

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

ANÁLISIS Y MODELADO DE LOS ESFUERZOS A LOS QUE SE ENCUENTRA SOMETIDO EL CEMENTO DE REVESTIMIENTO DE UNA SECCIÓN DE UN POZO PETROLERO MEDIANTE LA UTILIZACIÓN DE UN PROGRAMA COMPUTACIONAL BASADO EN EL MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela
por los Bachilleres:

Insausti S., Daniel E.
Corales F., Alejandro E.

Para optar al Título
de Ingeniero Mecánico.

Caracas, 2006

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

ANÁLISIS Y MODELADO DE LOS ESFUERZOS A LOS QUE SE ENCUENTRA SOMETIDO EL CEMENTO DE REVESTIMIENTO DE UNA SECCIÓN DE UN POZO PETROLERO MEDIANTE LA UTILIZACIÓN DE UN PROGRAMA COMPUTACIONAL BASADO EN EL MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO

Tutor Académico: Prof. Manuel Martínez

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela
por los Bachilleres:

Insausti S., Daniel E.
Corales F., Alejandro E.

Para optar al Título
de Ingeniero Mecánico.

Caracas, 2006

Insausti, Daniel y Corales, Alejandro

ANÁLISIS Y MODELADO DE LOS ESFUERZOS A LOS QUE SE ENCUENTRA SOMETIDO EL CEMENTO DE REVESTIMIENTO DE UNA SECCIÓN DE UN POZO PETROLERO MEDIANTE LA UTILIZACIÓN DE UN PROGRAMA COMPUTACIONAL BASADO EN EL MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO

Tutor académico: Manuel Martínez, Tesis, Caracas, U. C. V. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Mecánica. Año 2006 N° de páginas: 176

Palabras clave: Elementos de contorno (MEC), geomecánica, cementación

En este trabajo se desarrollaron varios modelos físico – matemáticos en dos dimensiones para determinar el estado de esfuerzos a los que se encuentra sometido el cemento de un pozo petrolero a una profundidad determinada, mediante el método de elementos de contorno (MEC).

Como modelo geométrico se utilizó la cuarta parte de la sección transversal de un cilindro hueco, mientras que las condiciones de carga usadas fueron dos: presión externa constante e igual al esfuerzo horizontal *in situ* máximo, y presión externa variable, donde la carga externa variaba angularmente desde el esfuerzo horizontal *in situ* mínimo hasta el esfuerzo horizontal *in situ* máximo. Ambos modelos de carga poseían además dos variantes: en la primera, no se tomó en cuenta la presión de lodo dentro del casing y en la segunda, si se consideró esta presión.

Se realizaron dos estudios a nivel matemático, uno a través de un programa computacional basado en el MEC y otro mediante el método de elementos finitos (MEF), siendo este último hecho con fines comparativos tanto del método numérico como de los resultados obtenidos.

Para realizar los cálculos por el MEC se separó el modelo físico real (cemento-casing) en tres partes: anillo de cemento, casing y el conjunto completo como un solo material, utilizando las teorías de materiales compuestos. Para los cálculos por el MEF se utilizó únicamente la configuración completa tratada como dos materiales unidos de manera perfecta.

Los resultados obtenidos fueron que el casing recibe casi la totalidad de la carga externa, mientras que el cemento se comporta más como un elemento aislante y de apoyo para el casing, el modelo de material combinado es útil solo para obtener los esfuerzos en la interfaz, mas no los desplazamientos, y el estado de esfuerzos y desplazamientos en el cemento pudo ser obtenido por medio de separación del conjunto.

ACTA

Los abajo firmantes, miembros del jurado designado por el Consejo de Escuela de Ingeniería Mecánica para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por los bachilleres *Daniel Insausti* y *Alejandro Corales* titulado:

“ANÁLISIS Y MODELADO DE LOS ESFUERZOS A LOS QUE SE ENCUENTRA SOMETIDO EL CEMENTO DE REVESTIMIENTO DE UNA SECCIÓN DE UN POZO PETROLERO MEDIANTE LA UTILIZACIÓN DE UN PROGRAMA COMPUTACIONAL BASADO EN EL MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO”

Consideran que el mismo cumple con los requisitos exigidos por el plan de estudios conducente al título de Ingeniero mecánico



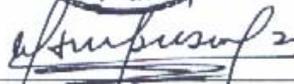
Prof. Alberto Pertuz

Jurado



Prof. Antonio Barragán

Jurado


Prof. Manuel Martínez

Tutor

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
DEPARTAMENTO DE DISEÑO

Los suscritos Miembros del Jurado examinador designado por el consejo de Escuela de Ingeniería Mecánica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela, para evaluar el Trabajo Especial de Grado, presentado por los bachilleres DANIEL E. INSAUSTI S. (14.852.692) Y ALEJANDRO E. CORALES F. (13.747.756), para optar al título de Ingeniero Mecánico

Decidimos conferirle al Trabajo Especial de Grado titulado:

“ANÁLISIS Y MODELADO DE LOS ESFUERZOS A LOS QUE SE ENCUENTRA SOMETIDO EL CEMENTO DE REVESTIMIENTO DE UNA SECCIÓN DE UN POZO PETROLERO MEDIANTE LA UTILIZACIÓN DE UN PROGRAMA COMPUTACIONAL BASADO EN EL MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO”

la

MENCIÓN HONORÍFICA

En reconocimiento al esfuerzo realizado y como estímulo a la actividad creativa demostrada en el transcurso de la elaboración del referido Trabajo, el cual constituye un aporte importante.

En fe de lo anteriormente expuesto se levanta la presente Acta en la ciudad de Caracas a los veintinueve días del mes de junio del año dos mil seis, dejándose constancia que, de acuerdo a la normativa vigente, actuó como coordinador del jurado el Prof. Manuel Martínez.


Prof. Alberto Pertuz
Jurado


Prof. Antonio Barragán
Jurado


Prof. Manuel Martínez
Tutor

Agradecimientos

A nuestro tutor Manuel Martínez, por haber confiado en nosotros para la realización de este Trabajo Especial de Grado y por apoyarnos de manera continua durante todo este tiempo.

Al profesor Armando Guerrero, quien nos guió al comienzo de esta travesía y nos introdujo a los programas usados en este trabajo.

Al profesor José Perera, por sus sabios consejos, su ayuda constante y por haber estado pendiente de nuestros progresos. Haber tomado clases con usted ha sido una de las mejores decisiones que he tomado en mi carrera.

Al profesor Julio Segura, siempre estuvo dispuesto a ayudarnos cuando lo necesitábamos, sobre todo a la hora de usar las computadoras de la sala de tesis.

Al profesor Antonio Barragán, que siempre estuvo ahí para aclarar nuestras dudas (aclaración: cuando consultamos con él, ni el profesor ni nosotros sabíamos que era jurado suplente).

Al profesor Enrique Limongi, la base que recibimos con sus clases fue nuestra tabla de salvación en muchos casos.

A los ingenieros de INTEVEP: Vicente Ciccola, Julio Millán y Geralf Pineda, por su orientación en un tema desconocido para nosotros como lo era en ese momento la Geomecánica

Un agradecimiento muy especial al ingeniero de INTEVEP José Corniellis, por su gran ayuda y su enorme paciencia en los momentos que lo necesitamos.

A Alejandro Corales, por el gran esfuerzo que puso para la culminación de este trabajo y por mantenerse siempre calmo ante las adversidades, especialmente en los momentos en que mi actitud dejaba mucho que desear.

A los estudiantes de post-grado, Eudi, Alfeo, Mahmoud y Ramón, por estar siempre dispuestos a ayudarnos y cedernos el uso de las computadoras de la sala inclusive en momentos en que ellos las necesitaban.

A Yvin Ruiz, su ayuda para la realización de algunos capítulos de este trabajo, así como su apoyo constante a lo largo de mi carrera, ha sido invaluable.

A Miguel Moreno, aunque no intervino en este trabajo, haber estudiado tanto tiempo con el me enseñó a ver siempre las cosas desde otra óptica.

A Erika Moreno, por haber sido tan buena amiga durante estos últimos dos años.

A todos los que estudiaron conmigo en la escuela, ustedes saben quienes son. Gracias por haberme hecho sentir como en casa. Han sido grandes amigos y compañeros

A todos ¡¡¡un millón de gracias!!!

Daniel Insausti

Dedicatoria

Primeramente a Dios por siempre haberme guiado hacia el camino correcto, mostrándome las herramientas necesarias para que por mis propios medios encontrara la luz a lo largo de este prolongado y tortuoso trayecto de mi aprendizaje dentro de esta etapa de mi vida y a la vez por nunca haberme desamparado en los momentos más fuertes, oscuros y penosos.

A ti, TÍA CARMEN, por sobre todas las cosas, tú que siempre fuiste y serás el gran bastión de lo que soy hoy, gracias por tu inmenso apoyo incondicional a lo largo de toda mi carrera educativa y en otras tantas facetas de mi vida, gracias por haberme acompañado en numerosas madrugadas, gracias por ser tan bella y espectacular, como siempre fuiste conmigo, lo único que lamento enormemente es que me hayas dejado en este plano y no tenerte en carne y hueso para celebrar este logro que también es tuyo. Te quiero, amo y adoro profundamente y hoy donde te encuentras, sé que te sentirás orgullosa de lo bien que tus enseñanzas y aprendizajes rindieron fruto en mí, porque fui la semilla que tu regaste siempre, fui el arbusto al cual le diste esos cuidados especiales y podaste constantemente y ahora soy el árbol que da los frutos de tantos esfuerzos que juntos compartimos.

A ti Madre, por tus consejos en el momento adecuado, por siempre contar con tu brazo más que solidario y tú ayuda incondicional y por sobre todas las cosas, haberme criado como lo hiciste. Quiero que sepas que te admiro, eres uno de los espejos de la vida en los que me gustaría verme reflejado. Te quiero en demasía, Dios te Bendiga siempre.

A ti Padre, porque sé que desde haya arriba en el cielo, siempre me has encaminado por la senda del bien y me has tratado de apartar de los espinosos senderos que pueden existir en la vida. Sé que te sentirás orgulloso de lo bien que se ha venido moldeando tu hijo y porque no me cabe duda alguna que tu estas por siempre dentro de mí, porque tu eres yo y yo soy tú.

A ti Erika Karina, eres el ser más hermoso que el señor me pudo haber enviado, contigo y tu lado he aprendido lo bello que es la vida y lo majestuoso que es enamorarse, lo maravilloso de sentirse querido y amado, gracias por siempre ser esa gasolina con la cual mi corazón se llena, gracias por tus palabras constantemente alentadoras y ser una de las pocas personas que ha creído en mí y en mi potencial, gracias por abrirme las puertas de tu alma y poder desde hace tiempo ya descansar sobre ese hermosísimo regazo. Nunca olvidaré tu apoyo en momentos oscuros y de luz tan tenue donde me rescataste del mar de la adversidad. Pero por sobre todas las cosas gracias porque cada día que paso a tu lado, aprendo algo nuevo que me hace ser un mejor hombre. TE QUIERO, AMO Y ADORO por siempre, mi bella.

A ti Nina por tus mimos y tus enseñanzas.

A ti Tía Ingrid, por ser la persona que me abrió su alma, cuerpo y mente para brindarme las herramientas necesarias con las cuales podría canalizar mis angustias, miedos, temores y sinsabores, gracias por tus enseñanzas y consejos, sé que lo inculcado por ti irá generando frutos rápidamente.

A mis tíos José Manuel y Pedro Enrique, por sus consejos siempre bien dados y en el momento preciso.

A mis seres queridos que ahora no se encuentran en este plano pero que sus enseñanzas, mimos y consejos siempre vivirán en mí: Nanita, Abuela María, Abuelo Marcelino, Abuelo Abel, Abuelo Anibal.

Alejandro Corales

Agradecimientos

En primer lugar a Daniel Insausti, fue y es un placer trabajar a tu lado, una de las mejores cosas que he hecho en mi vida fue haber aceptado hacer este proyecto conjuntamente contigo. A pesar que tanto nos trajo de cabeza, pero que en el fondo nos sirvió para estrechar mucho más los lazos de amistad y hermandad que nos han unido por tan largo tiempo y espero que esto sea interminable.

A mis VERDADEROS AMIGOS dentro de la universidad: Yvin, Aarón, José Isaac y José Gregorio, gracias por sus consejos, ayudas siempre tan incondicionales y buenos momentos junto a ustedes, se les valora mucho y se les quiere un montón, espero que esta semilla plantada aquí se mantenga por siempre a lo largo de nuestras vidas. Gracias por estar constantemente allí.

Al Prof. PhD. Ing. Manuel Martínez, por su gran apoyo, sobretodo en estos dos últimos meses tan vertiginosos.

Al Prof. Armando Guerrero, por habernos introducido en los programas computacionales que tuvimos que usar en el desarrollo de nuestro trabajo.

A la gerencia PDVSA-INTEVEP, sobretodo por su gran soporte y ayuda a los Ing. Vicente Ciccola, Ing. J. Millán, Ing. J. Cornielis, Ing. G. Medina.

Al Prof. Antonio Barragán, por darnos respuestas ha algunas interrogantes planteadas en el desarrollo de nuestro trabajo.

Al Prof. Enrique Limongi, por darnos siempre tan sabios consejos y brindado mucho de sus conocimientos en el momento que lo necesitamos.

Al Prof. Julio Segura, por brindarnos su apoyo en la sala de tesis y habernos dado respuestas a muchas de nuestras interrogantes.

A la gente de la comisión de Post-Grado de la Escuela de Mecánica, Eudi, Alfeo y Mahmoud, gracias por brindar su gran apoyo en todo lo que nos hizo falta (computadoras, Internet, impresiones) y sobre todo por ser siempre tan serviciales, habernos dado la confianza necesaria para sentirnos a gusto y por ser tan buenas personas.

Alejandro Corales

Índice

CAPÍTULO I	25
GENERALIDADES	25
Título de la investigación	25
Planteamiento del problema	25
Objetivo general	26
Objetivos específicos	26
Justificación	27
Tipo de investigación	28
Alcances	28
CAPÍTULO II	29
COMPLETACIÓN DE POZOS	29
Perforación	30
Planta de fuerza motriz	31
Sistema de izaje	32
Sistema rotatorio	33
Sarta de perforación	34
Sistema de circulación del fluido de perforación	36
Revestimiento	38
Sarta primaria	39
Sartas intermedias	40
Sarta final y de producción	40

Tubos usados	41
Cementación	42
Terminación	44
Sarta de producción o de educación	44
Empacaduras	45
Tipos de completación	47
Hueco abierto	47
Hueco Abierto con Forro o Tubería Ranurada	47
Tubería de Revestimiento Perforada	48
Terminación sencilla	49
Terminación doble	49
Terminación triple	50
Bombeo mecánico	50
Bombeo hidráulico	51
Levantamiento artificial por gas (LAG)	51
Cañoneo	51
Cañones recuperables	52
Cañones semi-recuperables	52
Cañones desechables (no recuperables)	52
Cañones de tubería	53
Cañones de revestimiento	53
Materiales usados en la cementación	53
Cemento Portland	54
Clase A	54
Clase B	54
Clase C	55
Clase D	55
Clase E	55
Clase F	55
Clases G y H	56

Clase J	56
CEMENTOS ULTRAFINOS	56
CEMENTOS EPOXY	56
ESCORIA	57
PUZOLANAS	57
FlexSTONE®	57
Aditivos del cemento	58
Aceleradores	59
Extendedores	59
Densificantes	60
Retardadores	60
Controladores de pérdida de circulación	61
Controladores de filtrado	61
Dispersantes	62
CAPÍTULO III	63
MECÁNICA DE MATERIALES	63
Esfuerzo	64
Estado general de esfuerzos	66
Convención de signos	68
Planos	68
Esfuerzos normales	68
Esfuerzos tangenciales	68
Deformación	68
Deformaciones normales	69
Deformaciones tangenciales	72
Convención de signos	74
Deformaciones normales	74
Deformaciones tangenciales	74

Deformaciones y desplazamientos	74
Relaciones esfuerzo-deformación	77
Ley de Hooke generalizada	77
Ley de Hooke para materiales isótropos	78
Módulo de elasticidad (E)	79
Módulo de corte (G)	79
Módulo de Poisson (ν)	79
Esfuerzos Principales	80
Esfuerzo plano	81
Esfuerzos principales	84
Deformación plana	86
CAPÍTULO IV	87
GEOMECÁNICA	87
Definición e historia	87
Materiales geológicos	88
Propiedades físicas de las rocas	89
Permeabilidad	89
Porosidad	89
Presión de poro de la formación	89
Presión normal de la formación	89
Propiedades mecánicas de la roca	90
Resistencia a la compresión no confinada (UCS)	90
Cohesión	90
Ángulo de fricción Interna	90

Ensayos geomecánicos	91
Ensayo de compresión sin confinar	92
Ensayo de compresión triaxial	92
Datos geomecánicos de campo	93
Registros acústicos	93
Registros de densidad	93
Registros de rayos Gamma	94
Registros de presión de poros	94
Pruebas de microfractura	94
Pruebas de minifractura	95
Caliper de 4-6 Brazos	95
Registros de Imágenes	95
ESTADO DE ESFUERZOS IN SITU	96
Esfuerzo de sobrecarga (σ_v)	97
Esfuerzos horizontales (σ_H , σ_h)	97
ESFUERZOS PRINCIPALES	98
RÉGIMEN DE ESFUERZOS	98
CAPÍTULO V	101
MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO	101
MEC en lugar de MEF	101
Historia y evolución del MEC	102
Teoría básica del MEC	104
Método de Trefftz	104
Método indirecto	105
Método directo	105
Pasos a seguir	106
Discretización de la frontera	106

Asumir una variación de las incógnitas	106
Usar una solución fundamental de la ecuación diferencial gobernante	107
Calcular las contribuciones de los elementos a las matrices de coeficientes	107
Juntar las contribuciones de los elementos	107
Resolver el sistema de ecuaciones	107
Computar los valores dentro del dominio	107
Soluciones fundamentales	108
Método indirecto	112
Método directo	115
CAPÍTULO VI	118
MODELADO DEL PROBLEMA	118
Modelos	119
Consideraciones	121
Condiciones de frontera	122
Casing	122
Cemento	122
Material compuesto (acero – cemento)	122
CAPÍTULO VII	123
RESULTADOS	123
Convergencia del método	123
Método de elementos de contorno	124
Casing	126
Sin presión de lodo	126

Con presión de lodo	126
Cemento	127
Sin presión de lodo	127
Con presión de lodo	130
Material compuesto	133
Sin presión de lodo	133
Con presión de lodo	133
Desplazamientos de los modelos	134
ANÁLISIS DE RESULTADOS	135
Casing	135
Cemento	135
Material compuesto	136
CONCLUSIONES	137
RECOMENDACIONES	138
BIBLIOGRAFÍA	139
ANEXOS	¡ERROR! MARCADOR NO DEFINIDO.
A-1. Teoría de materiales compuestos	¡Error! Marcador no definido.
A-2. Resultados en Nastran ®	¡Error! Marcador no definido.
A-3. Otros estudios realizados	¡Error! Marcador no definido.
Análisis en 3D	¡Error! Marcador no definido.
Propuesta de un modelado alternativo	¡Error! Marcador no definido.
A-4. Manuales de usuario	¡Error! Marcador no definido.

Multiregiones3D

¡Error! Marcador no definido.

Cracker

¡Error! Marcador no definido.

A-5. Pozo JM-200

¡Error! Marcador no definido.

Estratigrafía

¡Error! Marcador no definido.

A-6. Simulation of Collapse Loads on Cemented Casing Using Finite Element Analysis

¡Error! Marcador no definido.

Índice de figuras

Fig. 2.1 Sistema de perforación	31
Fig. 2.2 Planta de fuerza motriz	32
Fig. 2.3 Malacate, parte del sistema de izaje	33
Fig. 2.4 Sistema rotatorio	34
Fig. 2.5 Junta Kelly	35
Fig. 2.6 Barrena de conos	36
Fig. 2.7 Circulación del lodo de perforación	37
Fig. 2.8 Sartas de revestimiento	41
Fig. 2.9 Zapata de cementación	42
Fig. 2.10 Proceso de cementación con dos tapones	44
Fig. 2.11 Empacaduras	46
Fig. 2.12 Completación a hueco abierto	47
Fig. 2.13 Completación con forro no cementado	48
Fig. 2.14 Completación con forro liso	48
Fig. 2.15 Terminación sencilla	49
Fig. 2.16 Terminación doble con tuberías de producción paralelas	50
Fig. 3.1 Cuerpo sometido a un sistema general de fuerzas	64
Fig. 3.2 Reacciones al separar el cuerpo por un plano π	64

Fig. 3.3. Descomposición de $\vec{\Phi}_n$	65
Fig. 3.4 Tetraedro para estudio de esfuerzos	66
Fig. 3.5 Descomposición de esfuerzos $\vec{\Phi}_x, \vec{\Phi}_y$ y $\vec{\Phi}_z$	67
Fig. 3.6 Barra de sección transversal constante	69
Fig. 3.7 Cuerpo sometido a sistema general de cargas y elemento extraído de el	70
Fig. 3.8 Elemento sometido a un único esfuerzo σ_x	71
Fig. 3.9 Elemento sometido a un único esfuerzo tangencial τ_{xy}	72
Fig. 3.10 Elemento deformado	72
Fig. 3.11 Deformaciones debido a esfuerzos tangenciales τ_{xz} y τ_{yz}	73
Fig. 3.12 Cuerpo desplazado desde un punto P a un punto P'	75
Fig. 3.13 Proyección en plano XY del elemento en posición inicial y deformado	75
Fig. 3.14 Elemento sometido a estado plano de esfuerzos	81
Fig. 3.15 Elemento cortado por un plano cuya normal forma un ángulo θ con eje x	82
Fig. 3.16 Proyección del elemento en el plano XY	82
Fig. 3.17 Ejes principales	84
Fig. 3.18 Relaciones para calcular los esfuerzos principales	85
Fig. 4.1. Ensayo de compresión uniaxial	92
Fig. 4.2. Ensayo de compresión triaxial	93
Fig. 4.3 Esfuerzos <i>in situ</i>	98

Fig. 4.4 Régimen normal	99
Fig. 4.5 Régimen transcurrente	99
Fig. 4.6 Régimen compresional o inverso	100
Fig. 5.1 Notación para la solución fundamental	108
Fig. 6.1 Los tres modelos geométricos mallados	120
Fig. 6.2 Modelo físico mallado en Nastran®	120
Fig. 7.1 Ubicaciones seleccionadas para estudio de convergencia	123
Fig. 7.2 Fibras de estudio. Configuración usada para casing y cemento	124
Fig. 7.3 Fibras de estudio. Configuración para material compuesto	125
Fig. 7.4 Esfuerzo de Von Misses para el casing, presión externa constante. Sin presión interna	126
Fig. 7.5 Esfuerzo de Von Misses para el casing, presión externa constante. Con presión interna	126
Fig. 7.6 Esfuerzo de Von Misses para el cemento, presión externa constante. Sin presión interna en casing	127
Fig. 7.7 Desplazamiento total para el cemento, presión externa constante. Sin presión interna en casing	127
Fig. 7.8 Esfuerzo de radial para el cemento, presión externa constante. Sin presión interna en casing	128
Fig. 7.9 Esfuerzo de Von Misses para el cemento, presión externa variable. Sin presión interna en casing	128
Fig. 7.10 Desplazamiento total para el cemento, presión externa variable. Sin presión interna en casing	129

Fig. 7.11 Esfuerzo de radial para el cemento, presión externa variable. Sin presión interna en casing	129
Fig. 7.12 Esfuerzo de Von Misses para el cemento, presión externa constante. Con presión interna en casing	130
Fig. 7.13 Desplazamiento total para el cemento, presión externa constante. Con presión interna en casing	130
Fig. 7.14 Esfuerzo radial para el cemento, presión externa constante. Con presión interna en casing	131
Fig. 7.15 Esfuerzo de Von Misses para el cemento, presión externa variable. Con presión interna en casing	131
Fig. 7.16 Desplazamiento total para el cemento, presión externa variable. Con presión interna en casing	132
Fig. 7.17 Esfuerzo radial para el cemento, presión externa variable. Con presión interna en casing	132
Fig. 7.18 Esfuerzo de Von Misses para el material compuesto, presión externa constante. Sin presión interna en casing	133
Fig. 7.19 Esfuerzo de Von Misses para el material compuesto, presión externa constante. Con presión interna en casing	133
Fig. 7.20 Deformación a causa de la presión constante	134
Fig. 7.21 Deformación a causa de la presión variable	134
Fig. A-1.1 Carga paralela a las fibras de esfuerzo	¡Error! Marcador no definido.
Fig. A-1.2 Carga perpendicular a las fibras de esfuerzo	¡Error! Marcador no definido.
Fig. A-2.1 Cemento con presión externa variable, sin presión de lodo. Desplazamiento total	¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-2.2 Cemento con presión externa variable, sin presión de lodo. Esfuerzo de Von Misses ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-2.3 Cemento y casing con presión externa constante, sin presión de lodo. Esfuerzo de Von Misses ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-2.4 Cemento y casing con presión externa constante, sin presión de lodo. Desplazamiento total ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-2.5 Cemento y casing con presión externa variable, sin presión de lodo. Esfuerzo de Von Misses ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-2.6 Cemento y casing con presión externa variable, sin presión de lodo. Desplazamiento total ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-2.7 Cemento y casing con presión externa constante, con presión de lodo. Esfuerzo de Von Misses ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-2.8 Cemento y casing con presión externa constante, con presión de lodo. Desplazamiento total ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-2.9 Cemento y casing con presión externa variable, con presión de lodo. Esfuerzo de Von Misses ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-2.10 Cemento y casing con presión externa variable, con presión de lodo. Desplazamiento total ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-3.1 Cemento con carga externa constante en la circunferencia externa y variable a lo largo del cilindro. Desplazamiento total. Resultados del Multiregiones3D ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-3.2 Cemento con carga externa constante en la circunferencia externa y variable a lo largo del cilindro. Esfuerzo de Von Misses. Resultados del Multiregiones3D ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-3.3 Cemento con carga externa constante en la circunferencia externa y variable a lo largo del cilindro. Desplazamiento total. Resultados del Nastran® V4.5 ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-3.4 Cemento con carga externa constante en la circunferencia externa y variable a lo largo del cilindro. Esfuerzo de Von Misses. Resultados del Nastran® V4.5 ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-3.5 Cemento con carga constante en la “tapa” superior del cilindro. Desplazamiento total. Resultados del Multiregiones3D ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-3.6 Cemento con carga constante en la “tapa” superior del cilindro. Esfuerzo de Von Misses. Resultados del Multiregiones3D 3D ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-3.7 Cemento con carga constante en la “tapa” superior del cilindro. Desplazamiento total. Resultados del Nastran® V 4.5 ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-3.8 Cemento con carga constante en la “tapa” superior del cilindro. Esfuerzo de Von Misses. Resultados del Nastran® V 4.5 ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-3.9 Cubo con presión constante en la superficie lateral (la que se ve a la derecha). Desplazamiento total. Resultados del Multiregiones3D ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-3.10 Cubo con presión constante en la superficie lateral (la que se ve a la derecha). Esfuerzo de Von Misses. Resultados del Multiregiones3D ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-3.11 Cubo con presión constante en la superficie lateral (la que se ve a la derecha). Desplazamiento total. Resultados del Nastran® V 4.5 ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-3.12 Cubo con presión constante en la superficie lateral (la que se ve a la derecha). Esfuerzo de Von Misses. Resultados del Nastran® V 4.5 ¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-2.1 Malla y geometría generada

¡Error! Marcador no definido.

Fig. A-5.1 Pozo JM-200

¡Error! Marcador no definido.

Índice de tablas

Tabla 5.1 Comparación entre el MEC y el MEF **102**

Tabla 7.1 Resultados de convergencia **123**

Capítulo I

Generalidades

Título de la investigación

Análisis y modelado de los esfuerzos a los que se encuentra sometido el cemento de revestimiento de una sección de un pozo petrolero mediante la utilización de un programa computacional basado en el método de elementos de contorno.

Planteamiento del problema

Al explotar un pozo petrolero, a medida que se va penetrando la tierra mediante el uso de máquinas y herramientas diseñadas para tal fin, se hace necesaria la inserción y colocación de tubos de acero entre la formación y el taladro con dos propósitos:

- Evitar que el pozo colapse debido al derrumbe de las paredes del pozo
- Evitar que el agua, el gas y el petróleo existente en las distintas formaciones entren en contacto, ya que esto originaría pérdidas de producción.

Para proteger a esta tubería de la corrosión, de fuerzas generadas externamente y otros agentes contaminantes, entre ella y la formación geológica se coloca un revestimiento de cemento, que además ayuda al aislamiento del pozo. Este proceso se conoce como cementación.

La selección de un cemento adecuado para el revestimiento del pozo es una decisión crítica debido a que los sistemas de cementación deben tolerar los efectos de las presiones, las temperaturas y de los fluidos de formación a medida que se profundiza en el subsuelo.

Una vez la lechada de cemento ha sido emplazada, los diferentes cambios en las condiciones del pozo pueden inducir esfuerzos que comprometan la integridad del cemento fraguado o inclusive reducirlo a escombros, tales como esfuerzos tectónicos, aumentos

considerables de presión y/o temperatura, operaciones de cañoneo (punzonamiento) o fracturas hidráulicas.

Dada la importancia del proceso de cementación dentro de la explotación de un pozo petrolero y el tipo de cemento usado en el mismo, un estudio de los esfuerzos al que está sometido este material se hace indispensable para lograr un trabajo exitoso al explotar una zona petrolífera. Por ende el problema que se presenta en este proyecto es modelar el estado general de esfuerzos al que está sometido el cemento en una sección de un pozo petrolero, utilizando un programa computacional basado en el método de elementos de contorno.

Para modelar estos esfuerzos se han usado una gran variedad de métodos numéricos y computacionales, este proyecto se orienta a realizar un estudio por estas vías en pro de incrementar y tal vez mejorar los análisis ya existentes.

Objetivo general

El objetivo principal de este proyecto es modelar, mediante el método de elementos de contorno y con la ayuda de un programa computacional creado en la escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad Central de Venezuela, los esfuerzos al que está sometido el cemento en una sección de un pozo petrolero.

Objetivos específicos

- Recopilar información acerca del proceso de cementación.
- Conocer el origen de los esfuerzos a los que está sometido el cemento de un pozo petrolero.
- Analizar los modelos existentes para la determinación de esfuerzos en el cemento de pozos petroleros.
- Recopilar información acerca de cómo utilizar el método de elementos de contorno.
- Aplicar el MEC a un problema de análisis de esfuerzos.
- Manejar un programa computacional basado en el MEC.
- Construir el modelo físico-matemático del problema planteado.
- Aplicar el programa computacional al modelo construido.
- Determinar los puntos críticos (puntos donde se alcanzan los esfuerzos máximos) en el revestimiento del cemento.

- Comparar los resultados con los existentes en la literatura y los adquiridos tanto experimentalmente como a través de otros métodos numéricos.
- Analizar los resultados obtenidos.
- Redactar un informe final.

Justificación

Al ser la industria petrolera el soporte económico más importante de esta nación, es vital que esta posea la mayor cantidad de conocimientos acerca de todos los procesos que en ella ocurren para así minimizar las pérdidas económicas que se puedan generar y por ende se perjudique en menor escala la economía de nuestro país, y una de las mayores pérdidas que se podrían concebir dentro de la industria petrolera es el colapso de un pozo ya productivo.

Una de las causas por las que se puede perder un pozo es que el cemento falle y debido a que un análisis matemático formal de los esfuerzos que provocan esta falla es demasiado complicado, los autores consideran que un estudio a través del análisis numérico sería de gran interés para la industria petrolera.

Otra razón que nos motiva a la realización de este estudio, es que el mismo nos permitirá fortalecer los conocimientos adquiridos durante nuestra formación académica y profesional, mediante la solución de un proyecto o problema de ingeniería, además de permitirnos conjugar las luces adquiridas en el aula, con la práctica.

También es importante recalcar que otra motivación trascendental es el obtener un aprendizaje inductivo acerca de la industria petrolera y del proceso de explotación del crudo y todas sus diferentes etapas, lo cual nos permitiría ser unos ingenieros más integrales y con un conocimiento básico de la actividad económica más importante de nuestra nación.

Por último el aprendizaje y uso de programas computacionales de modelado matemático de situaciones físicas, lo cual aunado a lo que hemos aprendido durante nuestra formación nos permitirá en un futuro resolver diferentes tipos de problemas a nivel ingenieril.

Tipo de investigación

Desde el punto de vista del propósito que orienta la investigación, ésta es una investigación teórica con aplicación de tecnologías y conocimientos en el área de la geomecánica y la cementación. La estrategia metodológica en la cual se basó este trabajo, se centró en fuentes documentales, apoyo del personal de PDVSA-INTEVEP y algunos paquetes computacionales y un programa desarrollado en la escuela Ingeniería Mecánica UCV, basado en el uso del método de elementos de contorno, con los cuales se hacen estimaciones de algunos parámetros necesarios para el análisis y posterior comparación de los resultados obtenidos.

Alcances

Los alcances que se persiguen en la elaboración de este proyecto son los siguientes:

- El análisis de esfuerzos será realizado en dos dimensiones.
- Sólo será considerado las propiedades mecánicas del cemento.
- Se utilizará un modelo basado en el método de elementos de contorno.
- El estudio del cemento será realizado luego de que el mismo esté fraguado.
- No será variada la composición del cemento seleccionado para el estudio.
- Se estudiarán los esfuerzos producidos dentro del cemento, no será incluido dentro de nuestro proyecto un estudio de fallas.
- Se determinarán las zonas críticas en el revestimiento del cemento.

Capítulo II

Completación de pozos

La completación de un pozo representa la concreción de muchos estudios que, aunque realizados por separado, convergen en un mismo objetivo: la obtención de hidrocarburos. El primer estudio que se hace a un pozo es la exploración, la cual puede ser realizada por diferentes métodos: magnéticos, sísmicos, etc. Una vez que los datos obtenidos de dichos estudios arrojan resultados positivos, se comienza a estimar el número de perforaciones mínimas requeridas así como el impacto ambiental mientras se extrae la mayor cantidad de petróleo posible de la formación. Al concluir este punto, se procede a la escogencia de los sitios de perforación evitando las zonas ambientalmente sensibles y además se realizan pruebas al suelo para determinar si puede aguantar o no el peso de todo el equipo de perforación y extracción. Ya después de concluido todo este proceso se comienza la etapa de perforación y luego su posterior cementación, una vez terminado esto, finalmente se procede a la fase de extracción.

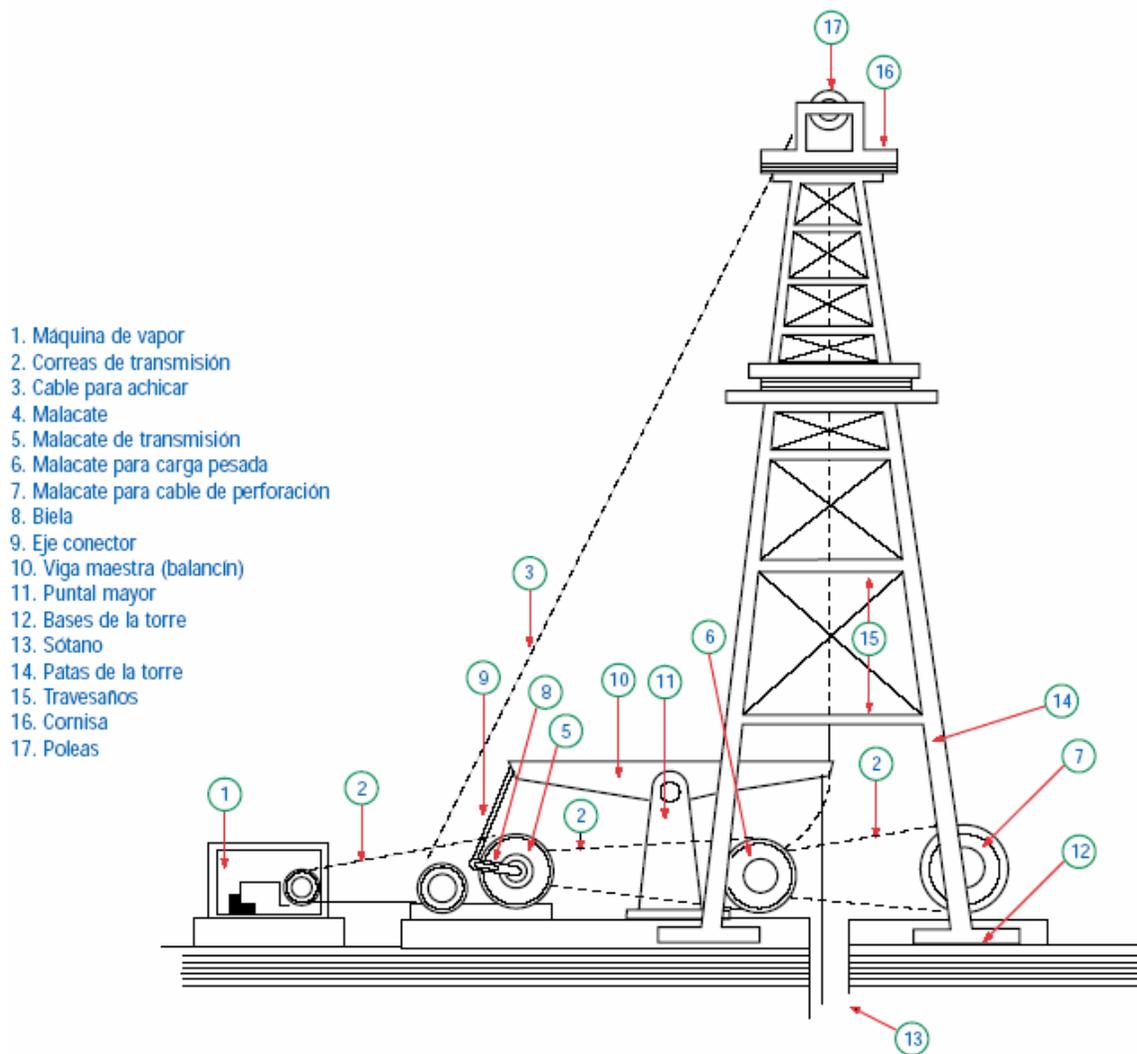
Ahora se ahondará con mayor profundidad dentro del proceso de perforación y cementación de pozos, pasos cruciales para comenzar la extracción del petróleo del subsuelo y que están incluidos dentro del proceso de completación de pozos.

El proceso de completación de pozos se realiza, explicado de forma muy resumida, de la siguiente manera: se perfora el suelo mientras se hace circular un fluido de perforación a través del hoyo llegando hasta cierta profundidad, determinada por la capacidad del fluido antes mencionado de contrarrestar la presión circundante, luego se coloca un tubo de acero como revestimiento (casing) el cual es de un diámetro menor al del agujero, se vierte

cemento entre el casing y la formación y cuando este fragua, se repite toda la operación pero con un diámetro de perforación menor, y se sigue de esta manera hasta alcanzar la profundidad deseada para el pozo, para finalizar, se colocan pequeños elementos explosivos en el fondo del pozo y se les detona, a esta operación se le llama cañoneo, al realizar esto el contenido del estrato donde se hace esta operación, entra al pozo para posteriormente ser llevado a la superficie. A continuación el lector podrá leer una explicación de manera breve y concisa de cada uno de los procesos mencionados.

Perforación

Es el paso inicial, en donde un equipo de taladrado compuesto por una planta de fuerza motriz, sistemas de izaje, rotación y circulación de fluidos y una sarta de perforación realiza el taladrado, los componentes antes mencionados cumplen las siguientes funciones:



- 1. Máquina de vapor
- 2. Correas de transmisión
- 3. Cable para achicar
- 4. Malacate
- 5. Malacate de transmisión
- 6. Malacate para carga pesada
- 7. Malacate para cable de perforación
- 8. Biela
- 9. Eje conector
- 10. Viga maestra (balancín)
- 11. Puntal mayor
- 12. Bases de la torre
- 13. Sótano
- 14. Patas de la torre
- 15. Travesaños
- 16. Cornisa
- 17. Poleas

Fig. 2.1 Sistema de perforación

Fuente: Pozo ilustrado

Planta de fuerza motriz

Es el corazón del sistema, esta planta debe tener la suficiente potencia para satisfacer las exigencias del sistema de izaje, el sistema de rotación y del sistema de circulación del fluido de perforación.

La potencia máxima teórica requerida en el proceso, está dada en función de la mayor profundidad que pueda hacerse con el taladro y de la carga más pesada que represente la sarta de tubos requerida para revestir el hoyo a la mayor profundidad.

El tipo de planta puede ser mecánica, eléctrica o electromecánica. La selección se hace tomando en consideración una variedad de factores como la experiencia derivada del uso de uno u otro tipo de equipo, disponibilidad del personal capacitado, suministros, repuestos, etc.

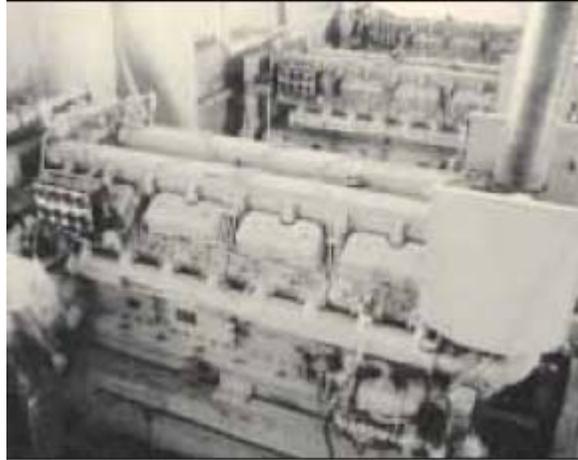


Fig. 2.2 Planta de fuerza motriz

Fuente: El pozo ilustrado

Sistema de izaje

Este se encarga de sostener el sistema de tubos que van entrando y saliendo del hoyo, esto es, la sarta y los cables de perforación, las tuberías de revestimiento y cualquier otro elemento que se necesite llevar al piso del taladro.

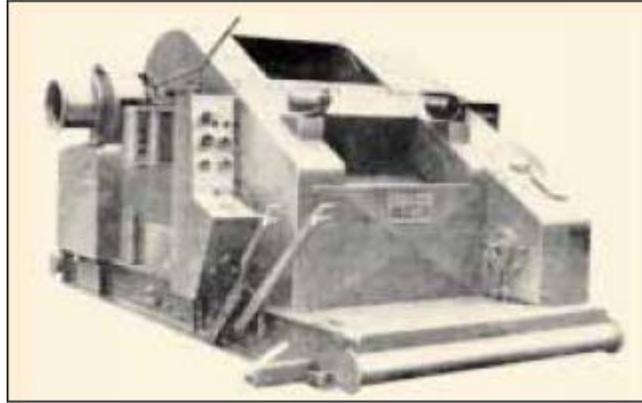


Fig. 2.3 Malacate, parte del sistema de izaje

Fuente: El pozo ilustrado

Sistema rotatorio

El sistema rotatorio es parte esencial del taladro o equipo de perforación. Por medio de sus componentes se hace el hoyo hasta la profundidad donde se encuentra el yacimiento petrolífero.

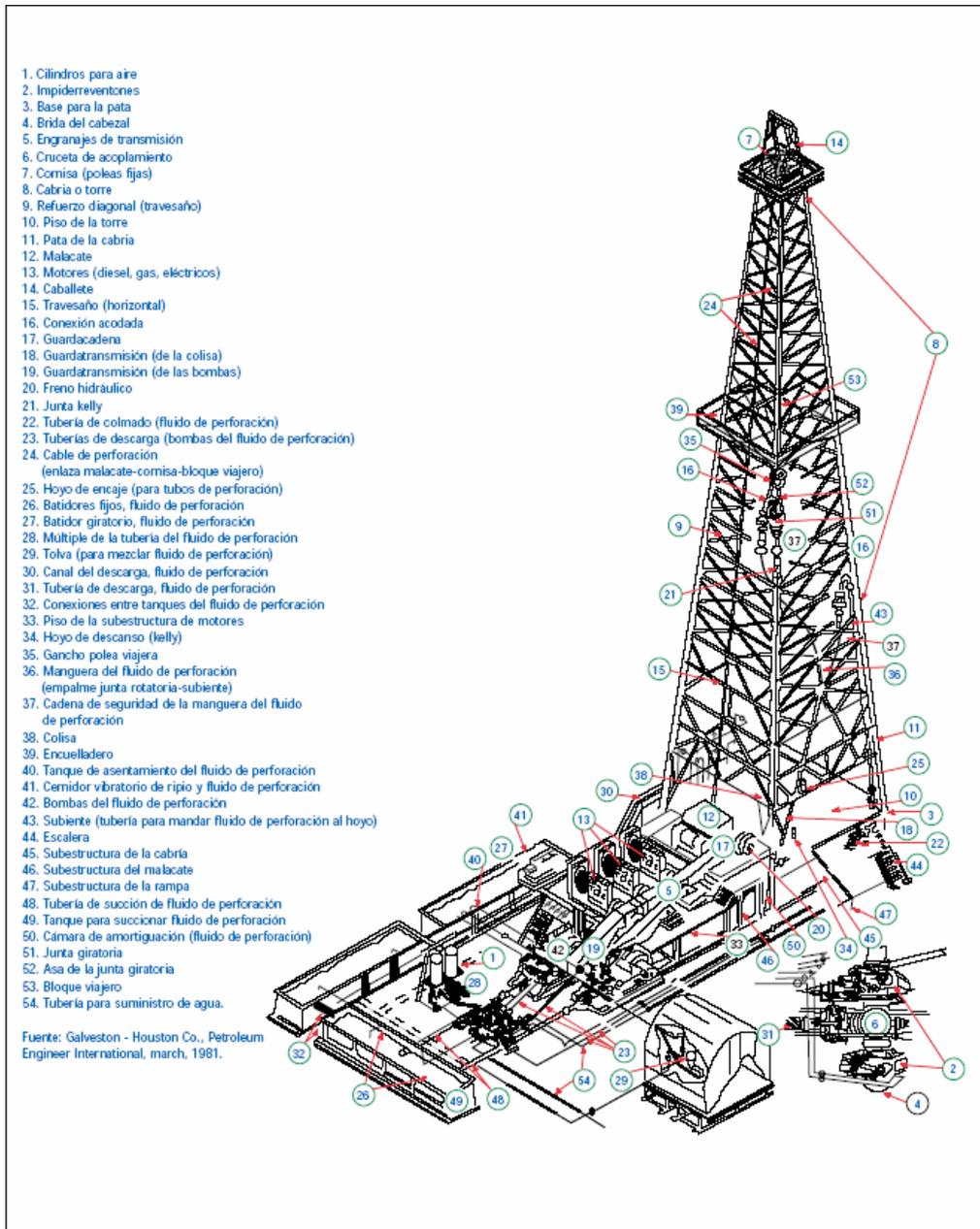


Fig. 2.4 Sistema rotatorio

Fuente: Pozo ilustrado

Sarta de perforación

Es una columna de tubos de acero, de fabricación y especificaciones especiales, en cuyo extremo inferior va enroscada la sarta de lastrabarrena y en el extremo de ésta, está enroscada la barrena, dichas piezas son realizadas para cumplir con necesidades especiales

y específicas, como cortar los estratos geológicos para hacer que el hoyo llegue al yacimiento petrolífero.

El número de revoluciones por minuto que se le impone a la sarta depende de las características de los estratos como también del peso de la sarta que se deje descansar sobre la barrena, para que ésta pueda efectivamente cortar las rocas y ahondar el hoyo. En concordancia con esta acción mecánica de desmenuzar las rocas actúa el sistema de circulación del fluido de perforación, especialmente preparado y dosificado, el cual se bombea por la parte interna de la sarta para que salga por la barrena en el fondo del hoyo y arrastre hasta la superficie la roca desmenuzada (ripio) por el espacio anular creado entre la parte externa de la sarta y la pared del hoyo. Del fondo del hoyo hacia arriba, la sarta de perforación la componen esencialmente: la barrena, los lastrabarrena, la tubería o sarta de perforación y la junta Kelly.

Además, debe tenerse presente que los componentes de las sarts siempre se seleccionan para responder a las condiciones de perforación dadas por las propiedades y características de las rocas y del tipo de perforación que se desee llevar a cabo, bien sea vertical, direccional, inclinada u horizontal. Estos parámetros indicarán si la sarta debe ser normal, flexible, rígida o provista también de estabilizadores, centralizadores, motor de fondo para la barrena u otros aditamentos que ayuden a mantener la trayectoria y buena calidad del hoyo.

En un momento dado, la sarta puede ser sometida a formidables fuerzas de rotación, de tensión, de compresión, flexión o pandeo que más allá de la tolerancia mecánica normal de funcionamiento puede comprometer seriamente la sarta y el hoyo mismo. En casos extremos se hace hasta imposible la extracción de la sarta. Situaciones como ésta pueden ocasionar el abandono de la sarta y la pérdida del hoyo hecho, más la pérdida también de una cuantiosa inversión.



Fig. 2.5 Junta Kelly

Fuente: El pozo ilustrado



Fig. 2.6 Barrena de conos

Fuente: El pozo ilustrado

Sistema de circulación del fluido de perforación

Es parte esencial del taladro, sus dos componentes principales son: el equipo de circulación y el propio fluido.

La función principal de la bomba es mandar el fluido de perforación a cierta presión y caudal hasta el fondo del hoyo a través del circuito bomba – tubo del paral – manguera – juntas – sarta de perforación – barrena, para luego ascender por el espacio anular que se crea entre la pared del pozo y el diámetro externo de la sarta de perforación. De ahí el fluido es conducido por medio del tubo de descarga hacia el cernidor, donde se le separa del ripio, luego de ahí es conducido por medio de un canal hacia el foso de acondicionamiento y luego hacia el tanque de toma para su recirculación por el circuito.

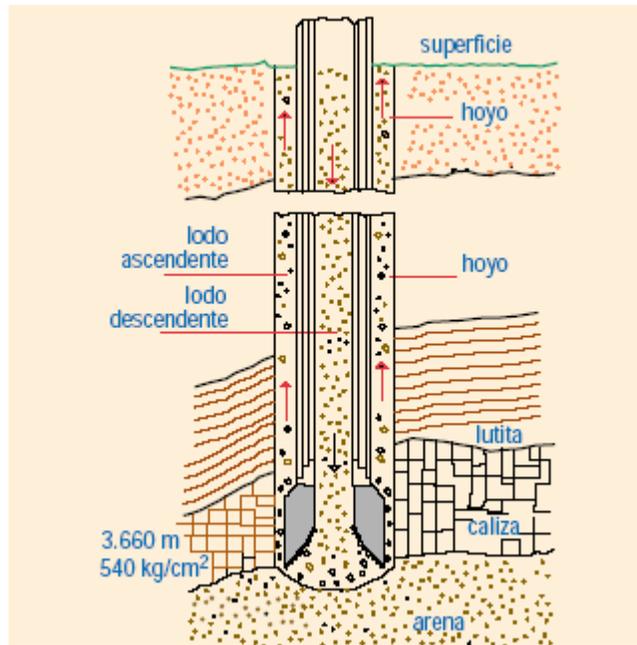


Fig. 2.7 Circulación del lodo de perforación

Fuente: El pozo ilustrado

La selección de las bombas depende de la profundidad máxima de perforación del taladro, que a la vez se traduce en presión y volumen del fluido en circulación. Las bombas son generalmente de dos (gemela) o tres (triple) cilindros. Cada cilindro de la gemela (dúplex) descarga y succiona durante una embolada, facilitando así una circulación continua. La succión y descarga de la triple es sencilla pero por su número de cilindros la circulación es continua. Para evitar el golpeteo del fluido durante la succión y descarga, la bomba está provista de una cámara de amortiguación.

Como en la práctica el volumen y la presión requeridas del fluido son diferentes en las etapas de la perforación, los ajustes necesarios se efectúan cambiando la camisa o tubo revestidor del cilindro por el de diámetro adecuado, y tomando en cuenta la carrera, se le puede regular a la bomba el número de carreras por intervalo de tiempo necesarias para obtener el volumen y presión deseadas.

La bomba está sujeta a fuertes exigencias mecánicas de funcionamiento, las cuales se hacen más severas en perforaciones profundas. Aunque su funcionamiento es sencillo, su manufactura requiere la utilización de aleaciones de aceros específicos para garantizar su resistencia al desgaste prematuro.

Las funciones del fluido son varias y todas muy importantes. Cada una de ellas por sí y en combinación son necesarias para lograr el avance eficiente de la barrena y la buena condición del hoyo.

Estas funciones son:

- Enfriar y lubricar la barrena, acciones cuyos efectos tienden a prolongar la durabilidad de todos los elementos que la componen.
- Arrastrar hacia la superficie la roca desmenuzada (ripió) por la barrena. Para lograr que esta acción sea eficaz y continua, el fluido tiene que ser bombeado a la presión y volumen adecuado, de manera que el fondo del hoyo se mantenga limpio y la barrena avance eficazmente. Este gel además tiene la propiedad de gelatinizarse en 10 minutos si está en reposo para así mantener el ripio en suspensión y evitar que este se acumule en el fondo del pozo, lo que podría atascar la barrena, el lastrarbarrena o la tubería de perforación.
- Depositar sobre la pared del hoyo un revoque delgado y flexible y lo más impermeable posible que impida la filtración excesiva de la parte líquida del fluido hacia las formaciones.
- Controlar por medio del peso del fluido la presión de las formaciones que corta la barrena.

Revestimiento

Luego de hacer la perforación, se introduce en el pozo un tubo de acero de diámetro menor al del hoyo, esta tubería tiene gran importancia en lo que respecta a la seguridad del pozo durante las operaciones y posteriormente durante las tareas de terminación y vida productiva del mismo.

Las funciones del revestimiento son las siguientes:

- Evitan el derrumbe de estratos someros inconsistentes.
- Sirven de prevención contra el riesgo de contaminar yacimientos de agua dulce, aprovechables para usos domésticos y/o industriales en la vecindad del sitio de perforación.

- Contrarrestan la pérdida incurable de circulación del fluido de perforación o la contaminación de éste con gas, petróleo o agua salada de formaciones someras o profundas.
- Actúan como soporte para la instalación del equipo (impiden reventones) que contrarresta, en caso necesario, las presiones subterráneas durante la perforación y luego sirven también como asiento del equipo de control (cabezal) que se instalará para manejar el pozo en producción.
- Confinan la producción de petróleo y/o gas a determinados intervalos.
- Aíslan unos intervalos de otros para eliminar fugas de gas, petróleo o agua.

La cantidad de sargas que se han de realizar depende única y exclusivamente de la naturaleza de las formaciones y la profundidad final del hoyo, esta decisión es complementada por la experiencia.

En el caso de la perforación muy superficial quizás una sola sarga sea suficiente. Para la perforación muy profunda quizás cuatro o más sargas sean necesarias. Generalmente, tres sargas son suficientes para satisfacer la gran mayoría de los programas de revestidores.

De manera general, existen tres tipos de sargas a saber:

Sarga primaria

Por ser la primera que se cementará dentro del hoyo, su diámetro será mayor que los de las otras sargas. Su longitud es corta en comparación con las otras del mismo pozo.

Existen dos factores de gran importancia que deben considerarse para esta sarga, los cuales son:

1. El extremo inferior del estrato seleccionado para cementar tiene que tener gran firmeza y consistencia.
2. La cementación, desde el fondo hasta la superficie, debe estar muy bien realizada de manera que el espacio anular quede completamente relleno de cemento, así se protegerán tanto los estratos penetrados como la sarga.

Los diámetros más comunes para sargas primarias son: de 244,5; 273, 339, 406 y 508 milímetros (95/8, 103/4, 133/8, 16 y 20 pulgadas, respectivamente). La profundidad a la cual puede colocarse una sarga de estos diámetros en el hoyo está en función del peso nominal

(Kg/metro de tubo), que se traduce en la capacidad de resistencia en tensión, aplastamiento y estallido.

Sartas intermedias

Una vez cementada y habiendo fraguado el cemento de la primera sarta, prosigue la perforación. Naturalmente, se efectúa un cambio de diámetro de barrena, la cual debe pasar holgadamente por el revestidor primario.

A medida que se profundiza el hoyo se pueden presentar estratos deleznable que pueden comprometer la estabilidad del hoyo. Puede también ocurrir la presencia de estratos cargados de fluidos a cierta presión que podrían impedir la seguridad y el avance de la perforación, y en ciertas ocasiones estos fluidos pueden ser corrosivos, de aquí que se necesite una segunda sarta de revestimiento.

El número de sartas intermedias necesarias varía según las condiciones físicas de cada campo, pero a medida que se necesiten más sartas, mayor será el número de cambios de diámetro que se harán en el pozo para poder llegar a la profundidad final. Este factor es uno de los limitantes en la escogencia del diámetro de las herramientas a usar una vez que el pozo esté terminado.

Los diámetros más escogidos para la sarta intermedia son: 219, 244,5; 258, 298,5 milímetros (85/8, 95/8, 103/4 y 113/4 pulgadas, respectivamente).

Sarta final y de producción

Esta sarta cumple la función de proteger los estratos productores de hidrocarburos contra derrumbes, de evitar mediante la adecuada cementación la comunicación entre el intervalo petrolífero y estratos gasíferos suprayacentes o estratos acuíferos subyacentes.

En los pozos de terminación doble o triple, la sarta final sirve asimismo de tubería de producción. Por regla general, la formación superior productora descarga por el espacio anular entre la sarta final revestidora y la tubería de producción, la cual está ubicada dentro de la primera. La sarta revestidora final puede o no penetrar el estrato petrolífero, según la escogencia de la terminación empleada.

Los diámetros más comunes para la sarta final incluye los de 114,3, 127, 139,7, 168,3, 177,8 y 193,7 milímetros (equivalentes a 4 1/2, 5, 5 1/2, 6 5/8, 7 y 7 5/8 pulgadas, respectivamente).

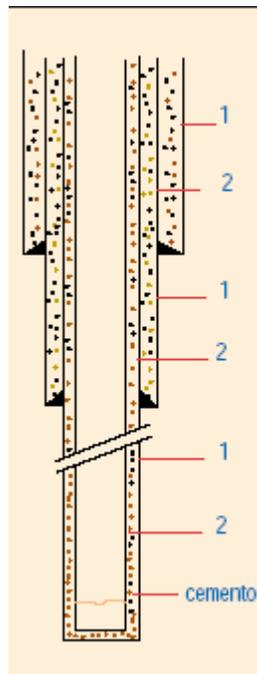


Fig. 2.8 Sartas de revestimiento

1: Corte de hoyo. 2: Revestidor. Fuente: El pozo ilustrado

Tubos usados

La fabricación de la tubería para sartas revestidoras y de producción, como también para la tubería de perforación, se ciñe a las especificaciones fijadas por el American Petroleum Institute (API, Normas RP7G y 5A, 5AC, 5B, 5C1, 5C2, 5C3). Todas estas tuberías son del tipo sin costura, traslapada por fusión en horno y soldada eléctricamente, utilizando aceros que deben ajustarse a exigentes especificaciones físicas y químicas.

La calidad de la tubería que se desea obtener se designa con una letra, seguida por un número que representa el mínimo punto cedente en tensión, en miles de libras por pulgada cuadrada: H-40, K-55, C-75, C-95, L-80, N-80, P-110 ($40.000 \times 0,0703 = 2.812 \text{ Kg/cm}^2$, y así sucesivamente).

Las regulaciones y recomendaciones aplicables a la fabricación de tubos para las operaciones petroleras, se especifican, dentro de razonables márgenes, la calidad, el tipo, los diámetros externos e interno, el espesor por unidad de longitud, la escala de longitud del

tubo, el tipo de roscas, el tipo de conexión, la resistencia a la elongación, al aplastamiento y al estallido.

Cementación

Luego de colocar el tubo de revestimiento, se procede a sellar el espacio anular que hay entre la formación y el casing con una capa de cemento, para realizar esto, primero se remueve completamente el lodo de perforación de la zona, luego se bombea el cemento hacia la sarta de revestimiento con una presión suficiente para pasar a través de una zapata que tiene soldado el tubo de revestimiento al final, esta zapata tiene un mecanismo de obturación que permite el flujo en una sola dirección, de manera que al inyectar el cemento, este es forzado a ascender por el espacio anular hasta la altura deseada, en el caso de la sarta primaria, el cemento es bombeado hasta que alcanza la superficie.

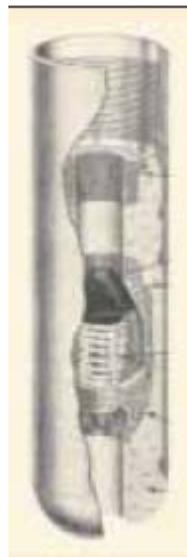


Fig. 2.9 Zapata de cementación

Fuente: El pozo ilustrado

Las funciones de la cementación son las siguientes

- Sirve para afianzar la sarta y para protegerla contra el deterioro durante subsiguientes trabajos de reacondicionamiento que se hagan en el pozo.
- Protege la sarta y las formaciones cubiertas: gasíferas, petroleras y/o acuíferas.

- Efectúa el aislamiento de las formaciones productivas y el confinamiento de estratos acuíferos. Evita la migración de fluidos entre las formaciones. También protege las formaciones contra derrumbes.
- Refuerza la sarta revestidora contra el aplastamiento que pueden imponerle presiones externas.
- Refuerza la resistencia de la sarta a presiones de estallido.
- Protege la sarta contra la corrosión.
- Protege la sarta durante los trabajos de cañoneo.

Cuando la sarta es muy larga, como en el caso de las intermedias y la final, la cementación se debe hacer por etapas, esto se debe a que el agua y el cemento comienzan a reaccionar en el momento que entran en contacto, cambiando sus propiedades físicas y químicas a gran velocidad y si la sarta es muy larga, al hacer un único bombeado se corre el peligro de que el cemento comience a fraguar antes de terminar el proceso.

Una vez que el pozo está productivo, en los procesos de reparación y reacondicionamiento de pozos se utiliza un método llamado cementación forzada. Este consiste en forzar una mezcla de cemento a alta presión hacia la formación a través de los orificios abiertos por el proceso de cañoneo.

Esto se hace cuando existe falta de cemento en un tramo de la tubería, para aislar completamente algún manto de agua o gas, corregir fugas de fluidos a través del revestidor o cuando el yacimiento está agotado y se quiere cerrar el pozo.

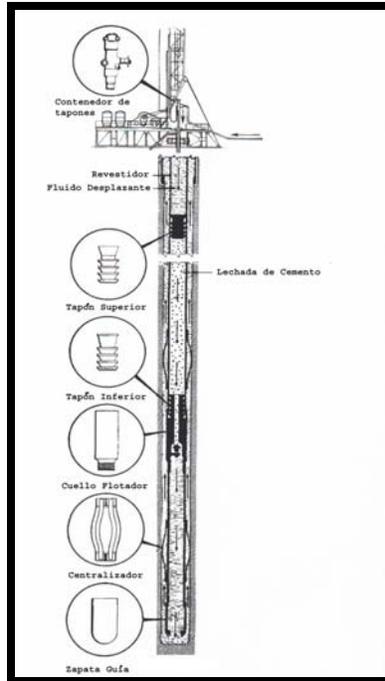


Fig. 2.10 Proceso de cementación con dos tapones

Terminación

Una vez que los resultados de las pruebas y evaluaciones finales de producción a estratos e intervalos seleccionados en el pozo se consideran satisfactorios, y además ya se encuentran provisto de todos los aditamentos definitivos que se requieren para su funcionamiento, se procede a dismantelar y sacar el taladro del sitio para hacer la terminación y puesta de producción del pozo.

La terminación es, básicamente, hacer las operaciones necesarias para poner a producir el pozo, esto se traduce en la colocación de empaaduras, la inserción de la sarta de producción, bombas de extracción, operaciones de cañoneo y todos los implementos necesarios para extraer petróleo de la formación.

Sarta de producción o de educción

Es el juego de tuberías por donde es conducido el fluido extraído de la formación hacia el exterior, ya sea por medio natural (la presión en el estrato donde está ubicado el yacimiento es tan grande que impulsa el fluido hacia la superficie) o por medio artificial (usando una bomba de extracción). El arreglo de las tuberías puede ser tan complicado

como sea necesario, desde un simple tubo vertical, hasta un conjunto de tubos interconectados para extraer petróleo y gas de varios estratos a la vez por un mismo pozo.

Las tuberías para revestimiento de pozos, las tuberías de educción y las tuberías caladas se fabrican sin costura, de piezas integrales o soldadas eléctricamente, de acuerdo con normas y especificaciones que rigen el aspecto químico-metalúrgico de los aceros escogidos; como también el proceso térmico empleado en la confección de las tuberías; el control de calidad de fabricación, que incluye pruebas químicas y físicas de tensión, aplastamiento y estallido.

Empacaduras

Son herramientas que se utilizan para sellar el espacio anular que existe entre la sarta de producción y la de revestimiento, de manera que el fluido no llegue hasta la superficie por esta zona, son de dos clases básicamente: recuperables y permanentes.

Las empacaduras se utilizan con los siguientes propósitos:

- Para proteger la tubería de revestimiento del estallido bajo condiciones de alta producción o presiones de inyección.
- Para proteger la tubería de revestimiento de algunos fluidos corrosivos.
- Para aislar perforaciones o zonas de producción en completaciones múltiples.
- En instalaciones de levantamiento artificial por gas.
- Para proteger la tubería de revestimiento del colapso, mediante el empleo de un fluido sobre la empacadura en el espacio anular entre la tubería eductora y el revestimiento de producción.

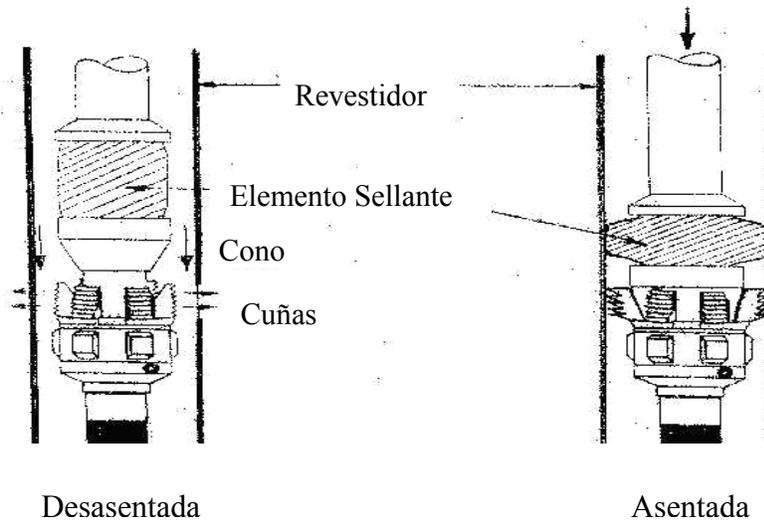


Fig. 2.11 Empacaduras

Las empacaduras recuperables se bajan ya sea con la tubería de producción o con la de perforación según sea el caso y se pueden asentar por compresión, de forma mecánica o hidráulica. Para sacarlas no hace falta más que sacar la tubería con la que se insertó.

Las empacaduras permanentes se pueden colocar con la sarta de producción o por medio de un sistema de guayas finas, por lo general su asentamiento es de tipo hidráulico y una vez colocada la única forma de removerla es destruyéndola por fresado.

Además existen otros equipos para el subsuelo como son niples, mandriles, acoples, mangas, etc., que aunque son importantes, no son de gran interés para este trabajo, mas bien lo que se trata de hacer con esta parte del capítulo es darle una visión general al lector sobre el proceso de creación de un pozo petrolero, sus diferentes etapas dentro de su realización y su posterior puesta a producción.

Tipos de completación

Existen básicamente tres tipos de completación tomando en cuenta como parámetro de comparación las características del pozo, a saber:

Hueco abierto

Este tipo de completación se realiza en zonas donde la formación está altamente compactada, siendo el intervalo de completación o producción normalmente grande (100 a 400 pies) y homogéneo en toda su longitud.

Consiste en correr y cementar el revestimiento de producción hasta el tope de la zona de interés, seguir perforando hasta la base de esta zona y dejarla sin revestimiento. Este tipo de completación se realiza en yacimientos de arenas consolidadas, donde no se espera producción de agua/gas ni producción de arena ó derrumbes de la formación.

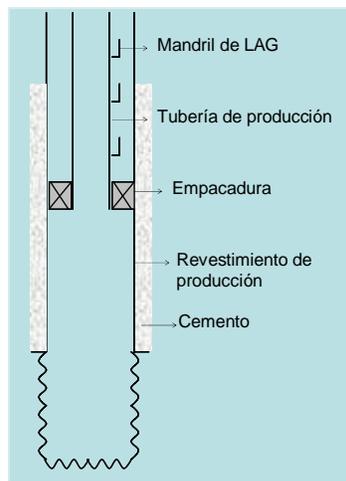


Fig. 2.12 Completación a hueco abierto

Hueco Abierto con Forro o Tubería Ranurada

Este tipo de completación se utiliza mucho en formaciones no compactadas debido a problemas de producción de fragmentos de rocas y de la formación como tal; donde generalmente se produce petróleo pesado.

En una completación con forro, el revestidor se asienta en el tope de la formación productora y se coloca un forro en el intervalo correspondiente a la formación productiva.

Esta completación tiene dos variantes: forro no cementado, donde se coloca un forro con o sin malla y generalmente se acompaña con una empacadura de grava para evitar que la

arena suba junto con el petróleo; y forro liso o camisa perforada, en este caso el forro se cementa y luego se cañonea en donde interese.

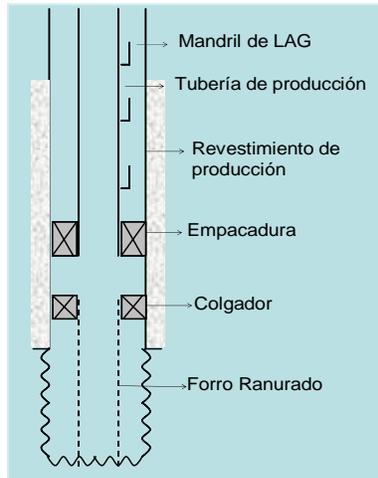


Fig. 2.13 Completación con forro no cementado

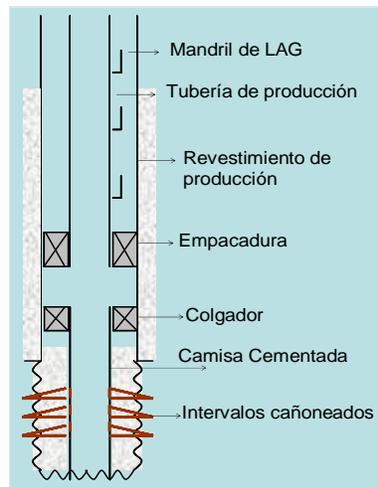


Fig. 2.14 Completación con forro liso

Tubería de Revestimiento Perforada

Es el tipo de completación que más se usa en la actualidad, ya sea en pozos poco profundos (4000 a 8000 pies), como en pozos profundos (10000 pies o más). Consiste en correr y cementar el revestimiento hasta la base de la zona objetivo, la tubería de revestimiento se cementa a lo largo de todo el intervalo o zonas a completar, cañoneando selectivamente frente a las zonas de interés para establecer comunicación entre la formación y el hueco del pozo.

Si se toma en cuenta como parámetro de comparación la configuración mecánica del pozo, existen muchos tipos de completaciones, pero se pueden dividir en tres categorías:

Terminación sencilla

La terminación sencilla contempla, generalmente, la selección de un solo horizonte productor para que descargue el petróleo hacia el pozo, utiliza un único tubo de educción.

Esta producción puede ser convencional, donde solo existe una sola zona productora, o selectiva, en este caso existen varias zonas productoras del mismo fluido y se separan por medio de empacaduras, se colocan válvulas en el tubo eductor en cada nivel de producción y se abren a conveniencia.

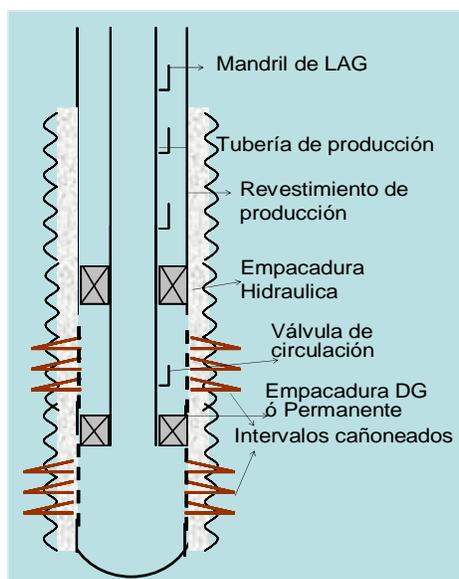


Fig. 2.15 Terminación sencilla

Terminación doble

Cuando es necesario producir independientemente dos yacimientos por un mismo pozo, se recurre a la terminación doble. Generalmente, el yacimiento superior produce por el espacio anular creado por el revestidor y la tubería de educción y el inferior por la tubería de educción, cuya empacadura de obturación se hinca entre los dos intervalos productores.

También se puede optar por instalar dos tuberías de educción para que los fluidos de cada intervalo fluyan por una tubería sin tener que utilizar el espacio anular para uno u otro intervalo.

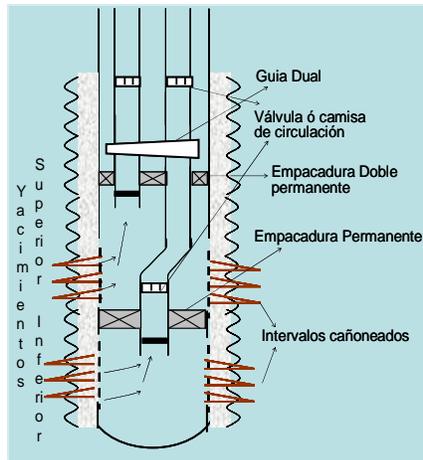


Fig. 2.16 Terminación doble con tuberías de producción paralelas

Terminación triple

Cuando se requiere la producción vertical independiente de tres estratos se opta por la terminación triple. La selección del ensamblaje de las tuberías de educación depende, naturalmente, de las condiciones de flujo natural de cada yacimiento. Generalmente puede decidirse por la inserción de dos sartas para dos estratos y el tercero se hará fluir por el espacio anular. Otra opción es la de meter tres sartas de educación.

Estas terminaciones mecánicas son para pozos donde el flujo de petróleo hacia la superficie se realiza de manera natural. Cuando la presión en el fondo no es suficiente para que el fluido suba, se utilizan, por lo general, uno de los siguientes medios:

Bombeo mecánico

El revestimiento y la manera de terminar el pozo pueden ser muy parecidos a la antes descrita para pozos de flujo natural, excepto que la gran diferencia estriba en cómo hacer llegar el petróleo desde el fondo del pozo a la superficie.

El yacimiento que ha de producir por bombeo mecánico tiene cierta presión, suficiente para que el petróleo alcance un cierto nivel en el pozo. Por tanto, el bombeo mecánico no es más que un procedimiento de succión y transferencia casi continua del petróleo hasta la superficie.

El balancín de producción, que en apariencia y principio básico de funcionamiento se asemeja al balancín de perforación a percusión, imparte el movimiento de sube y baja a la

sarta de varillas de succión que mueve el pistón de la bomba, colocada en la sarta de producción o de educación, a cierta profundidad del fondo del pozo.

La válvula fija permite que el petróleo entre al cilindro de la bomba. En la carrera descendente de las varillas, la válvula fija se cierra y se abre la válvula viajera para que el petróleo pase de la bomba a la tubería de educación. En la carrera ascendente, la válvula viajera se cierra para mover hacia la superficie el petróleo que está en la tubería y la válvula fija permite que entre petróleo a la bomba. La repetición continua del movimiento ascendente y descendente (emboladas) mantiene el flujo hacia la superficie.

Bombeo hidráulico

En este tipo de mecanismo de extracción del petróleo del fondo del pozo, se usa como medio impelente del petróleo un fluido que se bombea por la tubería de educación. El petróleo producido y el fluido impelente suben a la superficie por el espacio anular. La mezcla pasa por un separador o desgasificador y luego a un tanque de donde el petróleo producido pasa al almacenamiento y suficiente impelente permanece en el tanque para ser succionado por la bomba y ser bombeado otra vez al pozo.

Levantamiento artificial por gas (LAG)

Este método consiste en inyectar gas a alta presión, ya sea de forma continua o intermitente, en la tubería de educación provocando que la densidad del fluido que circula por ahí se reduzca trayendo como consecuencia la reducción del peso de la columna hidrostática sobre la formación, lo que se traduce en un diferencial de presión entre el yacimiento y el pozo y esto hace que el fluido circule por la sarta de producción de manera adecuada

Cañoneo

Esta operación consiste en la apertura de agujeros y canales a través del casing, el cemento y la zona productora por medio de cargas explosivas.

Su finalidad es establecer una vía de flujo del yacimiento hacia el pozo a través de las perforaciones, de manera que se pueda evaluar los intervalos productores, optimizar la producción, la inyección y establecer vías para el aislamiento de zonas no deseables utilizando la cementación forzada.

Para lograr estos objetivos, se requiere de una planificación cuidadosa donde se debe tomar en cuenta, principalmente, el tipo y tamaño del cañón, tamaño y peso del revestidor que se disparará y la presión de la formación.

Las perforaciones tienen que ser limpias, de tamaño y profundidad uniformes y además no deben dañar al revestidor ni perjudicar la adherencia del cemento.

Básicamente existen dos tipos de cañones: de balas y de cargas moldeadas, los cañones de balas son raramente utilizados en la actualidad.

La carga moldeada es un dispositivo sencillo, está compuesto por un forro metálico cónico, un fulminante, una carga explosiva y una cubierta o envoltura. El comportamiento de estas cargas depende de varios parámetros de diseño, siendo los más importantes su geometría, ángulo de disparo, material, propiedades físicas, espesor, dimensiones y la distancia entre el ápice del forro y la carga fulminante. La distribución y densidad del explosivo es más importante que la cantidad total del mismo, debido a que estos dos parámetros determinan la velocidad de detonación.

Una segunda forma de dividir los cañones es según lo que sucede con ellos luego de la explosión, es decir, recuperables, semi-recuperables y desechables.

Cañones recuperables

Consisten en un tubo de acero en el cual se fija la carga moldeada. Este tubo se sella a prueba de presión hidrostática de modo que la carga está rodeada de aire a presión atmosférica. Cuando se detona la carga las fuerzas explosivas expanden al tubo ligeramente, pero este se puede sacar fácilmente del pozo.

Cañones semi-recuperables

Constan de un fleje recuperable de acero o alambre donde van montadas las cargas. Estas se encuentran recubiertas de cerámica o de vidrio, y los desechos después de la detonación se parecen a la arena o grava. Soportan la presión y desgaste, y las cubiertas de cerámica son resistentes a las sustancias químicas.

Cañones desechables (no recuperables)

Consisten en cargas cubiertas, selladas a presión individualmente, hechas por lo común de un material perecedero, tal como aluminio, cerámica, vidrio o hierro colado. Cuando la

carga se detona, fragmenta la cubierta en pequeños pedazos. Estos desechos quedan en el pozo.

Una tercera forma de dividir los tipos de cañones es clasificarlos según la forma de uso, esto es: cañones de tubería y cañones de revestimiento.

Cañones de tubería

Se usan cuando hay presencia de tuberías dentro del pozo, estos a su vez se subdividen en tres tipos:

1. Cañón recuperable desechable: Se utilizan cuando existen en el pozo presiones de fondo relativamente altas, no deja residuos en el hoyo y luego de usarse el porta cañones no se utiliza nuevamente.
2. Cañón semi-desechable: Se utilizan bajo condiciones de temperatura y presión no muy altas. Dejan pocos residuos en el hoyo y las uniones entre las cargas son recuperables.
3. Cañón desechable: Se utilizan bajo las mismas condiciones del semi-desechable, en estos cañones no se recupera nada, todo es dejado en el hoyo.

Cañones de revestimiento

Se utilizan sin la presencia de tuberías dentro del pozo, en este caso sólo es utilizado un tipo:

1. Cañón recuperable no desechable: Se usa en pozos donde se requiere alta penetración de disparo y mínimo daño en el revestimiento de producción ocasionado por trabajos anteriores. Se caracterizan por no dejar residuos en el hoyo y después de usado el porta cañones se puede utilizar nuevamente en varias oportunidades.

Materiales usados en la cementación

Ya que se ha dado una visión general referente al proceso de elaboración y completación de un pozo, se profundizará ahora un poco en el tema concerniente a los tipos y características de los cementos usados dentro del proceso de completación de pozo.

Cemento Portland

Este tipo de cemento es el más utilizado dentro de la industria petrolera, se obtiene en dos pasos: primero se mezclan artificialmente materiales calcáreos y arcillosos en una proporción fija según la dureza y el tiempo de fraguado requeridos, luego esta mezcla se calcina casi hasta su punto de fusión (1400 C), y por último el material obtenido (clinker) se mezcla con algo de yeso.

Los elementos que constituyen el clinker son los siguientes:

- Silicato tricálcico Ca_3SiO_5
- Silicato dicálcico Ca_2SiO_4
- Aluminato tricálcico $\text{Ca}_3\text{Al}_2\text{O}_6$
- Ferraluminato tetracálcico $\text{Ca}_2\text{AlFeO}_5$
- Otros óxidos

Este material cementante tiene la ventaja que está disponible universalmente, además que tiene un desarrollo de la resistencia a la compresión uniforme, predecible y relativamente rápido y una vez fraguado tiene baja permeabilidad.

Existen ocho tipos comerciales (clases) de cemento Portland usando la nomenclatura de la American Petroleum Institute (API), los cuales son:

Clase A

Diseñado para uso desde superficie hasta profundidades de 6000 pies y cuando no se requieren propiedades especiales. Sus características son similares al cemento utilizado para la construcción. Es equivalente al ASTM tipo I. La lechada obtenida con este tipo de cemento debe tener 46% de agua.

Clase B

Diseñado para uso desde superficie hasta 6000 pies y cuando se requieren condiciones de moderada y alta resistencia a los sulfatos. Tiene menor contenido de $\text{Ca}_3\text{Al}_2\text{O}_6$ que el cemento clase A. Es equivalente al ASTM tipo II. Una lechada de cemento de esta clase requiere 46% de agua.

Los cementos con bajo contenido de aluminato son menos susceptibles al ataque de sulfatos. Los sulfatos son considerados como los productos químicos más corrosivos con

respecto al cemento fraguado en el fondo del pozo. Ellos reaccionan con los cristales de calizas y de aluminato tricálcico. Estos nuevos cristales requieren un mayor volumen que el provisto por el espacio poroso en el cemento fraguado, y dan por resultado una excesiva expansión y deterioro del cemento. Podemos encontrar estos sulfatos en las salmueras de las formaciones y algunos de ellos son, el sulfato de sodio y el sulfato de magnesio.

Clase C

Diseñado para uso desde superficie hasta 6000 pies, temperatura máxima de 170 F y cuando se necesita que la resistencia a la compresión inicial sea alta. Tiene un alto contenido de silicato tricálcico. Es equivalente al ASTM tipo III. Una lechada de cemento clase C requiere 56% de agua.

Clase D

Diseñado para uso desde 6000 hasta 10000 pies y condiciones de presión y temperatura moderadamente altas. Equivale al ASTM tipo IV. El requerimiento de agua para una lechada con cemento clase D es de 38%.

Clase E

Diseñado para uso desde 10000 hasta 14000 pies y condiciones de presión y temperatura moderadamente altas. Equivale al ASTM tipo V. Requerimiento de agua: 38%.

Los cementos D y E están disponibles en 2 tipos: con resistencia a los sulfatos regular y alta, también vienen con retardadores de tipo orgánico y químico

Clase F

Diseñado para uso desde 10000 hasta 16000 pies y condiciones de presión y temperatura extremadamente altas. Equivale al ASTM tipo VI. Requerimiento de agua: 38 %.

Se encuentra en dos tipos: con resistencia a los sulfatos moderada y alta

Al igual que los cementos clase D y E, el clase F viene con retardadores de tipo orgánico y químico.

Clases G y H

Diseñados para ser usados desde superficie hasta 8000 pies. Pueden ser usados con retardadores o aceleradores para cubrir un amplio rango de presiones y temperaturas. La composición de estos cementos es muy similar, pero el cemento H requiere menos agua que el cemento clase G. Al requerir menos agua, la lechada es de mayor densidad y más resistente. El requerimiento de agua para una lechada con cemento clase G es de 44% y de 38% para una lechada con cemento clase H. Equivalen a los ASTM tipo VII y VIII respectivamente.

Los cementos clase G y H son los más usados hoy en día debido a que con los aditivos adecuados pueden sustituir a los cementos desde la clase A hasta la E.

Clase J

Diseñado para profundidades entre los 12000 y los 16000 pies y condiciones extremas de presión y temperatura, se puede usar tanto con aceleradores como con retardadores y no fraguará a temperaturas menores de 150 F.

CEMENTOS ULTRAFINOS

Las partículas de estos cementos son mucho más pequeñas que las del cemento Portland. El tamaño promedio de sus partículas es de 2 μ m en comparación con los cementos convencionales cuyas partículas poseen un tamaño comprendido entre 50 y 100 μ m. La principal aplicación de estos cementos, es que al ser de peso liviano (densidad baja) con un desarrollo de resistencia a la compresión inicial alta, pueden ser usados para reparar fracturas en el cemento, reparar fisuras en el revestimiento, cerrar flujos de agua u otros problemas similares, debido a que son capaces de penetrar aberturas pequeñas gracias al mínimo tamaño de sus partículas.

CEMENTOS EPOXY

Son materiales comúnmente usados cuando el cemento está expuesto a fluidos corrosivos. Estos cementos no son solubles en ácido pero son muy costosos. Generalmente son usados en pozos inyectoros donde se utilizan fluidos con bajo pH. Son productos puros y muy consistentes.

ESCORIA

La composición de este material es principalmente silicato monocálcico, silicato dicálcico y aluminosilicato dicálcico. Este compuesto es altamente tolerante a la contaminación con fluidos de perforación. Una de sus principales aplicaciones es la de convertir el lodo en cemento.

PUZOLANAS

Son materiales silicios y aluminosos que poseen poco o ningún valor cementoso pero que al reaccionar con el hidróxido de calcio a temperaturas moderadas, forman compuestos con propiedades de cemento. El más común de estos compuestos es el “FLY ASH” o ceniza volcánica, el cual se obtiene como residuo de las plantas eléctricas de carbón. Las puzolanas naturales provienen generalmente de las actividades volcánicas.

Cuando estos compuestos son utilizados en combinación con el cemento Portland, el Hidróxido de Calcio liberado por la hidratación del cemento, reacciona con los aluminosilicatos presentes en la Puzolana para formar compuestos cementosos con propiedades cohesivas y adhesivas. El “FLY ASH” es el que más usado para combinarse con el cemento Portland debido a su bajo costo, no lo diluye y además incrementa su resistencia a la compresión. Sin embargo, debido a su inconsistencia, solo es usado a temperaturas por debajo de los 200 °F.

FlexSTONE®

Este es un nuevo tipo de cemento desarrollado y usado por la empresa petrolera Schlumberger. Este sistema sellante tiene propiedades mecánicas que se adaptan a las condiciones de esfuerzo en la zona del pozo donde se ha de colocar.

La lechada de este cemento es diseñada individualmente para cada aplicación en pozo. Primero la empresa predice por medio de métodos numéricos los esfuerzos a los que estará sometido el cemento a lo largo de la vida del pozo, luego usan una tecnología de distribución de partículas para elaborar un cemento con propiedades mecánicas que se amoldan a estos esfuerzos. Además este material posee gran resistencia a la compresión y baja permeabilidad.

Aditivos del cemento

Los pozos en la industria petrolera actual abarcan un rango mucho más grande en lo que respecta a profundidades y temperaturas que en el pasado. Los compuestos para cementado están diseñados regularmente para condiciones por debajo del congelamiento en las zonas gélidas de Alaska y Canadá, temperaturas de hasta 500 F en pozos petroleros profundos, temperaturas entre 450 y 500 F en pozos de inyección de vapor y temperaturas entre 1500 y 2000 F en pozos donde el petróleo se extrae usando el método fireflood (inyección de aire comprimido al pozo y quemado de parte del petróleo para aumentar el flujo), además los rangos de presión van desde la atmosférica hasta 30000 psi en hoyos muy profundos. Ha sido posible adaptarse a tal rango de condiciones gracias al desarrollo de aditivos que modifican los cementos Portland disponibles para usarlos bajo las condiciones requeridas por el pozo. Hoy en día se usan más de 40 aditivos con varias clases de cementos API para proveer las más óptimas características en la lechada para cualquier condición de pozo.

Dependiendo de cómo son seleccionados, los aditivos pueden afectar las características de las lechadas en variadas formas, algunas de ellas son:

1. Variar la densidad en un rango entre 10,5 y 25 lb/gal
2. Variar la resistencia a la compresión desde 200 a 20000 psi.
3. Ajustar el tiempo de fraguado ya sea para acelerar o retardar el proceso, obteniendo un cemento que se puede endurecer en unos segundos o permanecer en forma de fluido hasta por 36 horas.
4. La filtración en el cemento puede ser reducida hasta un valor de 25 cc / 30 min medidos en una malla número 325 a un diferencial de presión de 1000 psi.
5. Se pueden variar las propiedades de flujo en un rango amplio.
6. Se puede hacer el cemento resistente a la corrosión ya sea aumentando su densidad o variando su composición química.
7. Se pueden añadir agentes gelificantes para controlar la migración de parte de la lechada hacia las formaciones.
8. Se le puede dar elasticidad al cemento ya fraguado incorporando fibras delgadas en la lechada.

9. Se puede controlar la permeabilidad en pozos de baja temperatura por medio de la densificación, y para temperaturas mayores a 230 F usando también la densificación pero agregando sílice.
 10. Se pueden reducir costos, dependiendo de los requerimientos del pozo y de las propiedades deseadas.
 11. El cemento fraguado se puede expandir un poco usando yeso, cloruro de sodio o ambos.
 12. El calor de hidratación (calor liberado durante el proceso de fraguado), puede ser controlado mediante el uso de arena, fly ash o bentonita en combinación con agua.
- Los aditivos usados en el cemento se clasifican de la siguiente manera

Aceleradores

Las lechadas a ser usadas en formaciones de baja temperatura requieren aceleración para disminuir el tiempo de espesor y para incrementar la resistencia inicial, particularmente en formaciones cuya temperatura esté por debajo de los 100 F. Agregando aceleradores a cementos básicos y realizando un buen manejo del mezclado del cemento, en un tiempo de apenas 4 horas, tal vez un poco más, se podría alcanzar una resistencia a la compresión de 500 psi. Esta resistencia, por lo general, es considerada como la mínima que debe tener el cemento para adherirse al tubo y sostenerlo.

Entre los elementos usados como aceleradores se encuentran el cloruro de calcio, cloruro de sodio, yeso, silicato de sodio, agregando un agente dispersante a la vez que se reduce la cantidad de agua y agua de mar.

Extendedores

Una lechada de cemento, cuando es preparada con cementos API clases A, B, G o H usando la cantidad recomendada de agua, tendrá un exceso de peso por unidad de volumen de 15 lb/gal. Muchas formaciones no serían capaces de soportar largas columnas de cemento con esta densidad, por lo que se le tienen que agregar aditivos para reducir esta. Estos elementos extendedores además abaratan los costos de la lechada, incrementan su rendimiento y en ocasiones reducen la pérdida por filtrado. La densidad de las lechadas se pueden reducir agregando agua, sólidos con baja gravedad específica o ambos.

Los materiales que se usan más en la industria petrolera como extendedores son la bentonita, glisonita, carbón, nitrógeno, perlita expandida, fly ash y silicato de sodio.

Densificantes

Para contrarrestar las grandes presiones encontradas en los pozos profundos, se necesitan lechadas de cemento de alta densidad. Para incrementar esta, el aditivo usado debe tener las siguientes características:

- Tener una gravedad específica entre 4,5 y 5,0.
- Poco requerimiento de agua.
- No debe reducir la resistencia del cemento de manera significativa.
- Tener poco efecto en el tiempo de bombeado del cemento.
- Exhibir un rango de tamaño de partícula uniforme en cualquier punto.
- Ser químicamente inerte y compatible con otros aditivos.
- No debe interferir con los registros del pozo.

Los materiales más usados como densificantes son la hematita, limenita (hierro con óxido de titanio), barita, arena, sal y agregando un agente dispersante a la vez que se reduce la cantidad de agua.

Retardadores

En la actualidad, en los pozos con profundidades desde 6000 a 25000 pies se pueden encontrar temperaturas que varían desde los 170 a los 500 F o hasta mucho más. Para evitar que el cemento fragüe demasiado se deben añadir retardadores a las lechadas debido a que el límite de profundidad a la cual el cemento puede endurecerse a la velocidad adecuada es de 8000 pies. A profundidades mayores la velocidad de fraguado se ve incrementada más por el efecto de la temperatura que por la presión de la formación. Los retardadores deben ser compatibles tanto con el cemento como con los demás aditivos que se le hayan agregado.

Los retardadores que vienen incluidos en los cementos comerciales (clases D y E por ejemplo) son compuestos tales como lignitos (sales de ácido lignosulfónico), gomas, almidones, ácidos orgánicos débiles y derivados de celulosa. Algunas veces estos agentes no son compatibles en su totalidad con los retardadores usados por las compañías que usan

el cemento, haciendo necesario probar el mismo antes de usarlo. Fue este problema de compatibilidad lo que llevó a al desarrollo de los cementos API clases G y H, a los cuales no les es permitido contener ningún tipo de retardante en su manufactura. Tal cual vienen, esto cementos pueden usarse a profundidades de 8000 pies, y si se le agregan retardantes que se pueden usar hasta a 30000 pies.

Si los aditivos que lleva el cemento necesitan gran cantidad de agua, es necesario agregar más retardador para alcanzar el tiempo de espesado deseado, esto debido a dos cosas:

1. Los materiales con grandes áreas superficiales, que son los que generalmente requieren grandes cantidades de agua, adsorben parte del retardador.
2. El agua adicional diluye el retardador y reduce su efectividad.

Los retardadores más usados son el lignosulfonato de calcio, lignosulfonato de calcio sodio, el carboximetil hidroxietil celulosa (CMHEC) y agua salada saturada.

Controladores de pérdida de circulación

La pérdida de circulación (algunas veces llamada pérdida de retorno) se define como la pérdida hacia fracturas inducidas tanto del fluido de perforación como de la lechada de cemento usada en la perforación o completación de un pozo. No se debe confundir con el decremento de volumen debido a filtración o el volumen requerido para llenar un hoyo nuevo. Usualmente para combatir la pérdida por circulación se realizan dos pasos. El primero es reducir la densidad de la lechada, y el segundo es añadir un material sellante. Otra técnica es añadir nitrógeno al sistema de lodos.

Los materiales más usados para este propósito son glisonita, perlita, cáscaras de nuez, carbón, celofán y nylon, mientras que a nivel de formulaciones encontramos mezclas de yeso – cemento, yeso – cemento Portland, bentonita – cemento, cemento – silicato de sodio y bentonita – combustible diesel.

Controladores de filtrado

Las pérdidas por filtración en las lechadas son disminuidas con aditivos que previenen la deshidratación prematura o la pérdida de agua debido a regiones porosas, protegen las formaciones sensitivas y mejoran la cementación forzada.

Las principales funciones de estos aditivos son:

1. Formar películas que controlan el flujo de agua desde la lechada y previenen la deshidratación.
2. Mejorar la distribución de tamaños de partícula, que es la que determina cuanto líquido es retenido en la lechada.

Los elementos más usados son polímeros orgánicos (celulosa, dispersantes), CMHEC, aditivos de látex y cemento – bentonita con dispersantes.

Dispersantes

Los dispersantes son añadidos al cemento para mejorar sus propiedades de flujo. Las lechadas dispersadas tienen viscosidades más bajas y pueden ser bombeadas en turbulencia a presiones más bajas, disminuyendo así la potencia requerida en la bomba y reduciendo las posibilidades de que ocurran pérdidas de circulación y deshidratación prematura. Disminuyen el punto de cedencia y la resistencia de la lechada en fase de gel.

Los más usados son polímeros y la sal común (cloruro de sodio).

Capítulo III

Mecánica de materiales

La mecánica de materiales es una rama de la mecánica aplicada que se ocupa de estudiar y analizar el comportamiento de cuerpos sólidos sometidos a varios tipos de carga. De manera general, los objetivos de este análisis son determinar los esfuerzos, las deformaciones y las flexiones producidas por estas cargas.

Sin embargo, en esta disciplina los resultados obtenidos tanto por el análisis teórico como por el método experimental tienen igual importancia. En ciertas ocasiones se realizan deducciones lógicas para establecer fórmulas y ecuaciones que predicen el comportamiento mecánico, pero estas fórmulas no pueden emplearse en forma realista a menos que se conozcan ciertas propiedades de los materiales. Aquí es donde entra en juego la parte experimental, ya que dichas propiedades sólo pueden obtenerse por esta vía. Además existen situaciones donde los modelos teóricos no son aplicables, obligando al investigador a recurrir a la experimentación.

En este capítulo se tratarán conceptos básicos relativos a la mecánica de materiales, puntos de vital importancia, dentro de este trabajo, debido a que son la piedra angular en el desarrollo de esta investigación, además servirá como preámbulo a capítulos subsiguientes donde se necesita una gran comprensión de los puntos tocados dentro de este tema.

Esfuerzo

Considérese un cuerpo en equilibrio, de forma y dimensiones arbitrarias, sometido a un sistema general de fuerzas externas $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_i, \dots$, tal como se muestra en la figura 3.1.

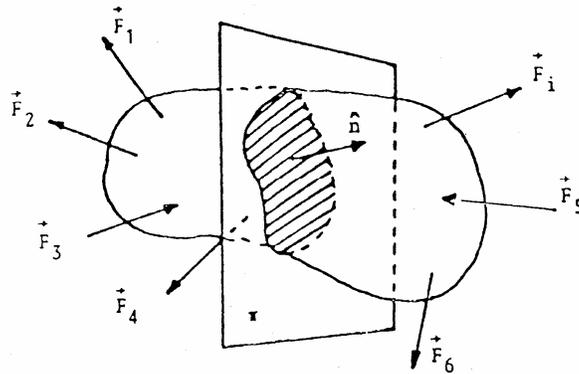


Fig. 3.1 Cuerpo sometido a un sistema general de fuerzas

Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

Sea π un plano que pasa por una sección cualquiera del sólido y \vec{n} el vector unitario normal a ese plano.

Como ese cuerpo se encuentra en equilibrio, las partes separadas por el plano π deberán mantenerse en equilibrio por las fuerzas internas, también conocidas como reacciones, $\Delta\vec{P}_1, \Delta\vec{P}_2, \dots, \Delta\vec{P}_i, \dots$, que genera una parte del sólido sobre la otra, como se observa en la figura 3.2.

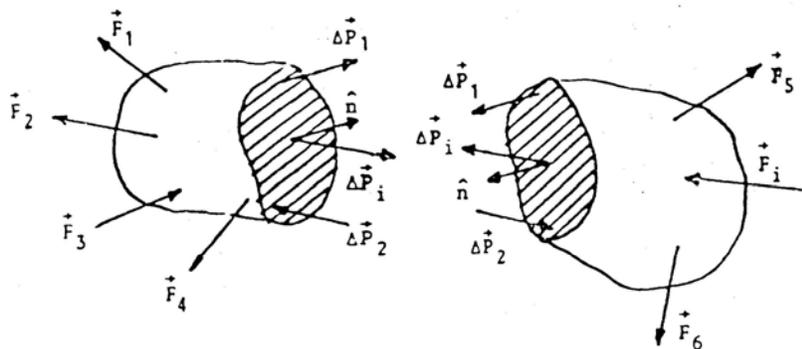


Fig. 3.2 Reacciones al separar el cuerpo por un plano π

Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

De manera general, estas fuerzas internas actúan sobre áreas infinitesimales del plano de corte, varían de punto a punto y están inclinadas respecto a dicho plano.

El esfuerzo en un punto perteneciente a un plano específico de un cuerpo se define como la fuerza por unidad de área en ese punto. Matemáticamente, el esfuerzo $\vec{\Phi}_n$ se define como:

$$\vec{\Phi}_n = \lim_{\Delta A_i \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{P}_i}{\Delta A_i} \quad \text{Ec. 3.1}$$

donde ΔA_i es un área infinitesimal donde actúa $\Delta \vec{P}_i$.

Aunque esta notación hace parecer que el esfuerzo es una magnitud vectorial identificada por tres componentes en el espacio cartesiano, la realidad es que para poder hablar de un vector esfuerzo como tal, se debe identificar primero la orientación del plano sobre el cual se mide A_i . Por ello el empleo del subíndice “n” en el vector esfuerzo, indicando con ello que dicho esfuerzo se calculan en un punto perteneciente a un plano cuyo vector unitario normal es \vec{n} .

Así, el esfuerzo en un punto de un sólido depende de seis magnitudes escalares: las tres componentes del esfuerzo como vector y los tres parámetros que definen el plano en el espacio al cual pertenece el punto en consideración.

Debido a que el $\vec{\Phi}_n$ es, generalmente, oblicuo respecto al plano de corte, resulta muy útil descomponerlo en dos componentes: una según la dirección del vector unitario normal \vec{n} , llamado esfuerzo normal σ_n , y otra según la dirección tangencial al plano, llamada esfuerzo tangencial o cortante τ_n , como se muestra en la figura 3.3.

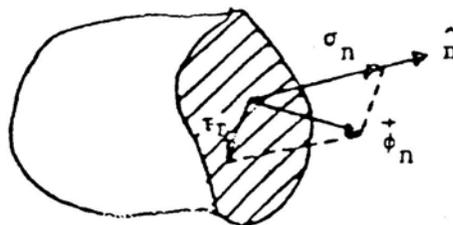


Fig. 3.3. Descomposición de $\vec{\Phi}_n$

Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

Estado general de esfuerzos

Si adicionalmente al plano π , se pasan otros dos planos perpendiculares que se intersectan en un punto O perteneciente al sólido en consideración, se obtendrá como resultado un tetraedro, ilustrado en la figura 3.4.

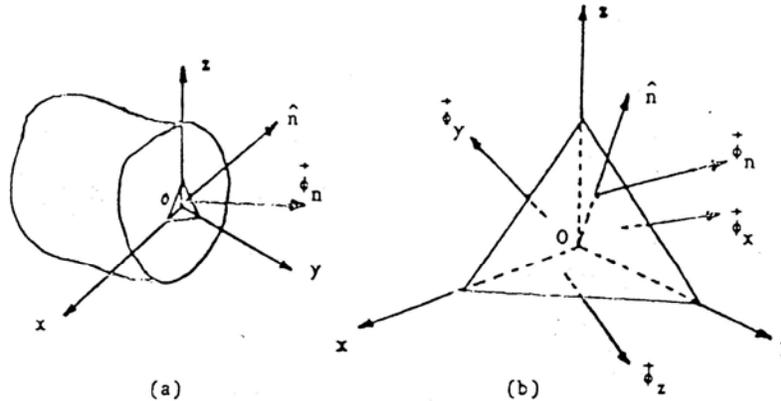


Fig. 3.4 Tetraedro para estudio de esfuerzos

Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

Cuando se aísla ese tetraedro del sólido aparecen sobre los tres planos adicionales, perpendiculares a los ejes x , y y z trazados, los esfuerzos $\vec{\Phi}_x$, $\vec{\Phi}_y$ y $\vec{\Phi}_z$, los cuales no son necesariamente perpendiculares a dichos planos (figura 3.5). Estos esfuerzos son, conceptualmente, de la misma naturaleza que el esfuerzo $\vec{\Phi}_n$ en el sentido de que constituyen reacciones internas que mantienen en equilibrio a cada uno de los puntos materiales del sólido estudiado. Debido a que el tetraedro formado es infinitamente pequeño y que, en el límite, sus cuatro caras están contenidas en planos que pasan por el punto O, se llega a la conclusión que los esfuerzos $\vec{\Phi}_x$, $\vec{\Phi}_y$, $\vec{\Phi}_z$, y $\vec{\Phi}_n$ están aplicados en el mismo punto del cuerpo pero que, en general, son diferentes entre si puesto que actúan en planos con orientaciones distintas.

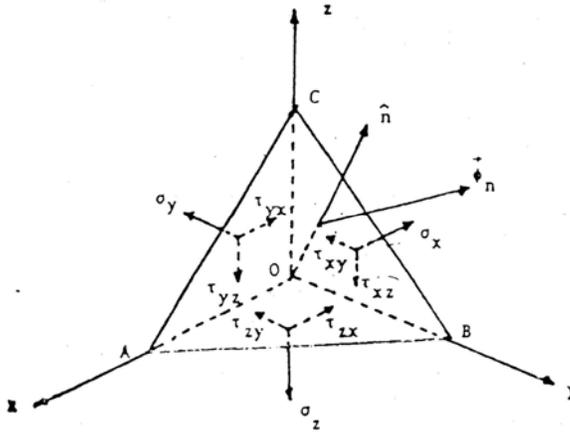


Fig. 3.5 Descomposición de esfuerzos $\vec{\Phi}_x$, $\vec{\Phi}_y$ y $\vec{\Phi}_z$

Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

Al descomponer los esfuerzos $\vec{\Phi}_x$, $\vec{\Phi}_y$ y $\vec{\Phi}_z$ en tres componentes cartesianas, una de ellas será normal y las otras dos tangenciales al plano respectivo. Así el esfuerzo $\vec{\Phi}_x$ tendrá una componente normal que coincide con la dirección del eje x y que se designa, generalmente, como σ_x , y tendrá dos componentes tangenciales, una en la dirección del eje y y otra en la dirección del eje z . Como estos esfuerzos actúan en un plano perpendicular al eje x , se denotarán τ_{xy} y τ_{xz} respectivamente.

Análogamente para el esfuerzo $\vec{\Phi}_y$ se obtienen σ_y , τ_{yx} y τ_{yz} , y para $\vec{\Phi}_z$ se tendrán como componentes σ_z , τ_{zx} y τ_{zy} .

Escrito de forma matricial, el estado general de esfuerzos en un punto es el siguiente:

$$\vec{\Phi}_n = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.2}$$

A través de deducciones y formulaciones matemáticas se puede demostrar que

$$\tau_{ij} = \tau_{ji} \quad \text{Ec. 3.3}$$

Finalmente, la matriz de esfuerzos queda de la siguiente manera

$$\bar{\Phi}_n = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.4}$$

Convención de signos

En lo que respecta a este trabajo, para los análisis y cálculos de esfuerzos la convención de signos será la siguiente:

Planos

Un plano será positivo si su normal (saliente del tetraedro), apunta en la dirección positiva de un eje coordenado, en caso contrario será negativo.

Esfuerzos normales

Los esfuerzos normales serán positivos si son de tracción y negativos si son a compresión.

Esfuerzos tangenciales

Un esfuerzo tangencial será positivo si, perteneciendo a un plano positivo (negativo) apunta en la dirección positiva (negativa) de un eje coordenado, y será negativo si apunta en la dirección negativa (positiva) de dicho eje.

Deformación

En este punto se estudiará el efecto de las cargas externas aplicadas a un sólido en relación a las deformaciones que ellas producen en dicho cuerpo.

Existen por lo menos tres motivos para realizar un estudio formal de las deformaciones. En primer lugar, ocurre con frecuencia que un elemento mecánico o estructural, aún cuando no falle por rotura, funciona de una manera inadecuada como consecuencia de las deformaciones excesivas que presenta.

Por otra parte, debido a la complejidad geométrica de algunas piezas, resulta casi imposible establecer el estado de esfuerzos en un punto cualquiera del sólido a partir del sistema de cargas aplicado y de las coordenadas del punto en consideración, existiendo

además el agravante de que el esfuerzo es una magnitud que, en general, no puede ser medida directamente, motivo por el cual se hace indispensable recurrir a las técnicas experimentales, en donde las variaciones de dimensión, es decir, las deformaciones, sí se pueden medir y estableciendo ciertas consideraciones fundamentales, poder constituir las relaciones de carácter general entre los esfuerzos y las deformaciones.

Por último, el estudio de las deformaciones es necesario en problemas de naturaleza hiperestática debido a que, en estos casos, ni siquiera es posible determinar las fuerzas externas ejercidas por el sistema de vínculos sin entrar a considerar las restricciones de deformación impuestas por aquel.

Deformaciones normales

Considérese, por ejemplo, una barra de sección transversal constante y de longitud L_0 empotrada en la pared, como se muestra en la figura 3.6.

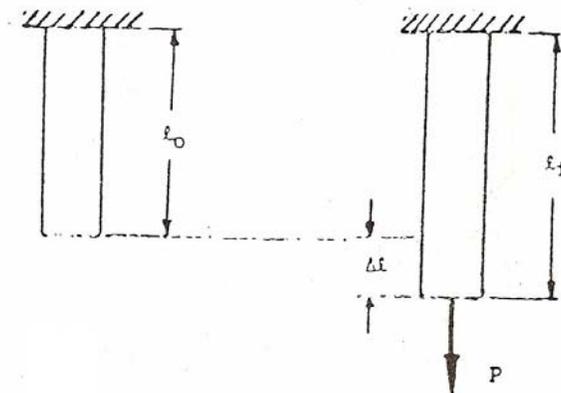


Fig. 3.6 Barra de sección transversal constante

Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

Si se aplica una carga P en el extremo libre de la barra, en la dirección normal a esa superficie, la barra se elongará en una cantidad Δl , y su longitud final será:

$$l_f = l_0 + \Delta l \quad \text{Ec. 3.5}$$

Esta elongación puede medirse de manera experimental. Si se aplica esta misma carga P a otra barra del mismo material que la primera con idéntica sección transversal pero de mayor longitud, la elongación será mayor. Con el fin de unificar este comportamiento en un

solo parámetro, se define la deformación media longitudinal (ϵ_m) de la barra como la elongación por unidad de longitud, esto es:

$$\epsilon_m = \frac{l_f - l_o}{l_o} = \frac{\Delta l}{l_o} \quad \text{Ec. 3.6}$$

Este es un caso particular bastante simple. En el caso más general, donde un cuerpo de forma y dimensiones arbitrarias está sometido a un sistema de cargas externas, la deformación varía de un punto a otro por lo que es necesario hacer referencia a un elemento infinitesimal del sólido estudiado.

Sea este elemento uno de aristas dx , dy y dz perteneciente a un sólido no sometido a cargas inicialmente, como se muestra en la figura 3.7.

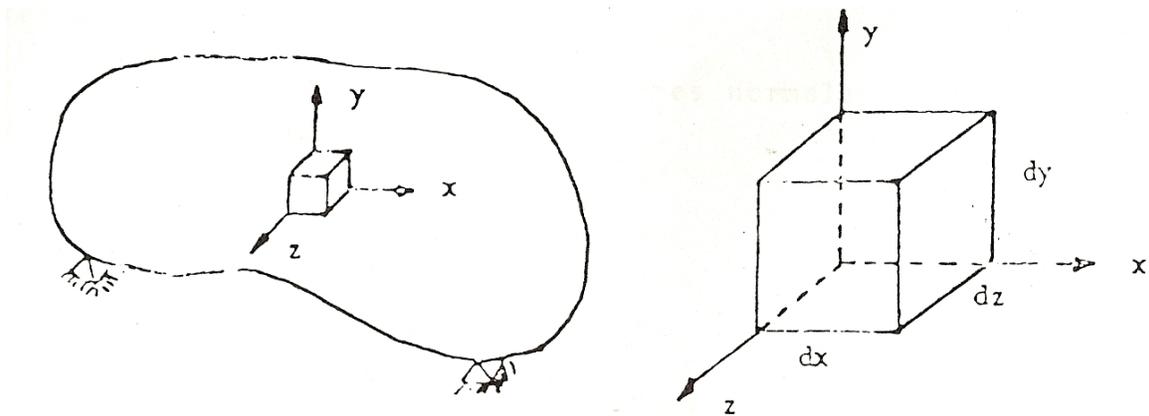


Fig. 3.7 Cuerpo sometido a sistema general de cargas y elemento extraído de el

Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

Si luego se aplica al sólido un sistema de cargas tal que en el elemento la única componente del esfuerzo es σ_x , entonces dicho elemento se deformará como lo muestra la figura 3.8.

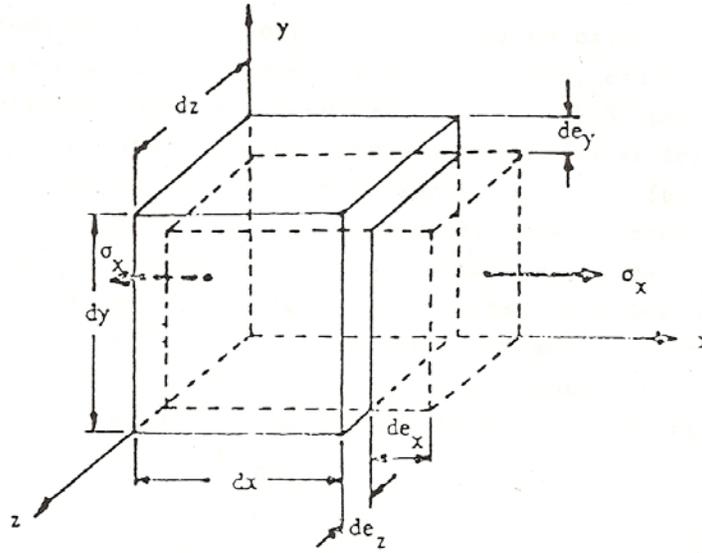


Fig. 3.8 Elemento sometido a un único esfuerzo σ_x

Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

Definimos la deformación normal en un punto de un sólido según la dirección del eje x como:

$$\varepsilon_x = \frac{de_x}{d_x} \quad \text{Ec. 3.7}$$

donde de_x es la elongación (o contracción) infinitesimal del elemento en la dirección del eje x .

Análogamente, las deformaciones normales según las direcciones y y z se definen como:

$$\varepsilon_y = \frac{de_y}{d_y} \quad \text{Ec. 3.8}$$

$$\varepsilon_z = \frac{de_z}{d_z} \quad \text{Ec. 3.9}$$

donde de_y y de_z son las elongaciones (o contracciones) infinitesimales del elemento en las direcciones y y z respectivamente.

Si en lugar de que existiera únicamente σ_x , estuviesen presentes también σ_y y σ_z , las contracciones y elongaciones en el elemento no serían necesariamente iguales a las de la figura 3.8, ya que las direcciones de elongación y contracción dependerán de los valores y sentidos relativos de σ_x , σ_y y σ_z .

Esta definición de esfuerzo normal es aplicable solo si las elongaciones son suficientemente pequeñas en comparación con las dimensiones originales del sólido, esto es, si las deformaciones son menores que la unidad.

Deformaciones tangenciales

Considérese un elemento infinitesimal en un punto de un sólido cualquiera sometido a un sistema de cargas tal que, en ese punto, el elemento está sometido únicamente a un esfuerzo tangencial τ_{xy} .

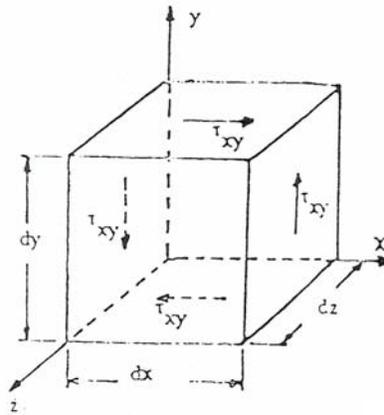


Fig. 3.9 Elemento sometido a un único esfuerzo tangencial τ_{xy}

Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

Por efecto de este estado particular de esfuerzos, el elemento se deformará como se muestra en la figura 3.10.

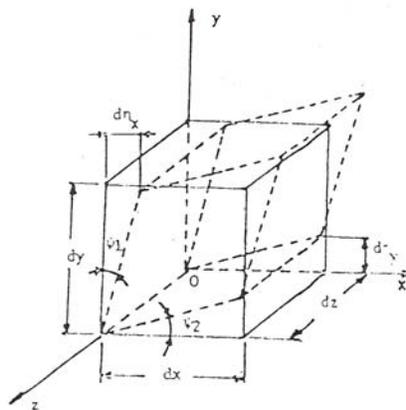


Fig. 3.10 Elemento deformado

Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

Entonces, se define la deformación tangencial, γ_{xy} en el plano xy como la tangente de la variación del ángulo recto entre los ejes Ox y Oy , esto es:

$$\gamma_{xy} = \tan(\psi_1 + \psi_2) \quad \text{Ec. 3.10}$$

Escrito de otra manera:

$$\gamma_{xy} = \frac{dn_x}{d_y} + \frac{dn_y}{d_x} \quad \text{Ec. 3.11}$$

De manera análoga, las deformaciones tangenciales en los planos xz y yz son de la siguiente manera:

$$\gamma_{xz} = \frac{dn_x}{d_z} + \frac{dn_z}{d_x} \quad \text{Ec. 3.12}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{dn_y}{d_z} + \frac{dn_z}{d_y} \quad \text{Ec. 3.13}$$

En la figura 3.11 se muestran estas deformaciones

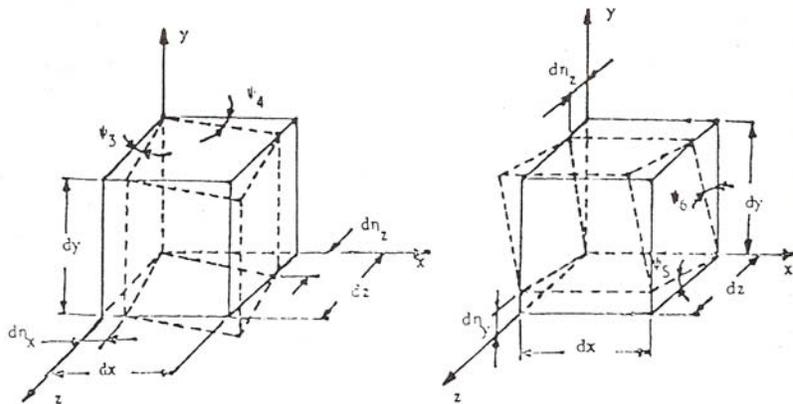


Fig. 3.11 Deformaciones debido a esfuerzos tangenciales τ_{xz} y τ_{yz}

Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

Convención de signos

En lo que respecta a este trabajo, para los cálculos de deformaciones la convención de signos será la siguiente:

Deformaciones normales

Las deformaciones normales serán positivas cuando se trate de elongaciones, y negativas en caso de contracciones.

Deformaciones tangenciales

Las deformaciones tangenciales serán positivas si el ángulo recto inicial en el elemento disminuye, y será negativa en caso contrario.

Deformaciones y desplazamientos

Cuando un cuerpo se somete a un sistema de cargas externas, cada uno de sus puntos, generalmente, experimenta un cierto desplazamiento y, en consecuencia, el cuerpo en su totalidad también se desplaza.

Este desplazamiento está constituido por dos tipos de movimientos:

- Traslación y/o rotación del cuerpo como un todo, caso que analiza utilizando la mecánica de cuerpo rígido, es decir, considerando que el cuerpo se mueve sin deformarse.
- Desplazamientos relativos entre los puntos del cuerpo, este caso sólo puede ser analizado utilizando los conceptos de deformación debido a que esta se produce como consecuencia de que los desplazamientos de los puntos del sólido, por lo general, son diferentes entre sí.

Entonces, para analizar la relación existente entre las deformaciones y los desplazamientos, considérese un elemento infinitesimal de aristas dx , dy y dz en un punto $P(x, y, z)$ de un cuerpo, y sean u , v y w los desplazamientos de este punto en las direcciones x , y , z respectivamente, tal como se muestra en la figura 3.12. Los otros vértices del cubo elemental también se trasladarán y, en general, sus desplazamientos serán diferentes.

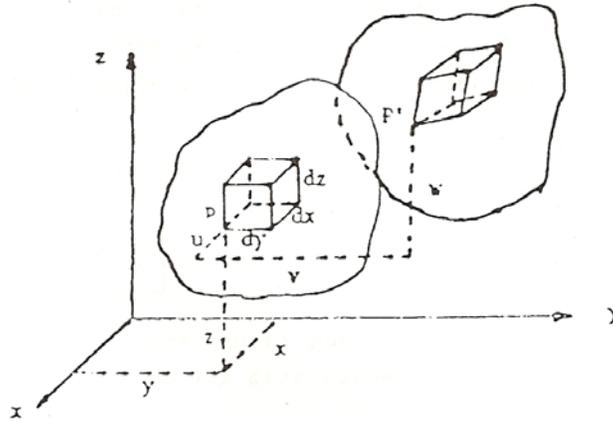


Fig. 3.12 Cuerpo desplazado desde un punto P a un punto P'

Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

Para simplificar un poco el análisis, se analizará la proyección en el plano xy del elemento infinitesimal en sus posiciones inicial (indeformado) y final (deformado).

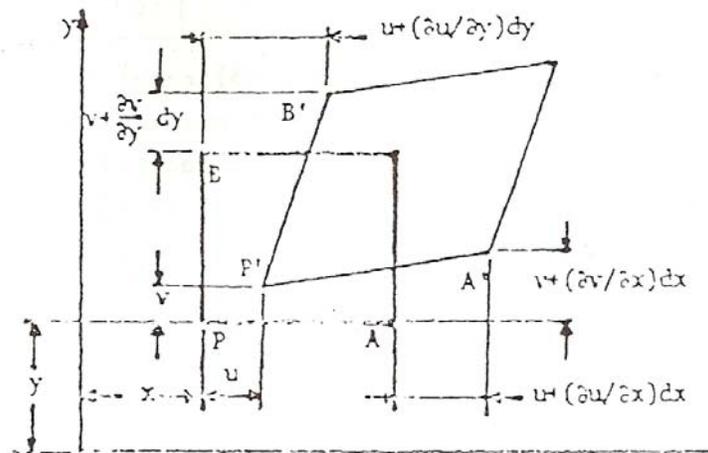


Fig. 3.13 Proyección en plano XY del elemento en posición inicial y deformado

Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

El desplazamiento absoluto del punto A en la dirección del eje x es:

$$u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \quad \text{Ec. 3.14}$$

donde $\frac{\partial u}{\partial x}$ es la tasa de crecimiento de u en la dirección x.

Este desplazamiento absoluto del punto A está formado por el desplazamiento absoluto (u) del punto P en la dirección x más el desplazamiento relativo $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)dx$ de A con respecto a P. Por lo tanto, la elongación del elemento PA será $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)dx$ y la deformación normal según la dirección del eje x se puede expresar como:

$$\varepsilon_x = \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)dx}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{Ec. 3.15}$$

De la misma manera puede demostrarse que las deformaciones normales en las direcciones y y z vienen dadas por:

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{Ec. 3.16}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad \text{Ec. 3.17}$$

La deformación tangencial en el plano xy es, de acuerdo con la definición establecida anteriormente, la tangente de la variación del ángulo recto APB (figura 3.13). Como esta variación es “muy pequeña”, se puede expresar como:

$$\gamma_{xy} = \frac{\left[u + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)dy\right] - u}{dy} + \frac{\left[v + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)dx\right] - v}{dx} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad \text{Ec. 3.18}$$

Análogamente:

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad \text{Ec. 3.19}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad \text{Ec. 3.20}$$

Estas ecuaciones son válidas únicamente cuando sus valores son muy pequeños comparados con la unidad.

Relaciones esfuerzo-deformación

Los esfuerzos y las deformaciones están relacionados a través de ciertas propiedades del material. Estas propiedades pueden ser diferentes para distintos materiales e inclusive diferir entre elementos de un mismo material que no estén cargados de la misma manera, además pueden depender de las condiciones de temperatura y humedad y hasta del tiempo de aplicación de las cargas.

Sin embargo, para efectos de este trabajo, se asumirá que las propiedades del material no dependen del tiempo, la temperatura y la humedad del ambiente, de manera que las relaciones obtenidas sean un poco más sencillas en su aplicación práctica.

Ley de Hooke generalizada

Cuando las deformaciones de un elemento mecánico o estructural son pequeñas, es decir, mucho menores que la unidad, se puede asumir que el material se comporta elásticamente. Esto significa que al cargar tal elemento, este se deformará en una cierta cantidad y que, al descargarlo, volverá a sus dimensiones originales sin que se hayan producido deformaciones permanentes. Cuando esto ocurre, se puede suponer que las relaciones entre los esfuerzos y las deformaciones son lineales. La ley de Hooke generalizada constituye una relación de este tipo, en la cual cada una de las seis componentes de deformación se expresa como una combinación de las seis componentes de los esfuerzos, esto es

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= K_{11}\sigma_x + K_{12}\sigma_y + K_{13}\sigma_z + K_{14}\tau_{xy} + K_{15}\tau_{yz} + K_{16}\tau_{xz} \\
 \varepsilon_y &= K_{21}\sigma_x + K_{22}\sigma_y + K_{23}\sigma_z + K_{24}\tau_{xy} + K_{25}\tau_{yz} + K_{26}\tau_{xz} \\
 \varepsilon_z &= K_{31}\sigma_x + K_{32}\sigma_y + K_{33}\sigma_z + K_{34}\tau_{xy} + K_{35}\tau_{yz} + K_{36}\tau_{xz} \\
 \gamma_{xy} &= K_{41}\sigma_x + K_{42}\sigma_y + K_{43}\sigma_z + K_{44}\tau_{xy} + K_{45}\tau_{yz} + K_{46}\tau_{xz} \\
 \gamma_{yz} &= K_{51}\sigma_x + K_{52}\sigma_y + K_{53}\sigma_z + K_{54}\tau_{xy} + K_{55}\tau_{yz} + K_{56}\tau_{xz} \\
 \gamma_{xz} &= K_{61}\sigma_x + K_{62}\sigma_y + K_{63}\sigma_z + K_{64}\tau_{xy} + K_{65}\tau_{yz} + K_{66}\tau_{xz}
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 3.21}$$

Como se puede apreciar, se necesitan 36 constantes o propiedades del material, pero a través de ciertas suposiciones que se van a realizar en este trabajo, se simplificará la labor de cálculo.

Ley de Hooke para materiales isótropos

Las suposiciones mencionadas anteriormente son las siguientes:

- Homogeneidad: Las propiedades del material en cada punto son idénticas
- Isotropía: En cada punto del material, las propiedades son las mismas en todas las direcciones.

Entonces, a través de varios tratamientos matemáticos y físicos se puede demostrar lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 K_{14} &= K_{15} = K_{16} = 0 \\
 K_{24} &= K_{25} = K_{26} = 0 \\
 K_{34} &= K_{35} = K_{36} = 0 \\
 K_{41} &= K_{42} = K_{43} = K_{45} = K_{46} = 0 \\
 K_{51} &= K_{52} = K_{53} = K_{54} = K_{56} = 0 \\
 K_{61} &= K_{62} = K_{63} = K_{64} = K_{65} = 0 \\
 K_{11} &= K_{22} = K_{33} \\
 K_{12} &= K_{13} = K_{21} = K_{23} = K_{31} = K_{32} \\
 K_{44} &= K_{55} = K_{66}
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 3.22}$$

Por lo que las ecuaciones 3.21 pueden escribirse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= K_{11}\sigma_x + K_{12}(\sigma_y + \sigma_z) \\
 \varepsilon_y &= K_{11}\sigma_y + K_{12}(\sigma_x + \sigma_z) \\
 \varepsilon_z &= K_{11}\sigma_z + K_{12}(\sigma_x + \sigma_y) \\
 \gamma_{xy} &= K_{44}\tau_{xy} \\
 \gamma_{yz} &= K_{44}\tau_{yz} \\
 \gamma_{xz} &= K_{44}\tau_{xz}
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 3.23}$$

Generalmente, las ecuaciones 3.23 se escriben de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) \\ \varepsilon_y &= \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_z) \\ \varepsilon_z &= \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \\ \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G}\end{aligned}\tag{Ec. 3.24}$$

donde $E = \frac{1}{K_{11}}$ es el módulo de elasticidad o de Young, $G = \frac{1}{K_{44}}$ es el módulo de corte y

$\nu = -\frac{K_{12}}{K_{11}}$ es el módulo de Poisson.

Ahora se dará una definición un poco más específica de cada uno de estos parámetros:

Módulo de elasticidad (E)

Es la relación existente entre la magnitud de las fuerzas externas que provocan el alargamiento elástico de un sólido y el valor que dicha elongación alcanza.

Módulo de corte (G)

Es la medida de la resistencia de un material a las tensiones de corte, equivalente al esfuerzo de corte dividido por el ángulo de deformación resultante, expresado en radianes.

Módulo de Poisson (ν)

Es la relación, en valores absolutos, entre las deformaciones transversal y axial cuando un elemento está sometido a una carga uniaxial.

Se puede demostrar que:

$$E = 2G(1 + \nu)\tag{Ec 3.25}$$

Combinando las ecuaciones 3.24 y 3.25 se pueden calcular los esfuerzos a partir de las deformaciones de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= C_1[\varepsilon_x + C_2(\varepsilon_y + \varepsilon_z)] \\
 \sigma_y &= C_1[\varepsilon_y + C_2(\varepsilon_x + \varepsilon_z)] \\
 \sigma_z &= C_1[\varepsilon_z + C_2(\varepsilon_x + \varepsilon_y)] \\
 \tau_{xy} &= G\gamma_{xy} \\
 \tau_{yz} &= G\gamma_{yz} \\
 \tau_{xz} &= G\gamma_{xz}
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 3.26}$$

donde

$$\begin{aligned}
 C_1 &= E \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\
 C_2 &= \frac{\nu}{(1-\nu)}
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 3.27}$$

Si se escribe en forma matricial

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}
 \tag{Ec. 3.28}$$

donde

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & C_2 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & 1 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & C_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{G}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{G}{C_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{G}{C_1} \end{bmatrix}
 \tag{Ec. 3.29}$$

Esfuerzos Principales

Se denominan esfuerzos principales en un punto de un sólido a aquellos que actúan en planos donde la sollicitación es puramente normal o donde los esfuerzos tangenciales son nulos. En cada punto de un sólido existen tres, y sólo tres, esfuerzos principales. Las direcciones principales son aquellas en las cuales actúan los esfuerzos principales y los planos donde actúan los esfuerzos principales se denominan planos principales.

La importancia de los esfuerzos principales radica en que, para cada punto, el valor máximo y el valor mínimo (algebraicos) del esfuerzo normal coinciden con dos de los esfuerzos principales.

Esfuerzo plano

Se dice que un estado de esfuerzos es plano si uno de los esfuerzos principales es nulo.

Supóngase que el eje z sea la dirección principal según la cual el esfuerzo principal es nulo, entonces se tiene:

$$\sigma_z = 0 \quad \tau_{xz} = 0 \quad \tau_{yz} = 0 \quad \text{E. 3.29}$$

De manera que un estado plano de esfuerzos bajo estas condiciones quedaría definido únicamente por las tres componentes σ_x , σ_y y τ_{xy} .

Ahora, supóngase que se tiene un elemento sometido a un estado plano de esfuerzos, como se muestra en la figura 3.14, y se quiere conocer cuanto valen las componente normal, σ_{x_1} , y la componente tangencial, $\tau_{x_1y_1}$, del esfuerzo en un plano cuya normal x_1 forma un ángulo θ con el eje x .

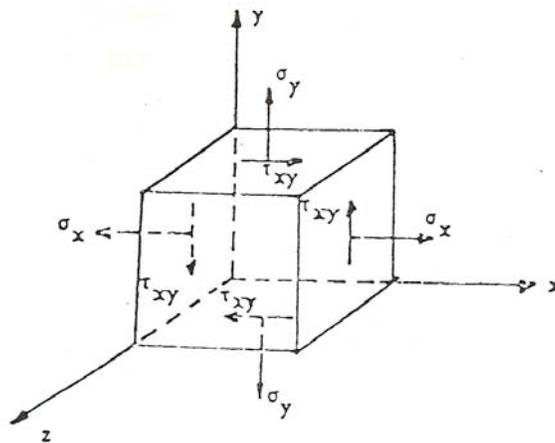


Fig. 3.14 Elemento sometido a estado plano de esfuerzos

Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

Si se corta este cubo mediante el plano descrito anteriormente, sobre este aparecerán las componentes que se quieren calcular.

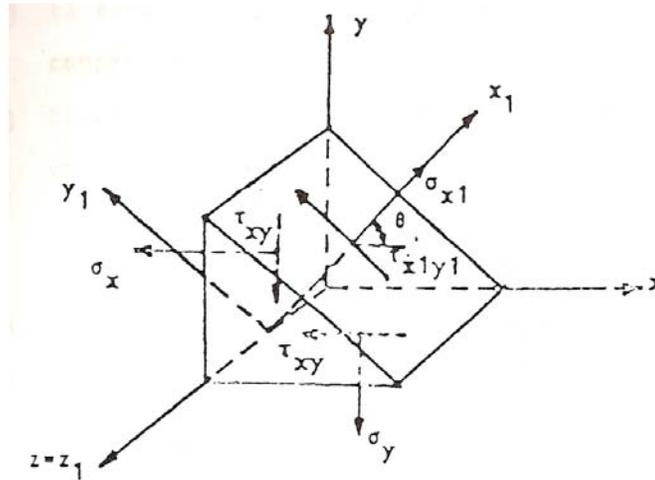


Fig. 3.15 Elemento cortado por un plano cuya normal forma un ángulo θ con eje x
 Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

Debido a que los esfuerzos están ubicados en el plano xy , se representará la proyección del elemento en ese plano

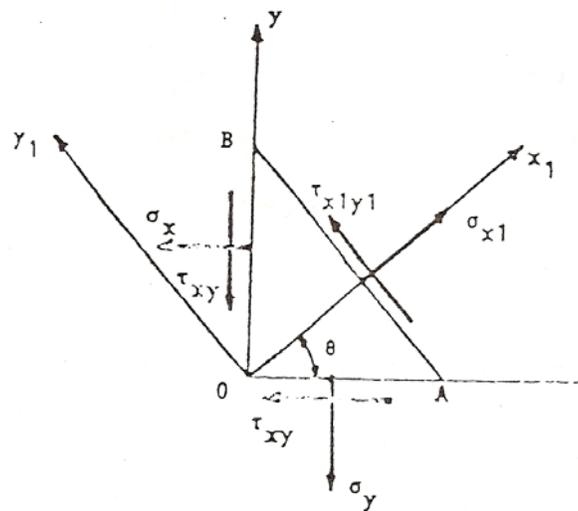


Fig. 3.16 Proyección del elemento en el plano XY
 Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

Convención de signos:

- El ángulo θ se considera positivo si se mide en sentido antihorario y positivo en caso contrario.
- El esfuerzo σ_{x1} es positivo si es de tracción y negativo si es de compresión.
- El esfuerzo τ_{x1y1} será positivo si apunta en la dirección positiva del eje y_1 .

Sea dA el área del plano donde actúan σ_{x1} y τ_{x1y1} , entonces el área del plano representada por la traza \overline{OA} es $dA \text{Sen}\theta$, mientras que el área representada por la traza \overline{OB} es $dA \text{Cos}\theta$.

Planteando la ecuación de equilibrio según los ejes x_1 y y_1 , se tiene:

$$\sum F_{x1} = 0$$

$$\sigma_{x1} dA - \sigma_x dA \text{Cos}\theta \text{Cos}\theta - \tau_{xy} dA \text{Cos}\theta \text{Sen}\theta - \tau_{xy} dA \text{Sen}\theta \text{Cos}\theta - \sigma_y dA \text{Sen}\theta \text{Sen}\theta = 0$$

Ec. 3.30

$$\sum F_{y1} = 0$$

$$\tau_{x1y1} dA + \sigma_x dA \text{Cos}\theta \text{Sen}\theta - \tau_{xy} dA \text{Cos}\theta \text{Cos}\theta + \tau_{xy} dA \text{Sen}\theta \text{Sen}\theta - \sigma_y dA \text{Sen}\theta \text{Cos}\theta = 0$$

Ec. 3.31

Arreglando y simplificando se llega a lo siguiente

$$\sigma_{x1} = \sigma_x \text{Cos}^2\theta + \sigma_y \text{Sen}^2\theta + 2\tau_{xy} \text{Sen}\theta \text{Cos}\theta$$

$$\tau_{x1y1} = (\sigma_y - \sigma_x) \text{Sen}\theta \text{Cos}\theta + \tau_{xy} (\text{Cos}^2\theta - \text{Sen}^2\theta)$$

Ec. 3.32

Recordando las relaciones trigonométricas del ángulo doble

$$\text{Sen}2\theta = 2\text{Sen}\theta \text{Cos}\theta$$

$$\text{Cos}2\theta = \text{Cos}^2\theta - \text{Sen}^2\theta$$

$$\text{Cos}^2\theta = \frac{1 + \text{Cos}2\theta}{2}$$

$$\text{Sen}^2\theta = \frac{1 - \text{Cos}2\theta}{2}$$

Ec. 3.33

Reacomodando las e+cs. 3.32 usando las relaciones de las ecs. 3.33 y simplificando queda:

$$\sigma_{x1} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \text{Cos}2\theta + \tau_{xy} \text{Sen}2\theta$$

Ec. 3.34

$$\tau_{x_1y_1} = -\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\text{Sen}2\theta + \tau_{xy}\text{Cos}2\theta \quad \text{Ec. 3.35}$$

Debido a que los esfuerzos normales σ_{x_1} y σ_{y_1} son perpendiculares entre si, para obtener el segundo basta con sustituir θ por $\theta+90$ en la ec. 3.34, lo que da como resultado:

$$\sigma_{x_1} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\text{Cos}2\theta - \tau_{xy}\text{Sen}2\theta \quad \text{Ec. 3.36}$$

Al sumar las ecuaciones 3.34 y 3.36 se obtiene lo siguiente:

$$\sigma_{x_1} + \sigma_{y_1} = \sigma_x + \sigma_y \quad \text{Ec. 3.37}$$

Esta ecuación muestra que la suma de los esfuerzos normales que actúan sobre caras perpendiculares de un elemento bajo esfuerzo plano es constante, y por ende, independiente del ángulo θ .

Esfuerzos principales

Como se dijo anteriormente, los esfuerzos principales son aquellos donde el esfuerzo de corte es nulo.

En el caso plano, por definición, se sabe que uno de los esfuerzos principales es cero y que esa dirección principal coincide con el eje z. Por lo tanto, como los tres ejes principales son perpendiculares entre sí, los dos ejes principales restantes deben estar ubicados sobre el plano xy.

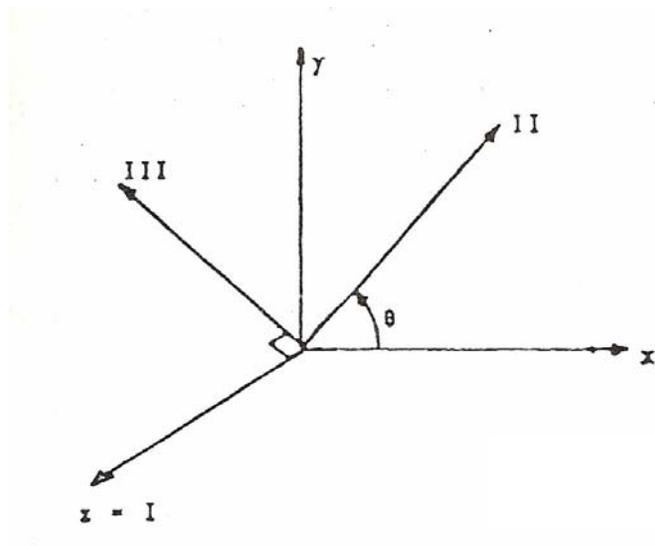


Fig. 3.17 Ejes principales

Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

Entonces, lo que se debe calcular es el ángulo θ para el cual el esfuerzo de corte $\tau_{x_1y_1}$ es nulo. Este sería una de las direcciones principales mientras la otra estará a 90° de diferencia.

Por convención a los esfuerzos principales en el plano xy se les designarán los nombres de σ_1 y σ_2 , siendo $\sigma_1 > \sigma_2$.

Haciendo $\tau_{x_1y_1} = 0$ en la ecuación 3.35 y acomodando se tiene:

$$\text{Tan}2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad \text{Ec. 3.38}$$

o, alternativamente

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \text{Arctan} \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) \quad \text{Ec. 3.39}$$

θ_2 se obtiene sumando 90° al ángulo θ_1 .

Ahora, para obtener los esfuerzos principales, σ_1 y σ_2 , se utilizará la figura 3.18

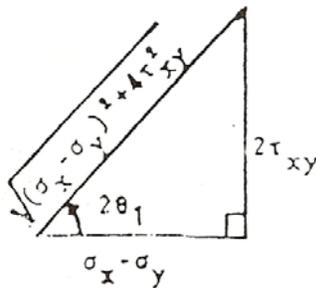


Fig. 3.18 Relaciones para calcular los esfuerzos principales

Fuente: Introducción al Análisis de Esfuerzos

En esa imagen se puede notar lo siguiente:

$$\text{Sen}2\theta_1 = \frac{2\tau_{xy}}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}} \quad \text{Ec. 3.40}$$

$$\text{Cos}2\theta_1 = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}} \quad \text{Ec. 3.41}$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación 3.34 y simplificando, se llega a la expresión para calcular σ_1 :

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad \text{Ec. 3.42}$$

Utilizando la conclusión obtenida por medio de la ecuación 3.37, se obtiene lo siguiente:

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad \text{Ec. 3.43}$$

Resumiendo:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad \text{Ec. 3.44}$$

Deformación plana

Se dice que un elemento de material está sometido a un estado de deformación plana si dos de sus deformaciones tangenciales y la deformación normal en la dirección común de estas son nulas, para un elemento que esté bajo este régimen en un plano xy se tiene:

$$\varepsilon_z = 0 \quad \gamma_{xz} = 0 \quad \gamma_{yz} = 0 \quad \text{Ec. 3.45}$$

No debe inferirse, a partir de algunas similitudes entre esfuerzo plano y deformación plana, que ambos ocurren simultáneamente. En general, un elemento en esfuerzo plano experimenta una deformación en la dirección z, por lo que queda claro que no está en deformación plana. También, muchos elementos sometidos a deformación plana tendrán esfuerzos σ_z que actúan sobre ellos debido al requisito de que $\varepsilon_x = 0$; de nuevo se aprecia que la deformación plana y el esfuerzo plano no ocurren simultáneamente. Se presentan 2 excepciones: cuando el elemento está sometido a esfuerzo plano y los esfuerzos normales aplicados son iguales y opuestos ($\sigma_x = -\sigma_y$) y cuando $\nu = 0$, este último es un caso netamente hipotético.

Las ecuaciones de transformación de esfuerzos obtenidas para esfuerzo plano en el plano xy (ecs. 3.34, 3.35 y 3.37) pueden emplearse también en deformación plana debido a que el esfuerzo σ_z no interviene en las ecuaciones de equilibrio utilizadas para determinar los esfuerzos σ_{x1} y τ_{x1y1} que actúan sobre planos inclinados.

Capítulo IV

Geomecánica

Las rocas son agregados de cristales y partículas amorfas ligados por materiales cementantes que pueden presentar grietas o fracturas a diferentes escalas. Mientras que los suelos son aglomerados relativamente sueltos compuestos de minerales, materia orgánica y sedimentos que se encuentran sobre la roca madre. Pero a su vez los suelos son agregados de partículas con espacios porosos llenos de fluidos (líquidos y/o gas), que interactúan con el esqueleto mineral (fase sólida), de manera física y química. La diferencia entre rocas y suelos a veces no es muy clara, sin embargo los métodos de análisis son diferentes, por ello la existencia de disciplinas marcadamente distintas como la mecánica de los suelos y la mecánica de las rocas, pilares principales de lo que hoy se conoce como geomecánica.

Definición e historia

La geomecánica es la disciplina que estudia las características mecánicas y el comportamiento de los materiales geológicos que conforman una formación sometida a diversas condiciones físicas y mecánicas. Está basada en los conceptos y teorías de la mecánica de rocas y la mecánica de suelos (resistencia mecánica, micromecánica, mecánica de medios continuos, mecánica de fractura, etc.) que, en el caso particular del estudio de pozos petroleros, relacionan el comportamiento de la formación bajo los cambios de esfuerzos producto de las operaciones petroleras de perforación, completación y producción. A través de esta ciencia se determinan parámetros de resistencia de las rocas tal como el comportamiento esfuerzo-deformación de la roca.

Para complementar sus estudios y hacerlos más pormenorizados, la geomecánica, se apoya en conceptos, teorías y formulaciones de otras disciplinas como: Mecánica de Fluidos, Termodinámica, Geología y Geofísica.

Por esta razón, la geomecánica siempre trata problemas donde se relacionan los esfuerzos con la resistencia de la formación estudiada. De esta manera, todas las

operaciones de pozos que afecten y causen daño a la misma se deben tomar en cuenta en el análisis de cualquier problema de estabilidad de hoyos, arenamiento, fracturamiento, etc.

Los primeros estudios geomecánicos se hicieron en el campo de la ingeniería civil, debido a que las obras de construcción se basan en el uso de rocas y la estabilidad de los suelos donde se levantan. Luego vino el turno de la minería, donde las investigaciones se orientaban hacia los túneles subterráneos y las minas a cielo abierto. La industria petrolera recién comienza a interesarse por esta disciplina en la década de los 60's para diversos tópicos (fracturamiento hidráulico, estabilidad de hoyos, compactación y subsidencia), pero no adquiere relevancia hacia finales de los 70's.

Materiales geológicos

Los materiales geológicos están compuestos por un sistema multifásico de partículas minerales que crean una estructura porosa donde residen fluidos tales como agua, hidrocarburos y aire. Este sistema de partículas es lo que distingue a los materiales geológicos de los materiales continuos, como los metales y fluidos. Además los materiales geológicos poseen características especiales como:

- No poseer una relación σ - ϵ única y lineal, ya que esta depende de los esfuerzos, la temperatura, presión de confinamiento y el tiempo.
- El comportamiento depende de la historia de esfuerzos y las condiciones ambientales de la zona.
- Entre localidades cercanas entre si, los materiales geológicos pueden ser diferentes, existiendo variaciones tanto a nivel superficial como vertical, que deben ser tomadas en cuenta a la hora de una caracterización geomecánica.

Siendo los materiales geológicos una composición de partículas sólidas y poros llenos de fluidos que pueden desplazarse, al estar sometido un elemento de este material a un esfuerzo externo (esfuerzos totales) y a la presión de los fluidos contenidos en estos poros, aquel se distribuye en un esfuerzo intergranular. En este punto se hace presente una constante conocida como coeficiente de Biot, que mide la cantidad de esfuerzo que toma el fluido contenido en los poros, que es una medida de la eficiencia de los fluidos para soportar esfuerzos totales. El esfuerzo intergranular es también conocido como esfuerzo efectivo, y es el que controla el comportamiento mecánico de los materiales geológicos.

Propiedades físicas de las rocas

Antes de un exhaustivo estudio geomecánico, es importante valerse de propiedades físicas de la roca que se encuentra en la formación a evaluar, a continuación se presentan de manera conceptualizada las diferentes propiedades a tener en consideración:

Permeabilidad

Es la capacidad o facilidad que tiene el fluido para moverse dentro de la roca a través de sus poros interconectados y/o red de fracturas, cuando se encuentra sometida a un gradiente de presión. Por lo tanto, depende tanto de la cantidad de poros como de las conexiones que existan entre ellos.

Porosidad

Es la relación entre el volumen de espacio vacío (volumen poroso) y el volumen total de la roca. A medida que incrementa la porosidad, el porcentaje de volumen de fluido incrementa mientras que el volumen del esqueleto de la roca disminuye, resultando en un debilitamiento de la roca. La porosidad se puede dividir en dos tipos: una porosidad absoluta y una porosidad efectiva. La porosidad absoluta es la que considera el volumen total de poros, estén o no interconectados. Por otra parte, la porosidad efectiva sólo considera los poros que están interconectados.

Presión de poro de la formación

Es la presión ofrecida por los fluidos contenidos en los poros de la roca. Este parámetro es el que determina si un pozo está siendo perforado con técnicas de perforación convencional o con técnicas de bajo balance.

Presión normal de la formación

Es igual a la presión hidrostática de una columna de agua en la profundidad vertical de interés.

A su vez es importante tomar en cuenta ciertas propiedades mecánicas de las rocas que se encuentran en la formación a evaluar, para ello, se utilizan núcleos de rocas que son

removidos de condiciones *in-situ*, los cuales después son sometidos, por lo general, a ensayos de compresión con equipos especialmente diseñados para simular las condiciones del subsuelo. Mediante la realización de estos ensayos se pueden determinar parámetros de resistencia y otras propiedades de la roca, entre ellas podemos citar:

Propiedades mecánicas de la roca

La teoría de elasticidad lineal permite establecer relaciones lineales entre la aplicación de esfuerzos y las deformaciones resultantes. La deformación es la respuesta de la roca cuando ésta es sometida a un esfuerzo, reflejándose en un cambio en su configuración original. Dentro del grupo de propiedades elásticas básicas a calcular, se encuentran: Módulo de Young (E) y Relación de Poisson (ν).

Resistencia a la compresión no confinada (UCS)

Es la resistencia a la compresión ofrecida por el material cuando éste no está sometido a una presión de confinamiento. La resistencia a la compresión no confinada es determinada aplicando un ensayo de compresión uniaxial a una muestra de roca.

Cohesión

Se refiere a la fuerza que mantiene unidos los granos de la formación productora e impiden el flujo libre. La roca adquiere su cohesión a través de procesos diagenéticos como son los mecanismos de compactación, cementación, recristalización y solución. Otro factor que contribuye a la cohesión de la roca es la fuerza capilar que se produce entre los granos de la roca y el fluido humectante.

Ángulo de fricción Interna

Este parámetro define la fricción intergranular de la roca. El ángulo de fricción viene dado por la relación entre las resistencias al corte y compresivas del material. Esto es determinado a través de ensayos triaxiales que se realizan con núcleos de una misma profundidad, a varias presiones de confinamiento.

Ensayos geomecánicos

En lo concerniente al apartado petrolero cabe destacar que durante la vida de un pozo los esfuerzos totales y las presiones de poro van cambiando y, por lo tanto, la resistencia de la formación también está cambiando continuamente. Basado en esto, es necesario conocer la deformación de la roca cuando ésta es sometida a los esfuerzos que se están aplicando en un momento dado, aún cuando no se haya excedido la resistencia mecánica de la roca ni haya ocurrido la falla. Por ende, resulta necesario obtener núcleos geológicos de la zona de interés para poder realizar cualquier ensayo geomecánico de laboratorio.

Con estos ensayos se podrán medir propiedades de las rocas de la formación tales como: módulo de Young, relación de Poisson, resistencia a la tracción, resistencia a la compresión, permeabilidad y el comportamiento esfuerzo-deformación de la roca, pudiendo ser calculados todos estos parámetros bajo diferentes condiciones de esfuerzo y presiones de fluido. Estos ensayos son difícilmente realizables in situ, debido principalmente a:

- Perturbaciones causadas por el muestreo, que no pueden ser eliminadas pero si minimizadas, especialmente en formaciones no consolidadas donde los materiales geológicos son muy sensibles a las operaciones de muestreo y por lo tanto las propiedades mecánicas medidas en el laboratorio pueden no ser representativas del comportamiento en el sitio.
- El control de carga y descarga para condiciones de esfuerzos específicos es muy difícil en campo.
- La medición de esfuerzos, deformaciones, cambios volumétricos, presión de poro, son hechas de manera más sencilla en un laboratorio.

Por ello es preciso realizarlos en laboratorio, siendo los de mayor interés aquellos que miden resistencia, los que miden direcciones de esfuerzos o deformaciones y los que miden comportamiento esfuerzo-deformación. Estas pruebas o ensayos geomecánicos pueden clasificarse en: estáticos, dinámicos y dependientes del tiempo.

Las pruebas estáticas se emplean para medir la deformación y fallas de muestras de rocas bajo condiciones variables de cargas uniaxiales, biaxiales y triaxiales. Los resultados proveen valores de resistencia y propiedades elásticas. Son conocidas como pruebas estáticas porque la tasa de aplicación de la carga a la muestra es relativamente lenta. Por otra parte, las pruebas dinámicas se caracterizan por realizarse a altas tasas de aplicación de

carga y son llevadas a cabo tanto en laboratorio como en campo, mientras que las pruebas dependientes del tiempo se realizan aplicando cargas uniaxiales y triaxiales a muestras de roca, midiéndose tanto la deformación como la falla en función del tiempo.

Existen otras pruebas especiales, además de los ensayos de compresión triaxial y compresión uniaxial que, al ser realizadas en núcleos orientados, permiten determinar la magnitud y dirección de los esfuerzos principales en campo.

Ensayo de compresión sin confinar

En este ensayo se comprime una muestra de roca sin confinamiento lateral (UCS) hasta alcanzar su resistencia máxima. Esta prueba es usada, para la determinación del comportamiento esfuerzo - deformación, el Módulo de Young y la relación de Poisson de la roca.

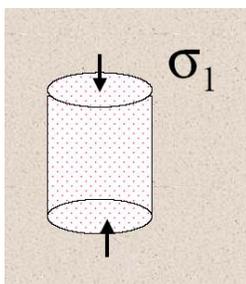


Fig. 4.1. Ensayo de compresión uniaxial

Ensayo de compresión triaxial

Éste es el tipo de ensayo más común en la geomecánica. El principio es comprimir una muestra de roca cilíndrica bajo una presión de confinamiento constante. Generalmente, mediante este ensayo se determina, la resistencia máxima, el comportamiento esfuerzo-deformación, el módulo de Young y la relación de Poisson del material, para una misma presión de confinamiento. Este tipo de ensayo es realizado a diferentes presiones de confinamiento para así generar la curva envolvente de falla. La usada más comúnmente de estas curvas es la de Mohr-Coulomb.

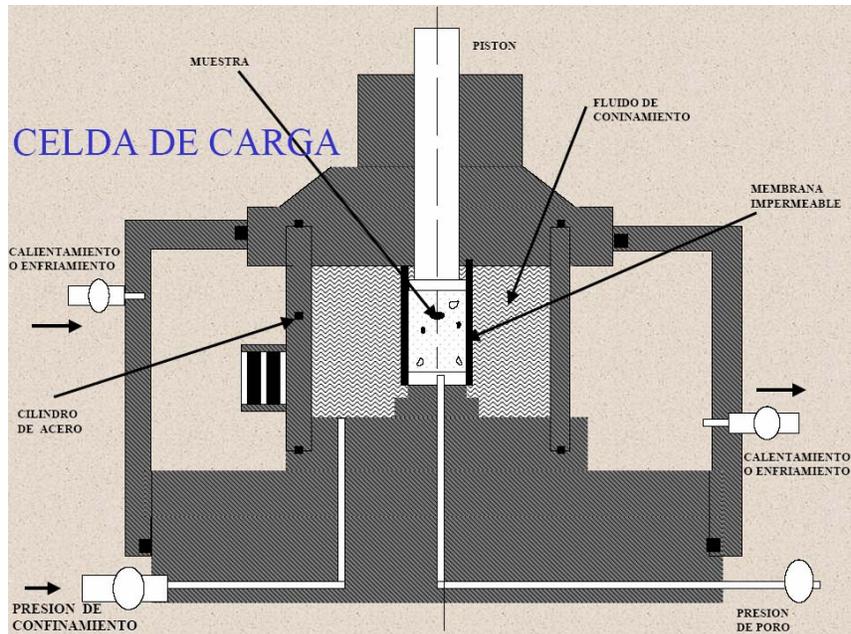


Fig. 4.2. Ensayo de compresión triaxial

Datos geomecánicos de campo

Además de los ensayos geomecánicos de laboratorio descritos anteriormente, existen otros métodos a partir de los cuales se pueden estimar las propiedades mecánicas, estos se basan en datos de campo y pueden ser agrupados en dos categorías: herramientas de perfilaje y métodos de campo.

Entre la información de campo que se puede obtener o recabar para el conocimiento de las propiedades mecánicas, se tienen:

Registros acústicos

Los perfiles acústicos miden velocidades de propagación de ondas, de compresión y de corte, y pueden ser utilizados para la estimación de parámetros elásticos. El uso de esta herramienta permite entonces determinar las propiedades dinámicas de la formación, las cuales pueden ser comparadas con las propiedades dinámicas y estáticas (resistencia) obtenidas en el laboratorio, para así elaborar correlaciones predictivas.

Registros de densidad

Utiliza rayos gamma activos los cuales emplean la dispersión de Compton de estos rayos para la medición de la densidad de los electrones de la formación. Una vez efectuadas las

correcciones por variaciones litológicas, la densidad electrónica se convierte en densidad de masa.

La densidad es útil tanto para calcular los parámetros o módulos elásticos, a partir de los perfiles acústicos, como para obtener un estimado del esfuerzo vertical o sobrecarga. Además de lo mencionado anteriormente, la determinación de la sobrecarga a partir del registro de densidad ayuda a realizar un estimado de la presión de poro.

Registros de rayos Gamma

La espectrometría de rayos gamma es utilizada para la determinación de la saturación de agua, porosidad y litología. Esta herramienta registra y analiza el espectro de rayos gamma inducidos por la interacción de neutrones con la formación.

El registro con estos rayos permite establecer las diferentes litologías y efectuar la separación y clasificación de las formaciones, generalmente en unidades geomecánicas.

Registros de presión de poros

Se obtienen mediante el uso de una herramienta petrofísica (probador múltiple de formación), el cual es un sistema diseñado para medir la presión de la formación a diferentes profundidades dentro de un hueco abierto. Estas mediciones de presión también tienen aplicaciones para realizar un rápido estimado cualitativo de permeabilidad de formación y la capacidad de tomar muestras de fluido de la formación.

El probador de formación tiene gran importancia en la geomecánica debido a que el principio de esfuerzos efectivos toma en cuenta la presión de poro.

Pruebas de microfractura

Al fracturar formaciones con estratos es importante conocer cual de los estratos de la zona productora se fracturará más fácilmente y cual de las zonas de fronteras pueden tener potencial para que la fractura crezca fuera de la zona.

La microfractura es una fractura pequeña creada por la inyección de cierto volumen de fluido. El esfuerzo principal mínimo resulta indispensable en un estudio geomecánico para definir el estado de esfuerzos, y es determinado del análisis de la caída de presión después del cierre de la fractura, definiendo entonces este esfuerzo como la presión requerida para mantener abierta una fractura.

Estos ensayos pueden ser realizados en hueco abierto o en hueco entubado. Sin embargo, desde el punto de vista teórico, los ensayos a hueco abierto son el método preferido para obtener el esfuerzo principal mínimo, porque no existen interferencias del revestidor, del cañoneo o del cemento. En cambio cuando se realiza el ensayo de microfractura a hueco entubado, este procedimiento resulta ser más simple y presenta la ventaja de permitir ensayos en formaciones frágiles o pobremente consolidadas.

Pruebas de minifractura

Es otro ensayo utilizado para calcular los esfuerzos horizontales de la formación. El propósito principal de este ensayo es obtener parámetros sobre los fluidos de fracturamiento para así optimizar el diseño de una fractura hidráulica.

El ensayo de minifractura es realizado antes de un tratamiento de fractura hidráulica, y los parámetros que puede calcular son los siguientes:

Presión de cierre de la fractura y su tiempo de cierre asociado.

Eficiencia del fluido de fracturamiento.

Magnitud y tasa de cambio de la presión de inyección en función de la tasa de bombeo y el fluido inyectado.

Caliper de 4-6 Brazos

Con éste se puede determinar la orientación del campo de esfuerzos. Corrido desde la superficie permite determinar los posibles cambios de orientación en la dirección del esfuerzo horizontal mínimo.

Registros de Imágenes

Las imágenes ultrasónicas son herramientas petrofísicas que miden la calidad y la deformación del hoyo. Estos registros son bastante exactos para detectar rugosidades y fracturas inducidas, lo que permite que puedan ser utilizados para determinar la dirección de los esfuerzos.

La herramienta ultrasónica de imágenes del pozo permite la observación continua de las variaciones laterales y verticales de las formaciones con un nivel de detalle tal que permite estudios tanto estructurales como estratigráficos.

Dentro de las principales aplicaciones que tiene el registro de imágenes se encuentran las siguientes:

- Análisis Estructural: Determinación de los planos de buzamiento inclusive bajo condiciones severas de desviación. Confirmación visual del buzamiento estructural y determinación de anomalías.
- Evaluación de fracturas: discriminación entre fracturas naturales e inducidas y determinación de sus parámetros direccionales (rumbo y buzamiento). Estimación de porosidad y apertura.
- Caracterización de Yacimientos: estimación de barreras de permeabilidad, identificación de texturas y análisis de capas finas.
- Análisis de Esfuerzos: estimación de las direcciones de esfuerzos horizontales máximos y mínimos. Cálculo de ovalizaciones.

ESTADO DE ESFUERZOS IN SITU

Para una mejor comprensión de los estudios que se abordan con la geomecánica, es necesario comprender algo más acerca del estado de esfuerzos in situ de una formación.

Antes de la perforación, las rocas en el subsuelo se encuentran de una manera natural en un estado de esfuerzos en equilibrio. Esto se conoce como estado de esfuerzos *in-situ*. Si por alguna razón las fuerzas cambian o se distorsiona el equilibrio, tendrá lugar una corrección natural en el yacimiento para restaurar la estabilidad.

A medida que se perfora un pozo se altera el equilibrio de los esfuerzos que prevalecen en el yacimiento. Para compensar un poco este desbalance se utiliza la presión hidrostática proporcionada por el fluido de perforación. Dado que la presión del lodo es uniforme en todas las direcciones, no es posible balancear completamente los esfuerzos y en consecuencia, la roca alrededor del pozo se distorsiona y puede fallar si la redistribución de los esfuerzos excede la resistencia de esta.

Alternativamente, la formación puede fallar por esfuerzos de tensión y compresión. Los esfuerzos de tensión dan lugar a un mecanismo de falla que ocurre cuando la presión hidrostática ejercida por la columna de lodo toma valores muy altos, originando esfuerzos sobre la pared del pozo que pueden exceder la resistencia a la tracción de la roca. Esto

provoca fracturas en la roca a lo largo de un plano perpendicular a la dirección del esfuerzo horizontal mínimo *in-situ*, lo cual podría acompañarse con pérdidas de circulación.

Junto con las características de resistencia mecánica de la formación, el conocimiento del campo de esfuerzos permite establecer el peso adecuado del fluido para la perforación de pozos. En el caso de pozos direccionales, el conocimiento de estos esfuerzos permite definir la trayectoria de mayor estabilidad para minimizar la falla de la masa rocosa.

Las componentes del campo de esfuerzos *in-situ* son: el esfuerzo horizontal máximo, el esfuerzo horizontal mínimo y el esfuerzo vertical o de sobrecarga. Los esfuerzos *in-situ* son normalmente de compresión debido al peso de la sobrecarga.

A continuación se presenta una breve descripción de las componentes de esfuerzos *in-situ*:

Esfuerzo de sobrecarga (σ_v)

Es la presión ejercida sobre una formación a una profundidad dada, debido al peso total de la roca y de los fluidos por encima de este nivel. La mayoría de las formaciones son producto de una historia geológica de sedimentación / compactación. Las formaciones pueden variar significativamente de la superficie de la tierra a una profundidad de interés.

Esfuerzos horizontales (σ_H , σ_h)

Cuando la perforación se realiza cerca de estructuras geológicas o en áreas tectónicas, los esfuerzos horizontales difieren y son descritos como una componente de esfuerzo horizontal mínimo (σ_h) y una componente de esfuerzo horizontal máximo (σ_H). Para determinar el esfuerzo horizontal mínimo normalmente se hace por medio de ensayos de minifractura. En el caso del esfuerzo horizontal máximo, para determinar su magnitud resulta poco preciso hacerlo a partir de mediciones de campo. Por ello, este valor puede ser estimado usando observaciones de falla en el pozo y con la ayuda de modelos de comportamiento de la roca. Para esto, es necesario el conocimiento de las propiedades mecánicas de la roca, de la sobrecarga, del esfuerzo horizontal mínimo, de la presión de poro, y de información de la geometría del hoyo.

Adicionalmente a la magnitud de los esfuerzos *in-situ*, el análisis de estabilidad requiere conocer la orientación del campo de esfuerzos, lo cual es posible determinando la dirección en que se encuentra orientado uno de los esfuerzos horizontales.

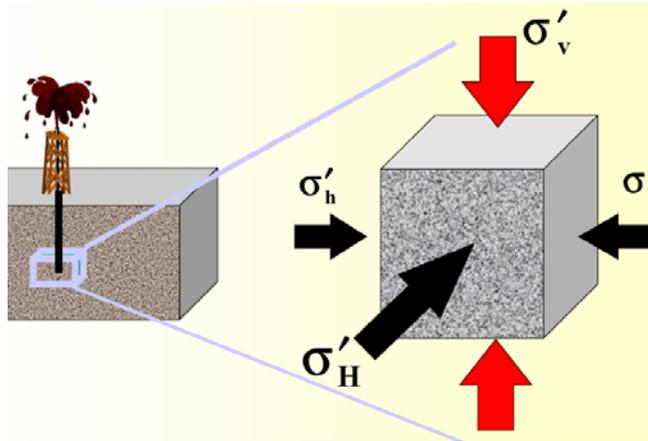


Fig. 4.3 Esfuerzos *in situ*

ESFUERZOS PRINCIPALES

En orden descendente de magnitud, los esfuerzos principales se enumeran de la siguiente manera:

- Esfuerzo Principal Mayor (σ_1)
- Esfuerzo Principal Intermedio (σ_2)
- Esfuerzo Principal Menor (σ_3)

En muchos casos el esfuerzo principal mayor actúa en dirección vertical y los esfuerzos principales intermedio y menor actúan horizontalmente a un ángulo recto entre ambos. En el caso especial de simetría axial como en la compresión de muestras cilíndricas, σ_2 y σ_3 son iguales.

RÉGIMEN DE ESFUERZOS

Las componentes de esfuerzos horizontales pueden ser diferentes entre ellos y diferentes al esfuerzo vertical. Dependiendo de las magnitudes relativas de cada esfuerzo, se pueden definir tres regímenes: régimen de esfuerzo extensional o normal, de deslizamiento o transcurrente y compresional.

La importancia de conocer el régimen de esfuerzos es que esto permite acotar la magnitud de los esfuerzos *in-situ*, conjuntamente con la observación de modos de falla en los pozos.

Régimen Normal: se presenta cuando la magnitud del esfuerzo vertical (σ_v) es mayor que los dos esfuerzos horizontales (σ_H y σ_h), es decir, $\sigma_v > \sigma_H > \sigma_h$.

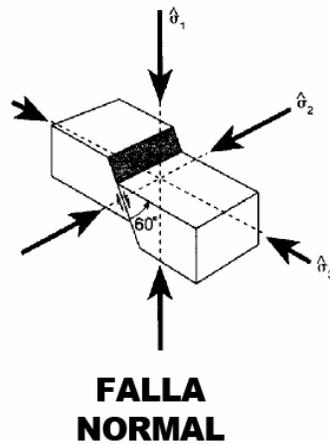


Fig. 4.4 Régimen normal

Régimen Transcurrente: ocurre cuando el esfuerzo vertical es el esfuerzo intermedio, $\sigma_H > \sigma_v > \sigma_h$.

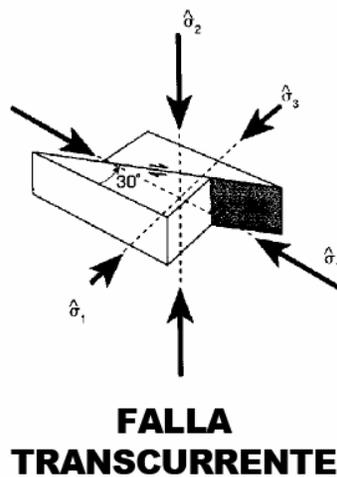


Fig. 4.5 Régimen transcurrente

Régimen Compresional: ocurre cuando el esfuerzo vertical es el menor de los tres esfuerzos, $\sigma_H > \sigma_h > \sigma_v$.

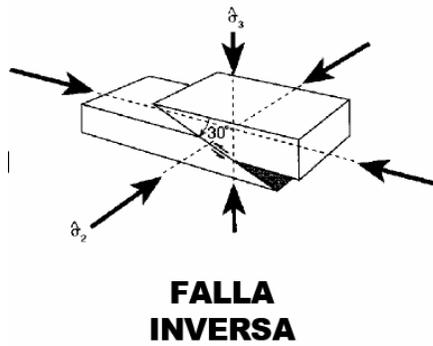


Fig. 4.6 Régimen compresional o inverso

Capítulo V

Método de elementos de contorno

En este capítulo se dará una visión general sobre el MEC, sus orígenes, su evolución y la teoría básica del método, para luego adentrarlo en la formulación matemática aplicada a la elastostática.

MEC en lugar de MEF

A menudo los ingenieros que han utilizado el método de elementos finitos (MEF) se preguntan por qué es importante producir otra técnica computacional. La respuesta está en que se ha comprobado que el MEF resulta ser inadecuado e incluso ineficiente en muchas aplicaciones del campo de la ingeniería y quizás más importante es que el método en ocasiones resulta demasiado complejo en su uso, dificultando de esta manera su implementación en sistemas de ingeniería asistida por computadora (IAC). El análisis vía MEF sigue siendo un proceso relativamente lento debido a la necesidad de definir o redefinir mallas en la pieza o dominio que se está estudiando.

El método de elementos de contorno (MEC) ha emergido como una poderosa alternativa al MEF, particularmente en casos donde se requiere una mejor aproximación debido a problemas tales como concentraciones de esfuerzos o donde el dominio se extiende al infinito. Sin embargo, el aspecto más importante del MEC radica en que solamente se necesita discretizar la superficie en lugar del volumen. De ahí que los programas de MEC sean más fáciles de usar con los programas de modelado de sólidos y generadores de mallas existentes. Esta ventaja es particularmente importante en los procesos de diseño debido a que estos usualmente involucran una serie de modificaciones que son más difíciles de manejar cuando se usa el MEF. Las mallas en el MEC son más fáciles de generar y los cambios de diseño no requieren un remallado total.

Estas mallas, en especial las tridimensionales, pueden ser fácilmente transferidas a sistemas IAC debido a que la estructura es definida usando solamente la frontera. El proceso de discretización se hace aún más simple cuando se usan elementos discontinuos, algo que no es admisible en el MEF.

Otra ventaja importante del MEC sobre el MEF es a la hora de analizar problemas de concentraciones de esfuerzos. Se han hecho diversos estudios en esta materia y se ha comprobado que el MEC tiene una alta precisión para problemas de esquinas reentrantes, intensidad de esfuerzos e incluso aplicaciones de mecánica de fractura.

Para resumir, se presentan un cuadro comparativo de las ventajas y desventajas del MEC contra el MEF.

Tabla 5.1 Comparación entre el MEC y el MEF

MEC	MEF
Las regiones abiertas no son problema.	No se puede programar bien para problemas de regiones abiertas.
Se pueden usar relaciones de aspecto extremas.	Relaciones de aspecto extremas pueden causar problemas.
El espacio alrededor del objeto no tiene que ser truncado.	El espacio alrededor del objeto debe truncarse
Campo de soluciones perfectamente suaves.	El campo de soluciones puede no ser muy suave.
Es difícil su uso para resolver problemas no lineales.	Los problemas no lineales son fácilmente resueltos por este método.
Las formulaciones a algunos problemas pueden ser imposibles	La formulación es sencilla, por lo que se pueden resolver muchos tipos de problemas.

Historia y evolución del MEC

El concepto de técnicas de integración en la frontera tiene una larga historia. En 1886 Somigliana estableció una ecuación integral directa que relacionó los valores de los desplazamientos y las tracciones en la frontera. De manera regular, durante el siglo pasado y lo que va del presente han sido publicados diversos artículos sobre ecuaciones integrales en teoría potencial y elástica elaborados por diversos matemáticos, Hasta la mitad de la década de 1960 las formulaciones integrales fueron resueltas exclusivamente por matemáticos y debido a esto eran siempre limitadas a problemas simples. En 1963 se

presentó la primera ruptura de esta homogeneidad con dos publicaciones hechas por Jawson y Symm que presentaron una aproximación para la discretización de ecuaciones integrales potenciales de Laplace en dos dimensiones. En 1967 Rizzo presentó una aproximación directa para el uso de desplazamientos y tracciones en una integral de frontera, luego esta aproximación fue extendida a tres dimensiones por Cruse en 1969. Desde comienzos de la década de 1970 el método de elementos de contorno ha tenido un mayor desarrollo, y ahora es más manejable para el modelado y la resolución de un amplio rango de problemas mecánicos de continuo, incluyendo algunos no lineales.

A comienzos de esa década el interés por el método no se orientaba solamente a probar que funcionaba, sino en hacer que trabajase mejor. El primer paso en esta dirección fue dado por Riccardella, quien desarrolló un programa para el análisis de deformaciones planas en el cual la variación de la tensión y el desplazamiento sobre cada elemento se consideró lineal. El precio que se pagó por mejorar tanto la precisión como la eficiencia computacional fue una integración más complicada, y una nueva lógica que da la posibilidad de colocar los nodos de la superficie que se está estudiando en las esquinas de la frontera, es decir, los nodos se podían ubicar en las puntas de los elementos en lugar de los puntos medios.

Dadas las dificultades de la aplicación del MEF a problemas de mecánica de fractura, Cruse y otros comenzaron a investigar la forma en que el MEC podría ser usado para analizar rajaduras, para las cuales el MEC en su forma básica arroja más incógnitas que ecuaciones.

La investigación en MEC tal vez alcanzó su máximo entre 1980 y 1990. Los sistemas BEASY (UK), BETSY (Alemania) y BEST3D (USA) se desarrollaron durante este período. Un gran número de libros se han escrito, y debido a una aparente desventaja del MEC la cual es que solo se puede usar para resolver de manera eficiente problemas lineales, la mayor parte de los esfuerzos han sido orientados hacia el análisis de problemas no lineales y transitorios. Matemáticos como Wendland buscaron complementar el trabajo de los ingenieros mediante análisis rigurosos, pero no muchos ingenieros estaban lo suficientemente bien versados en la matemática como para entender la importancia de sus conclusiones. La formulación indirecta fue olvidada por un largo tiempo, excepto en el campo de la aerodinámica y el método de fuerzas de cuerpo usado para calcular muchos de

los resultados presentados en el compendio de intensidad de esfuerzos como los compilados por Murakami.

Desde de 1990 se han podido llevar análisis cada vez más extensos usando computadoras personales (PC) en lugar de sistemas centrales de gran tamaño (mainframes). En un mainframe la memoria es costosa y por lo tanto se tiene una capacidad limitada, pero en compensación, la rata de transferencia entre esa memoria y el almacenamiento en disco es alta y es posible, por lo general, realizar cálculos aritméticos y el proceso de entrada-salida de datos de manera simultánea por medio del double buffering. En una PC, la memoria RAM es barata por lo que se puede tener bastante, pero el proceso de entrada y salida de datos al disco es relativamente lenta.

Teoría básica del MEC

El MEC, las ecuaciones diferenciales que gobiernan el problema a resolver son transformadas en variables integrales, las cuales son aplicables sobre la frontera superficial de la región. Luego estas integrales son resueltas numéricamente en esta frontera, estando esta ya dividida en varios elementos. Si las condiciones de borde se satisfacen, se puede establecer un sistema de ecuaciones algebraicas lineales con solución única.

Existen tres tipos básicos de MEC, a saber:

Método de Trefftz

Este método, propuesto en 1926 para resolver problemas de torsión de St Venant en los cuales la ecuación en derivadas parciales gobernante es la ecuación de Laplace, consiste en aproximar la solución del problema de valor de frontera a través de la superposición de las soluciones fundamentales (ecuaciones diferenciales igualadas a cero) de los puntos fuente (puntos de carga) los cuales están ubicados fuera del dominio, hecho esto solo queda ajustar las intensidades de estas fuentes para obtener la mejor concordancia posible entre las condiciones de frontera satisfechas por la solución aproximada y las condiciones de frontera reales. A mayor número de puntos de carga, mejor será la concordancia. El principio es bueno pero su implementación puede ser problemática, ya que no hay garantía de que al incrementar el número de fuentes fuera del dominio las soluciones obtenidas converjan a la solución exacta.

Método indirecto

En este método la solución también se obtiene por superposición pero las fuentes no están localizadas en puntos fuera del dominio sino que están distribuidas de manera continua sobre la frontera. La intensidad de esta distribución, la cual generalmente varía de punto a punto en el borde, es usualmente conocida como la función de densidad; la ecuación diferencial parcial se cumple de manera automática en cada punto interior del dominio, y todo lo que se requiere es satisfacer las condiciones de borde a través de la escogencia de la función mas conveniente. Se ha determinado que para las condiciones de borde a ser satisfechas, la función de densidad debe ser la solución de una de una ecuación integral sobre la frontera, cuya forma depende del tipo de condición de borde. La ecuación integral de frontera, en general, no puede ser resuelta de manera exacta, en lugar de eso, se obtiene una solución aproximada por medio de variaciones de la función de densidad sobre la frontera en términos de un número finito de parámetros. Una vez resuelta la ecuación integral, los resultados con significado físico en los puntos tanto de la frontera como del interior del dominio son computados por integración sobre el borde. Esta integración reemplaza la suma de los efectos de un número finito de fuentes en el método de Trefftz.

Método directo

Aquí se obtiene una ecuación integral por el teorema de la divergencia, el cual establece que la integral sobre el dominio de divergencia de un campo vectorial es igual a la integral sobre la frontera del dominio de la componente normal saliente de ese campo. Tomando la conducción de calor en estado estable como analogía, el teorema de divergencia establece que la rata de calor generado en un dominio (debido a una reacción química por ejemplo) es igual a la rata a la cual el calor deja el dominio cruzando la frontera. Haciendo las sustituciones apropiadas en el teorema de divergencia, se pueden obtener fórmulas como la identidad simétrica de Green y el teorema recíproco de Maxwell-Betti. Los ingenieros estructurales recordarán que el último teorema puede ser usado en el cómputo de líneas de influencia en estructuras elásticas. Tomando una de estas dos funciones de manera arbitraria en una fórmula como la función a ser computada y la otra como la solución fundamental con el punto fuente en la frontera, se obtiene una ecuación integral sobre la frontera. Esto se conoce como la ecuación integral de la frontera del método directo debido

a que las funciones que aparecen en la ecuación son funciones físicas (tales como desplazamiento y fuerza de tracción en elasticidad) en lugar de funciones de densidad ficticias. La solución de estas ecuaciones integrales dan inmediatamente los resultados deseados sobre la frontera. Si se necesitan los resultados en puntos interiores del dominio, pueden ser computados por fórmulas obtenidas de la misma manera que la ecuación integral, pero con los puntos fuente de la solución fundamental ubicados en puntos interiores.

Pasos a seguir

Para resolver problemas a través del MEC, se deben seguir una serie de pasos que se describen a continuación de una manera general.

Discretización de la frontera

El primer paso es dividir el contorno del dominio del problema en un número finito de subdominios, los cuales tienen una geometría simple. Cada elemento tiene un número de nodos en el espacio que son dados por las coordenadas relativas a un sistema de ejes dado, la dimensión de los elementos está reducida en uno. Esto es, para problemas donde el dominio es plano se usan elementos unidimensionales (líneas), mientras que para dominios en tres dimensiones se usan elementos superficiales.

Asumir una variación de las incógnitas

Esto se hace en cada elemento de contorno. Para hallar el valor de la incógnita en un elemento en la frontera se realiza una interpolación utilizando esta función de variación y los nodos entre los cuales está ubicado el elemento. Las variaciones más usadas son funciones constantes (la variación de los elementos ubicados entre nodo y nodo es cero, es decir, todos los elementos tienen el mismo valor), funciones lineales (en este caso la función de variación es una recta) y funciones cuadráticas (la ecuación de variación es una parábola)

Usar una solución fundamental de la ecuación diferencial gobernante

La solución fundamental usada es aquella que satisface la ecuación diferencial de manera exacta. En la mayoría de los casos esta es una solución obtenida de cargas puntuales o fuentes en un dominio infinito. Para problemas de elasticidad se aplica la solución de Kelvin.

Calcular las contribuciones de los elementos a las matrices de coeficientes

El primer paso para la obtención del sistema de ecuaciones es computar las contribuciones de los elementos. Estas contribuciones se consiguen integrando los elementos de frontera.

Juntar las contribuciones de los elementos

El siguiente paso es combinar todas las contribuciones de los elementos para formar las matrices de coeficientes del problema a ser resuelto. En este punto ya se han incorporado valores de frontera conocidos tales como fuerzas de tracción y desplazamientos sobre los elementos de contorno.

Resolver el sistema de ecuaciones

Si se usa el método indirecto, las incógnitas son parámetros ficticios y a través de ellos se pueden determinar los valores tanto en la frontera como en puntos internos. Si se usa el método directo, las incógnitas son los valores directos.

Computar los valores dentro del dominio

En el MEC la solución de las ecuaciones dan los valores en la frontera o superficie del dominio del problema. Si se requieren las magnitudes de los desplazamientos o de los esfuerzos en puntos específicos dentro del dominio, estos se pueden calcular a partir de esos valores de borde. Este es uno de los aspectos que distingue al MEC, poder escoger selectivamente los puntos que se quieren estudiar una vez el análisis ha sido realizado.

Soluciones fundamentales

Por medio de varias técnicas matemáticas, se han hallado las soluciones fundamentales de un amplio rango de ecuaciones diferenciales parciales.

En el caso de elasticidad tridimensional, esta solución corresponde al desplazamiento en un punto Q, perteneciente a un espacio elástico infinito, provocado por una carga concentrada en un punto P ubicado a una distancia r del primero, como se muestra en la figura 5.1

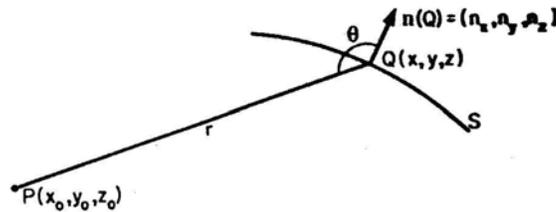


Fig. 5.1 Notación para la solución fundamental

Fuente: Introduction to finite and boundary element methods for engineers

Debido a que en el punto Q existen desplazamientos en las direcciones x, y y z y la carga P puede actuar en cualquiera de esas direcciones, la solución fundamental tiene 9 componentes:

$$\begin{bmatrix} u_x(Q) \\ u_y(Q) \\ u_z(Q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{xx}(P, Q) & U_{yx}(P, Q) & U_{zx}(P, Q) \\ U_{xy}(P, Q) & U_{yy}(P, Q) & U_{zy}(P, Q) \\ U_{xz}(P, Q) & U_{yz}(P, Q) & U_{zz}(P, Q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x(P) \\ f_y(P) \\ f_z(P) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 5.1}$$

donde f_x , f_y y f_z son las componentes cartesianas de la carga en P. Escrito de una manera mas compacta:

$$\mathbf{u}(Q) = \mathbf{U}^T(P, Q)\mathbf{f}(P) \quad \text{Ec. 5.2}$$

En el caso de materiales isotrópicos, \mathbf{U} es simétrica con respecto tanto a los argumentos como a los subíndices. La diagonal principal está definida de la siguiente forma:

$$U_{ii}(P, Q) = \frac{(1 + \nu)}{8\pi E (1 - \nu)r} [(3 - 4\nu) + r_i^2] \quad \text{Ec. 5.3}$$

mientras que los argumentos fuera de la diagonal son de la forma:

$$U_{ij}(P, Q) = U_{ji}(P, Q) = \frac{(1+\nu)}{8\pi E(1-\nu)r} r_i r_j \quad \text{Ec. 5.4}$$

Donde E es el módulo de Young, ν es la relación de Poisson y r_i y r_j son los cosenos directores de la línea que une a Q y P, definido de la siguiente manera:

$$r_i = \frac{i_0 - i}{r} \quad \text{Ec. 5.5}$$

Las deformaciones correspondientes a la solución fundamental se pueden obtener mediante la diferenciación de los componentes de \mathbf{U} con respecto a x, y y z y luego sustituyendo esas expresiones en las ecuaciones 3.15 al 3.20. Después de este paso, reemplazando los valores obtenidos en las ecuaciones 3.26, se obtiene el esfuerzo en el punto Q:

$$\boldsymbol{\sigma}(Q) = \mathbf{DBU}^T(P, Q)\mathbf{f}(P) = \mathbf{S}^T(P, Q)\mathbf{f}(P) \quad \text{Ec. 5.6}$$

Donde la matriz \mathbf{D} se definió en el capítulo III (Ec. 3.29), la matriz \mathbf{S} proviene de la solución analítica de kelvin para esfuerzos y la matriz \mathbf{B} es una matriz de diferenciación, definida por las coordenadas del punto Q. Para el caso de 3 dimensiones, en coordenadas cartesianas se tiene:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial_z} \\ \frac{\partial}{\partial_y} & \frac{\partial}{\partial_x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial_z} & 0 & \frac{\partial}{\partial_x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial_z} & \frac{\partial}{\partial_y} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 5.7}$$

La condición de frontera más usada en los estudios de elasticidad es aquella en la cual se conoce el vector de tracciones:

$$\mathbf{t}(Q) = \mathbf{N}(Q)\boldsymbol{\sigma}(Q) \quad \text{Ec 5.8}$$

donde

$$\mathbf{N}(\mathbf{Q}) = \begin{bmatrix} n_x & 0 & 0 & n_y & 0 & n_z \\ 0 & n_y & 0 & n_x & n_z & 0 \\ 0 & 0 & n_z & 0 & n_y & n_x \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 5.9}$$

Sustituyendo la ecuación 5.6 en la ecuación 5.8, se encuentra que la tracción que actúa en sobre la superficie S en el punto Q (fig. 5.1) debido a la carga concentrada en P está dada por:

$$\mathbf{t}(\mathbf{Q}) = \mathbf{T}^T(\mathbf{P}, \mathbf{Q})\mathbf{f}(\mathbf{P}) \quad \text{Ec. 5.10}$$

donde \mathbf{T} es la suma de dos partes, una simétrica y otra antisimétrica con respecto a la diagonal principal

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^S + \mathbf{T}^A \quad \text{Ec. 5.11}$$

Los elementos de la diagonal principal de \mathbf{T}^S vienen dados por

$$T^S_{ii}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = \frac{1}{8\pi(1-\nu)r^2} [(1-2\nu) + 3r_i^2] \cos\theta \quad \text{Ec. 5.12}$$

mientras que los términos fuera de la diagonal de esta matriz vienen dados por:

$$T^S_{ij}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = T^S_{ji}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = \frac{3}{8\pi(1-\nu)r^2} r_i r_j \cos\theta \quad \text{Ec. 5.13}$$

el ángulo θ se muestra en la figura 5.1. Las componentes de la diagonal principal de la matriz antisimétrica son cero por definición, mientras que sus componentes fuera de la diagonal se determinan de la siguiente manera:

$$T^A_{ij}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = -T^A_{ji}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = \frac{(1-2\nu)}{8\pi(1-\nu)r^2} (n_i r_j - n_j r_i) \quad \text{Ec. 5.14}$$

En el caso de deformación plana en el plano xy, la solución fundamental se obtiene integrando la ecuación 5.1 entre $z = -\infty$ y $z = \infty$. En este caso $f_z(\mathbf{P}) = 0$ y $u_z(\mathbf{Q}) = 0$, lo que da como resultado

$$\begin{bmatrix} u_x(\mathbf{Q}) \\ u_y(\mathbf{Q}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{xx}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) & U_{yx}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) \\ U_{xy}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) & U_{yy}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x(\mathbf{P}) \\ f_y(\mathbf{P}) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 5.15}$$

Al igual que en caso anterior, para materiales isotrópicos la matriz es simétrica tanto en los argumentos como en los subíndices, los elementos de la diagonal principal vienen dados por

$$U_{ii}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = \frac{(1+\nu)}{4\pi E(1-\nu)} \left[(3-4\nu) \ln \frac{1}{r} + r_i^2 \right] \quad \text{Ec. 5.16}$$

mientras que las componentes fuera de la diagonal se calculan de la siguiente forma

$$U_{ij}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = U_{ji}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = \frac{(1+\nu)}{4\pi E(1-\nu)} r_i r_j \quad \text{Ec. 5.17}$$

Los esfuerzos y las deformaciones correspondientes a la solución fundamental se pueden obtener de la misma manera que en el caso de dos dimensiones, y la tracción que actúa en el punto Q de la frontera S debido a la acción de una carga concentrada en P se obtiene por medio de la ecuación 5.10, con la diferencia que los vectores $\mathbf{t}(\mathbf{Q})$ y $\mathbf{f}(\mathbf{P})$ contienen 2 coeficientes en lugar de 3, y la matriz \mathbf{T} posee 4 en lugar de 9. Además:

$$\begin{aligned} T_{ii}^S(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) &= \frac{1}{4\pi(1-\nu)r} \left[(1-2\nu) + 2r_i^2 \right] \cos\theta \\ T_{ij}^S(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) &= T_{ji}^S(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = \frac{1}{2\pi(1-\nu)r} r_i r_j \cos\theta \\ T_{ij}^A(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) &= -T_{ji}^A(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = \frac{(1-2\nu)}{4\pi(1-\nu)r} (n_i r_j - n_j r_i) \end{aligned} \quad \text{Ec. 5.18}$$

Método indirecto

En este método se busca darle una solución a los desplazamientos de la siguiente forma:

$$\mathbf{u}(Q) = \int_S \mathbf{U}^T(P, Q) \boldsymbol{\mu}(P) dS_p \quad \text{Ec. 5.19}$$

Donde $\boldsymbol{\mu}(P)$ es la intensidad de una capa de fuerza ficticia que actúa imaginariamente en la frontera S fija en un espacio elástico infinito. Para el caso tridimensional:

$$\boldsymbol{\mu}(P) = \begin{bmatrix} \mu_x(P) \\ \mu_y(P) \\ \mu_z(P) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 5.20}$$

En problemas tridimensionales dS significa “con respecto a un área de superficie” y simboliza una integral doble; en problemas bidimensionales significa “con respecto a una longitud de arco”. El subíndice P significa que el punto de integración P se mueve sobre la frontera de integración mientras el punto Q se mantiene fijo..

Las condiciones de frontera más comúnmente encontradas son las de desplazamiento, las de tracción y una combinación de ambas. En la naturaleza no existen verdaderas condiciones de desplazamiento debido a que ello implicaría la existencia de una base infinitamente rígida. Sin embargo, en los análisis ingenieriles, las condiciones combinadas son bastante comunes debido a que pueden tomarse como existentes en planos de simetría de estructura y carga, habilitando por lo tanto un solo lado del plano a ser analizado.

El campo de desplazamientos definido por la ecuación 5.19 satisface la ecuación en derivadas parciales de elasticidad gobernante en cada punto interior del dominio. Se puede demostrar que para condiciones de borde de desplazamiento la ecuación integral que se debe satisfacer es

$$\int_S \mathbf{U}^T(P, Q) \boldsymbol{\mu}(P) dS_p = \bar{\mathbf{u}}(Q) \quad \text{Ec. 5.20}$$

para todos los puntos Q sobre S, donde $\bar{\mathbf{u}}(Q)$ es el valor de desplazamiento dado. Este tipo de ecuación integral se le denomina de primer grado y a la matriz $\mathbf{U}^T(P, Q)$ se le denomina núcleo debido a que caracteriza la ecuación. No existe una teoría general para solucionar ecuaciones integrales de primer grado ni siquiera para núcleos con fronteras, sin embargo, se han encontrado soluciones en la práctica cuando, escogido ya un sistema de unidades para medir la longitudes, la distancia entre P y Q sea siempre menor que 1.

También se puede demostrar que para condiciones de frontera de tracción la ecuación integral es

$$\frac{1}{2}\boldsymbol{\mu}(Q) + \int_S \mathbf{T}^T(P, Q)\boldsymbol{\mu}(P)dS_p = \bar{\mathbf{t}}(Q) \quad \text{Ec. 5.21}$$

para todos los puntos Q sobre S , donde $\bar{\mathbf{t}}(Q)$ es el vector de tracción dado. Para que esta ecuación tenga validez, debe ser una superficie de Lyapunov y $\bar{\mathbf{t}}(Q)$ una continua de Hölder, y además se debe tomar el valor principal de Cauchy de la integral de $\mathbf{T}^T(P, Q)\boldsymbol{\mu}(P)$ debido a que en la componente antisimétrica de \mathbf{T} no existe el factor $\cos\theta$, así, esa componente tiende al infinito a la misma velocidad que $1/r^2$ para problemas tridimensionales a la de $1/r$ para deformación plana a medida que P sobre la frontera S se aproxima a Q . El valor principal de Cauchy es la definición escogida de manera arbitraria.

$$\int_S \mathbf{T}^T(P, Q)\boldsymbol{\mu}(P)dS_p \equiv \int_{S-S(Q, \varepsilon)} \mathbf{T}^T(P, Q)\boldsymbol{\mu}(P)dS_p \quad \text{Ec. 5.22}$$

donde la región de exclusión $S(Q, \varepsilon)$ es, en 3 dimensiones, aquella parte de s que yace en el interior de una esfera de radio ε centrada en Q y en 2 dimensiones es aquella parte de S que se encuentra dentro de un círculo de radio ε centrado en Q .

Se puede demostrar que, según sean las condiciones de suavidad de Hölder para $\boldsymbol{\mu}(P)$, el valor del límite definido por la ecuación 5.22 existe para una superficie de Lyapunov S . Por lo general no existe si el punto Q está en un borde o en una esquina, o en cualquier punto donde $\boldsymbol{\mu}(Q)$ es discontinua. Debido a que el valor principal de Cauchy debe ser calculado, al menos la parte principal de la integral debe ser evaluada más de manera analítica que de forma numérica. Dependiendo de las condiciones de suavidad señaladas anteriormente, la teoría de Fredholm de ecuaciones integrales de segundo tipo se puede extender para aplicarla a la ecuación 5.21 y así demostrar la existencia de soluciones para $\boldsymbol{\mu}(Q)$.

En la implementación numérica más simple, la frontera S está representada por elementos planos triangulares en tres dimensiones, o elementos lineales rectos en deformación plana, y se toma como suposición que sobre cada uno de esos elementos la densidad de la fuerza ficticia $\boldsymbol{\mu}(Q)$ es constante. Al tomar el punto Q en la ec. 5.20 o en la ec. 5.21 como el centroide de cada uno de los elementos, se obtienen dos ecuaciones simultáneas para $\boldsymbol{\mu}(Q)$. Para condición de desplazamientos:

$$\sum_{b=1}^p \Delta U_{ab} \boldsymbol{\mu}(Q_b) = \bar{\mathbf{u}}(Q_a) \quad a = 1, 2, \dots, p \quad \text{Ec. 5.23}$$

donde

$$\Delta U_{ab} = \int_{S_b} \mathbf{U}^T(\mathbf{P}, Q_a) dS_p \quad \text{Ec. 5.24}$$

Para condiciones en la frontera de tracción, las ecuaciones simultáneas son:

$$\frac{1}{2} \boldsymbol{\mu}(Q_a) + \sum_{b=1}^p \Delta \mathbf{T}_{ab} \boldsymbol{\mu}(Q_b) = \bar{\mathbf{t}}(Q_a) \quad a = 1, 2, \dots, p \quad \text{Ec. 5.25}$$

donde

$$\Delta \mathbf{T}_{ab} = \int_{S_b} \mathbf{T}^T(\mathbf{P}, Q_a) dS_p \quad \text{Ec. 5.26}$$

Debido a que en la ecuación 5.25 el punto Q_a está ubicado en el centroide de un elemento, las condiciones de suavidad necesarias para la validez de la misma están satisfechas todo el tiempo. La solución de un problema con condiciones de tracción en la frontera contiene 6 constantes arbitrarias en 3 dimensiones, y 3 en deformación plana, cada una de esas constantes corresponde a un desplazamiento de cuerpo rígido. Para un dominio finito es necesario, por ejemplo, especificar 6 o 3 componentes de los desplazamientos centroidales del elemento, siendo escogidas estas de tal manera que la solución en el problema de valores de frontera sea única. Esto requiere que se escriba la ecuación 5.23 para centroides específicos. Para un dominio infinito, la solución definida por la representación integral no posee las constantes arbitrarias mencionadas anteriormente, por lo que no existe la necesidad de especificar valores en cualquier dirección de los desplazamientos centroidales de elemento alguno, lo que hace que la ecuación 5.23 no sea necesaria para resolver el problema.

Una vez que los valores elementales de la función de densidad han sido calculados, el desplazamiento en cualquier punto interior o de frontera puede ser obtenido por la ecuación integral:

$$\mathbf{u}(Q) = \sum_{b=1}^p \Delta U_b \boldsymbol{\mu}(Q_b) \quad \text{Ec. 5.27}$$

donde

$$\Delta U_b = \int_{S_b} \mathbf{U}^T(\mathbf{P}, Q) dS_p \quad \text{Ec. 5.28}$$

Los esfuerzos en cualquier punto interno pueden igualmente ser determinados por la integración sobre la frontera

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{Q}) = \sum_{b=1}^p \Delta S_b \boldsymbol{\mu}(\mathbf{Q}_b) \quad \text{Ec. 5.29}$$

donde

$$\Delta S_b = \int_{S_b} \mathbf{S}^T(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) dS_p \quad \text{Ec. 5.30}$$

En la ecuación 5.30, $\mathbf{S}(\mathbf{P}, \mathbf{Q})$ es la función definida por la ec. 5.6.

Método directo

Sean $\mathbf{b}^{(1)}$ y $\mathbf{t}^{(1)}$ los vectores de fuerzas de cuerpo y tracciones correspondiente a un campo de desplazamientos $\mathbf{u}^{(1)}$, y sean $\mathbf{b}^{(2)}$ y $\mathbf{t}^{(2)}$ los mismos tipos de vectores que los anteriores pero correspondientes a un campo de desplazamientos $\mathbf{u}^{(2)}$. Entonces, de acuerdo al teorema de Betti:

$$\int_V (-\mathbf{b}^{(1)} \cdot \mathbf{u}^{(2)} + \mathbf{b}^{(2)} \cdot \mathbf{u}^{(1)}) dV = \int_S (\mathbf{t}^{(1)} \cdot \mathbf{u}^{(2)} - \mathbf{t}^{(2)} \cdot \mathbf{u}^{(1)}) dS \quad \text{Ec. 5.31}$$

Esta ecuación también es conocida como el teorema recíproco de Maxwell-Betti. Para que este teorema sea válido, tanto $\mathbf{u}^{(1)}$ como $\mathbf{u}^{(2)}$ deben ser continuamente diferenciables. En las aplicaciones usuales del teorema de Betti para análisis estructural, la suavidad de la superficie no tiene importancia alguna, pero en la derivación de las ecuaciones integrales de la frontera es esencial que se respete.

Tomando $\mathbf{u}^{(1)}$ como la solución \mathbf{u} del problema elastomecánico de valor de frontera en estudio, siendo este un problema donde no existen fuerzas de cuerpo.

Para este caso $\mathbf{b}^{(1)} = \mathbf{0}$, por lo que:

$$\int_V (\mathbf{b}^{(2)}(\mathbf{Q}) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{Q})) dV_Q = \int_S (\mathbf{u}^{(2)}(\mathbf{Q}) \cdot \mathbf{t}(\mathbf{Q}) - \mathbf{t}^{(2)}(\mathbf{Q}) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{Q})) dS_Q \quad \text{Ec. 5.32}$$

donde \mathbf{t} es la tracción debido al campo de desplazamientos \mathbf{u} y $\mathbf{t}^{(2)}$.

Ahora, tomando $\mathbf{u}^{(2)}(\mathbf{Q})$ como los núcleos $\mathbf{U}(\mathbf{P}, \mathbf{Q})$ u $\mathbf{T}(\mathbf{P}, \mathbf{Q})$ donde \mathbf{P} es un punto interior de V , y modificando el dominio dentro del cual está escrita la ecuación 5.32 con el objeto de asegurar la satisfacción de los requerimientos de suavidad funcional, se obtiene una fórmula para el vector de desplazamientos en un punto arbitrario de V

$$\mathbf{u}(\mathbf{P}) = \int_S (\mathbf{U}(\mathbf{P}, \mathbf{Q})\mathbf{t}(\mathbf{Q}) - \mathbf{T}(\mathbf{P}, \mathbf{Q})\mathbf{u}(\mathbf{Q})) dS_Q \quad \text{Ec. 5.33}$$

Este resultado es conocido como la identidad de Somigliana.

Tomando ahora $\mathbf{u}^{(2)}(\mathbf{Q})$ como la solución fundamental $\mathbf{U}(\mathbf{P}, \mathbf{Q})$, donde \mathbf{P} pertenece a S y modificando el dominio de la misma forma que antes, se obtiene

$$\mathbf{C}(\mathbf{P})\mathbf{u}(\mathbf{P}) + \int_S \mathbf{T}(\mathbf{P}, \mathbf{Q})\mathbf{u}(\mathbf{Q}) dS_Q = \mathbf{u}(\mathbf{P}) = \int_S \mathbf{U}(\mathbf{P}, \mathbf{Q})\mathbf{t}(\mathbf{Q}) dS_Q \quad \text{Ec. 5.34}$$

donde

$$\mathbf{C}(\mathbf{P}) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{S(\mathbf{P}, \varepsilon)} \mathbf{T}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) dS_Q \quad \text{Ec. 5.35}$$

Una vez que la ecuación 5.34, que es la ecuación integral de la frontera del método directo para elasticidad, ha sido resuelta para los datos de frontera desconocidos, los valores para los puntos internos pueden ser calculados usando la identidad de Somigliana.

En la implementación numérica más simple, la frontera S está representada por elementos planos triangulares en tres dimensiones, o elementos lineales rectos en deformación plana, y se toma como suposición que sobre cada uno de esos elementos $\mathbf{u}(\mathbf{P})$ y $\mathbf{t}(\mathbf{P})$ son constantes. Al tomar el punto \mathbf{P} en la ec. 5.34 como el centroide de cada uno de los elementos y ya que $\mathbf{C}(\mathbf{P}) = \mathbf{I}/2$ en una parte suave de S , siendo \mathbf{I} la matriz unitaria, se obtienen las siguientes ecuaciones simultáneas:

$$\frac{1}{2} \mathbf{u}(\mathbf{P}_a) + \sum_{b=1}^p \Delta \mathbf{T}_{ab} \mathbf{u}(\mathbf{P}_b) = \sum_{b=1}^p \Delta \mathbf{U}_{ab} \mathbf{t}(\mathbf{P}_b) \quad a = 1, 2, \dots, p \quad \text{Ec. 5.36}$$

donde \mathbf{P}_b es el centroide del elemento S_b y

$$\Delta \mathbf{T}_{ab} = \int_{S_b} \mathbf{T}(\mathbf{P}_a, \mathbf{Q}) dS_Q \quad \text{Ec. 5.37}$$

$$\Delta \mathbf{U}_{ab} = \int_{S_b} \mathbf{U}(\mathbf{P}_a, \mathbf{Q}) dS_Q \quad \text{Ec. 5.38}$$

Una vez que la ecuación 5.36 ha sido resuelta para los valores de frontera desconocidos, la solución en cualquier punto interior puede ser obtenida por la identidad de Somigliana:

$$\mathbf{u}(\mathbf{P}_a) = \sum_{b=1}^p \Delta \mathbf{U}_{ab} \mathbf{t}(\mathbf{P}_b) - \sum_{b=1}^p \Delta \mathbf{T}_{ab} \mathbf{u}(\mathbf{P}_b) \quad \text{Ec. 5.39}$$

donde

$$\Delta \mathbf{T}_b = \int_{S_b} \mathbf{T}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) dS_Q \quad \text{Ec. 5.40}$$

$$\Delta U_b = \int_{S_b} U(P, Q) dS_Q \quad \text{Ec. 5.41}$$

Usualmente los resultados más importantes en un análisis estático son los esfuerzos más que los desplazamientos. La deformación tangencial en el centroide de un elemento de frontera puede ser calculada diferenciando los desplazamientos en los centroides de elementos adyacentes. Los esfuerzos se pueden obtener de la ley de Hooke de las deformaciones tangenciales y el vector de tracción. Sería posible también calcular los esfuerzos en los puntos interiores mediante la diferenciación de los desplazamientos para las deformaciones, pero usualmente se obtienen directamente de la siguiente manera:

$$\sigma(P_a) = \sum_{b=1}^p \Delta S_b \mathbf{t}(P_b) - \sum_{b=1}^p \Delta R_b \mathbf{u}(P_b) \quad \text{Ec. 5.42}$$

donde

$$\Delta S_b = \int_{S_b} \mathbf{DBU}(P, Q) dS_Q \quad \text{Ec. 5.43}$$

y

$$\Delta R_b = \int_{S_b} \mathbf{DBT}(P, Q) dS_Q \quad \text{Ec. 5.44}$$

En las ecuaciones 5.43 y 5.44, las diferenciaciones implicadas por el operador \mathbf{B} son con respecto a las coordenadas del punto P.

Capítulo VI

Modelado del problema

El pozo estudiado se encuentra en la zona de Anaco, estado Anzoátegui, y está designado con el nombre JM-200. Su profundidad es de aproximadamente 10.400 ft (3169,92 m), tiene 3 sartas y atraviesa varios tipos de formaciones rocosas, tanto el esquema del pozo como la estratigrafía del mismo se especifican en los anexos.

Los datos geomecánicos proporcionados por INTEVEP corresponden al esfuerzo de sobrecarga (σ_v), el esfuerzo horizontal mínimo (σ_h), el esfuerzo horizontal máximo (σ_H) y la presión de poro (P_p) a intervalos de 5 ft, cabe destacar que estos son los llamados *esfuerzos in situ*. Con respecto a estos valores, que nos han sido facilitados, es importante señalar dos puntos importantes:

1. Entre los 0 y los 400 ft la data era inexistente
2. Desde los 8.000 a los 10.400 ft el régimen de esfuerzos cambia de normal ($\sigma_v > \sigma_H > \sigma_h$) a un régimen transcurrente ($\sigma_H > \sigma_v > \sigma_h$), cuyo estudio es diferente y se encuentra fuera de los alcances de esta investigación.

Para este trabajo se tomaron valores entre los 6.350 y 6.400 ft (1935.48 y 1950.72 m) debido a que en ese nivel el cemento está confinado a un solo tipo de formación geológica.

Se ejecutó un análisis bidimensional mediante el MEC, utilizando un programa computacional codificado en Fortran®, el cual trabaja con elementos parabólicos y su uso está restringido a un solo tipo de material.

Modelos

Debido a la simetría geométrica y de cargas del problema se utilizó la cuarta parte de un cilindro como modelo geométrico.

Debido a que este programa estaba limitado a un solo tipo de material, se realizaron tres estudios, a saber:

1. **Anillo de cemento:** Este modelo tiene un diámetro exterior de 8,5 in (21,59 cm) (diámetro del hoyo) y un diámetro interno de 7,625 in (19,3675 cm). El cemento utilizado es API clase H, que posee un módulo de Young compresivo de 2×10^6 psi (13,8 GPa) y su relación de Poisson es de 0,22
2. **Casing:** Es un tubo de acero de grado API J-55, su módulo de Young es de 30×10^6 psi (20,7 GPa) y su relación de Poisson es de 0,3, el diámetro externo es de 7,625 in (19,3675 cm) y el diámetro interno es de 6,969 in (17,70126 cm).
3. **Material combinado (cemento – acero):** En este modelo se asume el conjunto como un único material, con diámetro externo de 8,5 in (21,59 cm) y diámetro interno de 6,969 in (17,70126 cm). El módulo de Young de este material es de $3,21 \times 10^6$ psi (22,1 GPa) y su relación de Poisson es de $6,09 \times 10^{-2}$. Para obtener estos valores se utilizó la teoría de materiales compuestos, la cual se encuentra en el anexo A-1

La malla está compuesta por elementos parabólicos de 3 nodos, además fueron colocados puntos internos distribuidos en líneas paralelas a los bordes circulares, a estas líneas se les conocerá como fibras en lo que a este trabajo respecta.

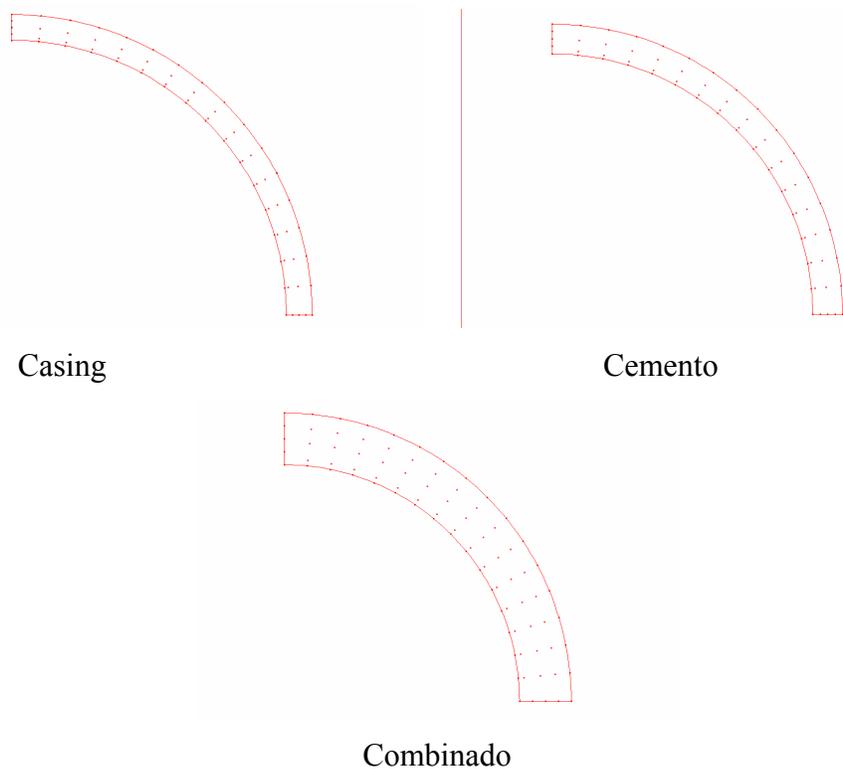


Fig. 6.1 Los tres modelos geométricos mallados

Con el fin de comparar los métodos numéricos y los resultados obtenidos se realizó un estudio en 2D del cemento y el casing en conjunto mediante el uso del programa Nastran® V 4.5. En este caso se usaron elementos cuadriláteros tipo deformación plana, parabólicos, de 8 nodos. Los resultados de estos estudios se encuentran en el anexo A-1

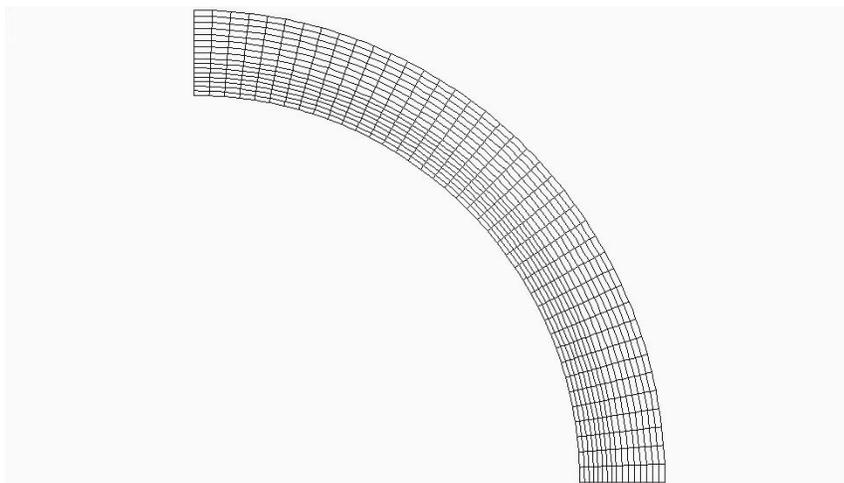


Fig. 6.2 Modelo físico mallado en Nastran®

Consideraciones

1. Los materiales a estudiar (acero y cemento) son homogéneos e isotrópicos.
2. Las superficies son concéntricas y el espesor de las mismas es constante.
3. No existen discontinuidades dentro del material
4. En los análisis hechos por elementos finitos, se asume que la unión entre el cemento y el casing es perfecta.
5. No se consideran efectos térmicos.
6. Las deformaciones ocurren solamente en la región elástica del material.
7. El estudio en 2D se realiza bajo la teoría de deformación plana debido a que la relación entre la longitud del cilindro y el radio externo es grande, las cargas son perpendiculares al eje longitudinal y están distribuidas uniformemente.

Condiciones de frontera

Casing

Se aplicaron 2 tipos de carga externa:

1. **Presión constante:** Presión externa uniforme e igual al esfuerzo horizontal máximo (σ_H)
2. **Presión variable:** Presión externa variable, desde σ_h en el eje X de referencia hasta σ_H en el eje Y. Esta variación es lineal con respecto al ángulo θ medido en sentido contrario a las agujas del reloj partiendo desde el lado positivo del eje X.

A estos modelos de carga se le hicieron dos variantes: en la primera el borde interior no se encontraba sometido a presión alguna, mientras que en el segundo se cargó internamente con la presión hidrostática del lodo de producción.

Los valores de las presiones aplicadas correspondieron a los obtenidos en la data geomecánica para una profundidad de 6375 ft (1943.1 m).

En cuanto las condiciones de desplazamiento los bordes del área estudiada (líneas a 0° y 90°) fueron restringidos de movimiento lateral o tangencial, pero son libres de desplazarse radialmente.

Cemento

Las condiciones de carga externa y de restricción en los bordes fueron las mismas que se emplearon en el casing, mientras que en el límite interior se colocaron como condiciones de desplazamiento los valores obtenidos a lo largo de la curva externa del casing.

Material compuesto (acero – cemento)

Se mantuvieron las mismas condiciones de borde empleadas en el casing.

Capítulo VII

Resultados

Convergencia del método

Para determinar el número de elementos óptimo en MEC para el problema estudiado, se hicieron varias corridas con cada modelo de carga para $\frac{1}{4}$ de cilindro. Se seleccionaron 3 puntos sobre la superficie para la comparación, los cuales se muestran en la figura 5.1. El número de elementos inicial fue de 20 y se incrementaron de 10 en 10.

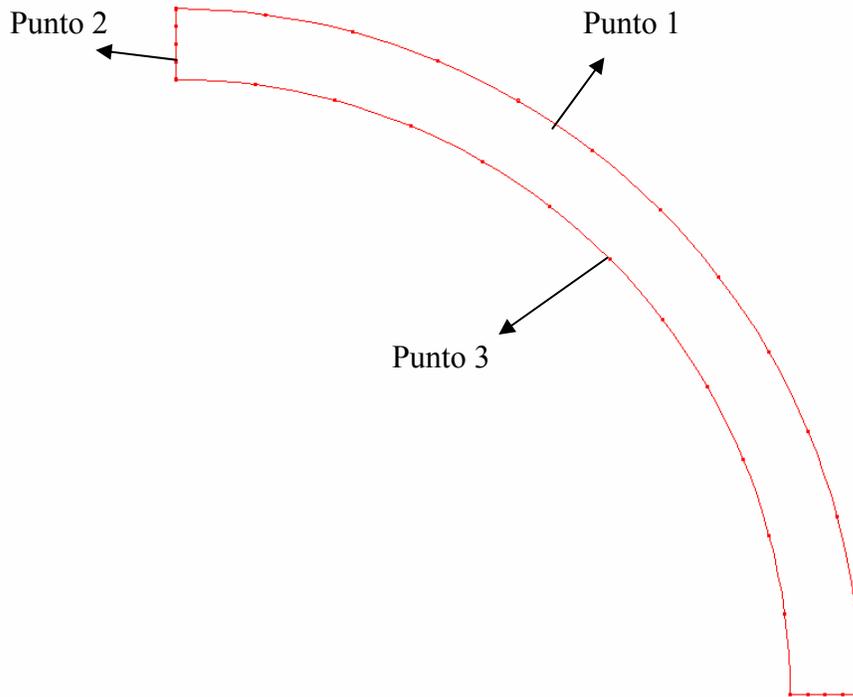


Fig. 7.1 Ubicaciones seleccionadas para estudio de convergencia

Tabla 7.1 Resultados de convergencia

Modelo de carga	Nº de elementos óptimo
Presión constante	20
Presión variable	40

Para el modelo hecho en Nastran®, se tomó el valor de convergencia encontrado en la publicación de la Society of Petroleum Engineers (SPE): “Simulation of Collapse Loads on Cemented Casing using Finite Element Analysis” que resulta en 640 elementos en total

Método de elementos de contorno

Antes de mostrar los resultados, se presentarán las gráficas que indican la posición de las fibras usadas para la validación

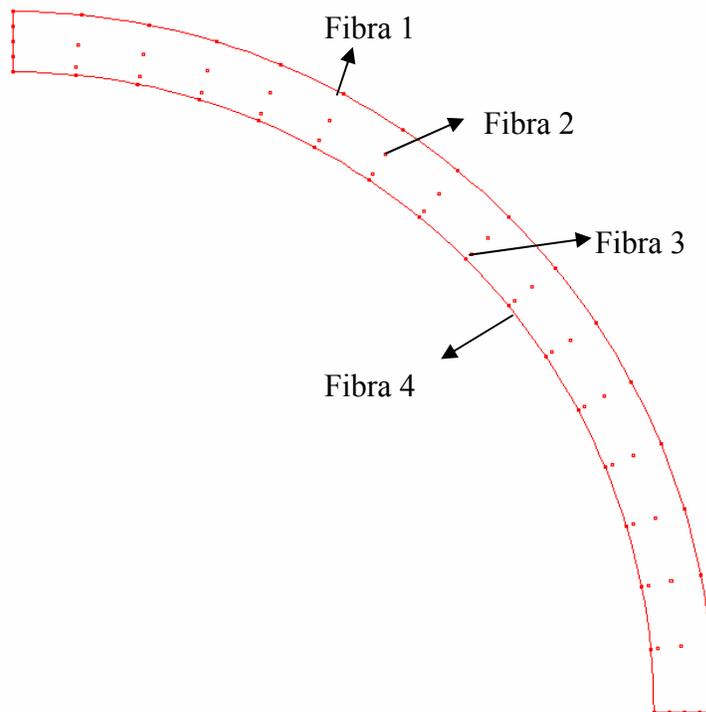


Fig. 7.2 Fibras de estudio. Configuración usada para casing y cemento

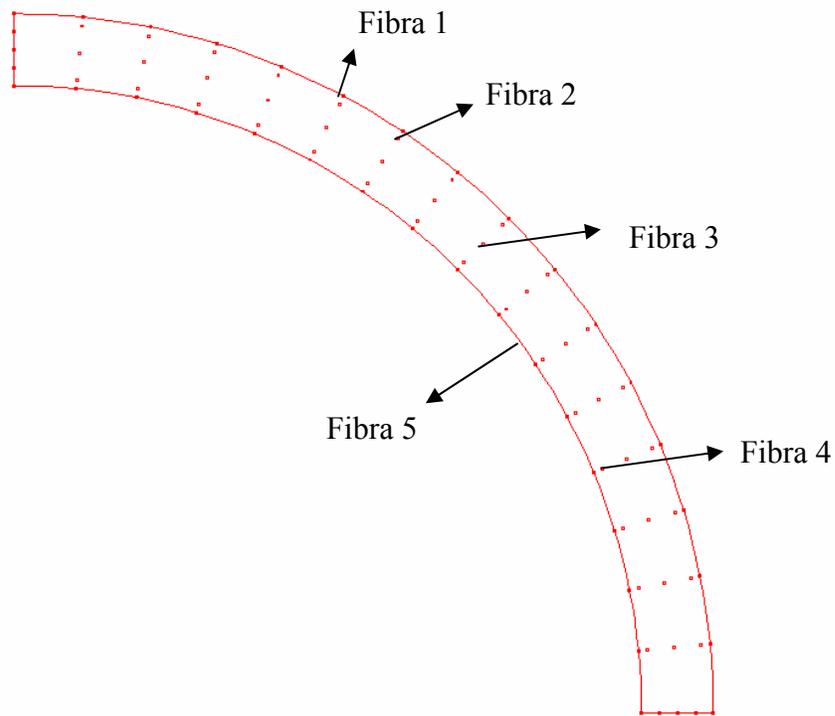


Fig. 7.3 Fibras de estudio. Configuración para material compuesto

Como punto adicional, en el estudio de los modelos con presión externa variable se tomaron puntos a 30° , 45° y 60° , con respecto a la horizontal, sobre las fibras de estudio.

Casing

Sin presión de lodo

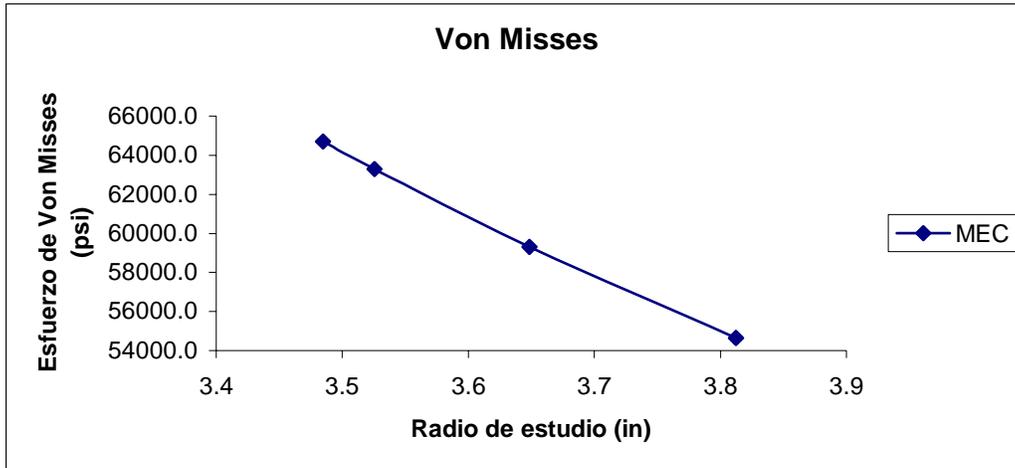


Fig. 7.4 Esfuerzo de Von Misses para el casing, presión externa constante. Sin presión interna

Con presión de lodo

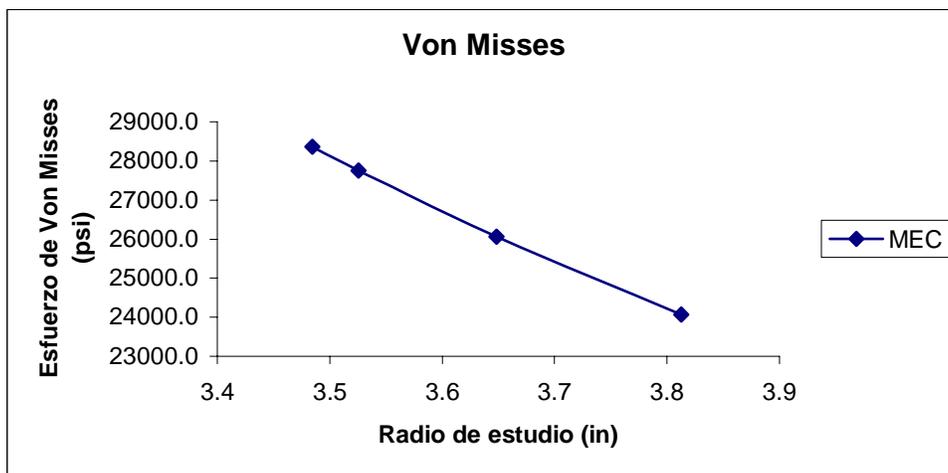


Fig. 7.5 Esfuerzo de Von Misses para el casing, presión externa constante. Con presión interna

Cemento

Sin presión de lodo

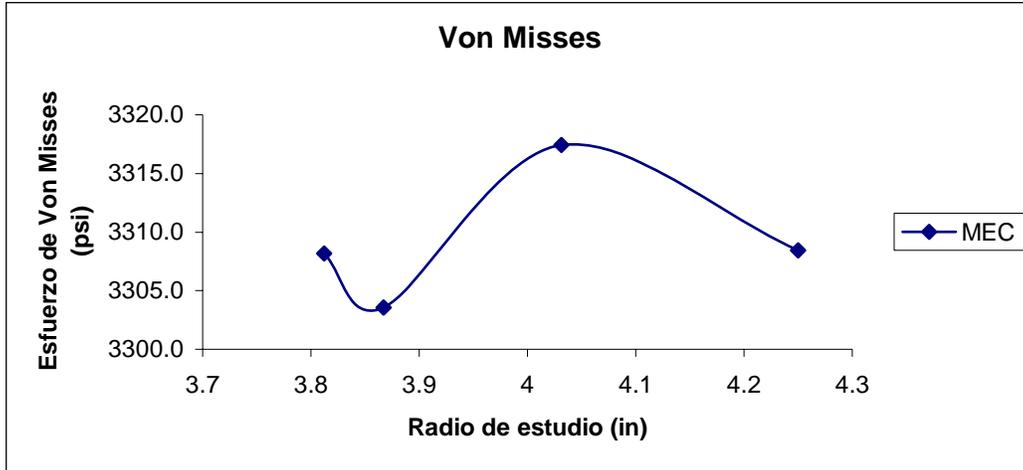


Fig. 7.6 Esfuerzo de Von Misses para el cemento, presión externa constante. Sin presión interna en casing

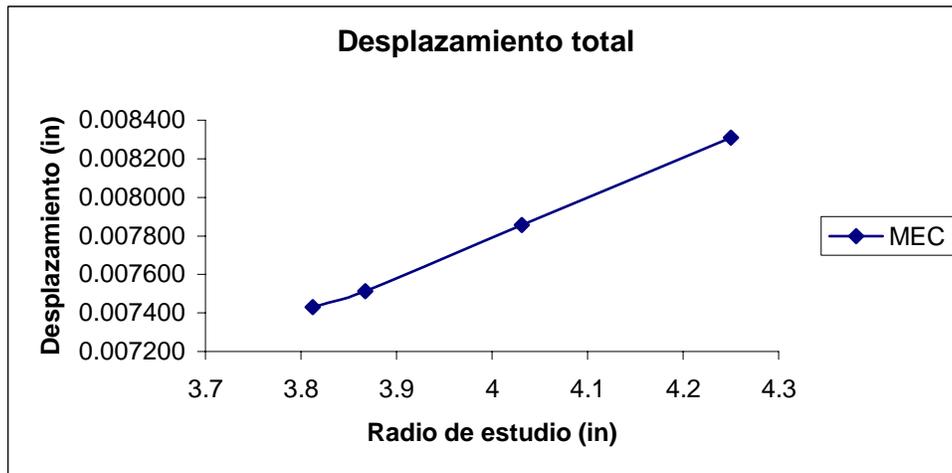


Fig. 7.7 Desplazamiento total para el cemento, presión externa constante. Sin presión interna en casing

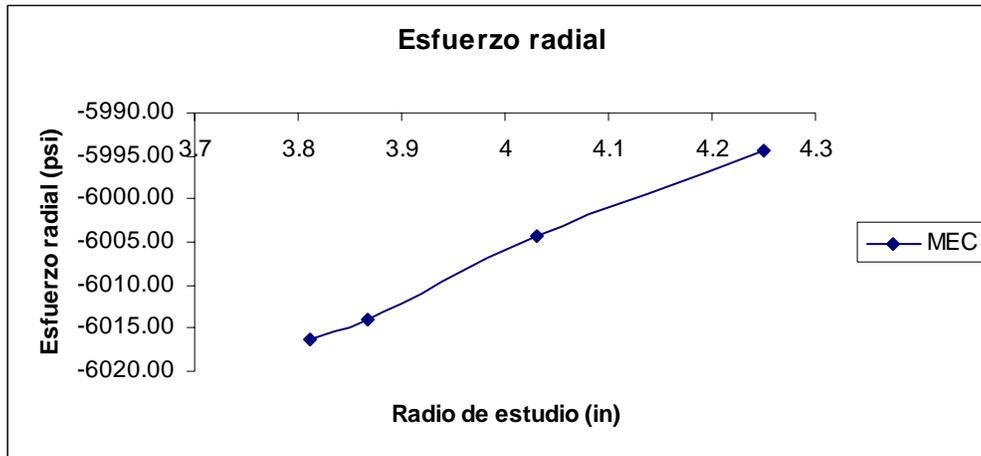


Fig. 7.8 Esfuerzo de radial para el cemento, presión externa constante. Sin presión interna en casing

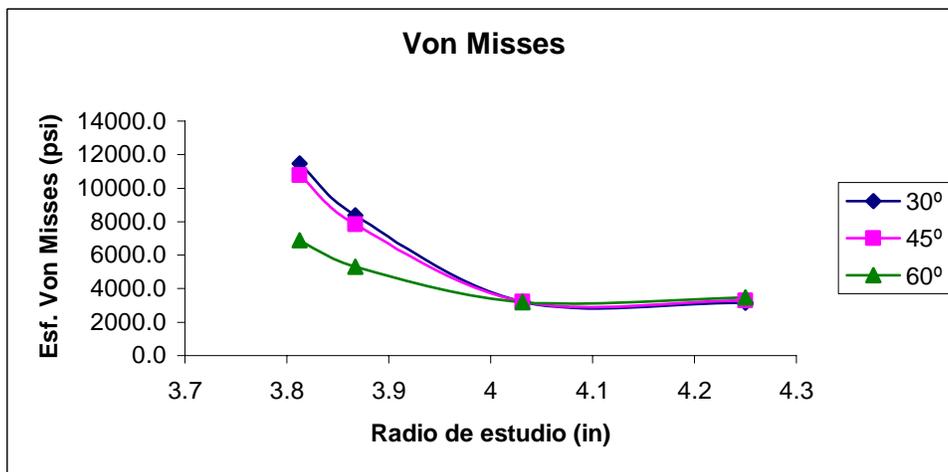


Fig. 7.9 Esfuerzo de Von Misses para el cemento, presión externa variable. Sin presión interna en casing

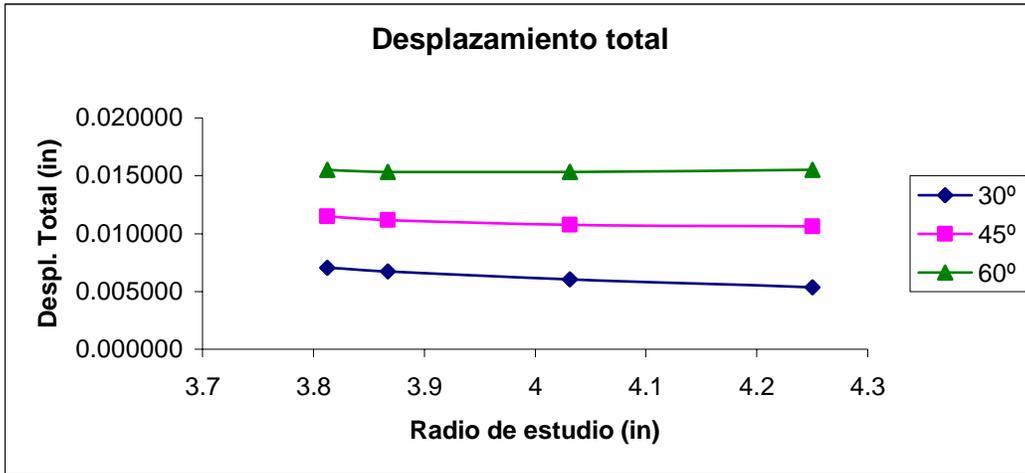


Fig. 7.10 Desplazamiento total para el cemento, presión externa variable. Sin presión interna en casing

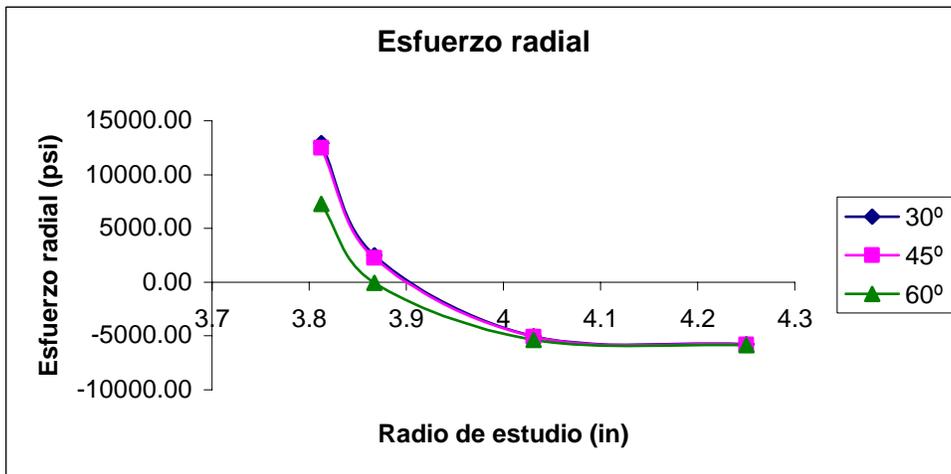


Fig. 7.11 Esfuerzo de radial para el cemento, presión externa variable. Sin presión interna en casing

Con presión de lodo

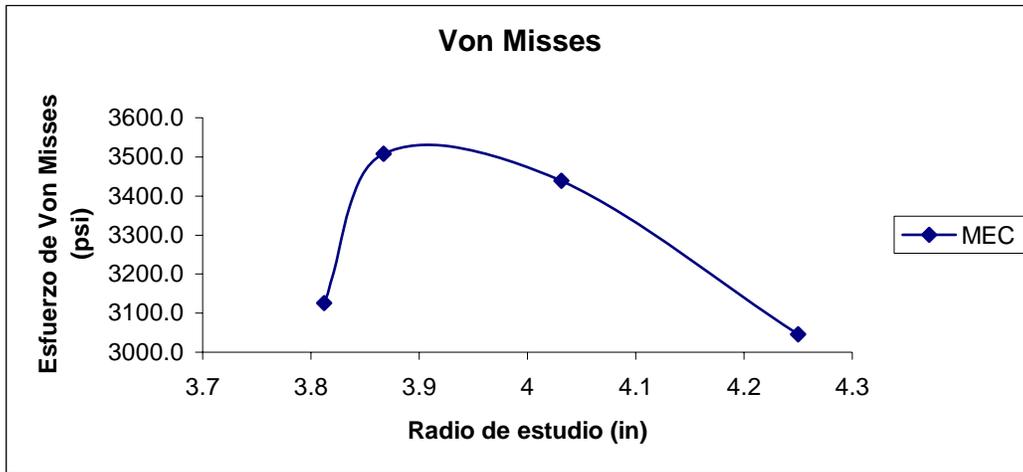


Fig. 7.12 Esfuerzo de Von Misses para el cemento, presión externa constante. Con presión interna en casing

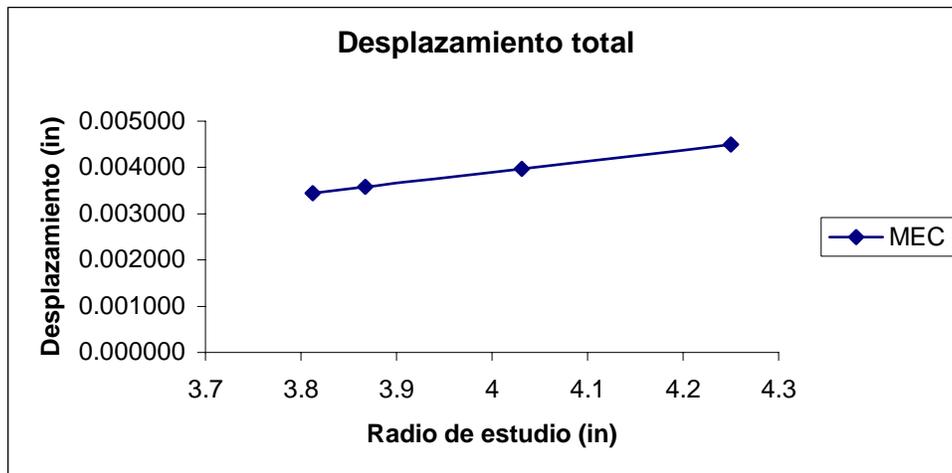


Fig. 7.13 Desplazamiento total para el cemento, presión externa constante. Con presión interna en casing

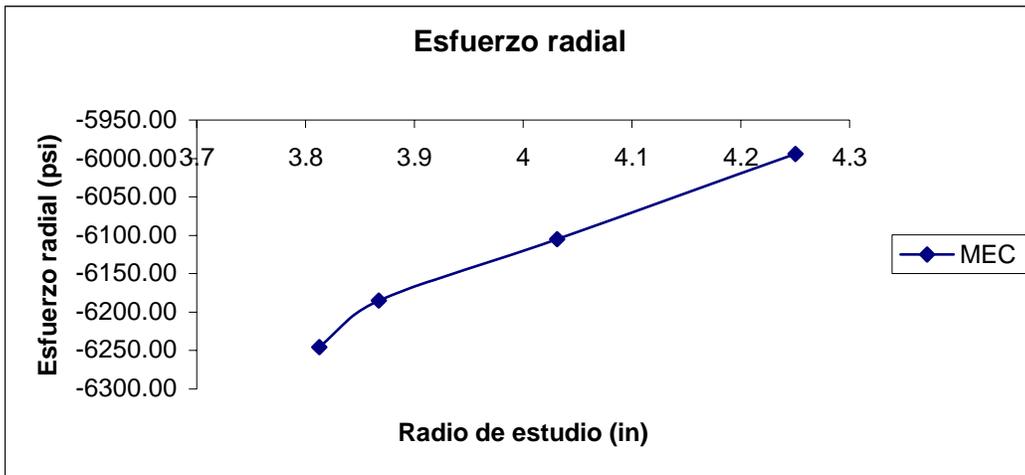


Fig. 7.14 Esfuerzo radial para el cemento, presión externa constante. Con presión interna en casing

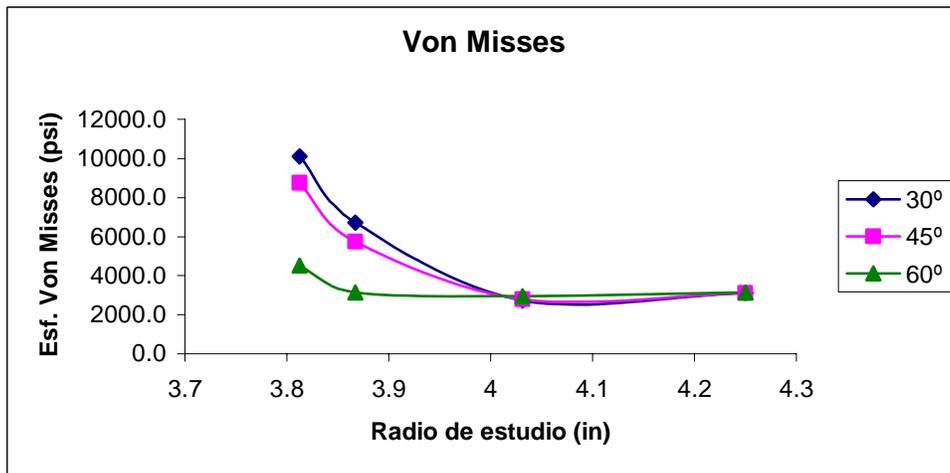


Fig. 7.15 Esfuerzo de Von Misses para el cemento, presión externa variable. Con presión interna en casing

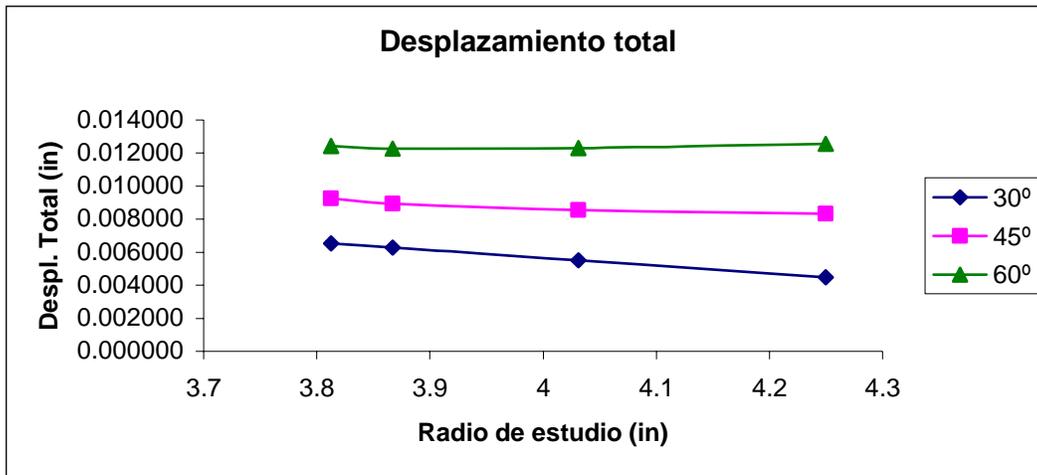


Fig. 7.16 Desplazamiento total para el cemento, presión externa variable. Con presión interna en casing

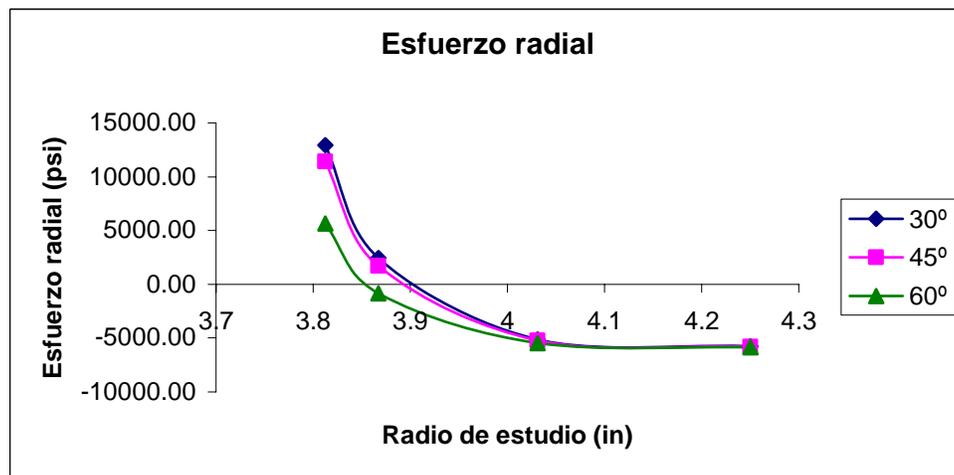


Fig. 7.17 Esfuerzo radial para el cemento, presión externa variable. Con presión interna en casing

Material compuesto

Sin presión de lodo

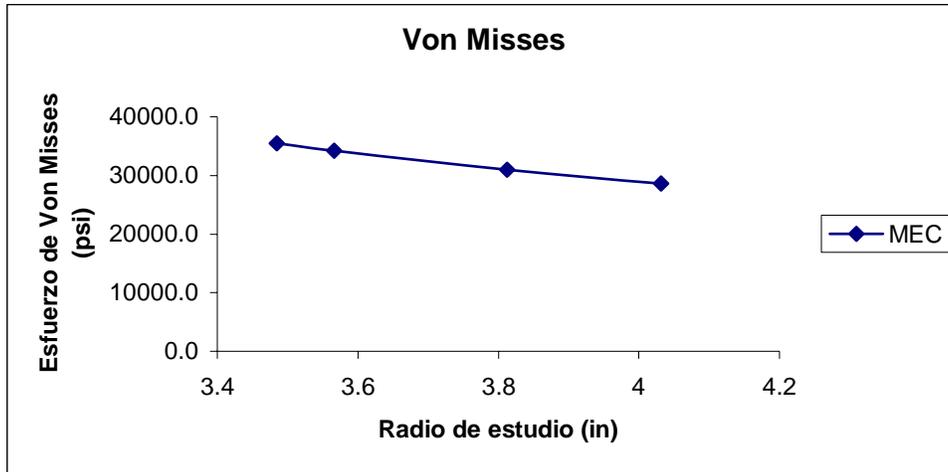


Fig. 7.18 Esfuerzo de Von Misses para el material compuesto, presión externa constante. Sin presión interna en casing

Con presión de lodo

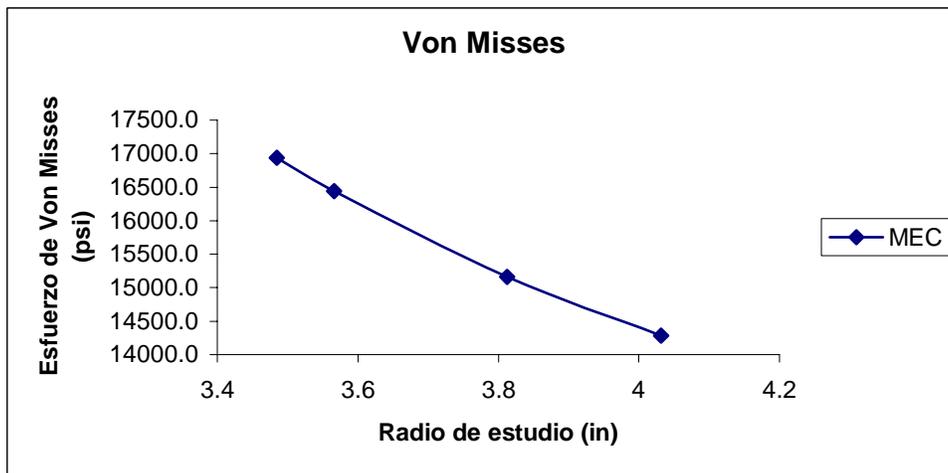


Fig. 7.19 Esfuerzo de Von Misses para el material compuesto, presión externa constante. Con presión interna en casing

Desplazamientos de los modelos

Debido a que los gráficos de deformaciones no son reales sino por el contrario se encuentran a escala, los efectos de la presión interna no son apreciables. En vista de ello se mostrarán solo dos gráficos representativos de lo que sucede con los modelos de presión externa constante y variable para el cilindro completo. En ambas gráficas las curvas negras representan la geometría original y las rojas la geometría deformada.

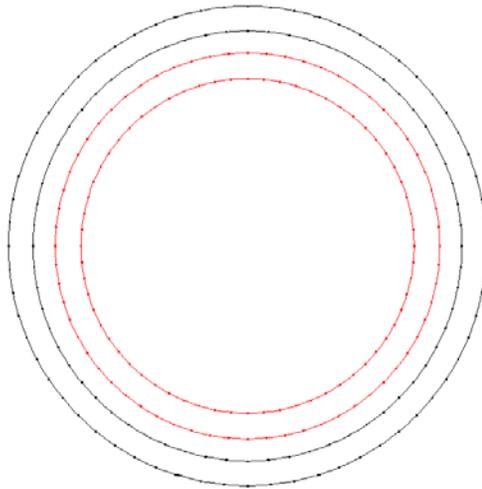


Fig. 7.20 Deformación a causa de la presión constante

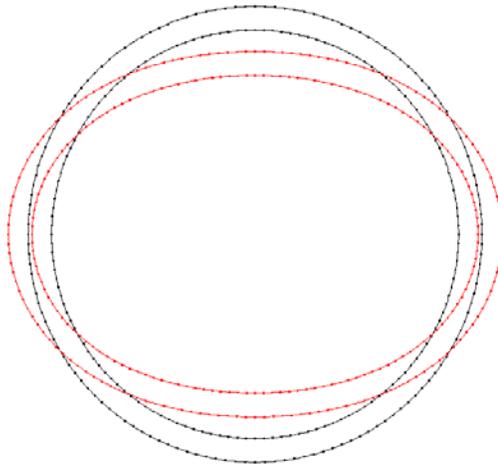


Fig. 7.21 Deformación a causa de la presión variable

Análisis de Resultados

Para efectos de este análisis, en caso de que se mencione, la diferencia relativa entre los valores obtenidos por el MEC y el MEF se obtuvo de la siguiente manera:

$$\% = \left| \frac{\text{Valor MEF} - \text{Valor MEC}}{\text{Valor MEF}} \right| \times 100 \quad \text{Ec. 8.1}$$

Casing

Los resultados obtenidos por el MEC para los valores del esfuerzo de Von Mises y los desplazamientos totales se aproximan en gran medida a los obtenidos para el MEF, siendo la mayor diferencia relativa de 1,35 % para el primero y apenas 0,8 % para el segundo. Estas diferencias máximas se obtuvieron justo en la zona donde el casing y el cemento hacen contacto.

Estos resultados indican que el casing soporta los esfuerzos *in situ* de la formación casi en su totalidad.

Cemento

Al igual que en el caso anterior, las aproximaciones entre ambos métodos fue satisfactoria, sin embargo, en los modelos donde se aplicó como condición de borde en la fibra interior del cemento los valores de desplazamiento obtenidos en el estudio del casing sometido a una presión interna, las diferencias relativas sufrieron un leve aumento.

Los esfuerzos radiales obtenidos en la fibra externa, tienen la misma magnitud que la presión aplicada (esfuerzos *in situ*). Estos valores se incrementan a medida que se penetra en el cemento hasta llegar a su máximo en la zona de contacto, esto debido a que en esa región el cemento se consigue con un cuerpo que posee mayor rigidez (casing). Por otra parte, la magnitud de los esfuerzos obtenidos supera, en gran medida, a la resistencia última a la compresión (UCS) del cemento (3.000 psi), pero esto no implica la falla del mismo debido a que la resistencia UCS que se conoce para el cemento tipo H es determinada, generalmente, en ensayos de compresión no confinados, y una característica importante del

cemento es precisamente que a medida que se aumenta la presión de confinamiento su resistencia se incrementa.

Los esfuerzos de Von Misses presentan un comportamiento oscilatorio para el modelo de presión constante, esto se debe, en gran parte, al método matemático empleado.

Cuando se agrega presión de lodo al sistema, los resultados indican que el cemento se encuentra sometido a niveles de esfuerzo mayores en lo que sería una zona cercana a la superficie de contacto, implicando esto que la presión de lodo no compense totalmente la presión externa aplicada, sino que evita que se produzcan grandes niveles de esfuerzos en una zona tan delicada como la interfaz.

En el caso de los modelos a presión variable, los esfuerzos de Von Misses tienden a tomar un único valor a medida que el radio se incrementa, mientras que los valores de desplazamientos reflejan la “ovalización” que se muestra en la fig. 7.7, ya que, para un arco de radio constante, se tienen magnitudes de desplazamiento total bastante diferentes en 3 puntos cualesquiera, lo que crea concentraciones de esfuerzos en la zona donde está aplicado el esfuerzo horizontal mínimo (σ_h).

La zona con mayores esfuerzos en el cemento es la que corresponde a la interfaz con el casing y las fibras cercanas a ella.

Al analizar los esfuerzos radiales se obtuvo un hallazgo interesante. El hecho que el cemento esté sometido a cargas compresionales no implica que los esfuerzos radiales resultantes sobre el mismo sean únicamente a compresión, pueden existir esfuerzos a tensión.

Material compuesto

Para este modelo realizado bajo el MEC, se consideró al conjunto de acero y cemento como si fuese un solo material, con módulo de Young y relación de Poisson específicamente calculado. Para la verificación de este modelo se utilizaron los resultados obtenidos en Nastran® para el conjunto completo. Pudiéndose observar que los valores del esfuerzo de Von Misses para la zona de contacto (interfaz) obtenidos en MEF se aproximaban en gran medida a los obtenidos para una zona geoméricamente equivalente - esto es, una fibra ubicada en la zona geoméricamente equivalente a la región de contacto entre el cemento y el acero - a los valores obtenidos en el MEC.

Conclusiones

- Se pudo modelar, de manera satisfactoria, el estado general de esfuerzos al que está sometido el cemento de un pozo petrolero utilizando el método de elementos de contorno, inclusive si el programa usado está limitado a un solo tipo de material.
- Los esfuerzos horizontales *in situ* son consecuencia del esfuerzo de sobrecarga (σ_v), este esfuerzo es el peso de la formación geológica sobre una profundidad dada. Estos esfuerzos tienden a cerrar el hoyo, de ahí que se haga necesario el uso de lodos en todo el proceso de explotación de pozos.
- El modelo más utilizado para determinar los esfuerzos en pozos petroleros es similar al planteado en este T. E. G., con la diferencia que, por lo general, no se plantean la aplicación de cargas externas variables
- El modelo de material combinado usado en el MEC es una buena aproximación de lo que ocurre en la interfaz del modelo real a nivel del esfuerzo de Von Mises, mas no así para los desplazamientos.
- Los esfuerzos *in situ* se transmiten casi en su totalidad al acero, lo que implica que el cemento cumple la función de apoyo y aislante.
- Los puntos críticos en el cemento están ubicados en las fibras más cercanas a la interfaz o zona de contacto, incluyendo la misma, ahí el cemento sufre los mayores niveles de esfuerzos, lo que puede producir que este pierda adherencia con el casing o inclusive fracturarse.
- Es importante controlar la presión del lodo dentro del pozo, ya que una sobrepresión muy grande puede provocar la ruptura del cemento
- Los esfuerzos y desplazamientos en el cemento pueden ser obtenidos mediante el método de separación (cemento, casing y combinado), planteado en este trabajo.
- La tendencia del hoyo a tomar forma ovalada en el modelo de carga variable coincide con estudios realizados que indican que el cemento tiende a fallar en la dirección del esfuerzo horizontal mínimo, por lo que este modelo de carga sería el más adecuado para la realización de estudios geomecánicos.

Recomendaciones

- Realizar estudios variando la relación de Poisson y el módulo de Young para ambos tipos de condiciones de carga.
- Utilizar otros modelos matemáticos de variación para la presión externa a la cual esté sometido el cemento.
- Realizar el análisis incluyendo esfuerzos térmicos.
- Realizar un análisis utilizando un programa en MEC que comprenda el uso de varios materiales.
- Profundizar en estudio de fallas.
- Realizar un estudio en el que se consideren tanto la formación como los esfuerzos en ella se producen a una distancia lo suficientemente grande (far field stresses). Este planteamiento se encuentra en el anexo A-3.

Bibliografía

Barberii, Efrain E. (1998). *El pozo ilustrado*. CD-ROM

Smith, Dwight K. (1976). *Cementing*. Dallas: American Institute of mining, metallurgical and petroleum engineers.

Charrier, Adams (1985). *Drilling Engineering. A complete well planning approach*. Tulsa: PennWell Books. 290-291.

Rodríguez, W. J., y otros. *Simulation of Collapse Loads on Cemented Casing Using Finite Element Analysis*. Society of Petroleum Engineers: SPE 84566 (2003): 1-9.

Diccionario enciclopédico Lexis/22 vox (1976). *Diccionario de tecnología*. España: Bibliograf S.A.

Enciclopedia Visor (1999). Tomo 20. España: Visor Enciclopedias Audiovisuales S. A.

Timoshenko, Stephen P. y Gere, James M. (1986). *Mecánica de materiales*. México: Grupo editorial Iberoamérica S.A. de C.V.

Goncalves, R. (1999). *Introducción al Análisis de Esfuerzos*. Caracas: Universidad Simón Bolívar, 1999.

Marcano, Alexander (2001). *Estudio del Campo de Esfuerzos In-Situ utilizando Fallas observadas en Pozos Petroleros*. Trabajo Especial de Grado. Universidad Central de Venezuela. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Petrolera

Sifontes, Carlos (2005). *Cálculo de esfuerzos mecánicos en el sistema tubería/cemento/formación de pozos petroleros mediante simulación numérica*. Trabajo Especial de Grado. Universidad Nacional Experimental Politécnica Antonio José de Sucre. Facultad de Ingeniería.

Brebbia, C. A. y Domínguez, J. (1989). *Boundary elements. An introductory course*. Southampton: McGraw-Hill.

Watson, J. O. *Boundary Elements from 1960 to the Present Day*. Electronic Journal of Boundary Elements, Vol. 1: n° 1 (2003): 34-46.

Beer, G y Watson, J. O. (1992). *Introduction to finite and boundary element methods for engineers*. West Sussex: John Wiley & Sons Ltd.

Shackelford, James F. (1992). *Ciencia de materiales para ingenieros*. México: Prentice Hall hispanoamericana S.A.

Barroso, Segundo e Ibáñez, Joaquín (1996). *Introducción al conocimiento de materiales*. Madrid: Universidad de Educación a Distancia

Vivas, Yoel y Aguirre, Eduardo. *Completación de pozos*. Disponible: <http://www.monografias.com/trabajos17/completacion-pozos/completacion-pozos.shtml> [Consultada el 31 de agosto de 2005]

Abbas, Raafat y otros. *Soluciones a largo plazo para el aislamiento zonal*. Disponible: www.oilfield.slb.com/media/services/resources/oilfieldreview/spanish02/win02/p18_32.pdf [Consultada el 7 de julio de 2005]

www.ciencia-hoy.retina.ar/hoy83/cemento.htm [Consultada el 10 de julio de 2005]

The Boundary Element Method: Historical background. Disponible:
www.md.kth.se/~ulfs/Research/LIC/LIC1_B.pdf [Consultada el 17 de julio de 2005]

Cementing Solutions, Inc. *Long-Term Integrity of Deepwater Cement Systems Under Stress/Compaction Conditions.*

Disponible: www.mms.gov/tarprojects/426/Report%20AG%20_Report4_Final2.pdf
[Consultada el 5 de enero de 2006]

Deformación elástica de los compuestos de fibra larga

Disponible: www.tecnun.es/asignaturas/Matcomp/Transparencias/Cap04.pdf
[Consultada el 16 de mayo de 2006]

<http://www.integratedsoft.com/bem.asp> [Consultada el 19 de julio de 2005]