicto presentado por los tres estimadores.

Uno de los ajustes dentro de la distribución Ji – Cuadrado son las denominadas correcciones tipo Bartlett, las cuales, fueron comparadas con los estadísticos convencionales (originales) más recientemente en un trabajo presentado por Ascanio (2006) y Ascanio *et al* (2008a, 2008c, 2008d y 2008e).

Ascanio (2006) y Ascanio *et al* (2008a, 2008c, 2008d y 2008e) realizaron una comparación entre los métodos convencionales (de razón de verosimilitud, de Wald y de multiplicador de Lagrange) y ajustados (utilizando correcciones tipo Bartlett), con la finalidad de evaluar las tasas de error tipo I, II y la potencia de las pruebas, obteniendo las siguientes conclusiones:

- ✓ El método convencional que presenta la menor tasa de error tipo I es el del multiplicador de Lagrange, para las dos especificaciones del modelo y los tamaños de muestra utilizados. La tasa de error tipo II es baja y la potencia alta para todas las pruebas y condiciones evaluadas. Es el método más conveniente para probar hipótesis en el análisis de regresión lineal multivariado de acuerdo a estos resultados.
- ✓ El tamaño de muestra mínimo evaluado ( $n = 5$ ) es adecuado en términos de potencia, con los dos modelos utilizados, para ejecutar el método convencional del multiplicador de Lagrange; sin embargo, la mínima tasa de

error tipo I obtenida en estos análisis para esta prueba, fue aún mayor que el correspondiente nivel de significación.

- ✓ El método ajustado que presenta la menor tasa de error tipo I es el de Wald; sin embargo, la respectiva corrección ejerce control sobre ésta sólo cuando el tamaño de muestra es grande, ya que para conjuntos pequeños a moderados la reduce demasiado con todos los niveles de significación. No obstante para los dos modelos, tamaños de muestra y niveles de significación evaluados, la potencia que la corresponde es muy baja (tasa de error tipo II alta). Por lo tanto, se refiere que es inapropiado para probar hipótesis en el análisis de regresión lineal multivariado, bajo las condiciones trabajadas.
- ✓ Los ajustes aplicados sobre los estadísticos de prueba convencionales ejercen un cierto control sobre la tasa de error tipo I, sobre todo cuando la complejidad del modelo, en términos del número de variables y factores, es mayor. Sin embargo, el efecto no es consistente.
- ✓ El control de la tasa de error tipo I mediante el uso de los métodos ajustados puede producir serios problemas con la potencia de las pruebas. Esto se aprecia sólo cuando se miden las tasas de error tipo I y II de manera conjunta. Si solamente se toman en cuenta las primeras, bajo ciertas condiciones los ajustes pueden arrojar efectos positivos. Las conclusiones pueden cambiar radicalmente si además se incluyen las evaluaciones de las segundas.

En general, los métodos ajustados no mostraron el comportamiento esperado, ya que no resulta satisfactorio el control ejercido sobre la tasa de error tipo I por las razones siguientes:

- ✓ El control fue ejercido prácticamente sólo con la prueba ajustada de Wald, con serias consecuencias, ya que se produce una reducción drástica. Aunque su efecto mejoraba con el aumento del tamaño de muestra.
- ✓ No hubo control consistente con los otros métodos.
- ✓ Cuando hubo control, éste no fue suficiente, ya que no colocó la tasa de error tipo I debajo del nivel de significación correspondiente.

Aparte de lo mencionado, el efecto de las correcciones aplicadas a los estadísticos de prueba sobre la tasa de error tipo II y, consecuentemente sobre la potencia, son negativas por las razones siguientes:

- ✓ Aplicadas sobre los estadísticos de razón de verosimilitud y del multiplicador de Lagrange con muestras pequeñas, disminuyen la potencia de las pruebas, a cambio de un efecto no satisfactorio en la reducción de la tasa de error tipo I.
- ✓ Utilizadas sobre el estadístico de Wald produjo reducción considerable en la potencia.

Los autores enfatizan que los efectos señalados no son particulares a los modelos especificados en el trabajo, y esto ha sugerido la realización del presente trabajo; pues mientras el tamaño de la muestra, el número variables dependientes e independientes y la cantidad de restricciones impuestas sobre éstos en la hipótesis nula se mantengan con los mismos valores utilizados en éste, los factores de corrección aplicados sobre los estadísticos de prueba serán los mismos; de manera que el valor del estadístico corregido sólo dependerá de la magnitud del convencional.

Ahora cambiando el enfoque de la situación problemática, de “*corregir los estimadores*” a “*cambiar la distribución asintótica*”, se debe inferir que el planteamiento realizado por Timothy K.M. Beatty, Jeffrey T. LaFrance, Muzhe Yang (2005), es resaltante, dado que: proponen una prueba de Multiplicador de Lagrange aproximada a la distribución F para para los modelos de regresión multivariada; lo que dada las premisas señaladas anteriormente, genera una opción válida en el estudio realizado.

Estos autores, se centran en la prueba del Multiplicador de Lagrange porque un grado de ajuste simple es escaso para corregir las otras pruebas, y el método de prueba modificado desarrollado no mejora las características de cualquiera de las otras alternativas. La prueba propuesta simplifica el cómputo y ofrece una buena aproximación a una prueba exacta incluso en regresiones multivariadas no lineales.

Los autores realizan una comparación con las correcciones de Laitinen-Meisner, que en estudios, realizados por Bera, Byron y Jarque (1981) sobre los mismos estadísticos. Con simulación Monte Carlo, se demostró que para valores críticos tomados de las tablas de F, corrigen W y LR por defecto y LM por exceso.

En todo caso, la Prueba F propuesta por ellos, ofrece mejores resultados que las correcciones de Laitinen-Meisner para el Multiplicador de Lagrange. Cuando se estima la estructura del modelo la F prueba propuesta continúa siendo mejor que la estadística de Laitinen-Meisner para el Multiplicador de Lagrange.

Timothy K.M. Beatty, Jeffrey T. LaFrance, Muzhe Yang (2005) en su trabajo proponen una prueba del Multiplicador de Lagrange con aproximación en F de fácil ejecución para un sistema de regresión que en la práctica supera parcialmente a la de Laitinen-Meisner, y es una alternativa más eficaz para conducir a mejorar las inferencias.

Stewart (1997), presenta las pruebas de hipótesis en el análisis de regresión multivariado, para los estadísticos de Lambda de Wilks, de Wald y Multiplicador de Lagrange, pero con una distribución  $F^2$ . El autor refiere que en muchos casos estos estadísticos y sus equivalencias, pueden unificar los criterios de decisión lo cual es de gran interés en cualquier contexto.

Así mismo, este criterio es utilizado sobre modelos de regresión múltiple o con una sola variable. Stewart. (1997) señala que este tipo de transformaciones, conocidas como F de Rao, permiten un uso muy amplio y resultan excepcionalmente fáciles en su aplicación.

Para Pindyck R., Rubinfeld D. (2000), la distribución F puede ser útil para probar hipótesis en el contexto del modelo de regresión múltiple. Khattree R. y Naik D. (1999) señala a los estadísticos de Lambda de Wilks, de Wald y Multiplicador de Lagrange dentro del programa SAS con distribución límite F.

Cuadras (2007), presenta un estadístico de lambda de Wilks con distribución F similar al mostrado por Rencher (1998), donde realiza una equivalencia entre los estadísticos de Wilks, y Hotelling, basados en la distribución F, en su trabajo sobre nuevos métodos de análisis multivariado. Cabe destacar que aunque no expresa una conclusión definitiva sobre algún estadístico, es clara la importancia que otorga al estadístico de Wilks con distribución límite en F.

Un examen de estos procedimientos para un amplio número de variables confirma, por un lado, la robustez del procedimiento multivariado de Welch-James dado por Johansen (1980) para probar el efecto principal de los ensayos y, por otro, la robustez de la generalización multivariada del procedimiento de Brown-Forsythe (1974) para probar la interacción de los grupos con los ensayos. Los

---

<sup>2</sup> Los estadísticos presentados por Stewart, son descritos en el capítulo siguiente, pues corresponden a los primeros estadísticos con distribución F, presentados para cada una de las pruebas.

resultados también ponen en relieve que las diferencias de potencia eran pequeñas en aquellas condiciones en que tanto el procedimiento de Welch-James como de Brown-Forsythe controlaban las tasas de error de Tipo I.

Rencher (2002), en su trabajo más reciente sobre los métodos de análisis multivariados realiza un comentario sobre la comparación entre las distintas pruebas expuestas en sus trabajos anteriores<sup>3</sup> con distribución F.

Cuando  $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$  es cierto, todos los vectores medios están en el mismo punto. Por lo tanto, todas las pruebas estadísticas de análisis multivariante de la varianza o MANOVA tienen la misma tasa de error tipo I, es decir, todos tienen la misma probabilidad de rechazo cuando  $H_0$  es cierta. Sin embargo, cuando  $H_0$  es falsa, las pruebas tienen diferentes probabilidades de rechazo.

Históricamente, afirma Rencher (2002),  $\Lambda$  de Wilks ha desempeñado el papel dominante en las pruebas de significación en MANOVA porque fue el primero en ser derivado y tiene la distribución Ji – Cuadrado conocidos y aproximaciones de F. Sin embargo, no siempre es la más potente entre las pruebas.

En el caso univariado, el ANOVA con  $p = 1$ , las medias  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$  puede ordenarse de forma exclusiva a lo largo de una línea en una dimensión, y la prueba F habitual es uniformemente más poderosa.

En el caso que interesa el multivariado, por otro lado, comenta Rencher (2002) que con  $p > 1$ , los vectores de medias son puntos en  $s = \text{dimensiones min}(p, v_H)$ . Al tener varias pruebas, la potencias relativas de los estadísticos de

---

<sup>3</sup>RENCHER, A (1998) Multivariate statistical inference y applications. Willey-Interscience Publication. New York.

pruebas dependen de la configuración de los vectores medias  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$  en el espacio  $s$ -dimensional.

Una indicación del patrón del vector de medias está dada por los valores propios de la  $B^{-1}A$ . Si hay un valor propio grande y los otros son pequeños, el vector de media estará cerca de una línea. Si hay dos valores propios grandes, el vector de media se encuentra principalmente en dos dimensiones y así sucesivamente.

Para Rencher (2002) la prueba de Roy que utiliza sólo el valor propio más grande de  $B^{-1}A$ , es más potente que las otras si los vectores medios son colineales. Las otras tres pruebas tienen mayor poder que de Roy cuando los vectores medios son difusa (propagación fuera en varias dimensiones).

En términos de potencia, las pruebas se ordenan  $\theta \geq U^{(s)} \geq \Lambda \geq V^{(s)}$  para el caso colineal. En el caso difuso y para una estructura intermedia entre colineales y difusas, el orden de poder se invierte,  $V^{(s)} \geq \Lambda \geq U^{(s)} \geq \theta$ .

En conclusión, si los tamaños de grupo son iguales, las pruebas son lo suficientemente sólidas siempre que no existan problemas respecto a la heterogeneidad de las matrices de covarianza que sean preocupantes. Si los tamaños de muestra son desiguales y se tiene heterogeneidad, entonces el nivel de significación ( $\alpha$ ) de la prueba MANOVA puede verse afectado de la siguiente manera: Si la mayor varianzas y covarianzas asociadas con las muestras más grandes, el verdadero nivel de  $\alpha$  se reduce y las pruebas tienden a ser conservadoras. Por otro lado, si la mayor varianzas y covarianzas provienen de las muestras más pequeñas,  $\alpha$  se infla, y las pruebas tienden a ser liberales.

En definitiva, el uso de Roy  $\theta$  no se recomienda para cualquier situación, excepto en el caso colineal bajo las suposiciones estándar. En el caso difuso, su rendimiento es inferior a la de los otros tres. Si los datos provienen de poblaciones

con distribución normal, exhibiendo la asimetría o curtosis positiva, cualquiera de las otras tres pruebas se pueden realizar con resultados aceptables.

En la práctica, la mayoría los programas de software MANOVA rutinariamente calculan las cuatro pruebas estadísticas, y usualmente llegan a la misma conclusión.

De igual forma Rencher (2002), aplica lo anterior al análisis de regresión múltiple expresando que cuando  $H_0$  es cierta, que los estadísticos de Lambda de Wilks, de Wald, Multiplicador de Lagrange y  $\theta$  de Roy tienen probabilidad  $\alpha$  de rechazar; es decir, que todos tienen la misma probabilidad de un error tipo I.

Cuando  $H_0$  es falsa, el rango de alimentación de las pruebas depende de la configuración de los valores propios de población, como se señaló anteriormente. Los valores propios de ejemplo  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s$  donde  $B^{-1}A$  son estimaciones de los autovalores de la población.

Si los valores propios de la población iguales o casi iguales, el rango de la potencia de las pruebas es  $V^{(s)} \geq \Lambda \geq U^{(s)} \geq \theta$ . Si sólo un valor propio de la población es distinto de cero, se revierten las potencia:  $\theta \geq U^{(s)} \geq \Lambda \geq V^{(s)}$ .

En aquellos casos cuando difieren en cuanto al rechazo o no rechazo de la hipótesis, se puede examinar las matrices de valores propios y covarianza y evaluar las conclusiones contradictorias a la luz de las propiedades de la prueba descritas anteriormente.

En el capítulo siguiente se desarrollan metodológicamente y comparan; los estimadores convencionales basados en la distribución Ji – Cuadrado y los presentados por Rencher (1998) basados en la distribución F.

## 4. Metodología

### 4.1. Modelo de Regresión Lineal Multivariado y Prueba de Hipótesis

El Modelo general de regresión lineal multivariado, en forma matricial se expresa como:

$$Y = X\Pi + \varepsilon \quad (1)$$

donde  $Y_{t \times M}$ ,  $X_{t \times K}$  y  $\varepsilon_{t \times M}$  son matrices. Se toma la  $t$ -ésima fila de estas matrices y se tiene que  $y'(t)$ ,  $x'(t)$  y  $\varepsilon'(t)$ , se expresan como:

$$y(t) = \Pi x(t) + \varepsilon(t); t = 1, \dots, T \quad (2)$$

dónde:

- ✓  $y'(t) = [y_1(t) \ \dots \ y_m(t) \ \dots \ y_M(t)]$  es un vector  $1 \times M$  de variables dependientes,
- ✓  $\Pi = [\pi_{km}]$  es una matriz  $K \times M$  de parámetros del modelo de regresión.
- ✓  $x'(t) = [x_1(t) \ \dots \ x_K(t)]$  es un vector  $1 \times K$  de variables independientes.
- ✓  $\varepsilon'(t) = [\varepsilon_1(t) \ \dots \ \varepsilon_m(t) \ \dots \ \varepsilon_M(t)]$  es un vector  $1 \times M$  de errores o residuales.

Las suposiciones básicas que se establecen con el modelo son:

- ✓  $X$  es una matriz no estocástica de rango completo (rango de  $X = K < T$ )
- ✓ Los  $\varepsilon(t)$  son independientes, normalmente distribuidos con media vector cero y matriz de covarianzas  $\Sigma$  desconocida.

Para la estimación de parámetros se tiene que:

✓  $\hat{\Pi} = \begin{bmatrix} \hat{\pi}_{km} \end{bmatrix}$  es una matriz  $K \times M$  de parámetros estimados.

Con base en las estimaciones:

✓ La matriz de residuales es:  $\hat{\varepsilon} = Y - X\hat{\Pi} = \begin{bmatrix} \hat{\varepsilon}_m(t) \end{bmatrix}$  y

✓ La matriz de sumas de cuadrados y productos cruzados de residuales estará dada por  $W = (Y - X\hat{\Pi})'(Y - X\hat{\Pi})$ .

Por lo general, se elige a  $P = (X'X)^{-1}(X'Y)$  como expresión de cálculo de  $\hat{\Pi}$ . Se denota la  $m$ -ésima columna de  $P$  por  $p_m$  y la  $m$ -ésima columna de  $Y$  por  $y_m$ . Luego,  $p_m = (X'X)^{-1}X'y_m$  es obtenida por regresión múltiple de  $y_m$  en  $X$ ,  $m = 1, \dots, M$ . Los residuales producidos así, son no correlacionados y denotados por  $\hat{E} = Y - XP = \begin{bmatrix} e_m(t) \end{bmatrix}$ , donde la  $m$ -ésima columna de  $\hat{E}$  es  $e_m = y_m - Xp_m$ ,  $m = 1, \dots, M$ .

La matriz de sumas de cuadrados y productos cruzados de residuales no correlacionados, vendrá dada por:

$$S = \hat{E}'\hat{E} = (Y - XP)'(Y - XP) \quad (3)$$

donde  $S$  es definida positiva.

En este caso, la hipótesis nula es formulada en términos de restricciones lineales en los coeficientes de regresión poblacionales. En este caso se tomara la forma especial de restricciones lineales uniformes (RLU)<sup>4</sup>:

$$F\Pi G = D \quad (4)$$

donde:

- ✓  $F$  es una matriz  $J \times K$  (de rango  $J$ ,  $J \leq K$ )
- ✓  $G$  es una matriz  $M \times N$  (de rango  $N$ ,  $N \leq M$ )
- ✓  $D$  es una matriz  $J \times N$ .

Todas estas matrices son conocidas y de constantes  $F$  y  $G$  asignan valores particulares a los coeficientes de regresión relativos a las variables independientes y dependientes, en orden respectivo.

El sistema de hipótesis a probar es:

$$\begin{cases} H_0: F\Pi G = D \\ H_a: F\Pi G \neq D \end{cases}$$

A menudo, este proceso se asocia con el procedimiento de análisis de varianza multivariado, descrito por Bartlett (1947). Considérese la estimación de  $\Pi$  sujeta a  $F\Pi G = D$ . El método de estimación por máxima verosimilitud permite elegir un  $\hat{\Pi}$  que minimice  $|W|$  sujeto a  $F\Pi G = D$ , mientras que el método de la distancia mínima restringida de Zellner, permite la selección de un  $\hat{\Pi}$  que

---

<sup>4</sup> RLU se utiliza en caso que: 1) se realicen transformaciones idénticas (individuales o cruzadas) sobre los coeficientes de regresión; 2) se plantee la hipótesis que un elemento simple de  $\Pi$  es igual a cero.

minimice  $tr(S^{-1}W)$  sujeto a  $F\Pi G = D$ . Bajo la condición de uniformidad, ambos métodos coinciden en la escogencia de  $\hat{\Pi}$ , la cual es llamada:

$$P_0 = P - (X'X)^{-1}F' \left[ F(X'X)^{-1}F' \right]^{-1} (FPG - D) [G'SG]^{-1} G'S \quad (5)$$

Cuando se elige  $P_0$ ,  $W$  resulta:

$$W_0 = S + SG(G'SG)^{-1} (FPG - D)' \left[ F(X'X)^{-1}F' \right]^{-1} (FPG - D) (G'SG)^{-1} G'S \quad (6)$$

#### 4.1.1. Prueba de Razón de Verosimilitud

Ahora se van a desarrollar los distintos estadísticos de acuerdo al modelo presentado. Primero se tiene a lambda de Wilks, que se denota  $\Lambda$ , y se define como:

$$\Lambda = \frac{|S|}{|W_0|} = \frac{|S|}{|S+H|} \quad (7)$$

Si  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M \geq 0$  son las raíces de  $|H - \lambda S| = 0$ , donde  $H = W_0 - S$  y

$$A = (FPG - D)' \left[ F(X'X)^{-1}F' \right]^{-1} (FPG - D) \quad (8)$$

$$B = (G'SG)$$

se tiene que las raíces no nulas de  $S^{-1}H$  son las mismas que las raíces no nulas de  $B^{-1}A$ , dado que las raíces del producto de dos matrices son independientes del orden de multiplicación. De esta manera, el criterio de prueba  $\Lambda$ , puede escribirse como:

$$\Lambda = \frac{|B|}{|B+A|} = \prod_{q=1}^Q (1 + \lambda_q)^{-1} \quad (9)$$

donde  $Q = \min(N, J)$  es el número de raíces no nulas de  $|A - \lambda B| = 0$ .

Las matrices  $A$  y  $B$  tienen distribución independiente Wishart, con matriz de covarianzas común  $G'\Sigma G$ . Con  $J$  y  $T - K$  grados de libertad, respectivamente,  $B$  tiene distribución Wishart centrada. Cuando la hipótesis  $F\Pi G = D$  es cierta,  $A$  tiene distribución Wishart centrada y la densidad de las raíces no nulas de:

$$|A - \theta(A + B)| = 0 \quad (10)$$

involucra sólo los parámetros  $N$ ,  $J$  y  $T - K$  y no la matriz de covarianzas desconocida  $\Sigma$ . Las raíces de (10) también pueden ser escritas como:

$$\lambda = \theta / (1 - \theta) \quad \text{ó} \quad \theta = \lambda / (1 + \lambda).$$

Cuando la hipótesis nula  $F\Pi G = D$  es cierta, la variable  $\Lambda$  se denota  $\Lambda(N, J, T - K)$ . La región crítica para la prueba de  $F\Pi G = D$  contra  $F\Pi G \neq D$  a un nivel de significación  $\alpha$  es  $\Lambda < \Lambda_\alpha(N, J, T - K)$ , donde  $\Lambda_\alpha(N, J, T - K)$  es el cuantil asociado a una probabilidad  $\alpha$  de la distribución  $\Lambda(N, J, T - K)$ . Cuando la hipótesis  $F\Pi G = D$  es cierta,  $-T \ln \Lambda = T \sum_{q=1}^Q \ln(1 + \lambda_q)$  tiene distribución límite  $\chi^2$  con  $NJ$  grados de libertad.

La región crítica asintótica para la prueba, con un nivel de significación  $\alpha$ , es  $-T \ln \Lambda \geq \chi_{\alpha(NJ)}^2$ , donde  $\chi_{\alpha(NJ)}^2$  es el cuantil asociado a una probabilidad  $\alpha$  de la distribución  $\chi_{(NJ)}^2$ .

Rencher (1998) presenta una aproximación para  $\Lambda$  de Wilks a la distribución límite F, que se expresa como:

$$\Lambda F = \frac{1 - \Lambda^{\frac{1}{t}} df_2}{\Lambda^{\frac{1}{t}} df_1}$$

donde se tiene que  $df_1 = MV_H$  ;  $df_2 = wt - \frac{1}{2}[MV_H - 2]$  ;  $V_H = k$ ;

$$V_E = T - k - 1; w = V_E + V_H - \frac{1}{2}(M + V_H + 1) \text{ y } t = \sqrt{\frac{M^2 V_H^2 - 4}{M^2 + V_H^2 - 5}}$$

Esta  $F$  se distribuye con una F – central con  $df_1$  y  $df_2$  grados de libertad.

#### 4.1.2. Prueba de Wald

Para la prueba de Wald, se escribirá la restricción  $F\Pi G = D$  como:

$$C\pi = c \quad (11)$$

donde:

- ✓  $C$  es una matriz conocida de constantes de rango  $JN$  ( $JN < MK$ ) y
- ✓  $c$  es un vector  $JN \times 1$  de constantes también conocido.

El criterio de Wald es:

$$(Cp - c)' \left[ C(S \otimes (X'X)^{-1}) C' \right]^{-1} (Cp - c) \quad (12)$$

El método de la distancia mínima restringida de Zellner, permite seleccionar el  $\hat{\pi}$  que minimice  $tr(S^{-1}W)$  sujeto a  $C\pi = c$ . Dado que el valor escogido de  $\hat{\pi}$  es  $\rho_0$ , donde  $\rho_0$  es la “versión vectorial” de  $P_0$ , la mínima  $tr(S^{-1}W)$  es:

$$tr(S^{-1}W_0) = \hat{\varepsilon}_0' (S^{-1} \otimes I) \hat{\varepsilon}_0 \quad (13)$$

donde  $\hat{\varepsilon}_0 = y - (I \otimes X) \rho_0$  y:

$$\rho_0 = p + (S \otimes (X'X)^{-1}) C' [C(S \otimes (X'X)^{-1}) C']^{-1} (c - Cp) \quad (14)$$

donde  $p$  es la “versión vectorial” de  $P$ . Usando (14), la mínima  $tr(S^{-1}W)$  puede escribirse como:

$$tr(S^{-1}W_0) = e' (S^{-1} \otimes I) e + (Cp - c)' [C(S \otimes (X'X)^{-1}) C']^{-1} (Cp - c) \quad (15)$$

De (15) y utilizando (8), se tiene que:

$$tr(S^{-1}W_0) - tr(S^{-1}S) = tr(S^{-1}H) = tr(AB^{-1}) = \sum_{q=1}^Q \lambda_q \quad (16)$$

Cuando se prueba la hipótesis nula que un simple elemento de  $\Pi$  es cero, el estadístico de Wald  $T tr(S^{-1}H)$ , es el cuadrado de la razón asintótica  $t$ . Más aun, el criterio de Wald es proporcional al estadístico generalizado de Hotelling  $\Upsilon_0^2$ , dado que:

$$\Upsilon_0^2 = (T - K) tr(B^{-1}A) = (T - K) tr(S^{-1}H) \quad (17)$$

$U(N, J, T - K)$  es la variable  $tr(B^{-1}A)$  cuando la hipótesis  $F\Pi G = D$  es cierta.  $TU(N, J, T - K)$  tiene distribución límite  $\chi^2_{(NJ)}$ . La región crítica asintótica de la prueba de Wald es  $T tr(S^{-1}H) \geq \chi^2_{\alpha(NJ)}$ .

Rencher (1998) recoge de Lawley (1938) y Hotelling (1951) tres aproximaciones a la distribución límite F del estadístico de Wald,  $U^{(S)} = tr(S^{-1}H)$  que se presentan a continuación:

$$F_1 = \frac{U^{(S)}}{c}; \quad F_2 = \frac{2(sN^* + 1)U^{(S)}}{s^2(2m + s + 1)}; \quad F_3 = \frac{[s(V_E - s - 1)]U^{(S)}}{s^2V_H}$$

donde:

$$a = MV_H; \quad b = 4 + \frac{a+2}{B-1}; \quad c = \frac{a(b-2)}{b(V_E-M-1)}; \quad B = \frac{(V_E+V_H-M-1)(V_E-1)}{(V_E-M-3)(V_E-M)}; \quad \text{además se tiene que}$$

$$N^* = \frac{1}{2}((T - k - M - 2)); \quad m = \frac{1}{2}(|k - M| - 1); \quad s = \min(M, k)$$

Estas se distribuyen con F – central con los grados de libertad que se expresan a continuación:

<b>Estadístico</b>	<b>Distribución F</b>
$wF_1 = \frac{U^{(S)}}{c}$	$F_{a,b}$
$wF_2 = \frac{2(sN^* + 1)U^{(S)}}{s^2(2m + s + 1)}$	$F_{s(2m+s+1), 2(sN^*+1)}$
$wF_3 = \frac{[s(V_E - s - 1)]U^{(S)}}{s^2V_H}$	$F_{sV_H, s(V_E-s-1)+2}$

### 4.1.3. Prueba del Multiplicador de Lagrange

Por último, para el criterio del multiplicador de Lagrange, se utilizará el método de máxima verosimilitud, donde se seleccionan  $\hat{\pi}$  y  $\hat{\mu}$  que minimice:

$$\log[W] + \hat{\mu} \left( C\hat{\pi} - c \right) \quad (18)$$

donde:

$\hat{\mu}$  es un estimador del vector multiplicador de Lagrange  $\mu$ .

Probar la hipótesis nula que  $C\pi = c$  con el multiplicador de Lagrange, es equivalente a probar que  $\mu$  es igual a cero. Se denota por  $(\rho_0, \mu_0)$  el par que minimiza (18).

El criterio de prueba es:

$$\mu_0' \left[ C(W_0 \otimes (X'X)^{-1}) C' \right] \mu_0 \quad (19)$$

Ahora se establecerá una expresión alternativa para este criterio, propuesta por Zellner (1962):  $\hat{\Pi}(1)$  denota el valor de  $\hat{\Pi}$  que minimiza  $tr(S^{-1}W)$  sujeto a  $C\pi = c$ ;  $W(1) = \left( Y - X\hat{\Pi}(1) \right)' \left( Y - X\hat{\Pi}(1) \right)$  denota la matriz de sumas de cuadrados y productos cruzados de residuales y  $\hat{\mu}(1) = \left[ C(S \otimes (X'X)^{-1}) C' \right]^{-1} (c - Cp)$  denota el vector multiplicador de Lagrange, donde  $p$  es la "versión vectorial" de  $P$ .

Luego, se elige  $\hat{\Pi}$  que minimice  $tr[W(1)^{-1}W]$  sujeto a  $C\pi = c$ ; valor que se denota por  $\hat{\Pi}(2)$ , la matriz de sumas de cuadrados y productos cruzados de residuales por  $W(2) = (Y - X\hat{\Pi}(2))'(Y - X\hat{\Pi}(2))$  y el vector multiplicador de Lagrange por  $\hat{\mu}(2) = [C(W(1) \otimes (X'X)^{-1})C']^{-1}(c - Cp)$ . El valor  $\hat{\Pi}(n)$  es el escogido para  $\hat{\Pi}$  por este procedimiento y es idéntico al  $\hat{\Pi}$  obtenido por máxima verosimilitud.

El siguiente paso consiste en escoger  $\hat{\Pi}$  que minimice  $tr(W_0^{-1}W)$  sujeto a  $C\pi = c$ , selección que se denota  $P_* = P_0$ , ya que  $C\pi = c$  puede expresarse como  $F\Pi G = D$ . De esta manera,  $tr(W_0^{-1}W)$  se minimiza con:

$$p_* = p + (W_0 \otimes (X'X)^{-1})C' [C(W_0 \otimes (X'X)^{-1})C']^{-1}(c - Cp) \quad (20)$$

y

$$\mu_* = [C(W_0 \otimes (X'X)^{-1})C']^{-1}(c - Cp) \quad (21)$$

Dado que  $p_* = p_0$ ,  $\mu_* = \mu_0$ . Insertando (21) en (19) queda:

$$(Cp - c)' [C(W_0 \otimes (X'X)^{-1})C']^{-1}(Cp - c) \quad (22)$$

el cual difiere del criterio de Wald sólo en que  $S$  es reemplazada por  $W_0$ . Dado que la mínima  $tr(W_0^{-1}W)$  puede ser escrita como:

$$tr(W_0^{-1}W_0) = e'(W_0^{-1} \otimes I)e + [Cp - c(W_0 \otimes (X'X)^{-1})C']^{-1}(Cp - c) \quad (23)$$

se tiene que:

$$tr(W_0^{-1}W_0) - tr(W_0^{-1}S) = tr(W_0^{-1}H) = tr[A(A+B)^{-1}] = \sum_{q=1}^q \frac{\lambda_q}{1+\lambda_q} = \sum_{q=1}^q \theta_q \quad (24)$$

La variable aleatoria  $tr(W_0^{-1}H)$  cuando la hipótesis nula  $F\Gamma G = D$  es cierta, es denotada por  $V(N, J, T - K)$ . La hipótesis puede ser probada comparando el valor de  $tr(W_0^{-1}H)$  con  $V_\alpha(N, J, T - K)$ , el cuantil asociado a una probabilidad  $\alpha$  en la distribución de  $V(N, J, T - K)$ . La distribución límite de  $TV(N, J, T - K)$  es  $\chi_{(NJ)}^2$ . La región crítica asintótica para la prueba de multiplicador de Lagrange es  $T tr(W_0^{-1}H) \geq \chi_{\alpha(NJ)}^2$ .

Rencher (1998) toma de Pillai (1955) tres aproximaciones a la distribución límite F del estadístico de multiplicador de Lagrange,  $V^{(s)} = tr(W_0^{-1}H)$  que se presentan a continuación:

$$F_1 = \frac{(2N^* + s + 1)V^{(s)}}{(2m + s + 1)V^{(s)}(s - V^{(s)})}; \quad F_2 = \frac{s(V_E - V_H + 1)V^{(s)}}{MV_H(s - V^{(s)})}; \quad F_3 = \frac{(V_E - M + s)V^{(s)}}{d(s - V^{(s)})}$$

donde  $d = \max(M, V_H)$ . Estas se distribuyen con F - central con los grados de libertad que se expresan a continuación:

### Estadístico

$$LMF_1 = \frac{(2N^* + s + 1)V^{(S)}}{(2m + s + 1)(s - V^{(S)})}$$

$$LMF_2 = \frac{s(V_E - V_H + 1)V^{(S)}}{MV_H(s - V^{(S)})}$$

$$LMF_3 = \frac{(V_E - M + s)V^{(S)}}{d(s - V^{(S)})}$$

### Distribución F

$$F_{s(2m+s+1), s(2N^*+s+1)}$$

$$F_{MV_H, s(V_E-V_H+s)}$$

$$F_{sd, s(V_E-M+s)}$$

A continuación, se presenta en el cuadro 1 una expresión de cálculo para los estimadores Lambda de Wilks, el de Wald y el multiplicador de Lagrange, que genera una visión más clara de los estimadores objetos de comparación en el estudio.

Cuadro 1. Estimadores con distribución límite  $\chi^2$  y con distribución límite F

METODO	PRUEBA	ESTADISTICO	DISTRIBUCION
PRUEBAS CONVENCIONALES	WILKS	$\Lambda = \frac{ B }{ B + A }$	$\Lambda$ tiene distribución límite $\chi^2$ con $NJ$ grados de libertad.
PRUEBAS AJUSTADAS A LA DISTRIBUCION F.		$\Lambda F = \frac{1 - \Lambda^{\frac{1}{t}}}{\Lambda^{\frac{1}{t}}} \frac{df_2}{df_1}$	Esta $F$ se distribuye con una $F$ – central con $df_1$ y $df_2$ grados de libertad,

METODO	PRUEBA	ESTADISTICO	DISTRIBUCION
PRUEBAS CONVENCIONALES		$w = tr(S^{-1}H)$	$TU(N, J, T - K)$ tiene distribución límite $\chi^2_{(NJ)}$ .
PRUEBAS AJUSTADAS A LA DISTRIBUCION F.	WALD	$wF_1 = \frac{U^{(s)}}{c}$	$wF_1$ tiene distribución límite $F_{a,b}$
		$wF_2 = \frac{2(sN^* + 1)U^{(s)}}{s^2(2m + s + 1)}$	$wF_2$ tiene distribución límite $F_{s(2m+s+1), 2(sN^*+1)}$
		$wF_3 = \frac{[s(V_E - s - 1)]U^{(s)}}{s^2V_H}$	$wF_3$ tiene distribución límite $F_{sV_H, s(V_E-s-1)+2}$

METODO	PRUEBA	ESTADISTICO	DISTRIBUCION
PRUEBAS CONVENCIONALES		$LM = tr(W_0^{-1}H)$	La distribución límite de $TV(N, J, T - K)$ es $\chi^2_{(NJ)}$
PRUEBAS AJUSTADAS A LA DISTRIBUCION F.	MULTIPLICADOR DE LAGRANGE	$LMF_1 = \frac{(2N^* + s + 1)V^{(s)}}{(2m + s + 1)(s - V^{(s)})}$	$LMF_1$ tiene distribución limite $F_{s(2m+s+1), s(2N^*+s+1)}$
		$LMF_2 = \frac{s(V_E - V_H + 1)V^{(s)}}{MV_H(s - V^{(s)})}$	$LMF_2$ tiene distribución limite $F_{MV_H, s(V_E - V_H + s)}$
		$LMF_3 = \frac{(V_E - M + s)V^{(s)}}{d(s - V^{(s)})}$	$LMF_3$ tiene distribución limite $F_{sd, s(V_E - M + s)}$

## 4.2. Simulación de las muestras aleatorias

### 4.2.1. Población, Vector de valores esperados, Matriz de Varianza – Covarianza

La población que se dispuso para el proceso de simulación corresponde a una matriz de datos provenientes de 101 mediciones registrados en el Banco de Germoplasma de Café de la Estación Experimental Jaime Henao Jaramillo (año 1987) de la Facultad de Agronomía, Universidad Central de Venezuela. Esta matriz se compone de la forma siguiente:

<b>Variables Dependientes</b> ( $M = 3$ )	$y_1$	Rendimiento (en kilogramos por planta)
	$y_2$	Rendimiento en beneficio
	$y_3$	Porcentaje de granos vanos
<b>Variables Independientes</b> ( $K = 5$ )	$x_1$	Número de flores por nudo
	$x_2$	Longitud de los entrenudos (en centímetros)
	$x_3$	Altura de la planta (en metros)
	$x_4$	Angulo de la rama con el tallo (en grados)
	$x_5$	Diámetro de la planta (en metros)

Con el total de 101 mediciones, se producirán las matrices  $Y$  (de orden  $101 \times 3$ ) y  $X$  (de orden  $101 \times 5$ ), respectivamente. Este arreglo generó el vector de valores esperados y la matriz de varianzas y covarianzas que se muestran en los cuadros 2 y 3, respectivamente.

Cuadro 2. Vector de valores esperados (traspuesto) obtenido con 101 datos reales (matriz original): tres variables dependientes y cinco variables independientes.

$y_1$	$y_2$	$y_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0,96	5,26	2,68	18,18	7,22	3,36	80,79	2,89

Cuadro 3. Matriz de varianzas y covarianzas con 101 datos reales (matriz original): tres variables dependientes y cinco variables independientes

Variables	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$y_1$	0,25	-0,16	-0,39	2,83	-0,58	-0,02	-2,36	0,03
$y_2$	-0,16	0,34	0,44	-1,28	0,90	0,19	2,07	0,05
$y_3$	-0,39	0,44	4,19	-0,38	0,63	0,44	1,80	-0,12
$x_1$	2,83	-1,28	-0,38	57,83	-8,71	-0,36	-27,09	-0,12
$x_2$	-0,58	0,90	0,63	-8,71	12,91	2,70	14,22	1,30
$x_3$	-0,02	0,19	0,44	-0,36	2,70	1,06	1,80	0,45
$x_4$	-2,36	2,07	1,80	-27,09	14,22	1,80	47,87	1,11
$x_5$	0,03	0,05	-0,12	-0,12	1,30	0,45	1,11	0,30

Para crear la matriz de varianza – covarianza necesaria para la simulación de las muestras se tomó en cuenta que esta matriz está particionada de la siguiente forma:

$$\begin{array}{|c|c|}
 \hline
 \begin{array}{c} \text{I} \\ \sum_{i=1} (y_i - \bar{y})(y_i - \bar{y})' \end{array} & \begin{array}{c} \text{II} \\ \sum_{i=1} (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})' \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{c} \text{IV} \\ \sum_{i=1} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})' \end{array} & \begin{array}{c} \text{III} \\ \sum_{i=1} (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})' \end{array} \\
 \hline
 \end{array}$$

Se trata a cada partición por separado numerándolas de izquierda a derecha en sentido horario para la nueva matriz. De esta forma la primera partición se obtiene por  $S = \hat{E}'\hat{E} = (Y - XP)'(Y - XP)$ , que corresponde a la matriz de varianza del modelo de regresión. Estas son las Y obtenidas a partir del modelo de regresión lineal multivariado y se presenta a continuación:

Cuadro 4. Matriz de varianzas correspondientes a las variables Y.

	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$y_1$	7,56	-2,09	-18,58
$y_2$	-2,09	24,17	19,95
$y_3$	-18,58	19,95	302,25

La cuarta partición corresponde a la matriz de covarianzas obtenidas a través de la correlación canónica de las variables dependientes y variables independientes correspondientes a los datos originales por el programa Systat 12 (©2007 Systat Software, Inc) y se presenta a continuación:

Cuadro 5. Matriz de Covarianzas de las variables.

	<b>y<sub>1</sub></b>	<b>y<sub>2</sub></b>	<b>y<sub>3</sub></b>
<b>x<sub>1</sub></b>	0,057	0,099	0,104
<b>x<sub>2</sub></b>	0,088	0,152	0,161
<b>x<sub>3</sub></b>	0,092	0,159	0,167
<b>x<sub>4</sub></b>	0,066	0,114	0,120
<b>x<sub>5</sub></b>	0,081	0,141	0,149

Lógicamente la segunda partición es la matriz traspuesta de la cuarta partición que fue descrita con anterioridad.

Finalmente, para la tercera partición, se desarrolla un modelo donde se invirtieron el papel de las variables (las variables Y pasaron a ser las independientes y las X variables dependientes), a lo cual  $S = \hat{E}'\hat{E} = (X - YP)'(X - YP)$  con una matriz P correspondiente a este cambio. De esta forma se obtuvo:

Cuadro 6. Matriz de Varianzas de las variables X para la simulación.

	<b>x<sub>1</sub></b>	<b>x<sub>2</sub></b>	<b>x<sub>3</sub></b>	<b>x<sub>4</sub></b>	<b>x<sub>5</sub></b>
<b>x<sub>1</sub></b>	2163,13	-260,97	-73,41	-247,18	-58,09
<b>x<sub>2</sub></b>	-260,97	1036,33	232,46	523,47	116,63
<b>x<sub>3</sub></b>	-73,41	232,46	91,63	89,57	40,18
<b>x<sub>4</sub></b>	-247,18	523,47	89,57	6097,75	160,92
<b>x<sub>5</sub></b>	-58,09	116,63	40,18	160,92	27,18

Así la matriz de varianza – covarianza con la cual se trabajó a través de las distintas configuraciones para obtener las muestras está conformada de la siguiente forma:

Cuadro 7 Matriz de varianzas y covarianzas construida para la simulación

Variables	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$y_1$	7,55	-2,09	-18,57	0,057	0,088	0,092	0,066	0,081
$y_2$	-2,09	24,16	19,94	0,099	0,152	0,159	0,114	0,141
$y_3$	-18,57	19,94	302,24	0,104	0,161	0,167	0,12	0,149
$x_1$	0,057	0,099	0,104	2163,12	-260,96	-73,41	-247,17	-58,09
$x_2$	0,088	0,152	0,161	-260,96	1036,33	232,45	523,47	116,62
$x_3$	0,092	0,159	0,167	-73,41	232,45	91,62	89,57	40,17
$x_4$	0,066	0,114	0,12	-247,17	523,47	89,57	6097,75	160,92
$x_5$	0,081	0,141	0,149	-58,09	116,62	40,17	160,92	27,17

Cabe destacar que el vector de valores esperados definido para las variables dependientes  $Y$ , se obtuvo por medio de la estructura de correlaciones del modelo de regresión de la población. De la matriz  $X\Pi G$  se calcularon las medias de cada columna que formaron el vector de valores esperados para las  $Y$  y para las  $X$  se utilizó las medias de cada variable independiente. A continuación se presenta el vector resultante:

Cuadro 8. Vector de valores esperados para las  $Y$  (traspuesto)

$y_1$	$y_2$	$y_3$
0,949	5,249	2,687

De tal forma que el vector de valores esperados que se utilizó para la simulación de las muestras estuvo conformado de la siguiente forma:

Cuadro 9. Vector de medias (traspuesto)

$y_1$	$y_2$	$y_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0,949	5,249	2,687	18,18	7,22	3,36	80,79	2,89

## 4.2.2. Configuraciones para la Simulación

Con la finalidad de obtener resultados más amplios, se establecieron dos metodologías distintas a la hora de crear las configuraciones de la matriz de varianza – covarianza, las cuales fueron:

1. Crear un intervalo de confianza al 90% para cada elemento de la matriz de varianza - covarianza y establecer tres configuraciones con el módulo de la distancia del intervalo.
2. A partir de los valores que hacen – 1 y 1 al menor y mayor de los valores de la matriz  $\rho$ , respectivamente se obtendrán las otras cinco configuraciones de la matriz de varianza – covarianza

Para la primera metodología de configuración se obtuvo el intervalo de confianza al 90% de la varianza de cada elemento de la matriz de varianza y covarianza. Estos intervalos de confianza para cada elemento de la matriz de varianza y covarianza se construyeron utilizando la ecuación

$$\left[ \frac{(n-1)S^2}{X_{1-\alpha/2, n-1}^2}, \frac{(n-1)S^2}{X_{\alpha/2, n-1}^2} \right]^5.$$

En consecuencia, se obtienen los valores límites para cada elemento de la matriz de varianza y covarianza. Estos valores se presentan en los cuadros 10 y 11.

---

<sup>5</sup> Procedimiento expuesto por Canavos (1988)

Cuadro 10 Cuadro con los limites inferiores de los intervalos de confianza al 90% para cada elemento de la matriz de varianza y covarianza

Variables	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$y_1$	5,89022576	-1,62873087	-14,4772652	0,0444198	0,06857793	0,07169511	0,05143345	0,06312287
$y_2$	-1,62873087	18,8333506	15,5454763	0,07715017	0,11845279	0,12390785	0,08883959	0,10988055
$y_3$	-14,4772652	15,5454763	235,541673	0,08104665	0,12546644	0,13014221	0,09351536	0,11611491
$x_1$	0,0444198	0,07715017	0,08104665	1685,71309	-203,371694	-57,2102565	-192,622433	-45,2711729
$x_2$	0,06857793	0,11845279	0,12546644	-203,371694	807,606532	181,15381	407,940376	90,8872168
$x_3$	0,07169511	0,12390785	0,13014221	-57,2102565	181,15381	71,4049283	69,8049798	31,3094319
$x_4$	0,05143345	0,08883959	0,09351536	-192,622433	407,940376	69,8049798	4751,94674	125,407691
$x_5$	0,06312287	0,10988055	0,11611491	-45,2711729	90,8872168	31,3094319	125,407691	21,1801356

Cuadro 11 Cuadro con los con los limites superiores de los intervalos de confianza al 90% para cada elemento de la matriz de varianza y covarianza

Variables	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$y_1$	9,39828224	-2,59875819	-23,0995262	0,070875	0,10942106	0,11439474	0,0820658	0,10071711
$y_2$	-2,59875819	30,0499763	24,8039344	0,12309869	0,18900001	0,19770396	0,14175001	0,17532238
$y_3$	-23,0995262	24,8039344	375,823816	0,1293158	0,2001908	0,20765133	0,14921054	0,18526975
$x_1$	0,070875	0,12309869	0,1293158	2689,67745	-324,494283	-91,283112	-307,343057	-72,2334385
$x_2$	0,10942106	0,18900001	0,2001908	-324,494283	1288,59477	289,044037	650,898445	145,017144
$x_3$	0,11439474	0,19770396	0,20765133	-91,283112	289,044037	113,93174	111,378906	49,9564686
$x_4$	0,0820658	0,14175001	0,14921054	-307,343057	650,898445	111,378906	7582,07553	200,097063
$x_5$	0,10071711	0,17532238	0,18526975	-72,2334385	145,017144	49,9564686	200,097063	33,7944419

Luego, en base a lo descrito anteriormente, se hizo el cálculo del módulo de cada intervalo de confianza a través de la expresión  $|L_i - L_s|$ , donde  $L_i$  y  $L_s$  corresponden al limite inferior y superior del intervalo de confianza al 90% para cada elemento de la matriz de varianza y covarianza respectivamente.

De esta forma se obtuvo para cada elemento de la matriz de varianza – covarianza un valor correspondiente al módulo de su intervalo de confianza, estos valores se presentan, a continuación en el cuadro 12.

Cuadro 12. Cuadro con los módulos de los intervalos de confianza al 90% para cada elemento de la matriz de varianza y covarianza

Variables	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$y_1$	3,50805648	0,97002732	8,62226101	0,02645521	0,04084313	0,04269964	0,03063235	0,03759424
$y_2$	0,97002732	11,2166257	9,25845817	0,04594852	0,07054722	0,07379611	0,05291042	0,06544183
$y_3$	8,62226101	9,25845817	140,282143	0,04826915	0,07472436	0,07750912	0,05569518	0,06915484
$x_1$	0,02645521	0,04594852	0,04826915	1003,96436	121,122588	34,0728555	114,720624	26,9622656
$x_2$	0,04084313	0,07054722	0,07472436	121,122588	480,988241	107,890227	242,958069	54,1299269
$x_3$	0,04269964	0,07379611	0,07750912	34,0728555	107,890227	42,5268117	41,5739263	18,6470367
$x_4$	0,03063235	0,05291042	0,05569518	114,720624	242,958069	41,5739263	2830,1288	74,689372
$x_5$	0,03759424	0,06544183	0,06915484	26,9622656	54,1299269	18,6470367	74,689372	12,6143063

La configuración 1 se obtuvo restando a cada elemento de la matriz de varianza y covarianza la expresión  $k_1 = |L_i - L_s|$ . Pero la matriz resultante no cumplió con la propiedad de ser definida positiva. Por esta razón se eligió a la matriz formada por los límites inferiores de la matriz de varianza – covarianza (que por definición cumple con la propiedad de ser definida positiva) como primera configuración. Luego la matriz para la primera configuración es:

Cuadro 13. Matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la configuración 1

Variables	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$y_1$	5,89022576	-1,62873087	-14,4772652	0,0444198	0,06857793	0,07169511	0,05143345	0,06312287
$y_2$	-1,62873087	18,8333506	15,5454763	0,07715017	0,11845279	0,12390785	0,08883959	0,10988055
$y_3$	-14,4772652	15,5454763	235,541673	0,08104665	0,12546644	0,13014221	0,09351536	0,11611491
$x_1$	0,0444198	0,07715017	0,08104665	1685,71309	-203,371694	-57,2102565	-192,622433	-45,2711729
$x_2$	0,06857793	0,11845279	0,12546644	-203,371694	807,606532	181,15381	407,940376	90,8872168
$x_3$	0,07169511	0,12390785	0,13014221	-57,2102565	181,15381	71,4049283	69,8049798	31,3094319
$x_4$	0,05143345	0,08883959	0,09351536	-192,622433	407,940376	69,8049798	4751,94674	125,407691
$x_5$	0,06312287	0,10988055	0,11611491	-45,2711729	90,8872168	31,3094319	125,407691	21,1801356

La configuración 2 se hizo corresponder la matriz de varianza – covarianza de donde se obtuvo el intervalo de confianza al 90% descrita en forma detallada anteriormente.

Cuadro 14. Matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la configuración 2

Variables	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$y_1$	7,55	-2,09	-18,57	0,057	0,088	0,092	0,066	0,081
$y_2$	-2,09	24,16	19,94	0,099	0,152	0,159	0,114	0,141
$y_3$	-18,57	19,94	302,24	0,104	0,161	0,167	0,12	0,149
$x_1$	0,057	0,099	0,104	2163,12	-260,96	-73,41	-247,17	-58,09
$x_2$	0,088	0,152	0,161	-260,96	1036,33	232,45	523,47	116,62
$x_3$	0,092	0,159	0,167	-73,41	232,45	91,62	89,57	40,17
$x_4$	0,066	0,114	0,12	-247,17	523,47	89,57	6097,75	160,92
$x_5$	0,081	0,141	0,149	-58,09	116,62	40,17	160,92	27,17

La configuración 3 se obtuvo sumando a cada elemento de la matriz de varianza y covarianza la expresión  $k_1 = |L_i - L_s|$ . Obteniendo el siguiente resultado.

Cuadro 15. Matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la configuración 3

Variables	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$y_1$	11,0664628	-1,11997913	-9,95513444	0,08345521	0,12884313	0,13469964	0,09663235	0,11859424
$y_2$	-1,11997913	35,3838007	29,2065946	0,14494852	0,22254722	0,23279611	0,16691042	0,20644183
$y_3$	-9,95513444	29,2065946	442,531964	0,15226915	0,23572436	0,24450912	0,17569518	0,21815484
$x_1$	0,08345521	0,14494852	0,15226915	3167,09105	-139,846341	-39,3400127	-132,454728	-31,1302312
$x_2$	0,12884313	0,22254722	0,23572436	-139,846341	1517,31836	340,348908	766,431916	170,757463
$x_3$	0,13469964	0,23279611	0,24450912	-39,3400127	340,348908	134,154448	131,14849	58,8236647
$x_4$	0,09663235	0,16691042	0,17569518	-132,454728	766,431916	131,14849	8927,88225	235,613983
$x_5$	0,11859424	0,20644183	0,21815484	-31,1302312	170,757463	58,8236647	235,613983	39,7929032

En la segunda metodología, para la obtener las cinco configuraciones restantes lo primero que se determino es la matriz  $\rho$ , como se indica a continuación:

Cuadro 16. Matriz  $\rho$ 

Variables	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$y_1$	1,00	-0,15	-0,39	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01
$y_2$	-0,15	1,00	0,23	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01
$y_3$	-0,39	0,23	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$x_1$	0,00	0,00	0,00	1,00	-0,17	-0,16	-0,07	-0,24
$x_2$	0,00	0,00	0,00	-0,17	1,00	0,75	0,21	0,69
$x_3$	0,00	0,00	0,00	-0,16	0,75	1,00	0,12	0,81
$x_4$	0,00	0,00	0,00	-0,07	0,21	0,12	1,00	0,40
$x_5$	0,01	0,01	0,00	-0,24	0,69	0,81	0,40	1,00

De esta matriz se logran obtener dos valores (extremos):  $-0.39$  y  $0.81$  los cuales determinan respectivamente los valores extremos del intervalo y hacen que el valor menor de la matriz  $\rho$  sea  $-1$  y el mayor  $1$ .

De estos valores se obtendrán las cinco  $k$  restantes. Los mismos se obtienen mediante la aplicación de las ecuaciones:

$$k_2 \cdot (0.81) = 1 \quad \text{y} \quad k_5 \cdot (-0.39) = -1$$

Así se obtienen los valores  $k_2 = 1.24$  y  $k_5 = 2.57$ ; de esta forma queda determinado un intervalo que se divide en forma equidistante para obtener los valores de  $k$  faltantes, los cuales, quedaron definidos de la forma siguiente:  $k_3 = 1.57$ ,  $k_4 = 1.91$  y  $k_5 = 2.24$ .

Con base en estos valores se establecen cinco configuraciones al multiplicar cada valor de la matriz de varianza – covarianza que se presentan en los cuadros numerados del 17 al 21. Esto equivale a multiplicar cada elemento de la matriz  $\rho$  por estas constantes.

Cuadro 17. Matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la configuración 4

Variables	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$y_1$	9,37242389	-2,59160799	-23,0359704	0,07068	0,10912	0,11408	0,08184	0,10044
$y_2$	-2,59160799	29,967297	24,7356891	0,12276	0,18848	0,19716	0,14136	0,17484
$y_3$	-23,0359704	24,7356891	374,789778	0,12896	0,19964	0,20708	0,1488	0,18476
$x_1$	0,07068	0,12276	0,12896	2682,2771	-323,601472	-91,0319565	-306,497436	-72,0346961
$x_2$	0,10912	0,18848	0,19964	-323,601472	1285,04935	288,248764	649,107569	144,618145
$x_3$	0,11408	0,19716	0,20708	-91,0319565	288,248764	113,618269	111,072459	49,8190188
$x_4$	0,08184	0,14136	0,1488	-306,497436	649,107569	111,072459	7561,21428	199,546518
$x_5$	0,10044	0,17484	0,18476	-72,0346961	144,618145	49,8190188	199,546518	33,7014601

Cuadro 18. Matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la configuración 5

Variables	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$y_1$	11,8893732	-3,28758013	-29,222243	0,089661	0,138424	0,144716	0,103818	0,127413
$y_2$	-3,28758013	38,0149663	31,3784185	0,155727	0,239096	0,250107	0,179322	0,221793
$y_3$	-29,222243	31,3784185	475,438968	0,163592	0,253253	0,262691	0,18876	0,234377
$x_1$	0,089661	0,155727	0,163592	3402,59828	-410,504126	-115,478442	-388,806828	-91,3794975
$x_2$	0,138424	0,239096	0,253253	-410,504126	1630,14727	365,657505	823,42436	183,455114
$x_3$	0,144716	0,250107	0,262691	-115,478442	365,657505	144,130272	140,900789	63,197836
$x_4$	0,103818	0,179322	0,18876	-388,806828	823,42436	140,900789	9591,76618	253,134413
$x_5$	0,127413	0,221793	0,234377	-91,3794975	183,455114	63,197836	253,134413	42,7519329

Cuadro 19. Matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la configuración 6

Variables	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$y_1$	14,4063225	-3,98355228	-35,4085157	0,108642	0,167728	0,175352	0,125796	0,154386
$y_2$	-3,98355228	46,0626356	38,021148	0,188694	0,289712	0,303054	0,217284	0,268746
$y_3$	-35,4085157	38,021148	576,088158	0,198224	0,306866	0,318302	0,22872	0,283994
$x_1$	0,108642	0,188694	0,198224	4122,91947	-497,406779	-139,924927	-471,11622	-110,724299
$x_2$	0,167728	0,289712	0,306866	-497,406779	1975,2452	443,066246	997,741151	222,292084
$x_3$	0,175352	0,303054	0,318302	-139,924927	443,066246	174,642275	170,729119	76,5766531
$x_4$	0,125796	0,217284	0,22872	-471,11622	997,741151	170,729119	11622,3181	306,722309
$x_5$	0,154386	0,268746	0,283994	-110,724299	222,292084	76,5766531	306,722309	51,8024057

Cuadro 20. Matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la configuración 7

Variables	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$y_1$	16,9232718	-4,67952442	-41,5947884	0,127623	0,197032	0,205988	0,147774	0,181359
$y_2$	-4,67952442	54,1103049	44,6638774	0,221661	0,340328	0,356001	0,255246	0,315699
$y_3$	-41,5947884	44,6638774	676,737348	0,232856	0,360479	0,373913	0,26868	0,333611
$x_1$	0,127623	0,221661	0,232856	4843,24066	-584,309433	-164,371412	-553,425612	-130,0691
$x_2$	0,197032	0,340328	0,360479	-584,309433	2320,34313	520,474987	1172,05794	261,129053
$x_3$	0,205988	0,356001	0,373913	-164,371412	520,474987	205,154278	200,557448	89,9554703
$x_4$	0,147774	0,255246	0,26868	-553,425612	1172,05794	200,557448	13652,87	360,310204
$x_5$	0,181359	0,315699	0,333611	-130,0691	261,129053	89,9554703	360,310204	60,8528784

Cuadro 21. Matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la configuración 8

Variables	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$y_1$	19,4402212	-5,37549657	-47,7810611	0,146604	0,226336	0,236624	0,169752	0,208332
$y_2$	-5,37549657	62,1579742	51,3066068	0,254628	0,390944	0,408948	0,293208	0,362652
$y_3$	-47,7810611	51,3066068	777,386539	0,267488	0,414092	0,429524	0,30864	0,383228
$x_1$	0,146604	0,254628	0,267488	5563,56185	-671,212086	-188,817897	-635,735004	-149,413902
$x_2$	0,226336	0,390944	0,414092	-671,212086	2665,44106	597,883727	1346,37473	299,966023
$x_3$	0,236624	0,408948	0,429524	-188,817897	597,883727	235,666281	230,385778	103,334287
$x_4$	0,169752	0,293208	0,30864	-635,735004	1346,37473	230,385778	15683,4219	413,8981
$x_5$	0,208332	0,362652	0,383228	-149,413902	299,966023	103,334287	413,8981	69,9033512

### 4.2.3. Generación de las muestras

Con el vector de valores esperados, (cuadro 9) y las configuraciones de la matriz de varianzas y covarianzas correspondientes a cada caso (cuadros 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 21) como requisitos, se realizó el proceso de simulación, utilizando el módulo Monte Carlo del programa Systat 12 (©2007 Systat Software, Inc), con el cual se prepararon 1000 muestras aleatorias con *distribución normal multivariada*, cada una de tamaño  $t$ , según la estructura del modelo de regresión propuesta.

Con cada muestra aleatoria, fueron ejecutadas las diez pruebas correspondientes que se establecieron anteriormente, para los modelos especificados de parámetros conocidos, los cuales son descritos posteriormente.

## 4.3. Criterios de comparación

### 4.3.1. Modelos y Tamaños de muestra

En este trabajo, el modelo lineal multivariado general es:

$$Y = X\Pi + \varepsilon$$

donde:

- ✓  $Y$  es la matriz  $t \times 3$  de variables
- ✓  $X$  es la matriz  $t \times 5$  de factores
- ✓  $\Pi$  es la matriz  $5 \times 3$  de parámetros determinados o falsos, según el tipo de error a medir
- ✓  $\varepsilon$  es la matriz  $t \times 3$  de errores.

Partiendo de este modelo, se establecieron dos relaciones funcionales para realizar las comparaciones entre los distintos estadísticos de prueba. La primera relación funcional que se planteó se denomina “**modelo completo**” e incluye todas las variables dependientes e independientes mencionadas (conjunto completo) y es la siguiente:

$$y_1, y_2, y_3 = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$$

La hipótesis  $F\Pi G = D$ , en este caso involucra a  $F$  y  $G$  como matrices identidad  $J \times K$  (donde  $J = K$ ) y  $M \times N$  (donde  $M = N$ ), respectivamente.

La segunda relación funcional que se planteó a través de las hipótesis, sólo involucra los factores y las variables que fueron seleccionados a través de un procedimiento de Stepwise, descrito por Cortez, I (1986); y utilizando el programa Statistix (Analytical Software) versión 8, sobre todo el conjunto de variables independientes con cada una de las variables dependientes elegidas.

Los resultados obtenidos de este procedimiento fueron conocidos como **“modelo reducido”**:

$$y_1, y_2 = f(x_1, x_3, x_4)$$

La hipótesis  $F\Pi G = D$ , en este caso, también involucra a  $F$  y  $G$  como matrices identidad  $J \times K$  (donde  $J = K$ ) y  $M \times N$  (donde  $M = N$ ), respectivamente.

En ambos casos, el número de restricciones sobre los factores ( $J$ ) es igual al número de ellos ( $K$ ) y el número de restricciones sobre las variables ( $N$ ) es igual al número de éstas ( $M$ );  $D$  es una matriz  $J \times N$  (ó  $K \times M$  bajo estas condiciones) que contiene los valores determinados o falsos, según el tipo de error a medir, de  $\Pi$ .

Se prepararon 1000 muestras aleatorias cada una de tamaño  $t$ , dentro de cada configuración descrita anteriormente, a través del programa Statistix (Analytical Software) versión 8. Cada muestreo es independiente de los otros, razón por lo cual un mismo caso puede estar en varias series e incluso dentro de la misma serie. Con cada muestra aleatoria, son ejecutados los estimadores convencionales con aproximaciones Ji – cuadrado y F, partiendo de los modelos de parámetros correspondientes.

Los cinco tamaños ( $t$ ) de muestra fueron  $t_1 = 10$  (sólo para el conjunto reducido),  $t_2 = 15$ ,  $t_3 = 20$ ,  $t_4 = 25$  y  $t_5 = 30$  (sólo para el conjunto completo). Los niveles de significación ( $\alpha$ ) a los que fueron conducidas las pruebas son tres:  $\alpha = 0,1$ ,  $\alpha = 0,05$  y  $\alpha = 0,01$ .

Con cada configuración de la matriz de varianzas y covarianzas, con especificación del modelo (relación funcional entre factores y variables), tamaño de muestra y tipo de error, se preparó una hoja de cálculo que contiene las fórmulas que permiten obtener las matrices involucradas en las expresiones de los estadísticos de prueba, el valor de éstos para cada muestra que conlleve, a la aprobación o no de la hipótesis planteada.

Al final de cada hoja hay un contador que mide la frecuencia de rechazos y la tasa del error correspondiente, con cada nivel de significación. En total, se crearon 128 hojas de cálculo<sup>6</sup>.

#### 4.3.2. Tasas de Error y Potencia

La comparación de los estadísticos tanto con aproximación Ji – cuadrado como aproximación F presentados, fue realizada en términos de la tasa de error tipo I, II y la potencia.

El error tipo I fue calculado, contando el número de veces en que se rechazó la hipótesis  $F_{II} = D$  siendo cierta, respecto al total de ejecuciones de la prueba estadística en cada uno de los casos mencionados.

El criterio para identificar el error tipo I, fue el rechazar la prueba, dado que la hipótesis fue planteada con los valores determinados de  $\Pi$ . La hipótesis alternativa es  $\Pi$  desigual a éstos.

El error tipo II fue calculado contando el número de veces que no se rechazó la hipótesis  $F_{II} = D$  siendo falsa, respecto al total de ejecuciones del estadístico en cada uno de los diez casos mencionados.

---

<sup>6</sup> Cada una de las hojas de cálculo fueron preparadas en Microsoft Office Excel 2007.

El criterio para identificar el error tipo II, fue no rechazar la prueba, una vez que se ha planteado la hipótesis con los valores falsos de  $\Pi$ . La hipótesis alternativa es  $\Pi$  mayor que éstos.

Los valores determinados de  $\Pi$ , calculados por  $\Pi = (X'X)^{-1}(X'Y)$ , se obtienen, a partir de la matriz original de datos<sup>7</sup>.

Los valores falsos de  $\Pi$ , se obtienen a partir de la población y los valores de cada coeficiente de regresión o cada elemento de  $\Pi$  por medio del programa Systat 12 (©2007 Systat Software, Inc). Luego se estableció un intervalo al 95% de confianza para cada elemento de  $\Pi$ .

La distancia absoluta que se estableció entre los límites de dicho intervalo y su centro, para cada caso, fue utilizada para localizar un punto, sustrayendo esta cantidad al límite inferior, donde está ubicado el valor falso del parámetro.

Nótese que todo valor verdadero de  $\Pi$  es siempre mayor que su correspondiente en la matriz falsa de  $\Pi$ . Por lo tanto, están contenidos en el intervalo correspondiente a la hipótesis alternativa. Obviamente, si se rechaza la hipótesis nula, se estará tomando la decisión acertada; caso contrario, se estará cometiendo error tipo II, en cada caso<sup>8</sup>.

Luego se realizó el cálculo de las potencias o complemento probabilístico de la tasa de error tipo II, que permitirán comparar los estadísticos de las pruebas y en consecuencia las pruebas y realizar recomendaciones de uso, bajo las condiciones expuestas en la presente investigación.

---

<sup>7</sup>Los parámetros han sido obtenidos con el uso del programa Statistix (Analytical Software) versión 8, incluyendo el error estándar de cada uno.

<sup>8</sup>Los valores falsos de  $\Pi$  se han obtenido mediante la aplicación de las formulas correspondientes al procedimiento descrito en este párrafo sobre la matriz de parámetros determinados, se utilizó una hoja de cálculo preparada en Microsoft Office Excel 2007.

### 4.3.3. Pruebas Piloto

Las pruebas descritas anteriormente (tres basadas en la distribución Ji-Cuadrado y siete basadas en la distribución F) fueron ejecutadas utilizando como muestra los 101 datos referidos. Esto con el fin de realizar un análisis piloto de los métodos tratados en este trabajo, considerando la clara existencia de efecto de regresión lineal multivariado, con base en la naturaleza de las variables evaluadas.

La no detección de este efecto por parte de alguna(s) de la(s) prueba(s) comenzaría a poner en evidencia problemas asociados con la potencia-eficiencia de la(s) misma(s). Adicionalmente, las pruebas serán ejecutadas utilizando la matriz de valores falsos de  $\pi$  descrita en el punto anterior, con el fin de observar si éstas tienen la capacidad de producir rechazos acertados de la hipótesis nula asociada a la presencia del efecto de regresión lineal multivariado.

## 5. Resultados y Discusión

Realizadas las pruebas piloto, consistentes en la ejecución de los diez métodos (tres basados en la distribución Ji-Cuadrado y siete basados en la distribución F) sobre los 101 datos originales referidos en la metodología, se observaron los siguientes resultados:

- ✓ Planteada la hipótesis nula considerando la ausencia de efecto de regresión lineal multivariado (valores de  $\pi$  iguales a cero) contra una hipótesis alternativa que indica la presencia de éste (valores de  $\pi$  diferentes a cero), se produjo rechazo de la primera con todos los métodos basados en la distribución F y una de las pruebas basadas en la distribución Ji-Cuadrado (Wald). Si se asumen estas pruebas piloto como una manera de realizar una apreciación global del comportamiento de los métodos bajo estudio, se podría entonces considerarlos como “potentes”, en el sentido en que muestran capacidad de detectar un efecto real en el análisis de regresión lineal multivariado. Los otros dos métodos (Razón de Verosimilitud y Multiplicador de Lagrange) no parecieran ser capaces de poner en evidencia este efecto cuando realmente existe.
- ✓ Planteada la hipótesis nula con los valores falsos de  $\pi$ , debería esperarse rechazo de la misma, ya que los valores de esta matriz de coeficientes de regresión del modelo no se corresponden con la población de donde subyace la muestra de 101 datos. De acuerdo con las observaciones realizadas en este trabajo, se encontró rechazo de esta hipótesis con todos los métodos basados en la distribución F, pero no se encontró rechazo con los métodos basados en la distribución Ji-Cuadrado. Estos resultados parecen indicar que estas últimas cuando son capaces de detectar el efecto de regresión, no tienen la agudeza suficiente para detectar alejamientos

considerables dentro de la definición de la matriz que contiene los parámetros del modelo y, en consecuencia, podrían detectar un efecto de regresión pero con una estructura (definida por  $\pi$ ) que no se corresponde a la población de donde proviene la muestra bajo evaluación. Este comportamiento, evidentemente, es indeseable.

A continuación, se describen los resultados obtenidos de las evaluaciones de las tasas de error y potencia con las muestras simuladas con diferentes tamaños y estructuras del modelo.

## 5.1 Comparación de las tasas de Error Tipo I, II y Potencia en el Modelo Completo

### 5.1.1 Configuración 1

En el cuadro 22 se muestran los resultados de las mediciones de la tasa de error tipo I, error tipo II y potencia de las diez pruebas (tres basadas en Ji – Cuadrado y siete basadas en la distribución F), para la configuración 1 de la matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la estructura del modelo completo, en los diferentes tamaños de muestra y niveles de significación.

Cuadro 22. Tasas de error I y II cometidos y potencias de los diez pruebas, bajo cada nivel de significación y tamaño de muestra de la configuración 1 para el modelo completo

n	α	LR			W			LM			LR			W						LM														
		F			F1			F2			F3			F1		F2		F3		F1		F2		F3										
		I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P			
15	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0,898	0,144	0,856	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0,852	0,209	0,791	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	<b>0,669</b>	<b>0,394</b>	<b>0,606</b>	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
20	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0,999	0,001	0,999	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0,999	0,002	0,998	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0,997	0,004	0,996	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
25	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
30	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0

✓ Error tipo I

Se observó que para todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la tasa de error I en cero.

Sin embargo la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de uno en las muestras de tamaño  $n = 25$  y  $n = 30$  para todos los niveles de significación.

Además esta prueba para las muestras de tamaño  $n = 20$  mantiene valores de 0.99 en todos los niveles de significación. En las muestras de tamaño  $n = 15$  la prueba de Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, se obtienen los valores en la tasa de error I más bajos registrados en la configuración 1, siendo 0,669 el menor de estos valores (para un nivel de significación de 0,01).

Claramente todos los valores para la tasa de error I presentados por esta prueba están muy por encima de los niveles de significación pautados, situación que naturalmente, es indeseable. Es conveniente señalar que la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F para todas las muestras analizadas, obtuvo un valor del estadístico mucho mayor que el número crítico según su distribución.

#### ✓ Error tipo II

Las pruebas con mayor tasa de error tipo I suelen producir las menores tasas de error tipo II. En el cuadro 22 se observa claramente esta situación donde para todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la tasa de error II en uno.

La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo

valores de cero en las muestras de tamaño  $n = 25$  y  $n = 30$  para todos los niveles de significación.

Para las muestras de tamaño  $n = 20$ , la prueba muestra valores que van desde 0.001 hasta 0.004 para los diferentes niveles de significación. Para las muestras de tamaño  $n = 15$  con prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, se obtienen los valores de la tasa de error II más altos de la configuración 1, siendo 0,394 el mayor de los valores (para un nivel de significación de 0,01).

Como regla general, la mejor prueba estadística es aquella que, teniendo una tasa de error tipo I menor o igual que  $\alpha$ , presente la mínima tasa de error tipo II ( $\beta$ ) para todo valor del parámetro que se encuentra bajo el proceso de inferencia (Canavos, 1988). De esta manera, es imposible hablar de una mejor prueba, para esta configuración.

A pesar del comportamiento mostrado por la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, para el tamaño de muestra  $n = 15$  y el nivel de significación  $\alpha = 0.01$ . Debido a los valores observados en la tasa de error tipo I que siempre permanecieron por encima de los niveles de significación fijados.

#### ✓ Potencia

Tomando en cuenta que la Potencia de una prueba no es más que el complemento probabilístico de la tasa de error tipo II. Para la configuración 1, se observó que en todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la potencia en cero.

La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de uno en las muestras de tamaño  $n = 25$  y  $n = 30$  para todos los niveles de significación.

Para las muestras de tamaño  $n = 20$ , los valores de la potencia van disminuyendo, presentando como menor valor 0.996. Para las muestras de tamaño  $n = 15$ , la prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F obtiene valores de potencia aun menores siendo 0,606 el menor de los valores (para un nivel de significación de 0,01).

En la configuración 1 la prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F que resulto con los niveles más bajos en la tasa de error I y II (siempre por encima de los niveles de significación planteados) obtuvo un 60,6% de Potencia.

## 5.1.2 Configuración 2

En el cuadro 23 se muestran los resultados de las mediciones de la tasa de error tipo I, error tipo II y potencia de las diez pruebas (tres basadas en Ji – Cuadrado y siete basadas en la distribución F), para la configuración 2 de la matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la estructura del modelo completo, en los diferentes tamaños de muestra y niveles de significación.

Cuadro 23. Tasas de error I y II cometidos y potencias de los diez pruebas, bajo cada nivel de significación y tamaño de muestra de la configuración 2 para el modelo completo

n	α	LR			W			LM			LR			W									LM																	
		F			F1			F2			F3			F1			F2			F3			F1			F2			F3											
		I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P			
15	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0,964	0,042	0,958	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0,945	0,070	0,93	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	<b>0,843</b>	<b>0,184</b>	<b>0,816</b>	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
20	0,10	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
25	0,10	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
30	0,10	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0

### ✓ Error tipo I

Se observó que para todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la tasa de error I en cero.

Sin embargo la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas

manteniendo valores de uno en las muestras de tamaño  $n= 20$ ,  $n = 25$  y  $n = 30$  para todos los niveles de significación.

Para las muestras de tamaño  $n = 15$  la prueba de Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, se obtienen los valores en la tasa de error I más bajos registrados en la configuración 2, siendo 0,843 el menor de estos valores (para un nivel de significación de 0,01).

Claramente todos los valores para la tasa de error I presentados por esta prueba están muy por encima de los niveles de significación pautados, situación que naturalmente, es indeseable. Es conveniente señalar que la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F para todas las muestras analizadas, obtuvo un valor del estadístico mucho mayor que el número crítico según su distribución.

#### ✓ Error tipo II

En el cuadro 23 se observa claramente que para todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la tasa de error II en uno.

La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de cero en las muestras de tamaño  $n= 20$ ,  $n = 25$  y  $n = 30$  para todos los niveles de significación.

En las muestras de tamaño  $n = 15$  con prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, se obtienen los valores de la tasa de error II más

altos de la configuración 2, siendo 0,184 el mayor de los valores (para un nivel de significación de 0,01).

A pesar del comportamiento mostrado por la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, para el tamaño de muestra  $n = 15$  y el nivel de significación  $\alpha = 0.01$ . Es imposible hablar de una mejor prueba, para la configuración 2. Debido a los valores observados en la tasa de error tipo I que siempre permanecieron por encima de los niveles de significación fijados.

#### ✓ Potencia

Para la configuración 2, se observó que en todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la potencia en cero.

La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de uno en las muestras de tamaño  $n = 20$ ,  $n = 25$  y  $n = 30$  para todos los niveles de significación.

En las muestras de tamaño  $n = 15$  la prueba de Razón de Verosimilitud obtiene los menores valores de potencia siendo 0,816 el menor de los valores (para un nivel de significación de 0,01).

En la configuración 2 la prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F que resultó con los niveles más bajos en la tasa de error I y II (siempre muy por encima de los niveles de significación planteados) obtuvo un 81,6% de potencia.

### 5.1.3 Configuración 3

En el cuadro 24 se muestran los resultados de las mediciones de la tasa de error tipo I, error tipo II y potencia de las diez pruebas (tres basadas en Ji – Cuadrado y siete basadas en la distribución F), para la configuración 3 de la matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la estructura del modelo completo, en los diferentes tamaños de muestra y niveles de significación.

Cuadro 24. Tasas de error I y II cometidos y potencias de los diez pruebas, bajo cada nivel de significación y tamaño de muestra de la configuración 3 para el modelo completo

n	$\alpha$	LR			W			LM			LR			W									LM														
		F			F1			F2			F3			F1			F2			F3																	
		I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P						
15	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0,991	0,009	0,991	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0,982	0,021	0,979	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	<b>0,951</b>	<b>0,067</b>	<b>0,933</b>	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
20	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
25	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
30	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0

✓ Error tipo I

Se observó que para todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la tasa de error I en cero.

Sin embargo la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de uno en las muestras de tamaño  $n=20$ ,  $n=25$  y  $n=30$  para todos los niveles de significación.

Para las muestras de tamaño  $n=15$  la prueba de Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, se obtienen los valores en la tasa de error I más bajos registrados en la configuración 3, siendo 0,951 el menor de estos valores (para un nivel de significación de 0,01).

Claramente todos los valores para la tasa de error I presentados por esta prueba están muy por encima de los niveles de significación pautados, situación que naturalmente, es indeseable. Es conveniente señalar que la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F para todas las muestras analizadas, obtuvo un valor del estadístico mucho mayor que el número crítico según su distribución.

#### ✓ Error tipo II

En el cuadro 24 se observa claramente que para todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la tasa de error II en uno.

La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de cero en las muestras de tamaño  $n=20$ ,  $n=25$  y  $n=30$  para todos los niveles de significación.

En las muestras de tamaño  $n = 15$  con prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, se obtienen los valores de la tasa de error II más altos de la configuración 3, siendo 0,067 el mayor de los valores (para un nivel de significación de 0,01).

A pesar del comportamiento mostrado por la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, para el tamaño de muestra  $n = 15$  y el nivel de significación  $\alpha = 0.01$ . Es imposible hablar de una mejor prueba, para la configuración 3. Debido valores observados en la tasa de error tipo I que siempre permanecieron por encima de los niveles de significación fijados.

#### ✓ Potencia

Para la configuración 3, se observó que en todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la potencia en cero.

La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de uno en las muestras de tamaño  $n= 20$ ,  $n = 25$  y  $n = 30$  para todos los niveles de significación.

En las muestras de tamaño  $n = 15$  la prueba de Razón de Verosimilitud obtiene los menores valores de potencia siendo 0,933 el menor de los valores (para un nivel de significación de 0,01). En la configuración 3 la prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F que resulto con los niveles más bajos en la tasa de error I y II (siempre muy por encima de los niveles de significación planteados) obtuvo un 93,3% de potencia.



Sin embargo la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de uno en las muestras de tamaño  $n=20$ ,  $n=25$  y  $n=30$  para todos los niveles de significación.

Para las muestras de tamaño  $n=15$  la prueba de Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, se obtienen los valores en la tasa de error I más bajos registrados en la configuración 4, siendo 0,921 el menor de estos valores (para un nivel de significación de 0,01).

Claramente todos los valores para la tasa de error I presentados por esta prueba están muy por encima de los niveles de significación pautados, situación que naturalmente, es indeseable. Es conveniente señalar que la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F para todas las muestras analizadas, obtuvo un valor del estadístico mucho mayor que el número crítico según su distribución.

#### ✓ Error tipo II

En el cuadro 25 se observa claramente que para todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la tasa de error II en uno.

La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de cero en las muestras de tamaño  $n=20$ ,  $n=25$  y  $n=30$  para todos los niveles de significación.

En las muestras de tamaño  $n = 15$  con prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, se obtienen los valores de la tasa de error II más altos de la configuración 4, siendo 0,110 el mayor de los valores (para un nivel de significación de 0,01).

A pesar del comportamiento mostrado por la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, para el tamaño de muestra  $n = 15$  y el nivel de significación  $\alpha = 0.01$ . Es imposible hablar de una mejor prueba, para la configuración 4. Debido valores observados en la tasa de error tipo I que siempre permanecieron por encima de los niveles de significación fijados.

#### ✓ Potencia

Para la configuración 4, se observó que en todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la potencia en cero.

La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de uno en las muestras de tamaño  $n= 20$ ,  $n = 25$  y  $n = 30$  para todos los niveles de significación.

En las muestras de tamaño  $n = 15$  la prueba de Razón de Verosimilitud obtiene los menores valores de potencia siendo 0,89 el menor de los valores (para un nivel de significación de 0,01). En la configuración 4 la prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F que resulto con los niveles más bajos en la tasa de error I y II (siempre muy por encima de los niveles de significación planteados) obtuvo un 89 % de potencia.

### 5.1.5 Configuración 5

En el cuadro 26 se muestran los resultados de las mediciones de la tasa de error tipo I, error tipo II y potencia de las diez pruebas (tres basadas en Ji – Cuadrado y siete basadas en la distribución F), para la configuración 5 de la matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la estructura del modelo completo, en los diferentes tamaños de muestra y niveles de significación.

Cuadro 26. Tasas de error I y II cometidos y potencias de los diez pruebas, bajo cada nivel de significación y tamaño de muestra de la configuración 5 para el modelo completo

n	$\alpha$	LR			W			LM			LR			W									LM														
		F			F1			F2			F3			F1			F2			F3																	
		I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P						
15	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0,996	0,005	0,995	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0,993	0,006	0,994	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	<b>0,96</b>	<b>0,049</b>	<b>0,951</b>	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
20	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
25	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
30	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0

✓ Error tipo I

Se observó que para todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la tasa de error I en cero.

Sin embargo la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de uno en las muestras de tamaño  $n=20$ ,  $n=25$  y  $n=30$  para todos los niveles de significación.

Para las muestras de tamaño  $n=15$  la prueba de Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, se obtienen los valores en la tasa de error I más bajos registrados en la configuración 5, siendo 0,96 el menor de estos valores (para un nivel de significación de 0,01).

Claramente todos los valores para la tasa de error I presentados por esta prueba están muy por encima de los niveles de significación pautados, situación que naturalmente, es indeseable. Es conveniente señalar que la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F para todas las muestras analizadas, obtuvo un valor del estadístico mucho mayor que el número crítico según su distribución.

#### ✓ Error tipo II

En el cuadro 26 se observa claramente que para todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la tasa de error II en uno.

La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de cero en las muestras de tamaño  $n=20$ ,  $n=25$  y  $n=30$  para todos los niveles de significación.

En las muestras de tamaño  $n = 15$  con prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, se obtienen los valores de la tasa de error II más altos de la configuración 5, siendo 0,049 el mayor de los valores (para un nivel de significación de 0,01).

A pesar del comportamiento mostrado por la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, para el tamaño de muestra  $n = 15$  y el nivel de significación  $\alpha = 0.01$ . Es imposible hablar de una mejor prueba, para la configuración 5. Debido valores observados en la tasa de error tipo I que siempre permanecieron por encima de los niveles de significación fijados.

#### ✓ Potencia

Para la configuración 5, se observó que en todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la potencia en cero.

La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de uno en las muestras de tamaño  $n = 20$ ,  $n = 25$  y  $n = 30$  para todos los niveles de significación.

En las muestras de tamaño  $n = 15$  la prueba de Razón de Verosimilitud obtiene los menores valores de potencia siendo 0,951 el menor de los valores (para un nivel de significación de 0,01). En la configuración 5 la prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F que resulto con los niveles más bajos en la tasa de error I y II (siempre muy por encima de los niveles de significación planteados) obtuvo un 95,1 % de potencia.

### 5.1.6 Configuración 6

En el cuadro 27 se muestran los resultados de las mediciones de la tasa de error tipo I, error tipo II y potencia de las diez pruebas (tres basadas en Ji – Cuadrado y siete basadas en la distribución F), para la configuración 6 de la matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la estructura del modelo completo, en los diferentes tamaños de muestra y niveles de significación.

Cuadro 27. Tasas de error I y II cometidos y potencias de los diez pruebas, bajo cada nivel de significación y tamaño de muestra de la configuración 6 para el modelo completo

n	α	LR			W			LM			LR			W									LM																	
		F			F1			F2			F3			F1			F2			F3																				
		I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P																					
15	0,10	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0,997	0,002	0,998	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0,996	0,006	0,994	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0			
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	<b>0,986</b>	<b>0,026</b>	<b>0,974</b>	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0			
20	0,10	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0			
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0			
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0			
25	0,10	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0			
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0			
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0			
30	0,10	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0			
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0			
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0			

✓ Error tipo I

Se observó que para todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la tasa de error I en cero.

Sin embargo la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de uno en las muestras de tamaño  $n = 20$ ,  $n = 25$  y  $n = 30$  para todos los niveles de significación.

Para las muestras de tamaño  $n = 15$  la prueba de Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, se obtienen los valores en la tasa de error I más bajos registrados en la configuración 6, siendo 0,986 el menor de estos valores (para un nivel de significación de 0,01).

Claramente todos los valores para la tasa de error I presentados por esta prueba están muy por encima de los niveles de significación pautados, situación que naturalmente, es indeseable. Es conveniente señalar que la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F para todas las muestras analizadas, obtuvo un valor del estadístico mucho mayor que el número crítico según su distribución.

#### ✓ Error tipo II

En el cuadro 27 se observa claramente que para todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la tasa de error II en uno.

La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de cero en las muestras de tamaño  $n = 20$ ,  $n = 25$  y  $n = 30$  para todos los niveles de significación.

En las muestras de tamaño  $n = 15$  con prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, se obtienen los valores de la tasa de error II más altos de la configuración 6, siendo 0,026 el mayor de los valores (para un nivel de significación de 0,01).

A pesar del comportamiento mostrado por la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, para el tamaño de muestra  $n = 15$  y el nivel de significación  $\alpha = 0.01$ . Es imposible hablar de una mejor prueba, para la configuración 6. Debido valores observados en la tasa de error tipo I que siempre permanecieron por encima de los niveles de significación fijados.

#### ✓ Potencia

Para la configuración 6, se observó que en todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la potencia en cero.

La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de uno en las muestras de tamaño  $n= 20$ ,  $n = 25$  y  $n = 30$  para todos los niveles de significación.

En las muestras de tamaño  $n = 15$  la prueba de Razón de Verosimilitud obtiene los menores valores de potencia siendo 0,974 el menor de los valores (para un nivel de significación de 0,01). En la configuración 6 la prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F que resulto con los niveles más bajos en la tasa de error I y II (siempre muy por encima de los niveles de significación planteados) obtuvo un 97,4 % de potencia.

### 5.1.7 Configuración 7

En el cuadro 28 se muestran los resultados de las mediciones de la tasa de error tipo I, error tipo II y potencia de las diez pruebas (tres basadas en Ji – Cuadrado y siete basadas en la distribución F), para la configuración 7 de la matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la estructura del modelo completo, en los diferentes tamaños de muestra y niveles de significación.

Cuadro 28. Tasas de error I y II cometidos y potencias de los diez pruebas, bajo cada nivel de significación y tamaño de muestra de la configuración 7 para el modelo completo

n	α	LR			W			LM			LR			W									LM														
		F			F1			F2			F3			F1			F2			F3																	
		I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P						
15	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0,997	0,004	0,996	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0,995	0,004	0,996	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	<b>0,987</b>	<b>0,012</b>	<b>0,988</b>	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
20	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
25	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
30	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0

✓ Error tipo I

Se observó que para todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la tasa de error I en cero.

Sin embargo la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de uno en las muestras de tamaño  $n=20$ ,  $n=25$  y  $n=30$  para todos los niveles de significación.

Para las muestras de tamaño  $n=15$  la prueba de Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, se obtienen los valores en la tasa de error I más bajos registrados en la configuración 7, siendo 0,987 el menor de estos valores (para un nivel de significación de 0,01).

Claramente todos los valores para la tasa de error I presentados por esta prueba están muy por encima de los niveles de significación pautados, situación que naturalmente, es indeseable. Es conveniente señalar que la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F para todas las muestras analizadas, obtuvo un valor del estadístico mucho mayor que el número crítico según su distribución.

#### ✓ Error tipo II

En el cuadro 28 se observa claramente que para todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la tasa de error II en uno.

La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de cero en las muestras de tamaño  $n=20$ ,  $n=25$  y  $n=30$  para todos los niveles de significación.

En las muestras de tamaño  $n = 15$  con prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, se obtienen los valores de la tasa de error II más altos de la configuración 7, siendo 0,012 el mayor de los valores (para un nivel de significación de 0,01).

A pesar del comportamiento mostrado por la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, para el tamaño de muestra  $n = 15$  y el nivel de significación  $\alpha = 0.01$ . Es imposible hablar de una mejor prueba, para la configuración 7. Debido valores observados en la tasa de error tipo I que siempre permanecieron por encima de los niveles de significación fijados.

#### ✓ Potencia

Para la configuración 7, se observó que en todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la potencia en cero.

La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de uno en las muestras de tamaño  $n= 20$ ,  $n = 25$  y  $n = 30$  para todos los niveles de significación.

En las muestras de tamaño  $n = 15$  la prueba de Razón de Verosimilitud obtiene los menores valores de potencia siendo 0,988 el menor de los valores (para un nivel de significación de 0,01). En la configuración 7 la prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F que resulto con los niveles más bajos en la tasa de error I y II (siempre muy por encima de los niveles de significación planteados) obtuvo un 98,8 % de potencia.

### 5.1.8 Configuración 8

En el cuadro 29 se muestran los resultados de las mediciones de la tasa de error tipo I, error tipo II y potencia de las diez pruebas (tres basadas en Ji – Cuadrado y siete basadas en la distribución F), para la configuración 8 de la matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la estructura del modelo completo, en los diferentes tamaños de muestra y niveles de significación.

Cuadro 29. Tasas de error I y II cometidos y potencias de los diez pruebas, bajo cada nivel de significación y tamaño de muestra de la configuración 8 para el modelo completo

n	α	LR			W			LM			LR			W									LM																	
		F			F1			F2			F3			F1			F2			F3																				
		I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P									
15	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0,998	0,002	0,998	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0,997	0,002	0,998	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	<b>0,991</b>	<b>0,007</b>	<b>0,993</b>	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
20	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
25	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
30	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0,000	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0

✓ Error tipo I

Se observó que para todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la tasa de error I en cero.

Sin embargo la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de uno en las muestras de tamaño  $n= 20$ ,  $n = 25$  y  $n = 30$  para todos los niveles de significación.

Para las muestras de tamaño  $n = 15$  la prueba de Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, se obtienen los valores en la tasa de error I más bajos registrados en la configuración 8, siendo 0, 991 el menor de estos valores (para un nivel de significación de 0,01).

Claramente todos los valores para la tasa de error I presentados por esta prueba están muy por encima de los niveles de significación pautados, situación que naturalmente, es indeseable. Es conveniente señalar que la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F para todas las muestras analizadas, obtuvo un valor del estadístico mucho mayor que el número crítico según su distribución.

#### ✓ Error tipo II

En el cuadro 29 se observa claramente que para todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la tasa de error II en uno.

Nuevamente la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de cero en las muestras de tamaño  $n= 20$ ,  $n = 25$  y  $n = 30$  para todos los niveles de significación.

En las muestras de tamaño  $n = 15$  con prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, se obtienen los valores de la tasa de error II más altos de la configuración 8, siendo 0,007 el mayor de los valores (para un nivel de significación de 0,01).

A pesar del comportamiento mostrado por la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, para el tamaño de muestra  $n = 15$  y el nivel de significación  $\alpha = 0.01$ . Es imposible hablar de una mejor prueba, para la configuración 8. Debido valores observados en la tasa de error tipo I que siempre permanecieron por encima de los niveles de significación fijados.

#### ✓ Potencia

Para la configuración 8, se observó que en todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la potencia en cero.

La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de uno en las muestras de tamaño  $n= 20$ ,  $n = 25$  y  $n = 30$  para todos los niveles de significación.

En las muestras de tamaño  $n = 15$  la prueba de Razón de Verosimilitud obtiene los menores valores de potencia siendo 0,993 el menor de los valores (para un nivel de significación de 0,01). En la configuración 8 la prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F que resulto con los niveles más bajos en la tasa de error I y II (siempre muy por encima de los niveles de significación planteados) obtuvo un 99,3 % de potencia.

## 5.2 Comparación de las tasas de Error Tipo I, II y Potencia en el Modelo Reducido

### 5.2.1 Todas las Configuraciones

En el cuadro 30 se muestran los resultados de las mediciones de la tasa de error tipo I, error tipo II y potencia de las diez pruebas (tres basadas en Ji – Cuadrado y siete basadas en la distribución F), para todas las configuraciones de la matriz de varianzas y covarianzas correspondiente a la estructura del modelo reducido, en los diferentes tamaños de muestra y niveles de significación. Es un único cuadro debido, a que los resultados para todas las configuraciones fueron **exactamente iguales** en todas las muestras y niveles de significación.

Cuadro 30. Tasas de error I y II cometidos y potencias de los diez pruebas, bajo cada nivel de significación y tamaño de muestra de todas las configuraciones para el modelo reducido

n	$\alpha$	LR			W			LM			LR			W			LM																							
		F			F1			F2			F3			F1			F2			F3																				
		I	II	P	I	II	P	I	II	P																														
10	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
15	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
20	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
25	0,10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,05	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0,01	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0

✓ Error tipo I

Se observó que para todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la tasa de error I en cero.

Sin embargo la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de uno en todas las muestras y para todos los niveles de significación.

Claramente todos los valores para la tasa de error I presentados por esta prueba están muy por encima de los niveles de significación pautados, situación que naturalmente, es indeseable. Es conveniente señalar que la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F para todas las muestras analizadas, obtuvo un valor del estadístico mucho mayor que el número crítico según su distribución.

✓ Error tipo II

En el cuadro 30 se observa claramente que para todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la tasa de error II en uno.

Nuevamente la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de cero en todas las muestras y para todos los niveles de significación.

A pesar del comportamiento mostrado por la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F. Es imposible hablar de una mejor prueba, para la cualquier configuración del modelo reducido. Debido valores observados en la tasa de error tipo I que siempre permanecieron por encima de los niveles de significación fijados.

✓ Potencia

Para todas las configuraciones, se observó que en todos los tamaños de muestras y todos los niveles de significación el comportamiento de las pruebas basadas en Ji – Cuadrado y las pruebas de Wald y multiplicador de Lagrange basadas en la distribución F fue idéntico, manteniendo los valores de la potencia en cero.

La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F muestra un comportamiento totalmente opuesto al resto de las pruebas manteniendo valores de uno en todas las muestras y para todos los niveles de significación.

Obviamente el comportamiento de la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, para el modelo reducido es completamente distinto al resto de las pruebas evaluadas, sin embargo sus resultados para la tasa de error tipo I, error tipo II y potencia tampoco son favorables.

### 5.3 Discusión General de los Resultados

Hasta ahora, se han interpretado los resultados obtenidos para las diez pruebas comparadas en las distintas configuraciones de la matriz de varianzas y covarianzas para las dos estructuras del modelo, en sus diferentes niveles de significación y tamaños de muestra.

Es el momento de realizar una recomendación sobre una u otra prueba para probar la hipótesis correspondiente al efecto de regresión lineal multivariada, bajo las condiciones de tamaño de muestra y estructura del modelo con las cuales se han realizado las evaluaciones de este trabajo.

El comportamiento de las tres pruebas basadas en Ji – Cuadrado, no mostro resultados distintos a los obtenidos por Ascanio (2006) y Ascanio *et al* (2008a, 2008c, 2008d y 2008e) a pesar de los cambios implementados en la simulación de las muestras y las distintas configuraciones de la matriz de varianza y covarianza.

Las pruebas basadas en Ji – Cuadrado, continúan presentando valores muy bajos en cuanto a la potencia (menos del 1%), y presentan valores muy desfavorables para de la tasa de error tipo I ya descritos con anterioridad por Dufour y Khalaf (2000), Beatty, LaFrance y Yang (2005), Ascanio (2006) y Ascanio *et al* (2008a).

En estas condiciones no es posible recomendar el uso de las pruebas basadas en la distribución limite Ji – Cuadrado en el análisis de regresión lineal multivariado.

En el cuadro 31, se muestra un resumen de todos los valores obtenidos por la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, para todas configuraciones del modelo completo.

Cuadro 31. Tasas de error I y II cometidos y potencias de la Prueba de Razón de Verosimilitud bajo la distribución F para cada nivel de significación y tamaño de muestra de todas las configuraciones del modelo completo

n	α	MODELO COMPLETO																								
		LR			LR			LR			LR			LR			LR			LR			LR			
		Configuración 1			Configuración 2			Configuración 3			Configuración 4			Configuración 5			Configuración 6			Configuración 7			Configuración 8			
		I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I
15	0,10	0,898	0,144	0,856	0,964	0,042	0,958	0,991	0,009	0,991	0,983	0,023	0,977	0,996	0,005	0,995	0,997	0,002	0,998	0,997	0,004	0,996	0,998	0,002	0,998	
	0,05	0,852	0,209	0,791	0,945	0,070	0,93	0,982	0,021	0,979	0,971	0,039	0,961	0,993	0,006	0,994	0,996	0,006	0,994	0,995	0,004	0,996	0,997	0,002	0,998	
	0,01	0,669	0,394	0,606	<b>0,843</b>	<b>0,184</b>	<b>0,816</b>	<b>0,951</b>	<b>0,067</b>	<b>0,933</b>	<b>0,921</b>	<b>0,110</b>	<b>0,89</b>	<b>0,96</b>	<b>0,049</b>	<b>0,951</b>	<b>0,986</b>	<b>0,026</b>	<b>0,974</b>	<b>0,987</b>	<b>0,012</b>	<b>0,988</b>	<b>0,991</b>	<b>0,007</b>	<b>0,993</b>	
20	0,10	0,999	0,001	0,999	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	
	0,05	0,999	0,002	0,998	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	
	0,01	<b>0,997</b>	<b>0,004</b>	<b>0,996</b>	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	
25	0,10	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	
	0,05	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	
	0,01	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	
30	0,10	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	
	0,05	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	
	0,01	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	1	0,000	1	

La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, mantiene elevados valores de potencia en algunos casos del 100%; sin embargo, de igual forma los valores para la tasa de error I, superan en todos los casos los niveles de significación. Situación que genera inconvenientes de estimación del efecto de regresión lineal multivariado, a través de la hipótesis  $F_{TIG} = D^9$ .

Los resultados del cuadro 31, contrastan con lo expuesto por Khattree R. y Naik D. (1999); Pindyck R., Rubinfeld D. (2000), y no permiten recomendar la utilización Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, en el análisis de regresión lineal multivariado, bajo las condiciones establecidas en este trabajo.

En cuanto a las pruebas de Wald y Multiplicador de Lagrangre basada en la distribución F, mostraron el mismo comportamiento que su similares en la distribución limite Ji – Cuadrado, haciendo de igual forma poco recomendable su utilización en el análisis de regresión lineal multivariado.

---

<sup>9</sup>Sobre todo cuando encuentran que con algunos tamaños de muestra, las tasas de error tipo I se elevan hasta valores iguales a uno.

## 6. Conclusiones

- 6.1. La Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, presenta los valores más altos de potencia, para las dos especificaciones del modelo y los tamaños de muestra utilizados. Sin embargo los niveles de la tasa de error tipo I son superiores a los niveles de significación para todos los casos.
- 6.2. Las muestras de tamaño  $n = 15$ , en el modelo completo son las que presentan para la Prueba de Razón de Verosimilitud basada en la distribución F, los niveles más bajos en la tasa de error tipo I, aunque continúan siendo muy superiores a los niveles de significación y en base a este hecho no se le puede catalogar como “la mejor prueba estadística”.
- 6.3. Las pruebas basadas en la distribución límite Ji – Cuadrado, presentan valores muy bajos en cuanto a la potencia (menos del 1%), y valores muy desfavorables para de la tasa de error tipo I, condiciones que hacen imposible recomendar su utilización.
- 6.4. Las pruebas de Wald y Multiplicador de Lagrangre basada en la distribución F, presentan los mismos inconvenientes que las pruebas basadas en la distribución límite Ji – Cuadrado. En consecuencia es poco recomendable su utilización.
- 6.5. Bajo las condiciones establecidas en este trabajo, es imposible catalogar alguna prueba como “la mejor prueba estadística” o siquiera recomendar la utilización de alguna, en el análisis de regresión lineal multivariado, sin expresar serias reservas.

## 7. Referencias

AITCHISON, J y SILVEY, D (1958) Maximum likelihood estimation of parameters subject to restraints. *Annals of Mathematical Statistics*, 29: 813-828.

ASCANIO, A (2006) Comparación de métodos convencionales y ajustados para probar hipótesis en el análisis de regresión lineal multivariado. Trabajo de grado (Maestría). Postgrado en Estadística, Facultad de Agronomía, Universidad Central de Venezuela. 82 p.

ASCANIO, A; CHACÍN, F; MILLA, M; COBO, M y ASCANIO, M (2008a) Comparación de métodos convencionales y ajustados para probar hipótesis en análisis de regresión lineal multivariado. Memorias del XVIII Simposio de Estadística, Cartagena de Indias (Colombia). Universidad Nacional de Colombia (Sede Bogotá), Facultad de Ciencias. 12 p.

ASCANIO, A; CHACÍN, F; MILLA, M; COBO, M y ASCANIO, M (2008b) Una contribución al procesamiento de los métodos convencionales para probar hipótesis en análisis de regresión lineal multivariado. Memorias del XVIII Simposio de Estadística, Cartagena de Indias (Colombia). Universidad Nacional de Colombia (Sede Bogotá), Facultad de Ciencias. 17 p.

ASCANIO, A; CHACÍN, F; MILLA, M; COBO, M y ASCANIO, M (2008c) Comparación de un método ajustado con el de razón de verosimilitud para probar hipótesis en análisis de regresión lineal multivariado. Memorias del XVIII Simposio de Estadística, Cartagena de Indias (Colombia). Universidad Nacional de Colombia (Sede Bogotá), Facultad de Ciencias. 10 p.

ASCANIO, A; CHACÍN, F; MILLA, M; COBO, M y ASCANIO, M (2008d) Comparación de un método ajustado con el de Wald para probar hipótesis en

análisis de regresión lineal multivariado. Memorias del XVIII Simposio de Estadística, Cartagena de Indias (Colombia). Universidad Nacional de Colombia (Sede Bogotá), Facultad de Ciencias. 11 p.

ASCANIO, A; CHACÍN, F; MILLA, M; COBO, M y ASCANIO, M (2008e) Comparación de un método ajustado con el de multiplicador de Lagrange para probar hipótesis en análisis de regresión lineal multivariado. Memorias del XVIII Simposio de Estadística, Cartagena de Indias (Colombia). Universidad Nacional de Colombia (Sede Bogotá), Facultad de Ciencias. 11 p.

BEATTY, T.K.M; LAFRANCE, J.T y YANG, M (2005) A simple Lagrange Multiplier F-test for multivariate regression models. Working Paper N° 996. Department of Agricultural y Resource Economics y Policy. University of California at Berkeley. 17 p.

BERNDT, E.R y SAVIN, N.E (1977) Conflict among criteria for testing hypotheses in the multivariate linear regression model. *Econometrica* 45(5):1263-1277.

BREUSCH, T (1979) Conflict among criteria for testing hypotheses: Extensions y comments. *Econometrica* 47(1): 203-207.

BUSE, A (1982) The likelihood ratio, Wald y Lagrange multiplier tests: An expository note. *The American Statistician* (Part 1) 36(3):153-157.

CUADRAS, C (2008) Nuevos Métodos de Análisis Multivariante. CMC Editions. Barcelona. España. pp 23 – 33

CANAVOS, G (1988) Probabilidad y Estadística: Aplicaciones y métodos. McGraw-Hill, México, DF. pp 303-326.

CHACÍN, F (1998) Análisis de regresión y superficie de respuesta. Facultad de Agronomía, Universidad Central de Venezuela, Maracay. pp 26-30.

CORDEIRO, G.M y FERRARI, S.L de P (1991) A modified score test statistic having chi-squared distribution to order  $n^{-1}$ . *Biometrika* 78(3): 573-582.

CORTEZ, I (1986) Regresión multivariada: Selección de variables. Trabajo de grado (Maestría en Estadística). Facultad de Agronomía, UCV. Maracay. 119 p.

CORTEZ, I y GUARISMA, R (1995) Regresión multivariada: Pruebas de hipótesis. *Revista de la Facultad de Agronomía (Maracay)* 21:13-25.

CRIBARI-NETO, F y ZARKOS, S (1995) Improved test statistics for multivariate regression. *Economics Letters* 49(2): 113-120.

DIAZ-GARCIA, J y CARO-LOPERA F (1987) About Test Criteria in Multivariate Analysis. *Brazilian Journal of Probability and Statistics*. Volume 22, Number 1, Pages 35 – 59. ISSN 0103-0752

DUFOUR, J-M y KHALAF, L (2000) Simulation based finite y large sample tests in multivariate regressions. CIRANO: Scientific Series. Montreal. 26 p.

EFRON, B (1979) Bootstrap methods: Another look at the Jackknife. *The Annals of Statistics* 7(1):1-26.

EFRON, B y GONG, G (1983) A leisurely look at the Bootstrap, the Jackknife, y Cross-Validation. *The American Statistician* 37(1): 36-48.

EVANS, G.B.A y SAVIN, N.E (1982) Conflict among the criteria revisited: The W, LR y LM tests. *Econometrica* 50(3): 737-748.

GRAYBILL, F (1976) Theory and application of the linear model. Duxbury Press, North Scituate (Massachusetts). pp. 21-23.

GREENE, W.H (1999) Análisis econométrico. 3ª edición. Pearson Educación, Madrid. pp. 142-143.

JOHNSON, R y WICHERN, D (1998) Applied multivariate statistical analysis. 4<sup>th</sup> edition. Prentice-Hall. New Jersey. Chapter 7 pp 377-457.

LAWLEY, D.N (1938) A generalization of Fisher's Z-test. *Biometrika* 30: 180-187.

LEE, Y.S (1971) Asymptotic formulae for the distribution of a multivariate test statistic: Power comparisons of certain multivariate tests. *Biometrika* 58(3): 647-651.

McKAY, R.J (1977) Variable selection in multivariate regression: An application of simultaneous test procedures. *Journal of the Royal Statistical Society (B)* 3: 371-380.

PINDYCK, R; RUBINFELD, D (2000) Econometría, Modelos y pronósticos. 4<sup>th</sup> edition. Mc Graw Hill. Mexico. pp 132 – 133; 296 - 298

PILLAI, K.C.S (1955) Some new test criteria in multivariate analysis. *Annals of Mathematical Statistics* 43: 117-121.

RASÚA L, M (2003) Microsoft Excel en la solución de problemas de álgebra lineal. *Revista Pedagogía Universitaria* 8(3):26-44.

RAVINDRA, K; DAYANAND, N (1999) Applied Multivariate Statistics. With SAS´ Software. Second Edition. SAS Institute Inc. Cary USA

RAVIKUMAR, B; RAY, S y SAVIN, N.E (2004) Robust Wald tests y curse of dimensionality. Working Paper. Department of Economics, Tippie College of Business, University of Iowa. 18 p.

RENCHER, A (1998) Multivariate statistical inference y applications. Wiley-Interscience Publication. New York. Chapter 7 pp 267-307.

RENCHER, A (2002) Methods of Multivariate Analysis. Second Edition Wiley-Interscience Publication. New York. Chapter 10 pp 322-358.

RESAMPLING STATS, Inc (2006) Resampling Stats add-in for Excel. User's Guide Version 3. 177 p.

ROY, S.N (1953) On a heuristic method of test construction y its use in multivariate analysis. *Annals of Mathematical Statistics* 24: 220-238.

SAVIN, N.E (1976) Conflict among testing procedures in a linear regression model with autoregressive disturbances. *Econometrica* 44(6): 1303-1315.

SILVEY, S.D (1959) The Lagrange multiplier test. *Annals of Mathematical Statistics* 30: 389-407.

STEWART, K.G (1995) The functional equivalence of the W, LR y LM statistics. *Economics Letters* 49(2): 109-112.

STEWART, K.G (1997) Exact testing in multivariate regression. *Econometric Reviews* 16: 321-352.

WALD, A (1943) Tests of hypotheses concerning several parameters when the number of observation is large. *Transactions of the American Mathematical Society* 54: 426-482.

WILKS, S.S (1932) Certain generalizations in the analysis of variance. *Biometrika* 24: 471-494.

ZELLNER, A (1962) An efficient method of estimating seemingly unrelated regressions y tests for aggregation bias. *Journal of American Statistical Association* 57: 348-368.