

## **TRABAJO DE GRADO**

# **ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL ASCENSO DE BURBUJAS DE TAYLOR EN FLUJO VERTICAL ASCENDENTE A TRAVES DE UN ESPACIO CIRCULAR Y ANULAR**

Tutor Académico: Prof. Julio Segura

Presentado Ante la Ilustre  
Universidad Central de Venezuela  
por la Ing. Aileen Pérez  
para optar al título de  
Magister Scientiarum en Ingeniería Mecánica

Caracas, Febrero del 2004

## **APROBACIÓN DEL TUTOR**

El suscrito, Tutor designado por el Consejo de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela, hace constar que ha revisado el contenido y la forma de este Trabajo de Grado, y que ha dado su autorización para que sea defendido ante el Jurado Examinador por la Autora.

Prof. M.Sc. Julio Segura, Tutor

Fecha:

Caracas, Marzo del 2004

Los abajo firmantes, miembros del Jurado designado por el Consejo de la Facultad de Ingeniería, para evaluar el Trabajo de Grado presentado por la Ingeniero Aileen C. Pérez A., titulado:

**“ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL ASCENSO DE BURBUJAS DE TAYLOR EN FLUJO VERTICAL ASCENDENTE A TRAVES DE UN ESPACIO CIRCULAR Y ANULAR”**

Consideran que el mismo cumple con los requisitos exigidos por el plan de estudios conducente al título de Magister Scientiarum en Ingeniería Mecánica, y sin que ello signifique que se hacen solidarios con las ideas expuestas por la autora, lo declaran APROBADO.

---

Prof. Julio Segura  
Tutor Académico

---

Prof.  
Jurado

---

Prof.  
Jurado

Dedicado a Dios y a mis padres  
Genoveva y Rafael por  
representar mi fortaleza y mi guía.

## AGRADECIMIENTO

- Agradezco en primer lugar a Dios por permitirme un logro más.
- A PDVSA - Intevep por los recursos otorgados para llevar a cabo este trabajo.
- A la Universidad Central de Venezuela y al grupo de profesores de la maestría de ingeniería mecánica por los conocimientos brindados.
- A Raimundo Pardo por la oportunidad que me brindo con el desarrollo de este proyecto, y por el aporte de sus conocimientos y experiencia.
- Al profesor Julio Segura, por el apoyo y asesoría brindada, como tutor académico.
- A Flavia Viana por compartir sus experiencias, por el apoyo y asesoría brindada.
- Rodolfo Yanez, Juan Iglesias y Enrique Carios, por la ayuda para la realización de las pruebas.

Aileen C. Pérez A.

**“ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL ASCENSO DE BURBUJAS DE TAYLOR EN FLUJO VERTICAL ASCENDENTE A TRAVÉS DE UN ESPACIO CIRCULAR Y ANULAR”**

**Tutor: M.sc. Julio Segura**

**Tesis M.sc. Caracas, U.C.V. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Mecánica**

**Año 2004, 122 pp.**

**Palabras claves:** Velocidad de ascenso, burbuja de Taylor, flujo tapón, número de Froude, número de Reynolds.

**Resumen.** Los sistemas de producción de petróleo contienen tramos de tuberías verticales con flujo bifásico gas-líquido ascendente. El cálculo del gradiente de presión en éstas líneas con los modelos convencionales ha alcanzado, en el caso de los crudos pesados, errores del orden del 30% respecto a los datos de campo o experimentales.

Con la finalidad de disminuir estos márgenes de error, se construyó un modelo empírico de parámetros adimensionales para calcular con mayor precisión la velocidad de ascenso de burbujas de Taylor, la cual constituye uno de los parámetros más importantes en el modelo mecanicista del flujo tapón para determinar el gradiente de presión del flujo bifásico gas-líquido en tuberías verticales.

El trabajo consistió en un estudio experimental para determinar la velocidad de ascenso de burbujas de Taylor en una corriente ascendente de líquido en conductos verticales, considerando la influencia de los cambios de la viscosidad del líquido y de la configuración geométrica de la sección transversal. Los experimentos fueron realizados en tuberías verticales con variaciones en su sección transversal, abarcando desde la máxima (sección circular) hasta disminuciones incrementales de la sección transversal a través del empleo de una barra interna. En general se estudiaron tres conductos anulares concéntricos, cuyas relaciones de diámetros respecto al de la tubería exterior vienen dadas por  $d/D = 0, 1/6, 1/3$  y  $1/2$ .

El análisis cuantitativo de los datos se obtuvo a través de la técnica de vídeo y procesamiento digital de imágenes, la cual permitió obtener mediciones con errores menores al 5%. Se proponen tres correlaciones en función de parámetros adimensionales ( $Re_L$  y la relación de diámetros “ $d/D$ ”) que caracteriza el ascenso de burbujas de Taylor en corrientes de líquido para las configuraciones estudiadas. Las correlaciones se determinaron a través de un modelo de regresión no-lineal obtenido por el método iterativo y amortiguado de Gauss-Newton, donde las ecuaciones de ajuste de las curvas vienen dadas para todos los casos por “ $Fr_{BT} = mRe_L + b$ ”, con  $m$  función exponencial (de tres parámetros) de  $d/D$  y  $b$  viene dada por una función lineal de  $d/D$ .

La comparación de los resultados obtenidos a través de las correlaciones propuestas y los resultados experimentales mostró que el máximo de los valores absolutos de los errores relativos fue del orden del 15% para las pruebas realizadas con agua, del 10% para el aceite Purolub 22 y del 5% en el caso del aceite de silicón.

Incorporar estas correlaciones en el modelo de flujo tapón para predecir el gradiente de presión en los sistemas producción (específicamente entre la descarga de la bomba de subsuelo y el cabezal del pozo), permitirá optimizar la selección y diseño de los equipos de subsuelo y superficie (bomba, tubería, motor, cabillas, etc.).

## TABLA DE CONTENIDO

<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>ix</b>
<b>LISTA DE TABLAS</b> .....	<b>xii</b>
<b>NOMENCLATURA</b> .....	<b>xiii</b>
<b>INTRODUCCION</b> .....	<b>1</b>
<b>CAPITULO I: MARCO TEÓRICO</b> .....	<b>4</b>
<b>1.1 FLUJO GAS - LÍQUIDO EN TUBERÍAS VERTICALES</b> .....	<b>4</b>
<b>1.2 MODELADO DEL FLUJO GAS - LÍQUIDO EN TUBERÍAS</b> .....	<b>6</b>
1.2.1 Modelado del Flujo Tapón en Tuberías Verticales .....	7
<b>1.3 ANTECEDENTES DEL ASCENSO DE BURBUJAS DE TAYLOR</b> .....	<b>11</b>
1.3.1 Antecedentes del Ascenso de Burbujas en Tuberías Circulares .....	12
1.3.2 Antecedentes del Ascenso de Burbujas en Conductos Anulares.....	17
<b>1.4 CARACTERÍSTICAS DEL ASCENSO DE BURBUJAS DE TAYLOR EN COLUMNAS DE LÍQUIDO FLUYENTE</b> .....	<b>19</b>
<b>CAPITULO II: METODOLOGÍA DE TRABAJO</b> .....	<b>21</b>
<b>2.1 TÉCNICA EXPERIMENTAL</b> .....	<b>23</b>
2.1.1 Banco de Pruebas .....	23
2.1.1.1 Sección de inyección de líquido .....	25
2.1.1.2 Sección de generación de burbujas .....	26
2.1.1.3 Columna de prueba. ....	27
2.1.1.4 Sección de retorno .....	28
2.1.2 Equipo de Vídeo .....	29
2.1.3 Procedimiento Experimental.....	31
2.1.3.1 Arranque.....	31
2.1.3.2 Formación de burbujas .....	32
<b>2.2 MEDICION DE LA VELOCIDAD DE ASCENSO DE LA BURBUJA</b> .....	<b>34</b>
2.2.1 Calidad de la Imágen.....	34
2.2.2 Procesamiento de Imágenes y Análisis Cuantitativo .....	36
<b>CAPITULO III: RESULTADOS</b> .....	<b>38</b>
<b>3.1 METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DE CORRELACIÓN DE RESULTADOS</b> .....	<b>38</b>
3.1.1 Principios del Análisis Dimensional y Similitud.....	38

3.1.2	Parámetros Adimensionales para el Análisis de los Resultados .....	41
<b>3.2</b>	<b>ANÁLISIS PRELIMINAR DE CORRELACION DE RESULTADOS .....</b>	<b>45</b>
3.2.1	Correlaciones de Parámetros con Dimensiones $V_L$ vs $V_{BT}$ .....	46
3.2.1.1	Resultados con agua como líquido de prueba.....	46
3.2.1.2	Resultados con aceite Purolub 22 como líquido de prueba.....	49
3.2.1.3	Resultados con aceite de silicón como líquido de prueba .....	50
3.2.2	Correlaciones de Parámetros Adimensionales $Fr_{BT}$ vs $Re_L$ .....	52
3.2.2.1	Resultados con líquido de prueba de $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$ .....	53
3.2.2.2	Resultados con líquido de prueba de $Mo = 1.0 \times 10^{-3}$ .....	54
3.2.2.3	Resultados con líquido de prueba de $Mo = 4.0 \times 10^2$ .....	56
<b>3.3</b>	<b>DESARROLLO DE CORRELACIONES GENERALES.....</b>	<b>57</b>
3.3.1	Burbujas de Taylor Ascendiendo en Corriente de Líquido con $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$ .....	58
3.3.2	Burbujas de Taylor Ascendiendo en Corriente de Líquido con $Mo = 1.0 \times 10^{-3}$ .....	59
3.3.3	Burbujas de Taylor Ascendiendo en Corriente de Líquido con $Mo = 4.0 \times 10^2$ .....	61
<b>3.4</b>	<b>ESTIMACIÓN DEL ERROR MÁXIMO DE LAS CORRELACIONES GENERALES .....</b>	<b>62</b>
3.4.1	Correlación para Líquido con $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$ .....	62
3.4.2	Correlación para Líquido con $Mo = 1.0 \times 10^{-3}$ .....	63
3.4.3	Correlación para Líquido con $Mo = 4.0 \times 10^2$ .....	64
<b>3.5</b>	<b>TABLA RESUMEN DE LA CORRELACION GENERAL.....</b>	<b>65</b>
<b>3.6</b>	<b>ANÁLISIS CUALITATIVO DE LOS RESULTADOS.....</b>	<b>66</b>
3.6.1	Forma de Burbujas de Taylor en Tuberías de Sección Circular .....	66
3.6.2	Forma de Burbujas de Taylor en Tuberías de Sección Anular .....	68
3.6.3	Forma de la Cola de Burbujas de Taylor .....	69
3.6.3.1	Forma de la cola de burbujas de Taylor en líquidos de baja viscosidad, $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$ .....	70
3.6.3.2	Forma de la cola de burbujas de Taylor en líquidos alta viscosidad, $Mo = 4.0 \times 10^2$ .....	72
	<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>74</b>
	<b>REFERENCIAS... .....</b>	<b>76</b>



<b>APENDICE A. CARACTERIZACIÓN DE LOS LÍQUIDOS DE PRUEBA.....</b>	<b>78</b>
<b>APENDICE B. CÁLCULOS DEL FACTOR DE ESCALA.....</b>	<b>.84</b>
<b>APENDICE C. MATRICES EXPERIMENTALES.....</b>	<b>88</b>
<b>ANEXO I. ESPECIFICACIONES DE LOS EQUIPOS.....</b>	<b>92</b>
<b>ANEXO II PLANOS.....</b>	<b>101</b>
<b>ANEXO III VALORES MEDIDOS DE VELOCIDAD DE ASCENSO .....</b>	<b>.116</b>
<b>ANEXO IV CÁLCULOS DEL FACTOR DE ESCALA.....</b>	<b>.109</b>

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Patrones de flujo gas - líquido en tuberías verticales. ....	6
<b>Figura 2.</b> Estructura de la unidad completa tapón de líquido – burbuja de Taylor	9
<b>Figura 3.</b> Burbuja de Taylor a) en conducto circular b) en conducto anular.....	19
<b>Figura 4.</b> Esquema general del banco de pruebas .....	24
<b>Figura 5.</b> Banco de pruebas a) vista frontal b) vista en perspectiva .....	25
<b>Figura 6.</b> Sección de inyección de líquido .....	26
<b>Figura 7.</b> Sección de generación de burbujas .....	26
<b>Figura 8.</b> Columna de prueba .....	28
<b>Figura 9.</b> Sección de retorno .....	29
<b>Figura 10.</b> Equipo de video para las pruebas .....	30
<b>Figura 11.</b> Disposición de los componente del equipo de video .....	30
<b>Figura 12.</b> Tramo de observación.....	31
<b>Figura 13.</b> Sistema de válvulas (vista en perspectiva 1).....	32
<b>Figura 14.</b> Sistema de válvulas (vista en perspectiva 2).....	33
<b>Figura 15.</b> Sistema de válvulas (vista superior).....	33
<b>Figura 16.</b> Esquema de conexión de los equipos para la reproducción y digitalización de imagenes .....	34
<b>Figura 17.</b> Malla y su imagen digitalizada.....	35
<b>Figura 18.</b> Imágen digitalizada de la nariz de la burbuja en conducto circular...	37
<b>Figura 19.</b> Imágen digitalizada de la nariz de la burbuja en conducto anular ....	37
<b>Figura 20.</b> Diagrama $V_{BT}$ vs $V_L$ para burbujas de Taylor ascendiendo en agua, para $d/D = 0$ (negro), $1/6$ (rojo), $1/3$ (violeta) y $1/2$ (Azul) .....	47
<b>Figura 21.</b> Diagrama $V_{BT}$ vs $V_L$ para burbujas de Taylor ascendiendo en aceite Puro lub 22, para $d/D = 0$ (negro), $1/6$ (rojo), $1/3$ (violeta) y $1/2$ (Azul).....	49
<b>Figura 22.</b> Diagrama $V_{BT}$ vs $V_L$ para burbujas de Taylor ascendiendo en aceite de silicón, para $d/D = 0$ (negro), $1/6$ (rojo), $1/3$ (violeta) y $1/2$ (Azul) .....	51
<b>Figura 23.</b> Diagrama $Fr_{BT}$ vs $Re_L$ para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$ . Para $d/D = 0$ (negro), $1/6$ (rojo), $1/3$ (violeta) y $1/2$ (azul) .....	53

<b>Figura 24.</b> Diagrama $Fr_{BT}$ vs $Re_L$ para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con $Mo = 1.0 \times 10^{-3}$ . Para $d/D = 0$ (negro), $1/6$ (rojo), $1/3$ (violeta) y $1/2$ (Azul).....	55
<b>Figura 25.</b> Diagrama $Fr_{BT}$ vs $Re_L$ para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con $Mo = 4.0 \times 10^2$ . Para $d/D = 0$ (negro), $1/6$ (rojo), $1/3$ (violeta) y $1/2$ (Azul).....	56
<b>Figura 26.</b> Diagrama $\log \{(m/y_1)^1 / [(d/D) - x_1]\}$ vs. $d/D$ con $y_1 = 1$ y $x_1 = 1.723$ , para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$ .....	58
<b>Figura 27.</b> Diagrama $b$ vs. $d/D$ para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$ .....	59
<b>Figura 28.</b> Diagrama $\log \{(m/y_1)^1 / [(d/D) - x_1]\}$ vs. $d/D$ con $y_1 = 1$ y $x_1 = 1.587$ , para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con $Mo = 1.0 \times 10^{-3}$ .....	60
<b>Figura 29.</b> Diagrama $b$ vs. $d/D$ para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con $Mo = 1.0 \times 10^{-3}$ .....	60
<b>Figura 30.</b> Diagrama $\log \{(m/y_1)^1 / [(d/D) - x_1]\}$ vs. $d/D$ con $y_1 = 1$ y $x_1 = -0.811$ , para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con $Mo = 4.0 \times 10^2$ .....	61
<b>Figura 31.</b> Diagrama $b$ vs. $d/D$ para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con $Mo = 4.0 \times 10^2$ .....	62
<b>Figura 32.</b> Diagrama $Fr_{BT}$ ajustado vs $Fr_{BT}$ experimental para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$ . Las líneas representan errores relativos +/- 15%.....	63
<b>Figura 33.</b> Diagrama $Fr_{BT}$ ajustado vs $Fr_{BT}$ experimental para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con $Mo = 1.0 \times 10^{-3}$ . Las líneas representan errores relativos +/- 10%.....	64
<b>Figura 34.</b> Diagrama $Fr_{BT}$ ajustado vs $Fr_{BT}$ experimental para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con $Mo = 4.0 \times 10^2$ . Las líneas representan errores relativos +/- 5%.....	65
<b>Figura 35.</b> Burbuja de Taylor en un conducto circular a) simétrica b) asimétrica.....	67
<b>Figura 36.</b> Burbuja de Taylor en conducto anular: para $d/D = 1/3$ a) vista lateral b) vista frontal.....	68
<b>Figura 37.</b> Representación del flujo de líquido en la estela de la burbuja: a) cola cerrada, b) cola abierta.....	70

<b>Figura 38.</b> Cola de burbujas de Taylor ascendiendo en agua. Condición líquido estancado: a) $d/D = 0$ , b) $=1/3$ .....	71
<b>Figura 39.</b> Cola de burbujas de Taylor ascendiendo en agua. Condición líquido fluyente: a) $d/D = 0$ , b) $= 1/3$ .....	71
<b>Figura 40.</b> Cola de burbujas de Taylor ascendiendo en aceite de silicón. Condición líquido estancado: a) $d/D = 0$ , b) $1/3$ .....	72
<b>Figura 41.</b> Cola de burbujas de Taylor ascendiendo en aceite de silicón. Condición líquido fluyente: a) $d/D = 0$ , b) $= 1/3$ .....	73
<b>Figura I.1</b> Curva de calibración del medidor de caudal.....	94
<b>Figura I.2</b> Comparación valores obtenidos con el medidor de flujo vs. los teóricos obtenidos de la curva de la bomba de inyección de líquido .....	94

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Parámetros adimensionales por configuración para agua como líquido de prueba .....	44
<b>Tabla 2.</b> Parámetros adimensionales por configuración para aceite Purolub 22 como líquido de prueba .....	45
<b>Tabla 3.</b> Parámetros adimensionales por configuración para aceite de silicón como líquido de prueba .....	45
<b>Tabla 4.</b> Ecuaciones de ajuste $V_{BT}$ vs $V_L$ para pruebas con agua como líquido de prueba .....	48
<b>Tabla 5.</b> Ecuaciones de ajuste $V_{BT}$ vs $V_L$ para pruebas con Purolub 22 como líquido de prueba.....	50
<b>Tabla 6.</b> Ecuaciones de ajuste $V_{BT}$ vs $V_L$ para pruebas con silicón como líquido de prueba .....	51
<b>Tabla 7.</b> Ecuaciones de ajuste $Fr_{BT}$ vs $Fr_L$ para pruebas con líquido de $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$ .....	54
<b>Tabla 8.</b> Ecuaciones de ajuste $Fr_{BT}$ vs $Fr_L$ para pruebas con líquido de $Mo = 1.0 \times 10^3$ .....	55
<b>Tabla 9.</b> Ecuaciones de ajuste $Fr_{BT}$ vs $Fr_L$ para pruebas con líquido de $Mo = 4.0 \times 10^2$ .....	57
<b>Tabla 9.</b> Coeficientes para las ecuaciones generales y sus errores máximos para cada número de Morton .....	66
<b>Tabla A.1.1</b> Densidad del agua.....	79
<b>Tabla A.1.2</b> Viscosidad dinámica del agua .....	79
<b>Tabla A.1.3</b> Tensión superficial del agua .....	80
<b>Tabla A.2.1</b> Densidad del aceite Purolub 22.....	81
<b>Tabla A.2.2</b> Viscosidad dinámica del aceite Purolub 22 .....	81
<b>Tabla A.2.3</b> Tensión superficial del aceite Purolub 22 .....	82
<b>Tabla A.3.1</b> Densidad del aceite de silicón .....	82
<b>Tabla A.3.2</b> Viscosidad dinámica del aceite de silicón.....	82
<b>Tabla A.3.3</b> Tensión superficial del aceite de silicón .....	83
<b>Tabla C.1</b> Matrices experimentales para agua.....	89

<b>Tabla C.2</b> Matrices experimentales para aceite Purolub 22.....	90
<b>Tabla C.3</b> Matrices experimentales para aceite de silicón .....	91
<b>Tabla I.1</b> Especificaciones de los equipos.....	93
<b>Tabla III.1</b> Resultados de las pruebas en agua.....	106
<b>Tabla III.2</b> Resultados de las pruebas en aceite Purolub 22.....	107
<b>Tabla III.3</b> Resultados de las pruebas en aceite de silicón.....	108
<b>Tabla IV.1</b> Tabla de coordenadas de la malla y cálculo del factor de escala vertical.....	110
<b>Tabla IV.1</b> Tabla de coordenadas de la malla y cálculo del factor de escala horizontal.....	111

## NOMENCLATURA

### Símbolos arábigos

$A$	área ( $m^2$ )
$C$	coeficiente definido por la ec. 1 ( <i>adimensional</i> )
$d$	diámetro de la barra interna ( $m$ )
$D$	dimensión característica de la sección transversal del conducto (diámetro interno de la tubería) ( $m$ )
$D_{ep}$	diámetro equiperiférico ( $m$ )
$D_h$	diámetro hidráulico ( $m$ )
$Eo$	número de Eötvös ( <i>adimensional</i> )
$Fr$	número de Froude ( <i>adimensional</i> )
$g$	aceleración de gravedad ( $m/s^2$ )
$Mo$	número de Morton ( <i>adimensional</i> )
$N_f$	parámetro definido por la ec. 22 ( <i>adimensional</i> )
$R$	radio de la tubería ( $m$ )
$r$	radio de la barra interna ( $m$ )
$Re$	número de Reynolds ( <i>adimensional</i> )
$V_{BT}$	velocidad de la burbuja de Taylor definida por la Ec. 1 ( $m/s$ )
$V_{Bta}$	velocidad de la burbuja de Taylor en conducto anular ( $m/s$ )
$V_{BTO}$	velocidad de la burbuja en condiciones de líquido estancado ( $m/s$ )
$V_L$	velocidad del líquido ( $m/s$ )
$V_{max}$	velocidad máxima del líquido ( $m/s$ )
$We$	número de Weber

### **Símbolos griegos**

$\rho$	densidad (kg/m <sup>3</sup> )
$\sigma$	tensión (N/m).
$\mu$	viscosidad dinámica (Pa.s)
$\nu$	viscosidad cinemática (m <sup>2</sup> /s)
$\tau$	esfuerzo cortante (N/m)

### **Subíndices**

<i>BT</i>	burbuja de Taylor
<i>BTa</i>	burbuja de Taylor en conducto anular
<i>BTO</i>	burbuja de Taylor en líquido estancado
<i>f</i>	película
<i>L</i>	líquido
<i>S</i>	tapón de líquido
<i>i</i>	interfaz gas - líquido



## INTRODUCCION

El estudio del flujo bifásico de gas y líquido ascendiendo en conductos anulares verticales, constituye uno de los tópicos de mayor interés en la producción y transporte de petróleo.

Las variables principales que están involucradas en el flujo de gas y de líquido son: la fracción volumétrica de gas y el gradiente de presión. La estimación de esta última es esencial en el diseño y selección de los equipos de bombeo, utilizados para transportar los fluidos desde la formación hasta la superficie.

Desde el año 2000, PDVSA-Intevep viene desarrollando un amplio proyecto dedicado al estudio del comportamiento del flujo bifásico en sistemas de producción de petróleo. En particular, es de interés disponer de métodos precisos para la estimación del gradiente de presión a lo largo de tuberías verticales, utilizadas como líneas de producción de crudos pesados. La caída de presión entre la descarga de la bomba de subsuelo y el cabezal del pozo es uno de los parámetros a partir del cual se diseñan y seleccionan los componentes de subsuelo: bombas, motores, separadores, etc. La optimización en el diseño de estos componentes se verá reflejada en la reducción de costos, consecuente el incremento de la rentabilidad en la ejecución de un proyecto de producción.

El estudio del comportamiento del flujo bifásico de gas y de líquido ascendiendo en conductos anulares verticales constituye uno de los tópicos de mayor interés en la producción de petróleo, especialmente en el área de levantamiento artificial, donde este flujo se presenta en los sistemas con bombas de cavidades progresivas y reciprocantes accionadas por balancín. En Venezuela existen alrededor de 7600 pozos con bombas de cavidades progresivas y reciprocantes accionadas por balancín produciendo crudos con gravedades específicas entre 1.01 y 0.99. Para este tipo de instalaciones, en las cuales el líquido es de alta viscosidad (0.5-5 Pa.s), el patrón de flujo dominante es el flujo tapón.

Numerosos estudios se han llevado a cabo en la búsqueda de estimar de manera precisa el gradiente de presión a lo largo de tuberías verticales. Sin embargo no se dispone de una metodología confiable para el cálculo de esta variable, ya que las correlaciones utilizadas actualmente fueron desarrolladas para fluidos de baja viscosidad (1-5 mPa.s). Además, aún para bajas viscosidades, los errores que se cometen en el cálculo del gradiente de presión se estiman en un +/- 30% (Gómez *et al.*,1999). Es de esperarse que al aumentar la viscosidad del líquido este error se incremente significativamente.

Por lo anteriormente expuesto, una mayor comprensión de los fenómenos que ocurren en este tipo de flujo, permitirá mejorar la precisión de los cálculos requeridos para estimar el gradiente de presión en sistemas de producción de petróleo. Para ello se plantea el desarrollo de un estudio experimental, a fin de comprender mejor el comportamiento del ascenso de burbujas de Taylor, tanto en líquidos de baja viscosidad como de alta.

## **OBJETIVOS**

### **OBJETIVO GENERAL**

Estudiar experimentalmente el ascenso de burbujas de Taylor en una tubería vertical de sección transversal circular y tres conductos anulares verticales con diferentes relaciones de diámetros, en líquidos de hasta 800 mPa.s.

### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Actualización de la revisión bibliográfica sobre el tema de velocidad de ascenso de burbujas de Taylor en columnas de líquido fluyente.
- Implantación de la técnica de medición de la velocidad de ascenso de las burbujas de Taylor mediante la técnica de vídeo y procesamiento de imágenes.
- Diseño y construcción del dispositivo para generar burbujas de Taylor de igual tamaño.
- Diseño y construcción del banco de pruebas a ser empleado en el estudio de la velocidad de ascenso.
- Medición de la velocidad de ascenso de burbujas de Taylor en una columna de líquido fluyendo, con viscosidad de hasta 800 mPa.s, en una tubería circular y tres conductos anulares concéntricos con diámetro externo de 7.62 cm y diámetros internos de 3.81 cm, 2.54 cm y 1.27 cm.
- Análisis de los resultados obtenidos, a la luz de los resultados reportados en la literatura especializada.

En este informe se documenta el desarrollo del estudio experimental del ascenso de burbujas de Taylor en flujo ascendente de líquidos en conductos verticales; su estructura abarca en primer lugar, las bases teóricas en el área del flujo multifásico: Enfoques seguidos en su modelado, características de los diferentes patrones de flujo, resultados

obtenidos por algunos investigadores sobre el t3pico de inter3s. En segundo lugar, se presenta la metodolog3a experimental aplicada para la recolecci3n de los datos, indicando aspectos t3cnicos y operacionales del sistema. Se documentan los resultados obtenidos as3 como su posterior an3lisis, dichos resultados incluyen una descripci3n cualitativa del flujo, por medio del an3lisis de v3deo. Finalmente se presentan las correlaciones desarrolladas para determinar la velocidad de ascenso de burbujas de Taylor, producto del empleo de los grupos adimensionales generados a partir de los datos experimentales.

## CAPÍTULO I

### MARCO TEORICO

#### 1.1 FLUJO GAS-LÍQUIDO EN TUBERÍAS VERTICALES

Las investigaciones del flujo bifásico vertical en conductos circulares y anulares han puesto en evidencia la existencia de varias distribuciones espaciales de las fases gaseosa y líquida. Estas distribuciones espaciales o geométricas de una fase respecto a la otra en el flujo gas-líquido, se llaman patrones o regímenes de flujo.

Para mezclas gas-líquido, la formación de los patrones de flujo es función de los caudales de gas y de líquido presentes, las características geométricas de la tubería (diámetro, rugosidad y ángulo de inclinación) y de las propiedades físicas de los fluidos (densidad, viscosidad y tensión superficial). Caetano (1985).

Dada la existencia de cualquiera de estos patrones, se hace posible modelar un campo de flujo bifásico a través de un conjunto apropiado de ecuaciones dependientes al patrón. Parámetros del flujo bifásico gas-líquido, tales como la fracción volumétrica de gas y el gradiente de presión, se pueden estimar a través de las soluciones numéricas de estas ecuaciones.

Los patrones de flujo que se han identificado son:

*Flujo Burbuja:* La fase líquida en este tipo de flujo es continua mientras que la gaseosa se presenta como una dispersión de burbujas que fluye en el líquido. (ver figura 1). Este régimen de flujo está subdividido a su vez en flujo burbuja y flujo burbuja dispersa, los cuales difieren en el mecanismo de flujo. El flujo burbuja ocurre a tasas de flujo de líquido relativamente bajas y se caracteriza por el deslizamiento entre las fases gas y líquido. El flujo burbuja dispersa, ocurre a tasas de flujo de líquido relativamente altas. Bajo estas condiciones la fase líquida arrastra las burbujas de gas y no hay lugar para el deslizamiento entre las fases.

*Flujo Tapón:* Al aumentar la tasa de flujo de gas, las burbujas se unen o coalescen eventualmente con lo cual las burbujas aumentan de tamaño y el diámetro de estas se

acerca al de la tubería. Cuando esto ocurre, se forman grandes burbujas llamadas burbujas de Taylor, las cuales tienen forma alargada y están separadas por regiones de líquido, conocidas también como tapones de líquido que contienen pequeñas burbujas dispersas. Una película de líquido alrededor de la burbuja, fluye hacia abajo, a pesar de que el flujo neto de la mezcla fluye hacia arriba, la película penetra en el próximo tapón de líquido, creando una zona de mezcla aireada por pequeñas burbujas.

Usualmente el flujo tapón se presenta a bajas tasas de flujo de líquido y de gas y se encuentra frecuentemente en las operaciones de perforación y producción de la industria petrolera.

El flujo tapón es cuasi-simétrico respecto al eje de la tubería, que se caracteriza por ser un flujo intermitente, lo que ocasiona fluctuaciones en las presiones y las velocidades.

*Flujo Agitado:* Con el incremento de la tasa de flujo de gas, la ruptura de las grandes burbujas provoca un régimen de flujo inestable, en el cual existe un movimiento oscilatorio del fluido en la tubería. Este patrón de flujo es similar al flujo tapón, pero es más caótico, ya que no se evidencia un contorno definido entre las fases.

*Flujo Anular:* En este caso, el líquido fluye como una película por la pared de la tubería, mientras que el gas fluye muy rápidamente por el centro de la tubería “gas core”. Pequeñas gotas de líquido son arrastradas por el núcleo de la fase gaseosa del flujo. La velocidad del gas es lo suficientemente alta como para causar ondulaciones en la superficie del líquido.

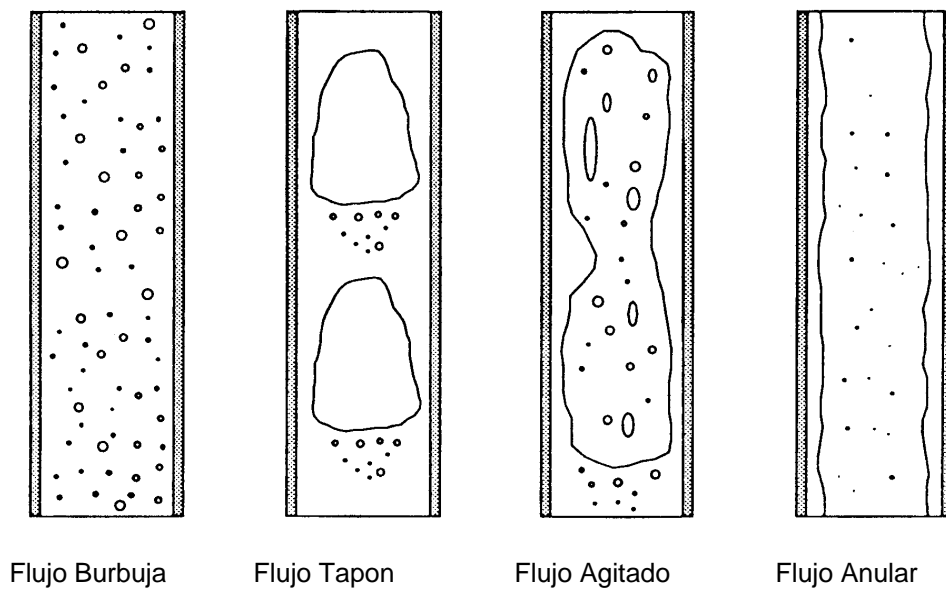


Figura 1. Patrones de flujo gas-líquido en tuberías verticales

## 1.2 MODELADO DEL FLUJO GAS-LÍQUIDO EN TUBERÍAS

Soluciones rigurosas, que permitan simular el comportamiento del flujo en sistemas bifásico gas-líquido, son complejas debido al gran número de variables de flujo asociadas con las fases y a la naturaleza compleja del flujo. Es por ello, que los modelos más recientes para sistemas de flujo bifásico gas-líquido consideran el problema para cada patrón de flujo por separado.

En general, el estudio del flujo gas-líquido en tuberías, se ha realizado siguiendo dos enfoques principales, el primero consiste en el uso de correlaciones empíricas y el segundo es el modelado mecanicista.

*Modelado por medio de correlaciones:* El uso de correlaciones empíricas es el enfoque más antiguo y todavía en uso. Por medio del procesamiento de data experimental, se buscan las funciones que mejor se ajustan al comportamiento del flujo gas-líquido, utilizando parámetros del flujo multifásico, agrupados en forma de parámetros adimensionales.

La clave del desarrollo de correlaciones está en encontrar el mejor grupo de parámetros, que una vez graficados para la base de datos experimental, permita encontrar una ecuación matemática capaz de correlacionar variables del flujo multifásico como la fracción

volumétrica de líquido y el gradiente de presión, entre otras. Un método utilizado comúnmente para encontrar tales grupos adimensionales es el Teorema “ $\pi$ ” de Buckingham.

*Modelado Mecanicista:* En la actualidad, no existe modelo o correlación empírica capaz de predecir con precisión, el gradiente de presión en un sistema bifásico gas-líquido, esto debido a las suposiciones que se realizan en este tipo de modelado. Por esta razón, algunos investigadores iniciaron el estudio de flujo bifásico gas-líquido tomando en cuenta algunas consideraciones de índole mecánico que permitieran mayor precisión en las predicciones. Es entonces cuando surge a finales de la década de los 80, el modelado mecanicista.

El desarrollo de modelos mecanicistas se basa en el uso del teorema de transporte de Reynolds para obtener ecuaciones de conservación de masa, de cantidad de movimiento lineal y de energía. La segunda ley de Newton del movimiento, aplicada al flujo de fluidos en tuberías, establece que la tasa de cantidad de movimiento lineal que sale, menos la tasa de cantidad de movimiento lineal que entra, mas la tasa de cantidad de movimiento lineal que se acumula, es igual a la suma de todas las fuerzas exteriores que actúan sobre el fluido. Luego se supone flujo permanente y se resuelve para el gradiente de presión.

Adicionalmente, el enfoque mecanicista toma en cuenta los fenómenos interfaciales para relacionar los diferentes patrones de flujo. Este enfoque no llega a ser completamente mecanicista, ya que se debe hacer uso de correlaciones empíricas para los términos de transporte turbulento, aproximaciones de las condiciones superficiales y suposiciones de las magnitudes relativas de varios términos en las ecuaciones.

### **1.2.1 Modelado del Flujo Tapón en Tuberías Verticales**

El flujo tapón es uno de los patrones de flujo bifásico más complejos, debido a su naturaleza intermitente, es por ello que la estimación del gradiente de presión, la tasa de flujo de calor y masa, la fracción volumétrica de gas, etc., para este tipo de flujo es una tarea difícil. Además no se cuenta con una solución analítica de las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento lineal y energía. Es por ello, que recientemente algunos investigadores han desarrollado una variedad de modelos capaces de simular el comportamiento de este tipo de flujo con una buena aproximación, tal que los cálculos de gradiente de presión así como de otros parámetros de flujo se obtienen con un alto grado de confiabilidad y generalidad.

Aunque en esta sección no se van a desarrollar las ecuaciones de los modelos, ya que está fuera del alcance del estudio, si se pretende mostrar de forma generalizada la metodología utilizada para obtenerlas, así como las variables involucradas en el proceso (en especial la velocidad de ascenso de burbujas de Taylor) que son requeridas como datos para resolver el conjunto de ecuaciones de los modelos.

En general, los modelos de flujo tapón encontrados en la literatura (Taitel y Barnea, 1990) consideran condiciones de estado permanente, es decir, el flujo es ordenado con tapones de líquido relativamente cortos (menor a  $100D$ ) y una tasa de flujo de líquido y de gas constantes sobre el período de tiempo del ciclo de la unidad completa tapón de líquido-burbuja de Taylor.

El esquema de la geometría del flujo tapón se muestra en la figura 2. Donde se observa la unidad completa de tapón líquido-burbuja de Taylor de longitud " $l_u$ " (sección AA'-BB'-CC'), que es considerada por la mayoría de los investigadores, para desarrollar el modelaje de este tipo de flujo. Esta unidad, está dividida en dos secciones: la zona del tapón de líquido de longitud " $l_s$ " y la zona de la película de líquido de longitud " $l_f$ ".

La zona del tapón de líquido, es la zona de separación entre burbujas, la cual puede ser aireada por dispersas burbujas.

La zona de la película de líquido consiste de una burbuja de gas "burbuja de Taylor" y una película de líquido. Para flujo vertical una completa simetría es asumida, la burbuja está en el centro de la tubería y casi ocupa la totalidad de la sección transversal de la tubería. Ésta, se caracteriza por tener una nariz casi esférica y un cuerpo cilíndrico, la cola de la burbuja contiene algunas burbujas más pequeñas más o menos de forma esférica. Alrededor de la burbuja y adyacente a la pared de la tubería desciende una película de líquido



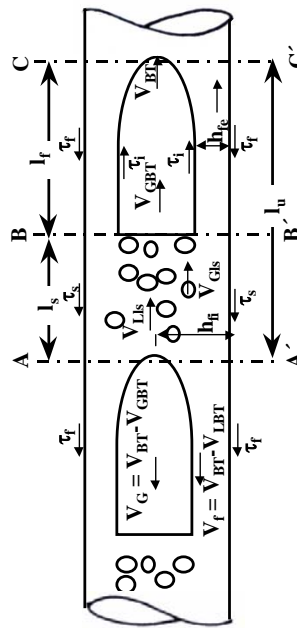


Figura 2. Estructura de la unidad completa tapon de líquido - burbuja de Taylor

El interior de la burbuja es una región de presión constante y consecuentemente la presión en la región de la película de líquido también será constante. Esto significa que la fuerza gravitacional actuando sobre la película de líquido debe ser completamente balanceada por los esfuerzos cortantes en la pared y los (pequeños) esfuerzos cortantes en la interfase burbuja-película.

Como se mencionó anteriormente, el desarrollo de modelos mecanicistas, se basa en el uso del teorema de transporte de Reynolds para obtener ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento lineal y energía aplicadas al flujo bifásico gas-líquido en tuberías.

Para el balance de masa se considera que el gas y el líquido son incompresibles y que la densidad es localmente constante. En esta fase del desarrollo, se recomienda realizar un balance de masa sobre una de las fases y otro considerando la mezcla de fluidos. Estos balances se pueden realizar siguiendo dos caminos: a) integrando la tasa de flujo en una sección transversal fija sobre el tiempo que tarda en pasar la unidad completa de tapón líquido-burbuja de Taylor. b) considerando el volumen de fluido en una unidad completa de tapón líquido-burbuja de Taylor.

De esto, se obtienen dos expresiones, una para determinar la velocidad del líquido en la unidad completa de tapón líquido-burbuja de Taylor “ $V_{ls}$ ” y otra para determinar la

velocidad de la mezcla de los fluidos dentro de la unidad completa de tapón líquido-burbuja de Taylor “ $u_s$ ”, las variables involucradas en estas correlaciones son:

$$V_{ls} = f(V_L, R_s, V_{BT}, l_f, l_u) \quad V_s = f(V_L, R_s, V_{Gls})$$

donde “ $R_s$ ” es la fracción volumétrica de líquido en la zona de líquido de la unidad de tapón líquido-burbuja de Taylor.

Nótese en las expresiones anteriores que la velocidad traslacional de la burbuja de Taylor “ $V_{BT}$ ”, se presenta como variable.

Otro parámetro importante para calcular el gradiente presión y la tasa de flujo de calor y masa en este tipo de flujo “Tapón”, es la hidrodinámica de la película de líquido, lo cual involucra la determinación de su longitud “ $l_f$ ”, forma “ $h_{f(x)}$ ”, el perfil de velocidades a lo largo de la película “ $V_{f(x)}$ ” y especialmente el espesor de la película “ $h_{f(e)}$ ” y su velocidad “ $V_{f(e)}$ ” justo antes de penetrar en el tapón de líquido. Con respecto a la forma de la película de líquido, muchos autores proponen como una razonable aproximación considerar la teoría de flujo en canales para el caso unidimensional.

Para encontrar soluciones de la velocidad de la película de líquido “ $V_{f(x)}$ ” y la fracción volumétrica de líquido en la región de la película “ $R_f$ ”, se considera un balance de la cantidad de movimiento lineal sobre la región de la película de líquido, es decir, se aplican las ecuaciones de cantidad de movimiento tanto para la película de líquido como para el gas por encima de la película, relativas a un sistema de coordenada moviéndose con una velocidad “ $V_t$ ”.

Tomando en cuenta lo anteriormente expuesto, se obtiene una expresión que involucra muchas variables y cuya solución numérica se hace complicada. Es por ello, que muchos autores han propuesto algunas simplificaciones; entre estas se tiene: a) asumir que el gradiente de presión en la película es despreciable; Bajo esta consideración, el líquido es considerado como una superficie libre del flujo en canales. Sin embargo ésta suposición puede ser incorrecta para aquellas películas de líquido muy largas (largas burbujas de Taylor) en las cuales la caída de presión en la zona de la burbuja no es despreciable. b) Considerar que la película de líquido tiene un espesor constante bajo condiciones de equilibrio “ $h_e$ ”.

En base a estas simplificaciones, se obtiene finalmente que:

$$\frac{\partial h_f}{\partial x} = f(\tau_f, \tau_s, \tau_i, A_s, A_f)$$

En lo que se refiere al gradiente de presión, se debe tener presente que la unidad completa de tapón líquido-burbuja de Taylor, no es una estructura homogénea, por lo que el gradiente de presión tampoco es constante: Para fines prácticos, se determina el gradiente de presión sobre una unidad completa de tapón “ $\frac{\Delta P_u}{L_u}$ ”, para ello se pueden aplicar dos metodologías:

- a) Realizar un balance de fuerzas global sólo sobre la unidad completa de tapón líquido-burbuja de Taylor (sección AA'-CC'), ver figura 2a.
- b) Despreciar la caída de presión en la región de la película y calcular el gradiente de presión sólo para la zona del tapón de líquido (sección AA'-BB').

De estas consideraciones se tiene finalmente.

$$\Delta P_u = f(\tau_f, \tau_s, \tau_i, A, l_f, l_s, S_f, S_s)$$

Tal como se tienen las ecuaciones, se requieren de otras ecuaciones auxiliares, para poder resolver el sistema. Entre estas una de las que juega un papel importante es la velocidad traslacional de la burbuja de Taylor “ $V_{BT}$ ”, es por ello que el éxito en los resultados obtenidos a través del modelo considerado para caracterizar los fenómenos que ocurren en este tipo de flujo dependerá de la exactitud en la determinación de esta variable.

### 1.3 ANTECEDENTES DEL ASCENSO DE BURBUJAS DE TAYLOR

El estudio del flujo gas-líquido en conductos verticales se inició hace varias décadas, tras la búsqueda de un mejor entendimiento de los fenómenos que ocurren en este tipo de flujo.

Diversos autores dieron los primeros pasos por medio del análisis experimental. Sin embargo, debido a que la predicción a través de correlaciones experimentales, se limita a condiciones operacionales ubicados dentro del rango experimental, para poder tener resultados confiables, se vienen realizando estudios teóricos a fin de obtener modelos mecanicistas, basados en leyes de conservación de masa, energía y cantidad de movimiento, que permitan conseguir resultados confiables y aplicables a diferentes condiciones de flujo.

Los antecedentes en el trabajo investigativo del flujo gas-líquido en tuberías verticales, puede ser dividido en dos grupos: el primero al estudio del ascenso de burbujas de Taylor en conductos circulares y el segundo aquellos trabajos que se dedican al estudio del ascenso de burbujas de Taylor en conductos anulares, se citan a continuación los trabajos más representativos de cada grupo.

### 1.3.1 Antecedentes del Ascenso de Burbujas en Tuberías Circulares

Muchos investigadores han enfocado su estudio al ascenso de burbujas de Taylor, entre ellos se encuentran, Nicklin *et al.* (1962), quienes obtuvieron una correlación para la velocidad de una burbuja de Taylor ascendiendo en una columna de líquido fluyente, la cual viene dada como la suma de la velocidad de ascenso de una burbuja de Taylor a través de un líquido estático y de la contribución debida al movimiento del tapón de líquido que se encuentra al frente de la sección superior “nariz” de la burbuja, es decir :

$$V_{BT} = CV_L + V_{BTO} \quad (1)$$

donde,  $C$  es una constante definida por la relación entre la velocidad máxima del líquido en el eje de la tubería y la velocidad promedio del líquido y  $V_{BTO}$  es la velocidad de la burbuja en líquido estático y viene definida por:

$$V_{BTO} = Fr\sqrt{gD} \quad (2)$$

El objetivo del estudio era evaluar el efecto de los cambios de la longitud de la burbuja y de la velocidad del líquido sobre la constante “ $C$ ”. Los datos experimentales obtenidos por Nicklin *et al.* (1962), mostraron que bajo condiciones de régimen turbulento ( $Re_L > 8000$  y  $V_L > 0.3048\text{m/seg}$ ) el valor de esta constante es cercano a la relación entre la velocidad máxima y la promedio del líquido con un valor de 1.2, es independiente a la longitud del tapón de líquido y de la velocidad de la corriente. Sin embargo, para  $Re_L < 8000$  se observó una alta dispersión en los datos experimentales, que se asocia a posibles errores experimentales. Para este caso el valor de “ $C$ ” variaba entre 1.6 y 1.95. Por otra parte, los autores observaron que bajo condiciones de líquido estancado la velocidad de la burbuja de Taylor es independiente de su tamaño, mientras que para condiciones de líquido fluyente a bajas velocidades la velocidad de la burbuja de Taylor sí depende del tamaño.

La correlación (1) fue validada en el trabajo de Collins *et al.* (1978), quienes desarrollaron un modelo teórico que considera la teoría de flujo potencial alrededor de la nariz de la burbuja, con una distribución inicial de vorticidad que depende del perfil de velocidades del líquido frente de la nariz de la burbuja de Taylor y que desprecia los efectos de la tensión superficial.

La ecuación general del modelo propuesto por los autores viene dado por:

$$V_{BT} = V_{max} + (gD)^{1/2} \Phi \left( \frac{V_{max}}{(gD)^{1/2}} \right) \quad (3)$$

$\Phi$  = Es una relación funcional que depende de la forma del perfil de velocidades

Ahora bien, dependiendo del régimen de flujo, y aplicando diferentes técnicas numéricas para encontrar la solución a la ecuación 3, se tiene:

Flujo Laminar

$$V_{BT} = V_{max} + (gD)^{1/2} \frac{T_{3,1}^{1/2}}{T_{2,1}^{3/2}} \Phi \left( \frac{2V_{max}}{(gD)^{1/2}} \left( \frac{3T_{2,1}}{T_{3,1}} \right)^{3/2} \right) \quad (4)$$

donde:

$$T_{\alpha,1}(c) = \sum_{i=1}^{\infty} k_i^{\alpha-1} d_i \quad d_i = \frac{k_i \exp(-k_i c) / J_0^2(k_i)}{\sum_{i=1}^{\infty} k_i \exp(-k_i c) / J_0^2(k_i)} \quad (5)$$

$k_i$  = es la  $i$ th cero de primer orden de la función de Bessel  $J_1$

Flujo Turbulento

$$V_{BT} = \bar{V}_L \left[ \frac{\text{Log Re}_L + 0.089}{\text{Log Re}_L - 0.74} \right] + 0.347 (gD)^{1/2} \Phi \left( \frac{\bar{V}_L}{(gD)^{1/2}} \frac{1.81}{\text{Log Re}_L - 0.74} \right) \quad (6)$$

A diferencia de los resultados de Nicklin *et al.* (1962), las predicciones del modelo para régimen laminar mostraron que el valor de la constante “C” varía entre 2.16 y 2.27, mientras que para condiciones de flujo turbulento si cotejaron con los de Nicklin *et al.*,  $C = 1.2$ . Ahora bien, al comparar las predicciones del modelo con datos experimentales obtenidos por los autores, la representación gráfica de  $Fr_{BT}$  y  $Fr_L$  muestra que la teoría propuesta para flujo laminar se ajusta sólo para bajas velocidades del líquido, donde se

tiene el flujo completamente desarrollado, mientras que para régimen turbulento la teoría se ajusta muy bien con la data experimental.

Bendixsen (1984), realizó un estudio experimental para evaluar el efecto de la inclinación de una tubería de sección transversal circular sobre el comportamiento del ascenso de burbujas de Taylor. Los resultados concuerdan muy bien con el trabajo presentado por Nicklin *et al.* (1962), donde  $C$  muestra un valor de 1.2 para  $Re_L > 6000$ . Además se observa que este parámetro es función de  $Re_L$  y  $Eo$ .

Bendixsen (1985), desarrolló un modelo teórico que aplica la teoría de flujo potencial pero considerando los efectos de la tensión superficial, para estudiar la velocidad de burbujas de Taylor ascendiendo en un líquido fluyente a través de una tubería vertical. La solución numérica es una extrapolación de la formula de Collins. Los resultados del modelo muestran que  $C$  y la velocidad de la burbuja de Taylor dependen de  $Re$  y del parámetro de tensión superficial " $\Sigma = 4\sigma/\Delta\rho gD^2$ ". Los resultados obtenidos con el modelo, validaron los encontrados por Nicklin *et al.* (1962), ya que para condiciones de régimen laminar  $C = 2.27$  para  $\Sigma = 0$  y para  $\Sigma = 0.046$   $C = 1.94$  y para régimen turbulento  $C = 1.20 - 1.23$ .

Mao y Dukler (1990), desarrollaron un algoritmo numérico que considera los efectos de la tensión superficial y viscosidad, para determinar la forma y velocidad de burbujas de Taylor ascendiendo en una columna vertical con líquido estancado y fluyente. Los resultados calculados a partir del modelo fueron comparados con datos experimentales adquiridos por los autores en 1991. Para régimen turbulento ( $2500 < Re_L < 10000$ ) y líquidos de baja viscosidad (1cP), los resultados validan las suposiciones del modelo propuestas por Collins *et al.* (1978), donde la teoría de flujo potencial es válida. En el caso de régimen laminar y viscosidad del líquido de 5.82 cP, el valor de la constante " $C$ " es de 1.89, lo cual está dentro del rango obtenido por Nicklin *et al.* (1962).

Pinto *et al.* (1998), realizaron un estudio experimental que validó los resultados obtenidos por Nicklin *et al.* (1962), donde el valor de la constante " $C$ " para burbujas ascendiendo en una columna vertical con agua fue de 1.2 para  $Re_L > 4000$  y 2 para  $Re_L < 2100$ . Por otra parte, estudiaron el patrón de flujo en la cola de la burbuja, el cual siempre fue turbulento para las condiciones estudiadas. La cola no tenía un contorno definido, al contrario, era una zona de mezclado, donde se observaron remolinos turbulentos.

Polonsky *et al.* (1999), estudiaron la variación de los parámetros hidrodinámicos (forma, velocidad), debido a la expansión originada por la variación del gradiente hidrostático durante el ascenso de burbujas de Taylor en una tubería vertical de sección circular. Los autores utilizaron la técnica de digitalización de imágenes y encontraron los siguientes resultados:

- La forma de las burbujas de Taylor no depende de su longitud y se caracterizaban por ser simétricas, con una nariz cuya forma permanecía igual y se asemejaba a la de una copa esférica, sin embargo la cola de la burbuja mostraba oscilaciones y su forma variaba a lo largo de la tubería.
- El espesor de la película de líquido en la nariz incrementa a medida que aumenta la velocidad del líquido
- La velocidad de la burbuja de Taylor a diferentes longitudes y velocidades del líquido, se ajustan a la ecuación propuesta por Nicklin (1962). Los resultados encontrados mostraron  $C = 1.86$  para  $Re_L = 220$  y  $C = 1.16$  para  $Re_L = 6380$ , sin embargo para todos los caudales considerados el flujo siempre fue laminar, esto se debe a que en la sección de medida el flujo no estaba completamente desarrollado de allí que el valor de  $C$  siempre fue menor de 2.

En este sentido, los autores observaron que la velocidad de la burbuja de Taylor incrementaba con el aumento de la velocidad del líquido y era ligeramente dependiente a su longitud, debido al efecto de expansión de la burbuja, que origina un desplazamiento del líquido frente de la burbuja, cuando una contribución adicional a la velocidad de éste líquido. Para asegurar la presencia del efecto de expansión, los autores midieron la velocidad en la nariz y en la cola de la burbuja de Taylor y encontraron que eran diferentes ( $V_{nariz} > V_{cola}$ ).

Polonsky *et al.* (1999), continuaron el estudio experimental, pero esta vez enfocado al estudio de la relación entre el movimiento de burbujas de Taylor y el campo de velocidad al frente de ésta. Para ello, los autores realizaron medidas de los perfiles de velocidades a una distancia mayor a  $10D$  y encontraron que para condiciones de líquido fluyente, la relación entre la velocidad máxima y la promedio del líquido determinada a partir de las mediciones de perfil es cercano a los valores del coeficiente “ $C$ ” obtenido de las mediciones de la velocidad traslacional de burbujas de Taylor “ $V_{BT}$ ”. Sin embargo este

valor fue siempre menor a 2 y decrece con el incremento de la velocidad del líquido, tal como lo demostraron los experimentos realizados en el año 1998.

Van Hou *et al.* (2002), estudiaron el ascenso de burbujas de Taylor individuales y bajo condiciones de flujo tapón (ascendente y descendente) a diferentes inclinaciones de tuberías de sección circular y considerando los efectos de la tensión superficial. El objetivo del estudio era definir si puede considerarse la velocidad de ascenso de burbujas individuales como aquella que adquiere bajo condiciones de flujo tapón.

Los valores del parámetro de tensión superficial  $\Sigma = 4\sigma/\Delta\rho gD^2$  fueron:  $\Sigma = 0.052$  para  $D = 0.024\text{m}$  y  $\Sigma = 0.010$  para  $D = 0.054\text{m}$ . Los errores con la técnica de vídeo fueron menores al 3%.

Para el caso de burbujas individuales se observó que los efectos de expansión fueron despreciables, además para líquido estancado ó condición de flujo nula la velocidad de ascenso de la burbuja de Taylor no depende de  $\Sigma$  ( $\Sigma < 0.10$  en ambas tuberías) y la correlación que mejor se ajusta con los resultados experimentales es la de Bendiksen (1985). Para condiciones de líquido fluyente, la mejor aproximación se obtiene cuando se considera la ecuación propuesta por Nicklin *et al.* (1962).

Bajo condiciones de flujo tapón en régimen turbulento los datos correlacionan con lo expuesto por Nicklin *et al.* (1962), donde el valor de  $C = 1.2$ , y el valor de esta constante parece no variar con el ángulo.

Los autores desarrollaron un modelo que supone que la discrepancia entre la velocidad de deriva cuando se tienen condiciones de burbujas aisladas (ecuación propuesta por Nicklin *et al.* (1962) y la velocidad que se tiene bajo condición de flujo tapón, se debe a la presencia de burbujas dispersas en el tapón de líquido que son absorbidas por la burbuja de Taylor (en la nariz), y que generan un desplazamiento adicional en la burbuja. Se propone una correlación para determinar la velocidad de la burbuja de Taylor bajo condición flujo tapón, la cual es función de las fracciones volumétrica de gas en el tapón de líquido y en la región de la burbuja de Taylor, y de la velocidad de las burbujas dispersas. Los resultados experimentales fueron comparados con los obtenidos a través del modelo, mostrando un error de hasta 15% para el  $D = 5.4\text{cm}$  mayor y de hasta 1.2% para  $D = 2.4\text{cm}$ . Se concluye que la velocidad de la burbuja de Taylor bajo condiciones aisladas y de flujo tapón es la misma para diámetros de tuberías pequeñas, por lo que aplica la correlación de Nicklin *et al.* (1962) donde  $C = 1.2$ , mientras que para diámetros de tuberías mayores no es posible.



### 1.3.2 Antecedentes del Ascenso de Burbujas en Conductos Anulares

Por otra parte, se tiene que algunos autores han considerado la presencia de un cilindro interno para estudiar el efecto de éste sobre la velocidad de ascenso de una burbuja de Taylor. Sin embargo, la literatura encontrada para condiciones de líquido fluyente es muy escasa.

Sadatomí *et al.* (1982), estudiaron el ascenso de burbujas de Taylor en conductos anulares concéntricos y obtuvieron la siguiente correlación:

$$V_{BTa} = 0.345\sqrt{gD_{ep}} \quad (7)$$

Siendo la dimensión característica el diámetro equiperiférico “ $D_{ep}$ ”, el cual viene dado por:

$$D_{ep} = D + d \quad (8)$$

Kelessidis y Dukler (1990), realizaron estudios experimentales de burbujas de Taylor ascendiendo en conductos anulares concéntricos y excéntricos. Ellos determinaron que las burbujas ascienden más rápido a través de líquidos en conductos anulares que en tubería circular y que la porción superior de la burbuja “nariz” adopta una forma elíptica, en contraste con la forma esférica que adopta la burbuja cuando asciende en un conducto circular. Para líquido estancado los resultados experimentales mostraron que el valor del número de Froude de la ecuación 2 es 0.35.

Estos autores desarrollaron una teoría para predecir la velocidad de una burbuja elíptica a través de líquidos estancados de baja viscosidad en configuraciones anulares concéntricas, donde la correlación obtenida fue:

$$V_{BTa} = 0.2935\sqrt{2gH} \quad (9)$$

donde:

$$H = \pi(r + (R - r)/2) \quad (10)$$

Las predicciones de esta teoría concordaron bien con los resultados experimentales, mostrando un error entre 3.2 y 7.3%.

Hasan y Kabir (1992), dirigieron su estudio al problema de estimar la fracción volumétrica de gas en diferentes patrones de flujo bifásico vertical en conductos anulares concéntricos. Para condiciones de flujo tapón, ellos observaron que la presencia de una tubería interna hace más puntiaguda la nariz de la burbuja, causando un incremento en la velocidad de ascenso. Las predicciones obtenidas con el método teórico para estimar la velocidad de ascenso de burbujas de Taylor en conductos anulares verticales fueron comparadas con datos experimentales, mostrando buena concordancia con la siguiente correlación:

$$V_{BTa} = [0.345 + 0.1(d/D)]\sqrt{gD} \quad (11)$$

Das. *et al.* (1998), llevaron a cabo una investigación experimental y teórica sobre la velocidad de ascenso de burbujas de Taylor a través de conductos anulares concéntricos. Obteniendo una correlación análoga al número de Froude “Fr”, donde la dimensión característica es igual a la presentada por Sadatomi *et al.* (1982), la cual viene dada por:

$$V_{BTa} = 0.323\sqrt{g(D_{EP})} \quad (12)$$

Hills y Chéty (1998), realizaron un estudio experimental para medir la velocidad de ascenso de burbujas de Taylor en conductos anulares concéntricos, en función del caudal de gas inyectado en una columna estática; Los resultados obtenidos por los autores muestran:

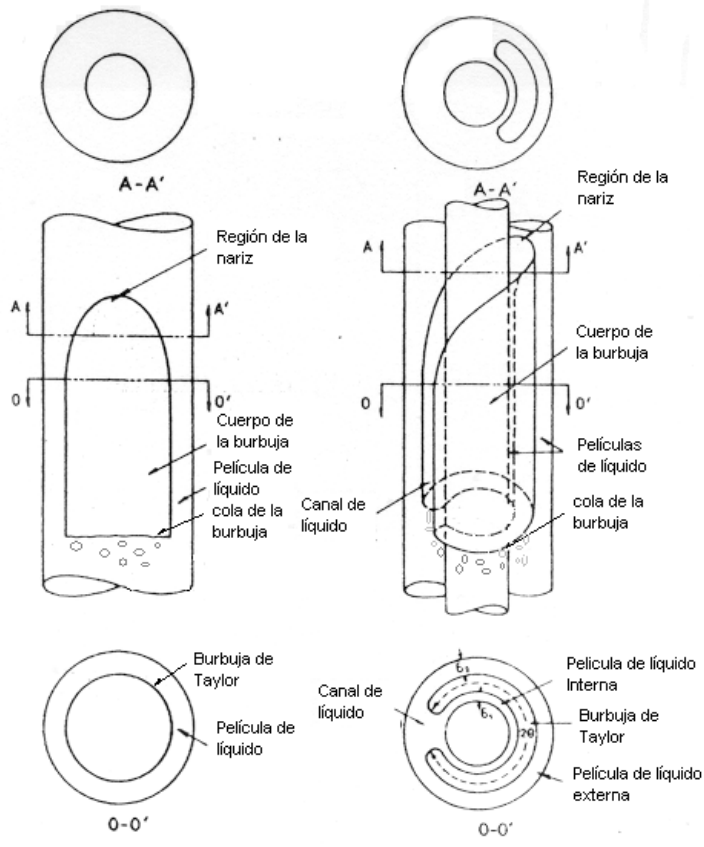
- El número de Froude basado en  $V_{BTO}$ , aumenta a medida que el área de flujo disminuye, es decir el diámetro de la barra interna aumenta.
- El valor promedio del coeficiente de la ecuación de ajuste de los resultados (análogo a la constante  $C$  de la ecuación 1), pero basado en la velocidad del líquido aparente, (variaciones del nivel), fue de 0.92.
- La relación entre la velocidad máxima en el eje y la velocidad promedio del líquido es de 1.55.

Viana (2000), Estudio el ascenso de burbujas de Taylor en columnas estáticas de un líquido de alta viscosidad (482cP) en una geometría circular y otra anular concéntrica. Los resultados experimentales mostraron que la mejor aproximación (error < 2%) con los datos encontrados en la literatura se obtiene con el modelo de Brown (1965), pero considerando el diámetro equiperiférico definido por Sadatomi *et al.* (1982), como dimensión característica al correlacionar los resultados en conductos anulares, también observó que:

- las burbujas de Taylor en un conducto anular ascienden 15% más rápido que en una tubería circular.
- la velocidad no depende del tamaño de la burbuja
- los efectos de expansión son despreciables sobre el valor de la velocidad.

### 1.4 CARACTERÍSTICAS DEL ASCENSO DE BURBUJAS DE TAYLOR EN COLUMNAS DE LÍQUIDO FLUYENTE

Una burbuja de Taylor ascendiendo en una tubería circular vertical es simétrica y comprende tres regiones (ver figura 3a); la nariz, el cuerpo de la burbuja y la cola. La nariz es semiesférica, mientras que el cuerpo de la burbuja, consiste de una porción cilíndrica de sección transversal constante que viene rodeada por una película de líquido de espesor constante que desciende. Al final de esta sección le sigue la cola de la burbuja, la cual es generalmente plana y es considerada como una zona de mezclado, donde la interacción entre la película de líquido descendente y el líquido ascendente genera la formación de remolinos turbulentos.



a

b

Figura 3. Burbuja de Taylor a) en conducto circular b) en conducto anular

Una burbuja de Taylor ascendiendo en un conducto anular concéntrico y vertical, es asimétrica respecto al eje simétrico (ver fig. 3b): La nariz es elíptica y encierra parcialmente la tubería interna ocupando una porción de la sección transversal anular, en este caso el líquido desciende por las paredes del anular formando una película interna y otra externa. Ahora bien, la porción de líquido que ocupa el área periférica que no es ocupada por la burbuja de Taylor se conoce como canal o líquido conector. Al igual que en conductos circulares la cola de la burbuja es parcialmente plana y viene seguida por una región de mezcla. La burbuja asciende a lo largo de un lado del anular.

## CAPÍTULO II

### METODOLOGÍA DE TRABAJO

El enfoque seguido en este estudio sobre ascenso de burbujas de Taylor en conductos verticales, es empírico con base en análisis dimensional. La generación de una correlación implica, en primer lugar, estudiar los alcances previos de las investigaciones sobre la materia, para así establecer el punto de partida esta investigación.

Posteriormente debe hacerse uso de una base de datos de velocidades de ascensos, que una vez analizadas y clasificadas, puedan ser utilizadas para caracterizar el comportamiento cinemático de burbujas de Taylor ascendiendo en conductos verticales. El análisis de estos datos, implica buscar un conjunto de parámetros adimensionales relevantes, que permitan visualizar de una manera clara las tendencias de los puntos experimentales.

En el caso que ocupa esta investigación, la base de datos de velocidad de ascenso fue generada experimentalmente en un circuito experimental, diseñado y construido en las instalaciones de PDVSA-Intevep, el cual se detallará en las siguientes secciones.

Las variables a considerar en la planificación de los experimentos están directamente relacionadas con los objetivos planteados. En este caso se busca generar una correlación para la velocidad de ascenso que considere el efecto de la velocidad de la corriente, viscosidad de líquido y la geometría del conducto.

Para considerar los efectos de los cambios de la viscosidad sobre el fenómeno a estudiar, se utilizaron tres líquidos de pruebas, que van desde baja viscosidad, representado por el agua ( $1.005 \times 10^{-3}$  Pa.s a  $20^{\circ}\text{C}$ ), pasando por una viscosidad intermedia dada por el aceite mineral Purolub 22 ( $0.414 \times 10^{-1}$  Pa.s a  $20^{\circ}\text{C}$ ), hasta una viscosidad alta ( $8.119 \times 10^{-1}$  Pa.s a  $20^{\circ}\text{C}$ ), representado por una mezcla de aceite de silicón líquido.

La caracterización de los líquidos de trabajo se presentan en el apéndice A, al final de las tablas, se muestran las ecuaciones resultantes de los ajustes aplicados a los valores medidos, a partir de las cuales se pueden calcular la tensión superficial y la viscosidad dinámica.

En lo que respecta a la geometría, el banco de pruebas experimental se caracteriza por tener la posibilidad de estudiar el flujo gas líquido, bajo diferentes configuraciones geométricas utilizando una tubería acrílica. Para el efecto de los alcances de la investigación se planificó el estudio de cuatro configuraciones geométricas, que implican

una conducto de sección circular de 7.62 cm (3 pulgadas) de diámetro interno “D” y tres conductos de sección anular, conformados por barras cuyos diámetros “d” son: de 1.27cm (1/2 pulgada) donde  $d/D = 1/6$ , una barra de 2.54 cm (1 pulgada) y  $d/D = 1/3$  y finalmente una barra de 3.81 cm (1½ pulgadas) de diámetro con  $d/D = 1/2$ .

Una vez planificadas las configuraciones geométricas a evaluar, se establecieron las condiciones operacionales de cada conjunto de pruebas, es decir las diferentes caudales de líquido ( $Q_L$ ) que tendrá cada prueba. En el apéndice B, se muestra las condiciones experimentales para cada configuración.

Terminada la fase de planificación de los experimentos, se inicia la fase de ejecución de los mismos, a fin de cumplir con las condiciones experimentales propuestas, para cada configuración.

El procedimiento general consiste en fijar un primer caudal de líquido y dejar estabilizar la condición. La estabilización consiste en esperar que la lectura de los instrumentos se mantenga constante. Este registro se realiza con una frecuencia de 6 hz (6 muestras por segundo) y la duración de la grabación es de 3 minutos, lo que genera una gran cantidad de datos que luego debe ser promediada para poder hacer uso de estos en los cálculos finales. Una vez estabilizada la condición, se libera la burbuja de Taylor y comienza la grabación. En las secciones 2.3 y 2.4, se describen detalladamente los procedimientos experimentales y de medición mediante el procesamiento de imágenes.

Terminada la adquisición de los datos experimentales, se procede al desarrollo de las correlaciones, partiendo de la observación de las tendencias de los datos, tomando como referencia los parámetros seleccionados en los trabajos más relevantes en el área de estudio, generalmente acompañados de las dimensiones correspondientes a las respectivas magnitudes físicas.

Luego se buscan los parámetros adimensionales con los cuales pueda apreciarse con menor grado de dispersión el comportamiento de los datos experimentales y analizando las tendencias, se determinan las expresiones matemáticas que mejor describan el fenómeno. Para ello, se utiliza un modelo de regresión lineal o no lineal según el caso. Una vez obtenidas estas expresiones, se desarrolla una correlación para cada líquido que permitiera describir el ascenso de burbujas de Taylor para las diferentes configuraciones geométricas. La metodología empleada en el análisis de correlación, fue la del ajuste mediante los modelos de regresión lineal a través del método de mínimos cuadrados y no lineal

mediante el método iterativo y amortiguado de Gauss-Newton, donde las variables de la ecuación están relacionados por una función lineal y una función exponencial de tres parámetros, respectivamente.

En el capítulo III, se expone detalladamente la generación de correlaciones siguiendo el procedimiento anterior. Finalmente, una vez obtenida la correlación, ésta se valida con los datos experimentales.

La validación consiste en suministrar a las correlaciones desarrolladas las condiciones operacionales de cada prueba ( $Re_L$  y  $d/D$ ) y en función de esto calcular la velocidad de ascenso de la burbuja de Taylor. Adicionalmente se realizan los cálculos de errores asociados para determinar la precisión de las correlaciones propuestas.

## **2.1 TÉCNICA EXPERIMENTAL**

En esta sección se describen cada uno de los recursos y la metodología empleados, tanto para el desarrollo de las pruebas experimentales, como para el procesamiento de los datos experimentales.

### **2.1.1 Banco de Pruebas**

El banco de pruebas fue diseñado y construido para el estudio de ascenso de burbujas de Taylor, y consta de cuatro secciones básicas: la sección de inyección de líquido, la sección de generación de burbujas, la columna de prueba y la sección de retorno. El esquema general se muestra en la figura 4, mientras que las vistas frontal y en perspectiva se presentan en la figura 5.

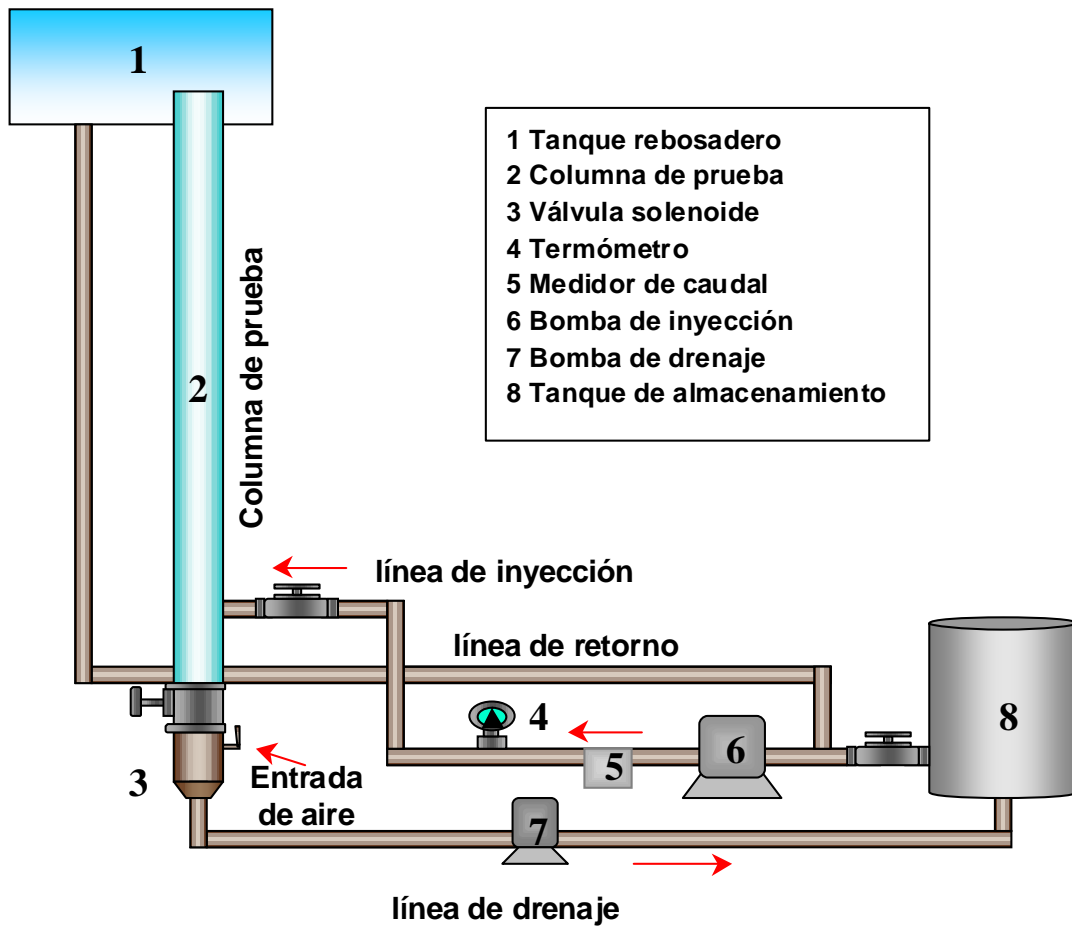


Figura 4. Esquema general del banco de pruebas





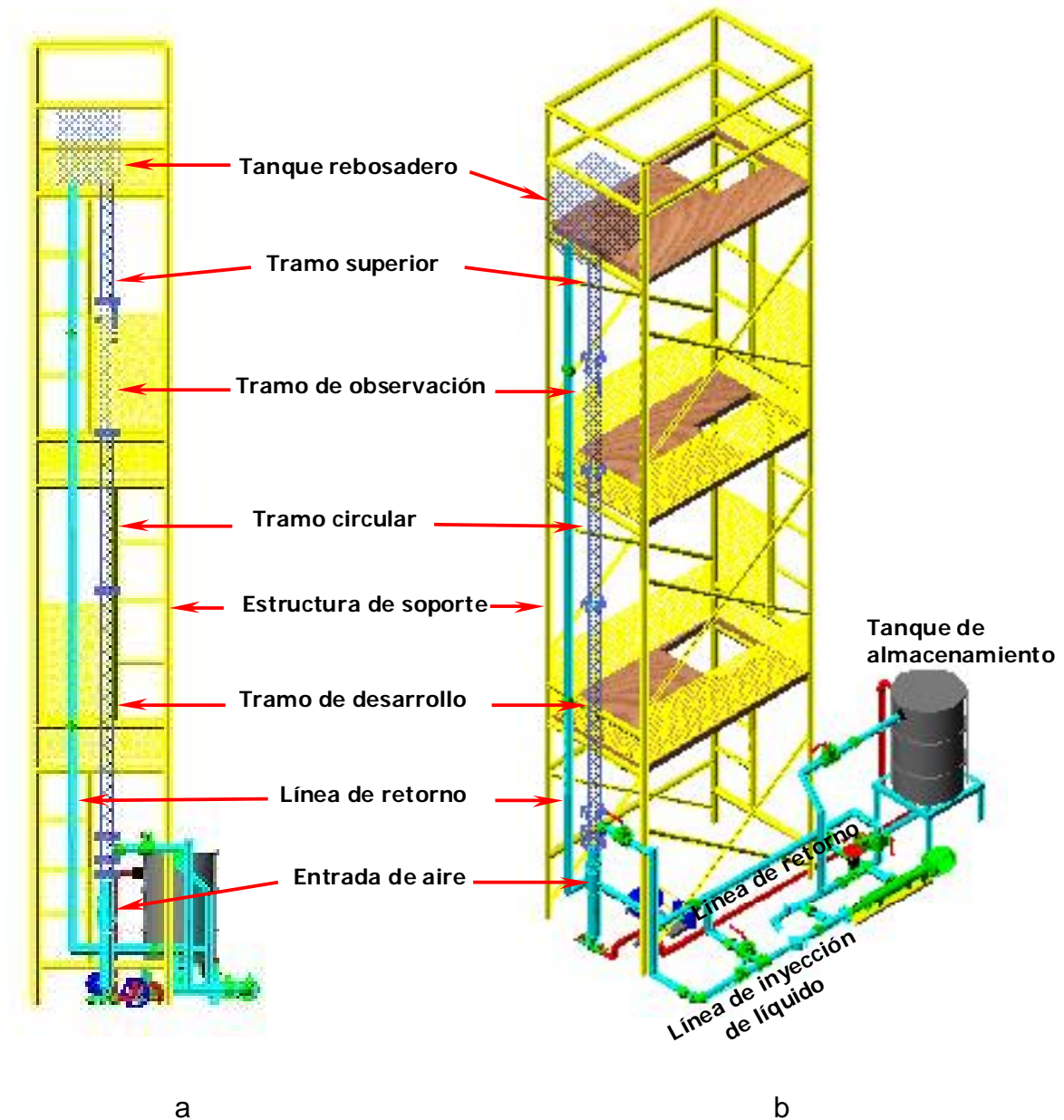


Figura 5. Banco de pruebas: a) vista frontal b) vista en perspectiva

### 2.1.1.1 Sección de inyección de líquido

Esta sección se muestra en la figura 6. El diámetro de la tubería es de 5.08 cm, (2 pulgadas), tiene una longitud de 458 cm y está conformada por una bomba rotativa de desplazamiento positivo ó bomba de cavidades progresivas, (ver especificaciones en el anexo I) y un tanque de almacenamiento.

Para medir la temperatura y el caudal de esta fase se tienen instalados a la descarga de la bomba un termómetro y un medidor de caudal de desplazamiento positivo de engranajes (ver especificaciones y calibración del instrumento en el anexo I).

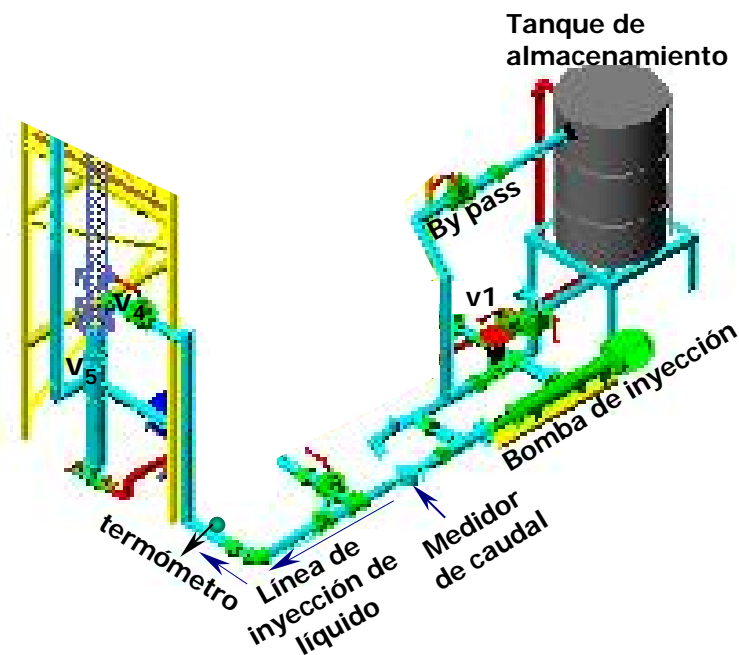


Figura 6. Sección de inyección de líquido

### 2.1.1.2 Sección de generación de burbujas

Esta sección está constituida por una válvula de bola de 7.62cm (3 pulgadas) conectada a un actuador neumático y una cámara cilíndrica del mismo diámetro y de 38 cm de longitud, que tiene la entrada de aire para la formación de las burbujas, ver figura 7.

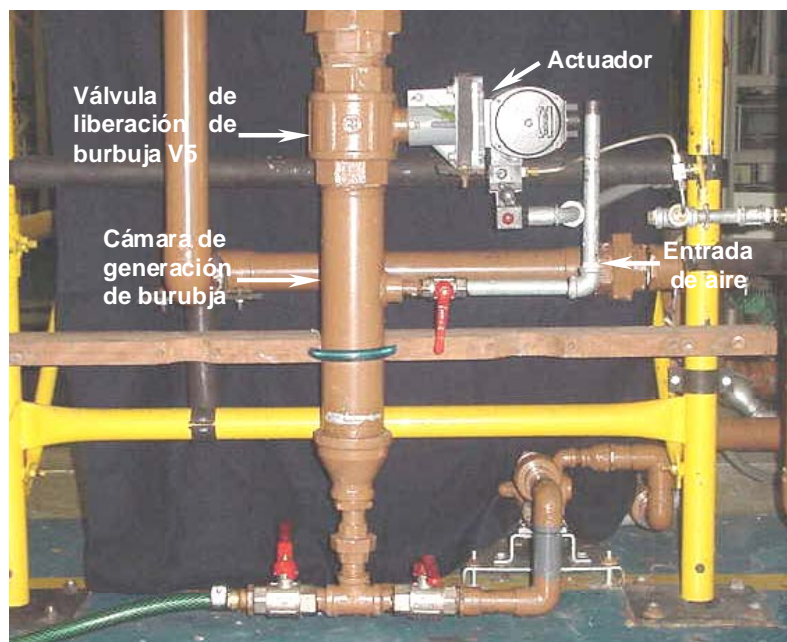


Figura 7. Sección de generación de burbujas

### **2.1.1.3 Columna de prueba**

La columna de prueba es vertical y está construida en acrílico “plexiglass”, es de 7.62 cm (3 pulgadas) de diámetro interno y tiene una longitud de 535 cm, (ver figura 8). Está sujeta a una estructura de soporte de tres niveles de 491 cm y viene conformada por:

1. Tramo de desarrollo de 170 cm.
2. Tramo circular de 124 cm de longitud
3. Tramo de observación de 104 cm de longitud, que cuenta con 6 tomas de ¼” NPT distribuidas a lo largo de la columna para la futura conexión de transmisores diferenciales de presión.
4. Tramo superior - rebosadera, de 93 cm de longitud

Además se tiene un tanque rebosadero de 165 litros de capacidad, en el cual están conectados el tramo superior y la línea de retorno. Los planos de esta sección se encuentran en el anexo II.



Figura 8. Columna de prueba

#### 2.1.1.4 Sección de retorno

Esta sección está constituida por dos líneas (ver figura 9). La línea de retorno, conformada por una tubería en PVC de 5.08 cm (2 pulgadas) y 922 cm de longitud, está conectada al tanque rebosadero y descarga a la succión de la bomba de inyección de líquido, la línea de drenaje de la cámara de formación de burbujas, constituida por una bomba rotativa de ½ pulgada, una línea de PVC de 2.54 cm (1 pulgada) y 391 cm de longitud, la cual descarga al tanque de almacenamiento. Las especificaciones de los equipos e instrumentos se muestran en el anexo I.

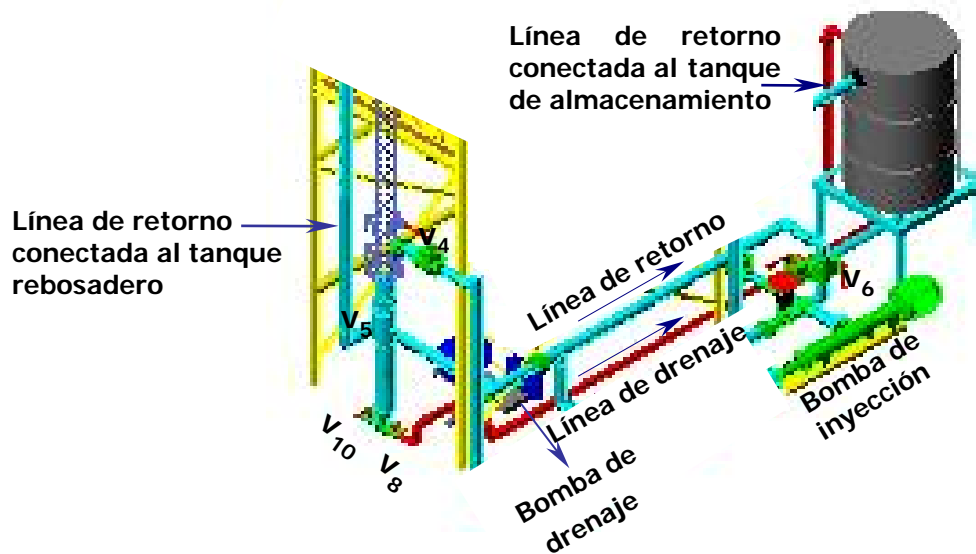


Figura 9. Sección de retorno

### 2.1.2 Equipo de Vídeo

El equipo de vídeo que se utilizó para la adquisición de imágenes durante las pruebas está conformado por una cámara, (ver especificaciones en el anexo I), un monitor, una grabadora en formato VHS, dos lámparas y una caja de luz, (ver figuras 10 y 11).

La disposición de los componentes, a fin de obtener mejor calidad de imagen consistió en colocar la caja de luz frente al tramo de observación (opuesta a la cámara) y las lámparas, una por debajo de la caja de luz y la otra en el tercer nivel de la estructura de soporte, con el fin de que la luz de cada lámpara coincidiera en un mismo punto de la columna. La cámara fue ubicada en el andamio (2do nivel) a la altura del tramo sección de observación, (ver figura 11). Por otra parte, para mejorar la calidad de la imagen, se colocó un papel de filtro (papel de seda verde) en el área de grabación (ver figura 12).





Figura 10. Equipo de vídeo para las pruebas

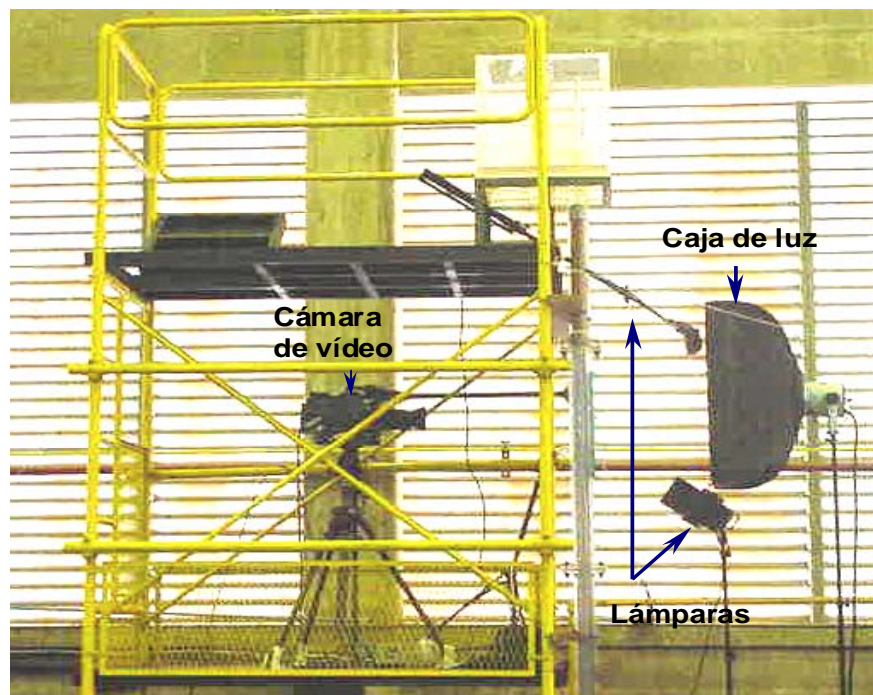


Figura 11. Disposición de los componentes del equipo de vídeo



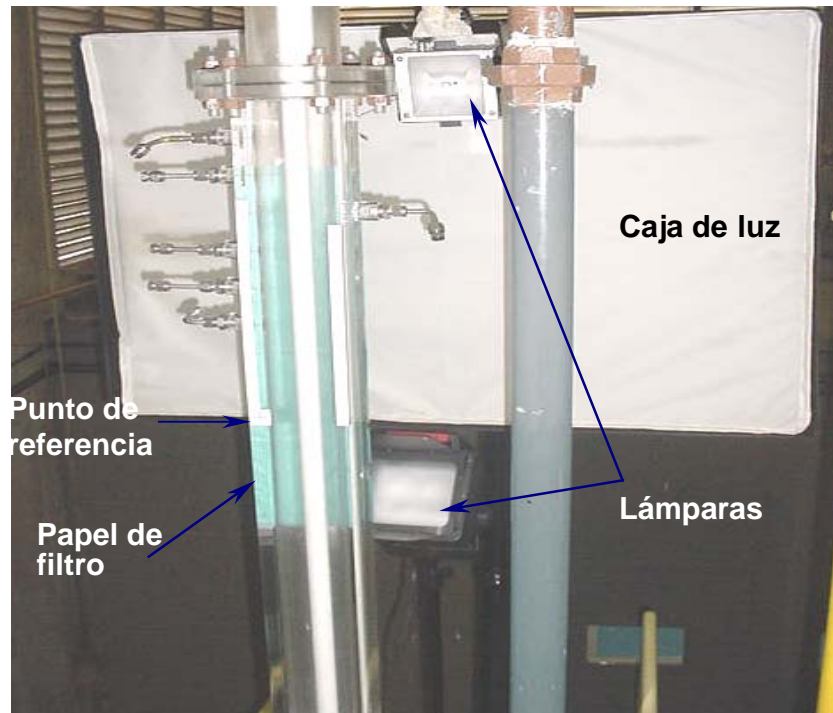


Figura 12. Tramo de observación

### 2.1.3 Procedimiento Experimental

En esta sección se explica detalladamente cada uno de los pasos requeridos para operar el banco de pruebas.

#### 2.1.3.1 Arranque

- Prender el sistema de adquisición de datos “LabVIEW”.
- Cerrar las válvulas V2, V3, V5, V6, V7, V8, V9 y V10 y abrir las válvulas V1 y V4, que corresponden a la sección de inyección de líquido (descarga del tanque de almacenamiento hacia la succión de la bomba de inyección y entrada de líquido a la columna de prueba ), ver figuras 13 - 15.
- Poner en funcionamiento la bomba de inyección de líquido y seleccionar la velocidad de giro necesaria para alcanzar el caudal deseado.
- Llenar la columna hasta que rebose y alcance un nivel de aproximadamente 15 cm del tanque superior.
- Abrir la válvula V6 y cerrar la V1, para poner en recirculación el agua que desciende por la línea de retorno.

- f) Colocar el punto de referencia en el tramo de observación “sección cuadrada”.
- g) Realizar la alineación de la cámara de vídeo, encender las lámparas y la grabadora VHS.
- h) Realizar la grabación de la malla para calcular del factor de escala.

### 2.1.3.2 Formación de burbujas

- i) Cerrar la válvula V5 (válvula accionada con el actuador neumático) y abrir la válvula V8, para drenar el líquido de la cámara de generación de burbuja.
- j) Encender la bomba de drenaje para descargar el líquido de la cámara al tanque de almacenamiento y abrir la válvula V9 para permitir la entrada de aire.
- k) Verificar que el líquido termine de fluir y cerrar las válvulas V8 y V9.
- l) Mediante el sistema de adquisición abrir la válvula de liberación de la burbuja “V5” para liberar la burbuja de Taylor.
- m) Grabar el ascenso de la burbuja una vez que esta alcance el tramo de observación.

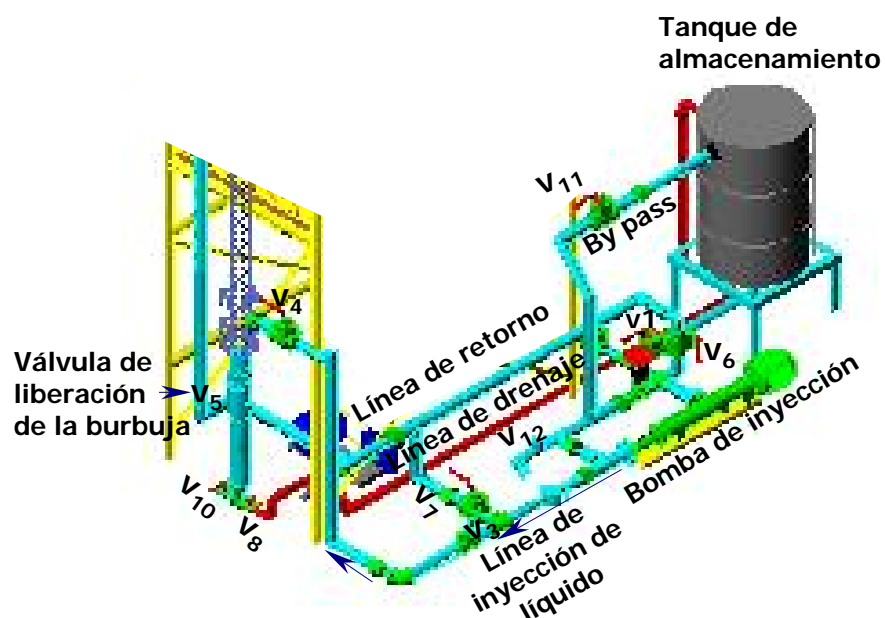


Figura 13. Sistema de válvulas (vista en perspectiva 1)

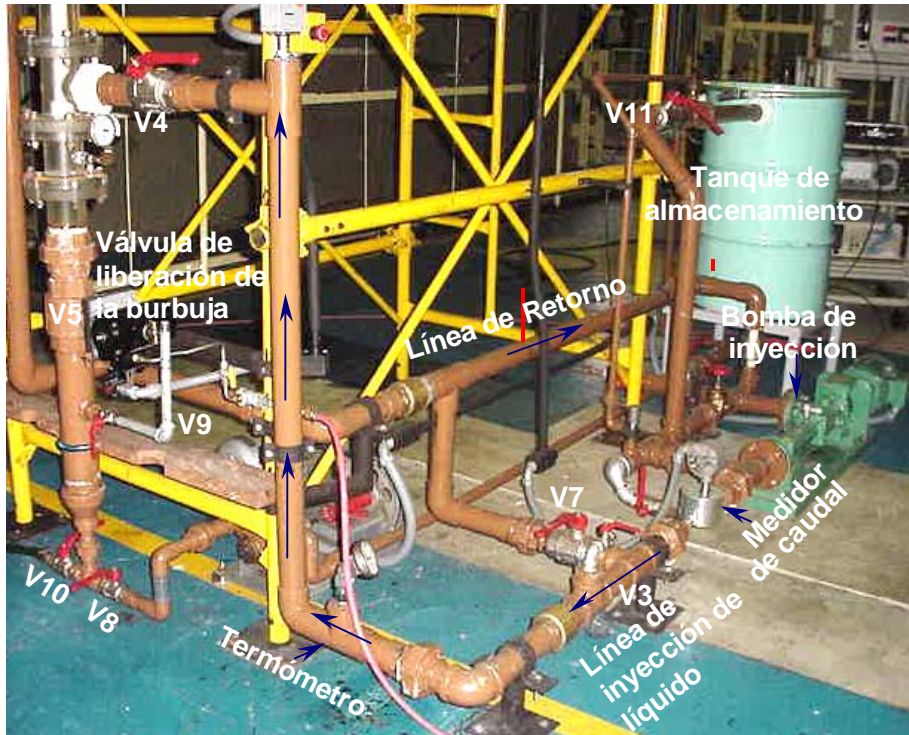


Figura 14. Sistema de válvulas (vista en perspectiva 2)

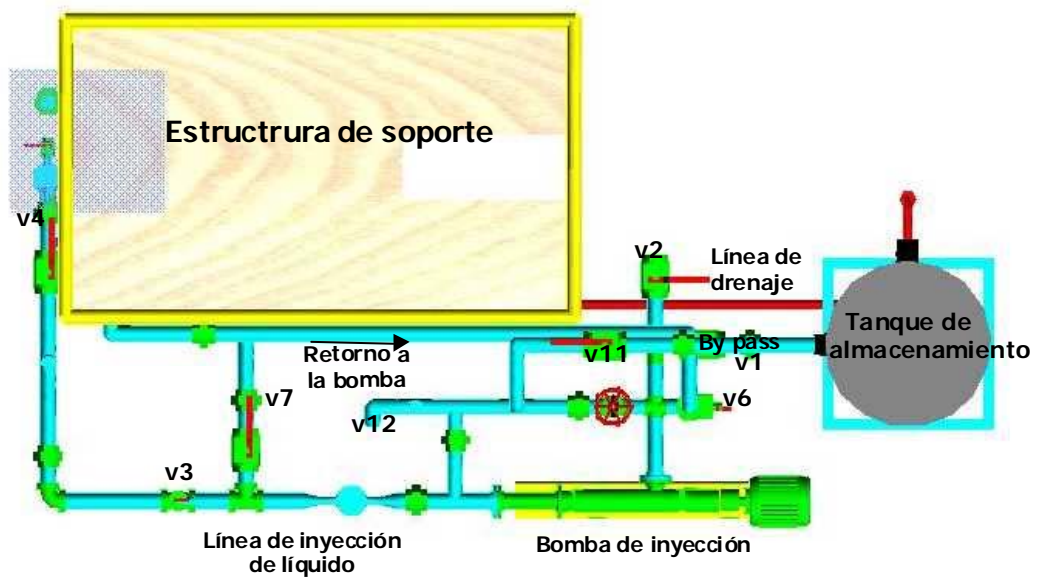


Figura 15. Sistema de válvulas (vista superior)

## 2.2 MEDICIÓN DE LA VELOCIDAD DE ASCENSO DE LA BURBUJA

Se utilizó el análisis digital de imágenes para el cálculo de la velocidad de ascenso de la burbuja de Taylor. En esta sección se explica la técnica de medición aplicada y se especifican los elementos necesarios para llevarla a cabo.

### 2.2.1 Calidad de la Imagen

Con la disposición del equipo de vídeo (cámara, lamparas y caja de luz) mencionada anteriormente, se realizaron las grabaciones de las imágenes a una velocidad de 30 cuadros/s.

La digitalización de los cuadros reproducidos en la unidad de grabación de vídeo fue posible con la utilización de una tarjeta de adquisición de imágenes para computadoras personales de la National Instruments (ver especificaciones I). En la figura 16, se muestra la conexión de los componentes.

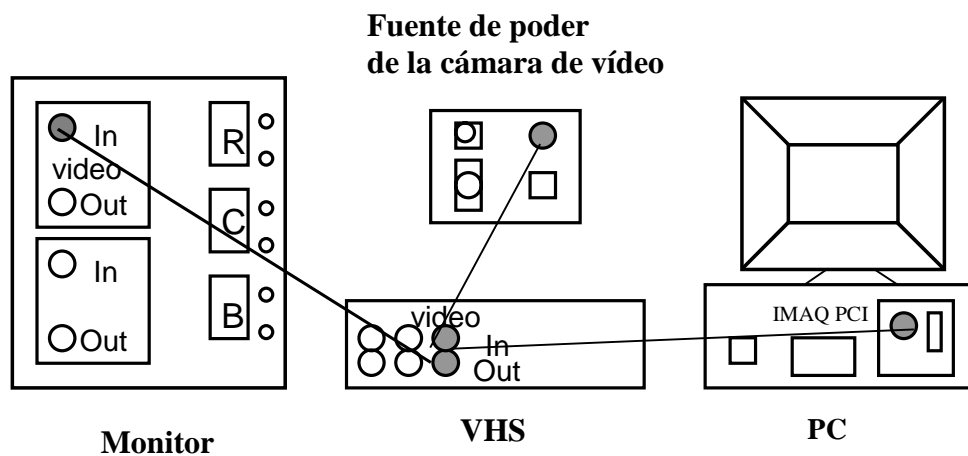


Figura. 16. Esquema de conexión de los componentes para la reproducción y digitalización de imágenes

A través de esta tarjeta de adquisición de imágenes, la señal analógica enviada por la grabadora es transformada en una señal digital equivalente a 8 bits, donde la imagen es conformada por pequeñas unidades llamadas pixels, los cuales representan la unidad de medición de las imágenes.

Para el procesamiento de las imágenes digitalizadas, se utilizó un programa desarrollado en PDVSA–Intevep, que emplea las bondades del paquete comercial IMAQ Visión para Labview versión 5.0 (de la National Instruments).

Viana (2000) demostró que las imágenes sufren distorsión durante el proceso de grabación, la cual fue medida en función de la ortogonalidad entre líneas verticales y horizontales y del paralelismo entre líneas en un mismo sentido.

Según lo anterior, se hace necesario determinar un factor de escala que permite transformar una distancia medida en la imagen (en pixel) en su equivalente en mm.

El procedimiento propuesto por Viana (2000) para realizar el cálculo del factor de escala, se describe a continuación:

- Se graba una malla (elaborada en Turbo Cad) y se digitaliza, ver figura 17.
- La imagen digitalizada de la malla es analizada y se determina la distancia entre las líneas horizontales (H1, H2) y entre las líneas verticales (V1, V2).
- Se determina la distancia real entre las dos líneas verticales y entre las dos horizontales de la malla, mediante el uso de un vernier.
- El factor de escala se calcula como el cociente entre el valor de la distancia real y la distancia en la imagen digitalizada y se obtuvo un factor de escala vertical y otro horizontal. En el apéndice B, se presentan los cálculos del factor de escala.

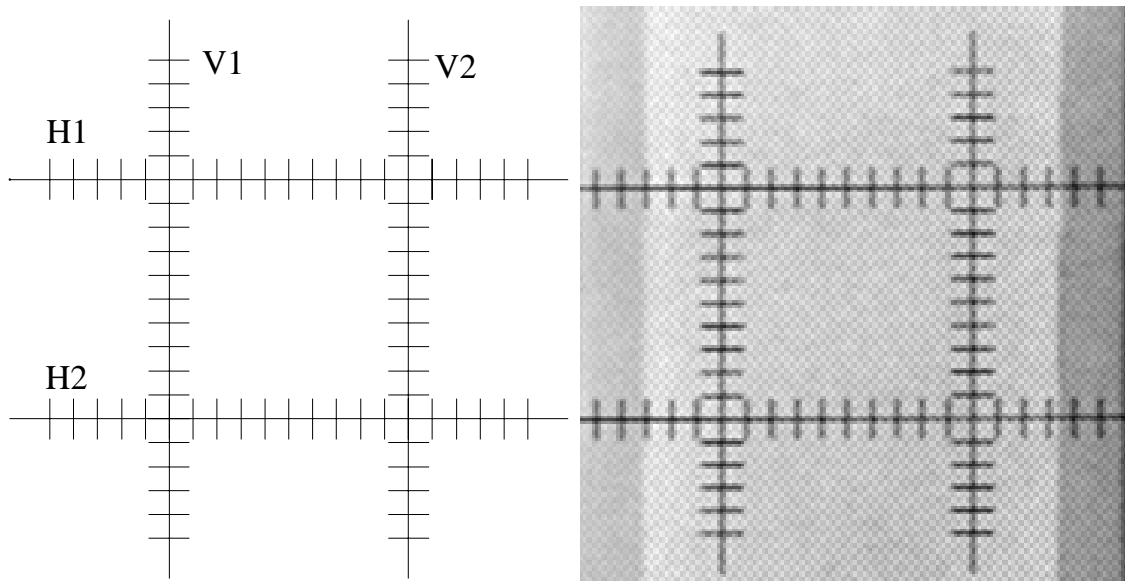


Figura 17. Malla y su imagen digitalizada

### 2.2.2 Procesamiento de Imágenes y Análisis Cuantitativo.

Después de grabar la malla y determinar el factor de escala, se retiró la malla y se inició la grabación de las burbujas una vez que ellas eran liberadas en la columna de prueba y alcanzaban la sección de observación. Todas las grabaciones se realizaban sin variar el foco o acercamiento de la cámara.

Se fijó un punto de referencia solidario a la sección de observación (ver figura 13), el cual fue grabado conjuntamente con las burbujas, a partir de este punto se establece el desplazamiento del punto más alto o punta de la burbuja. (ver figuras 18 y 19).

Para determinar el desplazamiento de la burbuja respecto a la referencia se seleccionó un pixel ubicado en la línea de pixeles (horizontal) tangente a la nariz de la burbuja. Las coordenadas  $(x, y)$  de dicho pixel en la imagen son grabadas en un archivo excel, junto con las coordenadas del punto de referencia y el nombre del cuadro para cada uno de los cuadros digitalizados. A fin de minimizar el error en la medición se recomienda digitalizar como mínimo veinte (20) cuadros secuenciales.

Posteriormente, dichos puntos son analizados mediante las herramientas de excel para determinar las coordenadas del punto más alto de la nariz de la burbuja. Este procedimiento permite obtener, además del desplazamiento ascendente, la trayectoria seguida por la burbuja durante su ascenso.

El procedimiento para la medición de la velocidad de ascenso, se puede resumir en los siguientes pasos:

- I. Alinear la cámara de vídeo
- II. Grabar la malla y calcular el factor de escala
- III. Retirar la malla y grabar el ascenso de la burbuja de Taylor, junto con la referencia
- IV. Digitalizar 20 cuadros secuenciales
- V. Procesar las imágenes

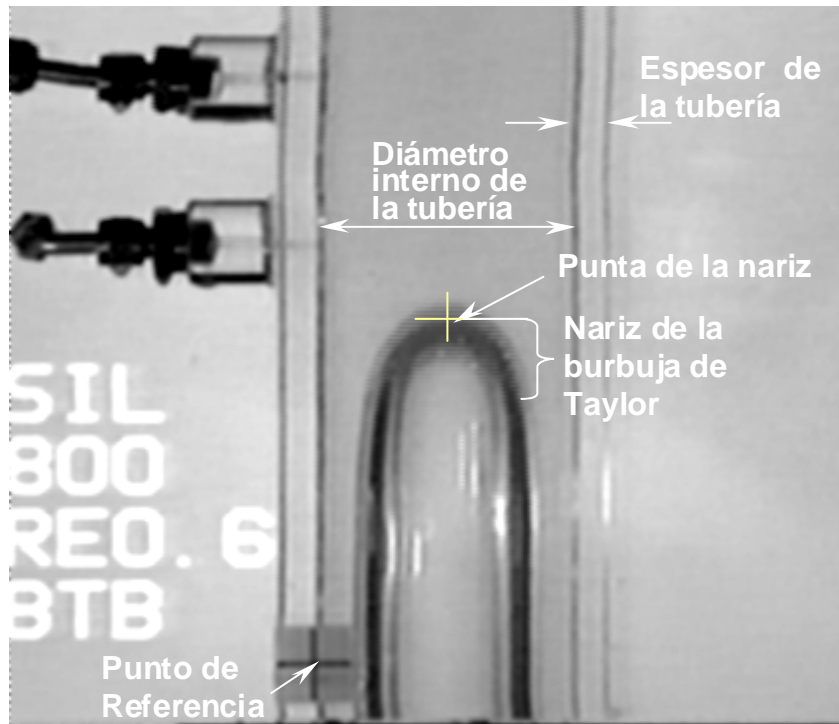


Figura 18. Imagen digitalizada de la nariz de la burbuja conducto circular

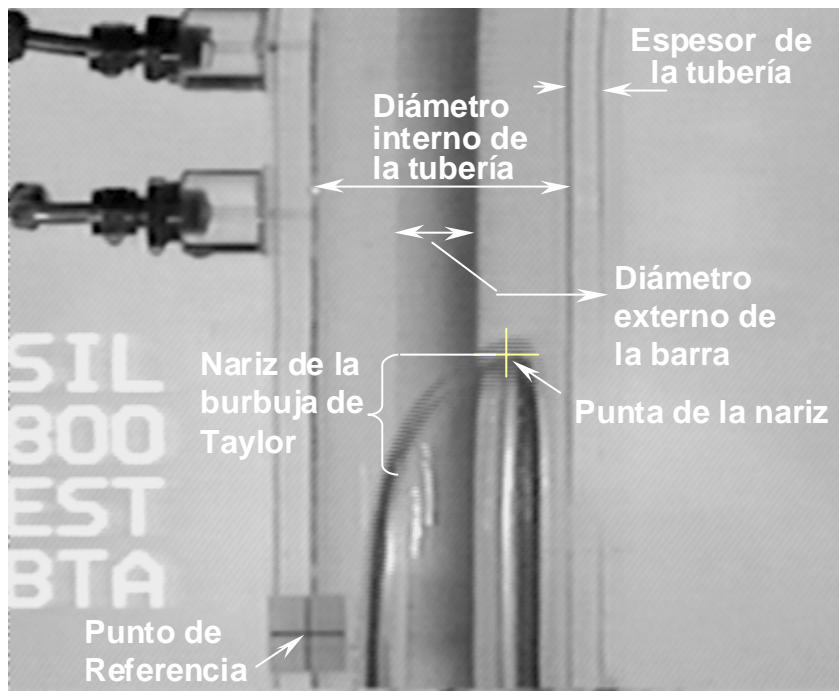


Figura 19. Imagen digitalizada de la nariz de la burbuja conducto anular

## CAPITULO III

### RESULTADOS

#### 3.1 METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DE CORRELACIÓN DE RESULTADOS

##### 3.1.1 Principios del Análisis Dimensional y Similitud

Cuando se quiere caracterizar un fenómeno físico influenciado por determinados factores, es posible visualizar su comportamiento graficando una variable de interés en función de cada factor por separado. Cuando la caracterización es experimental, la cantidad de pruebas necesarias para la visualización en un gráfico del comportamiento de la variable de interés será función del número de factores que influyan en el fenómeno.

Si por ejemplo se quiere caracterizar un fenómeno de flujo interno en el cual influye un determinado número de factores (propiedades del fluido, geometría del conducto, etc.) entonces, para evaluar el comportamiento de una variable de interés como la presión, será necesario tener datos de presión contra uno de los factores, por ejemplo la viscosidad, manteniendo constante los otros, luego datos de presión contra un segundo factor, tal como el diámetro del conducto, manteniendo constante los demás, y así sucesivamente para cada factor. Esta tarea implica realizar un alto número de pruebas experimentales, trabajo que en muchas oportunidades consume gran cantidad de tiempo, esfuerzo y dinero.

Una manera de reducir el número de experimentos en un estudio empírico, consiste en analizar gráficamente el comportamiento de la variable de interés respecto a un parámetro que agrupe a varios factores. Este es el principio de aplicación del análisis dimensional.

El análisis dimensional es una técnica ampliamente empleada para reducir el número de variables (magnitudes físicas) de las que depende un fenómeno al agruparlas, formando parámetros adimensionales independientes entre sí, disminuyendo así el número de experimentos a realizar. Se basa en el concepto de homogeneidad dimensional, que responde a que todos los términos de una ecuación deben tener las mismas dimensiones.

La clave del análisis dimensional es considerar parámetros adimensionales generados a partir de variables con dimensiones. Una variable con dimensión es aquella que se expresa como una magnitud física en función de un conjunto seleccionado de dimensiones básicas independientes.



Estas dimensiones son: longitud (L), masa (M), tiempo (T), temperatura ( $\theta$ ), entre otras. Actualmente el sistema de dimensiones básicas que se utiliza en el ámbito científico es el sistema internacional de unidades (SI).

Se denomina grupo adimensional, a aquel cuya dimensión es 1; es decir, cuando la relación entre un grupo de cantidades expresadas con dimensiones es igual a 1.

El análisis dimensional puede realizarse de dos maneras; una consiste en la estandarización (adimensionalización) de ecuaciones, para lo cual se debe disponer de un modelo matemático, y otra se basa en la aplicación del teorema “ $\pi$ ” de Buckingham. Este es un método que garantiza la homogeneidad dimensional y dicta lo siguiente: Si un proceso físico es gobernado por una relación dimensionalmente homogénea que comprende a “ $n$ ” parámetros con dimensiones, tales como:  $x_i = f(x_2, x_3, \dots, x_n)$ , donde las “ $x_i$ ” son variables con dimensiones, existe una relación equivalente que contiene un número ( $n - k$ ) de parámetros adimensionales, tales como:

$\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{(n-k)})$ , donde los “ $\pi_i$ ” son grupos adimensionales que se construyen a partir de las “ $x_i$ ”. La reducción “ $k$ ” es igual al número de dimensiones fundamentales contenidas en “ $x_i$ ”, pero nunca mayor que él.

Para la generación completa de un sistema de grupos adimensionales, se debe seguir el siguiente método:

- a) Escribir una relación funcional para la relación dimensional que se investiga, asegurándose de incluir todos los parámetros con dimensiones relevantes.
- b) Identificar las “ $m$ ” variables repetidas, las cuales se combinarán con cada una de las variables restantes para formar los parámetros “ $\pi_i$ ”. Las variables repetidas seleccionadas deben incluir todas las dimensiones básicas pero no deben constituir un parámetro adimensional por sí mismas.
- c) Determinar el número de parámetros adimensionales que se requiere generar, para ellos se expresa cada variable con dimensión en términos de sus dimensiones básicas y el número de grupos adimensionales será el número de variables involucradas, menos el número de dimensiones básicas. Por ejemplo el número de parámetros adimensionales que se pueden construir utilizando 6 variables con dimensiones que son función de tres dimensiones básicas, será de  $6 - 3 = 3$  grupos adimensionales.

d) Generar los parámetros adimensionales combinando las variables con dimensiones repetidas con cada una de las variables restantes. Para esto se expresa la relación funcional dimensionalmente como sigue:

$$[F(a, b, c, d)]^0 = [a(L, M, T)]^e \cdot [b(L, M, T)]^f \cdot [c(L, M, L)]^g \cdot [d(L, M, T)]^h$$

Como el primer término debe tener las mismas dimensiones que el segundo, se resuelve para cada dimensión de manera de obtener los exponentes “e”, “f”, “g” y “h”, que logren que el producto de las variables con dimensiones sea un parámetro adimensional.

e) Escribir la forma funcional de los “n – m” parámetros adimensionales “ $\pi_i$ ”.

Los siguientes son los parámetros adimensionales más comunes utilizados en el estudio del flujo de fluidos:

Número de Euler, utilizado en flujos en los que la caída de presión es importante (casi todos los casos de flujo):

$$Eu = \Delta P / \rho V^2 \quad (13)$$

Número de Reynolds, se utiliza en flujos con influencia viscosa, como flujos internos y de capa límite:

$$Re = V l \rho / \mu \quad (14)$$

Número de Froude, cuando influye la aceleración de gravedad, flujo con superficie libre:

$$Fr = V / (lg)^{1/2} \quad (15)$$

Número de Mach, se utiliza cuando la compresibilidad del sistema es importante:

$$M = V / C \quad (16)$$

Número de Weber, cuando la tensión superficial afecta al flujo:

$$We = V^2 l \rho / \sigma \quad (17)$$

El análisis de similitud es el estudio de las condiciones de un prototipo en base a observaciones en modelos. Se dice que un sistema es modelo de otro (prototipo) cuando ambos son similares (similitud geométrica, cinemática, dinámica, etc.). Una vez que se ha caracterizado un modelo, a partir de datos experimentales, las relaciones empíricas obtenidas son aplicables al prototipo. En general, dos sistemas son dinámicamente similares, si todos los puntos correspondientes a un sistema están sometidos a las mismas fuerzas y velocidades en su propia escala. Estas fuerzas son las inerciales, las viscosas y las debidas a la presión. Adicionalmente, la similitud dinámica debe contar de antemano con similitud cinemática y geométrica.

*Similitud geométrica:* Es la condición de constante de la relación de longitudes entre los puntos del campo de flujo del modelo y los correspondientes del prototipo. Exige que el modelo tenga la misma forma que el prototipo.

*Similitud cinemática:* Se presenta cuando la relación de velocidades entre los puntos del campo de flujo del modelo y los correspondientes del prototipo es constante. El resultado de esta condición, es que el patrón de líneas de corriente alrededor del prototipo sea el mismo que alrededor del modelo.

*Similitud dinámica:* Cuando las fuerzas que actúan en el campo de flujo del modelo y del prototipo mantienen la misma proporción en los puntos correspondientes.

### 3.1.2 Parámetros Adimensionales para el Análisis de los Resultados

Obtener una solución analítica al problema de la velocidad de ascenso de burbujas muchas veces resulta un proceso largo y con alto grado de complejidad, debido al gran número de variables involucradas. De allí que muchos investigadores han realizado el estudio correlacionando empíricamente datos experimentales a través de los parámetros adimensionales más relevantes.

El análisis dimensional del problema de la velocidad de ascenso de burbujas conduce principalmente al siguiente conjunto de parámetros adimensionales:

$$Fr = \frac{V_{BT}}{gD} \quad (18) \quad Mo = \frac{g\mu_L^4}{\rho_L\sigma_L} \quad (19) \quad Eo = \frac{gD^2\rho_L}{\sigma_L} \quad (20)$$

Estos grupos adimensionales se consideran cuando todas las fuerzas de retardo, llamadas fuerzas viscosas, interfaciales e inerciales son significativas.

El número de Froude “Fr”, es la relación entre las fuerzas inerciales a la gravitacional (flotabilidad). Cuando se desea tener un grupo que sólo contenga las propiedades del fluido, tal es el número de Morton “Mo”, que relaciona las fuerzas viscosas y las fuerzas interfaciales, por lo que es muy sensitivo a las diferencias en viscosidad. El número de Eötvös “Eo” es la relación entre las fuerzas gravitacionales (flotabilidad) y las interfaciales o fuerzas de tensión superficial.

Sin embargo, otro conjunto de grupos adimensionales independientes que pueden ser escogidos, son: el número de Reynolds,  $N_f$  y el número de Weber, los cuales consideran las propiedades de los fluidos (efectos viscosos y de tensión superficial).

$$\text{Re} = \frac{V_L D}{\nu_L} \quad (21) \quad N_f = \frac{g^{1/2} D^{3/2} \rho_L}{\mu_L} \quad (22) \quad \text{We} = \frac{2IV_L \rho_L}{\sigma_L} \quad (23)$$

En el estudio de velocidades de ascenso, la técnica del análisis dimensional empleando los parámetros adimensionales mencionados anteriormente ha permitido simplificar el análisis de los resultados.

En el caso del ascenso de burbujas en líquido estancado, muchos estudios han revelado la dependencia de la velocidad de ascenso y forma de las burbujas de Taylor cuando se consideran los efectos individuales de las fuerzas de retardo (inerciales, interfaciales y viscosas) White y Beardmore (1961), realizaron un estudio experimental con líquidos de hasta 1610 cP de viscosidad y 76.9 g/s<sup>2</sup> de tensión superficial. Los resultados revelaron que la velocidad es independiente de la viscosidad si  $N_f^2 > 3 \times 10^5$ , de la tensión superficial si  $\text{Eo} > 70$  y de los efectos inerciales si  $\text{Fr}^{1/2} < 0.05$ .

Por otra parte, se tiene que la forma de la cola depende de si las fuerzas viscosas son despreciables o no, en este sentido existen dos casos asintóticos de especial interés: Si el régimen es controlado por la inercia ó es viscoso.

Wallis (1969), encontró que en el régimen controlado por la inercia se alcanza cuando  $N_f > 300$ , un ejemplo de este régimen se encuentra cuando  $D > 0.25\text{cm}$  y burbujas ascendiendo en agua; Para este caso, los resultados revelaron que el número de Fr definido por la ecuación 2 es función del número de Eo. En el caso de régimen viscoso, se cumple cuando  $N_f < 2$ , para lo cual el número de  $\text{Fr} = 0.01N_f$ . En este sentido, los resultados obtenidos en este trabajo, revelaron que la influencia de la tensión superficial puede ser despreciada cuando el  $\text{Eo} > 100$ .

Estudios más recientes (Shosho C. y Ryan M., 2001), realizados para ( $\text{Mo} = 6.11 \times 10^4$ ,  $\text{Mo} = 1.92 \times 10^2$ ,  $\text{Mo} = 7.46 \times 10^{-2}$ ) a fin relacionar las fuerzas viscosas y las fuerzas interfaciales sobre el ascenso de burbujas de Taylor, mostraron:

- $\text{Mo}$  disminuye a medida que Fr incrementa y viceversa.
- Para líquidos con bajo  $\text{Mo}$  las propiedades del fluido no tienen significativo efecto sobre el número de Fr.

- Para líquidos con alto  $Mo$  los efectos gravitacionales y el diámetro de la tubería son importantes.
- Para líquidos con bajo  $Mo$  los efectos gravitacionales son importantes sólo para diámetros de tubería pequeños ( $Eo < 90$ ).
- Para líquidos con  $Mo < 10^{-6}$  la dependencia de  $Fr$  sobre  $Mo$  es muy débil.

Cuando existe un flujo de líquido a través de la tubería, el movimiento de largas burbujas resulta a partir de la influencia compleja de ambos, la flotabilidad y el movimiento medio del líquido. Los estudios realizados han revelado que la velocidad de la burbuja es muy cercana a la velocidad del líquido por encima de la burbuja más la velocidad característica de la burbuja en líquido estancado. La influencia teórica del flujo de líquido aguas arriba de la burbuja, ha sido estudiada bajo la restrictiva suposición de un fluido sin viscosidad.

Como se mencionó en la sección anterior, la distribución de velocidades tiene un efecto importante sobre el movimiento de la burbuja. Entonces se espera que la velocidad dependa de la viscosidad a través del número de Reynolds. Por lo que parece contradictorio analizar los efectos del flujo bajo la consideración de flujo sin viscosidad, aplicando la teoría de flujo potencial.

Sin embargo la viscosidad actúa esencialmente en el desarrollo del perfil de velocidades del líquido que se encuentra lejos de la interfase de la burbuja, pero no tiene influencia en la forma de la nariz si la inercia aún domina. Esta condición se alcanza para  $N_f > 300$ , tanto para números de Reynolds laminar como turbulento. En este sentido los estudios encontrados en la literatura han puesto en evidencia que:

- La velocidad de ascenso de burbujas de Taylor en líquido fluyente, es sensitiva a la tensión superficial ya que para ambos régimen (laminar y turbulento), la constante  $C$  definida en la ecuación 1 disminuye con la declinación del número de  $Eo$ .
- Si el número de Reynolds disminuye,  $C$  puede incrementar si ocurre un cambio en el régimen de flujo.

Para el caso de este estudio, se desea tener sólo un grupo que contenga la velocidad terminal de la burbuja de Taylor,  $V_{BT}$ , debido a que es la variable desconocida y un grupo que contenga la viscosidad del líquido. Los grupos principales escogidos para el análisis de los resultados y que contienen estas variables son el número de Froude y el número de Reynolds.

Adicionalmente, se consideraron los números adimensionales  $E_o$  y  $Mo$ , como parámetros que contienen las propiedades del fluido y que servirán sólo para ver la influencia sobre la forma de la burbuja ya que no es posible ver su efecto sobre la velocidad de la burbuja debido a que los experimentos se ejecutaron sin cambios en las condiciones de presión y temperatura, por lo que se tiene un único valor de estos parámetros para cada condición evaluada.

Como se mencionó en el capítulo 2, a fin de reducir el número de variables involucradas para el análisis del estudio, la medición de la velocidad de ascenso para los líquidos de pruebas y las configuraciones establecidas, se realizó para un sólo tamaño de burbuja y la matriz experimental se definió con la finalidad de obtener la velocidad de ascenso de las burbujas de Taylor a diferentes número de Reynolds del líquido, considerando principalmente los cambios de velocidad de la corriente y luego los cambios en la viscosidad.

El número de Reynolds, viene definido para una tubería de sección circular como:

$$Re_{Liq} = \frac{V_L D}{\nu_L} = \frac{Q_L * D}{A * \nu_L} = \frac{4 * Q_L}{\pi * D * \nu_L} \quad (24)$$

y para una tubería de sección anular como:

$$Re_{Liq} = \frac{Q_L * D_h}{A_a * \nu_L} = \frac{4 * Q_L * D_h}{\pi * (d^2 - D^2) * \nu_L} \quad (25)$$

Con la definición de los parámetros adimensionales y las propiedades de los líquidos de prueba presentadas en el apéndice A, se determinaron los valores de los parámetros adimensionales para cada configuración geométrica.

Tabla 1. Parámetros adimensionales por configuración para agua como líquido de prueba

<b>d/D</b>	<b><math>E_o_{\text{agua}}</math></b>	<b><math>N_f_{\text{agua}}</math></b>
<b>0</b>	784	1109
<b>1/6</b>	544	642
<b>1/3</b>	348	329
<b>1/2</b>	196	139

$Mo = 2.33 \times 10^{-11}$

Tabla 2. Parámetros adimensionales por configuración para aceite Purolub 22 como líquido de prueba

<b>d/D</b>	<b>E<sub>ö</sub>_Purolub22</b>	<b>N<sub>f</sub>_Purolub22</b>
<b>0</b>	1535	23
<b>1/6</b>	1066	13
<b>1/3</b>	682	7
<b>1/2</b>	384	3

Mo = 1.0 x 10<sup>-3</sup>

Tabla 3. Parámetros adimensionales por configuración para aceite de silicón como líquido de prueba

<b>d/D</b>	<b>E<sub>ö</sub>_Aceite de silicón</b>	<b>N<sub>f</sub>_Aceite de silicón</b>
<b>0</b>	2637	1.36
<b>1/6</b>	1831	0.784
<b>1/3</b>	1172	0.4015
<b>1/2</b>	659	0.169

Para Mo = 4.0 x 10<sup>2</sup>

### 3.2 ANÁLISIS PRELIMINAR DE CORRELACIÓN DE RESULTADOS

En esta sección, se intenta identificar las tendencias de los resultados experimentales de velocidad de ascenso, respecto a las variables y/o grupos adimensionales empleados en los trabajos más relevantes encontrados en la literatura y que marcan los antecedentes y punto de partida para el desarrollo de las correlaciones.

Entre las variables dimensionales y adimensionales utilizadas para generar una correlación de velocidad de ascenso de burbujas de Taylor en corrientes de líquido se encuentra la velocidad de la burbuja de Taylor y la velocidad del líquido mientras que en el segundo grupo se tiene el número de Froude, basado en la velocidad traslacional de la burbuja “V<sub>BT</sub>” y el número de Reynolds de la fase líquida “Re<sub>L</sub>”, definidos en la sección anterior.

En las tablas 4 a 9 los resultados se muestran redondeados a cuatro cifras significativas, sin embargo el análisis de regresión se realizó con diez, partiendo de datos experimentales redondeados a tres cifras significativas.

### **3.2.1 Correlaciones de Parámetros con Dimensiones $V_{BT}$ vs. $V_L$**

#### **3.2.1.1 Resultados con agua como líquido de prueba**

Los resultados se graficaron de forma análoga a los presentados por Pinto *et al.* (1998) con ejes de coordenadas en escala lineal (los valores medidos se detallan en el anexo IV). Como se puede apreciar en la figura 20, se evidencia una variación lineal de la velocidad de la burbuja de Taylor con la velocidad del líquido, sin embargo a diferencia de los resultados reportados en la literatura, no se observa una variación en la tendencia (o pendiente) debido al cambio de régimen de flujo, ya que para las condiciones evaluadas ( $0 < Re_L < 11000$ ) los resultados obtenidos para cada configuración geométrica se ajustan a una misma pendiente. Hecho que coincide con lo expuesto en el trabajo de Bendiksen (1984), quién encontró que el número de Reynolds (que es función de la  $V_L$ ) no es un parámetro crítico en los cambios del parámetro “ $C$ ”, aunque el valor final si dependa de éste parámetro adimensional.



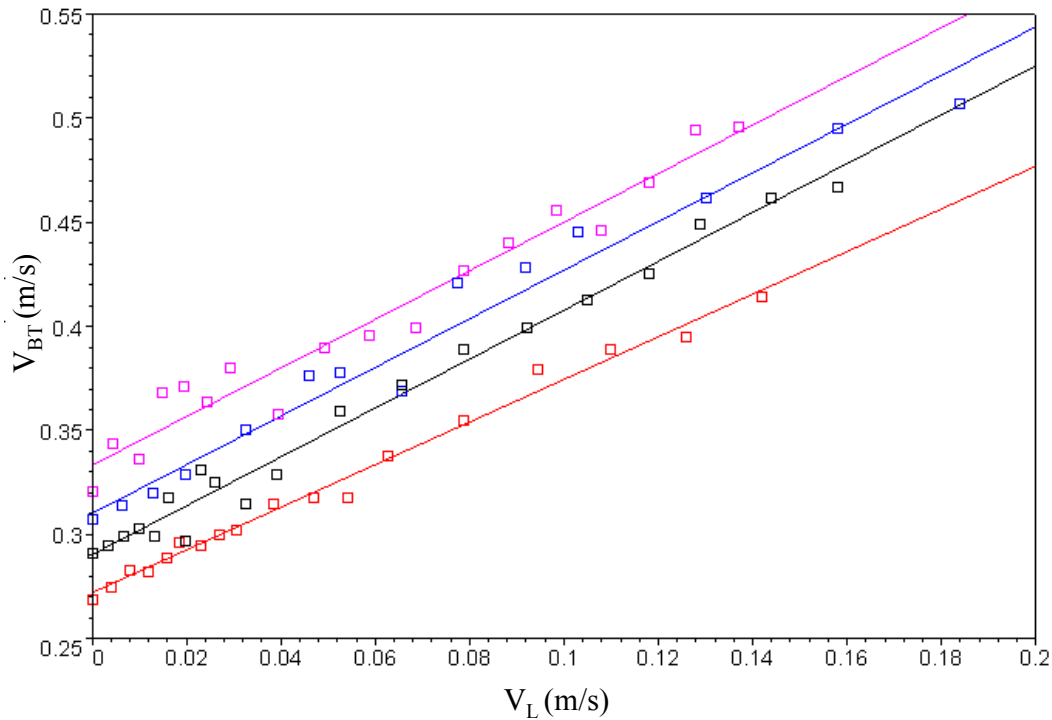


Figura 20. Diagrama  $V_{BT}$  vs.  $V_L$  para burbujas de Taylor ascendiendo en agua, para  $d/D = 0$  (negro),  $1/6$  (rojo),  $1/3$  (violeta) y  $1/2$  (azul)

En la tabla 4, se muestran las ecuaciones de ajustes para los resultados mostrados en la figura 20. Las ecuaciones de las rectas son del tipo “ $V_{BT}$  (m/s) =  $f(V_L$  (m/s))” y fueron obtenidas mediante un modelo de regresión lineal que aplica el método de mínimos cuadrados. Adicionalmente se presentan para cada caso en las pruebas con agua (en este orden:  $d/D = 0$ ,  $1/6$ ,  $1/3$  y  $1/2$ ):

- el coeficiente de determinación “ $R^2$ ” (cuadrado del coeficiente de correlación)
- la suma residual de cuadrados “RSS” (suma de los cuadrados de las diferencias entre el valor experimental y el respectivo valor del modelo de regresión)
- el error estándar de estimación “S” (desviación estándar de las diferencias entre el valor experimental y el respectivo valor del modelo de regresión)

Tabla 4. Ecuaciones de ajuste  $V_{BT}$  vs.  $V_L$  para pruebas con agua como líquido de prueba

<b>d/D</b>	<b>Ecuación de ajuste</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>RSS</b>	<b>S</b>
	<b>[V<sub>BT</sub>] = [V<sub>L</sub>] = m/s</b>		<b>(m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>)</b>	<b>(m/s)</b>
<b>0</b>	$V_{BT} = 1.174V_L + 0.2903 \text{ m/s}$	0.9843	0.001094	0.007795
<b>1/6</b>	$V_{BT} = 1.024V_L + 0.2721 \text{ m/s}$	0.9900	0.0003447	0.004641
<b>1/3</b>	$V_{BT} = 1.168V_L + 0.3333 \text{ m/s}$	0.9584	0.002044	0.01130
<b>1/2</b>	$V_{BT} = 1.169V_L + 0.3102 \text{ m/s}$	0.9704	0.001894	0.01163

En la tabla anterior, se observa que las ecuaciones de las rectas de ajuste correspondientes al conducto circular ( $d/D = 0$ ) y a los conductos anulares con  $d/D = 1/3$  y  $1/2$  son cuasi-paralelas (pendiente  $m \approx 1.17$ ), siendo únicamente la recta de ajuste del conducto anular con  $d/D = 1/6$  la que tiene una pendiente diferente.

Los resultados para el conducto de sección circular ( $d/D = 0$ ) muestran buena concordancia con los resultados encontrados en la literatura (Pinto *et al.*, 1998) para régimen turbulento donde se tiene una tendencia lineal del ascenso de las burbujas de Taylor con una pendiente  $m \approx 1.2$ . Sin embargo, este valor es menor que la relación entre la velocidad máxima y la promedio del líquido propuesta en muchos trabajos como el valor del coeficiente “C”.

En este sentido, también se observa el mismo comportamiento para los casos de conductos de sección anular, ya que los valores de las pendientes de las ecuaciones de ajuste, siempre fueron menores a los de las relaciones entre la velocidad máxima y la promedio de la corriente de líquido obtenidos analíticamente para los casos evaluados en las pruebas.

Adicionalmente, la ordenada en el origen para conductos de sección circular, las cuales corresponden a la condición cuando no hay flujo neto de líquido a través de la sección transversal del conducto (líquido estancado), se ajusta a lo encontrado en trabajos previos (Davies y Taylor, 1950 y Viana, 2000), donde la velocidad de la burbuja de Taylor es  $V_{BTO} \approx 0.29 \text{ m/s}$ . Sin embargo, para conductos de sección anular estos valores fueron hasta un 18% menor al calculado aplicando las correlaciones propuestas en la literatura (Brown (1965), Sadatomi *et al.* (1982), y Kelessidis V. y Duckler A. (1990)).

Por otra parte, se tiene que estos valores encontrados no incrementan en orden creciente con  $d/D$ , sino que siguen un orden alternado, es decir, la recta de ajuste del conducto anular con  $d/D = 1/6$  tiene una ordenada en el origen menor que la de la recta de ajuste del conducto circular ( $d/D = 0$ ) y la del conducto anular con  $d/D = 1/2$  tiene una ordenada en el origen menor que la del conducto anular con  $d/D = 1/3$ .

### 3.2.1.2 Resultados con aceite Purolub 22 como líquido de prueba

En la figura 21, se muestra el comportamiento de las velocidades de ascenso de burbujas de Taylor respecto a la variación de velocidad de la corriente de líquido, durante las pruebas realizadas con el aceite Purolub 22. En la tabla 5 se presentan las ecuaciones de ajustes para las configuraciones geométricas estudiadas y los errores asociados de las aproximaciones obtenidas.

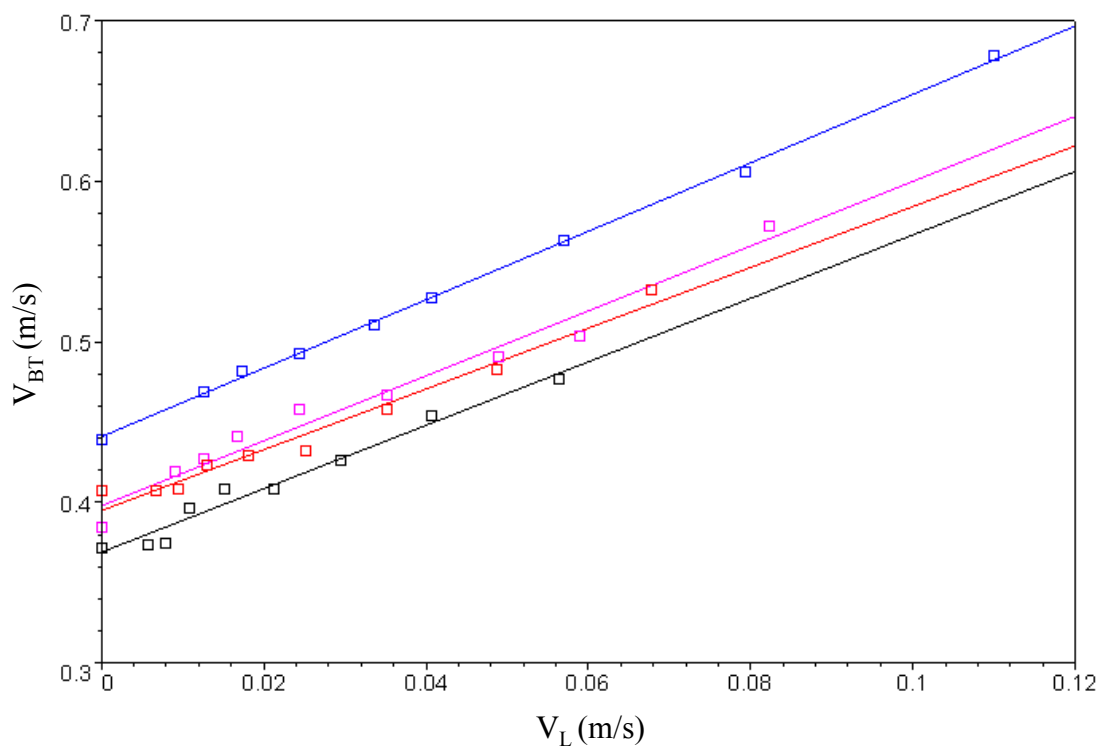


Figura 21. Diagrama  $V_{BT}$  vs.  $V_L$  para burbujas de Taylor ascendiendo en aceite Purolub22 para  $d/D = 0$  (negro),  $1/6$  (rojo),  $1/3$  (violeta) y  $1/2$  (azul)

Tabla 5. Ecuaciones de ajuste  $V_{BT}$  vs.  $V_L$  para pruebas con aceite Purolub 22 como líquido de prueba

$d/D$	Ecuación de ajuste $[V_{BT}] = [V_L] = \text{m/s}$	$R^2$	RSS $(\text{m}^2/\text{s}^2)$	S $(\text{m/s})$
0	$V_{BT} = 1.976V_L + 0.3690 \text{ m/s}$	0.9712	0.0003120	0.006676
1/6	$V_{BT} = 1.892V_L + 0.3950 \text{ m/s}$	0.9719	0.0004011	0.007570
1/3	$V_{BT} = 2.021V_L + 0.3979 \text{ m/s}$	0.9729	0.0006542	0.009668
1/2	$V_{BT} = 2.131V_L + 0.4410 \text{ m/s}$	0.9989	0.00004903	0.002646

Para este caso, se observa que las rectas de ajuste correspondientes a los conductos anulares con  $d/D = 1/3$  y  $1/6$  casi se solapan para bajas velocidades del líquido. Las pendientes para todos los casos son mayores que en el caso de las pruebas con agua con un valor promedio  $m \approx 2.0$ , hecho que concuerda con lo encontrado en la literatura para régimen laminar (Pinto *et al.*, 1998). En este sentido, se tiene que a diferencia de las pruebas realizadas con agua, para los conductos de sección anular los valores de la pendiente de las ecuaciones de ajuste obtenidas de los datos experimentales, fueron mayores que la relación entre la velocidad máxima y la promedio del líquido obtenidos analíticamente.

Adicionalmente, se observa que la ordenada en el origen si incrementa en orden creciente, a medida que disminuye el área de flujo (que aumenta el diámetro de la barra interna).

### 3.2.1.3 Resultados con aceite de silicón como líquido de prueba

Los resultados obtenidos durante las pruebas realizadas con aceite de silicón, se resumen en la figura 22 donde se muestra el comportamiento de la velocidad de ascenso de burbujas de Taylor respecto a la velocidad de la corriente de líquido. En la tabla 6, se presentan las ecuaciones de ajustes para las configuraciones geométricas estudiadas y los errores asociados de las aproximaciones obtenidas.

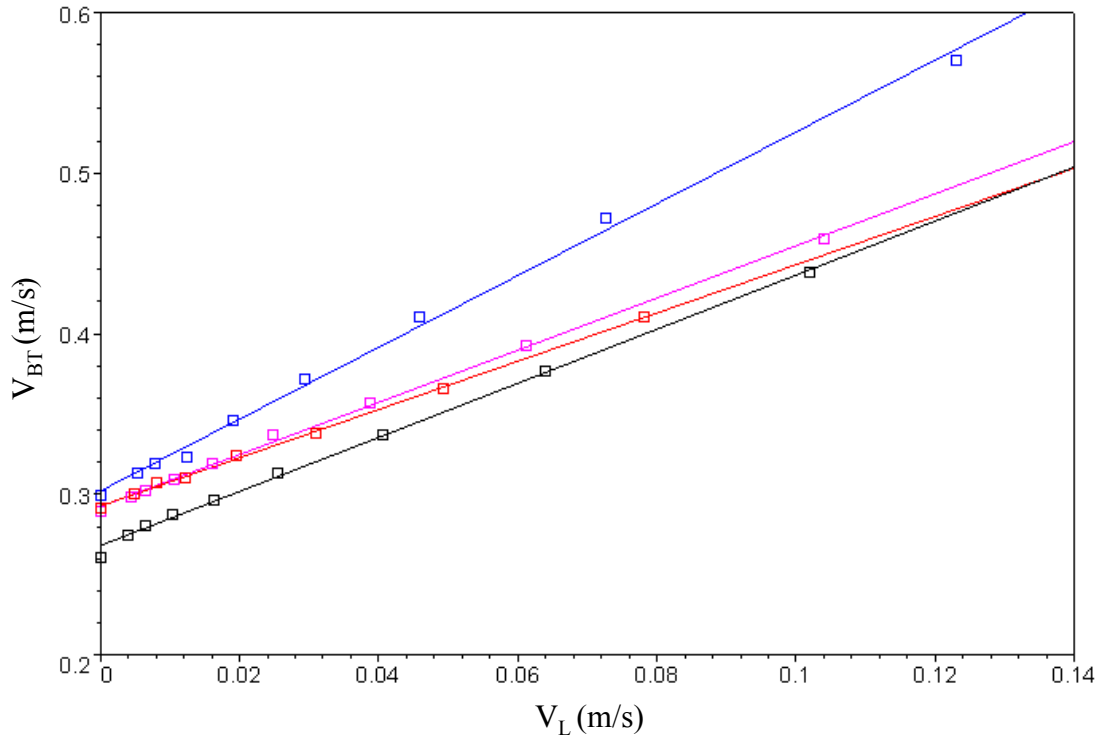


Figura 22. Diagrama  $V_{BT}$  vs.  $V_L$  para burbujas de Taylor ascendiendo en aceite de silicón para  $d/D = 0$  (negro),  $1/6$  (rojo),  $1/3$  (violeta) y  $1/2$  (azul)

Tabla 6. Ecuaciones de ajuste  $V_{BT}$  vs.  $V_L$  para pruebas con aceite de silicón como líquido de prueba

$d/D$	Ecuación de ajuste $[V_{BT}] = [V_L] = \text{m/s}$	$R^2$	RSS $(\text{m}^2/\text{s}^2)$	S $(\text{m/s})$
0	$V_{BT} = 1.683V_L + 0.2682 \text{ m/s}$	0.9972	0.00007220	0.003212
1/6	$V_{BT} = 1.502V_L + 0.2928 \text{ m/s}$	0.9989	0.00001233	0.001434
1/3	$V_{BT} = 1.623V_L + 0.2924 \text{ m/s}$	0.9984	0.00003967	0.002381
1/2	$V_{BT} = 2.235V_L + 0.3022 \text{ m/s}$	0.9966	0.0002231	0.005645

Al igual que en las pruebas realizadas con aceite Purolub 22, en estas pruebas se observa que el valor de la pendiente es cercano a 2, y que existe un incremento progresivo en la velocidad a medida que disminuye el área de flujo.

Sin embargo, observe que a diferencia de los casos anteriores y a lo reportado en los trabajos encontrados en la literatura, las rectas de ajuste correspondientes a los conductos anulares con  $d/D = 1/6$  y  $1/3$  se cortan en un punto próximo al eje de las ordenadas ( $V_L = 0.003306$  m/s), por lo que las ordenadas en el origen de ambas rectas de ajuste son casi iguales ( $b = V_{BTO} = 0.2928$  m/s y  $0.2924$  m/s, respectivamente). Además, las rectas que pertenecen a los conductos circular y anular con  $d/D = 1/6$  se cortan en un punto de coordenadas  $V_L = 0.1357$  m/s y  $V_{BT} = 0.4967$  m/s.

Por otra parte, se tiene que los coeficientes de determinación obtenidos en estas pruebas son los mejores entre los casos estudiados ( $R^2 \rightarrow 1$ ), esto se debe a que el error experimental disminuye en vista de que la dispersión de los puntos correspondientes a los datos experimentales se minimiza al disminuir los efectos turbulentos en el flujo.

Finalmente, se puede resumir que de todos los ajustes correspondientes a las correlaciones de la forma  $V_{BT}$  (m/s) =  $f(V_L$  (m/s)), sólo un caso arrojó un coeficiente de determinación menor que 0.960 (agua,  $d/D = 1/3$ ,  $R^2 = 0.9584$ ), cinco casos arrojaron coeficientes mayores que 0.970 y menores que 0.985 y los seis casos restantes arrojaron coeficientes de determinación mayores o iguales que 0.990.

### 3.2.2 Correlaciones de Parámetros Adimensionales $Fr_{BT}$ vs. $Re_L$

Debido a la dispersión observada durante el procesamiento de los datos cuando se utilizaron parámetros con dimensiones (velocidad de la burbuja de Taylor y del líquido) para visualizar las tendencias, así como la atípica convergencia de las rectas de ajustes obtenidas en algunos casos, se graficaron los resultados utilizando grupos adimensionales a fin de minimizar en mayor grado los errores asociados en los ajustes. Para ello, se utilizó el número de Froude como parámetro para la velocidad de ascenso de burbujas de Taylor, y el número de Reynolds para la velocidad del líquido. Esto se realizó para cada uno de los valores del número de Morton estudiados (agua:  $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$ , aceite Purolub 22:  $Mo = 1.0 \times 10^{-3}$  y aceite de silicón:  $Mo = 4.0 \times 10^2$ ).

### 3.2.2.1 Resultados con líquido de prueba de $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$

En la siguiente figura se resumen las tendencias de los resultados obtenidos con agua, bajo los parámetros adimensionales establecidos y en la tabla 7 se presentan las ecuaciones de ajustes con los errores asociados. Para ello, se aplicó igualmente un modelo de regresión lineal que aplica el método de mínimos cuadrados.

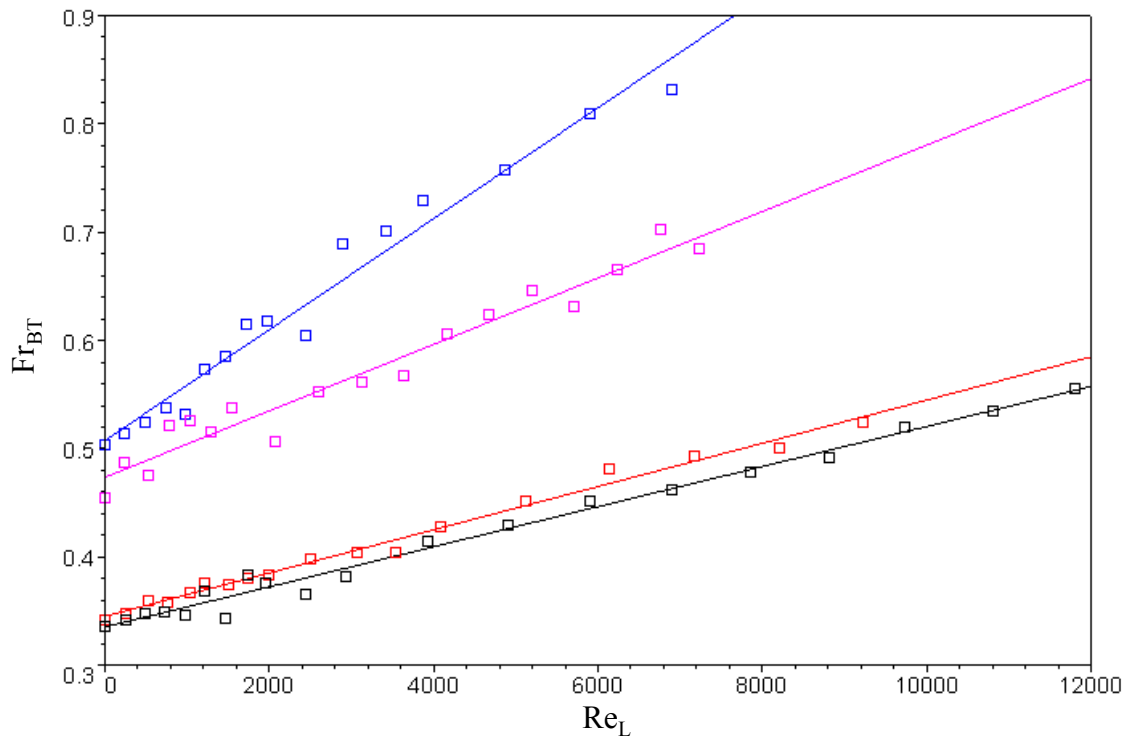


Figura 23. Diagrama  $Fr_{BT}$  vs.  $Re_L$  para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con  $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$ . Para  $d/D = 0$  (negro),  $1/6$  (rojo),  $1/3$  (violeta) y  $1/2$  (azul)

Tabla 7. Ecuaciones de ajuste  $Fr_{BT}$  vs.  $Re_L$  para pruebas con líquido de  $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$

$d/D$	Ecuación de ajuste	$R^2$	RSS	S
0	$Fr_{BT} = 0.00001851Re_L + 0.3354$	0.9869	0.001272	0.008407
1/6	$Fr_{BT} = 0.00001997Re_L + 0.3453$	0.9897	0.0005747	0.005993
1/3	$Fr_{BT} = 0.00003069Re_L + 0.4736$	0.9551	0.004271	0.01634
1/2	$Fr_{BT} = 0.00005122Re_L + 0.5075$	0.9715	0.004908	0.01872

Los resultados obtenidos para cada configuración geométrica se ajustan igualmente a una misma pendiente. Observe que las rectas de ajuste expresadas en términos de los parámetros adimensionales  $Re_L$  y  $Fr_{BT}$  incrementan su pendiente “ $m$ ” en orden creciente con el incremento del diámetro de la barra interna, esto valida los resultados encontrados por Hassan y Kabir (1992), quienes encontraron que a medida que la relación de diámetros incrementa la velocidad de la burbuja también incrementaba, y se asocia a que la presencia de la barra interna hace la nariz más puntiaguda promoviendo un desplazamiento adicional del líquido frente de la nariz de la burbuja. Lo mismo ocurre con su ordenada en el origen  $b$ . Sin embargo, este incremento no es sistemático.

### 3.2.2.2 Resultados con líquido de prueba de $Mo = 1.0 \times 10^{-3}$

En la figura 24, se presenta el comportamiento de las velocidades de ascenso de burbujas de Taylor respecto a la variación de velocidad de la corriente de líquido, durante las pruebas realizadas con el aceite Purolub 22. En la tabla 8 se muestran las ecuaciones de ajustes para las configuraciones geométricas estudiadas y los errores asociados de las aproximaciones obtenidas.



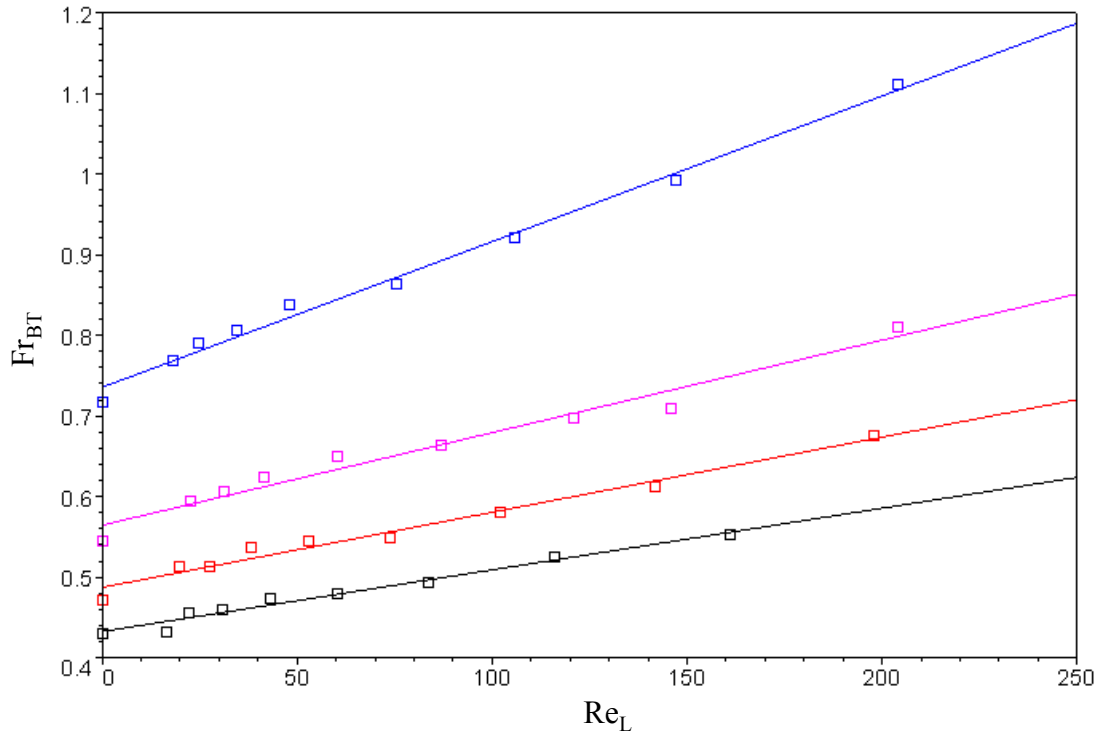


Figura 24. Diagrama  $Fr_{BT}$  vs.  $Re_L$  para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con  $Mo = 1.0 \times 10^{-3}$ . Para  $d/D = 0$  (negro),  $1/6$  (rojo),  $1/3$  (violeta) y  $1/2$  (azul)

Tabla 8. Ecuaciones de ajuste  $Fr_{BT}$  vs.  $Re_L$  para pruebas con líquido de  $Mo = 1.0 \times 10^{-3}$

$d/D$	Ecuación de ajuste	$R^2$	RSS	S
0	$Fr_{BT} = 0.0007642Re_L + 0.4327$	0.9773	0.0002982	0.006527
1/6	$Fr_{BT} = 0.0009319Re_L + 0.4873$	0.9777	0.0006558	0.009679
1/3	$Fr_{BT} = 0.001147Re_L + 0.5645$	0.9692	0.001479	0.01453
1/2	$Fr_{BT} = 0.001806Re_L + 0.7354$	0.9923	0.0009208	0.01147

La figura 24 muestra que al graficar los resultados obtenidos en esta fase utilizando parámetros adimensionales se minimiza el grado de incertidumbre, ya que se evidencian tendencias más definidas que las obtenidas a través de parámetros dimensionales ( $V_L$ ,  $V_{BT}$ ). Al igual que en los resultados con agua, se observa el incremento de la velocidad traslacional de las burbujas de Taylor con el incremento de la relación de diámetros.

### 3.2.2.3 Resultados con líquido de prueba de $Mo = 4.0 \times 10^2$

Los resultados obtenidos durante las pruebas realizadas con aceite de silicón, se resumen en la figura 25 donde se muestra el comportamiento del número de Froude respecto a la variación de velocidad de la corriente de líquido. Al igual que en los casos anteriores, en la tabla 9 se presentan las ecuaciones de ajustes para las configuraciones geométricas estudiadas y los errores asociados de las aproximaciones obtenidas.

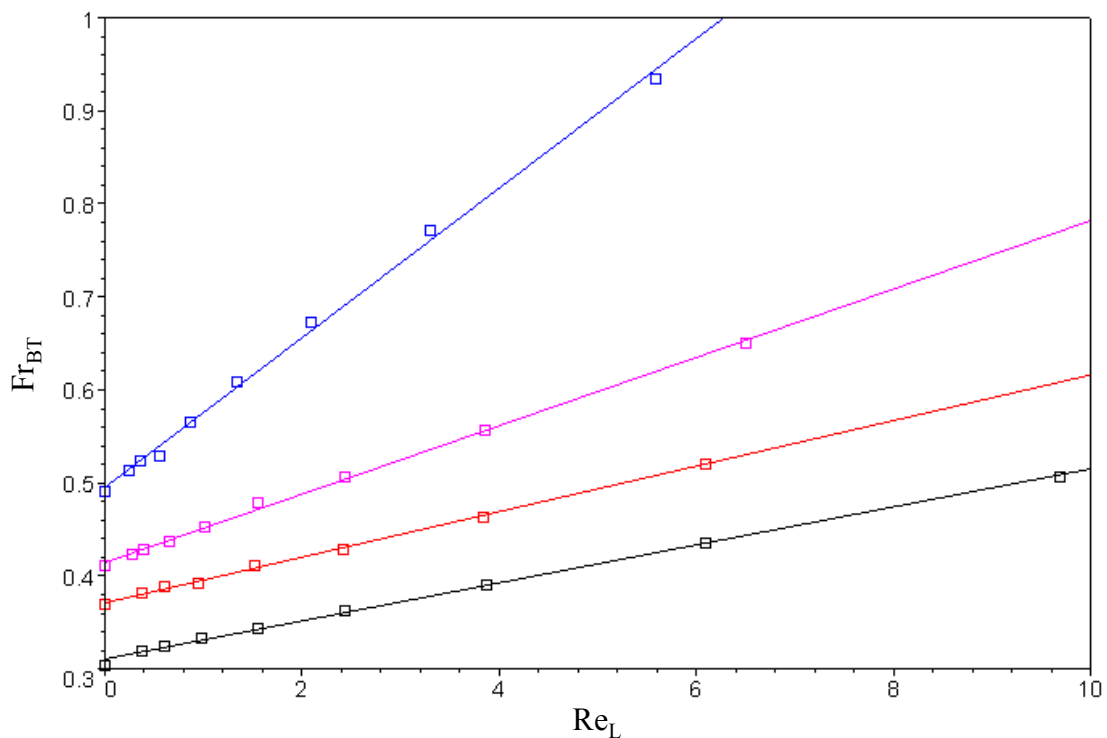


Figura 25. Diagrama  $Fr_{BT}$  vs.  $Re_L$  para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con  $Mo = 4.0 \times 10^2$ . Para  $d/D = 0$  (negro),  $1/6$  (rojo),  $1/3$  (violeta) y  $1/2$  (azul)

Tabla 9. Ecuaciones de ajuste  $Fr_{BT}$  vs  $Re_L$  para pruebas con líquido de  $Mo = 4.0 \times 10^2$

<b>d/D</b>	<b>Ecuación de ajuste</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>RSS</b>	<b>S</b>
<b>0</b>	$Fr_{BT} = 0.02044Re_L + 0.3108$	0.9975	0.00008494	0.003483
<b>1/6</b>	$Fr_{BT} = 0.02449Re_L + 0.3712$	0.9986	0.00002497	0.002040
<b>1/3</b>	$Fr_{BT} = 0.03675Re_L + 0.4144$	0.9986	0.00006923	0.003145
<b>1/2</b>	$Fr_{BT} = 0.08042Re_L + 0.4950$	0.9970	0.0005158	0.008584

En las tablas obtenidas en esta sección (7,8 y 9) se puede apreciar que de todos los ajustes correspondientes a las correlaciones de la forma “ $Fr_{BT} = mRe_L + b$ ”, sólo un caso arrojó un coeficiente de determinación menor que 0.965 (agua,  $d/D = 1/3$ ,  $R^2 = 0.9551$ ), cuatro casos arrojaron coeficientes mayores que 0.965 y menores que 0.985 y los siete casos restantes arrojaron coeficientes de determinación mayores que 0.985.

### 3.3 DESARROLLO DE CORRELACIONES GENERALES

En el punto anterior se presentaron para cada sección transversal y para cada líquido de prueba, las gráficas con sus respectivos ajustes por regresión lineal para la velocidad de ascenso de burbujas de Taylor en función de la velocidad de la corriente.

Partiendo de estos resultados, a continuación se presenta la metodología planteada para la generación de la correlación general por número de Morton (líquido de prueba), de la velocidad adimensional de ascenso de burbujas de Taylor (número de Froude) en columnas de líquido fluyente en función del factor geométrico ( $d/D$ ) para las cuatro secciones transversales consideradas en este estudio.

Generalizar esta correlación de velocidad de burbuja de Taylor implica caracterizar los factores de cada correlación con el factor geométrico ( $d/D$ ), es decir para cada  $Mo$ , se graficaron las tendencias de los parámetros “ $m$ ” y “ $b$ ” pertenecientes a las ecuaciones de ajustes encontradas, en función de “ $d/D$ ”.

En el caso de la pendiente “ $m$ ”, se utilizó una curva de ajuste exponencial de tres parámetros, la cual permite observar una tendencia lineal del comportamiento de este

parámetro para todos los líquidos de prueba. Respecto al valor de la ordenada en el origen “b” se utilizó una función lineal para el ajuste del comportamiento de este parámetro cuando se gráfica en función de “d/D”.

Finalmente, la ecuación generalizada, se obtuvo por medio de un modelo de regresión no-lineal que aplica el método iterativo y amortiguado de Gauss-Newton, donde la ecuación de ajuste de la curva viene dada para todos los casos “ $Fr_{BT} = mRe_L + b$ ”, con  $m$  función exponencial (de tres parámetros) de “d/D” y  $b$  función lineal de “d/D”.

### 3.3.1 Burbujas de Taylor Ascendiendo en Corriente de Líquido con $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$

En esta sección se presentan los resultados obtenidos aplicando la metodología anterior en las pruebas realizadas con agua. La gráfica 26 muestra los valores de las pendientes de cada recta “ $Fr_{BT} = m Re_L + b$ ” presentadas en la tabla 7 con el respectivo ajuste mediante una curva de ajuste exponencial de tres parámetros, y la gráfica 29 presenta la ordenada en el origen de cada recta “ $Fr_{BT} = m Re_L + b$ ” y la recta de ajuste “ $b = m'(d/D) + b''$ ”.

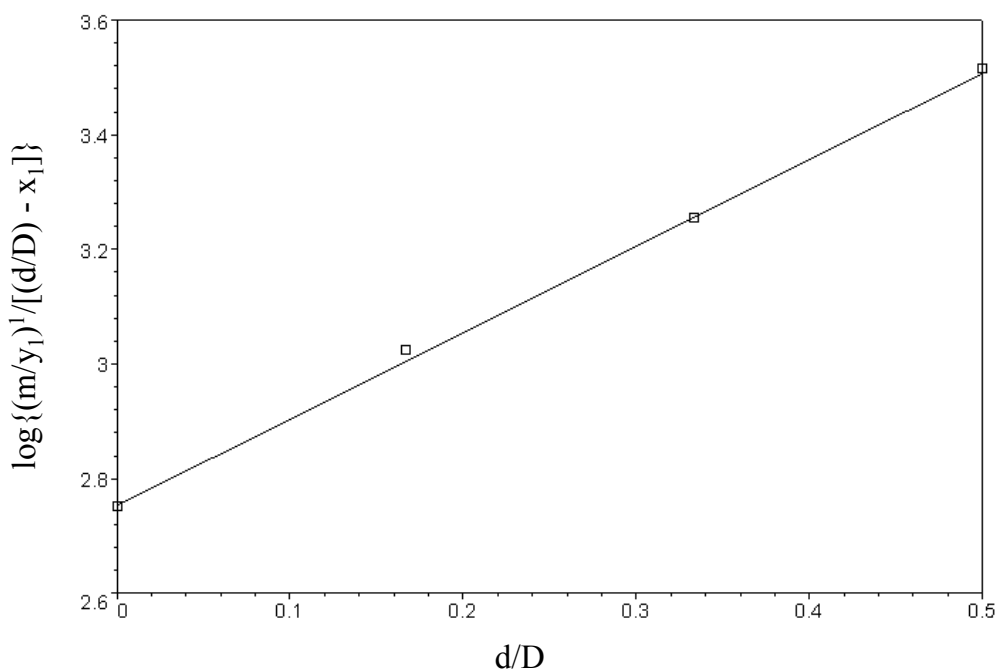


Figura 26. Diagrama  $\log\{(m/y_1)^1 / [(d/D) - x_1]\}$  vs.  $d/D$  con  $y_1 = 1$  y  $x_1 = 1.723$ , para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con  $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$

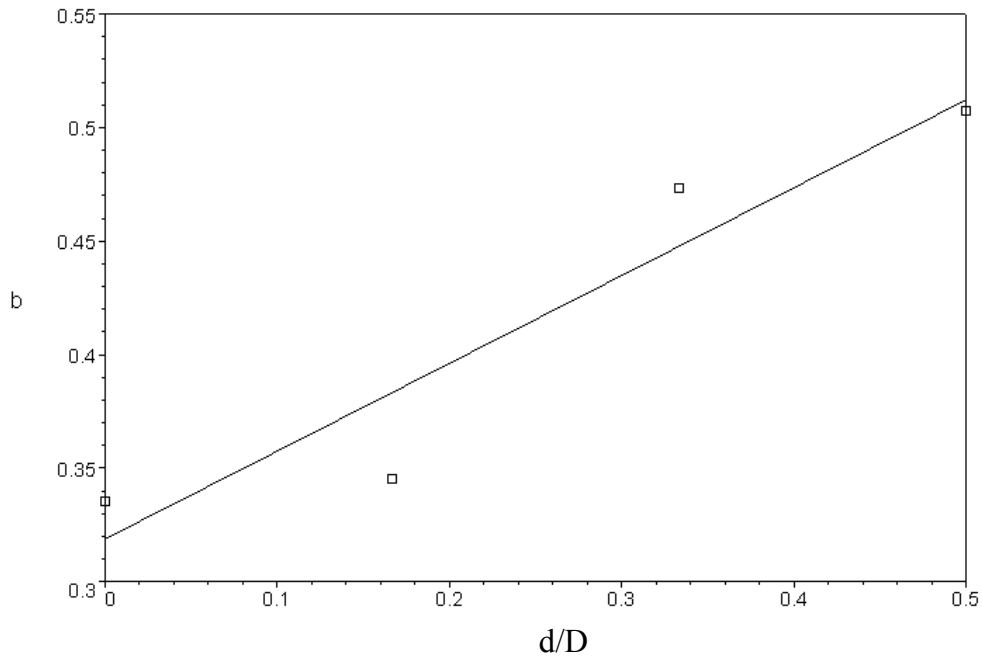


Figura 27. Diagrama b vs. d/D para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con  $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$

A partir de los ajustes obtenidos de las figuras 26 y 27, se tiene que la correlación generalizada para determinar la velocidad adimensional de ascenso de burbujas de Taylor en corrientes de líquido con  $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$ :

$$Fr_{BT} = e^{(3.479(d/D)^2 + 0.3505(d/D) - 10.92)} Re_L + 0.3868(d/D) + 0.3188 \quad (26)$$

### 3.3.2 Burbujas de Taylor Ascendiendo en Corriente de Líquido con $Mo = 1.0 \times 10^{-3}$

En esta sección se presentan los resultados obtenidos aplicando la metodología anterior en las pruebas realizadas con agua. En la figura 28, se muestra la tendencia de la pendiente “m” de cada una de las rectas dadas en la tabla 8 y la curva de ajuste exponencial de tres parámetros, mientras que en la figura 29, se observa la tendencia de la ordenada b y la recta de ajuste  $b = m'(d/D) + b'$ .

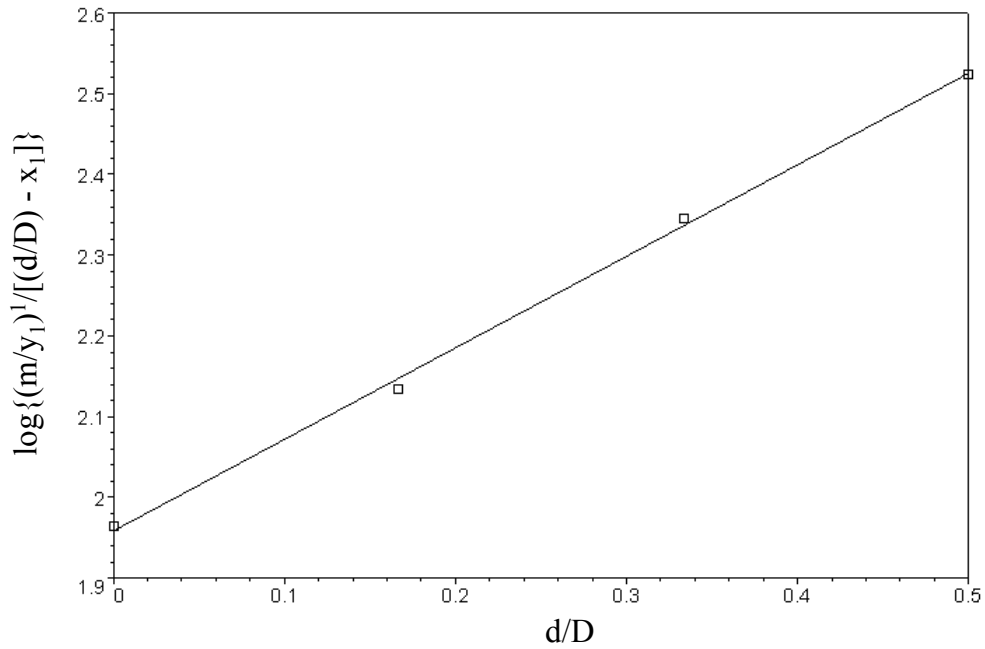


Figura 28. Diagrama  $\log \{(m/y_1)^1/[(d/D) - x_1]\}$  vs.  $d/D$  con  $y_1 = 1$  y  $x_1 = 1.587$ , para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con  $Mo = 1.0 \times 10^{-3}$

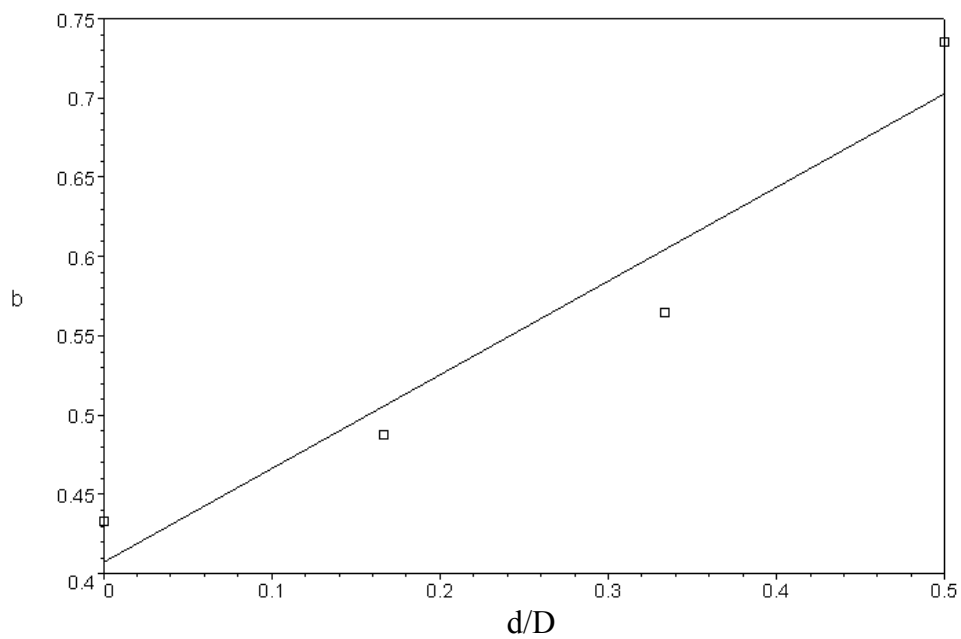


Figura 29. Diagrama  $b$  vs.  $d/D$  para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con  $Mo = 1.0 \times 10^{-3}$

La correlación que determina la velocidad adimensional de ascenso de burbujas de Taylor en corrientes de líquido con  $Mo = 1.0 \times 10^{-3}$  es:

$$Fr_{BT} = e^{(2.610(d/D)^2 + 0.3673(d/D) - 7.157)} Re_L + 0.5912(d/D) + 0.4072 \quad (27)$$

### 3.3.3 Burbujas de Taylor Ascendiendo en Corriente de Líquido con $Mo = 4.0 \times 10^2$

A continuación se muestran los resultados obtenidos con aceite de silicón. En la figura 30, se observa la tendencia de la pendiente “m” de cada una de las rectas dadas en la tabla 9, mientras que en la figura 31, se observa la tendencia de la ordenada b.

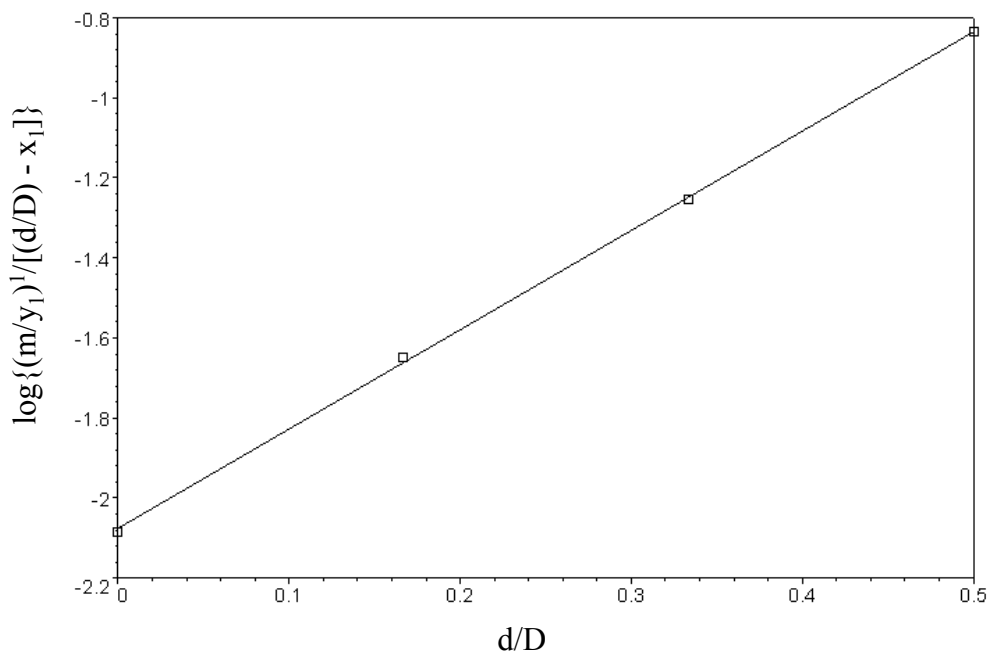


Figura 30. Diagrama  $\log \{(m/y_1)^1/[(d/D) - x_1]\}$  vs.  $d/D$  con  $y_1 = 1$  y  $x_1 = -0.811$ , para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con  $Mo = 4.0 \times 10^2$

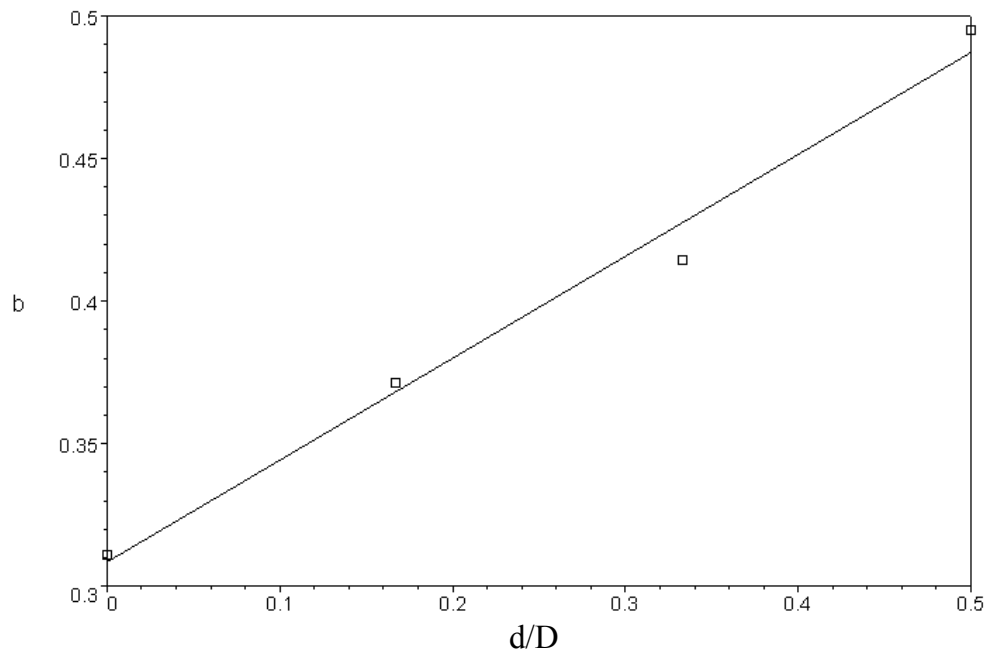


Figura 31. Diagrama b vs. d/D para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con  $Mo = 4.0 \times 10^2$

Finalmente, la correlación para determinar la velocidad adimensional de ascenso de burbujas de Taylor en corrientes de aceite de líquido con  $Mo = 4.0 \times 10^2$ , viene dada por:

$$Fr_{BT} = e^{(5.712(d/D)^2 + 0.1471(d/D) - 3.876)} Re_L + 0.3575(d/D) + 0.3085 \quad (28)$$

### 3.4 ESTIMACIÓN DEL ERROR MÁXIMO DE LAS CORRELACIONES GENERALES

En esta sección, se presenta la cuantificación de los errores máximos de las correlaciones propuestas, para ello se comparan los valores medidos experimentalmente con los obtenidos a través de las correlaciones, determinando el error relativo entre ambos valores.

#### 3.4.1 Correlación para Líquido con $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$

Para las pruebas realizadas con agua en la figura 32, se observa las líneas de error relativo de 15% por exceso (arriba) y por defecto (abajo), donde el error máximo por exceso al comparar los resultados experimentales con los ajustados aplicando la correlación es de 13.3% y por defecto de 9.59%.



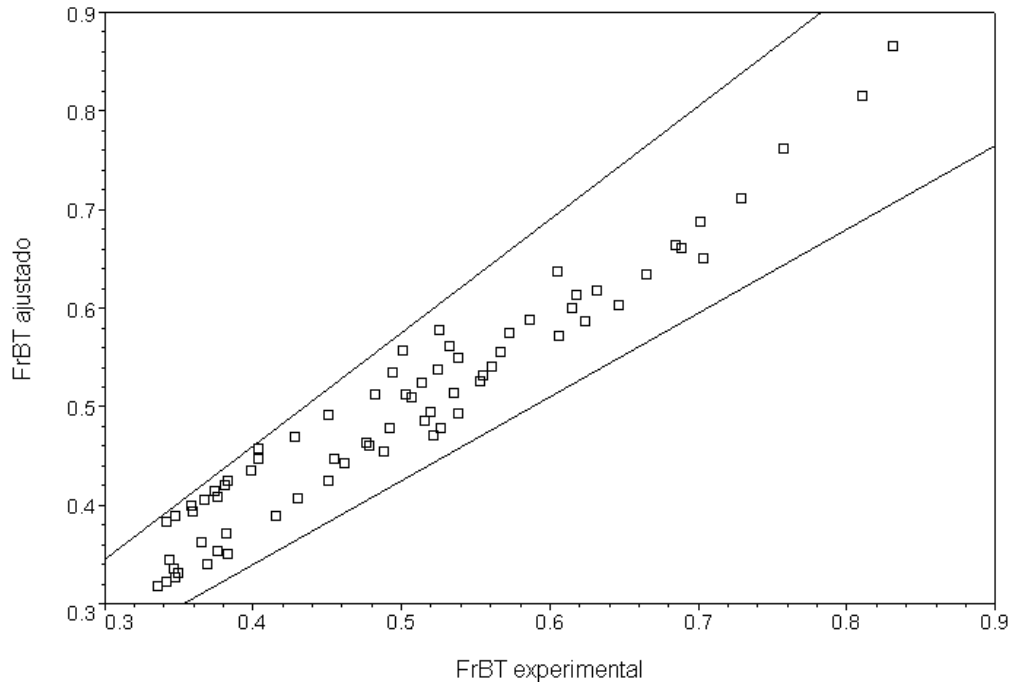


Figura 32. Diagrama  $Fr_{BT}$  ajustado vs.  $Fr_{BT}$  experimental para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con  $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$ . Las líneas representan errores relativos +/- 15%.

### 3.4.2 Correlación para Líquido con $Mo = 1.0 \times 10^{-3}$

Para las pruebas realizadas con aceite Puro lub 22 en la figura 33, se observa las líneas de error relativo de 10 % por exceso (arriba) y por defecto (abajo), donde el error máximo por exceso al comparar los resultados experimentales con los ajustados fue de 10.9% y por defecto de 6.69%.

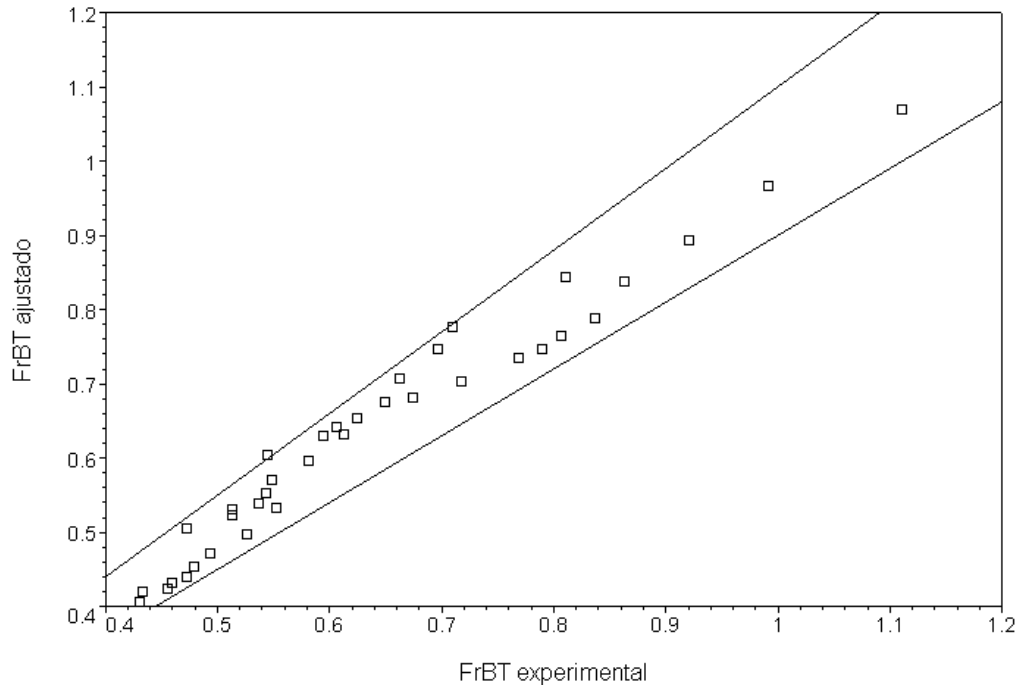


Figura 33. Diagrama Fr<sub>BT</sub> ajustado vs. Fr<sub>BT</sub> experimental para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con  $Mo = 1.0 \times 10^{-3}$ . Las líneas representan errores relativos +/- 10%

### 3.4.3 Correlación para Líquido con $Mo = 4.0 \times 10^2$

En la figura 34, se resumen los resultados obtenidos para las pruebas realizadas con aceite de aceite de silicón, se observa las líneas de error relativo de 5 % por exceso (arriba) y por defecto (abajo), donde el error máximo por exceso al comparar los resultados experimentales con los teóricos fue de 4.05% y por defecto de 2.65%.

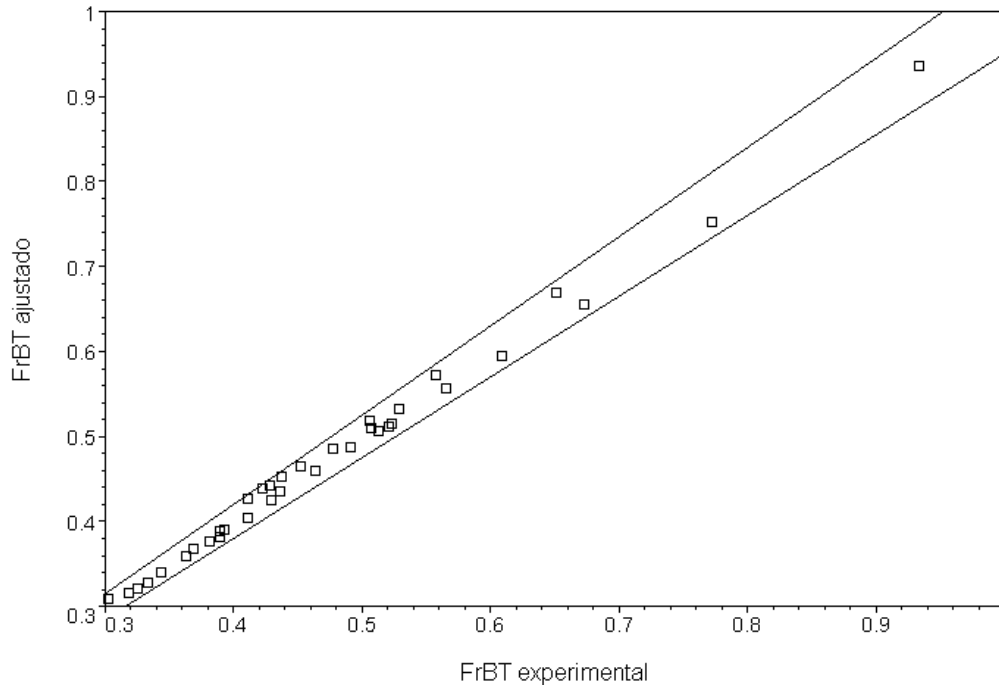


Figura 34. Diagrama  $Fr_{BT}$  ajustado vs.  $Fr_{BT}$  experimental para burbujas de Taylor ascendiendo en líquido con  $Mo = 4.0 \times 10^2$ . Las líneas representan errores relativos +/- 5%

### 3.5 TABLA RESUMEN DE LA CORRELACION GENERAL

A continuación se presenta un resumen de las correlaciones generales desarrolladas en la sección 3.3. Las cuales se caracterizan por tener la forma general que viene dada por:

$$Fr_{BT} = e^{(C1(d/D)^2 + C2(d/D) - C3)} Re_L + C4(d/D) + C5 \tag{29}$$

Los valores de las constantes “ $Cn$ ”, así como los errores máximos obtenidos para cada correlación de acuerdo al  $Mo$ , se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 10. Coeficientes para las ecuaciones generales y sus errores máximos, para cada número de Morton.

Mo	C1	C2	C3	C4	C5	Error Max. por exceso (%)	Error Max. por defecto (%)
$2.33 \times 10^{-11}$	3.479	0.3505	10.92	0.3865	0.3188	13.3	9.59
$1.0 \times 10^{-3}$	2.610	0.3673	7.157	0.5912	0.4072	10.9	6.69
$4.0 \times 10^2$	8.712	0.1471	3.876	0.3575	0.3085	4.05	2.65

### 3.6 ANALISIS CUALITATIVO DE LOS RESULTADOS

A continuación, se presentará un análisis detallado en lo que respecta al aspecto cualitativo de los datos adquiridos, mediante la digitalización de las imágenes generadas para cada una de las condiciones estudiadas experimentalmente. En este sentido, se detallará la diferenciación y el efecto que tiene sobre la forma de las burbujas de Taylor los cambios en: la sección transversal del conducto, viscosidad y tensión superficial del líquido.

#### 3.6.1 Forma de las Burbujas de Taylor en Tuberías de Sección Circular

Respecto a las formas de las burbujas de Taylor, se van a diferenciar de acuerdo a los tipos encontrados, durante la realización de las pruebas experimentales:

Simétricas: En la figura 35a, se aprecia que las características observadas durante grabaciones realizadas en las pruebas con agua, las cuales concuerdan con las mencionadas anteriormente en la sección 2.1, donde:

- La nariz es de forma semiesférica
- El cuerpo es cilíndrico y está limitado por un borde sombreado que define la interfase gas-líquido.
- La cola es parcialmente plana seguida por una gran cantidad de pequeñas burbujas, debido a la turbulencia que se crea durante el ascenso de la burbuja de Taylor.

- La película de líquido descendente disminuye su espesor hasta un punto en el cual se mantiene constante. Esta película, penetra dentro del tapón de líquido siguiente, creando la zona de mezclado aireada por pequeñas burbujas que se observan detrás de la cola.

Asimétricas: La figura 35b, muestra las características de este tipo de burbuja donde la única zona que la distingue del tipo anterior es la sección de la nariz la cual tiende a inclinarse hacia uno de los lados de la tubería.

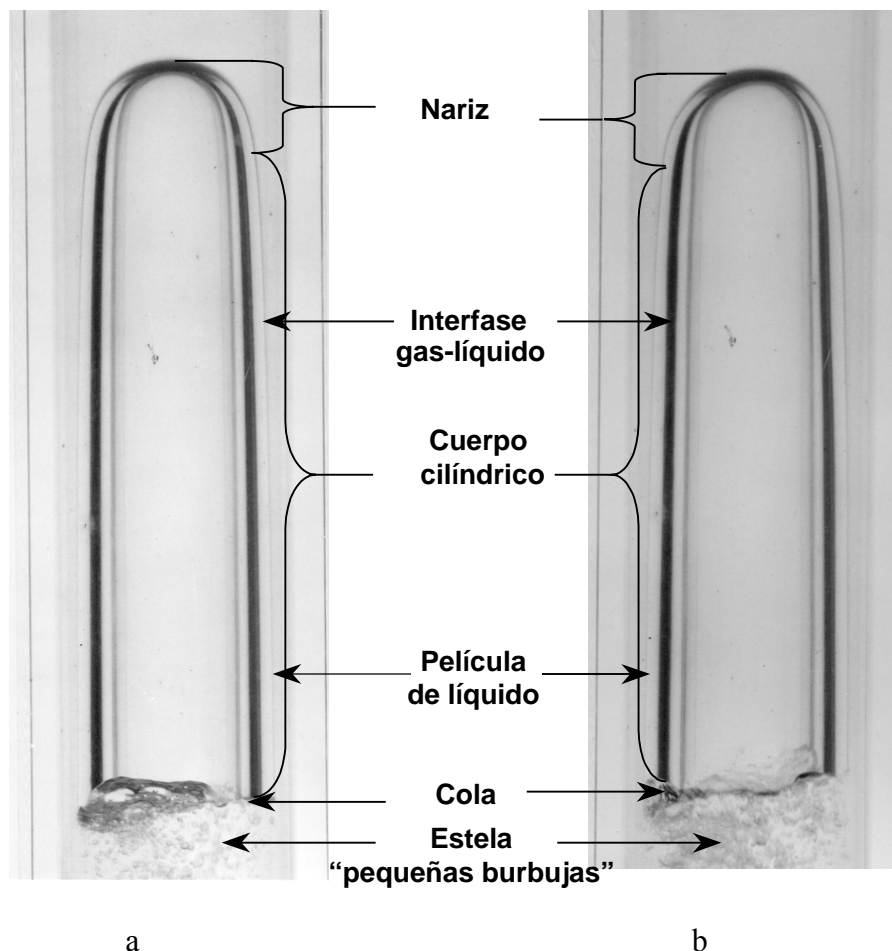


Figura 35. Burbuja de Taylor en un conducto circular: a) simétrica b) asimétrica

Es importante destacar que las burbujas asimétricas ascendían más rápidas que las simétricas, esto confirma lo obtenido por Bendiksen (1984), quién observó que los ligeros cambios en la posición radial de la burbuja eran función de la velocidad del líquido, donde la transición al valor más alto del coeficiente  $C$  de la ecuación 1 estaba relacionada a estos cambios.

### 3.6.2 Forma de las Burbujas de Taylor en Tuberías de Sección Anular

En lo que respecta a la forma de la burbuja cuando ascienden por tuberías de sección transversal anular, se distinguen las mismas regiones a las encontradas en el caso de espacio circular. En este caso se tiene:

- la región de la nariz es asimétrica respecto al eje geométrico de la tubería y su forma es elíptica envolviendo parcialmente la barra interna (ver figuras, 36a y 36b).
- la porción de líquido “en forma de grieta” llamado líquido conector, está confinado por los bordes de la burbuja de Taylor.
- la cola es parcialmente plana y se observa, al igual que en el espacio circular, una zona de mezclado aireada con pequeñas burbujas.

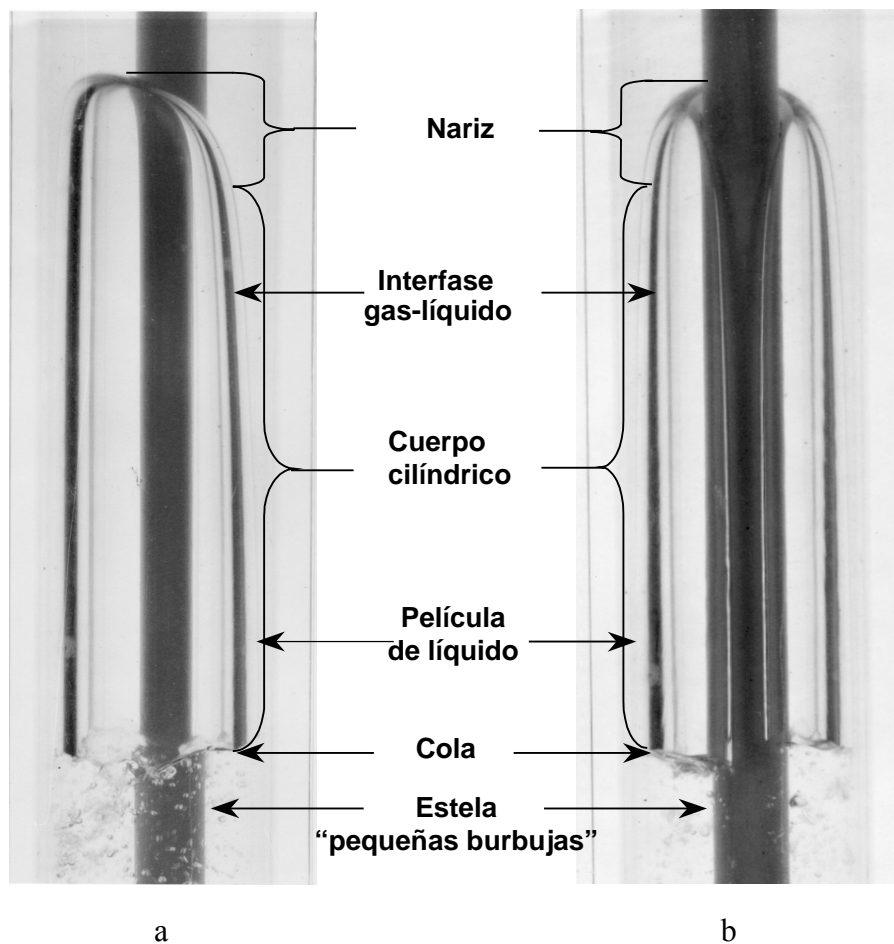


Figura 36. Burbuja de Taylor en conducto anular para  $d/D=1/3$ . a) vista lateral, b) vista frontal

### 3.6.3 Forma de la Cola de Burbujas de Taylor

De acuerdo a los resultados obtenidos por muchos autores, (Campos, J. Y Guedes, J.,1988) el patrón de flujo y la longitud de la cola de burbujas de Taylor ascendiendo a través de líquido estancado en tuberías depende sólo del parámetro adimensional  $N_f$ .

En un líquido en movimiento, el flujo en la cola es más complicado y determinar los parámetros influyentes en la variación de la forma de la cola, son más dificultosos de identificar (Pinto *et al.*, 1998).

En este caso, se tiene que el líquido frente de la nariz de la burbuja de Taylor, fluye a una velocidad menor y comienza a descender alrededor de la burbuja de Taylor y la pared interna de la tubería, formando así la película de líquido. A lo largo de la burbuja la velocidad media relativa entre la película de líquido y la burbuja cambia hasta que la capa limite adyacente a la pared ocupe todo el anular de líquido, es decir hasta que la película de líquido este completamente desarrollada (las fuerzas viscosas sobre un elemento de líquido se balancea con la fuerza gravitacional); Es por ello, que la velocidad media relativa permanece constante a lo largo del cuerpo de la burbuja.

En la parte posterior de la burbuja, la película de líquido penetra dentro de la cola específicamente en la porción de líquido que asciende detrás de la burbuja. Las líneas de corriente del líquido del zambullido en la región de la cola determinan el flujo en esta zona, es decir:

- Si la película de líquido, sufre un proceso de descenso lento, ya que el área abierta al flujo incrementa hasta que la película ocupa toda el área de la sección transversal, entonces la cola será cerrada, ver figura 37a.
- Si turbulentos remolinos son inducidos por colisiones entre corrientes de líquido a diferentes velocidades (en magnitud y sentido), la cola es abierta, ver figura 37b.

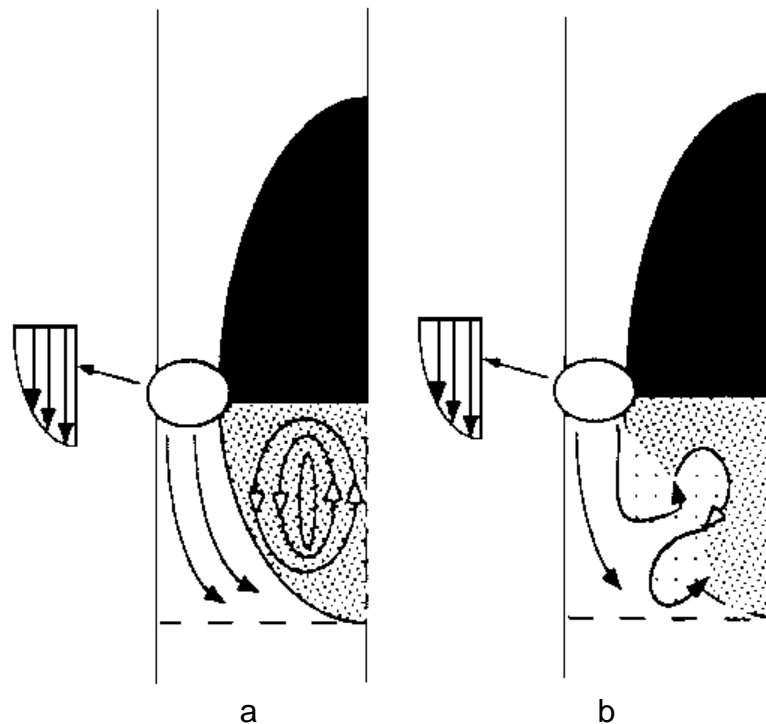


Figura 37. Representación del flujo de líquido en la estela de la burbuja: a) cola cerrada, b) cola abierta

### 3.6.3.1 Forma de la cola de burbujas de Taylor en líquidos de baja viscosidad, $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$

En la figura 38, se muestran las imágenes digitalizadas de las pruebas realizadas con agua, para la condición de flujo nula es decir  $V_L = 0$  y bajo dos de las configuraciones geométricas estudiadas. A estas condiciones se tiene que el valor de  $N_{f(\text{agua})} = 1109$  (caso sección circular) y según lo reportado en la literatura, está dentro del rango  $500 < N_f < 1500$ , donde se caracteriza por encontrar una cola cerrada y asimétrica respecto al eje, en la que la parte posterior de la burbuja de Taylor es plana y los anillos de los vórtices muestran ondulaciones periódicas. Sin embargo a través de las imágenes (ver figura 38), se observa que la forma de la cola corresponde más bien a las encontradas cuando  $N_f > 1500$  ya que esta no tiene un contorno totalmente definido, lo que hace dificultoso cuantificar visualmente la longitud de la cola. La interacción entre la película que cae con alta cantidad de movimiento y el líquido ascendiendo en la cola no es estabilizada por los efectos viscosos generando una región de alta turbulencia con gran cantidad de pequeñas burbujas.



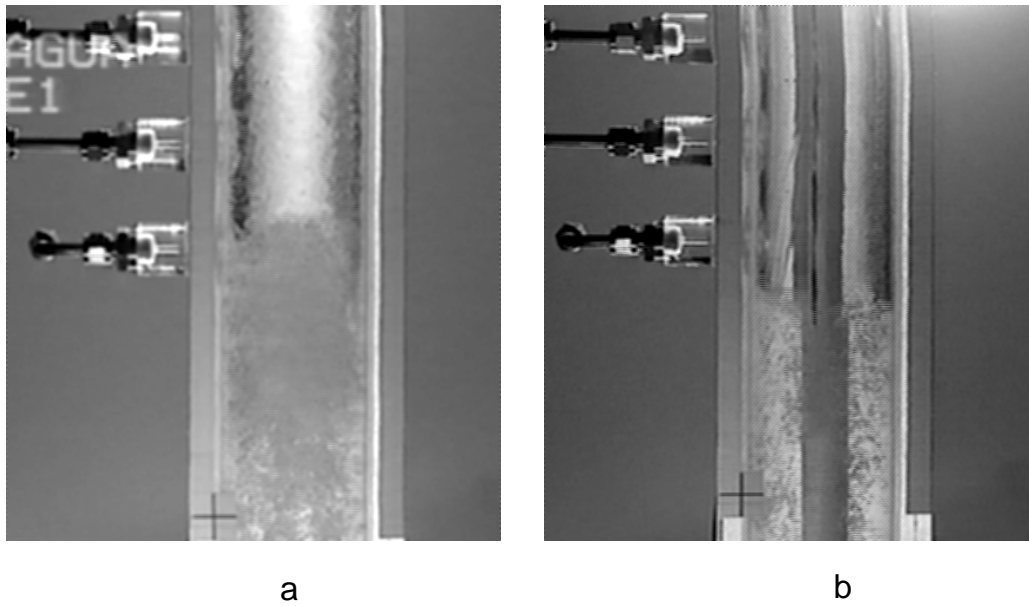


Figura. 38. Cola de burbujas de Taylor ascendiendo en agua. Condición líquido estancado: a)  $d/D = 0$  b)  $d/D = 1/3$

La figura 39 muestra las imágenes digitalizadas bajo condiciones de líquido fluyente en agua, las cuales se asemejan a las del caso anterior, excepto que aquí el nivel de turbulencia en la parte posterior de la burbuja es mayor debido a la influencia de la velocidad de la corriente, en este sentido se observa un mayor número de pequeñas burbujas.

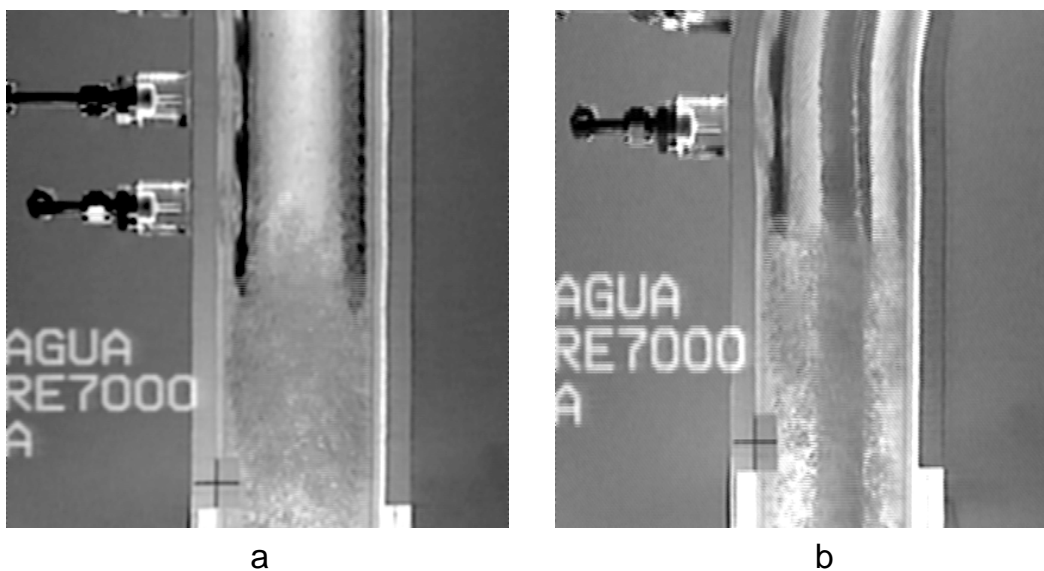


Figura. 39. Cola de burbujas de Taylor ascendiendo en agua. Condición líquido fluyente: a)  $d/D = 0$  b)  $d/D = 1/3$

### 3.6.3.2 Forma de la cola de burbujas de Taylor en líquidos de alta viscosidad, $Mo = 4.0 \times 10^2$

En las figuras 40 y 41, se presentan las imágenes digitalizadas de las pruebas realizadas a altas viscosidad (800cP), que corresponde al caso cuando se utilizó la mezcla de aceite de aceite de silicón.

Para este fluido se tiene que el valor de  $N_f = 1.36$ , lo que corresponde al caso de  $N_f < 500$ , que según lo reportado en la literatura para la condición de flujo nula ( $V_L = 0$ ), se tiene que la cola es cerrada y simétrica respecto al eje, con un vórtice toroidal interno y la parte posterior de la burbuja tiene la forma de un esferoide oblatado.

Sin embargo, los resultados encontrados para estas condiciones, ver figura 40, muestran una cola que se caracteriza por ser convexa y está rodeada por una membrana que encapsula una pequeña masa de líquido. No existen pequeñas burbujas detrás de la burbuja de Taylor.

Con la presencia de la barra interna se observa que la cantidad de líquido atrapado dentro de la membrana de aire es menor y tiende a desaparecer, en este sentido se tiene que el fondo de la interfase de la burbuja tiende a ser plano y estable.

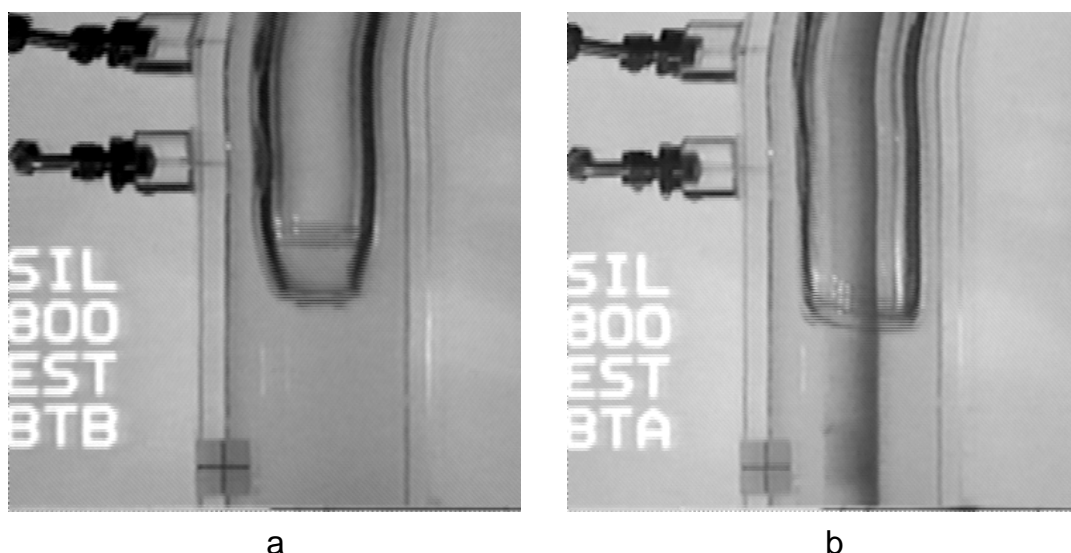


Figura. 40. Cola de burbujas de Taylor ascendiendo en aceite de silicón. Condición líquido estancado. a)  $d/D = 0$  b)  $d/D = 1/3$

En el caso cuando existe flujo de líquido a través de la sección transversal ( $V_L \neq 0$ ). La cola de la burbuja es más inestable y se observan pequeñas burbujas que son atrapadas dentro la región encapsulada y detrás de la burbuja de Taylor. Con el incremento de la velocidad del líquido, se tiene que en algunos casos, la membrana se rompe con lo que la interfase de la parte posterior de la burbuja es menos definida e inestable; esto puede atribuirse a lo expuesto por Pinto *et al.* (1998), donde la cola es abierta debido a que turbulentos remolinos son inducidos por colisiones entre corrientes de líquido que tienen diferentes velocidades (en magnitud y sentido), es decir, la interacción entre la película que cae con alta cantidad de movimiento y el líquido ascendiendo en la cola es más inestable.

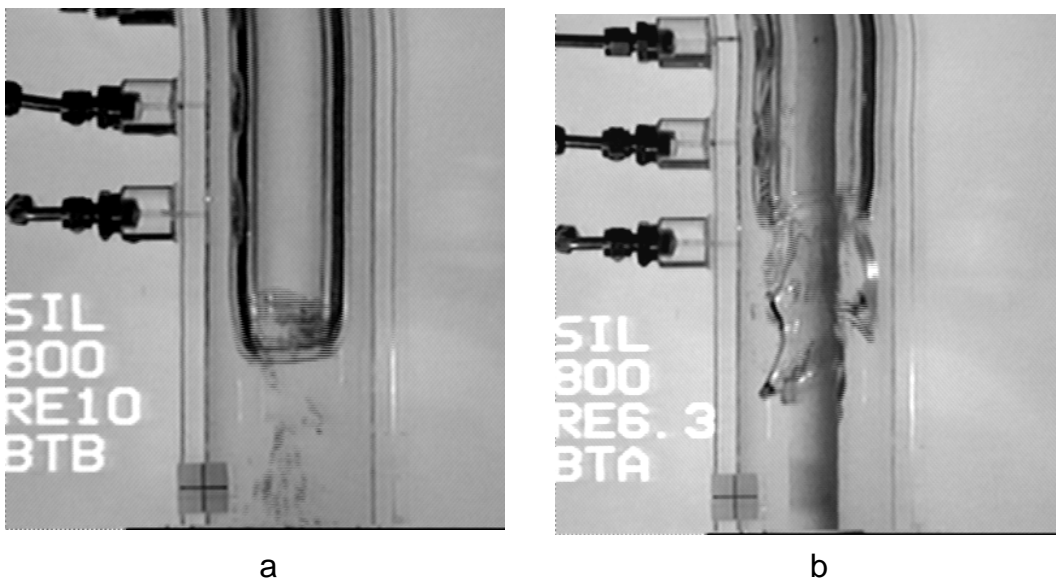


Figura. 41. Cola de burbujas de Taylor ascendiendo en aceite de silicón.  
Condición líquido fluyente: a)  $d/D = 0$  b)  $d/D = 1/3$

## CONCLUSIONES

- 1) La técnica de adquisición y procesamiento de imágenes utilizada en este trabajo, permitió obtener mediciones de velocidad de ascenso de la burbuja de Taylor con un error menor al 5%.
- 2) Conforme a lo reportado en la literatura (Viana, 2000), la velocidad de ascenso de la burbuja de Taylor con velocidad de líquido nula es mayor (hasta 11%) en conductos anulares que en conducto circular.
- 3) Los diagramas de número de Froude de la burbuja de Taylor vs. número de Reynolds de líquido, permiten visualizar el comportamiento del fenómeno estudiado (velocidad de ascenso de la burbuja de Taylor en líquido fluyente), ya que los puntos experimentales representados en tales diagramas revelan claramente su tendencia para todos los experimentos realizados.
- 4) En los diagramas antes mencionados (número de Froude de la burbuja de Taylor vs. número de Reynolds de líquido) en escalas lineales, los puntos experimentales muestran una tendencia lineal para todos los casos estudiados, lo que pone en evidencia que la velocidad de ascenso de la burbuja de Taylor no se ve alterada por posibles cambios en el régimen de flujo, al menos para los casos de agua como líquido de prueba en los que evaluó el régimen de flujo tanto laminar como turbulento, dado que  $0 \leq Re_L < 12000$ .
- 5) Para el caso de conductos anulares con velocidad de líquido nula, o lo que es lo mismo con número de Reynolds de líquido igual a cero, el número de Froude de la burbuja de Taylor aumenta a medida que el área de flujo disminuye, es decir cuando la relación diámetro de la barra interna entre diámetro de la tubería externa “ $d/D$ ” aumenta
- 6) Los resultados obtenidos en los experimentos realizados con agua como líquido de prueba muestran valores de la pendiente de las ecuaciones de ajustes aproximadamente igual al de la relación entre la velocidad máxima y la promedio del líquido ( $1.17 \approx 1.2$ ) propuesto en muchos trabajos como el valor del coeficiente “ $C$ ”, dado que para valores de  $Re_L > 2000$  se espera que comience la transición a flujo turbulento.

- 7) Los resultados de las pruebas realizadas con líquidos intermedia y alta viscosidad (aceite Purolub 22 y de silicón) muestran un valor de la pendiente de la ecuación de ajuste  $m \approx 2$ , lo que concuerda con lo reportado en la literatura (Pinto *et al.*, 1998) para flujo laminar completamente desarrollado.
- 8) De las propiedades del líquido, la tensión superficial es la más determinante en la forma de la cola de la burbuja de Taylor. Para líquidos con  $Mo = 2.33 \times 10^{-11}$ , el número de Reynolds de líquido (velocidad adimensional de la corriente) no influye notoriamente en la forma de la cola de la burbuja. Sin embargo, para líquidos con  $Mo = 4.0 \times 10^2$ , el número de Reynolds de líquido sí influye en la forma de la cola de la burbuja de Taylor, observándose la diferenciación entre cola abierta y cerrada.
- 9) Se desarrollaron tres correlaciones en función de parámetros con dimensiones (“ $V_{BT}$ ” y “ $V_L$ ”, para cada valor de “ $d/D$ ”) y tres más en función de parámetros adimensionales (“ $Fr_{BT}$ ”, “ $Re_L$ ” y “ $d/D$ ”) que caracterizan el ascenso de la burbuja de Taylor en corrientes de líquido en conductos de sección circular y de secciones anulares. Las correlaciones en función de parámetros adimensionales se determinaron mediante un modelo de regresión obtenido con los métodos de mínimos cuadrados e iterativo y amortiguado de Gauss-Newton, donde las ecuaciones de ajuste vienen dadas para todos los casos por: “ $Fr_{BT} = m Re_L + b$ ”, con “ $m$ ” función exponencial (de tres parámetros) de “ $d/D$ ” y “ $b$ ” función lineal de “ $d/D$ ”. Se propuso una correlación general acompañada de una tabla con los coeficientes correspondientes a tres valores de un cuarto parámetro adimensional (número de Morton).
- 10) La comparación entre los resultados obtenidos con las correlaciones propuestas y los resultados experimentales mostró que el máximo de los valores absolutos de los errores relativos fue del orden del 15% para los experimentos realizados con agua como líquido de prueba, del 10% para las pruebas con aceite Purolub 22 y del 5% en el caso del aceite de silicón.

---

**REFERENCIAS**

- Barnea, D. and Shemer. R., 1999. "On the interaction between two consecutive elongated bubbles in a vertical pipe". Tel - Aviv University.
- Bendiken, K., 1984. "An experimental investigation of the motion of long bubbles in inclined tubes" *International Journal Multiphase Flow*. Vol. 10, No. 4, pp. 467-483, 1984.
- Bendiken, K., 1985 "On the motion of long bubbles in vertical tubes" *International Journal Multiphase Flow*. Vol. 11, No. 6, pp. 797-812.
- Caetano, E., 1985. "Upward vertical two-phase flow through an annulus". Ph.D. dissertation. University of Tulsa.
- Campos, J. and Guedes, J., 1988. "An experimental study of the wake of gas slugs rising in liquids". *Journal of Fluid Mechanics*. Vol. 196, pp. 27 – 37.
- Collins, R., 1978 "The motion of a large bubble rising through liquid flowing in a tube". *Journal of Fluid Mechanics*. Vol. 89, No 3, pp 497-514.
- Das, G., Das P.K., Purohit, N. y Mitra, A., 1988. "Rise velocity a Taylor bubbles through concentric annulus" *Chemical Engineering Science*. Vol. 53, No 5, pp 977-993.
- Fabre, J. and Liné, A., 1992. "Modeling of two phase slug flow". *Annual Review Fluid Mechanical*. No 24, pp. 21 – 46.
- Griffith, P. and Wallis, G., 1961 "Two phase slug flow". *Journal of Heat Transfer*. Vol 83.
- Hasan, A. and Kabir, C., 1992 "Two phase flow in vertical and inclined annuli" *International Journal Multiphase Flow*. Vol. 18, No. 2, pp. 279-293.
- Hills, J. and Chéty P., 1998. "The rising velocity of Taylor Bubbles in Annulus". *Transation. International Chemical Engineers*, Vol. 76, pp 723-727.
- Kelessidis, V. and Duckler, A., 1990. "Motion of the large bubble of gas through liquids in vertical concentric and eccentric annuli". *International Journal Multiphase Flow*. Vol. 16, No. 3, pp. 375-390.

- Mao, Z. and Dukler, A., 1991 “The motion of Taylor bubbles in vertical tubes II. Experimental data and simulations for laminar and turbulent flow”. *Chemical Engineering Sciences*. Vol. 46, No 8, pp 2055-2064.
- Nicklin, D.; Wilkes, M. and Davidson, M., 1962 “Two phase flow in vertical tubes”. *Transactions International Chemical Engineers*. Vol. 40, pp 61-68.
- Pinto, A. y Campos J., 1996 “Coalescence of two gas slug rising in a vertical Column of liquid”. *Chemical Engineering Science*. Vol. 51, No. 1, pp 45-54.
- Pinto, A.; Coelho, M. and Campos J., 1998. “Coalescence of two gas slug rising in a co-current flowing liquid in vertical tubes”. *Chemical Engineering Science*. Vol. 53, No. 16, pp 2973-2983.
- Polonsky S. Shemer, L. y Barnea, D., 1999. “Averaged and time-dependent characteristics of the motion of an elongated bubble in a vertical pipe”. *International Journal Multiphase Flow*. Vol. 25, pp 795-812.
- Polonsky, S. Shemer, L. y Barnea, D., 1999 “The relation between the Taylor bubbles motion and the velocity field ahead of it”. *International Journal Multiphase Flow*. Vol. 25, pp 957-975.
- Sadatomi, M. and Saruwatari, S., 1982. “Two phase flow in vertical non – circular channels” *International Journal Multiphase Flow*, Vol. 6, pp 641-655.
- Shosho C. and Ryan M., 2001. “An experimental study of the motion of long bubbles in inclined tubes”. *Chemical Engineering Science*, Vol. 56, pp 2191-2204.
- Van Hout R. Barnea, D. Y Shemer, L., 2002. “Translational velocities of elongated bubbles in continuous slug flow” *International Journal Multiphase Flow*. Vol. 28, pp 1333-1350.
- Viana, F., 2000 “Caracterización cinemática del ascenso de burbujas en fluidos de alta viscosidad a través de espacios anulares”. Trabajo especial de grado, Ingeniero Químico. Universidad Central de Venezuela, 2000.
- White, E. and Beardmore, R., 1962. “The velocity of rise of single cylindrical air bubbles through liquids contained in vertical tubes” *Chemical Engineering Science*. Vol. 17, No. 16, pp 351-361.

**APÉNDICE A**  
**CARACTERIZACIÓN DE LOS LÍQUIDOS DE PRUEBA**



## APÉNDICE A.1. CARACTERIZACIÓN DEL AGUA

Tabla A.1.1. Densidad del agua

Temperatura (°C)	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )
10	1000
20	998
30	996
40	992
50	988
60	983
70	978
80	972
90	965
100	958

Ecuación de ajuste:  $\rho = -0.0036T^2 - 0.0698T + 1000.643$   
con  $T(^{\circ}\text{C})$  y  $\rho(\text{kg/m}^3)$

Tabla A.1.2. Viscosidad dinámica del agua

Temperatura (°C)	Viscosidad (Pa.s)
10	$1.307 \times 10^{-3}$
20	$1.005 \times 10^{-3}$
30	$0.799 \times 10^{-3}$
40	$0.657 \times 10^{-3}$
50	$0.548 \times 10^{-3}$
60	$0.467 \times 10^{-3}$
70	$0.405 \times 10^{-3}$
80	$0.355 \times 10^{-3}$
90	$0.316 \times 10^{-3}$
100	$0.283 \times 10^{-3}$

Ecuación de ajuste:  $\mu = -3 \times 10^{-9}T^3 + 6 \times 10^{-7}T^2 + 5 \times 10^{-5}T + 0.0018$   
con  $T(^{\circ}\text{C})$  y  $\mu(\text{Pa.s})$

Tabla A.1.3. Tensión superficial del agua

Temperatura (°C)	Tensión superficial (N/m)
10	0.0742
20	0.0728
30	0.0712
40	0.0696
50	0.0679
60	0.0662
70	0.0644
80	0.0626
90	0.0608
100	0.0589
Ecuación de ajuste: con $T(^{\circ}\text{C})$ y $\sigma(\text{N/m})$	$\sigma = -16.791 \times 10^{-5} T + 0.076$

## APÉNDICE A.2. CARACTERIZACIÓN DEL ACEITE PUROLUB 22

Tabla A.2.1. Densidad del aceite Purolub 22

Temperatura (°C)	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )
20	865
30	859
40	854
50	848
60	841
70	835
80	829
90	823
100	817
110	811

Ecuación de ajuste:  $\rho = -0.6174 T + 877.2$   
 con  $T(^{\circ}\text{C})$  y  $\rho(\text{kg/m}^3)$

Tabla A.2.2. Viscosidad dinámica del aceite Purolub 22

Temperatura (°C)	Viscosidad (Pa.s)
20	0.0414
30	0.0258
40	0.0186
50	0.0124
60	0.00875
70	0.00662
80	0.00516
90	0.00413
100	0.00337
110	0.00281

Ecuación de ajuste:  $\mu = (10^{(10^{(7.792 - 3.067 \log(T + 273.15))}) - 0.7}) \times (877.2 - 0.6174 T) \times 10^{-6}$   
 con  $T(^{\circ}\text{C})$  y  $\mu(\text{Pa.s})$

Tabla A.2.3. Tensión superficial del aceite Purolub 22

Temperatura (°C)	Tensión superficial (N/m)
20	0.032

## APÉNDICE A.3 CARACTERIZACIÓN DEL ACEITE DE SILICÓN

Tabla A.3.1. Densidad del aceite de silicón

Temperatura (°C)	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )
15	975
20	970
25	966
Ecuación de ajuste: $\rho = 0.026T^2 - 1.93T + 998$ con $T(^{\circ}\text{C})$ y $\rho(\text{kg/m}^3)$	

Tabla A.3.2. Viscosidad dinámica del aceite de silicón

Temperatura (°C)	Viscosidad (Pa.s)
15	0.892
20	0.812
25	0.734
30	0.680
Ecuación de ajuste: $\mu = 9 \times 10^{-6} T^4 - 8 \times 10^{-4} T^3 + 0.0244 T^2 - 0.359 T + 2.905$ con $T(^{\circ}\text{C})$ y $\mu(\text{Pa.s})$	

Tabla A.3.4. Tensión superficial del aceite de silicón

Temperatura (°C)	Tensión superficial (N/m)
15	0.0216
20	0.0213
25	0.0212
Ecuación de ajuste: con $T(^{\circ}\text{C})$ y $\sigma(\text{N/m})$	$\sigma = 6 \times 10^{-6} T^2 - 3 \times 10^{-4} T + 0.0246$

**APÉNDICE B**  
**CÁLCULOS DEL FACTOR DE ESCALA**

En esta sección se presentan todos aquellos cálculos realizados para obtener los valores del factor de escala y la velocidad de ascenso de burbujas de Taylor tanto experimental como teórica.

## **APÉNDICE B. CÁLCULO DEL FACTOR DE ESCALA**

Los cálculos que se muestran a continuación corresponden a la malla mostrada en la figura 19, donde se observa la imagen digital de dicha malla y se indican los puntos seleccionados para el análisis.

### **B.1. Factor de escala vertical**

Se calculó la distancia en pixeles entre cada par de puntos de las horizontales H1 y H2; para ello se calculó la diferencia de las coordenadas y de cada par de puntos por ejemplo:

*Punto 1* de la horizontal H1: (163;156)

*Punto 2* de la horizontal H2: (163;238)

$$Vd \text{ (distancia vertical digital)} = 238 - 156 = 82 \text{ pixel}$$

Esta operación se realizó para el resto de pares de puntos pertenecientes a las horizontales H1 y H2 y se encuentran reportados en la tabla IV.1

En la tabla IV.1 también se muestran los cálculos del promedio aritmético de los valores de  $Vd$ , así como de la desviación estándar, obtenidas a partir de las herramientas de Excel, de donde se obtuvo:

$$Vd = 82 \text{ pixels}$$

$$DS_{Vd} = 0 \text{ pixels}$$

El error absoluto de la medición es :

$$E(Vd) = 3 \cdot \sigma_{Vd} = 3 \cdot 0 = 0$$

Finalmente se tiene, que la distancia vertical digital entre las dos horizontales H1 y H2 es:

$$Vd = 82 \text{ pixels}$$

Por otro lado se midió la distancia real con un vernier ( $Vr$ ) entre las dos horizontales (H1 y H2), donde se tiene que  $Vr = 45 \pm 0.05 \text{ mm}$

El factor de escala de una distancia vertical es entonces el cociente entre el valor de la distancia real y la distancia digital, es decir:

$$FE_v = \frac{Vr}{Vd} = \frac{\text{mm}}{\text{pixel}}$$

Según la definición mostrada en el apéndice, el error del factor de escala viene dado por:

$$E(FE) = \left| \frac{\partial FE}{\partial Vd} \right| E(Vd) + \left| \frac{\partial FE}{\partial Vr} \right| E(Vr)$$

$$E(FE_v) = \left| \frac{-Vr}{Vd^2} \right| E(Vd) + \left| \frac{1}{Vd} \right| E(Vr)$$

Por lo tanto, el factor de escala vertical debe ser expresado como:

$$FE_v = 0.549 \pm 0.0006 \frac{\text{mm}}{\text{pixels}}$$



## B.2 Factor de escala horizontal

Para el cálculo del factor de escala horizontal se siguió el mismo procedimiento anterior, con la particularidad de que en este caso se calculó la diferencia de las coordenadas  $x$  de los pares de puntos de las verticales V1 y V2 (ver tabla IV.2)

El valor de la distancia horizontal digital entre las dos verticales fue de:

$$H_d = 112 \text{ pixels}$$

Debido a que la separación real entre las horizontales H1 y H2 y entre las verticales V1 y V2 es la misma, el valor medio en la malla entre las verticales ( $H_r$ ) es de  $30 \pm 0.05$  mm.

Por lo tanto el factor de escala horizontal es:

$$FE_H = \frac{H_r}{H_d} = \frac{mm}{pixel}$$

$$FE_H = 0.268 \pm 0.0004 \frac{mm}{pixels}$$

**APÉNDICE C**  
**MATRICES EXPERIMENTALES**

## APÉNDICE C. MATRICES EXPERIMENTALES

### C.1 Matrices experimentales para pruebas con agua

Tabla C.1. Matrices experimentales para agua



d/D = 0

Reynolds	V <sub>Liq</sub> (m/seg)	Q <sub>Liq</sub> (m <sup>3</sup> /s)
250	3,280839895E-03	1,496183501E-05
500	6,561679790E-03	2,992367003E-05
750	9,842519685E-03	4,488550504E-05
1000	1,312335958E-02	5,984734005E-05
1250	1,640419948E-02	7,480917506E-05
1500	1,968503937E-02	8,977101008E-05
1750	2,296587927E-02	1,047328451E-04
2000	2,624671916E-02	1,196946801E-04
2500	3,280839895E-02	1,496183501E-04
3000	3,937007874E-02	1,795420202E-04
3500	4,593175853E-02	2,094656902E-04
4000	5,249343832E-02	2,393893602E-04
5000	6,561679790E-02	2,992367003E-04
6000	7,874015748E-02	3,590840403E-04
7000	9,186351706E-02	4,189313804E-04
8000	1,049868766E-01	4,787787204E-04
9000	1,181102362E-01	5,386260605E-04
10000	1,312335958E-01	5,984734005E-04
11000	1,443569554E-01	6,583207406E-04

d/D=1/6

Reynolds	V <sub>Liq</sub> (m/seg)	Q <sub>Liq</sub> (m <sup>3</sup> /s)
250	3,937007874E-03	1,745547418E-05
500	7,874015748E-03	3,491094836E-05
750	1,181102362E-02	5,236642254E-05
1000	1,574803150E-02	6,982189673E-05
1250	1,968503937E-02	8,727737091E-05
1500	2,362204724E-02	1,047328451E-04
1750	2,755905512E-02	1,221883193E-04
2000	3,149606299E-02	1,396437935E-04
2500	3,937007874E-02	1,745547418E-04
3000	4,724409449E-02	2,094656902E-04
3500	5,511811024E-02	2,443766385E-04
4000	6,299212598E-02	2,792875869E-04
5000	7,874015748E-02	3,491094836E-04
6000	9,448818898E-02	4,189313804E-04
7000	1,102362205E-01	4,887532771E-04
8000	1,259842520E-01	5,585751738E-04
9000	1,417322835E-01	6,283970705E-04

d/D = 1/3

Reynolds	V <sub>Liq</sub> (m/seg)	Q <sub>Liq</sub> (m <sup>3</sup> /s)
250	4,921259843E-03	1,994911335E-05
500	9,842519685E-03	3,989822670E-05
750	1,476377953E-02	5,984734005E-05
1000	1,968503937E-02	7,979645340E-05
1250	2,460629921E-02	9,974556675E-05
1500	2,952755906E-02	1,196946801E-04
2000	3,937007874E-02	1,595929068E-04
2500	4,921259843E-02	1,994911335E-04
3000	5,905511811E-02	2,393893602E-04
3500	6,889763780E-02	2,792875869E-04
4000	7,874015748E-02	3,191858136E-04
4500	8,858267717E-02	3,590840403E-04
5000	9,842519685E-02	3,989822670E-04
5500	1,082677165E-01	4,388804937E-04
6000	1,181102362E-01	4,787787204E-04
6500	1,279527559E-01	5,186769471E-04
7000	1,377952756E-01	5,585751738E-04

d/D = 1/2

Reynolds	V <sub>Liq</sub> (m/seg)	Q <sub>Liq</sub> (m <sup>3</sup> /s)
250	6,561679790E-03	2,244275252E-05
500	1,312335958E-02	4,488550504E-05
750	1,968503937E-02	6,732825756E-05
1000	2,624671916E-02	8,977101008E-05
1250	3,280839895E-02	1,122137626E-04
1500	3,937007874E-02	1,346565151E-04
1750	4,593175853E-02	1,570992676E-04
2000	5,249343832E-02	1,795420202E-04
2500	6,561679790E-02	2,244275252E-04
3000	7,874015748E-02	2,693130302E-04
3500	9,186351706E-02	3,141985353E-04
4000	1,049868766E-01	3,590840403E-04
5000	1,312335958E-01	4,488550504E-04
6000	1,574803150E-01	5,386260605E-04
7000	1,837270341E-01	6,283970705E-04

## C.2 Matrices experimentales para pruebas con aceite Purolub 22

Tabla C.2. Matrices experimentales para aceite Purolub 22

d/D = 0

Reynolds	V <sub>Liq</sub> (m/seg)	Q <sub>Liq</sub> (m <sup>3</sup> /s)
10	5,643044619E-03	2,573435622E-05
14	7,840985073E-03	3,575777202E-05
19	1,089501343E-02	4,968526311E-05
27	1,513857207E-02	6,903744923E-05
37	2,103497769E-02	9,592722465E-05
52	2,922800672E-02	1,332904464E-04
72	4,061218365E-02	1,852064748E-04
100	5,643044619E-02	2,573435622E-04
139	7,840985073E-02	3,575777202E-04
193	1,089501343E-01	4,968526311E-04

d/D=1/6

Reynolds	V <sub>Liq</sub> (m/seg)	Q <sub>Liq</sub> (m <sup>3</sup> /s)
10	6,771653543E-03	3,002341559E-05
14	9,409182088E-03	4,171740069E-05
19	1,307401612E-02	5,796614030E-05
27	1,816628649E-02	8,054369077E-05
37	2,524197322E-02	1,119150954E-04
52	3,507360806E-02	1,555055208E-04
72	4,873462038E-02	2,160742206E-04
100	6,771653543E-02	3,002341559E-04
139	9,409182088E-02	4,171740069E-04
193	1,307401612E-01	5,796614030E-04

d/D = 1/3

Reynolds	V <sub>Liq</sub> (m/seg)	Q <sub>Liq</sub> (m <sup>3</sup> /s)
10	8,661417323E-03	3,511043950E-05
14	1,203500034E-02	4,878579749E-05
19	1,672257875E-02	6,778764580E-05
27	2,323594783E-02	9,419062841E-05
37	3,228624482E-02	1,308774538E-04
52	4,486159171E-02	1,818536323E-04
72	6,233497955E-02	2,526848028E-04
100	8,661417323E-02	3,511043950E-04
139	1,203500034E-01	4,878579749E-04
193	1,672257875E-01	6,778764580E-04

d/D = 1/2

Reynolds	V <sub>Liq</sub> (m/seg)	Q <sub>Liq</sub> (m <sup>3</sup> /s)
10	1,102362205E-02	3,770382423E-05
14	1,531727317E-02	5,238929389E-05
19	2,128328205E-02	7,279468782E-05
27	2,957302451E-02	1,011478907E-04
37	4,109158432E-02	1,405445384E-04
52	5,709657127E-02	1,952860029E-04
72	7,933542852E-02	2,713490212E-04
100	1,102362205E-01	3,770382423E-04
139	1,531727317E-01	5,238929389E-04
193	2,128328205E-01	7,279468782E-04

### **C.3 Matrices experimentales para pruebas con aceite Silicón**

Tabla C.3. Matrices experimentales para aceite de silicón

**d/D = 0**

Reynolds	V <sub>Liq</sub> (m/seg)	Q <sub>Liq</sub> (m <sup>3</sup> /s)
0,1	9,951253080E-04	4,538136926E-06
0,2	1,577167326E-03	7,192462320E-06
0,3	2,499641759E-03	1,139928457E-05
0,4	3,961665207E-03	1,806664851E-05
0,6	6,278816218E-03	2,863370824E-05
1,0	9,951253080E-03	4,538136926E-05
1,6	1,577167326E-02	7,192462320E-05
2,5	2,499641759E-02	1,139928457E-04
4,0	3,961665207E-02	1,806664851E-04
6,3	6,278816218E-02	2,863370824E-04
10,0	9,951253080E-02	4,538136926E-04

**d/D = 1/6**

Reynolds	V <sub>Liq</sub> (m/seg)	Q <sub>Liq</sub> (m <sup>3</sup> /s)
0,1	1,194150370E-03	5,294493080E-06
0,2	1,892600792E-03	8,391206040E-06
0,3	2,999570111E-03	1,329916533E-05
0,4	4,753998249E-03	2,107775660E-05
0,6	7,534579461E-03	3,340599294E-05
1,0	1,194150370E-02	5,294493080E-05
1,6	1,892600792E-02	8,391206040E-05
2,5	2,999570111E-02	1,329916533E-04
4,0	4,753998249E-02	2,107775660E-04
6,3	7,534579461E-02	3,340599294E-04

**d/D=1/3**

Reynolds	V <sub>Liq</sub> (m/seg)	Q <sub>Liq</sub> (m <sup>3</sup> /s)
0,1	1,524260419E-03	6,178833236E-06
0,2	2,415789962E-03	9,792790733E-06
0,3	3,828769065E-03	1,552052737E-05
0,4	6,068190027E-03	2,459837817E-05
0,6	9,617433064E-03	3,898580210E-05
1,0	1,524260419E-02	6,178833236E-05
1,6	2,415789962E-02	9,792790733E-05
2,5	3,828769065E-02	1,552052737E-04
4,0	6,068190027E-02	2,459837817E-04
6,3	9,617433064E-02	3,898580210E-04

**d/D = 1/2**

Reynolds	V <sub>Liq</sub> (m/seg)	Q <sub>Liq</sub> (m <sup>3</sup> /s)
0,1	1,990250616E-03	6,807205389E-06
0,2	3,154334653E-03	1,078869348E-05
0,3	4,999283518E-03	1,709892685E-05
0,4	7,923330414E-03	2,709997277E-05
0,6	1,255763244E-02	4,295056235E-05
1,0	1,990250616E-02	6,807205389E-05
1,6	3,154334653E-02	1,078869348E-04
2,5	4,999283518E-02	1,709892685E-04
4,0	7,923330414E-02	2,709997277E-04
6,3	1,255763244E-01	4,295056235E-04



**ANEXO I**  
**ESPECIFICACIONES DE LOS EQUIPOS**

Tabla I.1 Especificaciones de los equipos

Opcion	Fabricante	Modelo	Rango de medición	precisión
PT	cole parmer	2 1/2" dia Gauges high accuracy U-68022-03	0 - 60psi	1%
TT	cole parmer	U-90510-01 Dial size 3" Stem length 2.5"	hasta150C	1%
Q	Cole parmer	Engranajes (U-32928-22)	0,1 - 20	0,5%

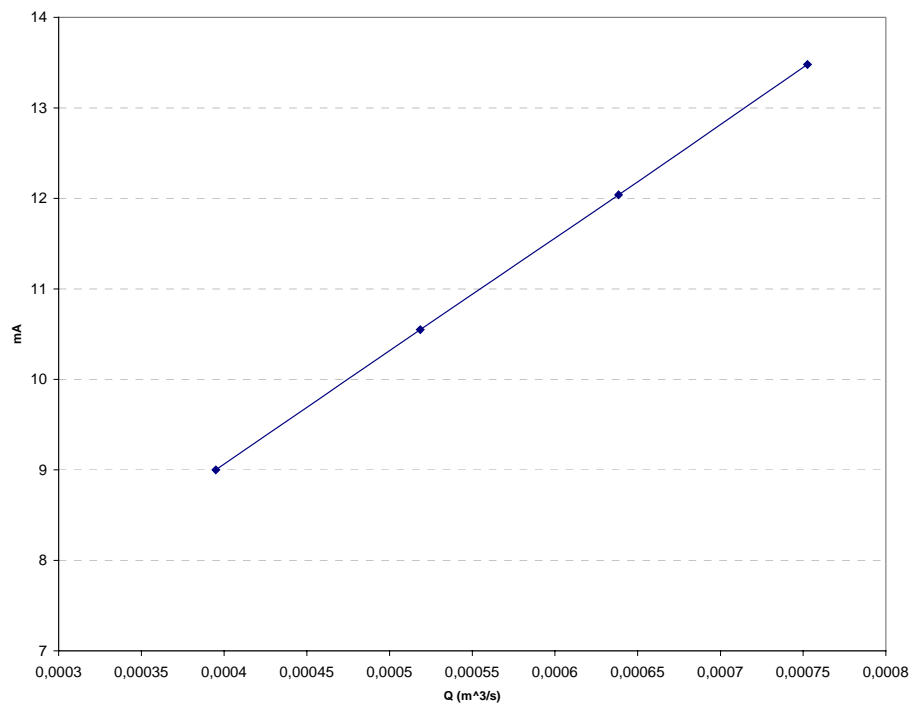


Figura I.1 Curva de calibración del medidor de caudal

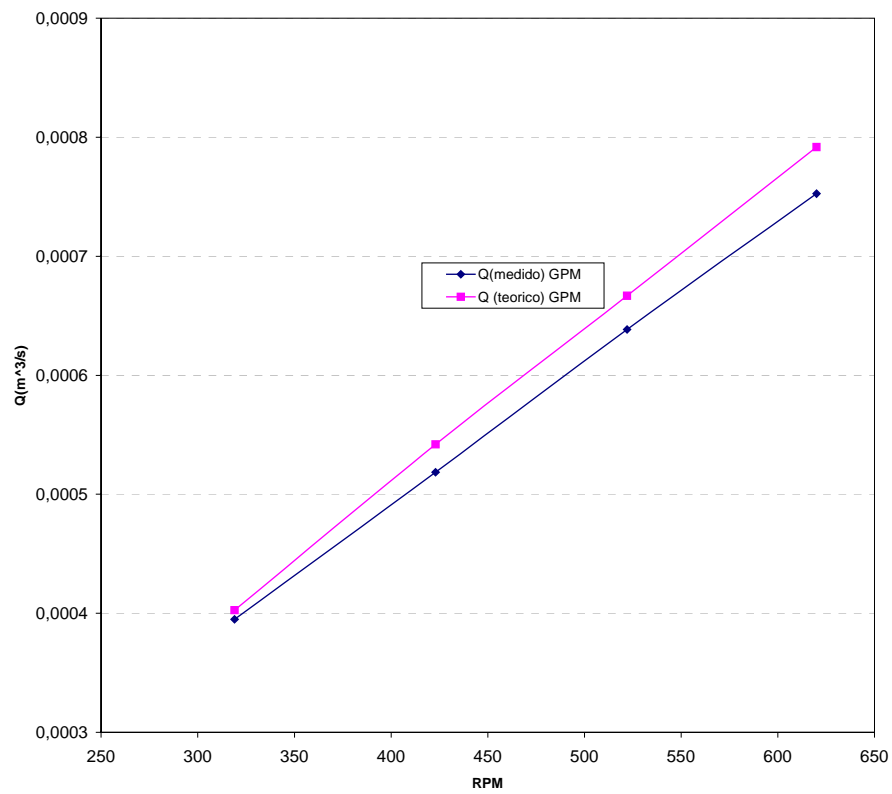


Figura I.2 Comparación valores obtenidos con el medidor de flujo vs. los teóricos obtenidos de la curva de la bomba de inyección de líquido

## **ANEXO II**

## **PLANOS**

**ANEXO III**

**RESULTADOS MEDIDOS EN LAS PRUEBAS**

Tabla III.1. Resultados pruebas en agua

<b>d/D = 0</b>		<b>d/D=1/6</b>	
<b>Re<sub>Liq</sub></b>	<b>Fr<sub>BT</sub></b>	<b>Re<sub>Liq</sub></b>	<b>Fr<sub>BT</sub></b>
0.0	0.336	0.0	0.342
248	0.342	258	0.348
491	0.348	524	0.359
734	0.350	772	0.358
982	0.347	1040	0.367
1220	0.369	1210	0.376
1470	0.344	1510	0.374
1740	0.383	1750	0.381
1950	0.376	2000	0.383
2450	0.365	2500	0.399
2940	0.382	3060	0.404
3920	0.415	3530	0.404
4910	0.430	4080	0.428
5910	0.451	5120	0.451
6890	0.462	6140	0.482
7860	0.478	7180	0.494
8820	0.492	8210	0.501
9730	0.520	9230	0.525
10800	0.535		
11800	0.555		

<b>d/D =1/3</b>		<b>d/D =1/2</b>	
<b>Re<sub>Liq</sub></b>	<b>Fr<sub>BT</sub></b>	<b>Re<sub>Liq</sub></b>	<b>Fr<sub>BT</sub></b>
0.0	0.455	0.0	0.503
239	0.488	233	0.514
528	0.476	487	0.524
781	0.521	741	0.538
1030	0.526	976	0.532
1290	0.516	1220	0.573
1550	0.538	1470	0.586
2080	0.507	1720	0.615
2600	0.553	1970	0.618
3120	0.561	2450	0.605
3630	0.567	2900	0.689
4170	0.606	3430	0.701
4670	0.624	3870	0.729
5200	0.646	4870	0.757
5700	0.632	5900	0.810
6240	0.665	6890	0.831
6770	0.703		
7240	0.685		

Tabla III.2. Resultados experimentales de las pruebas en aceite Purolub 22

<b>d/D = 0</b>		<b>d/D=1/6</b>	
<b>Re<sub>Liq</sub></b>	<b>Fr<sub>BT</sub></b>	<b>Re<sub>Liq</sub></b>	<b>Fr<sub>BT</sub></b>
0.0	0.431	0.0	0.472
16.4	0.433	19.9	0.513
22.3	0.455	27.6	0.513
30.9	0.460	38.2	0.537
43.0	0.473	53.1	0.544
60.3	0.479	73.7	0.548
83.7	0.493	102	0.581
116	0.526	142	0.613
161	0.552	198	0.675

<b>d/D = 1/3</b>		<b>d/D = 1/2</b>	
<b>Re<sub>Liq</sub></b>	<b>Fr<sub>BT</sub></b>	<b>Re<sub>Liq</sub></b>	<b>Fr<sub>BT</sub></b>
0.0	0.545	0.0	0.718
22.6	0.594	18.1	0.769
31.3	0.606	24.9	0.790
41.6	0.625	34.7	0.807
60.3	0.649	48.1	0.837
86.8	0.663	75.5	0.863
121	0.697	106	0.921
146	0.710	147	0.992
204	0.810	204	1.11

Tabla III.3. Resultados experimentales de las pruebas en aceite de silicón



**d/D = 0**

<b>Re<sub>Liq</sub></b>	<b>Fr<sub>BT</sub></b>
0.0	0.303
0.380	0.319
0.615	0.325
0.986	0.334
1.55	0.344
2.43	0.363
3.88	0.390
6.09	0.436
9.68	0.507

**d/D=1/6**

<b>Re<sub>Liq</sub></b>	<b>Fr<sub>BT</sub></b>
0.0	0.369
0.383	0.381
0.610	0.389
0.951	0.393
1.53	0.411
2.42	0.429
3.84	0.464
6.09	0.521

**d/D =1/3**

<b>Re<sub>Liq</sub></b>	<b>Fr<sub>BT</sub></b>
0.0	0.411
0.285	0.423
0.403	0.428
0.658	0.438
1.01	0.452
1.56	0.478
2.43	0.506
3.86	0.557
6.51	0.651

**d/D =1/2**

<b>Re<sub>Liq</sub></b>	<b>Fr<sub>BT</sub></b>
0.0	0.491
0.244	0.513
0.358	0.523
0.564	0.529
0.865	0.566
1.34	0.609
2.09	0.673
3.31	0.772
5.59	0.934

**ANEXO IV**  
**CALCULOS DEL FACTOR DE ESCALA**

Tabla IV.1. Tabla de coordenadas de la malla y cálculos del factor de escala vertical

Horizontal 1		Horizontal 2		Diferencias de las coordenadas Y
X	Y	X	Y	H2-H1
163	156	163	238	82
171	156	171	238	82
179	156	179	238	82
188	156	188	238	82
196	156	196	238	82
204	156	204	238	82
212	156	212	238	82
221	156	220	238	82
229	156	229	238	82
237	156	237	238	82
245	156	245	238	82
254	156	254	238	82
262	156	262	238	82
270	156	270	238	82
278	156	279	238	82
287	156	287	238	82
295	156	295	238	82
303	156	303	238	82
312	156	312	238	82
320	156	320	238	82
<b>Promedio</b>				82
<b>Des. Est.</b>				0,00
<b>Error</b>				0
<b>Vd</b>				82
<b>Vr</b>				45
<b>E(Vd)</b>				0
<b>E(Vr)</b>				0,05
<b>FACTOR DE ESCALA:</b>				<b>0,549</b> mm/pixel
<b>ERROR:</b>				<b>0,0006</b>

Tabla IV.2. Tabla de coordenadas de la malla y cálculos del factor de escala horizontal

Vertical 1		Vertical 2		Diferencias de las coordenadas X
X	Y	X	Y	V2-V1
210	57	322	56	112
210	68	322	67	112
210	79	322	78	112
210	90	322	89	112
210	101	322	100	112
210	112	322	111	112
210	123	322	122	112
210	134	322	133	112
210	145	322	144	112
210	156	322	156	112
210	167	322	167	112
210	178	322	178	112
210	190	322	189	112
210	201	322	200	112
210	212	322	211	112
210	223	322	222	112
210	234	322	233	112
210	246	322	245	112
210	257	322	256	112
210	268	322	267	112
<b>Promedio</b>				112
<b>Des. Est.</b>				0,0
<b>Error</b>				0
Hd				112
Hr				30
E(Hd)				0
E(Hr)				0,05
<b>FACTOR DE</b>				
<b>ESCALA :</b>		<b>0,268</b>	<b>mm/pixel</b>	
<b>ERROR:</b>		<b>0,0004</b>		