

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

DESARROLLO DE UN MODELO COMPUTARIZADO PARA EVALUAR LA INVASIÓN DE FLUIDOS HACIA LA FORMACION EN CONDICIONES ESTATICAS Y DINAMICAS

Trabajo Especial de Grado
presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela
para optar al Título de Ingeniero
de Petróleo

Por la Br.: Alejandra Sánchez

Caracas, Octubre de 2002

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

DESARROLLO DE UN MODELO COMPUTARIZADO PARA EVALUAR LA INVASIÓN DE FLUIDOS HACIA LA FORMACION EN CONDICIONES ESTATICAS Y DINAMICAS

TUTOR: Ing. Edgar Parra P.

Trabajo Especial de Grado
presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela
para optar al Título de Ingeniero
de Petróleo
Por la Br.: Alejandra Sánchez

Caracas, Octubre de 2002

Agradecimientos

A Dios, por haberme regalado la vida y la familia a la cual pertenezco, que siendo el un ser tan supremo nunca me ha olvidado, ayudándome a llegar al punto donde estoy.

Al Nono, quien ya no está en este mundo, pero lo recuerdo como si aun estuviera con nosotros.

A mi mama, de quien estoy supremamente orgullosa, ha sido para mi un símbolo de lucha incansable y me ha ensañado los valores necesarios para la vida, gracias por ser una amiga tan maravillosa. A mis padrinos, quienes son también mis padres. A Rosse Merita, mi hermanita, te quiero mucho. A mi abuelita que siempre esta pendiente de todos nosotros.

A Luis Miguel, quien es el niño más bello y que quiero con todo mi corazón.

A Luis, dueño de mi corazón, ha estado en todo momento para ayudar a levantarme y darme sus palabras de consuelo.

A mi tutor Edgar Parra, por su apoyo incondicional y esmero en este proyecto, gracias por su dedicación. A la Universidad y todos mis profesores, quienes me han regalado todos sus conocimientos y sabiduría.

A Luis Alberto Escalante, gracias por toda la ayuda prestada en la culminación de este trabajo.

A Nancy, por ser más que mi amiga mi hermana, gracias por toda tu ayuda incondicional y a todos mis amigos: Alba, Chuchu, David, Gabriela, Karol, Milanyer, Ninoska, Felix, Yakarina y a todos los demás que por cuestiones de espacio no puedo nombrar, pero que siempre estuvieron allí compartiendo conmigo, largas jornadas de estudios, llantos, risas, y muchos conocimientos, ya que me enseñaron el verdadero valor de la amistad.

Alejandra Sánchez

DESARROLLO DE UN MODELO COMPUTARIZADO PARA EVALUAR LA INVASIÓN DE FLUIDOS HACIA LA FORMACIÓN EN CONDICIONES ESTÁTICAS Y DINÁMICAS

**Tutor Académico: Prof. Edgar Parra P.
Tesis Caracas, U.C.V. Facultad de Ingeniería Escuela de Ingeniería de
Petróleo. 2002, n° 146 pág.**

Palabras Claves: Invasión, Fluidos de Perforación, Presión

Resumen

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar un modelo computarizado que calcule el radio o posición del frente de invasión de los fluidos hacia la formación en condiciones estáticas y dinámicas, así como, el calculo del radio del revoque a un tiempo dado.

Actualmente se usa la Ley Universal \sqrt{t} , para resolver los problemas de invasión, pero su uso no es apropiado, pues no representa la realidad de lo que esta ocurriendo en el yacimiento y se limita a casos excepcionales, es por ello que en este trabajo, se resolvió el problema a partir del desarrollo de la Ley de Darcy y ecuaciones en derivadas parciales de la presión para el caso lineal y radial, con las cuales se determina eficientemente el frente de invasión.

La linealización de los valores de frontera del problema para filtración estática es matemáticamente análogo al problema de flujo de calor el cual tiene una solución explícitamente conocida. La solución correspondiente para el problema de filtración estática muestra que un volumen acumulado de filtrado es sensible a los cambios de presión.

El modelo caracteriza el comportamiento de los fluidos dentro de la formación, con el fin de poder aplicar las soluciones pertinentes para reparar los daños causados por la invasión.

Este programa a su vez puede ser utilizado para diseñar programas de fracturamiento hidráulico. Es importante destacar que el estudio realizado en este trabajo es un estudio introductorio y pionero, a todo el proceso de invasión a la formación, en el cual existen muchas variables, que deben ser estudiadas y aplicadas de manera de poder llegar al fondo del problema.

Indice General

	Pag.
Lista de Tablas	I
Lista de Figuras	II
Introducción	
Marco Teórico	
1. Propiedades de las Rocas Petrolíferas	1
1.1. Porosidad	1
1.2. Permeabilidad	2
2. La Ley de Darcy	3
3. Saturación de Fluidos	9
4. Fluidos de Perforación	9
5. Condiciones en el Pozo	10
6. Daño a la Formación	11
6.1. Daño Primario	11
6.2. Daño Secundario	12
6.2.1. Daño Superficial	12
6.2.2. Daño de Penetración Moderada	12
7. Filtración	12
7.1. Mecanismos de Filtración Estática y Dinámica	13
7.2. Mecánica de la Invasión de Fluidos	13
7.2.1. Ideas Cualitativas de la Invasión de fluidos a la Formación	15
7.3. Filtración Estática	21
7.3.1. Flujo Simple sin Revoque	21
7.3.1.1. Líquido Homogéneo en flujo lineal	22
7.3.1.2. Líquido Homogéneo en Flujo Radial	27

7.3.1.3.	Líquido Homogéneo en Flujo Esférico	33
7.3.1.4.	Gas en Flujo Lineal	37
7.3.2.	Flujo con Movimiento de Fronteras	42
7.3.2.1.	Formación del Revoque lineal en Papel Filtro	42
7.3.2.2.	Flujo Pistón de dos Líquidos en un núcleo Lineal sin Revoque	48
7.3.3.	Formación de Revoque e Interacción con la Formación	55
7.3.3.1.	Formación de Revoque e Invasión Lineal	55
7.3.3.2.	Formación de Revoque e Invasión Radial	63
7.3.3.3.	Efectos de la compresibilidad del Fluido	69
7.3.3.4.	Comentarios al Modelo de Filtración Estática.	77
7.4.	Filtración Dinámica	78
7.4.1.	Filtración Dinámica en Fluidos Newtonianos	79
7.4.1.1.	Solución Asintótica para períodos cortos de tiempo	79
7.4.1.2.	Solución Asintótica para períodos largos de tiempo	82
7.4.1.3.	Modificaciones por Rotación de la Tubería	87
7.4.1.4.	Efectos de la concentración de Sólidos	89
7.4.2.	Ley de Potencia de los Fluidos sin Rotación de la Tubería	90
7.4.3.	Ley de Potencia de los Fluidos con Rotación de la Tubería	92
7.4.4.	Invasión a la Formación en equilibrio con el espesor del Revoque	96
	Análisis del Problema	98
	Procedimiento	99
	Discusión de Resultados	108
	Conclusiones	113
	Recomendaciones	114
	Bibliografía	115

Apéndices

Apéndice A. Mecanismos de Filtración Estática y Dinámica en el hoyo. Discusión de Outmans	117
Apéndice B. Función Fredrickson y Bird	139
Apéndice C. Soluciones de Ecuaciones utilizadas	140
Apéndice D. Descripción Euleriana y Lagrangiana.	141
Apéndice E. Manual del Programa	142

Indice de Tablas

	Pág.
Tabla 1. Función Fredrickson – Bird Y 139	
Tabla 2. Función Fredrickson – Bird λ	139

Indice de Figuras

	Pág.
Figura 1. Flujo del anular y filtración en el hoyo	17
Figura 2. Invasión de los fluidos en el yacimiento	17
Figura 3. Flujo Lineal	22
Figura 4. Flujo Radial Cilíndrico	27
Figura 5. Flujo Esférico a través de la mecha	33
Figura 6. Desarrollo del Revoque	42
Figura 7. Flujo Lineal simple de dos fluidos distintos	48
Figura 8. Flujo Lineal de 3 capas	55
Figura 9. Flujo Radial de 3 capas	63
Figura 10. Flujo a través de un revoque a periodos cortos de tiempo	80
Figura 11. Sección transversal del flujo cilíndrico	82
Figura 12. Resultados del Caso lineal Estático	109
Figura 13. Resultados del Caso Radial Estático	111
Figura 14. Resultados del Caso Radial Dinámico	112

I. Introducción

Este trabajo tiene como objetivo principal desarrollar un modelo computarizado que evalúe eficientemente la invasión de fluidos hacia la formación, en condiciones estáticas y dinámicas.

Invasión a la formación es el proceso mediante el cual los fluidos introducidos al hoyo penetran en la roca, esto ocurre mientras existe sobre - balance (cuando la presión de los fluidos es mayor que la presión del yacimiento).

La invasión a la formación puede ocurrir bajo dos condiciones: estáticas y dinámicas. La invasión estática tiene lugar cuando estos fluidos no están circulando en el hoyo mientras que la filtración dinámica, ocurre cuando dichos fluidos están circulando a través del mismo.

La invasión es la mayor parte de las veces un proceso no deseado, mediante el cual estos fluidos desplazan los ya existentes (hidrocarburos), por ello la necesidad de conocer el radio de invasión.

El revoque juega un papel fundamental pues a la par que se van introduciendo los fluidos al hoyo, este se va formando, lo que contribuirá a disminuir o controlar la tasa de filtración.

Conocer el proceso de invasión es de suma importancia en aplicaciones de yacimientos de petróleo. Por ejemplo, el modelaje de invasión puede ser muy usado para procesos de cementación y completación del hoyo. También puede ser muy necesario para anticipar el daño que se producirá en la formación por los trabajos de perforación en las zonas cercanas al pozo, así como contribuir a un buen plan de estimulación.

También es vital para el diseño de un buen programa de fracturamiento hidráulico, así como entender la naturaleza del transporte y desarrollo del efecto de propagación de estos fluidos.

El procedimiento mediante al cual se calcula la invasión en los actuales momentos, se realiza bajo la Ley de \sqrt{t} , la cual mas que ser una regla es la excepción, pues no aplica sino a casos muy puntuales, por ello en este trabajo se desarrollará el procedimiento matemático que rige este evento.

En este trabajo, la mecánica de la filtración es descrita por ecuaciones de difusión no lineal, las cuales bajo ciertas circunstancias pueden ser linealizadas y explícitamente resueltas.

Con los resultados de este trabajo creemos haber contribuido a entender mejor el problema de invasión a la formación desarrollando un programa que con un mínimo de datos, da la posición del frente de invasión para los casos de filtración estática y dinámica.

La aplicación práctica de los resultados de este trabajo es obvia para los trabajos de perforación, cementación y estimulación, que se realizan en los pozos de un campo.

II. Marco Teórico

1. Propiedades de Rocas Petrolíferas

Algunas propiedades de la roca afectan el comportamiento del yacimiento, siendo importante estudiar los efectos de estas propiedades sobre la distribución y flujo de los fluidos que contiene la roca. [10]

Las propiedades básicas de las rocas son la porosidad y la permeabilidad, que miden respectivamente la capacidad de almacenamiento y la facilidad con que transmiten fluidos. [10]

Otra propiedad de las rocas es la tortuosidad. La tortuosidad depende de la distancia promedio que realmente recorre una partícula que fluye a través de la roca en función de la longitud de la muestra. [10]

1.1. Porosidad

La porosidad de una roca es la medida de su capacidad de almacenamiento y se expresa como la fracción del volumen total de la roca que esta compuesta por espacio vacío. [10]

En ciertos casos no existe comunicación entre los poros de una roca o por lo menos, entre ciertos espacios de poros. Como el fluido en estos poros esta inmovilizado, este espacio de poros que esta aislado, aún cuando hay que tomarlo en cuenta para la porosidad absoluta, en realidad no representa una capacidad de almacenamiento utilizable y, por lo tanto, se descarta para obtener la porosidad efectiva. [10]

La porosidad efectiva de una roca es la fracción del volumen de la roca que esta compuesto por los espacios vacíos que están comunicados entre si. [10]

1.2. Permeabilidad

La permeabilidad es una propiedad de la roca que mide la facilidad con que la roca transmite los fluidos, ya que no depende del fluido, ni de la geometría del sistema, ni de las condiciones de flujo; sino de la roca misma. [15]

La definición formal de la permeabilidad de un medio poroso puede ser establecida o definida como el volumen de un fluido de viscosidad unitaria pasando a través de una sección unitaria del medio, en una unidad de tiempo, bajo la acción de un gradiente de presión unitario. [15]

Es entonces una constante determinada solamente por la estructura del medio en cuestión y es independiente de la naturaleza del fluido. La permeabilidad de un medio poroso tiene las mismas dimensiones que el área, es decir, L^2 . Su definición formal, sin embargo implica una expresión de K como:

$$K = \frac{(Volumen / Area) viscosidad}{Tiempo(\Delta Presión)}$$

Aunque la escogencia de las unidades con la cual especificar los elementos de esta expresión es de principio perfectamente arbitraria, la experiencia ha demostrado que quizás la más conveniente sea:

$$1Darcy = \frac{(cm^3 / cm^2)cp}{(seg)\left(\frac{atm}{cm}\right)}$$

En el modelo empleado para la medición y cálculo de la permeabilidad de un medio poroso, se asume que la capacidad de conducir fluidos es la misma, que la capacidad de inyectar y que la capacidad de producir fluidos. [15]

Dicho modelo (Conducción = Inyección = Producción) es absolutamente válido en las condiciones planteadas por Darcy (Flujo de un fluido incompresible, lineal y monofásico). [13]

La Permeabilidad Efectiva a una fase, es la capacidad de un medio poroso de conducir dicha fase a una determinada saturación de fluidos. Sin embargo, en general, dicha capacidad de conducción no puede evaluarse midiendo la capacidad de inyección o de producción. [13]

2. La "Ley de DARCY"

Para desarrollar una representación cualitativa del comportamiento de fluidos circulando a través de un medio poroso es necesario primero establecer los principios físicos que determinan este comportamiento. [11]

Estos principios deben fundamentalmente ser los mismos que gobiernen el movimiento de fluidos viscosos en envases o recipientes abiertos o libres y expresados en las ecuaciones de Stökes – Navier de hidrodinámica clásica, la cual impone sobre la distribución de velocidad en cada sistema de flujo el requisito de equilibrio dinámico entre las fuerzas viscosas e inerciales y aquellas debido a las fuerzas externas y la distribución interna de las presiones del fluido. [11]

Desafortunadamente, sin embargo, a pesar de la simplificación justificable de ignorar las fuerzas inerciales, debido a las pequeñas velocidades generalmente características del flujo a través de un medio poroso, las dificultades matemáticas de aplicar estas ecuaciones al medio poroso son para propósitos prácticos enteramente insuperables. [11]

Debe, por consiguiente, haber sucedido que cuando Darcy, 1856, estuvo interesado en las características de flujo de filtros de arena, el tuvo que recurrir a un estudio experimental del problema, y fue lo que condujo a la base real de la teoría cuantitativa del flujo de fluidos homogéneos a través de medios porosos. [11]

Estos experimentos clásicos dieron el muy simple resultado – actualmente conocido como la Ley de Darcy – que la tasa de flujo Q de agua a través de un lecho filtrante (filtro) es directamente proporcional al área A de la arena y a la diferencia Δh entre las cabezas de fluidos a la entrada y salida del lecho, e inversamente proporcional al espesor L del lecho, o expresado analíticamente, que: [11]

$$Q = \frac{CA\Delta h}{L} \quad (1)$$

Donde:

C es una constante característica de la arena. En vista del carácter fundamental de este resultado, es natural que el estudio de su validez debería haber sido objeto de numerosas investigaciones. [11]

Estas han sido esencialmente de dos tipos a saber:

1. Aquellas con el objeto de bien verificar la ecuación (1) o de establecer una modificación apropiada a ella.
2. Aquellas concerniente con la naturaleza de la constante C determinada por las propiedades de la arena o medio poroso. [11]

Rango de Validez de la Ley de Darcy

Muskat llego a las siguientes condiciones relativas a la validez de la Ley de Darcy: [11]

1. A bajas velocidades – Número de Reynolds Bajo – el gradiente de presión varia estrictamente en forma lineal con la velocidad V, así se tiene:

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = \textit{constante} \cdot V \quad (2)$$

Como lo establece originalmente la Ley de Darcy, y en contraste, particularmente con formulas que varían la velocidad como un exponente n, V^n . Por analogía con la descripción común en hidrodinámica ordinaria, este tipo de flujo, gobernado por la ecuación (2), será por consiguiente el flujo viscoso. [11]

2. A medida que aumenta el numero de Reynolds, el $\frac{\Delta P}{\Delta L}$ comienza a aumentar más rápido que V y asume una variación que es mejor

descrita por la ecuación (3).

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = av + bv^n \quad (3)$$

Representaciones gráficas evidencian estas conclusiones 1 y 2, derivadas de experimentos de flujo con líquidos (trabajos de Fancher, Lewis, Barnes, Lindquist). [11]

Se examinara la naturaleza de la constante de proporcionalidad entre los gradientes de presión y velocidad en flujo lineal. [11]

Llamando al gradiente de presión en flujo lineal por $\frac{\Delta P}{\Delta x}$ y la velocidad macroscópica por v , esta constante puede ser definida convenientemente por la relación: [6]

$$V = constante \cdot \frac{\Delta P}{\Delta x} \quad (a)$$

Consideraciones dimensionales nos llevan a que la constante puede ser resuelta como se indica en la siguiente ecuación:

$$V = constante \cdot \frac{d^2}{\mu} \frac{dP}{dx} \quad (b)$$

Donde d representa el diámetro efectivo de los granos de arena o poros abiertos, μ es la viscosidad del fluido y la constante remanente debe ser una constante adimensional. [11]

Así, los elementos dimensionales físicos del sistema compuesto de medio poroso y fluido aparecen solamente en el cuadrado de d para el primero y en la viscosidad para el segundo, la densidad del fluido está ausente, así que el

coeficiente de $\frac{\Delta P}{\Delta x}$, será diferente para diferentes líquidos o entre gases y líquidos solamente debido a sus diferencias en viscosidades. [11]

La constante adimensional remanente debe, por consiguiente, contener las características adimensionales del sistema de flujo, la cual puede claramente envolver solamente las propiedades geométricas del medio poroso tales como: porosidad, forma de los granos del medio y el grado de cementación; la distribución del tamaño de los granos se supone por el momento que está incluida en la definición de d . [11]

En principio, un conocimiento de la naturaleza detallada del medio poroso y la viscosidad del fluido debería permitir un pronóstico a priori del valor numérico de la constante en la ecuación (a). Es más, la determinación de una relación por medio de la cual este pronóstico puede ser afectado ha sido objeto de numerosas investigaciones. [11]

Desafortunadamente, sin embargo, el único aspecto en común a todos los resultados es que la constante debe variar como el cuadrado de algún promedio de los diámetros de los granos del medio poroso, como es explícitamente requerido por la ecuación (b). [11]

Estas investigaciones van desde el análisis clásico de Slichter, en el cual el flujo en los poros individuales de un arreglo de esferas uniformes fue computado por medio de la ley de Poiseuille, modificada para tomar en cuenta la forma y longitud de los poros, hasta los extensos trabajos de Faucher, Lewis y Barnes en

los cuales se realizó un intento de clasificar varias arenas por la posición de la línea que da la variación del factor de fricción con el número de Reynold entre líneas similares en un gráfico de factor de fricción simple. [11]

En vista, sin embargo, de la falta completa de obtener en estas investigaciones cualquier resultado que inclusive de un moderado rango de validez y generalidad, parece que lo más razonable para este problema es lo siguiente: se debe unir la constante y el término d^2 en la ecuación (b) como una constante única que caracteriza el medio poroso completa y únicamente con respecto al flujo de fluidos a través de él. [11]

Esta constante resultante, que define dinámicamente el medio poroso como el transportador, que permite transmitir un fluido homogéneo viscoso en movimiento, será denominada con la letra K, llamada permeabilidad – este nombre fue originalmente sugerido por Wyckoff, Botset, Muskat y Reed en 1933. Desde esa fecha ha sido adoptada, junto con las unidades del sistema C.G.S., por el American Petroleum Institute (API). Sin embargo, las unidades C.G.S., excepto que la presión fue expresada en 10^6 dinas, ó 0,99 atm, parece haber sido sugerido antes por Nutting. Frecuentemente llamada con o sin el factor $\frac{1}{\mu}$ como el coeficiente de permeabilidad, la constante de transmisión, así que la ecuación (b) finalmente asume la forma: [11]

$$V = \frac{K}{\mu} \cdot \frac{dP}{dx} \quad (c)$$

Así queda evidenciado el rol fundamental que juega la Ley de Darcy en la discusión cuantitativa de todos los problemas de flujo de fluidos homogéneos a través de un medio poroso, por ejemplo: la invasión de fluidos a la formación.

3. Saturación de Fluidos

La saturación de fluidos de una roca es la relación entre el volumen de fluidos en los poros. El volumen total del fluido, se expresa como porcentaje del volumen de los poros. Una saturación de agua del 20% indica que una quinta parte del espacio poroso esta llena de agua. [13]

Al estudiar un intervalo productor de un yacimiento, aquella fracción de los poros que no contiene agua, se supone que es de hidrocarburo. [13]

4. Fluidos de Perforación

El lodo de perforación es un fluido de características físicas y químicas apropiadas, que puede ser de aire o gas, petróleo y combinaciones de agua y aceite, con diferentes contenidos de sólidos. No debe ser tóxico, corrosivo ni inflamable, pero sí inerte a las contaminaciones de sales solubles o minerales y, además, estable a las temperaturas. Debe mantener sus propiedades según las exigencias de las operaciones y debe ser inmune al desarrollo de bacterias. [14]

El propósito fundamental del lodo es ayudar a hacer rápida y segura la perforación, mediante el cumplimiento de ciertas funciones. [14]

- Remover y transportar el ripio del fondo del hoyo o pozo, hacia la superficie.
- Enfriar y lubricar la mecha y la sarta de perforación.
- Cubrir la pared del hoyo con un revoque liso, delgado, flexible e impermeable.
- Controlar las presiones de las formaciones.
- Mantener en suspensión, cuando se interrumpe la circulación, el ripio y el material densificante.

- Soportar, por flotación, parte del peso de la sarta de perforación y de la tubería de revestimiento, durante su inserción en el hoyo.
- Mantener en sitio y estabilizar la pared del hoyo, evitando derrumbes.
- Facilitar la máxima obtención de información deseada acerca de las formaciones perforadas.
- Transmitir potencia hidráulica a la mecha.

5. Condiciones en el Pozo

Una vez definidas las características petrofísicas básicas, es necesario conocer las condiciones que rodean a las rocas, ya que al perforar un pozo y poner en contacto un fluido extraño a la formación, ocurren una serie de fenómenos fisicoquímicos que alteran las condiciones originales. Esto afecta, por supuesto, las mediciones de los instrumentos de registros que funcionan dentro del pozo. [13]

En el proceso de perforación, existe un diferencial de presión hacia la formación (presión hidrostática mayor que la presión de la formación) que obliga al filtrado de lodo a penetrar en las partes permeables (invasión), mientras que la parte sólida del lodo se deposita en las paredes del pozo formando una costra o revoque. Durante la formación de este revoque, la permeabilidad va disminuyendo hasta que reduce la invasión del filtrado hacia la formación. En formaciones de alta porosidad y permeabilidad, la invasión es profunda, mientras que a menor porosidad y permeabilidad, la invasión es menos profunda por existir menos espacios que llenar por el filtrado. [13]

En las cercanías de la pared del pozo, toda el agua de formación y parte de hidrocarburos, si existe, la desplaza el filtrado de lodo, originando lo que se conoce como zona lavada. El desplazamiento es más efectivo en arenas limpias, siendo incompleto en las arenas arcillosas, como consecuencia de una capa de

hidratación, alrededor de las partículas de arcilla. La saturación, (S_{xo}) de esta zona en arena limpia, se da por la ecuación de Archie. [13]

A medida que aumenta la distancia desde la pared del pozo hacia la formación, el desplazamiento de los fluidos es cada vez menor, resultando en una zona de transición, en donde ocurre una mezcla del filtrado de lodo con agua de formación e hidrocarburo, cuando estos están presentes. La zona que no es alcanzada por el filtrado de lodo se llama zona virgen. [13]

6. Daño a la formación

Cuando se analiza el daño que puede ocasionar un fluido de perforación a una formación productora, es de observar que los diferentes tipos de litologías son dañadas en formas diversas. Así por ejemplo: en las areniscas los valores promedio de permeabilidad y porosidad, son uniformes y el daño es causado por el taponamiento de los canales porosos. En cambio, en las dolomitas y calizas, el daño es ocasionado por el taponamiento de las fracturas naturales o inducidas. Es muy común que la permeabilidad sea reducida, hasta en un 90% por la invasión de sólidos en suspensión.

6.1. Daño primario

Este daño depende de las propiedades mineralógicas particulares y de la textura de la roca. Generalmente, ocurre en las rocas que son sensibles al agua. Es decir, aquellas en las que se produce reducción de permeabilidad, por hinchamiento de las arcillas al contacto con el agua, o se produce dispersión de la arcilla taponeando al medio poroso.

6.2. Daño secundario

Es causado por una operación específica, efectuada en el pozo y que puede traer como consecuencia la invasión de partículas sólidas del fluido. Por ejemplo: esto puede ocurrir durante una operación de cementación.

El daño secundario se puede subdividir en:

6.2.1. Daño superficial: ocurre en la región cercana a la superficie del hoyo. Los sólidos en suspensión, que son hidráulicamente inducidos hacia la formación, pocas veces penetran más de unos cuantos centímetros en formaciones no fracturadas o de baja permeabilidad.

6.2.2. Daño de penetración moderada: ocurre cuando las partículas sólidas, penetran a una distancia moderada de la pared del hoyo. Este tipo de daño es difícil de corregir.

7. Filtración

Se conoce como filtración, a todo proceso de separación de los sólidos suspendidos en su líquido, al forzar su paso a través de un medio poroso, mediante la aplicación de un diferencial de presión.

La pérdida de líquido debido a la filtración se controla por medio de la costra o revoque, que se forma en las paredes del hoyo, a partir de las partículas de sólidos existentes en el lodo. En los lodos de base acuosa el filtrado es agua; mientras que en los lodos de base aceite, el filtrado es aceite. La filtración o pérdida de fluido es la pérdida de la fase continua del lodo.

7.1. Mecanismos de Filtración Estática y Dinámica

La filtración estática ocurre cuando el fluido no tiene circulación sobre la pared del hoyo y la filtración dinámica ocurre cuando el fluido está circulando sobre la superficie del medio filtrante. [2]

Durante el proceso de filtración estática, el revoque continua engrosándose con el tiempo, disminuyendo la tasa de filtración. El control de la filtración estática comprende la prevención de la formación de revoques gruesos. Por otra parte, la filtración dinámica difiere de la filtración estática, en que el flujo del lodo en el hoyo tiende a desgastar el revoque a medida que este se deposita. Luego, con el tiempo, el revoque alcanza un equilibrio en su espesor y la tasa de filtración se hace constante. El control de la filtración dinámica comprende la prevención de la pérdida de grandes cantidades de fluido a la formación. [2]

7.2. Mecánica de la Invasión de Fluidos

Analistas de registros de pozos, entienden el rol físico de las permeabilidades bajas y medias en revoques donde la invasión al yacimiento es dominante y tienen una descripción cualitativa de los tipos de información de la formación tales como: porosidad, permeabilidad y saturación de petróleo, que pueden ser confiablemente inferidas bajo diferentes circunstancias. Hay muchos parámetros adicionales que, de cualquier manera, afectan el proceso de la invasión y estos deben ser identificados y entendidos ante cualquier demanda de análisis de tiempo exitoso para ser justificado. [2]

El análisis de la invasión de la formación puede, en algunos casos, resultar de la destreza de empresas científicas. Al final, solo se necesita realizar la representación del proceso de invasión a la formación por la Ley de Darcy, gobernada por ecuaciones clásicas de ingeniería de yacimientos, aunque complicadas por la presencia de fronteras en movimiento. [2]

Cada problema con movimientos de frontera, tales como, interfase de lodo - revoque, y desplazamiento del frente de filtrado a fluidos de la formación, pueden ser resueltos con la clásica literatura de movimiento de frontera. Por ejemplo: hay disponible análisis de transferencia de calor, donde cambios de fases son prominentes. Métodos de solución bien conocidos, han sido aplicados para producción de petróleo con problemas de flujo en el yacimiento, en zonas donde el fluido está congelado, y así el frente caliente es usado para bajar significativamente la viscosidad del fluido. [2]

El comportamiento del problema complementario, con filtración en presencia del lodo fluyendo en el anular, se conoce como filtración dinámica, y puede ser tratado analíticamente con un mínimo de empirismo. La clave está en comprender la física del flujo en el anular, y como el flujo afecta a las tensiones superficiales: el equilibrio del espesor del revoque se puede predecir como función del volumen total, tasa de fluido, diámetro de la tubería, reología del lodo y tensiones superficiales del revoque. [2]

Se eligió un modelo de mecánica de fluidos para la invasión; en lugar de los modelos de simulación electromagnética, por algunas razones. La primera, el proceso de flujo de fluidos manejado y controlado por medidas de resistividad, no afectan las constantes dieléctricas, conductividad o propiedades nucleares, considerando que la herramienta de registro responde certeramente dependiendo del movimiento y del desplazamiento específico de los fluidos de la formación. Por ejemplo, la resistividad se mueve con el fluido y no en viceversa. [2]

Las posiciones del frente son inferidas por los cálculos de resistividad que se suponen de algún modelo de fluido; el tiempo de análisis puede mejorar dentro de un proceso iterativo. Interpretaciones de registros deben analizar algunos de los modelos de flujo presentados, entonces esto se convierte en un trabajo de análisis, para entender las respuestas de la herramienta con respecto al modelo, y la interpretación se basa en lectura y análisis de las variables de invasión. [2]

7.2.1. Ideas cualitativas de la Invasión de Fluidos a la formación

La circulación de fluidos miscibles, inmiscibles, compresibles, incompresibles o simples; dentro de la formación, actuando individualmente o en combinación no son afectadas por las propiedades eléctricas o nucleares. Así, la dinámica de fluido toma precedencia en simulación, porque modelajes eléctricos satisfactorios han sido puestos como premisas sobre la viabilidad de la distribución correcta de los fluidos. De cualquier manera, el modelaje representa solo un aspecto de la dificultad del problema. La pregunta de fondo habla de la productividad del yacimiento y la viabilidad económica que casi siempre es complicada por significar medidas de propiedades de la formación. [2]

Algunos instrumentos que toman las medidas de resistividades dan una respuesta compleja, dependiendo de lo ancho de las frecuencias, las propiedades de la formación y la facilidad para transmitir o recibir información. Donde la respuesta en cualquier punto representa algún tipo de promedio volumétrico basado en la ecuación de Maxwell, debido a que las propiedades exactas pueden ser determinadas, siempre que la movilidad de todos los fluidos sea conocida. En este sentido, el rol del analista de registros es importante, donde la intuición y la experiencia juega un papel vital en la interpretación. [2]

Durante la perforación del pozo, el lodo es circulado abajo en la tubería a través de la mecha y finalmente por el anular hasta la superficie. Mientras algunos pozos son perforados usando agua y salmuera como fluido de perforación, la gran mayoría son perforados utilizando fluidos de perforación que contienen partículas sólidas que están suspendidas en el fluido para darle viscosidad. Estos sólidos, como la barita, incrementan el peso en la columna de fluido y permiten, perforar sobre balance con exceso de presión sobre la presión de formación previniendo el influjo de fluido y de reventones o por el contrario bajo balance. [2]

Durante estos instantes iniciales donde la mecha es expuesta a una formación virgen con lodo, los poros son llenados de partículas de lodo que migran dentro de ese espacio poroso muy cerca de la superficie de la roca formando un revoque interno. En el período de invasión, cuando el lodo entra libremente a la formación, el conjunto de fluidos satisface la Ley de Darcy para un número bajo de Reynolds. La tasa de invasión y el volumen total de lodo depositado como pérdida, depende, por supuesto, del tamaño relativo de las partículas sólidas del lodo, de la garganta del poro, del arreglo geométrico y la conectividad. La cantidad de lodo perdida dentro de la formación es importante para la interpretación de tiempos cortos de resistividad, ya que un volumen relativo grande de filtrado fresco que puede combinarse con aguas de formación en radios pequeños. [2]

Una vez que el revoque se forma y los puentes de poros son estabilizados, el rol determinante del revoque externo se convierte en más aparente (el revoque interno puede verse como una capa separada del esquema multilateral). Como el lodo de perforación es forzado dentro de la formación con alta presión, sus partículas sólidas invaden y obstruyen la roca. Durante este proceso de invasión, se incrementa el espesor del revoque, proveyendo una resistencia a fluir y así en consecuencia declina la tasa de filtración. [2]

En la filtración dinámica, el proceso de invasión actúa en presencia de lodo fluyendo en el anular. Este lodo fluyendo, el cual satisface un flujo de succión y una velocidad de no - deslizamiento, en condiciones de frontera sobre las paredes del hoyo, a tiempos pequeños y grandes respectivamente, da un incremento en los esfuerzos de la superficie del revoque. Esta erosión al revoque, ó movimiento de sólidos arrastrados por el flujo de lodo no permite que el revoque pueda formarse del todo; dando una tasa crítica de invasión y tasa de filtrado dentro de la formación, que comienza a ser constante y el equilibrio dinámico es logrado. La tasa de invasión crítica dependerá si el flujo en el anular, es laminar o turbulento, grado en el cual obedece a la Ley de Potencia, Bingham Plástico y otras leyes

reológicas constitutivas, las cuales son importantes en el modelaje de flujo en el hoyo. [2]

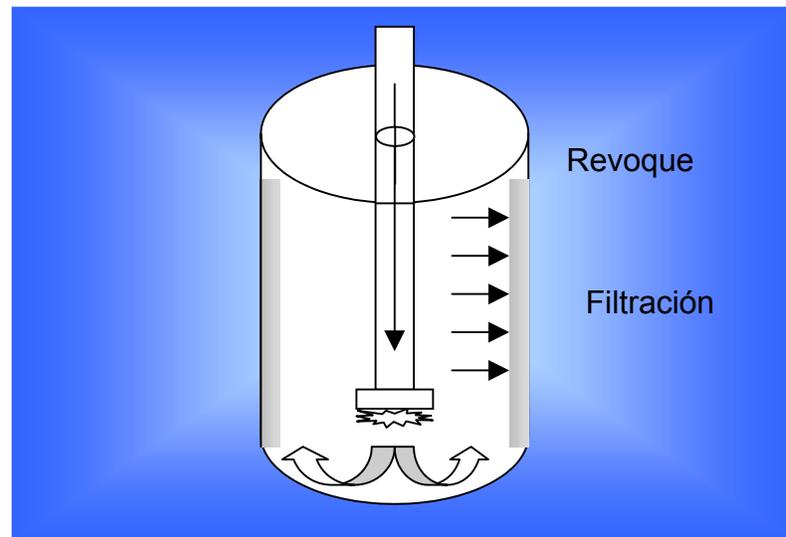


Figura 1. Flujo del anular y filtración en el hoyo.

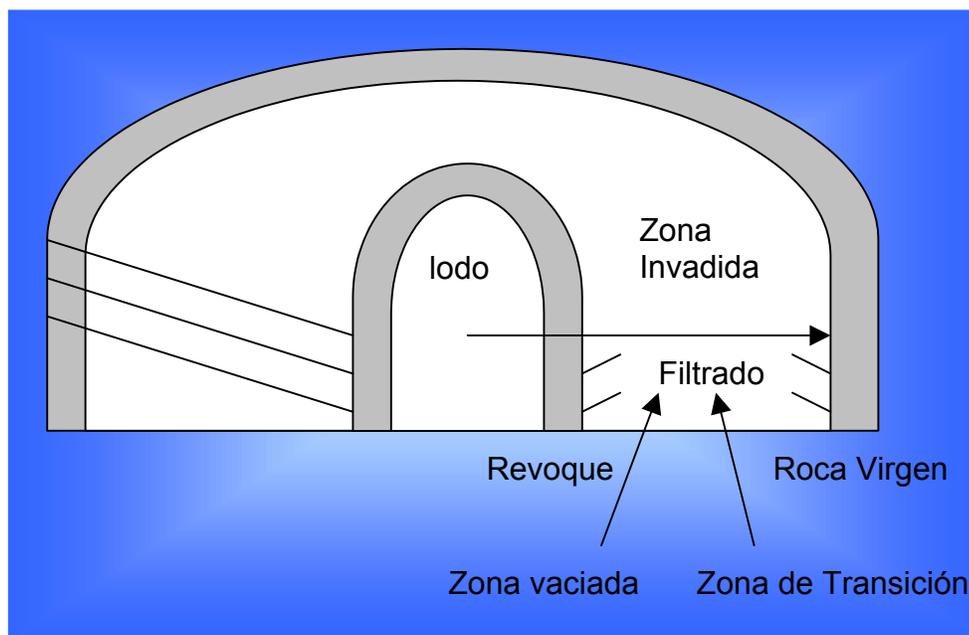


Figura 2. Invasión de fluido en el yacimiento

En la Figura 1, el flujo básico ocurre en el anular mientras que en la Figura 2, la invasión de formación es hacia dentro del yacimiento. La zona invadida es

suficientemente descrita en términos de zona vaciada, dominada por el filtrado y la zona de transición, donde invaden y desplazan los fluidos presentes en cantidades comparables. [2]

En la invasión estática, el flujo de lodo en el anular es paralelo al hoyo donde este toma lugar, pero el filtrado de lodo penetra la formación. De cualquier manera, la filtración estática no implica un análisis trivial. El revoque crece siendo controlado por la permeabilidad del yacimiento, o el radio de movilidad para ser preciso, también cambios en la presión aplicada producirán suficientes cambios en la tasa de invasión y la tasa de crecimiento del revoque, sin mencionar la compactación y permeabilidad del mismo. [2]

Por otra parte, hay una pequeña diferencia entre la filtración dinámica y estática en el sentido del modelaje, una vez entendida y caracterizada la filtración estática, los efectos aditivos de la erosión dinámica, la cual sirve únicamente para restringir la tasa de crecimiento del revoque. Movimientos en el lodo pueden, por supuesto, afectar el arreglo de las partículas sólidas dentro del revoque y así producir cambios en la mencionada compactación y permeabilidad del revoque. [2]

Inicialmente, un yacimiento de hidrocarburo sin explotar puede contener grandes concentraciones de petróleo y gas, junto con pequeñas proporciones de agua connata. El filtrado de lodo base agua, invade la roca mojada por agua, arrastrando a los hidrocarburos de la formación, y un frente de saturación separado de la invasión de agua, de gas y del petróleo se propaga dentro de la formación. [2]

Como el gas y el petróleo es retirado de la formación, el agua connata es dejada atrás, la cual se mezcla con la nueva agua. Si las dos aguas tienen diferente salinidad, por ejemplo, el resultado de un filtrado de lodo fresco desplazando un agua de formación saturada con sal, es un proceso de difusión iónica. La invasión de agua y lodo filtrado salino desplaza la salinidad de la

formación, los dos tipos de agua, cada uno caracterizado por diferentes propiedades eléctricas, son separados por el movimiento del frente de salinidad, el cual típicamente retrasa el frente de saturación introducida anteriormente. [2]

La invasión de filtrado en una roca saturada por petróleo, la cual desplaza petróleo y agua residentes, causando desplazamiento del agua de formación para concentrarse dentro de un banco, avanzando delante del filtrado, resulta en una región algunas veces llamada anular y comprime una saturación alta de agua de formación en las fronteras de la invasión. [2]

Si el intervalo saturado con hidrocarburo es invadido por filtrado fresco, el anular podrá ser de resistividad muy pequeña, que tampoco son formaciones vaciadas o no perturbadas. Efectos de la gravedad y diferencias no mencionadas en las permeabilidades verticales y horizontales de la roca serán, por supuesto, interpretaciones complicadas de registros de pozos de zonas invadidas. [2]

Bajo estas condiciones, el desplazamiento de agua de formación salina por filtrado de agua fresca y el desplazamiento de petróleo y gas por el agua que viene, se puede simplificar como modelaje tipo tapón. Estos dos tipos de flujo son realmente diferentes. El primero es un flujo de agua por agua, el cual es un flujo de fase simple, argumentado como un proceso de difusión no trivial, que complica la interpretación de registros por las diferentes distribuciones de salinidad y las respuestas de las diferentes herramientas. Y la segunda es un flujo multifásico inmiscible que es caracterizado por una permeabilidad relativa no lineal y efectos de presión capilar. [2]

Cada uno de los flujos anteriormente descritos, tienen su propio tiempo, espacio y tasa. Si el flujo es rápido o por el contrario lento, depende de parámetros particulares para cada problema en específico y especialmente del valor de números y grupos sin dimensión que definen el problema matemáticamente. Las implicaciones físicas levantan dos fenómenos distintos simultáneamente

presentes: equilibrio de salinidad a través de difusión iónica entre filtrado y aguas de formación entrampada, presión capilar y permeabilidad relativa dominada por flujos inmiscibles, y otros flujos, idealizados discontinuos puede ser ancho y el frente puede arrastrarse y no propagarse de repente; el frente de salinidad, por ejemplo, puede coexistir con una gran presión capilar dominada por una zona de transición. [2]

El ejemplo, más frecuente, abarcando todos los elementos anteriores, tiene un filtrado de lodo invadiendo una zona que contiene un agua de formación salina e hidrocarburos móviles. Moviéndose desde el hoyo, primero decrece la resistividad y después incrementa: esto requiere el desarrollo de un frente de ambas salinidades, el cual puede resultar únicamente del movimiento de hidrocarburos, creando el llamado efecto anular. Otros tipos de distribuciones de resistividad son posibles, por ejemplo, debido a la invasión de lodo base aceite dentro de zonas que contienen agua e hidrocarburo. [2]

Si estas posibilidades no son suficientemente complejas, hay siempre una permeabilidad heterogénea que incrementa o disminuye la velocidad del frente, efecto el cual es distinguido por permeabilidad tipo dedos que incrementa la inestabilidad del flujo. Efectos gravitatorios, importantes cuando los fluidos tienen densidades contrastantes, resultan en un flujo vertical. Los hidrocarburos son típicamente más livianos que las aguas frescas; movimientos de fluidos verticales pueden ser inducidos por variaciones de densidad; los fluidos fluyen más allá de complicadas diferencias de permeabilidades verticales y horizontales las cuales pueden ser grandes. [2]

7.3. Filtración Estática. [2]

La filtración estática ocurre cuando el fluido no está circulando a través del hoyo, es por ello, que el espesor del revoque será cada vez más grueso, produciendo una mayor resistencia de este a dejar pasar el filtrado a través de él, haciendo que la tasa de filtrado sea cada vez menor.

En esta sección, se introducirán las ideas básicas para el modelaje de invasión a la formación con la restricción para flujo darciano tomando en cuenta los tipos de desplazamiento.

Se comenzará por el problema más simple para hallar el frente de invasión sin revoque, luego se presentarán las formulaciones del desarrollo del revoque y finalmente se acoplarán estos dos problemas con el fin de observar la dinámica de los dos problemas juntos. Se enfatiza que las soluciones encontradas de estos problemas también aplican cuando la dirección del flujo está en reversa.

7.3.1. Flujo Simple sin Revoque

En esta sección se estudiarán la invasión de fase simple dentro de la roca asumiendo que la influencia del revoque es despreciable. Las soluciones para los cuatro siguientes problemas son simples, lo importante es reconocer las diferencias básicas entre problemas de flujo en el yacimiento y los modelos lagrangianos que necesitan un eje para el frente de movimiento.

7.3.1.1. Líquido Homogéneo en Flujo Lineal

La ecuación diferencial parcial (EDP) de la presión que gobierna el flujo transiente de líquido, compresible, lineal y homogéneo tomando ciertas propiedades constantes es:

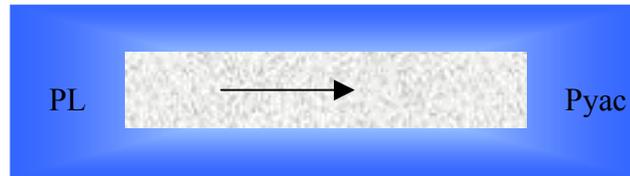


Figura 3. Flujo Lineal

$$\frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\phi \mu c}{K} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} \quad [1-1]$$

P: Presión	ϕ : porosidad
x: espacio/distancia	K: permeabilidad
t: tiempo	μ : viscosidad
	C: compresibilidad

Suponiendo la densidad constante, fluido incompresible y tomando en consideración que la compresibilidad del fluido es muy pequeña $C \approx 0$, la ecuación se transforma en:

$$\frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad [1-2]$$

La cual en el intervalo para hallar P en función de x es:

$$P(x,t) = Ax + B \quad [1-3]$$

Para determinar las constantes de integración A y B, se debe utilizar las condiciones de frontera de la Presión $P(x,t)$

Suponiendo que la presión en:

$$X = 0 \Rightarrow P = PL$$

mientras que la presión en

$$X = L \Rightarrow P = Pyac$$

Las cuales $P(0,t) = PL$ y $P(L,t) = Pyac$, así se determinan completamente las constantes A y B.

Si PL y $Pyac$ son constantes \Rightarrow A y B son constantes

Para ambos casos son función del tiempo

$$\text{donde } A = (Pyac - PL) / L \qquad B = PL \qquad [1-4a,B]$$

Sustituyendo las constantes A y B de las ecuaciones [1-4a,b] en la ecuación [1-3], se tiene:

$$P(x,t) = \left(\frac{Pyac - Pl}{L} \right) x + Pl \qquad [1-5]$$

Responde para cualquier cambio de tiempo con una compresibilidad igual a cero, lo cual implica absoluta rigidez.

Ahora la velocidad del flujo esta dada por la Ley de Darcy, para flujo lineal:

$$q = -\frac{K}{\mu} \cdot \frac{dp(x)}{dx} \quad [1-6]$$

Debido a las presiones existentes la Ley de Darcy se convierte en:

$$q = -\frac{K}{\mu} \cdot \frac{(P_{yac} - P_l)}{L} \quad [1-7]$$

Esta velocidad euleriana, físicamente representa la velocidad del flujo en un punto en el espacio.

Asumiendo que:

$$q \geq 0 \Rightarrow P_l \geq P_{yac}$$

ya que la resta $(P_{yac} - P_l)$ es negativa, con el negativo de la ecuación nos da un número positivo.

$P_l \approx P_{pozo}$ y $P_{yac} \approx P_{yacimienta}$; por lo tanto, $P_l > P_{yac}$, el flujo va de P_l a P_{yac} , debido a que la perforación es en sobre - balance.

$$V = \frac{q}{A\phi}$$

Para $A=1$, se tiene que la velocidad de la partícula es:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{q}{\phi} \quad [1-8]$$

Esto es correcto físicamente ya que porosidades pequeñas crean un frente rápido de la tasa q .

Sustituyendo la ecuación [1-7] en la ecuación [1-8], se obtiene:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{K}{\mu\phi} \cdot \frac{(P_{yac} - Pl)}{L} \quad [1-9]$$

Para una porosidad constante

$$dx = -\frac{K}{\mu\phi} \cdot \frac{(P_{yac} - Pl)}{L} dt \quad [1-10]$$

Integrando la ecuación [1-10] entre los límites t_0 y t , se obtiene:

$$\boxed{X(t) = X_0 - \frac{K}{\mu\phi} \cdot \frac{(P_{yac} - Pl)}{L} t} \quad [1-11]$$

Esta es la ecuación que determina la posición del frente a un tiempo dado, donde X_0 = posición inicial del frente.

Para problemas heterogéneos donde: $\phi = \phi(x)$ y $Pl = Pl(t)$, se tiene:

$$\phi(x)dx = -\frac{K}{\mu} \frac{(Pyac - Pl(t))}{L} dt \quad [1-12]$$

La ecuación diferencial puede ser integrada de la siguiente forma:

$$\int \phi(x)dx = \int -\frac{K}{\mu} \frac{(Pyac - Pl(t))}{L} dt \quad [1-13]$$

Esta solución se encuentra en el problema de fracturamiento para flujo multifasico, la cual no es sencilla de trabajar.

Entonces, podemos utilizar la ecuación [1.11];

$$X(t) = X_0 - \frac{K}{\mu\phi} \frac{(Pyac - Pl)}{L} t$$

Si asumimos $X_0 = 0$ para ilustrar ideas básicas del análisis de la invasión en un lapso de tiempo.

$$-\frac{X(t)}{t} = \frac{K}{\mu\phi} \frac{(Pyac - Pl)}{L} \quad [1-14]$$

Así, el frente de posición $X(t)$ puede ser monitoreado como función del tiempo usando métodos de resistividad o trazado radioactivo.

La frente de invasión de $X(t)$ provee cantidades físicas como: $\frac{K}{\mu\phi} \frac{(Pyac - Pl)}{L}$.

Así, ya que todos los valores de K , μ , ϕ , $Pyac$ o L , son requeridos, otros valores pueden usarse como alternativas separadas para su calculo.

Por ejemplo: si se tiene el gradiente de presión y la porosidad, podemos conocer el valor de la movilidad K / μ inmediatamente, por supuesto los valores individuales de permeabilidad y viscosidad, por supuesto pueden no estar disponibles.

Las presiones fronteras son dependientes del tiempo, la dependencia del tiempo implica que los cambios de presión en la frontera son transmitidos instantáneamente en virtud de que es un fluido incompresible.

7.3.1.2. Líquido Homogéneo en Flujo Radial Uniforme

Ahora repetiremos el caso anterior para flujo radial cilíndrico.

La ecuación diferencial parcial de la presión que gobierna el flujo transiente de líquido; compresible, radial y homogéneo tomando ciertas propiedades constantes.

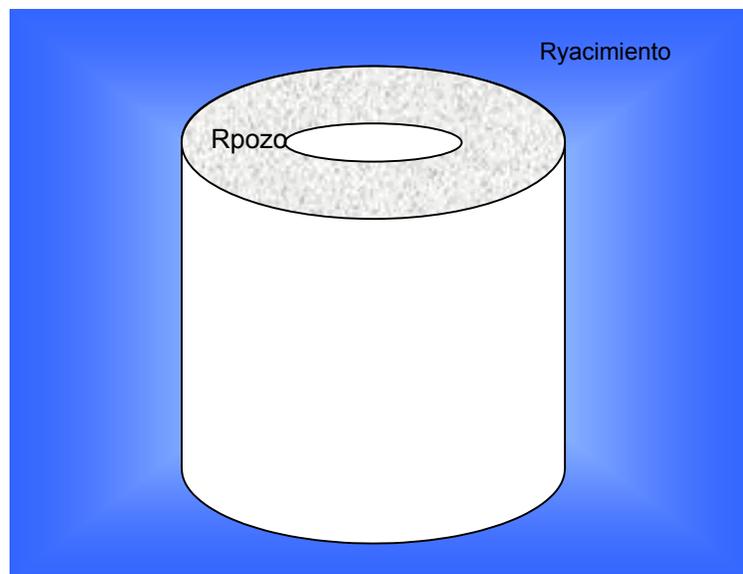


Figura 4. Flujo Radial Cilíndrico

$$\frac{\partial^2 P(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\phi\mu C}{K} \frac{\partial P}{\partial t} \quad [2.1]$$

todas las variables fueron definidas en flujo lineal excepto r que reemplaza la x .

Al igual que en el flujo lineal $C = 0$, debido a que el fluido es incompresible.

$$\frac{\partial^2 P(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \quad [2.2]$$

La solución para la ecuación [2.2] es:

$$P(r) = A \text{Log}(r) + B \quad [2.3]$$

Con el fin de conseguir los valores de A y B , se tomaron las condiciones de frontera de la presión son P en r_{pozo} y P en r_{yac} , son P_{Lodo} y P_{yac} .

Para las condiciones de frontera.

$$P_l = A \log(r_{\text{pozo}}) + B \quad [2-4]$$

$$P_{\text{yac}} = A \text{Log}(r_{\text{yac}}) + B \quad [2-5]$$

Restando las Ecuaciones [2-4] y [2-5], se obtiene:

$$P_l - P_{\text{yac}} = A \left(\frac{\text{Log}(r_{\text{pozo}})}{\text{Log}(r_{\text{yac}})} \right) \quad [2-6]$$

Despejando la variable A

$$A = \frac{P_l - P_{yac}}{\frac{\text{Log}(r_{pozo})}{\text{Log}(r_{yac})}} \quad [2-7]$$

de $P(r) = A \text{Log}(r) + B$

$$\frac{dP(r)}{dr} = \frac{A}{r} \quad [2-8]$$

Por la Ley de Darcy: $q = -\frac{K}{\mu} \frac{dP(r)}{dr}$ [2-9]

Sustituyendo la ecuación [2-8] en la ecuación [2-9], se obtiene:

$$q = -\frac{KA}{\mu r} \quad [2-10]$$

El frente de invasión en la descripción Lagrangiana es:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{q}{\phi} \quad [2-11]$$

Sustituyendo la ecuación [2-10] en la ecuación [2-11] se tiene:

$$rdr = -\frac{KA}{\mu\phi} dt \quad [2-12]$$

Ahora considerando un anillo circular donde inicialmente se tiene:

$$\text{Para } t=0 \quad \square \longrightarrow r(t) = r_o$$

Integrando la ecuación [2-12] se tiene:

$$\int r dr = \int -\frac{KA}{\mu\phi} dt$$

$$\frac{1}{2}(r^2 - r_o^2) = -\frac{KA}{\mu\phi} t$$

$$r^2 = r_o^2 - \frac{2KA}{\mu\phi} t$$

$$r = \sqrt{r_o^2 - \frac{2KA t}{\mu\phi}}$$

[2-13]

Esta es la ecuación que determina el radio de invasión a un tiempo dado.

Debido a que la perforación es en sobre - balance, $P_L > P_{\text{yacimiento}}$;

$$\text{Y que } \frac{(r_{\text{pozo}})}{(r_{\text{yac}})} \leq 1$$

De la ecuación [2-7] se tiene que el valor de la constante A es negativo, debido a que el Log de un número entre 0 y 1 es menor que 0.

Para largos periodos de tiempo la ecuación [2-13] se convierte en, ya que el valor de t es mucho mayor que el valor del cuadrado del radio inicial del pozo (r_o):

$$r = \sqrt{-\frac{2KA t}{\mu\phi}} \quad [2-14]$$

Asumiendo que $\frac{2KA}{\mu\phi}$ es muy pequeño con respecto al valor de t , luego las posiciones del frente radial varían como: $r = \sqrt{t}$, para líquido uniforme en formaciones porosas sin presencia de revoque.

Regresando a la ecuación [2-13], con el fin de demostrar lo anteriormente descrito, tenemos:

$$r(t) = \sqrt{r_o^2 - \frac{2KA t}{\mu\phi}}$$

Multiplicando y dividiendo la ecuación [2-13] por el factor $\sqrt{-\frac{2KA t}{\mu\phi}}$, se obtiene lo siguiente:

$$r(t) = \sqrt{\frac{r_o^2}{-\frac{2AKt}{\mu\phi}} + \frac{-\frac{2AKt}{\mu\phi}}{-\frac{2AKt}{\mu\phi}}} \cdot \sqrt{-\frac{2AKt}{\mu\phi}}$$

$$r(t) = \sqrt{-\frac{r_o^2 \mu \phi}{2AKt} + 1} \cdot \sqrt{-2AKt / \mu \phi}$$

$$r(t) = \sqrt{1 - \frac{r_o^2 \mu \phi}{2AKt}} \cdot \sqrt{-2AKt / \mu \phi}$$

$$\text{De } \sqrt{1 + \sigma} \approx 1 + \frac{1}{2}\sigma$$

Ya que $\sigma = \frac{r_o^2 \mu \phi}{2AKt} \lll 1$

Se tiene: $r(t) = \sqrt{-\frac{2KA t}{\mu \phi}}$ [2-15]

Así, el significado largos periodos de tiempos puede ser interpretado dimensionalmente en un problema en particular, como dependiente del gradiente de presión radial, las características radiales, así como las propiedades de las rocas y los fluidos.

Similarmente para periodos cortos de tiempo

$$r(t) = r_o \left(1 - \left[\frac{Ak}{\mu \phi r_o^2} \right] t \right) \quad [2-16]$$

Así el radio de invasión varia linealmente con el tiempo para periodos cortos, donde “periodos cortos” implican que:

$$\left| - \left[\frac{2 Ak}{\mu \phi r_o^2} \right] t \right| \lll \lll \lll \lll \lll \lll 1$$

Es necesario decir, que escalas de tiempo pueden ser introducidas por la compresibilidad, la viscosidad del filtrado y el fluido desplazado en el yacimiento pero las características estructurales del revoque introducen problemas más complicados.

7.3.1.3. Líquido Homogéneo en Flujo Esférico Uniforme

El desplazamiento de un frente asociado debido a un flujo esférico es un punto importante en el estudio de la invasión debido a la mecha. En el extremo de la mecha el flujo se extiende en todas las direcciones con simetría esférica.

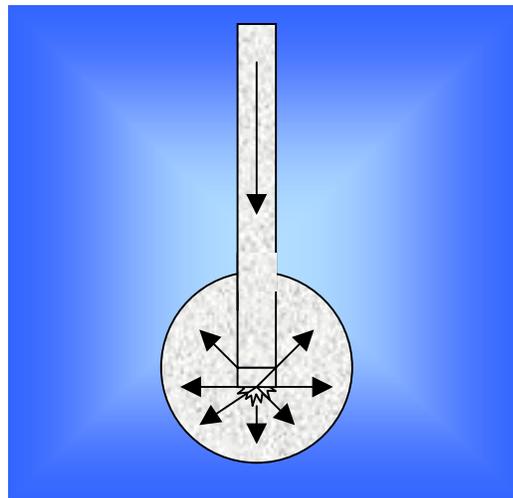


Figura 5. Flujo esférico a través de la mecha

La EDP para flujo cilíndrico de una sola fase, tiene la forma:

$$\frac{\partial^2 P(r,t)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\phi \mu C}{K} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} \quad [3-1]$$

La diferencia con la ecuación de flujo radial (cilíndrico) de dos fases es que $(2/r)$ reemplaza a $(1/r)$ y r ahora denota la distancia esférica radial desarrollada desde el centro de la mecha.

Suponiendo que el líquido es incompresible $C = 0$

$$\frac{d^2 P(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dP}{dr} = 0 \quad [3-2]$$

La distribución de la presión no es logarítmica como en el flujo radial; sino que es de la forma:

$$P(r) = Ar^{-1} + B \quad [3-3]$$

Para las condiciones de Frontera:

$$r_{mecha} \Rightarrow P_{mecha}$$

$$r_{eff} \Rightarrow P_{poro}$$

$$P_{mecha} = Ar_{mecha}^{-1} + B \quad P_{poro} = Ar_{eff}^{-1} + B \quad [3-4a,b]$$

Restando las ecuaciones [3-4a y b], se obtiene:

$$P_{mecha} - P_{poro} = A(r_{mecha}^{-1} - r_{eff}^{-1}) \quad [3-5]$$

Despejando la variable A, se obtiene:

$$A = \frac{P_{mecha} - P_{poro}}{\frac{1}{r_{mecha}} - \frac{1}{r_{eff}^{-1}}} \quad [3-6]$$

A es mayor que cero en perforación sobre - balance, porque $P_{mecha} > P_{poro}$ y pasando a diferenciales totales ($P=F(r)$, solamente), de allí que se puede escribir:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{A}{r^2} \quad [3-7]$$

La ecuación [3-7] es el gradiente del frente de invasión.

Por la Ley de Darcy, se tiene:

$$q(r) = -\frac{K}{\mu} \cdot \frac{dp(r)}{dr} \quad [3-8]$$

Esta velocidad euleriana físicamente representa la velocidad del flujo en un punto en el espacio.

Asumiendo que

$$q \geq 0 \Rightarrow P_l \geq P_{yac}$$

ya que la resta ($P_{yac} - P_l$) es negativa con el negativo de la ecuación nos da un número positivo.

$P_l \approx P_{pozo}$ y $P_r \approx P_{yac}$; por lo tanto, $P_L > P_{yac}$ el flujo va de PL a P_{yac} , debido a que la perforación es en sobre - balance.

$$V = \frac{q}{A\phi}$$

Para $A=1$, se tiene que la velocidad de la partícula es:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{q}{\phi} \quad [3-9]$$

Sustituyendo $q(r)$ de la ecuación [3-8] en la ecuación [3-9] se tiene:

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{KA}{\phi\mu r^2} \quad [3-10]$$

Integrando la ecuación diferencial ordinaria no lineal entre $0 - t$ y $r_o, - r_t$; se obtiene:

$$\int_{r_o}^r r^2 dr = \int_0^t -\frac{KA}{\phi\mu} dt$$

$$\frac{1}{3} r^3 \Big|_{r_o}^r = -\frac{KA}{\phi\mu} t$$

$$r^3 = r_o^3 - 3\frac{KA}{\phi\mu} t$$

$$r = \sqrt[3]{r_o^3 - 3\frac{KA}{\phi\mu} t}$$

[3-10]

Esta es la ecuación que determina el radio de invasión producido por la

mecha a un tiempo dado, donde $r_o = r_{mecha}$, el radio de la mecha.

Los requerimientos dimensionales para tiempos cortos son la diferencia entre las formulas del flujo cilíndrico y el flujo esférico.

$$r(t) = \left\{ r_{mecha}^3 + 3 \frac{AK}{\phi\mu} t \right\}^{1/3} \quad [3-11]$$

7.3.1.4. Gas en Flujo Lineal Uniforme

La ecuación para flujo de gas; compresible, lineal y homogéneo con propiedades de la roca constantes es:

$$\frac{\partial^2 P^{m+1}(r,t)}{\partial x^2} = \frac{\phi\mu C^*}{K} \cdot \frac{\partial P^{m+1}}{\partial t} \quad [4-1]$$

Donde $C^* = \frac{m}{P(x,t)}$ para gases según Chin (1993) [4-2]

$m=1$	para procesos isotérmicos
$m= C_v/C_p$	para procesos adiabáticos
$m=0$	para volumen constante
$m= \infty$	para procesos de presión constante.

Si los efectos transiente no son importantes, la ecuación [4-1] se reduce a la siguiente ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{\partial^2 P^{m+1}(r, t)}{\partial x^2} = 0 \quad [4-3]$$

para $P^{m+1}(x)$ la solución simple es:

$$P^{m+1}(x) = Ax + B \quad [4-4]$$

Se observa que es $P^{m+1}(x)$ y no $P(x)$, debido a que no es una variable lineal en el espacio, por lo tanto nos damos cuenta, que La Ley de Darcy

$$q = -\frac{K}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \text{ no será constante en general.} \quad [4-5]$$

La Ley de Darcy es una aproximación de la ecuación de momentum de Navier - Stökes en una muestra; la Ley de Darcy no provee, en ningún sentido, una completa descripción de la continuidad de la masa, un modelo constitutivo o termodinámico, como una ecuación de presión diferencial.

Con el fin de determinar las constantes de integración A y B, se tiene las siguientes condiciones de frontera:

$$x=0, \text{ entonces } P = P_L$$

$$x=L, \text{ entonces } P = P_{yac}$$

$$P^{m+1}(0) = P_L^{m+1} = B \quad [4-6a]$$

$$P^{m+1}(l) = P_{yac}^{m+1} \quad [4-6b]$$

Sustituyendo las condiciones de frontera en la ecuación [4-4], se obtiene el valor de A:

$$A = \frac{Pyac^{m+1} - Pl^{m+1}}{l} \quad [4-7]$$

Sustituyendo en la ecuación [4-4] los valores de A y B; respectivamente, se obtiene:

$$P^{m+1}(x) = \left(\frac{Pyac^{m+1} - Pl^{m+1}}{l} \right) x + Pl^{m+1} \quad [4-8]$$

Con el fin de hallar el valor de P(x), se saca la raíz $\frac{1}{(m+1)}$ de la ecuación [4-8], obteniendo:

$$P(x) = \left\{ \left(\frac{Pyac^{m+1} - Pl^{m+1}}{l} \right) x + Pl^{m+1} \right\}^{\frac{1}{m+1}} \quad [4-9]$$

Esta presión no varía linealmente respecto de "x" excepto en el caso límite cuando m=0. La m=1, isotérmica, es la suposición inicial que se toma para el análisis de pruebas de pozos de gas.

Integrando la ecuación [4-8], se tiene:

$$\int P^{m+1}(x) dx = \int \left[\left(\frac{Pyac^{m+1} - Pl^{m+1}}{l} \right) x + Pl^{m+1} \right] dx$$

$$(m + 1)P^m(x) \frac{dP(x)}{dx} = \left(\frac{Pyac^{m+1} - Pl^{m+1}}{l} \right)$$

$$\frac{dP(x)}{dx} = \left(\frac{Pyac^{m+1} - Pl^{m+1}}{(m + 1)l} \right) P^{-m}(x) \quad [4-10]$$

Este es el gradiente de P(x) y con la Ley de Darcy, se tiene:

$$q = -\frac{K}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \quad [4-11]$$

Sustituyendo la ecuación [4-10] en la Ley de Darcy, se tiene:

$$q = -\frac{K}{\mu} \cdot \left(\frac{Pyac^{m+1} - Pl^{m+1}}{l(m + 1)} \right) P^{-m}(x) \quad [4-12]$$

El frente de desplazamiento satisface:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{q}{\phi} \quad [4-13]$$

Sustituyendo q de la ecuación [4-12], en la ecuación [4-13]:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{K}{\phi\mu} \cdot \left(\frac{Pyac^{m+1} - Pl^{m+1}}{l(m + 1)} \right) P^{-m}(x) \quad [4-14]$$

Integrando entre los valores limites (0,t) y (0,L), se obtiene:

$$\int_0^l P^m(x) dx = \int_0^t -\frac{K}{\phi\mu} \cdot \left(\frac{Pyac^{m+1} - Pl^{m+1}}{l(m+1)} \right) dt$$

$$\boxed{\left(\frac{l}{Pyac^{m+1} + Pl^{m+1}} \right) \left(Pyac^{m+1} - Pl^{m+1} \cdot \frac{x}{l} + Pl^{m+1} \right)^{\frac{2m+1}{m+1}} = \left(\frac{Kt}{\phi\mu} \right) \left(\frac{Pyac^{m+1} - Pl^{m+1}}{l(m+1)} \right) + C} \quad [4-15]$$

Esta es la ecuación que determina la posición de la invasión para gases a un tiempo dado, donde la constante C puede ser obtenida en la posición inicial de la partícula.

Si se resuelve esta ecuación para un proceso isotérmico, cuando m=1, se obtendrá:

$$\left(\frac{l}{Pyac^2 + Pl^2} \right) \left(Pyac^2 - Pl^2 \cdot \frac{x}{l} + Pl^2 \right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{Kt}{\phi\mu} \right) \left(\frac{Pyac^2 - Pl^2}{2l} \right) + C \quad [4-15]$$

7.3.2. Flujo con Movimiento de Fronteras

En esta sección, se mostrara el flujo con movimientos de fronteras internas y externas. Primeramente se considerará el desarrollo de un revoque lineal con movimiento de fronteras en un papel filtro y luego se examinara el flujo pistón de dos líquidos diferentes en un núcleo sin la formación de revoque. Estos dos ejemplos forman parte del problema donde el crecimiento del revoque, las propiedades de la roca y el frente de invasión serán dinámicamente acoplados en la sección, formación del revoque e interacción con la formación.

7.3.2.1. Formación del revoque lineal en papel de filtro

En esta sección se considerará un experimento de una sola dimensión donde el lodo es circulado a través de un papel filtro. Inicialmente la tasa de flujo es rápida, pero a medida de que pasa el tiempo las partículas sólidas como la barita son depositadas sobre la superficie del papel filtro, formando un revoque que retarda el paso del filtrado del lodo en virtud de la resistencia al flujo que provee la formación de dicho revoque.

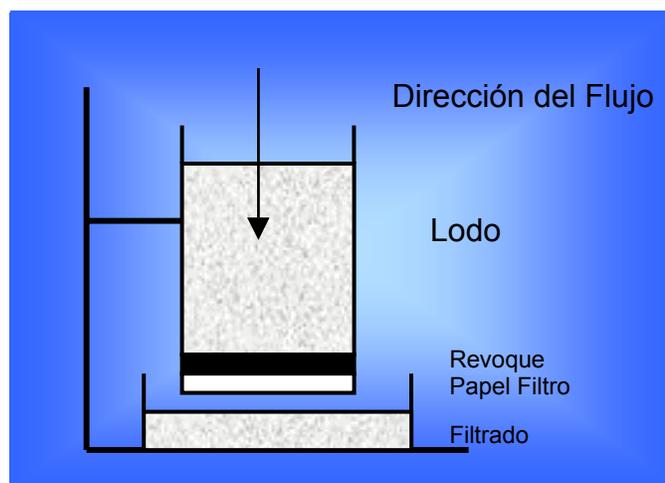


Figura 6. Desarrollo del Revoque

En esta sección, el espesor del revoque es mayor que cero a diferencia de los casos anteriores $X_c(t) > 0$

Para una composición de fluido homogéneo, se supone que durante el proceso de perforación la fracción de sólidos no cambia en el tiempo, sino que se mantiene siempre constante.

El revoque en realidad puede ser compresible, sus propiedades mecánicas pueden variar con la aplicación de presión diferencial. Pero por ahora, se construirá un modelo para desarrollar un revoque incompresible, así que, la filtración ocurre a través partículas sólidas del revoque poroso pero rígido.

$X_c=0$, espesor inicial del revoque.

V_s : Volumen de sólidos en el lodo.

V_l : Volumen de líquido en el lodo.

f_s : Fracción de sólidos.

$$f_s = \left(\frac{V_s}{V_s + V_l} \right) \quad [1-1]$$

Derivando en ambos lados de la ecuación [1-1] con respecto del tiempo.

$$\begin{aligned} \frac{df_s}{dt} &= (V_s + V_l)^{-1} \frac{dV_s}{dt} \\ &= \frac{\frac{dV_s}{dt} - V_s \left(\frac{dV_s}{dt} + \frac{dV_l}{dt} \right)}{(V_s + V_l)^2} = 0 \end{aligned}$$

El termino dV_s/dt debido a que es muy pequeño en comparación con todos los demás términos, se asume igual a cero, por lo tanto se tiene:

$$= -V_s(V_s + V_l)^{-2} \left(\frac{dV_s}{dt} + \frac{dV_l}{dt} \right) = 0 \quad [1-2]$$

Debido a la ley de la conservación de la masa, se tiene:

$$dV_s = \frac{V_s}{V_l} dV_l \quad [1-3]$$

$$\frac{V_s}{V_l} = \frac{f_s}{1 - f_s} \quad [1-4]$$

Sustituyendo la ecuación [1-4] en la ecuación [1-3]:

$$dV_s = \frac{f_s}{1 - f_s} dV_l \quad [1-5]$$

La fracción de sólido es dependiente del tiempo $f_s = f_s(t)$

Volumen de sólidos diferencial:

$$dV_s = (1 - \phi_c)(dA)(dX_c) \quad [1-6]$$

ϕ_c : porosidad del revoque.

El diferencial de sólidos depositados en un área del papel de filtro en un tiempo infinitesimal es:

$$dVl = |Vn| dA (dt) \quad [1-7]$$

Vn: velocidad de Darciana o por Ley de darcy

Sustituyendo la ecuación [1-7] en la ecuación [1-5], que es dependiente del tiempo, se obtiene:

$$dVs = \frac{fs}{1 - fs} |Vn| (dA)(dt) \quad [1-8]$$

Igualando la ecuación [1-6] con la ecuación [1-8], se obtiene:

$$(1 - \phi_c)(dx_c) = \frac{fs}{1 - fs} |Vn|(dt)$$

Despejando de la ecuación anterior $\frac{dx_c}{dt}$, se tiene la ecuación del crecimiento del revoque con respecto del tiempo:

$$\frac{dx_c(t)}{dt} = \frac{fs}{(1 - fs)(1 - \phi_c)} |Vn| \quad [1-9]$$

Ahora como primer ejemplo asumimos un fluido de densidad constante y flujo de líquido uniforme.

La velocidad de Darcy es constante.

$$|Vn| = -\frac{K}{\mu} \cdot \frac{\Delta P}{x_c} \quad [1-10]$$

K: permeabilidad del revoque

μ : viscosidad del filtrado

Sustituyendo la ecuación [1-10] en la ecuación [1-9], se obtiene:

$$\frac{dx_c(t)}{dt} = \frac{fs}{(1-fs)(1-\phi_c)} \cdot \frac{K}{\mu} \cdot \frac{\Delta P}{x_c} \quad [1-11]$$

El signo (-) de la ecuación [1-10] se elimina debido al valor absoluto

Luego, integrando la ecuación [1-11], se tiene:

$$\int x_c dx_c(t) = \int \frac{fs}{(1-fs)(1-\phi_c)} \cdot \frac{K}{\mu} \cdot \Delta P dt$$

$$\frac{x_c^2}{2} = \frac{fs}{(1-fs)(1-\phi_c)} \cdot \frac{k}{\mu} (\Delta P)t$$

Así, la ecuación para el crecimiento del revoque (x_c) es:

$$x_c = \sqrt{\frac{2fs}{(1-fs)(1-\phi_c)} \left(\frac{k}{\mu}\right) (\Delta P)t} \quad [1-12]$$

Queda demostrado que el crecimiento del revoque en flujo lineal es proporcional a la \sqrt{t} . Aunque, su crecimiento puede ser más lento, debido a que un incremento en el espesor del revoque, significa un incremento en la resistencia del filtrado a fluir a través del revoque, haciendo así que disminuya la tasa de filtrado.

Ahora bien,

$$dVl = |Vn| dAdt \quad [1-13]$$

Sustituyendo Vn de la ecuación [1-13] en la ecuación [1-10], se obtiene lo siguiente:

$$dVl = \frac{K}{\mu} \cdot \frac{\Delta P}{x_c} dt dA \quad [1-14]$$

Sustituyendo x_c de la ecuación [1-12] en la ecuación [1-14], se obtiene lo siguiente:

$$dVl = \frac{K}{\mu} \cdot (\Delta P) (dA) \left[\frac{2fs}{(1-fs)(1-\phi_c)} \cdot \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\Delta P}{t} \right]^{-1/2} dt \quad [1-15]$$

Por integración directa de la ecuación [1-15] y asumiendo un volumen inicial de filtrado igual a cero, se tiene:

$$Vl(t) = \frac{K\Delta P dA / \mu}{\sqrt{\frac{2fs}{(1-fs)(1-\phi_c)} \cdot \frac{K}{\mu} (\Delta P)} \cdot \sqrt{t}}$$

Simplificando y arreglando los términos, nos queda que $V_L(t)$, volumen de líquido en el lodo es:

$$V_L(t) = \sqrt{\frac{2K\Delta P(1 - f_s)(1 - \phi_c)}{\mu f s}} \cdot \sqrt{t} \cdot dA \quad [1-16]$$

Así que se encontraron dos casos en los que se cumple la \sqrt{t} , la primera para flujo de densidad constante, radial y líquido simple sin revoque y la segunda cuando se esta formando el revoque sin la existencia de filtrado en la roca.

7.3.2.2. Flujo Pistón de dos líquidos en un núcleo lineal sin Revoque.

Se va a considerar un flujo darciano a través de un núcleo lineal en el cual un líquido desplaza en flujo tipo pistón a otro ya preexistente en la roca tal como se muestra en la Figura 7.

Se asume que la permeabilidad de la roca para cada fluido es la misma, o sea, que $K = K_1 = K_2$.

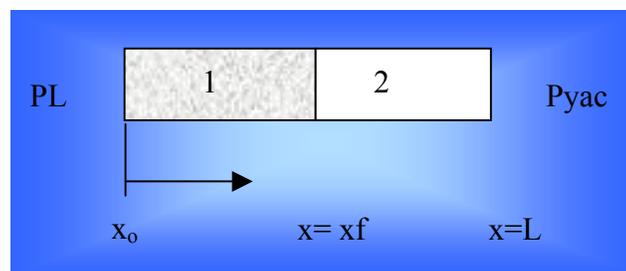


Figura 7. Flujo lineal simple de dos fluidos distintos.

La $P_L > P_{yac}$, lo que indica que el flujo va de izquierda a derecha. No existe revoque presente.

La EDP que gobierna el movimiento del flujo transiente de líquido, compresible, lineal y homogéneo tomando ciertas propiedades constantes es:

$$\frac{\partial P^2(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\phi\mu C^*}{K} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} \quad [2-1]$$

El líquido invasor desplaza un líquido de formación, cada fluido con sus respectivas viscosidades, μ_1 y μ_2 .

El Modelaje interno de las interfases en movimiento, siendo el frente el frente: $x = x_f(t)$.

Se supone que los líquidos son incompresibles por lo tanto la compresibilidad C^* es cero, entonces se tiene en la interfase 1 -2:

$$\frac{dP_1(x)}{dx^2} = 0 \qquad \frac{dP_2(x)}{dx^2} = 0 \quad [2-2a,b]$$

Para cada fluido, antes de la interfase, la cual es una discontinuidad del sistema se obtiene las siguientes soluciones para las respectivas presiones P_1 y P_2 .

$$P_1 = Ax + B \qquad P_2 = Cx + D \quad [2-3a,b]$$

P_1 = detrás del frente

P_2 =delante del frente

Donde A, B, C y D; son constantes a determinar con las condiciones de frontera siguientes:

$$P_1(0) = Pl$$

$$P_2(l) = Pyac$$

En la interfase tenemos:

$$X=xf$$

$$P_1(xf)=P_2(xf)$$

$$q_1(xf)=q_2(xf)$$

Las permeabilidades en las capas 1 y 2 son iguales a K.

Las velocidades de Darcy en las capas 1 y del modelo son:

$$q_1 = -\frac{K}{\mu_1} \cdot \frac{dp_1(x)}{dx} \qquad q_2 = -\frac{K}{\mu_2} \cdot \frac{dp_2(x)}{dx} \qquad [2-4a,b]$$

$$A = \frac{dp_1(x)}{dx} \qquad C = \frac{dp_2(x)}{dx}$$

$$q_1 = -\frac{K}{\mu_1} A \qquad q_2 = -\frac{K}{\mu_2} C \qquad [2-5a,b]$$

De allí que:

$$\frac{q_1}{K} = \frac{q_2}{K} \qquad \frac{A}{\mu_1} = \frac{C}{\mu_2} \qquad [2-6a,b]$$

Evaluando las formulas [2-3a,b] en las condiciones fronteras, tenemos:

Para $x=0$, entonces $P=Pl$:

$$Pl = \frac{\mu_1}{\mu_2} C \cdot (0) + Pl \quad [2-7]$$

Para $x=xf$, entonces $P=P_{xf}$

P_1

P_2

$$P(xf) = \frac{\mu_1}{\mu_2} C \cdot (xf) + Pl \quad P(xf) = \frac{\mu_2}{\mu_1} A \cdot (xf) + Pyac \quad [2-8a,b]$$

Para $x=L$, entonces $P=Pyac$

$$Plodo = \frac{\mu_2}{\mu_1} A \cdot (L) + Pyac \quad [2-9]$$

Restando la ecuación [2-8a] y la ecuación [2-9], se tiene:

$$P(xf) = \frac{\mu_2}{\mu_1} A \cdot (xf - L) + Pyac \quad [2-10]$$

Sustituyendo el valor de A en la ecuación anterior, se obtiene:

$$P(xf) = C \cdot (xf - l) + Pyac \quad [2-11]$$

Igualando las ecuaciones [2-8a] y [2-11], se encuentra el valor de C:

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} Cxf + Pl = C \cdot (xf - l) + Pyac \quad [2-12]$$

$$Pyac - Pl = \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} xf - \cdot xf + l \right) C$$

$$Pyac - Pl = \left(l + xf \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} - \cdot 1 \right) \right) C$$

$$C = \frac{Pyac - Pl}{l + xf \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} - \cdot 1 \right)} \quad [2-13]$$

Sustituyendo el valor de A en la ecuación [2-8b], se tiene:

$$P_1(x) = \frac{\mu_1}{\mu_2} C \cdot x + Pl \quad P_2(x) = C \cdot (x - l) + Pyac \quad [2-14a,b]$$

Sustituyendo el valor de C para ambas ecuaciones, se determinan las soluciones para todo el rango de las "x", que son las posiciones del frente en cualquier momento.

Para valores entre $0 < x < xf$ la solución de la presión, se determina de la siguiente manera, usando la ecuación [2-14a]:

$$P_1(x) = \frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot \left(\frac{Pyac - Pl}{l + xf \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} - 1 \right)} \right) \cdot x + Pl \quad [2-15a]$$

Derivando $P_1(x)$ con respecto a x para obtener el gradiente 1, se tiene:

$$\frac{dP_1(x)}{dx} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot \frac{Pyac - Pl}{l + xf \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} - 1 \right)} \quad [2-16a]$$

Para valores entre $xf < x < L$ la solución de la presión, se determina de la siguiente manera, usando la ecuación [2-14b]:

$$P_2(x) = \left(\frac{(Pyac - Pl)(x - L)}{l + xf \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} - 1 \right)} \right) + Pyac \quad [2-15b]$$

Derivando $P_2(x)$ con respecto a x para obtener el gradiente 2, se tiene:

$$\frac{dP_2(x)}{dx} = \frac{Pyac - Pl}{l + xf \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} - 1 \right)} \quad [2-16b]$$

El frente de desplazamiento satisface:

$$\frac{dxf}{dt} = \frac{q_1}{\phi} \quad [2-17]$$

Sustituyendo q_1 de la ecuación [2-4a], en la ecuación [2-17]

$$\frac{dxf}{dt} = -\frac{K}{\phi\mu_1} \cdot \frac{dp_1(x)}{dx} \quad [2-18]$$

Suponiendo una porosidad constante y sustituyendo la ecuación [2-16a] en la [2-18], se obtiene:

$$\frac{dxf}{dt} = -\frac{K}{\phi\mu_1} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot \frac{Pyac - Pl}{l + xf \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} - 1 \right)} \quad [2-19]$$

Ya que a la condición inicial $xf(0) = xf,0$ (el frente de desplazamiento a un tiempo cero); luego de integrar la ecuación [2-19] en x y t , se obtiene:

$$\int_0^{xf} l + xf \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} - 1 \right) dxf = \int_0^t -\frac{K}{\phi\mu_1} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot (Pyac - Pl) \cdot dt$$

$$\left(\frac{\mu_1}{\mu_2} - 1 \right) xf + l = \sqrt{\left[\left(\frac{\mu_1}{\mu_2} - 1 \right) xf_{,0} + l \right]^2 + \left[\frac{2K(Pl - Pyac)}{\phi\mu_2} \right] \left[\frac{\mu_1}{\mu_2} - 1 \right] \cdot t} \quad [2-20]$$

Se ve de esta ecuación que la posición del frente x_f , depende de los valores relativos de las viscosidades μ_1 y μ_2 , delante y detrás del frente.

7.3.3. Formación de Revoque e Interacción de la Formación

En esta sección se deriva de forma cercana, las soluciones analíticas para flujo lineal y radial donde el crecimiento del revoque y el progreso del frente de invasión, son acoplados.

7.3.3.1. Formación de Revoque e Invasión Lineal

Se considera un ejemplo realístico donde filtrado de lodo desplaza a un fluido de formación preexistente los cuales tienen diferentes viscosidades. Simultáneamente, mientras este proceso esta sucediendo el espesor de revoque se va incrementado haciendo que la tasa de flujo consecuentemente vaya disminuyendo. Todo el tiempo, el filtrado desplaza al fluido de formación moviéndose hacia la derecha. En este problema, la dinámica del crecimiento del revoque es acoplada con el frente de invasión en movimiento.

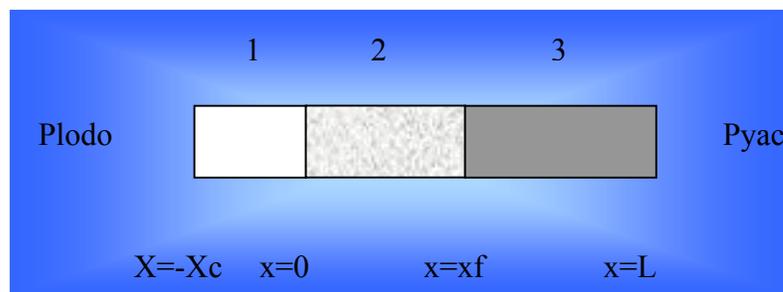


Figura 8. Flujo Lineal de 3 capas

- Capa 1: Revoque
- Capa 2: Zona Lavada
- Capa 3: Zona Virgen

En la Figura 8, el origen $x=0$, es la interfase cuando $x_c > 0$ la cual representa el espesor del revoque, mientras $x_f > 0$ es el desplazamiento del frente separado por la zona no invadida de la roca.

La Ecuación Diferencial Parcial que gobierna el flujo transiente de líquido, compresible y homogéneo, tomando ciertas propiedades constantes es la EDP parabólica:

$$\frac{\partial^2 P_i(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\phi_i \mu_i C_i^*}{K_i} \cdot \frac{\partial P_i}{\partial t} \quad [1-1]$$

Ignorando los efectos de la compresibilidad, $c=0$, se tiene:

$$\frac{\partial^2 P_i(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad [1-2]$$

Donde $i=1,2,3$

Esta ecuación puede ser resuelta con las condiciones de frontera siguientes:

$$P_1(-x_c) = PL$$

$$P_3(L) = Pyac$$

donde PL y $Pyac$, representan la presión del lodo y la del yacimiento, respectivamente.

Las condiciones Interfaciales son:

$$P_1(0)=P_2(0)$$

$$P_2(xf)=P_3(xf)$$

Por la Ley de Darcy, se tiene:

$$\frac{K_1}{\mu_1} \cdot \frac{dp_1(0)}{dx} = \frac{K_2}{\mu_2} \cdot \frac{dp_2(0)}{dx} \quad [1-3a]$$

$$\frac{K_2}{\mu_2} \cdot \frac{dp_2(xf)}{dx} = \frac{K_3}{\mu_3} \cdot \frac{dp_3(xf)}{dx} \quad [1-3b]$$

Donde:

K_1 : permeabilidad del revoque

$K_2 = K_3 = K_{roca}$

$\mu_1 = \mu_2 = \mu_{filtrado}$

$\mu_3 = \mu_o = \text{Viscosidad del petróleo}$

La solución para la ecuación diferencial [1-2] es de la forma:

$$P_i = \alpha_i x + \beta_i \quad [1-4]$$

Para $i=1,2,3$

Las constantes para las diferentes fases pueden ser determinadas así:

$$\alpha_1 = \frac{Pl - Pyac}{\left(\frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3} - \frac{K_1}{K_2}\right)xf - \frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3}l - x_c} \quad [1-5a]$$

$$\beta_1 = \frac{Pl + (Pl - Pyac)x_c}{\left(\frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3} - \frac{K_1}{K_2}\right)xf - \frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3}l - x_c} \quad [1-6a]$$

$$\alpha_2 = \frac{\left(\frac{K_1}{K_2}\right)(Pl - Pyac)}{\left(\frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3} - \frac{K_1}{K_2}\right)xf - \frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3}l - x_c} \quad [1-5b]$$

$$\beta_2 = \frac{Pl + (Pl - Pyac)x_c}{\left(\frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3} - \frac{K_1}{K_2}\right)xf - \frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3}l - x_c} \quad [1-6b]$$

$$\alpha_3 = \frac{\left(\frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3}\right)(Pl - Pyac)}{\left(\frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3} - \frac{K_1}{K_2}\right)xf - \frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3}l - x_c} \quad [1-5c]$$

$$\beta_3 = \frac{Pl + (Pl - Pyac)x_c + xf\left(\frac{K_1}{K_2} - \frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3}\right)(Pl - Pyac)}{\left(\frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3} - \frac{K_1}{K_2}\right)xf - \frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3}l - x_c} \quad [1-6c]$$

Las ecuaciones anteriores definen completamente la distribución espacial de la presión en las tres capas, pero la solución del problema de la invasión no puede ser resuelto aun, porque las posiciones x_c y x_f son funciones dependientes del tiempo desconocidas.

En el anterior desarrollo de la ecuación diferencial para crecimiento del revoque, este puede ser evaluado como:

$$\frac{dx_c}{dt} = \frac{fs}{(1 - fs)(1 - \phi_c)} |Vn| \quad [1-7]$$

Sustituyendo el valor de Vn en la ecuación [1-7], se tiene:

$$\frac{dx_c}{dt} = \frac{fs}{(1 - fs)(1 - \phi_c)} \cdot \frac{\left(\frac{K_1}{\mu_1}\right)(Pl - Pyac)}{\left(\frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3} - \frac{K_1}{K_2}\right)xf - \frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3}l - x_c} \quad [1-8]$$

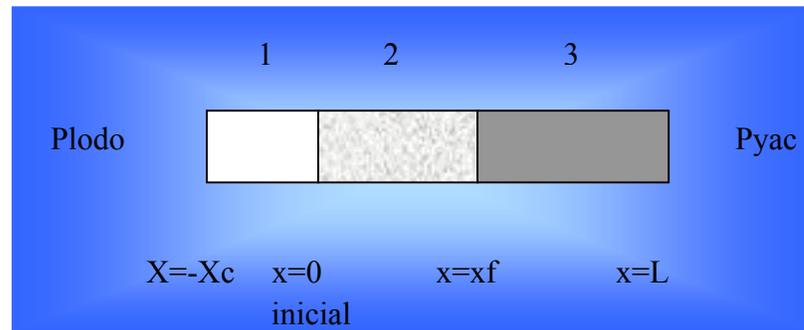
Evaluando la condición cinemática usando la conocida velocidad de Darcy en la interfase (xf), se tiene:

$$\frac{dx_f}{dt} = -\frac{1}{\phi_{eff}} \cdot \frac{K_2}{\mu_2} \cdot \frac{dp_2(x)}{dx} \quad [1-9]$$

Reemplazando el valor de $\frac{dp_2(x)}{dx}$, tenemos:

$$\frac{dx_f}{dt} = -\frac{K_2}{\mu_2 \phi_{eff}} \cdot \frac{(Pl - Pyac)}{\left(\frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3} - \frac{K_1}{K_2} \right) x_f - \frac{\mu_3 K_1}{\mu_2 K_3} l - x_c} \quad [1-10]$$

La solución analítica puede ser obtenida, si asumimos las condiciones iniciales como lo observamos en la figura para un tiempo igual a cero $X_{f,0} > 0$, cuando $X_c = 0$ y al transcurrir el tiempo aumenta la invasión y el radio del revoque.



Con estas condiciones se obtendrá la solución de Chin (1986), para este proceso:

$$x_f(t) = -H + \sqrt{H^2 + 2\left(Hx_{f,0} + \frac{1}{2}x_{f,0}^2 + Gt\right)} \quad [1-11]$$

Donde G y H son:

$$G = -\frac{K_1(Pl - Pyac) / (\mu_f \phi_{eff})}{\left(\frac{\mu_o K_1}{\mu_f K_3} - \frac{K_1}{K_2} - \frac{\phi_{eff} fs}{(1 - \phi_c)(1 - fs)} \right)} \quad [1-12]$$

$$H = - \frac{\frac{x_{f,0} \phi_{eff} fs}{(1 - \phi_c)(1 - fs)} - \frac{\mu_o K_1 l}{\mu_f K_3}}{\left(\frac{\mu_o K_1}{\mu_f K_3} - \frac{K_1}{K_2} - \frac{\phi_{eff} fs}{(1 - \phi_c)(1 - fs)} \right)} \quad [1-13]$$

Estas ecuaciones describen el progreso del frente de invasión, así como también, este es afectado por la viscosidad del filtrado (μ_L), la viscosidad del petróleo (μ_o) y por las propiedades y crecimiento del revoque.

La correspondiente ecuación del crecimiento del revoque es:

$$x_c(t) = \frac{\phi_{eff} fs}{(1 - fs)(1 - \phi_c)} (x_f - x_{f,0}) \quad [1-14]$$

Para la cual

$$\frac{dx_c}{dx_f} = \frac{\phi_{eff} fs}{(1 - fs)(1 - \phi_c)} > 0 \quad [1-15]$$

de allí que x_f incrementa si x_c incrementa. Es interesante que el factor de proporcionalidad depende únicamente de los parámetros geométricos (ϕ , fs y ϕ_c) y no de las variables de transporte como la viscosidad y permeabilidad.

En general el desarrollo de la \sqrt{t} no siempre es obtenida, de cualquier manera aparece en los límites para períodos largos de tiempo. Siguiendo el desarrollo de la serie de Taylor, se puede determinar las dimensiones exactas que

significan largos periodos de tiempo donde el desarrollo de la \sqrt{t} es encontrada. Finalmente note que:

$$x_f(t) - x_{f,0} = \frac{1}{\phi_{eff}} \sqrt{2K_1(1 - \phi_c)(1 - fs) \left(\frac{Pl - Pyac}{\mu_f fs} \right) t} \quad [1-16]$$

Esta ecuación es obtenida en el limite cuando la movilidad de los fluidos en la roca excede grandemente la movilidad de los fluidos por el revoque.

Finalmente se enfatiza que los resultados requieren la caracterización del revoque en tres parámetros independientes.

fs: fracción de sólidos

ϕ_c : la porosidad

K: permeabilidad del revoque.

7.3.3.2. Formación de Revoque e Invasión Radial, simultáneamente.

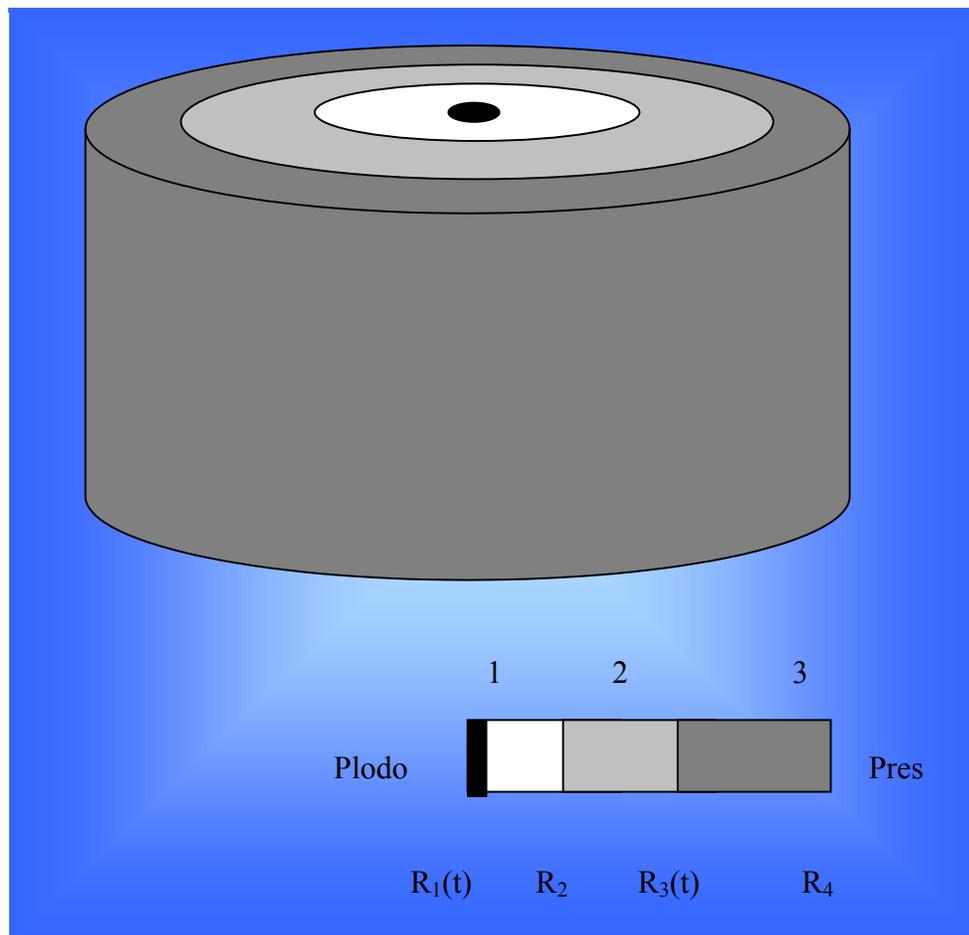


Figura 9. Flujo Radial de tres capas

Se considera un ejemplo realístico donde líquido incompresible (lodo), desplaza a un líquido de formación preexistente formando una viscosidad diferente. El flujo homogéneo e isotrópico, satisface la ecuación de Laplace para la presión.

La ecuación de un fluido compresible suponiendo propiedades del líquido y de la roca constantes, es la clásica ecuación diferencial parcial parabólica, en coordenadas radiales.

$$\frac{\partial^2 P_1(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P_1}{\partial r} = \frac{\phi_1 \mu_1 C_1}{K_1} \cdot \frac{\partial P_1}{\partial t} \quad [2-1]$$

Despreciando la compresibilidad de los fluidos, la ecuación se reduce a la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2 P_i(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dP_i}{dr} = 0 \quad [2-2]$$

Para $i= 1,2,3$

La solución de dicha ecuación es:

$$P_i(r) = \alpha_i \log r + \beta_i \quad [2-3]$$

Las constantes de integración pueden ser determinadas de las condiciones de presión límites o de frontera:

$$P_1(r_1) = P_m \quad P_3(r_4) = P_{yac}$$

Las condiciones interfaciales de la presión

$$P_1(r_2) = P_2(r_2) \quad P_2(r_3) = P_3(r_3)$$

Para las velocidades en las interfases, se tiene:

$$\frac{K_1}{\mu_1} \frac{dP_1(r_2)}{dr} = \frac{K_2}{\mu_2} \frac{dP_2(r_2)}{dr} \quad [2-4a]$$

$$\frac{K_2}{\mu_2} \frac{dP_2(r_3)}{dr} = \frac{K_3}{\mu_3} \frac{dP_3(r_3)}{dr} \quad [2-4b]$$

donde:

K_1 : permeabilidad del revoque.

$K_2 = K_3 = K_{roca}$

Las seis constantes de integración, $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, \alpha_3, \beta_3$, son:

$$\alpha_1 = \frac{\left(\frac{K_2}{\mu_2} \right) (Pl - Pyac)}{\ln \left[\left(\frac{R_2}{R_1} \right)^{\frac{K_2}{\mu_2}} \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^{\frac{K_1}{\mu_1}} \left(\frac{R_4}{R_3} \right)^{\frac{K_1 K_2 \mu_3}{\mu_1 \mu_2 K_3}} \right]} \quad [2-5a]$$

$$\beta_1 = Pl - \alpha_1 \ln R_1 \quad [2-6a]$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{K_1 \mu_2}{\mu_1 K_2} \right) \alpha_1 \quad [2-5b]$$

$$\beta_2 = Pl + \alpha_1 \text{Ln} \left(\frac{R_2}{R_1} \right) - \alpha_2 \text{Ln} R_2 \quad [2-6b]$$

$$\alpha_3 = \left(\frac{K_1 \mu_3}{\mu_1 K_3} \right) \alpha_1 \quad [2-5c]$$

$$\beta_3 = Pl + \alpha_1 \text{Ln} \left(\frac{R_2}{R_1} \right) + \alpha_2 \text{Ln} \left(\frac{R_3}{R_2} \right) - \alpha_3 \text{Ln} R_3 \quad [2-6c]$$

Así, aparece la definición de la distribución espacial de la presión. Aunque la solución del problema de invasión, aun no ha sido resuelto debido a que los frentes $R_1(t)$ y $R_3(t)$ son funciones dependientes del tiempo.

Las ecuaciones que gobiernan el crecimiento del revoque son:

$$-\frac{dR_1}{dt} = \frac{fs}{(1-\phi_c)(1-fs)} |Vn| \quad [2-7]$$

$$-\frac{dR_1}{dt} = \frac{fs}{(1-\phi_c)(1-fs)} \frac{K_1}{\mu_1} \frac{dPr}{dr}$$

$$-\frac{dR_1}{dt} = \frac{fs}{(1-\phi_c)(1-fs)} \frac{K_1}{\mu_1} \frac{\alpha_1}{r}$$

$$-\frac{dR_1}{dt} = \frac{fs}{(1-\phi_c)(1-fs)} \frac{K_1}{\mu_1} \frac{\alpha_1(r_1, r_3)}{r} \quad [2-8]$$

La ecuación análoga para un frente de desplazamiento (R_3), se obtiene:

$$\frac{dR_3}{dt} = \frac{k_2}{\mu_2 \phi_{eff}} \frac{dP_2}{dr} \quad [2-9]$$

$$\frac{dR_3}{dt} = \frac{k_2}{\mu_2 \phi_{eff}} \frac{\alpha_2}{r}$$

$$\frac{dR_3}{dt} = - \frac{k_2}{\mu_2 \phi_{eff}} \frac{\alpha_2(R_1, R_3)}{r_3} \quad [2-10]$$

Estas ecuaciones diferenciales ordinarias no lineal son acopladas. Si asumimos que $R_3 = R_{spurt} > R_2$. Entonces, R_{spurt} = Radio de Invasión inicial.

Donde $R_1 = R_2$ (sin revoque) en $t=0$, se puede encontrar un frente de desplazamiento $R_3(t)$.

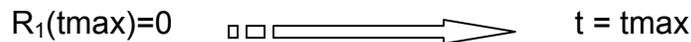
$$\left[\begin{aligned} & \frac{K_1 R_2^2}{\mu_1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^2 \log \left(\frac{R_3}{R_2} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^2 \right] + \frac{K_1 K_2 \mu_3 R_4^2}{\mu_1 \mu_2 K_3} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{R_{spurt}}{R_4} \right)^2 \log \left(\frac{R_{spurt}}{R_4} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{R_{spurt}}{R_4} \right)^2 \right] \\ & - \frac{1}{2} \left(\frac{R_{spurt}}{R_2} \right)^2 \log \left(\frac{R_{spurt}}{R_2} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{R_{spurt}}{R_2} \right)^2 \right] + \frac{K_2 R_2^2}{4 \mu_2 \phi_{eff}} \left[(1 - \phi_c) \frac{(1 - fs)}{fs} \right] x \\ & \left[\log \left(1 + \frac{fs \phi_{eff} \left\{ \left(\frac{R_{spurt}}{R_2} \right)^2 - \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^2 \right\}}{(1 - \phi_c)(1 - fs)} \right) - \frac{fs \phi_{eff} \left\{ \left(\frac{R_{spurt}}{R_2} \right)^2 - \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^2 \right\}}{(1 - \phi_c)(1 - fs)} \right] \\ & + \frac{fs \phi_{eff} \left\{ \left(\frac{R_{spurt}}{R_2} \right)^2 - \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^2 \right\}}{(1 - \phi_c)(1 - fs)} x \log \left(1 + \frac{fs \phi_{eff} \left\{ \left(\frac{R_{spurt}}{R_2} \right)^2 - \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^2 \right\}}{(1 - \phi_c)(1 - fs)} \right) \right] = \frac{K_1 K_2 (Pm - Pr)_t}{\mu_1 \mu_2 \phi_{eff}} \end{aligned} \right] \quad [2-11]$$

Esta ecuación puede ser resuelta asumiendo valores para R_3 y haciendo los cálculos correspondientes del tiempo. El radio del revoque $R_1(t)$ puede ser obtenido de:

$$R_1^2 = R_2^2 + \frac{(R_{spurt}^2 - R_3^2)(fs \phi_{eff})}{(1 - \phi_c)(1 - fs)} \quad [2-12]$$

$$\frac{dR_1^2}{dR_3^2} = \frac{fs \phi_{eff}}{(1 - \phi_c)(1 - fs)} < 0 \quad [2-13]$$

Esta ecuación indica que el frente de filtración avanza con R_1 incrementando y el radio R_3 decrece.



En orden para determinar el desplazamiento radial máximo $R_{3,max}$ y su correspondiente escala de tiempo t_{max} , usamos la ecuación [2-12] cuando el radio de revoque es cero y despejamos:

$$R_{3,max} = \sqrt{R_{spurt}^2 + \frac{(1 - \phi_c)(1 - fs)}{fs \phi_{eff}} R_2^2} \quad [2-14]$$

Donde el t_{max} es obtenido sustituyendo $R_{3,max}$ en la ecuación [2-11]

7.3.3.3. Efectos de la Compresibilidad

Se va a considerar el flujo lineal de gas y líquidos, pero esta vez se incluirá los efectos transientes debido a la compresibilidad del fluido en un núcleo homogéneo sin revoque.

La función presión $P(x,t)$ ahora depende de ambas variables, la posición (x) y el tiempo (t), la geometría que se puede aplicar la vemos en la figura 5.

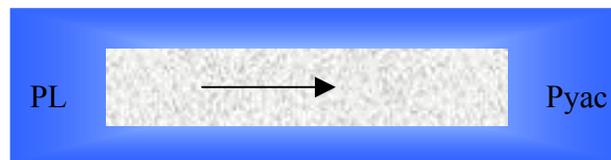


Figura 5. Flujo Lineal

Donde las condiciones de frontera son:

$$P(0,t)=PL$$

$$P(L,t)=Pyac$$

Donde L es la longitud del núcleo, se asumirá que inicialmente $P(x,0)=Po$.

La primera línea da la respuesta de estado continuo, mientras la segunda da la respuesta transiente debido a la compresibilidad.

La mayor contribución transiente a la ecuación [3-2] viene del término $n=1$, que tiene el factor de reducción de amplitud en la exponencial.

Solamente cuando $\frac{\pi^2 K t}{L^2 \phi \mu c} \Rightarrow \infty$

Esto es que cuando $t \gg \frac{L^2 \phi \mu c}{\pi^2 K}$

Es cuando el efecto de compresibilidad y condiciones iniciales, a través del factor de amplitud:

$$P_o - Pl + (Pyac - P_o)(-1)^n$$

Cuando $n=1$, desaparece.

Si consideramos solamente la solución de estado continuo, o sea:

$$P(x,t) = (Pyac - Pl) \frac{x}{l} + Pl \quad [3-3]$$

El frente satisface la ecuación:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{K}{\phi\mu} \frac{\partial P(x,t)}{\partial x} = \frac{K}{\phi\mu} \frac{Pyac - Pl}{L} \quad [3-4]$$

La escala de tiempo es determinada por el cociente:

$$\frac{L}{\left(\frac{dx}{dt}\right)}$$

Sustituyendo el valor de dx/dt de la ecuación [3-4] en la expresión anterior, se tiene:

$$\frac{L^2 \phi\mu}{K(Pl - Pyac)}$$

La EDP que gobierna un flujo de gases, compresible, lineal y homogéneo, tiene propiedades constantes, es no lineal y es la siguiente:

$$\frac{\partial^2 P^{m+1}(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\phi\mu C^*}{K} \cdot \frac{\partial P^{m+1}}{\partial t} \quad [3-5]$$

Mientras que los valores de las condiciones iniciales y de frontera del problema para la función de P^{m+1} en

$$\frac{\partial^2 P^{m+1}(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\phi\mu m}{(PK)} \cdot \frac{\partial P^{m+1}}{\partial t} \quad [3-6]$$

Son:

$$P^{m+1}(0,t) = P_L^{m+1}$$

$$P^{m+1}(L,t) = P_{yac}^{m+1}$$

$$P^{m+1}(x,0) = P_0^{m+1}$$

Superficialmente se asemeja al flujo lineal de líquido compresible, con la P reemplazada por P^{m+1} . Donde la “ m ” de la ecuación y la m del término P^{m+1} , son la misma constante.

Las dos formulaciones son muy diferentes porque el coeficiente constante

$\frac{\phi\mu c}{K}$ en la formulación líquida es reemplazado por la función $\frac{\phi\mu m}{PK}$, que depende de la solución $P(x,t)$.

El problema de líquido es lineal, con la suma de las soluciones individuales siendo una solución, realizando la superposición usando las series de Fourier posibles (los procedimientos de pruebas de pozos similarmente usan técnicas de superposición cuando sea posible). Pero la última formulación, como el coeficiente es dependiente de la presión, no es lineal, la ecuación y su solución no es posible excepto para problemas simples.

De todas maneras se puede desarrollar alguna idea de las escalas de tiempo que vienen de tomar en cuenta la compresibilidad si aproximamos el coeficiente no- lineal por la constante:

$$\frac{m\phi\mu}{P_{promedio}K}$$

donde $P_{yac} < P_{promedio} < P_L$ y si asumimos adicionalmente que P_o esta en el mismo rango; luego, la comparación de las dos formulaciones, la de gas y la de líquido conduce a inferir una solución formal que satisface a:

$$P^{m+1}(x,t) \approx P_{yac}^{m+1} - P_L^{m+1} \frac{x}{L} + P_L^{m+1} + \dots$$

$$\dots + \frac{2}{\pi} \sum \frac{1}{n} \left[\begin{array}{l} P_o^{m+1} - P_L^{m+1} \\ + (P_{yac}^{m+1} - P_o^{m+1}) (-1)^n \end{array} \right] x e^{\left(\frac{-\pi^2 n^2 K t P_{promedio}}{L^2 \phi \mu m} \right) \text{sen} \left(\frac{n \pi x}{L} \right)} \quad [3-7]$$

En la cual se enfatiza que es una muy cruda aproximación a la solución real. Pero este procedimiento provee alguna indicación acerca de la escala de tiempo que gobierna el proceso.

Si ahora, se eleva cada lado de la ecuación a la potencia $\frac{1}{(m+1)}$, para resolver la presión $P(x,t)$, se esperaría un término como este luego de algunas manipulaciones algebraicas:

$$e^{\left(\frac{-\pi^2 K t P_{promedio}}{L^2 \phi \mu m (m+1)} \right)}$$

La escala del tiempo sugerida para este termino n=1 es bastante diferente del que sale para un líquido lineal e ilustra, a través de la constante m, el rol de la termodinámica del yacimiento.

Los efectos de compresibilidades pueden ser importantes para flujo de gases, pero inclusive para flujo de líquidos, donde las soluciones de presión son relativamente simples, las consecuencias relacionadas al movimiento del frente son difíciles de determinar. Se va a considerar el flujo de líquidos.

Como la trayectoria de los frentes lineales satisface:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{k}{\phi\mu} \cdot \frac{\partial P(x,t)}{\partial t} \quad [3-8]$$

Derivando la ecuación [3-2] para hallar dp/dt y sustituyendo en la ecuación [3-8], tenemos:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{k}{\phi\mu} \left[\frac{Pyac - Pl}{l} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{2}{L} \sum [Po - Pl + (Pyac - Po)(-1)^n] e^{\frac{-\pi^2 n^2 Kt}{L^2 \phi\mu c} \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)} \right] \quad [3-8]$$

Para el momento inicial donde x=0, así el termino $\cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$, se convierte en la unidad y si retenemos solamente la contribución para n=1, se tendrá la aproximación

$$dx \approx -\frac{k}{\phi\mu} \left[\frac{Pyac - Pl}{l} + \frac{2}{L} [Po - Pl - (Pyac - Po)] e^{\frac{-\pi^2 Kt}{L^2 \phi\mu}} \right] dt \quad [3-9]$$

Por lo cual, luego de integrar la ecuación [3-9], tenemos el valor de x:

$$x \approx -\frac{k}{\phi\mu} \left[\frac{Pr - Pl}{l} t - 2 [2Po - Pl - Pyac] \left[\frac{L\phi\mu c}{\pi^2 K} \right] \left(-1 + e^{\frac{-\pi^2 Kt}{L^2 \phi\mu}} \right) \right] \quad [3-10]$$

Esta solución satisface $X(0)=0$. Por consiguiente, para tiempo pequeños, el efecto de la compresibilidad suponiendo $Pyac=Po$, será grande o pequeño, de

acuerdo al producto $[Pl - Pyac] \left[\frac{L\phi\mu c}{\pi^2 K} \right]$, sea grande o pequeño.

7.3.3.4. Comentarios al Modelo de Filtración Estática

Se enfatiza que los resultados analíticos obtenidos revelan dependencias no triviales del frente de filtración y formulas de crecimiento de revoque en numerosos grupos de parámetros que pueden haber sido anticipados del análisis dimensional o similitud dinámica.

En el análisis de flujo radial del revoque, nuestro problema bandera, la derivación no hace suposiciones algunas, en relación, a las movilidades relativas en los tres diferentes flujos a través de las capas, así son completamente generales dentro de la estructura de su formulación.

Pero los resultados están restringidos a filtrados de líquidos de densidad constante y fluidos de formación líquidos, esto es, no hay gases y luego a revoques incompresibles solamente.

En general, se encuentra que el comportamiento de la \sqrt{t} , es más la excepción que la regla.

Bajo estas restricciones, una vez conocidos R_1 y R_3 como función del tiempo, podemos evaluar las formulas de presión para tener completa la distribución espacial en cualquier momento.

7.4. Filtración Dinámica. [2]

La filtración dinámica tiene lugar cuando el lodo esta circulando a través del hoyo, el revoque que se esta formando sufre una erosión la cual hace que la tasa de invasión se mantenga constante. La filtración dinámica es muy importante ya que los efectos erosivos que se producen por el flujo de lodo en el anular limitaran el tapado del hoyo como fue dicho en la teoría de la filtración estática.

Una vez que, el espesor del revoque logra el equilibrio, el problema de filtración dinámica en el hoyo se convierte en estado estable. Si agua fresca desplaza agua salina con viscosidades iguales, el flujo en el yacimiento va ser de estado estable, pudiendo ignorar los procesos de difusividad y gravedad. Pero si el filtrado de lodo desplaza los fluidos de formación de diferentes viscosidades, entonces el frente de desplazamiento puede ser desacelerado o acelerado dependiendo del contraste de viscosidades y de la geometría del yacimiento.

Primero, se discutirá el flujo de fluidos newtonianos con el fin de desarrollar los conceptos matemáticos con claridad. Flujo en el anular sin rotación en la tubería es considerado inicialmente; así posteriormente serán desarrolladas las modificaciones necesarias, tales como: rotación de la tubería e incremento del contenido de sólidos presentes. Dos asintotas físicas son expuestas, llamadas: períodos cortos de tiempo donde la filtración radial dentro de la formación es predominante y períodos largos de tiempo donde el estado estable del flujo en el anular satisface a una velocidad de no – deslizamiento con las condiciones de frontera.

Luego, se desarrollara la Ley de Potencia para fluidos de perforación, primero usando métodos numéricos basados en la clásica solución de Fredrickson y Bird (1958), y aproximando a un anular angosto lo que permitirá manejar fácilmente la rotación de la tubería.

7.4.1. Filtración Dinámica en fluidos Newtonianos

Inicialmente, en los períodos cortos de tiempo cuando el fluido entra en la formación radialmente como filtrado, la tasa de filtrado disminuye con el tiempo, mientras, que para largos periodos de tiempo la tasa de invasión es más lenta, por lo cual se considera esencialmente la velocidad de no – deslizamiento en las condiciones de frontera. Suponiendo que la tubería de perforación no esta rotación.

7.4.1.1. Solución Asintotica para tiempos pequeños

Para momentos iniciales, el espesor del revoque es pequeño comparado con el radio del hoyo y el problema casi plano puede ser formulado en coordenadas rectangulares simples.

La ecuación de momentum de Navier-Stokes gobernada por una densidad, viscosidad y flujo newtoniano son dadas por la ecuación [1-1] y [1-2], mientras que el requerimiento correspondiente a la conservación de la masa es dado por la ecuación [1-3].

$$\rho \left(\frac{du}{dt} + \frac{d^2u}{dx^2} + \frac{vdu}{dy} \right) = -\frac{dp}{dx} + \mu \left(\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} \right) \quad [1-1]$$

$$\rho \left(\frac{dv}{dt} + \frac{udv}{dx} + \frac{v dv}{dy} \right) = -\frac{dp}{dy} + \mu \left(\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{d^2v}{dy^2} \right) \quad [1-2]$$

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} = 0 \quad [1-3]$$

Donde $u(x,y,t)$ y $v(x,y,t)$, son velocidades eulerianas en las direcciones x e y , respectivamente.

t : tiempo

P : densidad del fluido

$P(x,y,t)$: presión

μ : viscosidad del fluido

Las ecuaciones [1-1] a [1-3] aplican en el hoyo y no aplican en el medio poroso. Similarmente La ley de Darcy

$$\left[u = -\frac{K}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \right], \quad \left[v = -\frac{K}{\mu} \cdot \frac{dp}{dy} \right], \quad \left[\frac{d^2 P}{dx^2} + \frac{d^2 P}{dy^2} = 0 \right] \quad [1-4a,b,c]$$

Estas ecuaciones aplican en el yacimiento y no en el hoyo.

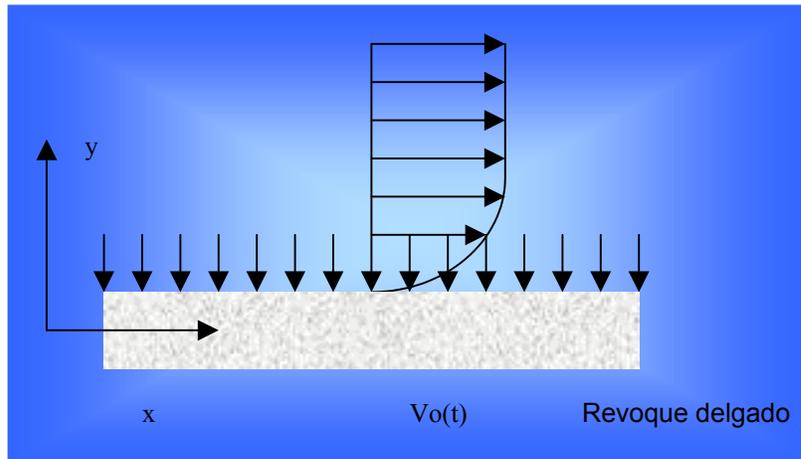


Figura 10. Flujo a través de un revoque a períodos cortos de tiempo

Para el problema de la figura 10, la solución esta en las ecuaciones [1-1] a [1-3], con las condiciones de velocidad de frontera [1-5a,b]

$$u(x, \infty, t) = u_{\infty} \quad [1-5a]$$

$$v(x, 0, t) = v_0(t) < 0 \quad [1-5b]$$

$V(x,y,t)=V_0(t)$, es la tasa de filtración, como determinamos de la ley de \sqrt{t} o sus extensiones radiales, como se desarrollo en las secciones anteriores. u_∞ esta definido como la velocidad máxima en flujo con la tubería sin rotar.

Algunos análisis muestran que la solución más cercana para el problema en los valores frontera puede ser encontrada por:

$$u(x, y, t) = u_\infty \left[1 - e^{-v_0(t) \frac{y}{v}} \right] \quad [1-6]$$

$$v(x, y, t) = v_0(t) \quad [1-7]$$

$$\rho(x, y, t) = -\rho v_{0,t}(t) y \quad [1-8]$$

$v=\mu/\rho$: viscosidad cinemática

Sustituyendo la ecuación [1-6] y [1-7] para u y v en la ecuación [1-3], se obtiene el gradiente de presión requerido en el anular (espacio existente entre el hoyo y la tubería), para producir la velocidad de filtración.

$$v_{0,t}(t) y \approx 0$$

Esto es cierto en el caso, donde la aceleración de la filtración $dV_0(t)/dt$, es pequeña y es en la superficie del revoque. En el limite donde $V_0(t)$ es constante, los esfuerzos del revoque en la superficie $y=0$ es fácilmente determinado por:

$$\tau = \mu u_y = -\rho u_\infty v_0(t) \quad [1-9]$$

Así, durante periodos iniciales de desarrollo del revoque donde la compactación del revoque aun es insignificante, los esfuerzos en la superficie del revoque, es determinada únicamente por la densidad y la velocidad de flujo en el anular y por la tasa de filtración.

7.5. Solución Asintotica para períodos largos de Tiempo

Para largos periodos de tiempo, la geometría del anular y el desarrollo de la velocidad laminar o turbulenta cobran importancia. Así, se considerara nuevamente un flujo concéntrico, se asume que la tubería no esta rotando e introducimos el gradiente de presión axial dp/dz , donde z es la dirección a través del hoyo: cuando el revoque crece lo suficiente y se estabiliza la tasa de filtración, llegando a ser extremadamente pequeña, la velocidad de flujo en el anular paralelo al hoyo axial, satisface la velocidad de frontera en las condiciones de la superficie del revoque.

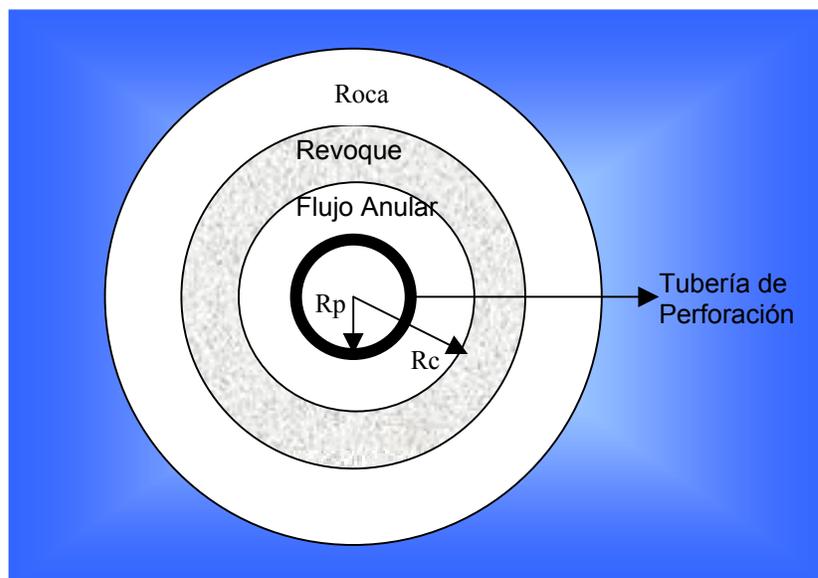


Figura 11. Sección transversal del flujo cilíndrico

Asumiendo las coordenadas rectangulares de la figura 10 con dominio del flujo radial cilíndrico. La solución exacta a este problema existe. Para modelaje de flujo en el hoyo, la velocidad axial $V_z(r)$ paralela al hoyo esta dada por la formula:

$$V_z(r) = (4\mu)^{-1} \frac{dp}{dz} \left[r^2 - R_p^2 + \frac{R_c^2 - R_p^2}{\log(R_p / R_c)} \log(r / R_p) \right] \quad [2-1]$$

Donde:

R_p = Radio de la tubería

R_c = Radio del revoque

μ = viscosidad del lodo

La cual satisface las condiciones de frontera $V_z(R_p)=V_z(R_c)=0$. El volumen del anular total fluye a una tasa de bombeo (Q) que es obtenida de la integración $V_z(r)$ para anillos concéntricos con incrementos de áreas $2\pi r dr$, tal se muestra en la figura 11.

$$Q = \int_{R_p}^{R_c} V_z(r) 2\pi r dr \quad [2-2]$$

Reemplazando $V_z(r)$, de la ecuación [2-1] en la ecuación [2-2], e integrando, se tiene:

$$Q = \frac{\pi}{2} \mu \frac{dp}{dz} \left[\frac{1}{4} (r^2 - R_p^2)^2 - \left\{ R_p^2 \frac{R_c^2 - R_p^2}{\log(R_p / R_c)} \right\} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{R_c}{R_p} \right)^2 \log(R_c / R_p) - \frac{1}{4} \left(\frac{R_c}{R_p} \right)^2 + \frac{1}{4} \right] \right] \quad [2-3]$$

Note que los esfuerzos de corte en los límites del revoque, se encuentra derivando la ecuación [2-1], se tiene:

$$\tau_{Rc} = \mu \left(\frac{dV_z}{dr} \right)_{Rc} \quad [2-4]$$

Calculando dv_z/dr de la ecuación [2-1] y reemplazando en la ecuación [2-4], se tiene:

$$\tau_{Rc} = \frac{1}{4} \left\{ 2Rc + \frac{Rc^2 - Rp^2}{Rc \text{Log}(Rp / Rc)} \right\} \frac{dp}{dz} \quad [2-5]$$

Despejando dp/dz de la ecuación [2-5], se encuentra el gradiente de presión axial:

$$\frac{dp}{dz} = \frac{4\tau_{Rc}}{2Rc + \frac{Rc^2 - Rp^2}{Rc \text{Log}(Rp / Rc)}} \quad [2-6]$$

Sustituyendo la ecuación [2-6] en la ecuación [2-3], se obtiene:

$$Q = 2\pi\mu^{-1} \left[\frac{\tau_{Rc}}{2Rc + \frac{Rc^2 - Rp^2}{Rc \log(Rp/Rc)}} \right] \cdot \left[\frac{1}{4}(r^2 - Rp^2)^2 - \left\{ Rp^2 \frac{Rc^2 - Rp^2}{\log(Rp/Rc)} \right\} \right] \quad [2-7]$$

$$\left[\left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{Rc}{Rp} \right)^2 \log(Rc/Rp) - \frac{1}{4} \left(\frac{Rc}{Rp} \right)^2 + \frac{1}{4} \right\} \right]$$

La expresión Q es función del radio del revoque (Rc), el radio de la tubería (Rp), la viscosidad (μ) y los esfuerzos (τ_{rc}) en la superficie del revoque. Donde Q, Rp y μ son dadas. El esfuerzo del revoque (τ_{rc}) es conocido empíricamente de las pruebas de erosión dinámica.

La ecuación [2-7] provee una ecuación no lineal para el equilibrio del radio del revoque $R_{c,eq}$ que es:

$$Q = 2\pi\mu^{-1} \left[\frac{\tau_{yield}}{2R_{c,eq} + \frac{R_{c,eq}^2 - Rp^2}{R_{c,eq} \log(Rp/R_{c,eq})}} \right] \cdot \left[\frac{1}{4}(R_{c,eq}^2 - Rp^2)^2 - \left\{ Rp^2 \frac{R_{c,eq}^2 - Rp^2}{\log(R_{c,eq}/Rp)} \right\} \right] \quad [2-8]$$

$$\left[\left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{R_{c,eq}}{Rp} \right)^2 \log(R_{c,eq}/Rp) - \frac{1}{4} \left(\frac{R_{c,eq}}{Rp} \right)^2 + \frac{1}{4} \right\} \right]$$

Esta ecuación para $R_{c,eq}$ no puede ser resuelta analíticamente, pero se sabe que $R_{pozo} > R_{c,eq} > R_p$, donde R_{pozo} es el radio del pozo.

Reescribiendo la ecuación [2-8], se obtiene el esfuerzo del revoque (τ_{rc}):

$$\tau_{rc} = \frac{Q\mu}{2\pi} \frac{2R_c + \frac{R_c^2 - R_p^2}{R_c \log(R_p / R_c)}}{\left[\frac{1}{4} (R_c^2 - R_p^2)^2 - \left\{ R_p^2 \frac{R_c^2 - R_p^2}{\log(R_p / R_c)} \right\} \right] \left[\frac{1}{2} \left(\frac{R_c}{R_p} \right)^2 \log(R_c / R_p) - \frac{1}{4} \left(\frac{R_c}{R_p} \right)^2 + \frac{1}{4} \right]} \quad [2-9]$$

El cual como se ve es independiente de la densidad del fluido (ρ). Para cualquier set de valores de tasas conocidas, viscosidad y R_p . El radio del revoque (R_c) puede ser variado para producir una secuencia de esfuerzos. Si el Esfuerzo del revoque (τ_{rc}) es conocido entonces el radio de revoque en equilibrio puede ser obtenido por una referencia tubular.

El esfuerzo del revoque varia dependiendo de numerosos factores, diferencial de presión, contenido de sólidos viscosidad, composición química y temperatura.

7.4.1.3. Modificaciones por la Rotación de la tubería.

Cuando la tubería esta rotando, se introducen dos efectos físicos adicionales. Primero, la velocidad azimutal diferente de cero, altera el esfuerzo actuando en la superficie del lodo y segundo, el fluido rotando introduce un gradiente de presión centrípeto en dirección radial hacia el centro del hoyo.

La velocidad axial paralela al hoyo cuando la tubería no esta rotando es dada en la ecuación [2.1]. Para este problema, la solución de Navier Stokes, escrita en coordenadas cilíndricas radiales para la velocidad circunferencial $V_{\theta}(r)$:

$$V_{\theta}(r) = \omega(Rc^2 - Rp^2)^{-1} \left(\frac{Rp^2 Rc^2}{r - rRp^2} \right) \quad [3-1]$$

Donde:

$V_{\theta}(r)$ = velocidad circunferencial

ω = tasa de rotación

Rc = Radio del revoque

Rp = Radio de la tubería

r = radio de invasión

Esta velocidad circunferencial es despreciable cuando la superficie del revoque satisface a las condiciones de no deslizamiento. En el radio de la tubería $r=Rp$ será la velocidad tangencial.

$$V_{\theta}(Rp) = \omega(Rc^2 - Rp^2)^{-1} (RpRc^2 - Rp^3) = \omega Rp \quad [3-2]$$

Las ecuaciones [2-1] y [3-1], individualmente satisfacen la ecuación no lineal de Navier-Stokes, ambas soluciones pueden ser superpuestas para producir una solución dinámica.

Los esfuerzos circunferenciales de corte $\tau_{(\theta)}(r)$, se pueden obtener, por la evaluación de la derivada de la siguiente expresión:

$$\tau_{(\theta)}(r) = \mu r \frac{dv_{\theta}(r)}{dr} \quad [3-3]$$

Sustituyendo la derivada de $V_{\theta}(r)$ de la ecuación [3-1] en la ecuación [3-3], se obtiene:

$$\tau_{(\theta)}(r) = \frac{2\mu\omega R p^2 R c^2}{r^2(Rc^2 - Rp^2)} \quad [3-4]$$

Así que en la superficie del revoque $\tau_{(\theta)}(r)$, asumiendo el valor $r=Rc$.

$$\tau_{(\theta),Rc} = \frac{2\mu\omega R p^2 R c^2}{r^2(Rc^2 - Rp^2)} \quad [3-5]$$

Los esfuerzos totales en la superficie del revoque satisfacen:

$$\tau_{total} = \sqrt{\tau_{Rc}^2 + \tau_{(\theta),Rc}^2} \quad [3-6]$$

La rotación de la tubería de perforación altera el gradiente de presión radial actuando en la superficie del revoque afectando también a la filtración estática,

este efecto puede ser calculado con la formula de la aceleración centrípeta y despejando dp/dr :

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\rho V_{\theta}(r)^2}{r} \quad [3-7]$$

donde ρ representa la densidad del lodo.

7.4.1.4. Efectos de la Concentración de Sólidos

En los fluidos de perforación, se añaden sólidos finos para incrementar el peso del lodo, con el propósito de controlar la presión de la formación. Estos sólidos están en suspensión debido a viscosificantes especiales.

La concentración de sólidos en solución representado por (c), es el numero de partículas por unidad de volumen, así como también μ_o y μ denota la viscosidad original y la viscosidad efectiva del fluido modificado. Si las partículas pueden ser aproximadamente esferas pequeñas con un radio R , Einstein en sus estudios de movimiento Browniano, encontró que:

$$\mu \approx \mu_o \left(1 + \frac{10}{3} \pi R^3 c\right) \quad [4-1]$$

Esta ecuación puede también ser usada tanto para la filtración estática como para la filtración dinámica, con el fin de encontrar la nueva viscosidad debido a los cambios en la concentración de sólidos y al radio de las partículas.

7.4.2. Ley de Potencia para los fluidos sin rotación de la tubería

En fluidos newtonianos como el agua y el aire, los esfuerzos son linealmente proporcional a la tasa de tensión $dV_z(r)/dr$.

$$\tau = \mu \frac{dV_z(r)}{dr} \quad [2-1]$$

Donde la constante de proporcionalidad (μ) es conocida como la viscosidad. La mayoría de los fluidos de perforación no son fluidos newtonianos y el estudio de campo da la reología para los diferentes fluidos actuando a diferentes tasas. Un modelo popular es la Ley de Potencia. En su caso más simple, su ecuación constitutiva toma la forma:

$$\tau = K \left(\frac{dV_z(r)}{dr} \right)^n \quad [2-2]$$

Donde el exponente n y el factor de consistencia K son constantes que caracterizan el fluido mismo. Para $n=1$, el factor de consistencia reduce a una viscosidad newtoniana μ .

Es de importancia observar que n y k son propiedades constantes características del fluido. La viscosidad aparente del flujo puede variar a través de la sección transversal de la geometría de flujo y adicionalmente varia con el gradiente de presión o equivalentemente a la tasa de flujo.

La ecuación diferencial parcial que gobierna el movimiento, para casos simples es dada por la ecuación [2-1], pero raramente tiene una solución matemática simple. Por ejemplo, la velocidad axial $V_z(r)$ en flujo radial cilíndrico satisface:

$$r^{-1} \frac{d\{K(dV_z/dr)^{n-1} r dV_z(r)\}}{dr} = \frac{dp}{dz} \quad [2-3]$$

La cual es difícil de resolver debido a que no es lineal.

El problema concéntrico de flujo sin rotación de la tubería en un anular concéntrico fue resuelto usando métodos numéricos por Fredrickson y Bird (1958). Si R_i y R_o son los radios internos y externos donde el diferencial de presión es ΔP , L es la longitud y Q es la tasa de flujo en el anular, estos autores definieron la siguiente ecuación:

$$\frac{R_o \Delta P}{2L} = K \left[\frac{(2n+1)Q}{n\pi R_o^3 Y (1 - R_i/R_o)^{(2n+1)/n}} \right]^n \quad [2-4]$$

Donde los esfuerzos fuera de la pared $r=R_o$, están dados por:

$$\tau = \frac{(1 - \lambda^2) R_o \Delta P}{2L} \quad [2-5]$$

Sustituyendo la ecuación [2-4] en la ecuación [2-5], se obtiene:

$$\tau = (1 - \lambda^2) K \left[\frac{(2n+1)Q}{n\pi R_o^3 Y (1 - R_i/R_o)^{(2n+1)/n}} \right]^n \quad [2-6]$$

La cual puede ser reescrita de la siguiente manera:

$$\tau_{Rc} = (1 - \lambda^2)K \left[\frac{(2n + 1)Q}{n\pi Rc^3 Y(1 - Rp/Rc)^{(2n+1)/n}} \right]^n \quad [2-7]$$

Para cualquier valor de n y Rp/Rc y su correspondiente función Y y λ , se encuentran en el Apéndice B. El espesor del revoque de equilibrio (Rc) es definido por la condición $\tau_{Rc} = \tau_{campo}$.

7.4.3. Ley de Fuerza de los fluidos con rotación de la tubería.

La solución análoga para el problema más general la cual incluya rotación de la tubería no puede ser concisamente expresada menos utilizando tablas, por la no-linealidad de las ecuaciones diferenciales, las soluciones computarizadas son altamente iterativas. En orden de obtener una idea cualitativa sobre los efectos de la rotación es necesario asumir un anular angosto. Haciendo esto, es posible obtener una solución cercana para velocidades axiales y circunferenciales y esfuerzos.

Como se ha dicho antes Rc y Rp son los radios del revoque y de la tubería, también n y K representan los coeficientes de la Ley de Fuerza. El gradiente de presión axial dp/dz en el hoyo y $w < 0$, por convención es la tasa de la rotación. En modelaje de flujo del hoyo la solución general concéntrica con flujo rotando es derivada enteramente. En la aplicación de estos resultados se introducen las siguientes constantes:

$$E_1 = -\frac{1}{8}(Rc - Rp)^2 \frac{dp}{dz} \quad [3-1]$$

$$E_2 = K \left\{ \frac{\omega}{Rp - Rc} \right\}^n \left\{ \frac{Rp + Rc}{2} \right\}^{n+2} \quad [3-2]$$

Así la velocidad paralela al hoyo es dada por:

$$V_z(r) = \left(\frac{r + Rp}{2} \right)^2 \frac{E_1 + \frac{1}{2} \left(\frac{r + Rp}{2} \right)^2 \frac{dp}{dz}}{E_2} \cdot \left(\frac{E_2}{K} \right)^{1/n}$$

$$\left[\left(\frac{r + Rp}{2} \right)^{(2n+4)/(n-1)} + \left(\frac{r + Rp}{2} \right)^{(4n+2)/(n-1)} \left(\frac{\left\{ E_1 + \frac{1}{2} \frac{r - Rp}{2} \right\}^2 \frac{dp}{dz}}{E_2} \right)^2 \right]^{\frac{1-n}{2n}} (r - Rp) \quad [3-3]$$

Mientras la velocidad circunferencial $V_\theta(r)$ satisface $V_\theta(r) = r\Omega(r)$ donde la variable $\Omega(r)$ es la velocidad angular la cual se determina por:

$$\Omega(r) = \left(\frac{E_2}{K} \right)^{1/n} (r - Rc) \left[\left(\frac{r + Rc}{2} \right)^{(2n+4)/(n-1)} + \left(\frac{r + Rc}{2} \right)^{(4n+2)/(n-1)} \right]^{(1-n)/2n} \left[\frac{E_1 + \frac{(r - Rc)^2}{8} \frac{dp}{dz}}{E_2} \right]^2 \quad [3-4]$$

Su correspondiente esfuerzo de corte S_{rz} y $S_{r\theta}$, usando la notación de modelaje de flujo en el hoyo puede ser calculado por:

$$S_{rz} = S_{zr} = \left(0.5r - \frac{(Rp + Rc)^2}{8r} \right) \frac{dp}{dz} \quad [3-5]$$

$$S_{r\theta} = S_{\theta r} = K \left(\frac{\omega}{Rp - Rc} \right)^n \left(\frac{Rp + Rc}{2} \right)^{n+2} r^{-2} \quad [3-6]$$

De las ecuaciones [3-5] y [3-6], se puede definir el esfuerzo de corte total de la manera usual, como:

$$S_{total} = \sqrt{S_{rz}^2 + S_{r\theta}^2} \quad [3-7]$$

El objetivo es eliminar dp/dz explícitamente en la expresión para hallar la tasa de flujo total en función del esfuerzo total. Los resultados permitirán determinar el radio de equilibrio del revoque en términos de los esfuerzos de corte: Así, se puede reescribir la ecuación de la siguiente manera:

$$S_{rz}^2 = S_{total}^2 - S_{r\theta}^2$$

Así sustituyendo la ecuación [3-5] y [3-6] en la ecuación anterior, se tiene:

$$\begin{aligned} \left(0.5Rc - \frac{(Rp - Rc)^2}{8r} \right)^2 \left(\frac{dp}{dz} \right)^2 = S_{total}^2 - \dots \\ \dots - K^2 \left(\frac{\omega}{Rp - Rc} \right)^{2n} \left(\frac{Rp + Rc}{2} \right)^{2n+4} Rc^{-4} \end{aligned} \quad [3-8]$$

Donde se ha evaluado r como la frontera del revoque r=Rc. Despejando dp/dz de la ecuación [3-8] se muestra el gradiente de presión axial.

$$\frac{dp}{dz} = \sqrt{\frac{S_{total}^2 - K^2 \left(\frac{\omega}{Rp - Rc} \right)^{2n} \left(\frac{Rp + Rc}{2} \right)^{2n+4} Rc^{-4}}{\left(0.5Rc - \frac{(Rp - Rc)^2}{8r} \right)^2}} \quad [3-9]$$

Así, la ecuación [3-3], la cual expresa Vz(r) en función del gradiente de presión, puede ser sustituida en la ecuación [3-9], con el fin de hallar la tasa de flujo integrando.

$$Q = \int_{Rp}^{Rc} Vz(r) 2\pi r dr = Q(n, K, \omega, Rp, Rc, S_{total}) \quad [3-9]$$

Si se quiere encontrar la magnitud de Q en la ecuación [3-9]; para cualquier valor de los parámetros n, K, w y Rp; se puede tabular Rc como función del esfuerzo total o al contrario. Para cualquier esfuerzo del revoque $S_{campo} = S_{total}$, al igual que se puede obtener el radio de equilibrio del revoque Rc,eq. Si se repite estos cálculos para un rango de Q, desde valores mínimos de Q que produzcan suficiente esfuerzo como para erosionar el revoque entonces encontraremos la tasa de invasión crítica.

7.4.4. Invasión a la Formación en equilibrio con el espesor del Revoque.

Considerando invasión radial en tres capas tal como el problema en filtración estática que consiste en revoque, zona vaciada y zona no invadida, es obtenida por la solución acoplada de formación del revoque y desplazamiento del frente de movimiento. En esta sección, se revisara el problema, pero el revoque no crecerá en una gran medida a través del tiempo debido a que existe un equilibrio dinámico.

Numerosas discusiones, se refieren a la clásica formula obtenida de resolver las 3 ecuaciones de presión acopladas, las cuales tienen la siguiente forma:

$$\frac{d^2 p}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dp}{dr} = 0 \quad [4-1]$$

Como el modelo de invasión (Muskat, 1937) usado en el desarrollo básico. De cualquier manera, esta formula aplica estrictamente a flujo radial concéntrico de un fluido simple a través de 3 capas de roca sin movimiento que tienen diferentes permeabilidades. Esta formula no aplica cuando una de las fronteras internas esta en movimiento; para cada problema la presión de frontera como es citado esta incompleto. Las ecuaciones de interface para el movimiento de fronteras deben ser incluidas en la formulación.

El problema considerado en esta sección es simple, debido a que el revoque, reacciona a un equilibrio dinámico ya que no crece en el tiempo. Su espesor es considerado como estáticamente acoplado en el tiempo. Así que, el radio del revoque (R_1) en función del coeficiente $\alpha_2(R_1, R_3)$ como función del tiempo que es determinada como parte de la solución. Aquí, R_1 es una constante

que puede ser conocida como función de los esfuerzos de corte, una vez que el criterio del esfuerzo es aplicado. Esto significa que la integración para el desplazamiento radial del frente puede tener un procedimiento más simple. Siguiendo algunas manipulaciones algebraicas se obtiene la siguiente solución exacta:

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{1}{2} \frac{K_2}{\mu_2} R_3^2 \log\left(\frac{R_2}{R_1}\right) + \frac{K_1}{\mu_1} R_2^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{R_3}{R_2}\right)^2 \log\left(\frac{R_3}{R_2}\right) - \frac{1}{4} \left(\frac{R_3}{R_2}\right)^2 \right] \right] \\
 & - \frac{K_1 K_2 \mu_3}{\mu_1 \mu_2 K_3} R_4^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{R_3}{R_4}\right)^2 \log\left(\frac{R_3}{R_4}\right) - \frac{1}{4} \left(\frac{R_3}{R_4}\right)^2 \right] = \\
 & = \frac{K_1 K_2 (P_r - P_m) T}{\mu_1 \mu_2 \phi_{eff}} + \text{constante}
 \end{aligned}
 \tag{4-2}$$

La constante de integración en esta ecuación es determinada a partir de las condiciones iniciales como en el caso de filtración estática pero con los efectos erosivos. Luego se puede encontrar el radio de invasión (R_3) para cada incremento del tiempo.

III. Análisis del Problema

El problema de la Invasión de fluidos a la formación, ha sido comúnmente analizado en la industria petrolera de una manera muy sutil y somera, aplicando equivocadamente una Ley Universal \sqrt{t} , para áreas en las cuales es enteramente inapropiado, cuando en realidad dicho problema lleva un exhaustivo análisis matemático; ya que esta ley introducida por Outmans en 1963, se basa en el análisis de casos muy puntuales, donde la misma puede funcionar.

Tal como fue descrito en el marco teórico, existen formulas detalladas descritas por Wilson Chin, y ampliadas en este trabajo, donde se analiza tanto la invasión estática como la invasión dinámica, desde un punto de vista matemático y poco intuitivo.

La filtración estática ocurre cuando el lodo que se encuentra en el hoyo, no esta circulando, a diferencia de la filtración dinámica que se da cuando dicho lodo esta circulando dentro del hoyo. Es por ello, que en la filtración estática el espesor del revoque continua creciendo cada vez mas a través del tiempo, haciendo que la tasa de invasión vaya en decremento hasta llegar al punto donde la misma se hace igual a cero.

En cambio, en la filtración dinámica ocurre otro proceso, debido a que el lodo esta circulando a través del hoyo, hace que el revoque este en una constante erosión, evitando que este pueda formarse del todo, lo que da lugar a un equilibrio entre la formación de revoque y la erosión del mismo. Por tal razón, la tasa de filtración llegara a ser constante, produciéndose así un radio de invasión mayor que en los casos donde ocurre la filtración estática.

Es por ello, que surgió la inquietud de desarrollar un modelo matemático que pueda evaluar eficientemente, el radio de invasión de los fluidos, que se introducen en el hoyo. Dicho modelo esta programado en Visual Basic de manera de tener un modelo automatizado y de fácil utilización, ya que es sumamente amigable.

IV. Procedimiento

Para alcanzar los objetivos de este trabajo se ejecutó de forma sistemática las actividades mostradas a continuación:

Primeramente, se procedió a la investigación bibliográfica de toda la base teórica y la formulación existente sobre Invasión, tanto estática como dinámica, con el objeto de poder hacer las comparaciones necesarias, así como entender la matemática para cada caso.

Una vez finalizada esta primera etapa, se procedió a la elaboración del modelo matemático que regiría el programa a desarrollar, ya que el mismo esta dividido en dos partes fundamentales: la primera parte, es el modelo para evaluar el radio de invasión en condiciones estáticas y la segunda, es el modelo para evaluar el radio de invasión en condiciones dinámicas.

El modelo para evaluar la invasión estática esta dividido en dos casos fundamentales: el caso lineal y el caso radial, ambos con formación de revoque, simultáneamente.

Para el desarrollo de este programa se hacen varias suposiciones:

- La fracción de sólidos del lodo no cambia en el tiempo ni durante la perforación.
- Por simplicidad se asume que la porosidad y permeabilidad de la roca y del revoque son constantes.
- El revoque tiene una permeabilidad K_1 , mientras que la zona vaciada y la zona virgen tienen la misma permeabilidad $K_2 = K_3 = K$.
- El radio del revoque siempre será menor que el radio del hoyo y su espesor máximo será entonces el radio del hoyo.
- La posición inicial del frente es asumida como un valor mínimo que ocurre, en los instantes iniciales del trabajo que se esté realizando.

Invasión Estática

Invasión lineal

Se desarrolló el problema de movimiento de dos fronteras, las cuales son: el desplazamiento a la roca virgen y la superficie del revoque, la cual se va moviendo con el fin de incrementar su espesor, a través del tiempo. El revoque es delgado en comparación con la distancia relativa de la penetración del filtrado. El problema dominante es mostrado en la figura 8, donde el flujo va de izquierda a derecha ya que es en sobre - balance, o sea la presión del lodo es mayor que la presión del yacimiento.

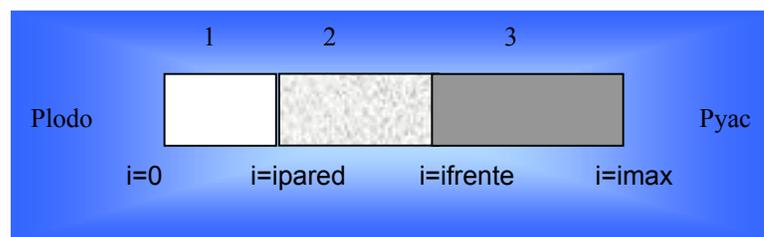


Figura 8. Flujo lineal de 3 capas

1	Revoque
2	Zona Lavada
3	Zona Virgen

El término i está dado por las diferentes posiciones que se estén calculando. Por ejemplo: $ipared$ es la posición de la interfase entre el revoque y la zona lavada, luego $ifrente$ será la posición en la interfase entre la zona lavada y la zona virgen.

La ecuación [4-1] reproduce la presión en todo el dominio del flujo donde tenemos diferentes permeabilidades en un mallado.

$$P_{i-1} - 2P_i + P_{i+1} = 0 \quad [4-1]$$

Las presiones $P_1, P_2, \dots, y P_{i_{max}}$, corresponden a los nodos $i = 1, 2, \dots, i_{max}$ las cuales pueden ser determinadas de la ecuación [4-1], para cada uno de los nodos. Con el fin de ilustrar este proceso, se considerará un caso simple de 5 nodos lo que quiere decir que $i_{max}=5$. Además, dos formulas adicionales son requeridas las ecuaciones [4-2] y [4-3], para la solución.

$$P(0)=PL \quad [4-2]$$

$$P(L)=Pyac \quad [4-3]$$

Así se tiene:

$$\begin{array}{rcll} & P_1 & & = PL \\ i=2 & P_1 - 2P_2 + P_3 & & = 0 \\ i=3 & & P_2 - 2P_3 + P_4 & = 0 \\ i=4 & & & P_3 - 2P_4 + P_5 = 0 \\ & & & P_5 = Pyac \end{array}$$

Estas cinco ecuaciones con cinco incógnitas, tienen una solución sencilla usando el método de eliminación Gaussiana de la álgebra elemental.

La única diferencia es que para este caso el i_{max} es un número que esta dado por la siguiente ecuación:

$$i_{max} = \frac{l}{\Delta x} + i_{pared} \quad [4-4]$$

Donde Δx , es un valor asumido muy pequeño que indica en la cantidad que se va a dividir el mallado.

El i_{pared} se calcula mediante la ecuación [4-5]:

$$i_{pared} = \frac{|x_c|}{\Delta x} + 3 \quad [4-5]$$

Pero para el momento inicial donde el espesor del revoque es cero ($X_c=0$), entonces, el i_{pared} será igual a 3.

Luego que se tiene caracterizada toda la extensión de la roca en cuanto a presión, se calcula la posición del frente de invasión (x_f) a diferentes tiempos, a través de la fórmula [4-6]:

$$x_{f,nuevo} = x_{f,viejo} - \left(\frac{K_r \Delta t}{\mu_l \phi \Delta x} \right) (P_{if} - P_{if-1}) \quad [4-6]$$

Donde:

$x_{f,viejo}$: Posición del frente anterior

K_r : Permeabilidad de la roca

Δt : intervalo de tiempo

μ_l : viscosidad del lodo

ϕ : porosidad de la roca

El gradiente de presión dará un número negativo que con el negativo de la ecuación la posición del frente nueva siempre será mayor o igual a la anterior. La P_{if} viene dada por la presión en la posición ifrente que se calcula con la ecuación [4-7]:

$$i_{frente} = \frac{x_{frente}}{\Delta x} + i_{pared} \quad [4-7]$$

Al igual que la posición del frente de invasión, se calcula el posición del revoque (x_c) a diferentes tiempos, a través de la formula [4-8]:

$$x_{c,nuevo} = x_{c,viejo} - \left(\frac{fs}{(1 - fs)(1 - \phi c)} \right) \left(\frac{K_c \Delta t}{\mu_l \phi \Delta x} \right) (P_2 - P_1) \quad [4-8]$$

Donde:

$x_{c,viejo}$: Posición del revoque anterior

K_c : Permeabilidad del revoque

Δt : intervalo de tiempo

μ_L : viscosidad del lodo

Φ : porosidad de la roca

fs : fracción de sólidos

Este procedimiento se lleva a cabo de manera iterativa, con el fin de hallar la máxima posición de invasión.

Invasión Radial

Para solucionar el caso de invasión radial se siguió el siguiente procedimiento:

1. Se suponen diferentes valores de radios de invasión que van en incremento, con lo cual podemos calcular el tiempo en el cual se produce esa invasión, a través de la formula [4-9]:

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{K_1 R_2^2}{\mu_1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^2 \log \left(\frac{R_3}{R_2} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^2 \right] + \frac{K_1 K_2 \mu_3 R_4^2}{\mu_1 \mu_2 K_3} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{R_{spurt}}{R_4} \right)^2 \log \left(\frac{R_{spurt}}{R_4} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{R_{spurt}}{R_4} \right)^2 \right] \right. \\
 & \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{R_{spurt}}{R_2} \right)^2 \log \left(\frac{R_{spurt}}{R_2} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{R_{spurt}}{R_2} \right)^2 \right] + \frac{K_2 R_2^2}{4 \mu_2 \phi_{eff}} \left[(1 - \phi_c) \frac{(1 - fs)}{fs} \right] x \\
 & \left[\log \left(1 + \frac{fs \phi_{eff} \left\{ \left(\frac{R_{spurt}}{R_2} \right)^2 - \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^2 \right\}}{(1 - \phi_c)(1 - fs)} \right) - \frac{fs \phi_{eff} \left\{ \left(\frac{R_{spurt}}{R_2} \right)^2 - \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^2 \right\}}{(1 - \phi_c)(1 - fs)} \right. \\
 & \left. + \frac{fs \phi_{eff} \left\{ \left(\frac{R_{spurt}}{R_2} \right)^2 - \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^2 \right\}}{(1 - \phi_c)(1 - fs)} x \log \left(1 + \frac{fs \phi_{eff} \left\{ \left(\frac{R_{spurt}}{R_2} \right)^2 - \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^2 \right\}}{(1 - \phi_c)(1 - fs)} \right) \right] = \frac{K_1 K_2 (Pm - Pr)}{\mu_1 \mu_2 \phi_{eff}} t \quad [4-9]
 \end{aligned}$$

Donde:

K_1 : permeabilidad del revoque

$K_2 = K_3 = K$: permeabilidad de la roca

R_1 : radio del revoque

R_2 : radio del hoyo

R_3 : radio de invasión

R_4 : radio efectivo del yacimiento

R_{spurt} : radio de invasión inicial

$\mu_1 = \mu_2$: viscosidad del lodo

μ_3 : viscosidad del petróleo

f_s : fracción de sólidos

Φ_{eff} : porosidad efectiva de la roca

Φ_c : porosidad del revoque

P_m : Presión del lodo

P_r : Presión del yacimiento

t : tiempo

2. Se calcula el radio del revoque a partir de la ecuación [4-10]:

$$R_1^2 = R_2^2 + \frac{(R_{spurt}^2 - R_3^2)(f_s \Phi_{eff})}{(1 - \Phi_c)(1 - f_s)} \quad [4-10]$$

3. El radio de invasión máximo será igual al calculado por la ecuación [4-10] cuando el radio del revoque es mínimo, suponiendo $R_1=0$ y con este valor de radio de invasión y sustituyéndolo en la ecuación [4-9], se puede calcular el tiempo máximo de invasión.

Invasión Dinámica

En el modelo que se hizo para evaluar el radio de invasión en la filtración dinámica, en el caso radial es para la ley de potencia, cuando hay un equilibrio entre la formación de revoque y la erosión del mismo. Para realizar este modelo se procede de la siguiente manera:

1. Se calcula la constante de integración de la ecuación [4-11] con las condiciones iniciales.

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \frac{K_2}{\mu_2} R_3^2 \log\left(\frac{R_2}{R_1}\right) + \frac{K_1}{\mu_1} R_2^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{R_3}{R_2}\right)^2 \log\left(\frac{R_3}{R_2}\right) - \frac{1}{4} \left(\frac{R_3}{R_2}\right)^2 \right] \\
 & - \frac{K_1 K_2 \mu_3}{\mu_1 \mu_2 K_3} R_4^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{R_3}{R_4}\right)^2 \log\left(\frac{R_3}{R_4}\right) - \frac{1}{4} \left(\frac{R_3}{R_4}\right)^2 \right] = \\
 & = \frac{K_1 K_2 (Pr - Pm) T}{\mu_1 \mu_2 \phi_{eff}} + \text{constante}
 \end{aligned} \tag{4-11}$$

Condiciones iniciales:

$$R_1 = R_2$$

R_3 = Radio de invasión inicial

T = tiempo inicial

Donde:

K_1 : permeabilidad del revoque

$K_2 = K_3 = K$: permeabilidad de la roca

R_1 : radio del revoque

R_2 : radio del hoyo
 R_3 : radio de invasión
 R_4 : radio efectivo del yacimiento
 $\mu_1 = \mu_2$: viscosidad del lodo
 μ_3 : viscosidad del petróleo
 Φ_{eff} : porosidad efectiva de la roca
 P_m : Presión del lodo
 P_r : Presión del yacimiento
 t : tiempo

2. Luego de haber calculado la Constante, se suponen diferentes radios de invasión y radios de revoque que van en incremento, con el fin de hallar el tiempo en el que se producen, para caracterizar completamente el yacimiento.

Luego, se escogió el lenguaje a utilizar para desarrollar el modelo de Invasión a la Formación, el cual es visual Basic, ya que esta es una herramienta sencilla, amigable y fácil de entender.

Una vez realizado el programa, se procedió a la validación del mismo, con el fin de comprobar el alcance y la magnitud del error de las formulaciones planteadas.

Posteriormente, se realizó la revisión y obtención de la optimización de los procesos en cada uno de los procedimientos, se corrió el programa con la data disponible y se procedió a la discusión de los resultados.

V. Discusión de Resultados

Luego del desarrollo de la Ley de Darcy y las ecuaciones de difusividad queda demostrado que la Ley de \sqrt{t} no es apropiada para evaluar la invasión de fluidos en un medio poroso, por las múltiples razones ya expuestas.

Los resultados del caso lineal estático con formación de revoque son los mostrados en la Figura 12, la cual nos indica que para la prueba 1 con datos citados en el mismo gráfico, el mayor radio de invasión para una muestra de 10 pies es de 1,14 pies de longitud de invasión, este valor es congruente con la realidad del problema, estudios previos indican que la longitud de invasión esta dentro de los 2 pies de espesor.

Si se observa la gráfica de Tiempo vs Invasión, nos damos cuenta que a medida que el tiempo transcurre la invasión va creciendo de manera exponencial con respecto del tiempo, lo mismo sucede en la gráfica de tiempo vs Revoque, en la cual podemos constatar que los valores son mucho menores que los de la longitud de invasión, el mayor espesor del revoque es de 0,06 pies, para este caso.

El revoque en el caso estático no se erosiona, por tal motivo este seguirá engrosándose a través del tiempo.

El diferencial de longitud de invasión entre cada paso del tiempo, es cada vez mayor, debido a la formación de canales dentro del espacio poroso que facilitan el paso del fluido que esta penetrando dentro de la roca, hasta llegar a un punto donde la invasión no puede seguir penetrando.

Figura 12.

Los resultados del caso radial estático son los mostrados en la Figura 13, en el cual se observa que el radio del revoque cada vez es menor debido a que el espesor del mismo es más grande.

También se observa que el radio máximo de invasión para dicha prueba es 1,72 pies cuando se tiene un radio del revoque mínimo, lo que quiere decir que el espesor del revoque casi alcanza el radio del hoyo, impidiendo así que siga penetrando fluidos a la formación. Esta situación no es favorable ya que ocurre obstrucción en el hoyo, pudiendo producir innumerables inconvenientes.

Los resultados del caso dinámico, donde hay un equilibrio entre la formación de revoque y la erosión del mismo, se muestran en la Figura 14, donde se evidencia que el espesor del revoque no varía grandemente en la etapa donde se ha logrado el equilibrio.

Al igual que para los casos anteriores, se muestran las gráficas de Tiempo vs Revoque e Invasión, en las cuales se puede observar que dependiendo de la erosión del revoque la invasión será mayor o menor. Allí radica la importancia, en mantener un equilibrio entre la tasa de bombeo ya que si es muy alta el revoque se erosionará de manera tal que se producirá mayor cantidad de filtrado.

El programa Invasión a la formación realizado da valores positivos y congruentes, lo cual indica que las formulas utilizadas, tanto para invasión estática como dinámica son apropiadas para este desarrollo.

Es importante destacar que el estudio realizado en este trabajo es un estudio introductorio y pionero, a todo el proceso de invasión a la formación, en el cual existen muchas variables, que deben ser estudiadas y aplicadas de manera de poder llegar al fondo del problema.

Figura 13.

Figura 14.

VI. Conclusiones

1. Como se ha dicho en todo el desarrollo de este trabajo, en general la Ley Universal de \sqrt{t} no debe ser usada para evaluar el radio o posición de la invasión a la formación, ya que no modela correctamente el proceso, ni puede dar la magnitud del radio de filtración de manera efectiva.

2. En la filtración estática, mientras se mantienen toda las variables constantes, la tasa de filtración siempre va en decremento y el espesor del revoque continuara engrosándose cada vez más a través del tiempo, por ello, es muy importante tomar en cuenta este proceso, ya que el excesivo espesor del revoque pudiera en algunos casos producir pega de la tubería en el pozo.

3. Una conclusión importante, es que en la invasión dinámica la tasa de filtración decrece cuando los fluidos de perforación se hacen menos viscosos y también, puede decrecer, cuando se disminuye la tasa de circulación en el hoyo.

4. Los resultados de este trabajo dan un avance en el conocimiento y caracterización de los procesos que se llevan a cabo en un pozo, ya que al hacer un trabajo de perforación, cementación o estimulación, existirá un radio de invasión que será importante conocer para aplicar los correctivos necesarios.

5. Este programa puede ser utilizado en los estudios de cualquier pozo o grupo de pozos, ya que reprodujo los resultados de datas reales utilizadas.

VII. Recomendaciones

1. Ampliar el modelo de invasión estática realizado, con los casos donde no hay revoque en la formación, el caso lineal, radial y esférico, así como también es de interés evaluar los casos donde existe invasión lineal por gas e invasión a través de un plano de fractura.
2. Ampliar el modelo de invasión dinámica con el desarrollo de fluidos newtonianos y con los efectos de rotación de la tubería, así como también es importante realizar el desarrollo para hoyos excéntricos.
3. Incluir los efectos de compresibilidad del revoque, para el cálculo de la invasión a la formación.
4. Como se sabe la invasión estática y dinámica pueden estar ocurriendo en un mismo proceso, ya que en la perforación hay momentos de paradas de la tubería, lo que genera filtración estática, por lo tanto, hay que correr el programa tanto para la filtración estática como para la dinámica
5. Este programa puede ser utilizado previo a los trabajos de cementación y fracturación con el fin de determinar el daño y compararlo con el factor Skin determinado por Buildup.

Bibliografía

1. Carslaw, H.S. y J.C. Jaeger, **Conduction of Heat in Solids**. Segunda Edición. Oxford Science Publications.1959.
2. Chin, Wilson. **Formation Invasion**. Gulf Publishing Company. 1995.
3. Craft, B.C. y M. F. Hawkins. **Ingeniería Aplicada de Yacimientos Petrolíferos**. Editorial Tecnos. 1977
4. Darcy, H. **Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon**, 1856
5. Doll, H.G., **Filtrate Invasion in Highly Permeable Sands**, The petroleum Engineer, Enero 1955, pp B-53 a B-66
6. Edwards, Jr y David E. Penney. **Ecuaciones Diferenciales Elementales**. Tercera Edición. Prentice Hall Hispanoamericana. 1993.
7. Einstein, A. **Movimiento Browniano**.
8. Faucher, Lewis y Barnes. **Mining Industrial Exploration**, Penin State College Bulletin 12, 1933
9. Gondouin, M., y Heim, A., **Experimentally Determined Resistivity Profiles in Invaded Water and Oil Sands for Linear Flows**, Journal of Petroleum Technology, Marzo 1964, pp. 337-348
10. Jones-Parra, Juan. **Elementos de Ingeniería de yacimientos**. Editorial Innovación Tecnológica. Caracas 1994.

11. Muskat, M., **The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media**, McGraw-Hill, New York, 1937.
12. Outmans, H.D., **Mechanics of Static and Dynamic Filtration In The Borehole**. Society of Petroleum Engineers Journal, September 1963, pp 236-244.
13. PDVSA. **Curso de Ingeniería de Producción** Primer Modulo. Puerto la Cruz. 1989.
14. PDVSA – CIED. **Tecnología aplicada a los fluidos de perforación**.
15. Parra, Edgar. **Apuntes de la Ley de Darcy**. Septiembre 2002.
16. www.inlab.com.ar/Modelo_KR.htm M. Crotti. Introducción al Concepto de Permeabilidad Relativa. Año 2001.
17. www.unex.es/edafo/ECAL5PFPermeabilidad.htm. Propiedades del suelo. Propiedades físicas. Permeabilidad. Año 2001.
18. www.plata.uda.cl/minas/apuntes/Geologia/hidrogeol/06000perm.htm
Apuntes Hidrogeología.
19. www.cesga.es/telecursos/MedAmd/medamb/mca4/frame_MCAO4_2.Html.
Modelos Eulerianos y Lagrangianos.

Apéndice A.

Mecanismos de Filtración Estática y Dinámica en el hoyo.

Discusión de Outmans, H.D.

Para el desarrollo la teoría de la filtración es esencial tomar en cuenta el concepto de compresibilidad, y para desarrollar esta teoría se tomaran en cuenta las siguientes suposiciones:

- El flujo a través de un medio poroso compresible, es gobernado por la Ley de Darcy.
- La tasa de cambio de los elementos contenidos en el fluido de un medio poroso es proporcional a la tasa de variación de la presión de los sólidos entre las partículas.
- Las partículas sólidas son incompresibles dentro de un rango específico de presiones.
- La presión total sobre una superficie normal a la línea de flujo, es igual a la suma de la presión de los fluidos, y a la presión entre las partículas (presión en los sólidos) en la superficie.

Derivación de la Ecuación de Filtración para Revoques Compresibles

Como el revoque en el hoyo es delgado comparado con el radio del hoyo la filtración puede ser considerada como lineal, tomando x-axial a la pared con origen en la formación. De acuerdo con la Ley de Darcy, se tiene:

$$q = \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad [1]$$

Haciendo referencia a la literatura de Ingeniería Química, se utilizan términos específicos como Resistencia a la filtración en lugar de la permeabilidad (K).

$$K = \frac{1}{a_x \rho_s (1 - \varepsilon)} \quad [2]$$

Donde:

a_x = Resistencia a la filtración Local.

ρ_s =Densidad del sólido.

ε = Porosidad en el revoque.

Si se fija la atención sobre un elemento dv del revoque, localizado entre X y $X +dX$, a través de una sección cruzada $dydx$ (un plano), entonces, después de un tiempo dt , la cantidad de fluido circulando fuera del diferencial de volumen (dv) a $X+dX$, excede la cantidad que entra dv como X , por lo tanto sustituyendo la ecuación de Darcy en la siguiente ecuación, se tiene:

$$\frac{\partial q}{\partial x} dV dt = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial P}{\partial x} \right) dV dt \quad [3]$$

Si el revoque es saturado con un líquido incompresible, entonces el decrecimiento, en el contenido de fluido es solo posible si, en algún tiempo dt el volumen dv ha decrecido en igual cantidad, así se tiene:

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial p}{\partial x} \right) dV = \frac{\partial (dV)}{\partial t} \quad [4]$$

TERZAGHI sugirió que el decrecimiento en el volumen de compactación, es el resultado de la acción de una presión p_s entre las partículas individuales de arcillas y $p+p_s$ que en todo momento es igual a la presión total (**P**), las cuales en el presente caso es la presión de filtración, así:

$$p_s + p = P \quad [5]$$

Donde:

p_s = Presión de los sólidos en el revoque.

p = Presión del fluido en el revoque.

La usual definición de compresibilidad para cualquier medida, con cambios en el volumen bajo la influencia de una presión externa p_s es:

$$a = - \frac{1}{dV} \frac{d(dV)}{dp_s} \quad [6]$$

Y de este modo si p_s cambia con el tiempo t :

$$- a dV \frac{\partial p_s}{\partial t} = \frac{\partial (dV)}{\partial t} \quad [7]$$

Si se sustituye la ecuación [7] en la ecuación [4] y se toma en consideración la ecuación [5], se encontrará la ecuación usual para la compresibilidad de arenas consolidadas.

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial p_s}{\partial s} \right) = a \frac{\partial p_s}{\partial t} \quad [8^a]$$

O equivalente a la forma:

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial p}{\partial x} \right) = a \frac{\partial p}{\partial t} \quad [8b]$$

La teoría elemental de filtración asume el revoque incompresible y la cantidad de fluido circulando en la sección cruzada X y $X+dX$ es la misma. En otras palabras, $dq/dx = 0$ y se pone del lado izquierdo de la ecuación [3] igual a cero.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 0 \quad [9]$$

Y así se tiene:

$$p = c_1 x + c_2 \quad [10]$$

Bajo condiciones estáticas la presión del fluido en la superficie del revoque es igual a la presión de filtración (P) y por tanto la presión del fluido es una medida relativa para la presión en la formación según las condiciones de borde:

$$X = 0, \quad p = 0$$

$$X = h, \quad p = P$$

Por ende.

$$P = \frac{P}{h} x \quad [11]$$

Durante la filtración, suspensión con concentración de sólidos s (la porosidad de la suspensión podría ser definida por $\varepsilon_s = 1-s$) es convertida en el revoque con una porosidad de ε_h . Y esto es seguido por una tasa que aumenta el espesor del revoque de la siguiente manera:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = b \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad [12]$$

Donde b es igual al volumen específico del revoque definido en la ecuación [13].

$$b = \frac{1 - \varepsilon_s}{\varepsilon_s - \varepsilon_h} \quad [13]$$

Sustituyendo la ecuación [11] en la ecuación [12] e integrando, se tiene:

$$h = \sqrt{\frac{2 b k P t}{\mu}} \quad [14]$$

$$p = x \sqrt{\frac{P \mu}{2 b k t}} \quad [15]$$

$$q = -\sqrt{\frac{Pk}{2b\mu t}} \quad [16]$$

El volumen de filtrado acumulado por unidad de área de la superficie del revoque es:

$$Q = \int_0^t q dt = \sqrt{(2Pkt/b\mu)} \quad [17]$$

Derivando la ecuación [14] se asume que para $t=0$ el espesor del revoque es igual a cero. Si el espesor del revoque inicial “ h_0 ” es presentado del lado izquierdo de la ecuación [14], se convierte en “ $h-h_0$ ”.

La ecuación [17] es la expresión familiar teórica de la filtración y esto ha sido incluido para ilustrar las suposiciones hechas en esta derivación.

La ecuación anterior que relaciona Q vs. t podría justificar el suponer la incompresibilidad del revoque para el propósito computacional. En otras palabras la ecuación [17] elevada a la raíz cuadrada relaciona Q y P , considerando en realidad que el volumen filtrado no es sensible a los cambios de la presión de filtración.

Por tanto, la compresibilidad del revoque es la suposición mas objetable, esta parece lógica como la teoría de la filtración pero puede mejorarse si la compresibilidad se toma como una variable. En ese caso la filtración es descrita por la ecuación [8].

Para hacer la solución de esta ecuación más sencilla; la permeabilidad y la compresibilidad tienen que ser expresadas en términos de la presión (p_s). Obviamente, la ecuación puede ser diferente para diferentes revoques pero se ha

mostrado de los datos empíricos que la resistencia específica local (ver ecuación [2]) y la porosidad del revoque pueden ser aproximados para funciones de FUERZA.

$$a_x = a_0 p_s^n$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 p_s^{-e} \quad [18]$$

Además, la fracción de sólido puede ser expresada de manera similar:

$$1 - \varepsilon = B p_s^\beta \quad [19]$$

Donde:

a_0 = Resistencia a la filtración local a un psi (presión de sólido).

ε_0 = Porosidad local a un psi.

ε = Porosidad local del revoque.

β = Definido como exponente en la ecuación [17].

Manteniendo que:

$$a = (1 - \varepsilon) a_g = -(1 - \varepsilon) \left(\frac{1}{1 - \varepsilon} \right) = \frac{-1}{1 - \varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dp} \quad [20]$$

Donde :

a_g = Compresibilidad del revoque definido en la ecuación [8]

Ahora se puede escribir:

$$k = (a_0 \rho_s B p_s^{n+\beta})^{-1} \quad [21]$$

$$a = e \cdot \varepsilon_0 (B p_s^{e+\beta+1})^{-1} \quad [22]$$

Donde:

a = Compresibilidad local del revoque

e = Definido como exponente en la ecuación [18].

B = Fracción de sólido en el revoque.

Se define la función ϕ (tita) como:

$$\phi = - \int_0^{p_s} a dp_s = \frac{e \varepsilon_0 p_s^{-(e+\beta)}}{B(e+\beta)} \quad [23]$$

Entonces ϕ existe si $e-\beta < 0$. La presión de sólido se encuentra a partir de invertir la ecuación [23]:

$$p_s = \left\{ \frac{-B(e+\beta)(-\phi)}{e \varepsilon_0} \right\}^{-1/(e+\beta)} \quad [24]$$

Sustituyendo la ecuación [24] en la ecuación [8], se convierte en la ecuación de difusión no lineal:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ (-\phi)^\lambda \frac{\partial \phi}{\partial x} \right\} = \frac{\mu}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad [25]$$

Donde:

$$\gamma = \frac{e+1-n}{-(e+\beta)} \text{ and } c = \frac{k}{a} = \frac{\left\{ \frac{-B(e+\beta)}{e\epsilon_0} \right\}^{\frac{e+1-n}{-(e+\beta)}}}{a_0 \rho_s e \epsilon_0} \quad [26]$$

Donde:

n = exponente descrito en la ecuación [18]

γ = Exponente ecuación [26].

Para la filtración estática la ecuación [25], tiene que ser resuelta sujeta a las condiciones de frontera:

$$\Phi (h,t) = 0 \quad [27]$$

$$\phi (0 , t) = \frac{e * \epsilon_0 * P^{-(e+\beta)}}{B (e + \beta)} \quad [28]$$

Donde:

$$\frac{dh}{dt} = -b \frac{k}{\mu} \frac{\partial p_s}{\partial x} = \frac{b}{\mu} \left\{ \frac{-B(e + \beta)(-\phi)}{e \varepsilon_0} \right\}^{\frac{e+1-n}{-(e+\beta)}} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad [29]$$

Para $X = h$.

Desafortunadamente, la solución del problema al evaluar los condiciones de frontera descritas en las ecuaciones [25], [27], [28] y [29]; no es conocido de forma cercana y soluciones numéricas podrían no dar la importancia relativa de las variables en esas ecuaciones. Desde entonces, este ha sido el propósito primario de los estudios presentes en soluciones explícitas derivables, y ecuación [25] es linealizada tomando $Y = 0$. Esta simplificación es justificada en parte por el hecho que $Y < 1$ (ref. 10) $[(-\Phi)^2]$ y por consiguiente no muy sensible a los cambios en Φ , en parte por el acuerdo entre la solución basada sobre la ecuación simplificada y la data experimental.

La ecuación [26] muestra que $Y = 0$ es equivalente a colocar $K/a = C$ como constante. Si se escribe $K_1 = 1/a_0 \rho_s B$, $a_1 = e \varepsilon_0 / B$ y $v = e + \beta + 1$ entonces la ecuación [22], se convierte en:

$$a = a_1 \rho_s^{-v} \quad [30]$$

**Solución Simplificada para la filtración estática
Mediante la evaluación de los límites.**

Para $\lambda = 0$ la ecuación en el valor límite del problema es descrito por:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\mu}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad [31]$$

$$\left(c = \frac{1}{a_0 * \rho_s * e * \varepsilon_0} = \frac{k_1}{a_1} \right)$$

$$\Phi (h,t) = 0 \quad [32]$$

$$\Phi (0,t) = \frac{-a_1 * P^{-\nu+1}}{-\nu + 1} \quad [33]$$

Y

$$\frac{dh}{dt} = \frac{b}{\mu} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \text{Para } x = h \quad [34]$$

Estas mismas ecuaciones describen la distribución de temperatura en un líquido solidificado, con una temperatura inicial de solidificación (la tomamos igual cero) y enfriado para mantener la cara $X = 0$ a una temperatura constante bajo cero.

La solución de estos problemas de Stefan es conocida y esta dada por:

$$\phi = \frac{-a_1 * P^{-\nu+1}}{-\nu + 1} \left(1 - \frac{\operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{\frac{ct}{\mu}}}}{\operatorname{erf} \lambda} \right) \quad [35]$$

y

$$h = 2\lambda \sqrt{\frac{ct}{\mu}} \quad [36]$$

Donde:

$$\lambda \exp \lambda^2 \operatorname{erf} \lambda = \frac{b \cdot a_{11} \cdot P^{-\nu+1}}{\sqrt{\pi(-\nu+1)}} \quad [37]$$

El volumen de filtrado acumulado por unidad de área del hoyo es igual a:

$$Q = -\int_0^t q dt = -\frac{1}{\mu} * \int_0^t k(0) \frac{\partial p_s}{\partial x}(0,t) dt = -\frac{c}{\mu} \int_0^t \frac{\partial \phi}{\partial x}(0,t) dt = \frac{2a_1 * P^{-\nu+1}}{(-\nu+1) \operatorname{erf} \lambda} \sqrt{\frac{ct}{\pi\mu}} \quad [38]$$

De esta ecuación se observa, que Q es proporcional a la \sqrt{t} . Este mismo resultado fue derivado en la teoría elemental y ha sido confirmado por experimentos. Esto puede ser mostrado para períodos de filtración más largos el volumen de filtrado aumenta más rápidamente que la ecuación [38] y esto indicaría que la asunción hecha K/a como una constante no es estrictamente válida. La ecuación [38], también muestra la dependencia de Q sobre la presión de filtración. Sí $a_1 \ll 1$ entonces:

$$\lambda \exp -\lambda^2 \operatorname{erf} \lambda \approx (\operatorname{erf} \lambda^2) \frac{\sqrt{\pi}}{2} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \lambda^2 \quad [39]$$

Sustituyendo la ecuación [37] y [39] en la ecuación [38] se tiene que:

$$Q = \sqrt{\frac{2 P^{-v+1} * k_1 t}{\mu b (-v + 1)}} \quad [40]$$

Para un revoque incompresible $v = 0$, entonces la ecuación [40] es igual a la ecuación [17]. Pero si v es diferente de cero entonces para $a_1 \ll 1$,

$$Q \propto P^{\frac{1}{2}*(-v+1)} \quad [41]$$

Por otro lado si a_1 es grande, como es un revoque muy compresible, entonces ***erf λ-1*** y

$$Q = \frac{2 a_1 P^{-v+1}}{-v + 1} \sqrt{\frac{ct}{\pi \mu}} \quad [42]$$

El exponente v es una medida para la sensibilidad de la presión de la compresibilidad del revoque y se puede esperar que el revoque sea extremadamente sensible a los cambios de presión.

Distribución de la tensión y porosidad en un revoque estático.

Para $K/a = C$, la ecuación [23] se convierte en:

$$\phi = \frac{-a_1 * p_s^{-\nu+1}}{-\nu + 1} \quad [43]$$

Combinando la ecuación [23] y la ecuación [25], se encuentra la distribución de las tensiones en el revoque.

$$p_s = P \left\{ 1 - \frac{\operatorname{erf} \frac{x}{2 \sqrt{\frac{ct}{\mu}}}}{\operatorname{erf} \lambda} \right\}^{\frac{1}{-\nu+1}} \quad [44]$$

Para calcular la distribución de la porosidad se procede de la siguiente manera: En un tiempo dt el volumen original dv es comprimido a $dv - (d/dt)(dv)$. El volumen de sólidos reduce la capacidad del volumen de la celda, así que:

$$(1-\varepsilon)dV = \left\{ 1 - \left(\varepsilon - \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} dt \right) \right\} \left\{ dV - \frac{\partial(dV)}{\partial t} dt \right\} \quad [45]$$

Como

$$\frac{\partial(dV)}{\partial t} dt \ll dV \Rightarrow (1-\varepsilon) \frac{\partial(dV)}{\partial t} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad [46]$$

De las ecuaciones [7], [23], y [46]; se ve que:

$$\frac{1}{1-\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad [47]$$

Integrando esta ecuación entre X y $X = 0$ (donde $\varepsilon = \varepsilon_b$), se encuentra que:

$$\ln \frac{1-\varepsilon}{1-\varepsilon_b} = \phi(x,t) - \phi(0,t) = \frac{-a_1 * P^{-\nu+1} \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{\frac{ct}{\mu}}}}{(-\nu+1)\operatorname{erf} \lambda} \quad [48]$$

$$\varepsilon = 1 - (1-\varepsilon_b) \exp \frac{-a_1 * P^{-\nu+1} \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{ct/\mu}}}{(-\nu+1)\operatorname{erf} \lambda} \quad [49]$$

Las ecuaciones [44] y [49] pueden ser chequeadas por la comparación con la distribución de porosidad medidas en un revoque. De la ecuación [49] la porosidad de la superficie del revoque (para $X=h$) es:

$$\varepsilon h = \frac{\exp \left(\frac{a_1 * P^{-\nu+1}}{-\nu+1} \right) + (1-\varepsilon_b)}{\exp \left(\frac{a_1 * P^{-\nu+1}}{-\nu+1} \right)} \quad [50]$$

Retornando a la ecuación [44] y sustituyendo en la ecuación [33], se encuentra:

$$p_s = P \left\{ 1 - \frac{\operatorname{erf}(\lambda x / h)}{\operatorname{erf} \lambda} \right\}^{\frac{1}{-v+1}} \quad [50^a]$$

En otras palabras, la tensión en los sólidos es dada por una fracción de X/h del espesor del revoque constante. Esto es cierto, para la porosidad y significa que se puede plotear estas cantidades contra X/h el resultado será independiente del espesor del revoque, o lo que es lo mismo, el tiempo de filtración.

Filtración Dinámica

En la sección anterior se mostró que la tasa de la filtración, la tasa de crecimiento del revoque, la distribución de tensiones y porosidad en el revoque durante la deposición desde una filtración estática puede ser computada de datos empíricos básicos.

En la practica la evaluación de las propiedades de filtración de un fluido de perforación es basado sobre pruebas estáticas, de igual manera es interesante desarrollar un modelo para este mecanismo de filtración.

Sin embargo en el hoyo la filtración estática es la excepción. Más bien los estudios más interesantes es cuando el fluido se encuentra en movimiento. (condiciones dinámicas del fluido).

Bajo condiciones dinámicas, las partículas son más dispersas que en condiciones estáticas. Como consecuencia, la porosidad y la permeabilidad del revoque de estas partículas son más cercanas a la superficie del revoque que en el revoque estático.

Durante una prueba de presión (Buid-up) de un revoque dinámico λ puede ser pequeño en comparación con un revoque estático.

Durante la prueba de presión en el revoque, la presión en los sólidos a una distancia δ (gamma) bajo la superficie del revoque es igual a:

$$p_s(h-\xi,t) = P \left\{ 1 - \frac{\operatorname{erf} \frac{h-\xi}{2\sqrt{ct/\mu}}}{\operatorname{erf} \lambda} \right\}^{\frac{1}{-\nu+1}} = P \left\{ 1 - \frac{\operatorname{erf} \lambda (1-\xi/h)}{\operatorname{erf} \lambda} \right\}^{\frac{1}{-\nu+1}} \quad [51]$$

Y como h aumenta, siguiendo que $p_s(h-\delta,t)$ decrece con el tiempo. Si δ es el espesor de un conjunto de partículas en la suspensión que se depositan en la superficie del revoque y f el coeficiente de fricción entre esos depósitos, entonces, luego de haber sido depositados, el conjunto puede resistir los esfuerzos de fricción $f p_s (h- \delta,t)$. (esto asume que la suspensión es alcalina y que la concentración de electrolitos es tal que las partículas se adhieren entre si a lo largo de la superficie , formando paquetes).

Y así la deposición podría continuar por mucho tiempo como:

$$F p_s (h- \delta , t) > r \quad [52]$$

Donde r es el esfuerzo cortante ejercido sobre el revoque por la circulación de los fluidos de perforación. En otras palabras, la deposición cesa en un tiempo T que será determinado por:

$$P \left\{ 1 - \frac{\operatorname{erf} \left(\lambda - \frac{\xi}{2\sqrt{ct/\mu}} \right)}{\operatorname{erf} \lambda} \right\}^{\frac{1}{(-\nu+1)}} = \tau / f \quad [53]$$

La tasa de filtración a un tiempo es:

$$\frac{c}{\mu} \frac{\partial \phi}{\partial x}(0, t) = \frac{a_1 * P^{-\nu+1}}{(-\nu+1) \operatorname{erf} \lambda} \frac{c}{\sqrt{\pi \mu t}} = \frac{c}{\mu} \frac{a * P^{-\nu+1}}{(-\nu+1) H} * \frac{2\lambda}{\sqrt{\pi \operatorname{erf} \lambda}} \quad [54]$$

Donde H es el espesor del revoque a un tiempo T , ecuación [36].

El tiempo T marca el fin de la primera fase del proceso de filtración dinámica. Durante la segunda fase, la filtración toma lugar a través de un revoque de espesor constante H . Si se permite que $t' = t - T$, entonces el problema de evaluar los límites en esta segunda fase está dado por la ecuación [35] (con $t = T$), la cual es la distribución inicial de Φ en un revoque, y es:

$$\phi(H, t') = 0 \quad [55]$$

$$\phi(0, t') = \frac{a_1 P^{-\nu+1}}{-\nu+1} \quad [55]$$

En la superficie y base del revoque respectivamente. La solución de la ecuación [36] esta sujeta a las condiciones de límites iniciales:

$$\phi(x, t') = -\frac{a_1 P^{-\nu+1}}{-\nu+1} \left[1 - \frac{x}{H} - 2 \sum_1^{\infty} \left\{ \frac{1}{\rho n} - \frac{1}{H} \int_0^H \phi(x', T) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x'}{H}\right) dx' \right\} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{H}\right) \exp\left(\frac{n^2 \pi^2 t' \mu}{cH^2}\right) \right] \quad [57]$$

Donde:

$$\phi(x, T) = 1 - \frac{\operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{cT/\mu}}}{\operatorname{erf} \lambda} \quad [57a]$$

El símbolo en el término detrás de la suma contiene un exponente que hace que el término desaparezca porque se hace muy pequeño con el incremento del tiempo. Durante la segunda fase, por consiguiente ϕ , también cambia con tiempo hasta que se acerca la asigdota de el valor.

$$\phi = \frac{a_1 P^{-\nu+1}}{-\nu+1} \left(1 - \frac{x}{H} \right) \quad [58a]$$

Esto por consiguiente dice que la tasa de filtración es de estado estable:

$$q = \frac{c}{\mu} \frac{a_1 P^{-\nu+1}}{(-\nu+1)H} \quad [58b]$$

Comparando la ecuación [54] y con la ecuación [58], se puede decir que se diferencian por el factor $2\lambda\sqrt{\pi} \operatorname{erf} \lambda$ ahora

$$\operatorname{erf} \lambda = \frac{2}{\pi} \left[\lambda - \frac{\lambda^3}{3} + \frac{\lambda^5}{5.2} \dots \right] < \frac{2}{\sqrt{\pi}} \lambda \text{ y por consiguiente } 2\lambda\sqrt{\pi} \operatorname{erf} \lambda > 1.$$

Esto significa que durante la segunda fase, la cual dura al menos de 6 a 10 horas, la tasa de filtración continúa disminuyendo.

Durante La tercera fase, donde la ecuación [58] es válida, la presión en los sólidos en el revoque es dada por:

$$p_s^{(3)} = P \left(1 - \frac{x}{H} \right)^{\frac{1}{-\nu+1}} \quad [59]$$

Al final de la primera fase.

$$p_s^{(1,T)} = P \left(1 - \frac{\operatorname{erf} \frac{\lambda x}{H}}{\operatorname{erf} \lambda} \right)^{\frac{1}{-\nu+1}} \quad [60]$$

Como $(\operatorname{erf} \lambda x / H) / \operatorname{erf} \lambda > x/H$ la presión $p_s^3 > p_s^{(1,t)}$ para cualquier $0 < X < H$ y esto significa que durante la segunda fase la presión de sólido dentro del revoque aumenta. Pero si la presión en el sólido resulta muy grande, entonces la resistencia del revoque contra la fricción lateral también se incrementa. Esta es una conclusión importante que explica la observación experimental que incrementa la tasa de circulación después de la estabilización del mecanismo de filtración dinámica, esto no tiene efectos sobre el espesor del revoque o la tasa de filtración.

Filtración a través de los compuestos del revoque.

Durante, la perforación de un pozo el revoque no se deposita únicamente por filtración estática o dinámica, pero si por ambas. En esos momentos, en los cuales la perforación puede ser interrumpida para agregar tuberías. Durante esas interrupciones el revoque estático se deposita sobre el revoque dinámico y la tasa de filtración disminuye. La filtración a través de este compuesto en el revoque se describe por los valores límites del problema, que desafortunadamente no admite soluciones simples.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\mu}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad 0 < x < h(t) \quad t > 0$$

$$\phi(x,0) = -a_1 \frac{P^{-\nu+1}}{-\nu+1} \left(1 - \frac{x}{H}\right) \quad 0 < x \leq h(0)$$

$$\phi(0,t) = -a_1 \frac{P^{-\nu+1}}{-\nu+1} \quad \phi(h,t) = 0$$

$$\frac{dh}{dt} = b \frac{c}{\mu} \frac{\partial \phi}{\partial x}(h, t) \quad [61]$$

Si la circulación es reiniciada, después de la deposición del revoque estático y en el dinámico, entonces en la parte superior del revoque, los esfuerzos de los sólidos son extremadamente pequeños y la erosión removería la capa para el punto donde la presión en el sólido a una distancia δ debajo de la superficie corroída es suficientemente grande para resistir la acción cortante del lodo de perforación. Al mismo tiempo la tasa de filtración incrementaría ligeramente. Durante la subsiguiente fase, que es comparado con la fase 2 de la sección previa, el espesor del revoque pasaría a ser constante y la presión de sólido en el revoque aumentaría.

Apéndice B

Función de Fredrickson- Bird γ y λ

Los valores γ y λ , conocidos en la industria química y petrolera como función de Fredrickson- Bird γ y λ , depende de n y R_i/R_o únicamente. Una tabulación condensada de los autores es la siguiente:

Tabla 1. Función Fredrickson-Bird γ

R_i/R_o							
N	0.01	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9
1.00	0.6051	0.5908	0.6237	0.7094	0.8034	0.9008	0.9502
0.50	0.6929	0.6270	0.6445	0.7179	0.8064	0.9015	0.9504
0.33	0.7468	0.6547	0.6612	0.7246	0.8081	0.9022	0.9506
0.20	0.8064	0.6924	0.6838	0.7342	0.8128	0.9032	0.9510
0.10	0.8673	0.7367	0.7130	0.7462	0.8124	0.9054	0.9519

Tabla 2. Función Fredrickson-Bird λ

R_i/R_o							
N	0.01	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9
1.00	0.3295	0.4637	0.5461	0.6770	0.7915	0.8981	0.9495
0.50	0.2318	0.4192	0.5189	0.6655	0.7872	0.8972	0.9493
0.33	0.1817	0.3932	0.5030	0.6587	0.7847	0.8967	0.9492
0.20	0.1503	0.3712	0.4856	0.6509	0.7818	0.8960	0.9491
0.10	0.1237	0.3442	0.4687	0.6429	0.7784	0.8953	0.9489

Apéndice C.
Solución de Ecuaciones Utilizadas

EDP de flujo Lineal

$$\frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial x^2} = 0$$

$$\int \frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial x^2} = 0$$

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial x} = A$$

$$\int \frac{\partial P(x,t)}{\partial x} = Ax + B$$

$$P(x,t) = Ax + B$$

EDP Para flujo de gas

$$\frac{\partial^2 P^{m+1}(r,t)}{\partial x^2} = 0$$

$$\int \frac{\partial^2 P^{m+1}(r,t)}{\partial x^2} = 0$$

$$\frac{\partial P^{m+1}(r,t)}{\partial x} = A$$

$$\int \frac{\partial P^{m+1}(r,t)}{\partial x} = Ax + B$$

$$P^{m+1}(x) = Ax + B$$

EDP de Flujo Radial

$$\frac{\partial^2 P(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = 0$$

Para el caso particular de flujo radial

$$\frac{\partial^2 P(r)}{\partial r^2} = 0$$

Por lo tanto la ecuación se reduce a:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = 0 \quad (1)$$

Integrando la ecuación (1) resulta:

$$r \frac{\partial P}{\partial r} = A$$

e integrando de nuevo

$$P(r) = A \text{Log}(r) + B$$

EDP de flujo Cilíndrico

$$\frac{d^2 P(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dP}{dr} = 0$$

Para el caso de flujo esférico la ecuación se reduce a:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial P}{\partial r} \right) = 0$$

Integrando la ecuación (2) se tiene:

$$r^2 \frac{\partial P}{\partial r} = A$$

Integrando de nuevo se tiene:

$$P(r) = Ar^{-1} + B$$

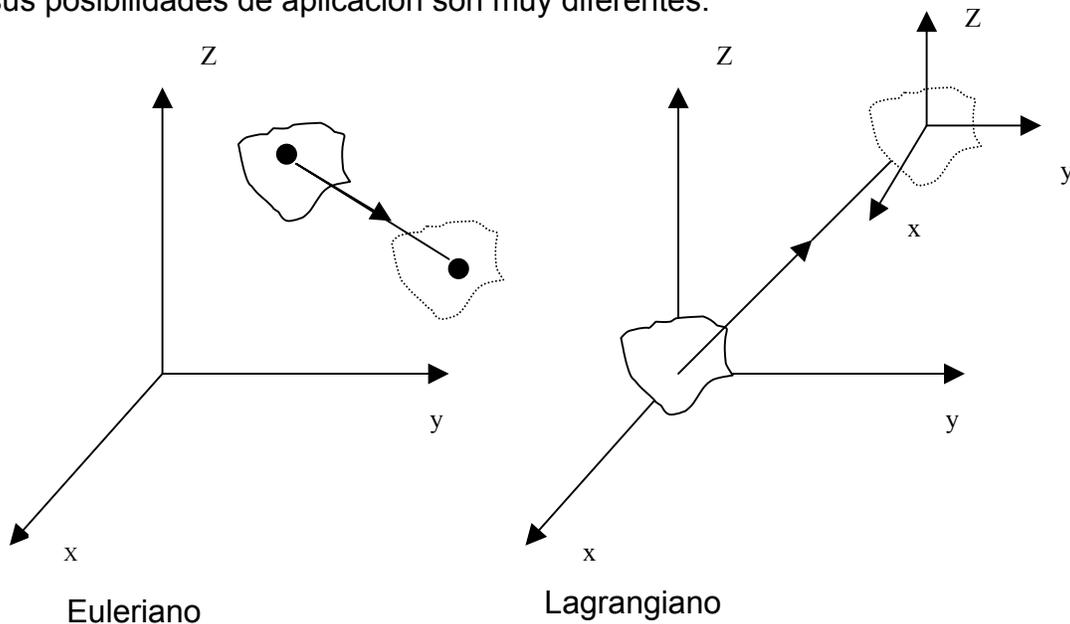
**Apéndice D.
Modelos Eulerianos y Lagrangianos**

La forma en que se lleva a cabo la resolución de una ecuación puede ser bastante diferente, y así, clásicamente, se han planteado dos soluciones.

La solución euleriana, según la cual se establece un sistema de referencia fijo (habitualmente el foco emisor), y se tratan de resolver las ecuaciones de balance de materia, energía y cantidad de movimiento, con diferentes grados de aproximación.

La solución lagrangiana, que utiliza dos sistemas de coordenadas, uno fijo (el foco emisor) para el movimiento general y otro móvil en el penacho, que se desplaza, para la descripción de la difusión turbulenta en el seno del penacho.

Ambas son soluciones alternativas válidas al mismo problema y, además, se ha demostrado que aplicando las mismas aproximaciones en las dos vías con el fin de obtener una solución analítica, el resultado es el mismo: la ecuación de difusión gaussiana. Sin embargo, fuera de estas aproximaciones, sus resultados y sus posibilidades de aplicación son muy diferentes.



Apéndice E

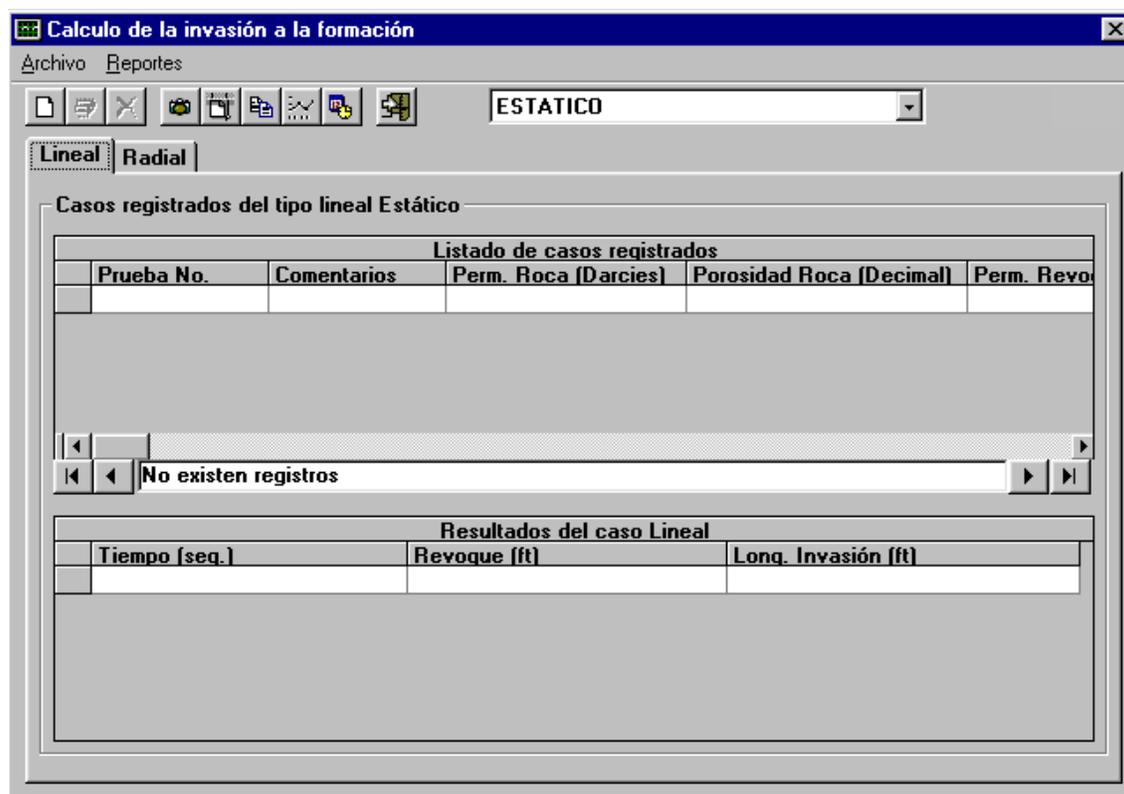
Manual de Invasión a La Formación 1.1

Invasión a la Formación 1.1 es una poderosa herramienta con un enfoque inminentemente práctico que le permitirá calcular de manera eficiente el radio de invasión, así como el radio del revoque, para cualquier pozo.

La estructura del programa le permitirá comprender rápidamente el uso del mismo, y aprender su manejo en muy poco tiempo.



En el momento que se inicia la ejecución del programa le aparecerá una pantalla como esta:



En la cual usted debe decirle al programa si va a trabajar en el modelo estático o dinámico en el menú desplegable, para el caso del modelo estático deberá escoger la opción lineal o radial en las pestañas.

Luego debe indicarle al programa que usted desea trabajar un registro nuevo o modificar uno ya existente. Cuando no exista ningún archivo la opción modificar estará desactivada. Entonces aparecerá una pantalla como esta bien sea para el caso nuevo o de modificar. En el caso de modificar aparecerán todos los campos llenos y usted debe sobre escribir en el valor o valores que desee cambiar

Calculo de la invasión a la formación (Lineal)

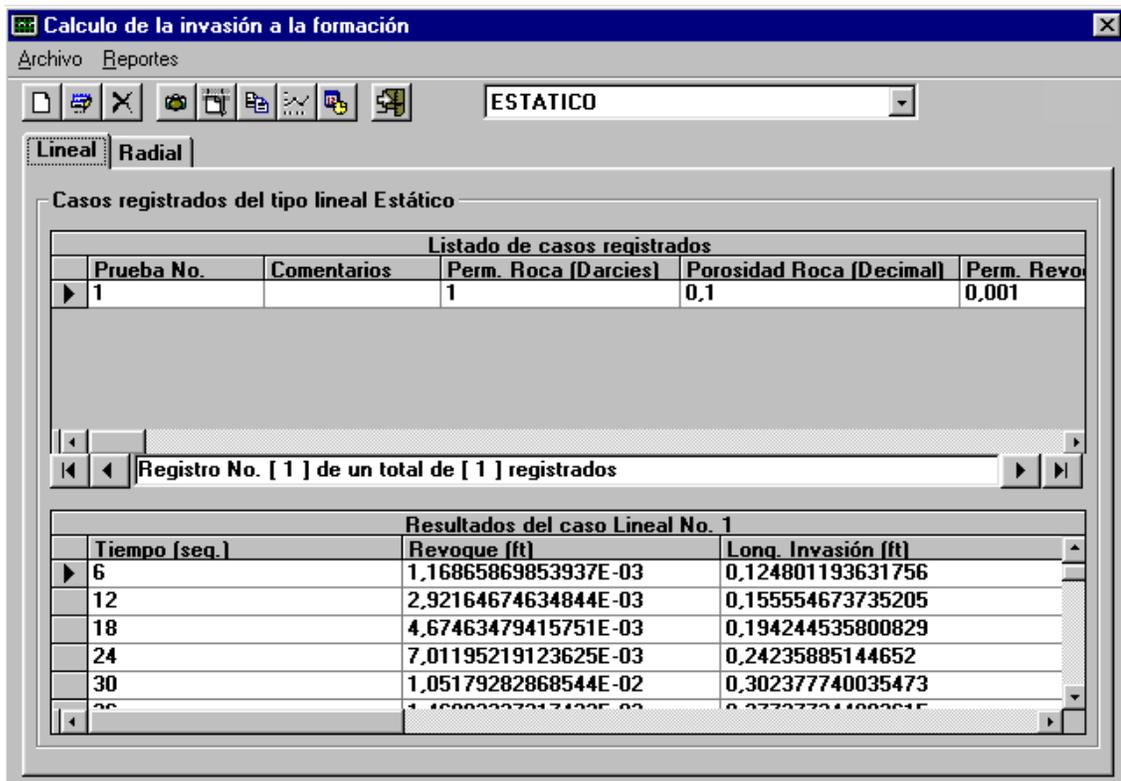
Archivo

Datos para el calculo

Perm. de la roca (Darcies)	1	Presión del yacimiento (Psi)	0
Porosidad de la roca (Decimal)	0,1	Longitud de la roca (Ft)	1
Perm. del revoque (darcies)	0,001	Dx de la celda de la roca (Ft)	0,002
Porosidad del revoque (Decimal):	0,1	Dx de la celda del revoque (Ft)	0,0002
Fracción de solidos (Decimal)	0,1	Posición del frente inicial (Ft)	0,1
Viscosidad del lodo (Cp)	1	Tam. de cada paso de integración (seg)	6
Viscosidad del petróleo (Cp)	1	Num. maximo de pasos permitidos (Imax)	503
Presión del lodo (Psi)	100		
Comentarios			

Cargar Valores de ejemplo

Allí se introducen los datos o se modifican, se deben llenar todos los campos si no aparecerá un mensaje de error y para hacer el calculo hay que entrar en el Menú Archivo calcular. El programa le dará un mensaje de confirmación y tardara unos minutos en él calculo. Para luego, indicar que el calculo se hizo correctamente. Volverá a la pantalla inicial dando los resultados, de la siguiente manera:



Para eliminar la prueba, se le indica con el cursor cual es la prueba que se desea eliminar y entramos al Menú Archivo eliminar.

Para ver el reporte y las gráficas de tiempo vs Radio de Invasión y Radio del revoque se debe entrar al Menú Reportes. Esa será la hoja que podrá imprimirse y tener como resultado del modelaje.

Cuando se le indica al programa que se va a correr el estado dinámico la pantalla que aparecerá para la introducción de datos será como la siguiente:

The screenshot shows a software window titled "Estado Dinámico" with a menu bar containing "Archivo". Below the menu bar are two icons and a button labeled "Ejecutar el proceso de calculo". The main area is titled "Datos para el calculo radial" and contains a grid of input fields for various parameters:

Perm. de la roca (Darcies)		Viscosidad del petróleo (cp)	
Porosidad de la roca (Decimal)		Presion del Fondo (psi)	
Perm. del revoque (Darcies)		Presión del Yacimiento (psi)	
Porosidad del revoque (Decimal)		Radio del Hoyo (ft)	
Fracción de solidos (Decimal)		Radio Efectivo del yacimiento (ft)	
Viscosidad del lodo (cp)		Tiempo Inicial (seg)	

Below the grid is a "Comentarios:" text area. To the left are two input fields for "Radio de Invasión (ft)" and "Radio del Revoque (ft)", with navigation buttons (>, <, <<) between them. To the right is a table with two columns: "Radio de Invasión" and "Radio del Revoque". At the bottom left is a checkbox labeled "Cargar valores de ejemplo".

Al igual que para el caso estático se deben llenar todos los campos y darle valores de radio de Invasión y Radio del Revoque, igualmente luego de haber introducido todos los datos se le dice: Menú Archivo calcular y nos mostrara en la pantalla inicial los resultados de nuestro modelaje

Finalmente, se le puede pedir el reporte de cada caso, con el fin de poder imprimir los resultados.

Para salir del programa se entra al menú Archivo Salir y todos los cambios quedaran guardados.