

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

“EVALUACIÓN DE MODELOS HOMOGÉNEOS, DE CORRELACIÓN Y MECANICISTAS EN LA PREDICCIÓN DE LA CAÍDA DE PRESIÓN DE FLUJO BIFÁSICO DE GAS Y DE LÍQUIDO EN TUBERÍAS VERTICALES”

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela

Por los bachilleres:
Cravino C., Annabella
Pérez B., Al D.

Para optar al Título de
Ingeniero Mecánico

Caracas, 2007

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

“EVALUACIÓN DE MODELOS HOMOGÉNEOS, DE CORRELACIÓN Y MECANICISTAS EN LA PREDICCIÓN DE LA CAÍDA DE PRESIÓN DE FLUJO BIFÁSICO DE GAS Y DE LÍQUIDO EN TUBERÍAS VERTICALES”

TUTOR ACADÉMICO: **Prof. García, Francisco.**

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela

Por los bachilleres:

Cravino C., Annabella

Pérez B., Al D.

Para optar al Título de
Ingeniero Mecánico

Caracas, 2007

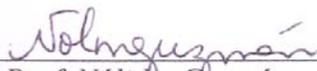
ACTA

Los abajo firmantes, Miembros del Jurado designado por el Consejo de Escuela de Ingeniería Mecánica, para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por los bachilleres: *Annabella Cravino C.* y *Al Dubán Pérez B.* y que lleva por título:

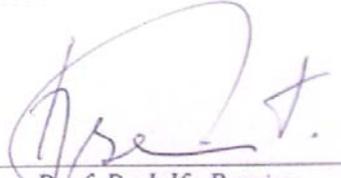
“EVALUACIÓN DE MODELOS HOMOGÉNEOS, DE CORRELACIÓN Y MECANICISTAS EN LA PREDICCIÓN DE LA CAÍDA DE PRESIÓN DE FLUJO BIFÁSICO DE GAS Y DE LÍQUIDO EN TUBERÍAS VERTICALES”

Consideran que el mismo cumple con los requisitos exigidos por el Plan de Estudios conducente al Título de Ingeniero Mecánico.

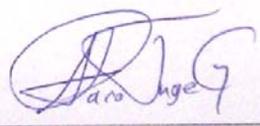
Acta que se firma en conformidad, en la Ciudad de Caracas, a los dieciocho días del mes de mayo del año dos mil siete.



Prof. Nólides Guzmán
Jurado



Prof. Rodolfo Berrios
Jurado



Prof. Francisco García
Tutor-Coordinador





Los suscritos, Miembros del Jurado Examinador designado por el Consejo de Escuela de Ingeniería Mecánica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela, para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por los bachilleres **ANNABELLA CRAVINO C.**, Cédula de Identidad N° V.- 16.814.641 y **AL DUBÁN PÉREZ B.**, Cédula de Identidad N° V.- 15.805.882, el cual lleva por título:

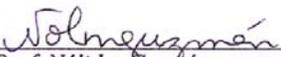
“EVALUACIÓN DE MODELOS HOMOGÉNEOS, DE CORRELACIÓN Y MECANICISTAS EN LA PREDICCIÓN DE LA CAÍDA DE PRESIÓN DE FLUJO BIFÁSICO DE GAS Y DE LÍQUIDO EN TUBERÍAS VERTICALES”

Decidimos otorgarle:

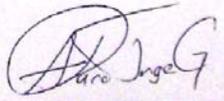
MENCIÓN HONORÍFICA

En reconocimiento al esfuerzo realizado y estímulo a la actividad creativa demostrada en el transcurso de la elaboración de este Trabajo Especial de Grado, el cual constituye un aporte importante en el área de flujo bifásico de gas y de líquido.

En fe de lo cual, se levanta la presente Acta en la ciudad de Caracas, a los dieciocho días del mes de mayo del año dos mil siete, dejando constancia que, de acuerdo a la normativa vigente, actuó como Coordinador del Jurado Examinador el Prof. Francisco García G.


Prof. Nólides Guzmán
Jurado


Prof. Rodolfo Berrios
Jurado


Prof. Francisco García
Tutor-Coordinador



DEDICATORIA

A mi familia y, sobretodo, a mi Mamá.

Annabella.

A mi familia, especialmente a mis abuelos y a mi hermana.

Al Dubán.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, agradecemos a Dios por darnos la salud, fortaleza y sabiduría necesaria para vencer este reto. A mi compañera, quien dió lo mejor de si para que juntos lográramos la meta; a mi compañero, porque con el aprendí el significado de trabajar en equipo y, juntos, caminar hacia un objetivo. Al profesor Francisco García, quien no sólo nos asesoró impecablemente sino que nos sirvió de ejemplo y motivación. A la familia Cravino, que con su hospitalidad y apoyo hicieron mucho más ligero este viaje. A Estefanía, a mi hermana, a mis abuelos, a mis amigos y a todos aquellos que de alguna forma estuvieron pendientes de como iba todo y que con al menos un comentario demostraron su interés; A mi papá, mi hermano, mi abuelita, mis tías y tíos, y Osmar, su presencia y aporte fue invaluable y, finalmete, a mis amigos por cada palabra de apoyo que me regalaron. A todos ellos y a quienes no nombramos, gracias totales.

También agradecemos a la Universidad Central de Venezuela y en particular a la Escuela de Ingeniería Mecánica, que nos permitieron iniciar nuestra vida profesional.

Al CDCH-UCV por el financiamiento otorgado a través de los proyectos PI 08-00-6245-2006 y PG 08-00-5653-2007.

Cravino C., Annabella y Pérez B., Al D.

EVALUACIÓN DE MODELOS HOMOGÉNEOS, DE CORRELACIÓN Y MECANICISTAS EN LA PREDICCIÓN DE LA CAÍDA DE PRESIÓN DE FLUJO BIFÁSICO DE GAS Y DE LÍQUIDO EN TUBERÍAS VERTICALES

Tutor Académico: Francisco García. Trabajo Especial de Grado. Caracas, UCV.
Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Mecánica. 2007. 223 pág.

Palabras Claves: Gradiente de Presión, Flujo Bifásico, Correlaciones Empíricas,
Modelos Mecanicistas, Modelos Homogéneos

El flujo bifásico se encuentra en múltiples aplicaciones de la ingeniería como por ejemplo la industria petrolera, en la cual crudo y gas natural fluyen verticalmente desde los yacimientos a la superficie. Surge entonces la necesidad de conocer la caída de presión a fin de dimensionar adecuadamente las redes de tuberías y diseñar equipos que operan con flujo bifásico. La predicción rigurosa de la caída de presión para este tipo de flujo representa un estudio muy complejo. El objetivo de este trabajo consistió en evaluar el desempeño de diferentes modelos homogéneos, de correlación y mecanicistas, propuestos en la literatura especializada, en la predicción de la caída de presión de flujo bifásico permanente de gas y líquido en tuberías verticales. Con este fin, se seleccionaron y programaron 30 procedimientos de cálculo: 4 modelos mecanicistas, 9 homogéneos y 17 correlaciones. Para evaluar el desempeño de los mismos se desarrolló una hoja de cálculo donde se compararon los resultados arrojados por ellos con una base de datos experimentales presentada en la literatura especializada. Esta comparación se hizo en base al error absoluto promedio. La base de datos incluyó 74 puntos experimentales para flujo vertical de aire-agua con un intervalo variado de condiciones de operación y propiedades del fluido para la cual incluye diversos patrones de flujo. En la evaluación 14 de los modelos estudiados presentaron errores porcentuales promedio por debajo de 30%.

ÍNDICE DE CONTENIDO

DEDICATORIA.....	V
AGRADECIMIENTOS	VI
ÍNDICE DE CONTENIDO	VIII
ÍNDICE DE FIGURAS.....	X
ÍNDICE DE TABLAS.....	XII
NOMENCLATURA, SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS.....	XIV
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I: PROBLEMA EN ESTUDIO	4
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	4
OBJETIVOS Y ALCANCES	6
METODOLOGÍA	7
CAPÍTULO II: REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.....	12
ASPECTOS FUNDAMENTALES	12
ANTECEDENTES.....	27
CAPÍTULO III: DESCRIPCIÓN DETALLADA DE MODELOS	28
MODELOS HOMOGÉNEOS	28
<i>Modelo Homogéneo de Mc Adams et al. (1942)</i>	28
<i>Correlación de Poettman y Carpenter (1952)</i>	29
<i>Modelo Homogéneo de Cicchitti et al. (1960)</i>	32
<i>Correlación de Baxendell y Thomas (1961)</i>	33
<i>Correlación de Fancher y Brown (1963)</i>	35
<i>Modelo Homogéneo de Wallis (1969)</i>	37
<i>Correlación de Oliemans (1976)</i>	38
<i>Correlación de Beattie y Whalley (1982)</i>	41
<i>Modelo Homogéneo de Ouyang (1997)</i>	43
MODELOS DE CORRELACIÓN	46
<i>Correlación de Lockhart y Martinelli (1949)</i>	47
<i>Correlación de Reid et al. (1957)</i>	52
<i>Correlación de Hoogendorn (1959)</i>	55
<i>Correlación de Griffith y Wallis (1961)</i>	58
<i>Correlación de Duns y Ros (1963)</i>	64
<i>Correlación de Dukler et al. (1964)</i>	74
<i>Correlación de Hagedorn y Brown (1965)</i>	78
<i>Correlación de Orkiszewski (1967)</i>	84
<i>Correlación Eaton et al. (1967)</i>	91
<i>Correlación de Aziz et al. (1972)</i>	95
<i>Correlación de Beggs y Brill (1973)</i>	100
<i>Correlación de Griffith et al. (1973)</i>	107
<i>Correlación de Chierici et al. (1974)</i>	112
<i>Correlación de Kadambi (1981)</i>	115
<i>Correlación de Müller y Heck (1986)</i>	118

<i>Correlación de Chen (2002)</i>	119
<i>Correlación Universal de García (2006)</i>	122
MODELOS MECANICISTAS	127
<i>Modelo de Taitel y Barnea (1990)</i>	127
<i>Modelo de Ansari et al (1994)</i>	132
<i>Modelo Mecanicista de Ouyang (1999)</i>	141
<i>Modelo de Gómez et al (2000)</i>	150
CAPÍTULO IV: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	159
RESULTADOS OBTENIDOS.....	159
<i>Base de Datos Experimentales</i>	159
<i>Evaluación del Desempeño de Modelos y Correlaciones en la Predicción del Gradiente de Presión</i>	160
SÍNTESIS Y CONCLUSIONES	177
RECOMENDACIONES.....	179
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	180
APÉNDICES.....	189
A-1: ECUACIONES DE AJUSTE DE DATOS EXPERIMENTALES	189
<i>Ecuaciones correspondientes a la correlación de Fancher y Brown (1963):</i>	192
<i>Ecuaciones correspondientes a la correlación de Lockhart y Martinelli (1949):</i>	193
<i>Ecuaciones correspondientes a la correlación de Hagedorn y Brown (1965):</i>	194
<i>Ecuaciones correspondientes a la correlación de Griffith y Wallis (1961):</i>	196
<i>Ecuaciones correspondientes a la correlación de Duns y Ros (1963):</i>	197
<i>Ecuaciones correspondientes a la correlación de Eaton et al.(1967):</i>	200
<i>Ecuaciones correspondientes a la correlación de Griffith et al. (1973):</i>	201
A-2: ECUACIONES COMPLEMENTARIAS DEL MODELO DE ANSARI ET AL. (1994).....	205
A-3: ECUACIONES COMPLEMENTARIAS DEL MODELO DE TAITEL Y BARNEA (1990):	
.....	214
A-4: ECUACIONES COMPLEMENTARIAS DEL MODELO MECANICISTA DE OUYANG	
(1999):	218
A-5: ECUACIONES COMPLEMENTARIAS DEL MODELO DE GÓMEZ ET AL. (2000):	222

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1: Área transversal de la tubería.	14
Fig. 2: Patrones de flujo en tuberías verticales.	19
Fig. 3: Correlación del factor de fricción, Poettman y Carpenter (1952).	31
Fig. 4: Correlación para el factor de fricción propuesta por Baxendell y Thomas (1961).	34
Fig. 5: Correlación para el factor de fricción propuesta por Fancher y Brown (1963).	36
Fig. 6: Curvas que relacionan ϕ_g, ϕ_l, R_l, R_g y X para todos los mecanismos de flujo, Lockhart Martinelli (1949).	49
Fig. 7: Correlación de Baker (1954).	53
Fig. 8: Correlación de Lockhart-Martinelli (1949)	54
Fig. 9: Correlación de Chenoweth-Martin (1955).	54
Fig. 10: Volumen de control del modelo de Griffith y Wallis (1961).	58
Fig. 11: Constante adimensional C_1 vs. Número de Reynolds de la burbuja, Griffith y Wallis (1961).	61
Fig. 12: Constante adimensional C_2 vs. Número de Reynolds de líquido para varios Reynolds de la burbuja, Griffith y Wallis (1961).	62
Fig. 13: Números de los regímenes de flujo, Duns y Ros (1963).	65
Fig. 14: Números de la velocidad de deslizamiento para burbuja, Duns y Ros (1963).	66
Fig. 15: Números de la velocidad de deslizamiento para tapón, Duns y Ros (1963).	67
Fig. 16: Correlación de fricción para burbuja, Duns y Ros (1963).	67
Fig. 17: Coeficiente de la viscosidad del líquido versus N_1 , según Hagendorn y Brown(1965).	79
Fig. 18: Factor de Holdup vs. C_2 , por Hagendorn y Brown (1965).	80
Fig. 19: ψ vs. C_3 , según Hagendorn y Brown (1965).	81
Fig. 20: Correlación para el factor de pérdida de energía de Eaton <i>et al.</i> (1967).	92
Fig. 21: Correlación para el Holdup propuesta por Eaton <i>et al.</i> (1967).	93
Fig. 22: Fracción Volumétrica de Líquido vs. Ángulo de inclinación, Beggs y Brill (1973).	102
Fig. 23: Patrones de flujo según Beggs y Brill, Beggs y Brill (1973).	102
Fig. 24: Factor de inclinación propuesto por Griffith <i>et al.</i> (1973).	108
Fig. 25: Factor de deslizamiento propuesto por Griffith <i>et al.</i> (1973).	109
Fig. 26: Factor multiplicador de la fricción propuesto por Griffith <i>et al.</i> (1973).	110
Fig. 27: Geometría de un tapón de líquido según Taitel y Barnea (1990).	128
Fig. 28: Mapa de patrones de flujo utilizado por Ansari <i>et al.</i> (1994).	132
Fig. 29: Esquema del flujo tapón desarrollado y en desarrollo, Ansari (1994).	134
Fig. 30: Esquema del Flujo Anular según Ouyang (1999).	142
Fig. 31: Esquema del Flujo Burbuja Dispersa según Ouyang (1999).	145
Fig. 32: Esquema del Flujo Intermitente según Ouyang (1999).	146

Fig. 33: Gradiente de presión calculado vs. experimental de los 10 modelos o correlaciones con mejor desempeño para toda la base de datos experimentales.	165
Fig. 34: Gradiente de presión calculado vs. experimental de los 10 modelos o correlaciones con mejor desempeño en flujo tipo tapón.	167
Fig. 35: Gradiente de presión calculado vs. experimental de los 10 modelos o correlaciones con mejor desempeño en flujo tipo espuma.....	169
Fig. 36: Gradiente de presión calculado vs. experimental de los 10 modelos o correlaciones con mejor desempeño en flujo tipo ondulado.	171
Fig. 37: Porcentaje de datos experimentales sobrepredichos y sobrepredicción porcentual promedio de los 10 modelos o correlaciones con mejor desempeño en flujo tipo tapón.	173
Fig. 38: Porcentaje de datos experimentales sobrepredichos y sobrepredicción porcentual promedio de los 10 modelos o correlaciones con mejor desempeño en flujo tipo espuma.	174
Fig. 39: Porcentaje de datos experimentales sobrepredichos y sobrepredicción porcentual promedio de los 10 modelos o correlaciones con mejor desempeño en flujo tipo ondulado.	175
Fig. 40: Comparación entre la curva original del factor K de Griffith <i>et al.</i> y la ecuación de ajuste, Griffith (1973).	190
Fig. 41: Comparación entre la curva original del factor L_2 de Duns y Ros y la ecuación de ajuste, Beggs y Brill (1988).	191

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Cc respecto al número de Reynolds para el líquido y el gas.	50
Tabla 2: Correlaciones recomendadas por Orkiszewski.	86
Tabla 3: Ecuaciones sugeridas por Orkiszewski para el cálculo del coeficiente de distribución del líquido.	88
Tabla 4: Valores de m respecto a Nv sugeridos por Aziz <i>et al.</i>	97
Tabla 5: Constantes de Beggs y Brill para el cálculo del Holdup ($\beta=0^\circ$).	104
Tabla 6: Constantes de Beggs y Brill para el cálculo de “C”	105
Tabla 7: Parámetros de la correlación mejorada para el cálculo del factor de fricción.	123
Tabla 8: Parámetros de las correlaciones universales de la fracción volumétrica de líquido con deslizamiento.	125
Tabla 9: Resumen de los datos experimentales de Govier y Leigh y Brown <i>et al.</i> ..	159
Tabla 10: Resumen de los parámetros estadísticos de la base de datos experimentales.	160
Tabla 11: Acrónimos de los 30 modelos o correlaciones.	161
Tabla 12: Comparación de la precisión de los 30 modelos o correlaciones de diferentes autores contra los 74 datos experimentales.	163
Tabla 13: Comparación de la precisión de los modelos o correlaciones contra los 33 datos experimentales que presentan patrón de flujo tapón (SL).	166
Tabla 14: Comparación de la precisión de los modelos o correlaciones contra los 28 datos experimentales que presentan patrón de flujo espuma (FR).	168
Tabla 15: Comparación de la precisión de los modelos o correlaciones contra los 11 datos experimentales que presentan patrón de flujo ondulado (RI).	170
Tabla 16: Comparación porcentual de la caída de presión por fricción, elevación y aceleración para cada modelo.	176
Tabla 17: Funciones de ajuste de datos experimentales de la correlación de Fancher y Brown (1963).	192
Tabla 18: Valores de los coeficientes de las funciones de ajuste de la correlación de Fancher y Brown (1963).	192
Tabla 19: Intervalos de aplicación de las ecuaciones de ajuste de la correlación de Fancher y Brown (1963).	193
Tabla 20: Funciones de ajuste de datos experimentales de la correlación de Lockhart y Martinelli (1949).	193
Tabla 21: Valores de los coeficientes de las funciones de ajuste de la correlación de Lockhart y Martinelli (1949).	193
Tabla 22: Intervalos de aplicación de las ecuaciones de ajuste de la correlación de Lockhart y Martinelli (1949).	194
Tabla 23: Funciones de ajuste de datos experimentales de la correlación de Hagedorn y Brown (1965).	194

Tabla 24: Valores de los coeficientes de las funciones de ajuste de la correlación de Hagedorn y Brown (1965).	195
Tabla 25: Intervalos de aplicación de las ecuaciones de ajuste de la correlación de Hagedorn y Brown (1965).	195
Tabla 26: Funciones de ajuste de datos experimentales de la correlación de Griffith y Wallis (1961).	196
Tabla 27: Valores de los coeficientes de las funciones de ajuste de la correlación de Griffith y Wallis (1961).	196
Tabla 28: Intervalos de aplicación de las ecuaciones de ajuste de la correlación de Griffith y Wallis (1961).	196
Tabla 29: Funciones de ajuste de datos experimentales de correlación de Duns y Ros (1963).	197
Tabla 30: Valores de los coeficientes de las funciones de ajuste de la correlación de Duns y Ros (1963).	198
Tabla 31: Intervalos de aplicación de las ecuaciones de ajuste de la correlación de Duns y Ros (1963).	199
Tabla 32: Funciones de ajuste de datos experimentales de la correlación de Eaton <i>et al.</i> (1967).	200
Tabla 33: Valores de los coeficientes de las funciones de ajuste de la correlación de Eaton <i>et al.</i> (1967).	200
Tabla 34: Intervalos de aplicación de las ecuaciones de ajuste de la correlación de Eaton <i>et al.</i> (1967).	200
Tabla 35: Funciones de ajuste de datos experimentales de la correlación de Griffith <i>et al.</i> (1973).	201
Tabla 36: Valores de los coeficientes de las funciones de ajuste de la correlación de Griffith <i>et al.</i> (1973).	202
Tabla 37: Intervalos de aplicación de las ecuaciones de ajuste de la correlación de Griffith <i>et al.</i> (1973).	204

NOMENCLATURA, SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS

Nomenclatura:

A:	Área de sección transversal de la tubería, factor de interpolación.
a:	Constante de Beggs y Brill.
$a_{1,2}$:	Parámetros de ajuste.
B:	Constante, parámetro de distribución, factor de interpolación.
B_d :	Parámetro de distribución.
b:	Constante de Beggs y Brill.
$b_{1,2}$:	Parámetros de ajuste.
Bo:	Número de Bond.
C:	Constante, factor de corrección.
c:	Constante de Beggs y Brill, parámetro de ajuste.
$C_{1,2}$:	Constante adimensional.
C_c :	Constante de Chisholm.
C_{nl} :	Coefficiente de la viscosidad del líquido.
C_o :	Factor de distribución.
C_w :	Constante que depende de las velocidades del flujo.
d:	Constante de Beggs y Brill, parámetro de ajuste, diámetro.
D_i :	Diámetro interno de la tubería.
D_{ef} :	Diámetro hidráulico efectivo.
dP/dz :	Gradiente de presión en la dirección z.
E:	Parámetros estadísticos.
e:	Constante de Beggs y Brill.
E_k :	Término de aceleración.
f:	Constante de Beggs y Brill.
f :	Factor de fricción de Moody.

f_f :	Factor de fricción de Fanning.
f_i :	Factor de fricción de Fanning en la interfase.
f_1 :	Factor de fricción de Moody para flujo monofásico de líquido.
f_2 :	Correlación de fricción para burbuja.
f_3 :	Factor de corrección.
F_e :	Fracción de líquido presente en el núcleo
Fr :	Número de Froude.
$F_{1,2,3,4}$:	Números de la velocidad del deslizamiento para burbuja.
$F_{5,6,7}$:	Números de la velocidad del deslizamiento para tapón.
$F_{3,6}'$:	Factores de corrección.
$F_{1,2}$:	Leyes de potencia (CGA).
g :	Aceleración de la gravedad.
g :	Constante de Beggs y Brill.
g_c :	Constante gravitacional de proporcionalidad ($32,174 \frac{lbm \cdot ft}{lbf \cdot s^2}$)
G :	Flujo másico por unidad de área.
H :	Fracción volumétrica con deslizamiento.
H_f :	Fracción volumétrica de líquido con deslizamiento corregida.
H_{ff} :	Fracción volumétrica de líquido.
h_f :	Espesor de la película de líquido.
$H_l(0)$:	Fracción volumétrica de líquido para flujo horizontal.
I :	Factor de corrección interfacial.
K :	Relación de las fracciones volumétricas con y sin deslizamiento.
K_2 :	Factor de inclinación.
L :	Longitud, factores adimensionales de frontera entre patrones de flujo.
$L_{1,2}$:	Número de régimen de flujo.
L_1 :	Frontera entre distribuido y segregado (CBB).
L_2 :	Frontera entre transición y segregado (CBB).
L_3 :	Frontera entre transición e intermitente (CBB).
L_4 :	Frontera entre distribuido e intermitente (CBB).

L_a :	Frontera de patrón de flujo.
L_b :	Frontera entre flujo burbuja y tapón, longitud para la burbuja.
L_m :	Frontera entre flujo transitorio y anular.
L_s :	Frontera entre flujo tapón y transitorio, longitud del tapón.
M:	Peso molecular.
m :	Factor adimensional.
\dot{m} :	Flujo másico.
n :	Número de experimentos.
N_d :	Número del diámetro.
N_e :	Factor adimensional.
N_{gv} :	Número de la velocidad del gas.
$N_{gv'}$:	Número de la velocidad del gas de Griffith <i>et al.</i>
N_l :	Número de la viscosidad del líquido.
N_{lv} :	Número de la velocidad del líquido.
$N_{lv'}$:	Número de la velocidad del líquido de Griffith <i>et al.</i>
N_v :	Factor adimensional.
$N_{x,y}$:	Factor de régimen de flujo.
N_μ :	Número adimensional dependiente de la viscosidad del líquido.
$N_{1,2,3}$:	Fronteras de flujo.
P:	Presión.
Q:	Flujo volumétrico.
q_l :	Tasa volumétrica radial por longitud de tubería.
\bar{R} :	Constante universal de los gases ($8,314472 J/mol K$).
R:	Fracción volumétrica para Lockhart y Martinelli.
R_f :	Relación de los factores de fricción bifásico y sin deslizamiento.
Re:	Número de Reynolds.
Rel:	Relación entre la longitud de la unidad de tapón y la correspondiente a la burbuja de Taylor.

R_f :	Relación de los factores de densidad por el multiplicador de fricción.
R_v :	Factor de deslizamiento.
S:	Perímetro.
s :	Parámetro usado para el cálculo de la relación de factores de fricción.
S_a :	Velocidad del deslizamiento adimensional.
T:	Temperatura.
t:	Parámetro de ajuste.
T_1 :	Factor dependiente del influjo o del reflujo.
U:	Velocidad.
U_{bf} :	Velocidad de ascenso de la burbuja alongada.
U_{bs} :	Velocidad de ascenso de la burbuja alongada en una columna estacionaria de líquido.
U_o :	Velocidad de deslizamiento de las burbujas.
U_s :	Velocidad del deslizamiento.
U_{sc} :	Velocidad superficial en el núcleo de gas.
U_t :	Velocidad traslacional de las burbujas alongadas.
v :	Velocidad relativa.
V_b :	Volumen de la burbuja.
w :	Tasa de flujo de masa total.
We :	Número de Weber.
x :	Fracción de flujo de masa de gas.
X_M :	Factor de Lockhart y Martinelli.
X_{Mll} :	Factor de Lockhart y Martinelli para flujo laminar-laminar.
X_{Mtt} :	Factor de Lockhart y Martinelli para flujo turbulento-turbulento.
Y_M :	Factor de Lockhart y Martinelli.
Y:	Factor de proporcionalidad.
y:	Factor de cálculo.
Z:	Factor de correlación.

Símbolos griegos:

- α : Fracción de gas.
- β : Ángulo de inclinación de la tubería con respecto a la horizontal, diferencia entre las fracciones volumétricas de líquido con y sin deslizamiento.
- β_{aE} : Coeficiente de expansión.
- δ : Coeficiente de distribución del líquido, espesor de la película de líquido, coeficiente de correlación.
- Δ : Variación o diferencia.
- Δt : Período de una burbuja.
- ε : Rugosidad total, tasa de disipación de energía por unidad de masa.
- ξ : Variación entre el valor calculado y el experimental.
- φ : Error relativo porcentual, factor adimensional.
- ϕ : Parámetro adimensional de presión.
- μ : Viscosidad dinámica.
- λ : Fracción volumétrica de gas o líquido sin deslizamiento.
- π : Número pi.
- ρ : Densidad.
- ρ' : Densidad modificada.
- ρ_a : Densidad promedio.
- Ω : Factor de corrección.
- σ : Tensión superficial.
- τ : Esfuerzo de corte.
- τ' : Esfuerzo de corte que existiría si la tubería estuviera llena de líquido.
- ν : Volumen específico.
- ψ : Factor de corrección.

Subíndices y superíndices:

- a:* Debido a la aceleración.
- c:* En el núcleo.
- calc:* Calculado.
- CB:* Criterio de “creaming” de la burbuja.
- CD:* Crítico para evitar aglomeración y coalescencia.
- b:* Burbuja.
- exp:* Experimental.
- f:* Película de líquido, debido a la fricción.
- g:* Gas, debido al cambio de energía potencial.
- gls:* De gas en el tapón de líquido.
- gdb:* De las burbujas dispersas en el tapón de líquido.
- h:* Hidráulico.
- hom:* Homogéneo.
- i:* Contador, interno, interfase.
- l:* Líquido.
- lls:* De líquido en el tapón.
- ltb:* Del líquido en la burbuja de Taylor.
- lu:* De líquido en la unidad de tapón.
- m:* De la mezcla.
- máx:* Máximo.
- min:* Mínimo.
- n:* Sin deslizamiento.
- o:* De ascenso libre.
- o ∞ :* De ascenso de la burbuja.
- s:* Relativo al tapón.
- sg:* Superficial del gas.
- sc:* Superficial en el núcleo.

sl: Superficial del líquido.
t: Traslacional.
tot: Total.
tb: En la burbuja de Taylor.
tp: Bifásico, de las dos fases.
u: Unidad de tapón.
w: En la pared.

Abreviaturas:

AN: Flujo anular.
BB: Flujo burbuja.
DB: Flujo burbuja dispersa.
FP: Patrón de flujo.
FR: Flujo espuma.
RP: Flujo ondulado.
SL: Flujo tapón.

INTRODUCCIÓN

El estudio del flujo simultáneo de gas y de líquido a través de un conducto, es una de las combinaciones de flujo bifásico más complejas que existen. Esto es debido esencialmente a la gran diversidad de configuraciones relacionadas con la distribución espacial de ambas fases en la tubería y a la compresibilidad de la fase gaseosa. Estas configuraciones espaciales son conocidas como patrones de flujo.

Durante los últimos 30 años, se han realizado un gran número de investigaciones en el campo del flujo bifásico motivadas principalmente por la necesidad de tener diseños confiables. Por consiguiente, es indispensable determinar parámetros, tales como el gradiente de presión, la fracción volumétrica de líquido con deslizamiento “liquid holdup” y el patrón de flujo existente durante el flujo bifásico de gas y líquido en tuberías, a fin de diseñar correctamente los equipos que operen con este flujo.

El flujo bifásico está presente en muchas industrias, pero particularmente en la petrolera, el flujo de dos fases es encontrado a lo largo de un sistema de producción en las múltiples combinaciones de agua, hidrocarburo y gas natural. Estas múltiples combinaciones crean dificultades que sólo se ven en esta industria. El reto asociado en investigación y desarrollo en la industria petrolera es optimizar el diseño de los diferentes componentes del sistema de producción para reducir significativamente los costos relacionados a la construcción y operación de los mismos.

En la actualidad, no es posible obtener rigurosamente la solución de sistemas de ecuaciones de flujo de dos fases. Esto se debe a la gran cantidad de variables relacionadas con el flujo bifásico y a la complejidad de los fenómenos físicos asociados a este tipo de flujo. Con el fin de resolver los problemas relacionados al

flujo bifásico, se han desarrollado modelos simplificados, tales como los modelos homogéneos, las correlaciones empíricas y los modelos mecanicistas, entre otros.

En el modelo de flujo homogéneo, el flujo bifásico es supuesto como un fluido pseudo homogéneo con una velocidad y propiedades físicas promedio de la mezcla. Entre estos modelos se cuenta el denominado modelo de flujo homogéneo de Wallis (1969).

Las correlaciones empíricas, han sido la herramienta de uso común en la solución de problemas asociados al flujo bifásico. Estas correlaciones ofrecen un método eficaz para evaluar características asociadas con este flujo; tanto es así que muchas de ellas fueron desarrolladas en la década de los años 40 y todavía son una herramienta de cálculo usada en la industria petrolera mundial, incluso en modernos paquetes de computación. Ejemplo de este tipo de correlaciones son las de Lockhart y Martinelli (1949), Dukler *et al.* (1964) y Beggs y Brill (1973), entre otras.

Los modelos mecanicistas, por su parte, intentan modelar matemáticamente la física del fenómeno en estudio aplicando principios fundamentales, como el de conservación de la masa, de cantidad de movimiento lineal y de energía, a volúmenes de control que por lo general se consideran promedios espaciales y temporales de las propiedades y velocidades de los fluidos. Entre estos modelos se destacan los desarrollados por Ansari *et al.* (1994) y Gómez *et al.* (2000).

En el presente trabajo de investigación se evaluará el desempeño de diversos modelos homogéneos, de correlación y mecanicistas, en la predicción del gradiente de presión de flujo bifásico de gas y de líquido en tuberías verticales.

Este trabajo especial de grado está formado por 4 capítulos. En el capítulo I, se presenta el planteamiento del problema, los objetivos y alcances de este estudio así como la metodología utilizada.

En el capítulo II, se presentan los aspectos fundamentales del flujo bifásico y se muestra una amplia revisión bibliográfica, que incluye a los principales modelos para evaluar el gradiente de presión de flujo bifásico, presentes en la literatura especializada.

Una descripción detallada de cada uno de los modelos seleccionados para constituir este trabajo es presentada en el capítulo III. Organizados por tipos de modelos y por año de publicación, se presenta uno a uno el resumen de los aspectos importantes y el procedimiento de cálculo utilizado por todos los modelos.

Los resultados obtenidos se muestran en el capítulo IV. Primero se encuentra un resumen de las características de la base de datos y luego se presenta la evaluación del desempeño de los modelos y correlaciones en la predicción del gradiente de presión.

CAPÍTULO I: PROBLEMA EN ESTUDIO

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El flujo bifásico se encuentra frecuentemente en muchas aplicaciones de la ingeniería, como por ejemplo la industria petrolera, química y nuclear. Específicamente en la industria petrolera, el crudo combinado con gas natural fluye verticalmente desde los yacimientos y a través de redes de tuberías, las cuales pueden ser muy largas y tener cualquier inclinación, lo que hace necesario un dimensionamiento adecuado de las mismas para reducir la caída de presión en el flujo.

Por consiguiente, la predicción exacta de la pérdida de presión en tuberías verticales es importante. Es por ello que, desde mediados del siglo pasado, muchos autores alrededor del mundo han desarrollado diversos métodos para el cálculo de la pérdida de presión de flujo bifásico en tuberías verticales. Sin embargo, debido a las complejas características del mencionado flujo, no todos los modelos propuestos por los investigadores arrojan buenos resultados.

Los primeros modelos para el cálculo de flujo vertical de dos fases surgieron alrededor de 1950 y se distinguen por haber sido desarrollados de manera muy limitada, es decir, se restringían a ciertos diámetros de tubería y a ciertos intervalos de las propiedades de los fluidos, tales como la densidad o la viscosidad. En general, estos modelos se caracterizan por asumir que el flujo es casi homogéneo y, por tanto, se le asignan propiedades promedio a la mezcla.

Luego de la aparición de los métodos homogéneos, el estudio del flujo bifásico evolucionó significativamente entre los años 60,70 y mediados de los 80. Se comenzó a considerar la mezcla como no homogénea y se reconoció que existe una diferencia apreciable entre las velocidades de las fases. Estas últimas son las características esenciales de las denominadas correlaciones empíricas generalizadas o modelos de correlación como también se les conoce (Alarcón, 1998).

A finales de los 80 y en la década de los 90, para el modelado del flujo multifásico, se desarrollaron los denominados modelos mecanicistas. Los métodos que se definen dentro de este enfoque se caracterizan por tratar de reproducir los complicados mecanismos de flujo en función del patrón de flujo presente en el sitio. Asimismo, también se distinguen por su elevada complejidad matemática.

En la actualidad, la industria petrolera mundial utiliza ampliamente los modelos de correlación y en menor grado, pero ganando popularidad, los métodos mecanicistas. También son utilizados los modelos homogéneos en algunas aplicaciones particulares (Alarcón, 1998). Por lo tanto, se hace necesario un criterio que indique bajo qué condiciones o características del flujo es conveniente utilizar algún tipo de modelo, específicamente en el caso del flujo bifásico, vertical y ascendente. Algunos estudios similares a éste, pero enfocados al flujo horizontal, han demostrado que ciertos modelos mecanicistas presentan errores porcentuales absolutos promedio muy elevados (en algunos casos superiores al 100%) en situaciones donde métodos homogéneos tienen una precisión bastante buena.

En virtud de lo antecedente, en este trabajo se proponer evaluar el desempeño de diferentes modelos presentes en la literatura para determinar la caída de presión en flujo bifásico de gas y de líquido en tuberías verticales frente a unos datos experimentales distintos a los cuales fueron desarrollados y/o evaluados.

OBJETIVOS Y ALCANCES

1. GENERAL

Evaluar el desempeño de diferentes modelos homogéneos, de correlación y mecanicistas, propuestos en la literatura especializada, en la predicción de la caída de presión de flujo bifásico permanente de gas y líquido en tuberías verticales.

2. ESPECÍFICOS

Identificar y seleccionar los modelos de predicción de gradiente de presión de flujo bifásico permanente de gas y líquido en tuberías verticales, disponibles en la literatura especializada.

Desarrollar los algoritmos de cálculo para implementar los modelos de gradiente de presión seleccionados.

Codificar los algoritmos desarrollados utilizando algún lenguaje de programación estandarizado, como Delphi, Pascal, Visual Basic, Fortran o a través de una hoja de cálculo.

Determinar el gradiente de presión para los diferentes modelos seleccionados utilizando las condiciones de operación de los datos experimentales disponibles.

Evaluar el desempeño de cada uno de los modelos según la precisión de los resultados obtenidos para toda la base de datos.

Evaluar el desempeño de cada uno de los modelos según la precisión de los resultados obtenidos discriminando los datos por patrón de flujo.

METODOLOGÍA

En cuanto a la metodología con la que se desarrolló el presente trabajo, se puede decir que en la misma se distinguen dos grandes aspectos: el primero corresponde a la fase previa a la comparación, mientras que el segundo se refiere a la comparación e interpretación de los resultados obtenidos.

En primera instancia, se realizó una investigación exhaustiva en la bibliografía especializada con la finalidad de seleccionar las publicaciones que se referían al cálculo de la caída de presión de flujo bifásico de gas y líquido en tuberías verticales. Para esto se examinó la bibliografía disponible y se revisaron minuciosamente diversos portales de Internet especializados en la materia, de los cuales se pudieron descargar las publicaciones originales de los diversos autores, cuyos trabajos fueron seleccionados para componer este trabajo. Como criterios de selección se tomaron la frecuencia de aparición en las publicaciones, disponibilidad de la información y singularidad del enfoque aplicado, entre otras.

Una vez recopilada la información necesaria, se procedió a la elaboración de los algoritmos de cálculo de los modelos, cuidando que cada uno de los mismos representara fielmente la propuesta de su autor. Es importante destacar que aquellos modelos que durante su ejecución requirieran del uso de una gráfica, la misma fue digitalizada con el uso de un programa y luego los datos fueron ajustados a una curva mediante el empleo de un programa de ajustes de curvas. Para asegurar que las curvas obtenidas con este procedimiento representaran fielmente las gráficas del modelo se calcularon los errores porcentuales absoluto promedio, mínimo y máximo (entre el valor leído de la gráfica con el programa de digitalización y el valor arrojado por la curva de ajuste), con lo cual se estableció como criterio utilizar curvas de ajuste cuyo error porcentual absoluto promedio fuera igual o menor al 5%.

Además, se definió un intervalo de aplicación para cada una de las curvas obtenidas con este método, de tal manera que para valores de la variable independiente que se encuentren dentro del intervalo de aplicación de una determinada ecuación, el error en el cálculo de la variable dependiente fue en promedio menor o igual al 5%. Todas las curvas de ajuste que se desarrollaron durante este trabajo, sus respectivos errores e intervalos de aplicación se encuentran en el apéndice A-1.

Luego de esto, dichos algoritmos fueron traducidos al programa Microsoft® Visual Basic de manera que pudieran acoplarse a una hoja de cálculo de Microsoft Excel en la cual se introduce toda los datos experimentales. Para concluir esta primera etapa, se realizó una validación manual de los resultados obtenidos al ejecutar cada uno de los programas cuando se les introducían datos de prueba, esto a fin de verificar que en efecto el código escrito ejecutara el algoritmo correctamente.

En segundo lugar, se ejecutaron todos los programas frente a la misma base de datos, la cual está compuesta en total por 74 datos experimentales, publicados por Govier y Leigh (1958) y por Brown *et al.* (1960). Estos datos fueron obtenidos utilizando mezclas de aire y agua, flujo ascendente, en tuberías lisas de diversos diámetros y con orientación vertical. Luego de esto, se procedió a la comparación entre el gradiente de presión experimental y el reportado por cada uno de los modelos. Dicha comparación se realizó mediante el cálculo de 8 parámetros estadísticos utilizados frecuentemente (Gregory y Fogarasi, 1985; Xiao *et al.*, 1990). Estos parámetros estadísticos se definen como:

El error porcentual promedio:

$$E_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varphi_i \quad \text{Ec. 1}$$

El error porcentual absoluto promedio:

$$E_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\varphi_i| \quad \text{Ec. 2}$$

La desviación estándar del error porcentual promedio:

$$E_3 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\varphi_i - E_1)^2} \quad \text{Ec. 3}$$

La desviación estándar del valor calculado menos el valor experimental dividido entre el valor experimental o la raíz cuadrada del promedio del error porcentual al cuadrado (root mean square percent error):

$$E_4 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\varphi_i)^2} \quad \text{Ec. 4}$$

El error promedio:

$$E_5 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i \quad \text{Ec. 5}$$

El error absoluto promedio:

$$E_6 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\xi_i| \quad \text{Ec. 6}$$

La desviación estándar del error promedio:

$$E_7 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\xi_i - E_5)^2} \quad \text{Ec. 7}$$

Y finalmente, la desviación estándar del valor calculado menos el valor experimental o la raíz cuadrada del promedio del error al cuadrado (root mean square error):

$$E_8 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\xi_i)^2} \quad \text{Ec. 8}$$

Siendo: $\varphi_i = \left(\frac{\Delta P_{calc} - \Delta P_{exp}}{\Delta P_{exp}} \right) \cdot 100$, $\xi_i = \Delta P_{calc} - \Delta P_{exp}$ y n el número de datos

experimentales.

El error porcentual promedio E_1 , es una medida de la concordancia entre los valores calculados y experimentales. Este indica en promedio, el grado de sobrepredicción (valores positivos) o subpredicción de los valores calculados con respecto a los experimentales. Similarmente, el error porcentual absoluto promedio E_2 , es una medida de la concordancia entre los valores calculados y experimentales. Sin embargo, los errores positivos y negativos no se cancelan entre sí. Por esta razón, el error porcentual absoluto promedio es considerado un parámetro clave para evaluar la capacidad de predicción de un conjunto de modelos y correlaciones. La desviación estándar del error porcentual promedio E_3 , indica el grado de dispersión de los errores con respecto al promedio. La raíz cuadrada del promedio del error porcentual al cuadrado (root mean square percent error) E_4 , indica el grado de dispersión entre los valores calculados y los valores experimentales. Los parámetros estadísticos E_5 ,

E_6 , E_7 y E_8 son similares a E_1 , E_2 , E_3 y E_4 pero están basados en el error absoluto (García, 2004).

CAPÍTULO II: REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

ASPECTOS FUNDAMENTALES

El flujo bifásico se refiere al flujo (horizontal, inclinado o vertical) simultáneo de gas-líquido, gas-sólido, líquido-sólido e incluso dos líquidos inmiscibles. Se puede afirmar que la combinación gas-líquido es la más compleja, debido a que una de las fases es compresible y la interfase es deformable.

El flujo bifásico se encuentra frecuentemente en muchas aplicaciones de la ingeniería, como por ejemplo la industria petrolera, química y nuclear.

El conjunto de condiciones de flujo típicamente conocidas incluye tasas de flujo volumétrico, temperatura y presión de operación, propiedades físicas de los fluidos y diámetro, rugosidad e inclinación de la tubería. Esta información es suficiente para predecir el comportamiento del flujo monofásico, sin embargo, para el caso del flujo bifásico se requiere adicionalmente de otros datos, como patrones de flujo y deslizamiento y la velocidad relativa entre las fases. A continuación se nombran las variables comúnmente utilizadas para el estudio del flujo bifásico:

Tasa de flujo másico [M/T]:

$$\dot{m} = \dot{m}_l + \dot{m}_g \quad \text{Ec. 9}$$

Donde:

\dot{m} : tasa de flujo másico total

\dot{m}_l : tasa de flujo másico de líquido

\dot{m}_g : tasa de flujo másico de gas

- Tasa de flujo volumétrico [L^3/T]:

$$Q = Q_l + Q_g = U_{sl}A + U_{sg}A \quad \text{Ec. 10}$$

Siendo:

Q: tasa de flujo volumétrico total

Q_l : tasa de flujo volumétrico de líquido

Q_g : tasa de flujo volumétrico de gas

- Velocidad de las fases [L/T]:

De la fase líquida:

$$U_l = \frac{Q_l}{A_l} \quad \text{Ec. 11}$$

De la fase gaseosa:

$$U_g = \frac{Q_g}{A_g} \quad \text{Ec. 12}$$

Donde, en referencia a la Fig. 1:

A_l : área transversal ocupada por el líquido

A_g : área transversal ocupada por el gas

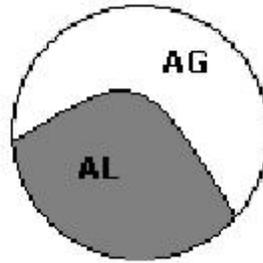


Fig. 1: Área transversal de la tubería.

- Velocidad superficial de las fases [L/T]:

De la fase líquida:

$$U_{sl} = \frac{Q_l}{A} \quad \text{Ec. 13}$$

De la fase gaseosa:

$$U_{sg} = \frac{Q_g}{A} \quad \text{Ec. 14}$$

- Velocidad de la mezcla [L/T]:

$$U_m = U_{sl} + U_{sg} \quad \text{Ec. 15}$$

- Fracción de líquido con deslizamiento o fracción de líquido (Liquid Holdup):

$$H_l = \frac{A_l}{A} \quad \text{Ec. 16}$$

- Fracción volumétrica de líquido sin deslizamiento ($U_l = U_g$):

$$\lambda_l = \frac{A_l}{A} = \frac{A_l}{A_l + A_g} = \frac{\frac{Q_l}{U_l}}{\frac{Q_l}{U_l} + \frac{Q_g}{U_g}} = \frac{Q_l}{Q_l + Q_g} = \frac{U_{sl}}{U_{sl} + U_{sg}} = \frac{U_{sl}}{U_m} \quad \text{Ec. 17}$$

- Fracción de gas o de vacío (void fraction):

Con deslizamiento entre las fases:

$$\alpha_g = \frac{A_g}{A} = 1 - H_l \quad \text{Ec. 18}$$

Sin deslizamiento entre las fases:

$$\alpha_g = \frac{A_g}{A} = 1 - \lambda_l \quad \text{Ec. 19}$$

- Flujo másico por unidad de área [M/L^2T]:

De líquido:

$$G_l = \frac{\dot{m}_l}{A} = \rho_l U_{sl} \quad \text{Ec. 20}$$

De gas:

$$G_g = \frac{\dot{m}_g}{A} = \rho_g U_{sg} \quad \text{Ec. 21}$$

Total:

$$G_{tot} = \frac{\dot{m}_l + \dot{m}_g}{A} \quad \text{Ec. 22}$$

- Factor de fricción para flujo laminar:

$$f = \frac{64}{\text{Re}} \quad \text{Ec. 23}$$

- Factor de fricción para flujo turbulento (Zigrang y Silvester, 1985):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{\varepsilon/D_i}{3,7} - \frac{4,518}{\text{Re}} \log \left[\frac{6,9}{\text{Re}} + \left[\frac{\varepsilon/D_i}{3,7} \right]^{1,11} \right] \right] \quad \text{Ec. 24}$$

- Número de Reynolds del líquido, para un conjunto consistente de unidades:

$$\text{Re}_l = \frac{\rho_l D_i U_{sl}}{\mu_l} \quad \text{Ec. 25}$$

- Número de Reynolds del gas, igualmente para un mismo conjunto de unidades:

$$\text{Re}_g = \frac{\rho_g D_i U_{sg}}{\mu_g} \quad \text{Ec. 26}$$

- Número de Reynolds de mezcla, igualmente para un mismo conjunto de unidades:

$$\text{Re}_m = \frac{\rho_m D_i U_m}{\mu_m} \quad \text{Ec. 27}$$

La principal diferencia entre el flujo monofásico y el bifásico radica en que el primero está distribuido uniformemente en la tubería, mientras que la distribución de las fases en el interior de la tubería del segundo puede tomar una amplia variedad de configuraciones, conocidas como patrones de flujo, según la topografía de la interfase. En la actualidad no se conoce un método satisfactorio capaz de predecir patrones de flujo correspondiente a determinadas condiciones locales de flujo. Por esto cada patrón de flujo tiene un nombre, el cual es subjetivo y depende del investigador.

Para la predicción del patrón de flujo se han desarrollado mapas, como el presentado por Duns y Ros (1963) y otros, en los cuales se presentan los patrones como áreas del gráfico. Estos gráficos se construyeron empíricamente, por lo que es limitada la aplicabilidad y exactitud, sobre todo en la transición de un patrón a otro. En vista de esto, se tiende a evaluar los mecanismos de transición de flujo entre patrones para desarrollar un método general y exacto. Los modelos de predicción de patrón de flujo que se utilizan comúnmente son los propuestos por Taitel *et al.* (1980) y, en algunos casos, se incluyen las modificaciones realizadas por Barnea (1987). Estos presentaron un enfoque mecanicista para predecir las condiciones de transición entre los patrones de flujo.

Shoham (2001) presentó una descripción de los patrones de flujo existentes en tubería vertical para flujo ascendente:

- Flujo Burbuja: A bajas tasas de líquido la fase gaseosa puede encontrarse como pequeñas burbujas en el líquido, distribuidas uniformemente en la sección transversal. Existe deslizamiento entre las fases.
- Flujo Burbuja Dispersa: A altas tasas de líquido, las burbujas mencionadas anteriormente viajan a la misma velocidad del líquido, por lo que no hay deslizamiento.
- Flujo Tapón: En este tipo de flujo el gas se concentra en una gran burbuja conocida como Burbuja de Taylor, la cual tiene casi el mismo diámetro de la tubería. Entre una burbuja y la siguiente se forma un tapón de líquido. La película de líquido que se encuentra entre la burbuja y la pared de la tubería penetra el tapón formando burbujas en el mismo.
- Flujo Desordenado: Es similar al flujo tapón, pero más desordenado, de hecho la frontera entre las fases no está definida. Se caracteriza por su movimiento oscilatorio. Ocurre a altas tasas de gas. Siendo el flujo caótico se puede formar una mezcla espumosa que contiene burbujas alargadas; este caso se conoce como flujo tipo Espuma. Al aumentar la velocidad del gas se forman movimientos ondulatorios en la parte posterior de las burbujas, régimen denominado tipo Ondulado. Si se sigue incrementando la velocidad del gas el patrón de flujo cambia a anular.
- Flujo Anular: A altas tasas de gas se puede formar una película de líquido ascendente en la pared de la tubería con gas fluyendo en la parte interior, arrastrando el líquido. Los esfuerzos que se producen en la interfase son muy elevados.

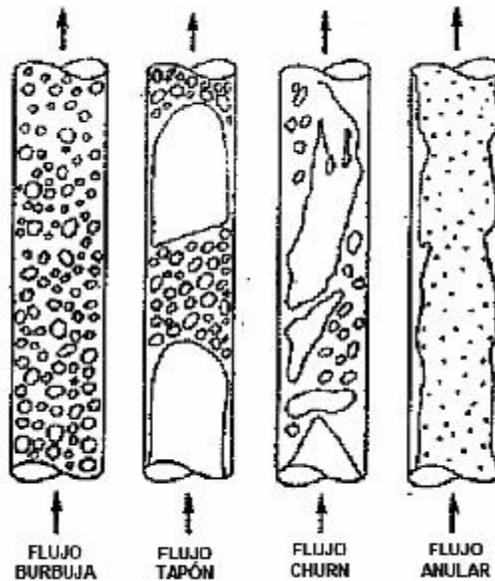


Fig. 2: Patrones de flujo en tuberías verticales.

A partir de los años 50 se desarrollaron métodos de cálculo de $(dP/dz)_{tot}$ para flujo vertical, los cuales se conocen como modelos homogéneos. Luego, desde los 60, se aplicaron los modelos de correlación, los cuales evolucionaron enormemente hasta llegar a los modelos mecanicistas.

Modelos Homogéneos

La mayoría de estos modelos consideran el flujo como una mezcla homogénea en donde las fases se mueven a la misma velocidad a través de tuberías de diámetros específicos, por tanto no consideran la presencia de patrones de flujo. Algunos si toman en cuenta el deslizamiento entre las fases; por consiguiente, estos modelos proponen una correlación para determinar la fracción de líquido con deslizamiento.

Se consideran modelos homogéneos los modelos de Poettmann y Carpenter (1952), Baxandell y Thomas (1961), Fancher y Brown (1963), Wallis (1969), Beattie y Whalley (1982) y Cicchitti *et al.* (1960), entre otros.

En los modelos de flujo homogéneo la caída de presión en tuberías verticales para flujo bifásico se puede expresar como:

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{tot} = \left(\frac{dP}{dz}\right)_f + \left(\frac{dP}{dz}\right)_a + \left(\frac{dP}{dz}\right)_g \quad \text{Ec. 28}$$

Donde la primera, $(dP/dz)_f$, es la componente debida a la fricción entre el fluido y las paredes de la tubería; la segunda, $(dP/dz)_a$, es la componente debida al cambio de energía cinética y, finalmente, la tercera, $(dP/dz)_g$, es la debida al cambio de energía potencial.

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{tot} = \frac{f \cdot \rho_m \cdot U_m^2}{2 \cdot D_i} + \rho_m \cdot U_m \frac{dU_m}{dL} + g \rho_m \cdot \sin \beta \quad \text{Ec. 29}$$

Donde la ecuación utilizada para el cálculo de la densidad de la mezcla varía según el autor, así como también el cálculo de la viscosidad de mezcla. En general, estas serán definidas como se expresa a continuación, a menos que el autor en estudio proponga un método diferente:

Con deslizamiento:

$$\rho_m = \rho_l \cdot H_l + \rho_g \cdot (1 - H_l) \quad \text{Ec. 30}$$

$$\mu_m = \mu_l \cdot H_l + \mu_g \cdot (1 - H_l) \quad \text{Ec. 31}$$

Sin deslizamiento:

$$\rho_m = \rho_l \cdot \lambda_l + \rho_g \cdot (1 - \lambda_l) \quad \text{Ec. 32}$$

$$\mu_m = \mu_l \lambda_l + \mu_g (1 - \lambda_l) \quad \text{Ec. 33}$$

Modelos de Correlación

Los modelos de correlación son aquellos en los que sus autores proponen una serie de ajustes de datos experimentales para correlacionar una variable determinada. Estas correlaciones pueden considerar tanto el deslizamiento como la existencia de patrones de flujo; por tanto, requieren de métodos para determinar el patrón de flujo presente. Una vez que se ha determinado el patrón de flujo correspondiente a unas condiciones dadas, se determina la correlación apropiada para el cálculo del factor de fricción como el holdup, las cuales, generalmente, son distintas dependiendo del patrón.

Entre los modelos de correlación se encuentran: Lockhart y Martinelli (1949), Reid *et al.* (1957), Hoogendorn (1959), Duns y Ros (1963), Dukler *et al.* (1964), Hagedorn y Brown (1965), Orkiszewski (1967), Aziz y Govier (1972), Beggs y Brill (1973), Chierici *et al.* (1974), Müller y Hech (1986).

Modelos Mecanicistas

Los modelos mecanicistas son aquellos en los que sus autores presentan un análisis bastante minucioso de las variables que supuestamente influyen en el flujo bifásico y simulan los mecanismos de flujo en función del patrón existente. Estos modelos están basados en leyes fundamentales y generalmente buscan ser aplicables en cualquier patrón de flujo, diámetro de tubería y condiciones de la mezcla bifásica.

Algunos modelos mecanicistas son: Taitel *et al.* (1980), Barnea (1987), Hasan y Kabir (1988), Ansari *et al.* (1994), Fernandes *et al.* (1983), entre otros.

Efecto de la aceleración en la caída de presión

Al estudiar los modelos encontrados en la literatura especializada se observó que no siempre se encuentra una información clara sobre el efecto del cambio de energía cinética sobre el gradiente de presión total. De hecho, generalmente para flujo bifásico, se considera despreciable el efecto de la aceleración en la caída de presión.

El gradiente de presión debido a la aceleración se considera como una fracción del gradiente de presión total, el cual se expresa de la siguiente manera:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_a = \rho_m U_m \frac{d}{dz} (U_m) \quad \text{Ec. 34}$$

Considerando que:

$$U_m = \frac{G_{tot}}{\rho_m} \quad \text{Ec. 35}$$

La Ec. 34 se puede escribir:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_a = \rho_m \frac{G_{tot}}{\rho_m} \frac{d}{dz} \left(\frac{G_{tot}}{\rho_m} \right) \quad \text{Ec. 36}$$

Donde la velocidad másica de la mezcla G_m se considera constante, por lo tanto, la Ec. 36 queda:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_a = (G_{tot})^2 \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho_m} \right) \quad \text{Ec. 37}$$

Como se observa en la ecuación anterior, el valor del gradiente está relacionado con el de la densidad de la mezcla, la cual, como se mencionó anteriormente, se puede calcular de diferentes maneras según el enfoque dado por los diferentes autores.

A continuación se presenta un resumen del análisis encontrado en el trabajo de Haoulo (2004) sobre cuatro modelos de densidad de mezcla hallados en la literatura especializada (Dukler *et al.*, 1964; Oliemans, 1976; Beattie y Whalley, 1982 y Ouyang, 1998). Este resumen consta de cuatro enfoques para el cálculo de la densidad.

La densidad de la mezcla según Ouyang (1998) se define en la Ec. 30.

El elemento diferencial de la Ec. 37 se puede expresar como:

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho_m} \right) = \frac{1}{\rho_m^2} \frac{d}{dz} (\rho_m) \quad \text{Ec. 38}$$

Sustituyendo la Ec. 30 en la Ec. 38:

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho_m} \right) = \frac{1}{\rho_m^2} \frac{d}{dz} (\rho_l \cdot H_l + \rho_g \cdot (1 - H_l)) \quad \text{Ec. 39}$$

Por la incompresibilidad del líquido, se tiene que:

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho_m} \right) = \frac{(1-H_l)}{\rho_m^2} \frac{d}{dz} (\rho_g) \quad \text{Ec. 40}$$

Si se asume que el gas se comporta de manera ideal:

$$\rho_g = \frac{PM}{\bar{R}T} \quad \text{ó} \quad v_g = \frac{\bar{R}T}{PM} \quad \text{Ec. 41}$$

Donde \bar{R} es la constante universal de los gases ($\bar{R} = 8,314472 \text{ J/mol K}$) y M es el peso molecular del gas en cuestión ($M=28,95 \text{ Kgm/Kgmol}$, para el caso del aire).

Sustituyendo la Ec. 40 y la Ec. 41 en la Ec. 37 se tiene:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_a = -(G_{tot})^2 \frac{(1-H_l)}{\rho_m^2} \frac{M}{\bar{R}T} \left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} \quad \text{Ec. 42}$$

Beattie y Whalley (1982) presentaron una ecuación para evaluar la densidad de la mezcla bifásica, ρ_{tp} , la cual es evaluada en función de la fracción de flujo de masa del gas (x) y las densidades de las fases:

$$x = \frac{G_g}{G_{tot}} \quad \text{Ec. 43}$$

$$\frac{1}{\rho_m} = \frac{x}{\rho_g} + \frac{1-x}{\rho_l} \quad \text{Ec. 44}$$

$$\frac{1}{\rho_m} = v_g x + v_l (1-x) \quad \text{Ec. 45}$$

Derivando la Ec. 45 se obtiene:

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho_m} \right) = \frac{d}{dz} (\nu_g x) = x \frac{d}{dz} (\nu_g) \quad \text{Ec. 46}$$

De la Ec. 41 se obtiene la derivada del volumen específico del gas de la ecuación anterior:

$$\frac{d}{dz} (\nu_g) = \frac{d}{dz} \left(\frac{\bar{RT}}{MP} \right) = - \frac{\bar{RT}}{MP^2} \frac{dP}{dz} \Big|_{tot} \quad \text{Ec. 47}$$

$$\frac{d}{dz} (\nu_g) = - \frac{M}{RT \rho_g^2} \frac{dP}{dz} \Big|_{tot} \quad \text{Ec. 48}$$

Sustituyendo la ecuación Ec. 48 en la Ec. 46 y el resultado en la Ec. 37, se obtiene el término de aceleración:

$$\frac{dP}{dz} \Big|_a = - (G_{tot})^2 \frac{x}{\rho_g^2} \frac{M}{RT} \frac{dP}{dz} \Big|_{tot} \quad \text{Ec. 49}$$

Para aquellos modelos, analizados en este trabajo, que sugieran un método para el cálculo de la caída de presión por aceleración, se tomará en cuenta el mismo. En el caso contrario, según la definición de densidad de mezcla se utilizarán los modelos antes mencionados.

La densidad de la mezcla según Dukler *et al.* (1964), se expresa como:

$$\rho_m = \rho_g \frac{(1 - \lambda_l)^2}{1 - H_l} + \rho_l \frac{\lambda_l^2}{H_l} \quad \text{Ec. 50}$$

Aplicando la estrategia anterior para la determinación del gradiente de presión debido a los cambios de energía cinética, el término de aceleración queda expresado de la siguiente forma:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_a = -G_l^2 \left(\frac{(2H_l(1-H_l)U_m G_g \rho_l U_{sl}^2) + (2H_l(1-H_l)U_m G_g^3 \nu_g) - (H_l^2(1-H_l)U_m^2 G_g^2)}{((1-H_l)\rho_l U_l^2 + H_l G_g^2 \nu_g)^2} \right) \cdot \left(\frac{M}{\bar{R} T \rho_g^2} \right) \frac{dP}{dz} \quad \text{Ec. 51}$$

La otra ecuación para la determinación de la densidad de la mezcla es la ecuación de Oliemans (1976):

$$\rho_{tp} = \frac{\rho_l \lambda_l + \rho_g (1 - H_l)}{(1 - \beta_l)} \quad \text{Ec. 52}$$

Se aplica un proceso similar a los anteriores para obtener una ecuación que contiene las variables a derivar en forma más directa, finalmente se obtiene el término de aceleración del gradiente de presión para la ecuación de Oliemans, expresado como:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_a = -G_l^2 \left(\frac{\left((1-H_l)G_l G_g + (1-H_l)^2 G_g \rho_l U_{sl} + (1-H_l)^2 G_g^2 \right) \left(\frac{-M}{\bar{R} T \rho_g^2} \right)}{\left((1-H_l)\rho_g U_{sl} + G_l + (1-H_l)G_g \right)^2} + \right. \\ \left. - \frac{\left((1-H_l)^2 U_m U_{sl} + (1-H_l)U_{sl}^2 \right) \left(\frac{M}{\bar{R} T} \right)}{\left((1-H_l)\rho_g U_{sl} + G_l + (1-H_l)G_g \right)^2} \right) \cdot \left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} \quad \text{Ec. 53}$$

ANTECEDENTES

El cálculo de la pérdida de presión de flujo bifásico en tuberías ha sido objeto de investigación desde hace muchos años, sin embargo, hasta el momento no existe un modelo o correlación que permita determinar este gradiente de presión de manera exacta. En el capítulo a continuación, se describirán en detalle 30 de los modelos o correlaciones más importantes en el área, desde la correlación de Lockhart y Martinelli (1949) hasta la correlación de García *et al.* (2003).

Generalmente, los investigadores, cuando proponen un modelo o correlación para calcular el gradiente de presión de flujo bifásico, realizan una comparación entre el método propuesto por ellos y algunos de los modelos o correlaciones existentes a la fecha. Ejemplo de este tipo de trabajos son los de Orkiszewski (1967) y Chokshi *et al.* (1996). No obstante, estos trabajos siempre presentan un espectro reducido de modelos o correlaciones. También, algunas grandes empresas de ingeniería a nivel mundial realizan estudios comparativos similares, como ejemplo está el reporte técnico de CTES (1998) que recomienda ciertos intervalos de aplicación, pero sólo para 4 de las correlaciones que son estudiadas en este trabajo.

También deben mencionarse trabajos como el de García (2004), en el cual el autor propone correlaciones para el cálculo del factor de fricción de flujo bifásico y para la fracción de líquido con deslizamiento en tuberías horizontales, comparando sus correlaciones con trabajos previos. Igualmente, el trabajo de Haoulo (2004), relacionado con el efecto de las propiedades de mezcla en el gradiente de presión de flujo bifásico de gas y líquido en tuberías horizontales, establece comparaciones y determina el desempeño de distintos modelos y correlaciones. Sin embargo, aunque estos dos últimos trabajos presentaron las mayores cantidades de modelos o correlaciones sometidas a comparación, ambos están relacionados con flujo horizontal.

CAPÍTULO III: DESCRIPCIÓN DETALLADA DE MODELOS

MODELOS HOMOGÉNEOS

Modelo Homogéneo de Mc Adams *et al.* (1942)

Para los autores, la caída de presión se calcula aplicando la Ec. 28, la cual se define para el modelo de Wallis (1969). La principal diferencia entre este último modelo y el de Mc Adams radica en la definición de las propiedades del fluido. Dicho esto, la viscosidad de mezcla μ_m se calcula de la forma:

$$\frac{1}{\mu_m} = \frac{x}{\mu_g} + \frac{1-x}{\mu_l} \quad \text{Ec. 54}$$

La densidad de mezcla se expresa en la Ec. 44.

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

(a) Calcular las propiedades del fluido:

- 1) Calcular la fracción de flujo másico de gas Ec. 43.
- 2) Determinar la densidad de la mezcla con la Ec. 44.
- 3) Calcular la viscosidad de la mezcla con la Ec. 54.
- 4) Calcular la tasa de flujo másico por unidad de área utilizando las Ec. 20 y Ec. 21.

- (b) Obtener el factor de fricción para la mezcla con la Ec. 24, para el número de Reynolds de mezcla Ec. 27.
- (c) Con la densidad y velocidad de mezcla, y el factor de fricción calculado en el paso anterior, obtener la caída de presión por fricción y elevación como se muestra en Ec. 29.
- (d) Determinar la fracción de caída de presión total equivalente a la pérdida de presión por aceleración. En este caso se utiliza la Ec. 49.
- (e) Calcular la caída de presión total aplicando la Ec. 28.

Correlación de Poettman y Carpenter (1952)

Los autores desarrollaron una correlación empírica a partir de la ecuación de la energía y data experimental. El crudo, gas y agua fueron considerados como una mezcla homogénea y no se hizo ningún intento por determinar una correlación para el retraso del líquido H_l .

Según Alarcón (1998.), para aplicar este método se deben tener en consideración los siguientes puntos:

1. Correlación aplicable para diámetros de tubos iguales a 2, 2,5; y 3 pulgadas. No es confiable para diámetros mayores ni para flujo anular vertical.
2. La tasa total de flujo a la salida se usó para calcular la densidad en cualquier sección de tubería.
3. No se tomaron en cuenta los patrones de flujo.
4. Se despreció el término de aceleración ya que para los autores lo consideran significativo solo a grandes velocidades.

5. La pérdida de energía varía a lo largo del tubo pero se tomó como un valor promedio constante a lo largo del mismo.

Poettman y Carpenter (1952) proponen la siguiente correlación para el cálculo de la caída de presión total (en unidades inglesas):

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} = \frac{1}{144} \left[\frac{g}{g_c} \rho_m + \frac{w^2 f}{7,413 \times 10^{10} \rho_m D_i^5} \right] \quad \text{Ec. 55}$$

Donde:

$(dP/dz)_{tot}$: caída de presión [*psi/ft*].

w : tasa de flujo de masa total [*lb/dia*].

D_i : diámetro de la tubería [*ft*].

ρ_m : densidad de la mezcla [*lbm/ft³*].

f : factor de fricción de Fanning, obtenido de la Fig. 3.

El factor de fricción se calcula utilizando la ecuación Ec. 56, la cual es un ajuste matemático entre f y $(D_i \rho_m U_m)$, expresado en [*lbm/ft · s*] de la Fig. 3:

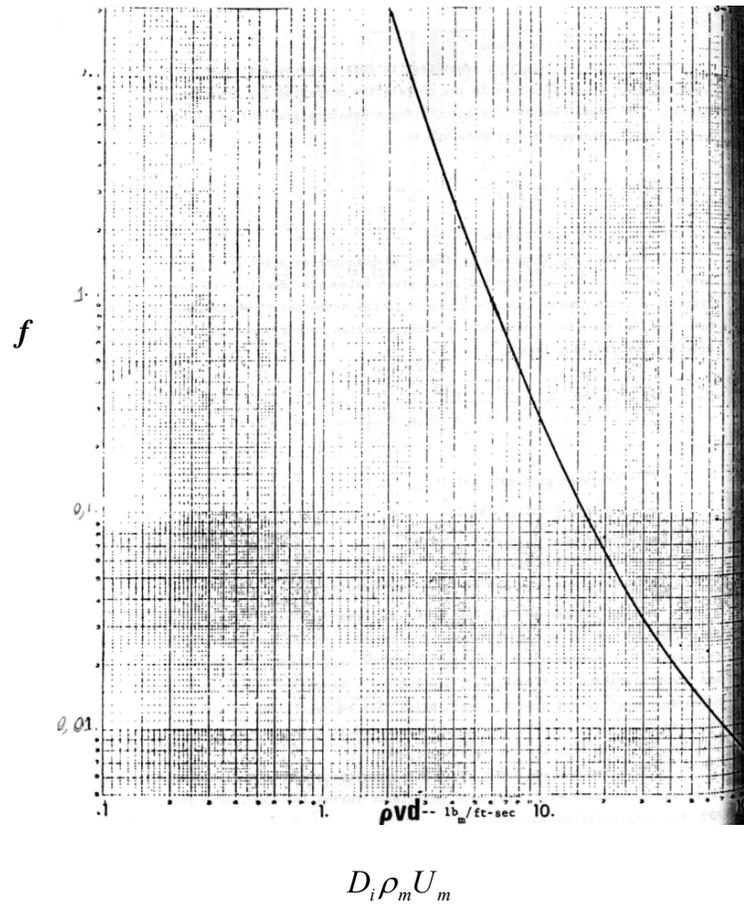


Fig. 3: Correlación del factor de fricción, Poettman y Carpenter (1952).

$$\begin{aligned} \text{Log}_{10}(f) = & 1,67838 - 3,07001X - 0,992801X^2 + 1,97746X^3 \\ & - 0,941237X^4 + 0,15353X^5 \end{aligned} \quad \text{Ec. 56}$$

Donde:

$$X = \text{Log}_{10}(D_i \rho_m U_m) \quad \text{Ec. 57}$$

$$(D_i \rho_m U_m) = 1,437 \cdot 10^{-5} w / D_i \quad \text{Ec. 58}$$

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

(a) Calcular las propiedades del fluido:

- 1) La tasa de masa por día de mezcla w .
- 2) La fracción de líquido sin deslizamiento con la Ec. 17.
- 3) La densidad de la mezcla con la Ec. 32.

(b) Determinar el numerador del número de Reynolds con la Ec. 58.

(c) Calcular el factor de fricción con la Ec. 56 y Ec. 57.

(d) Obtener la fracción de caída de presión total con la Ec. 55.

Modelo Homogéneo de Cicchitti *et al.* (1960)

Para los autores la caída de presión se calcula aplicando la Ec. 29, la cual se define para el modelo de Wallis (1969). La principal diferencia entre este último modelo y el de Cicchitti radica en la definición de las propiedades del fluido. Dicho esto, la viscosidad de mezcla se calcula de la forma:

$$\mu_m = \mu_g x + \mu_l (1 - x) \quad \text{Ec. 59}$$

La densidad de mezcla se expresa en la Ec. 44.

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

(a) Calcular las propiedades del fluido:

- 1) La fracción de flujo másico de gas Ec. 43.
 - 2) La densidad de la mezcla con la Ec. 44.
 - 3) La viscosidad de la mezcla con la Ec. 59.
 - 4) La tasa másica por unidad de área utilizando las Ec. 20 y Ec. 21.
- (f) Obtener el factor de fricción para la mezcla con la Ec. 24, para el número de Reynolds de mezcla Ec. 27.
- (g) Con la densidad y velocidad de mezcla, y el factor de fricción calculado en el paso anterior, obtener la caída de presión por fricción y elevación como se muestra en Ec. 29.
- (b) Determinar de la fracción de caída de presión total equivalente a la pérdida de presión por aceleración. En este caso se utiliza la Ec. 49.
- (c) Calcular la caída de presión total aplicando la Ec. 28.

Correlación de Baxendell y Thomas (1961)

Para el cálculo de la caída de presión los autores utilizaron la Ec. 55 (en unidades inglesas).

El valor del factor de fricción de Moody fue graficado versus el numerador del número Reynolds ($D_i \rho_m U_m$, expresado en $[lbm/ft \cdot s]$) como se muestra en la Fig. 4:

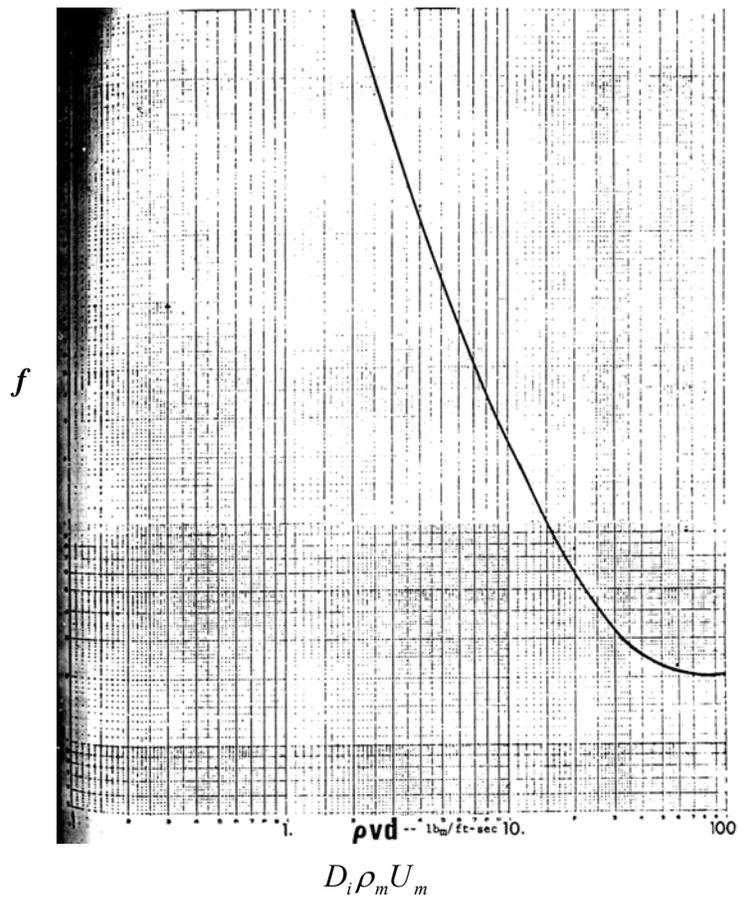


Fig. 4: Correlación para el factor de fricción propuesta por Baxendell y Thomas (1961).

Para simplificar el cálculo del factor de fricción se aplicó un método de interpolación cúbica.

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

(a) Calcular las propiedades del fluido:

- 1) La tasa de masa por día de mezcla w .
- 2) La fracción de líquido sin deslizamiento con la Ec. 17.
- 3) La densidad de la mezcla con la Ec. 32.

- (b) Calcular el numerador del número de Reynolds con la Ec. 58.
- (a) Determinar el factor de fricción de Moody utilizando las funciones de aproximación ($f_{fanning} = f_{Moody}/4$).
- (c) Calculo de la fracción de caída de presión total con la Ec. 55.

Correlación de Fancher y Brown (1963)

Muchos métodos han sido desarrollados para la predicción de caída de presión para flujo vertical, sin embargo Fancher y Brown limitaron sus estudios a Poettmann y Carpenter (1952) siendo considerada esta correlación muy confiable.

Cuando los autores probaron la correlación de Poettmann y Carpenter con data experimental observaron desviaciones para ciertos intervalos de tasas de flujo y fracciones de gas y de líquido. Debido a estas desviaciones desarrollaron una correlación basada en este método que se aplica a todo el intervalo de data estudiada, obteniendo buenos resultados.

Para el cálculo de la caída de presión los autores utilizaron la Ec. 55 (en unidades inglesas).

El valor del factor de fricción de Moody fue graficado tomando en cuenta la fracción de gas-líquido, versus el numerador del número Reynolds ($D_i \rho_m U_m$, expresado en $[lbm/ft \cdot s]$) como se muestra en la Fig. 5:

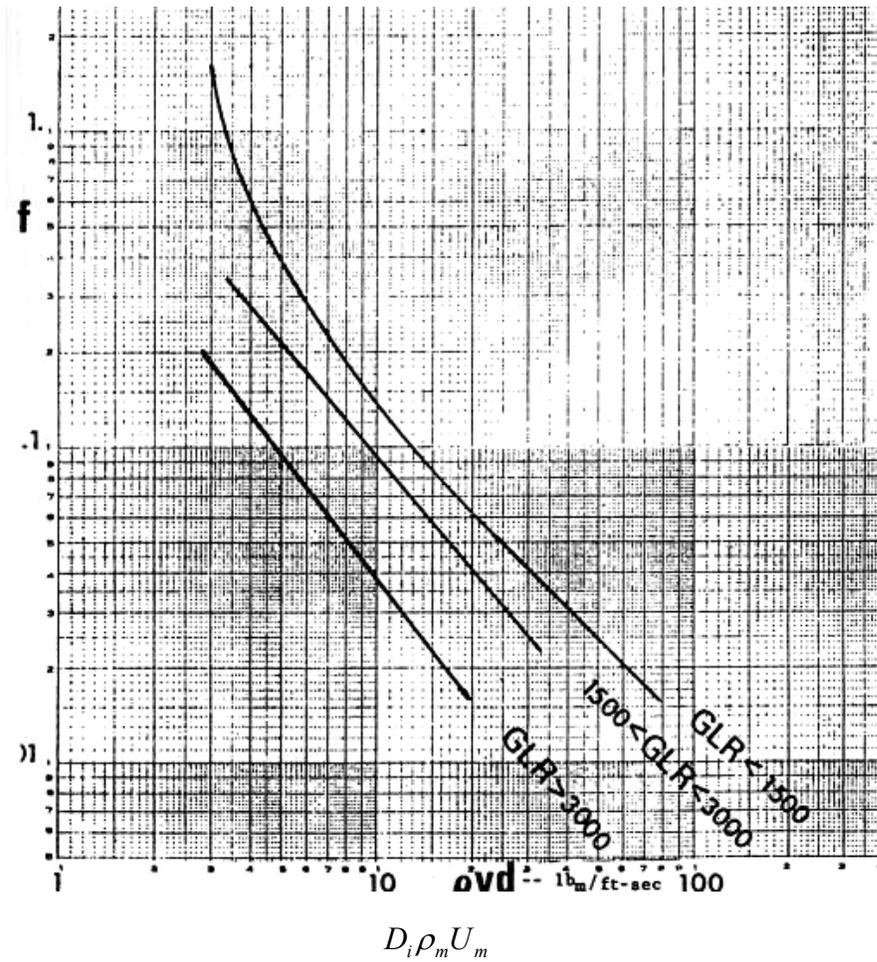


Fig. 5: Correlación para el factor de fricción propuesta por Fancher y Brown (1963).

Del análisis a la gráfica se observa que a medida que aumenta la relación de gas-líquido, disminuye el valor del factor de fricción. Pero, aunque disminuya el factor de fricción, la caída de presión aumenta para altas relaciones de gas-líquido debido a que la densidad de flujo disminuye.

Para simplificar el cálculo del factor de fricción se obtuvieron funciones de aproximación para cada una de las tres curvas, las cuales se pueden ver en el apéndice A-1 en la Tabla 17.

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

(b) Calcular las propiedades del fluido:

- 1) La tasa de masa por día de mezcla w .
- 2) La fracción de líquido sin deslizamiento con la Ec. 17.
- 3) La densidad de la mezcla con la Ec. 32.
- 4) La relación gas-líquido en $[^{SCF/BBL}]$.

(c) Calcular el numerador del número de Reynolds con la Ec. 58.

(d) Determinar el factor de fricción de Moody utilizando las funciones de aproximación ($f_{fanning} = f_{Moody}/4$).

(e) Calcular de la fracción de caída de presión total con la Ec. 55.

Modelo Homogéneo de Wallis (1969)

Wallis define la caída de presión de la forma:

$$-\frac{dP}{dz}\Big|_{tot} = \frac{\frac{fG_{tot}^2}{2D_i\rho_m} + \rho_m g \sin(\beta)}{1 + G_{tot}^2 \frac{d}{dz}\left(\frac{1}{\rho_m}\right)} \quad \text{Ec. 60}$$

El autor reconoce en esta ecuación como único parámetro empírico el factor de fricción. Este se calcula utilizando el número de Reynolds, el cual depende de la densidad y viscosidad de mezcla. Para calcular esta última propiedad, Wallis utiliza la fracción volumétrica de líquido sin deslizamiento, como se muestra en la Ec. 33,

aunque hace referencia a otras ecuaciones, como las propuestas por McAdams y Cicchitti.

Wallis no hace referencia a patrones de flujo y, como se observa en la Ec. 60, toma en cuenta la caída de presión por elevación, fricción y aceleración.

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

(a) Las propiedades del fluido:

- 1) Calcular la densidad de la mezcla con la Ec. 32.
- 2) Obtener la viscosidad de la mezcla de la Ec. 33.
- 3) Calcular la tasa másica por unidad de área utilizando las Ec. 20 y Ec. 21.

(a) Con los valores anteriores determinar el número de Reynolds para la mezcla.

(b) Calcular el factor de fricción de Moody para la mezcla con la Ec. 24.

(b) Determinar la fracción de caída de presión total equivalente a la caída de presión por aceleración. En este caso se utiliza la Ec. 42.

(c) Calcular la caída de presión total aplicando la Ec. 60.

Correlación de Oliemans (1976)

Este investigador presentó una nueva aproximación conceptual para predecir la pérdida de presión en líneas de transmisión de gas. La premisa más importante de su trabajo es que, como resultado del deslizamiento entre las fases, se produce una acumulación de líquido en la tubería que reduce el diámetro efectivo de la misma, así

como también afecta la tasa de flujo másico total por unidad de área, la viscosidad y la densidad bifásicas.

Consecuentemente, Oliemans desarrolló un conjunto de ecuaciones para redefinir las variables que él consideró afectadas por el estancamiento del líquido. El autor llamó a este conjunto de ecuaciones “el método KSLA” (en honor al Koninklijke/Shell Laboratorium, Ámsterdam) y son las siguientes:

Para el diámetro efectivo:

$$D_{ef} = \sqrt{(1 - \beta_l)} D_i \quad \text{Ec. 61}$$

Para la tasa de flujo másico total por unidad de área:

$$G_{tot} = \frac{\dot{m}}{(1 - \beta_l)A} \quad \text{Ec. 62}$$

En el caso de la viscosidad de la mezcla:

$$\mu_m = \frac{\mu_l \lambda_l + \mu_g (1 - H_l)}{(1 - \beta_l)} \quad \text{Ec. 63}$$

Donde el valor de la fracción volumétrica de líquido H_l se calcula utilizando el método de Lockhart y Martinelli (1949).

Y la densidad bifásica por la Ec. 52.

Como se puede notar, las cuatro ecuaciones anteriores dependen del factor β_l , el cual es la fracción volumétrica ocupada por el líquido estático, y viene dado por la ecuación:

$$\beta_l = H_l - \lambda_l \quad \text{Ec. 64}$$

Para calcular el factor de fricción de Moody se utiliza la rugosidad relativa referida al diámetro efectivo y el número de Reynolds bifásico:

$$\text{Re}_{ip} = \frac{D_i \dot{m}}{A \sqrt{(1 - \beta_l)} \mu_m} \quad \text{Ec. 65}$$

Finalmente, la pérdida de presión debida a la fricción se calcula con la siguiente ecuación:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_f = f \frac{G_{tot}^2}{2D_{ef} \rho_m} \quad \text{Ec. 66}$$

Adicionalmente, cabe destacar que este autor no propuso ninguna correlación para el cálculo de la fracción volumétrica de gas con deslizamiento. Sin embargo, comparó resultados utilizando las ecuaciones propuestas por Lockhart y Martinelli (1949), Dukler *et al.* (1964), Eaton *et al.* (1967), Hughmark (1962) y Beggs y Brill (1973), para el cálculo de esta variable. Como resultado, Oliemans reportó que el método KSLA arrojaba mejores resultados cuando se combinaba con la ecuación del Holdup de Lockhart y Martinelli (1949). Por consiguiente, éste fue el método utilizado en este trabajo.

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

- (a) Determinar la fracción volumétrica de líquido con deslizamiento según Lockhart y Martinelli con la Fig. 6. Luego, calcular el Holdup sin deslizamiento con la Ec. 17 y la fracción volumétrica ocupada por el líquido estático con la Ec. 64.
- (b) Calcular el diámetro efectivo y las propiedades modificadas de la mezcla, utilizando las Ec. 61 a la Ec. 63.
- (c) Calcular la rugosidad relativa, el número de Reynolds con la Ec. 65 y luego el factor de fricción de Moody con la Ec. 24.
- (d) Determinar el gradiente de presión debido a la fricción con la Ec. 66.
- (e) Obtener el gradiente de presión por aceleración de la Ec. 53.
- (f) Calcular la caída de presión por elevación como se muestra en la Ec. 29.
- (g) Aplicar la Ec. 28 para obtener el gradiente de presión total.

Correlación de Beattie y Whalley (1982)

Estos autores desarrollaron una correlación en la cual los patrones de flujo son parcialmente considerados, es decir, solo se toman en cuenta en la definición de la viscosidad de la mezcla. Beattie y Whalley reconocen los patrones anular y burbuja, para los cuales determinaron una ecuación de viscosidad correspondiente. Sin embargo, en este mismo modelo, sus autores proponen que las definiciones particulares de las viscosidades dependientes del patrón de flujo sean reemplazadas por una definición híbrida, que es la siguiente:

$$\mu_p = \mu_l(1 - \alpha)(1 + 2,5\alpha) + \mu_g \alpha \quad \text{Ec. 67}$$

Dichas ecuaciones dependen directamente de la fracción de vacío homogénea, definida por ellos con:

$$\alpha = \frac{\rho_l x}{\rho_l x + \rho_g (1 - x)} \quad \text{Ec. 68}$$

Donde x es la fracción de flujo másico de gas, es decir, la calidad. En otro orden de ideas, estos autores definieron la densidad de la mezcla bifásica como se mostró en la Ec. 44.

Finalmente, la expresión para el cálculo del gradiente de presión total es la siguiente:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} = \frac{\left(\frac{f_p G_{tot}^2}{2D_i \rho_m} + \rho_m g \sin \beta \right)}{1 + E_k} \quad \text{Ec. 69}$$

En la cual el término de la aceleración viene dado por la siguiente ecuación:

$$E_k = -\frac{G_{tot}^2}{\rho_g^2} \frac{xM}{RT} \quad \text{Ec. 70}$$

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

- (a) Calcular el flujo másico total por unidad de área y la fracción de gas con la Ec. 22 y la Ec. 43 respectivamente.

- (b) Obtener la densidad de mezcla de la Ec. 54.
- (c) Determinar la fracción de vacío homogénea usando la Ec. 68 y luego sustituir este resultado en la Ec. 67 para obtener la viscosidad de la mezcla bifásica.
- (d) Calcular el número de Reynolds de mezcla utilizando la fracción de flujo másico por unidad de área y la viscosidad de mezcla.
- (e) Calcular el factor de fricción bifásico de Moody con la Ec. 24.
- (f) Finalmente, calcular el gradiente de presión total con la Ec. 69.

Modelo Homogéneo de Ouyang (1997)

Este modelo surge de la necesidad que tenía su autor de resolver dificultades matemáticas relacionadas con el modelo mecanicista que el mismo había formulado. Propone la Ec. 28 como la adecuada para calcular el gradiente de presión, en la cual los términos de mayor relevancia son los siguientes:

El gradiente de presión debido a la fricción, siendo S el perímetro:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_f = -\frac{\tau_w S}{A} \quad \text{Ec. 71}$$

Donde:

$$\tau_w = \frac{f \rho_m U_{tp}^2}{8} \quad \text{Ec. 72}$$

Y el gradiente de presión debido al cambio de energía cinética:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_a = \frac{\beta a E}{1 - \beta a E} \left[\left. \frac{dP}{dz} \right|_f + \left. \frac{dP}{dz} \right|_g \right] = \frac{\beta a E}{1 - \beta a E} \left[\left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} \right] \quad \text{Ec. 73}$$

Donde $\beta a E$ es el coeficiente de expansión (Govier y Aziz, 1972).

$$\beta a E = \frac{\rho_m U_m U_{sg}}{P} \quad \text{Ec. 74}$$

Asimismo, otra característica de importancia es el cálculo del Holdup. Para ello, el autor hace uso de las relaciones de Mishima e Ishii (1984) y define la fracción de líquido con deslizamiento de la siguiente manera:

$$H_l = 1 - \frac{U_{sg}}{C_o U_m + U_o} \quad \text{Ec. 75}$$

Donde, la velocidad de deslizamiento de las burbujas viene dada por:

$$U_o = 1,54 \cdot \sqrt[4]{\frac{g \sigma (\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2}} \cdot \sin \beta \quad \text{Ec. 76}$$

Y el factor de distribución C_o se calcula con:

$$C_o = C_w - 0,2 \sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_l}} \quad \text{Ec. 77}$$

En la cual, C_w es una constante que depende de las velocidades del flujo.

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

- (a) Determinar la fracción de líquido con deslizamiento utilizando la Ec. 75.
- (b) Calcular la densidad y viscosidad de la mezcla usando la Ec. 30 y la Ec. 31 respectivamente. Calcular la velocidad bifásica con la siguiente fórmula:

$$U_{tp} = \left(\frac{\rho_l}{\rho_{tp}} \right) U_{sl} + \left(\frac{\rho_g}{\rho_{tp}} \right) U_{sg} \quad \text{Ec. 78}$$

- (c) Utilizando los resultados obtenidos previamente, calcular el número de Reynolds de mezcla Ec. 27.
- (d) Determinar el factor de fricción de Moody utilizando la Ec. 24.
- (e) Calcular el coeficiente de expansión según la Ec. 74.
- (f) Determinar el gradiente de presión debido a la fricción utilizando la Ec. 71 y el gradiente de presión por aceleración con la Ec. 73.
- (h) Calcular la caída de presión por elevación como se muestra en la Ec. 29.
- (i) Aplicar la Ec. 28 para obtener el gradiente de presión total.

MODELOS DE CORRELACIÓN

En esta clasificación de modelos es importante resaltar una característica común a ellos: la mayoría utiliza un conjunto de números adimensionales específicamente formulados para poder correlacionar parámetros importantes dentro de su estructura particular. Por consiguiente, se presentan a continuación dichos grupos adimensionales definidos para cualquier conjunto de unidades consistentes:

(a) Número de la Velocidad del Gas (N_{gv}):

$$N_{gv} = U_{sg} \cdot \sqrt[4]{\frac{\rho_l}{g \cdot \sigma}} \quad \text{Ec. 79}$$

(b) Número de la Velocidad del Líquido (N_{lv}):

$$N_{lv} = U_{sl} \cdot \sqrt[4]{\frac{\rho_l}{g \cdot \sigma}} \quad \text{Ec. 80}$$

(c) Número de la Viscosidad del Líquido (N_l):

$$N_l = \mu_l \cdot \sqrt[4]{\frac{g}{\rho_l \cdot \sigma^3}} \quad \text{Ec. 81}$$

(d) Número del Diámetro (N_d):

$$N_d = D_i \cdot \sqrt{\frac{\rho_l \cdot g}{\sigma}} \quad \text{Ec. 82}$$

Adicionalmente, algunos de estos modelos tienen en común otra característica: utilizan las mismas fronteras para definir las transiciones entre un tipo de patrón de flujo y otro. Estas fronteras o límites son los siguientes:

(a) Factor adimensional que determina la transición entre burbuja y tapón (L_b):

$$L_b = 1,071 - \frac{(0,2218 \cdot U_m^2)}{D_i} \quad \text{Ec. 83}$$

Donde:

U_m : Velocidad de la mezcla [ft/s].

D_i : diámetro de la tubería [ft].

(b) Factor adimensional que establece la frontera entre tapón y flujo transitorio (L_s):

$$L_s = 50 + 36 \cdot N_{lv} \quad \text{Ec. 84}$$

(c) Factor adimensional que determina el cambio de flujo transitorio a anular (L_m):

$$L_m = 75 + 84 \cdot N_{lv}^{0,75} \quad \text{Ec. 85}$$

Correlación de Lockhart y Martinelli (1949)

En los trabajos de Martinelli *et al.* (1944) y Martinelli *et al.* (1946) se demostró que existen cuatro mecanismos de flujo en la simulación de flujo bifásico: ambas fases turbulentas, líquido viscoso y flujo turbulento de gas, líquido turbulento y flujo de gas viscoso y, finalmente, ambos flujos viscosos.

Los autores propusieron una correlación generalizada que relacionaba variables experimentales como ϕ y R (fracción volumétrica), las cuales corresponden a una función del factor X_M de Lockhart Martinelli y la fracción del tubo ocupada por una fase, respectivamente. El factor X_M se define como:

$$X_M^2 = \frac{\left. \frac{dP}{dz} \right|_{sl}}{\left. \frac{dP}{dz} \right|_{sg}} = \frac{\frac{f_l \rho_l U_{sl}^2}{2D_i}}{\frac{f_g \rho_g U_{sg}^2}{2D_i}} \quad \text{Ec. 86}$$

Siendo el modelo de Lockhart y Martinelli (1949) principalmente gráfico, presentaron una curva que relaciona el parámetro X_M con la fracción volumétrica de líquido:

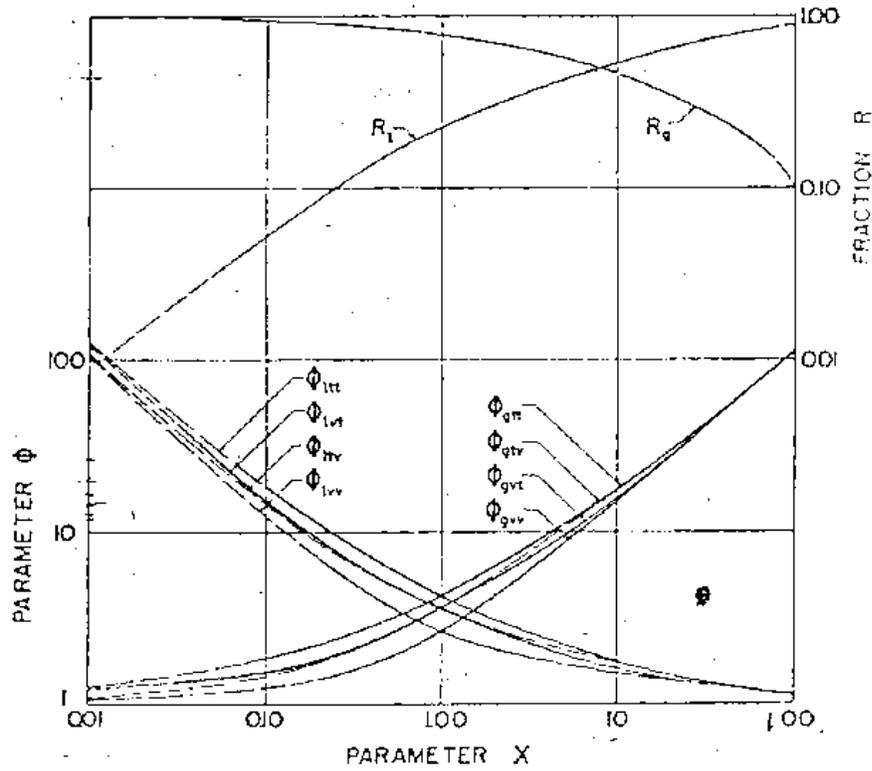


Fig. 6: Curvas que relacionan ϕ_g, ϕ_l, R_l, R_g y X para todos los mecanismos de flujo, Lockhart Martinelli (1949)

La caída de presión es definida por los autores de la forma:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_f = \phi_l^2 \left. \frac{dP}{dz} \right|_{sl} = \phi_g^2 \left. \frac{dP}{dz} \right|_{sg} \quad \text{Ec. 87}$$

Los dos principales postulados en los cuales se basa el análisis de la caída de presión son:

1. La caída de presión estática para la fase líquida debe de ser igual a la de la gaseosa independientemente del tipo de patrón de flujo, mientras no exista una apreciable diferencia de presión radial.

2. El volumen ocupado por el líquido más el ocupado por el gas debe ser igual a volumen total de la tubería.

Estos postulados llevan a concluir que el patrón de flujo no cambia a lo largo de la tubería, por lo que el flujo tapón, el cual consiste en un flujo intermitente de gas y líquido, fue excluido por los autores.

Lockhart y Martinelli no tenían como meta el análisis detallado del fenómeno de flujo sino obtener variables adimensionales de data experimental que pudieran relacionarse entre ellas.

En tal sentido los autores graficaron la data experimental para los cuatro tipos de flujo, obteniendo así una relación gráfica de las variables adimensionales, las cuales fueron aproximadas por Chisholm (1967), de la forma:

$$\phi_l^2 = 1 + \frac{C_c}{X_M} + \frac{1}{X_M^2}$$

$$\phi_g^2 = X_M^2 + C_c X_M + 1$$

Ec. 88

Donde el valor de C_c depende del numero de Reynolds para el líquido y del gas.

Tabla 1: C_c respecto al número de Reynolds para el líquido y el gas.

Re_l	Re_g	C_c
<2300	<2300	5
>2300	<2300	10
<2300	>2300	12
>2300	>2300	20

Para el cálculo de la caída de presión por elevación es necesario calcular la densidad de la mezcla, por lo que se digitalizó la curva de la Fig. 6 que relaciona R_l con el parámetro X_M . La curva de aproximación obtenida se muestra en el Apéndice A-1 específicamente en la Tabla 20.

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

- a) Determinar la caída de presión debida solo al líquido:
 - 1) Calcular Reynolds para la velocidad superficial del líquido Ec. 25.
 - 2) Calcular el factor de fricción de Moody Ec. 24 y la tasa de flujo másico por unidad de área para el líquido Ec. 20.

- b) Determinar la caída de presión debida solo al gas:
 - 1) Calcular Reynolds para la velocidad superficial del gas Ec. 26.
 - 2) Calcular el factor de fricción de Moody Ec. 24 y la tasa de flujo másico para el gas Ec. 21.

- c) Calcular el factor de Lockhart Martinelli con la Ec. 86.

- d) Calcular ϕ^2 utilizando la Ec. 88.

- e) Determinar la caída de presión por fricción con la Ec. 87.

- f) Calcular el valor de la fracción volumétrica de líquido con la función de aproximación.

- g) Obtener la caída de presión por elevación utilizando la densidad de mezcla, la cual se puede calcular aplicando la Ec. 30.
- h) Calcular la caída de presión por aceleración aplicando la Ec. 42.
- (j) Calcular la caída de presión por elevación como se muestra en la Ec. 29.
- (k) Aplicar la Ec. 28 para obtener el gradiente de presión total.

Correlación de Reid *et al.* (1957)

Los autores observaron que había muy poca data sobre caída de presión para tuberías de diámetro mayor a 3,5 pulgadas. El propósito de su investigación fue extender los resultados de Baker (1954) y validar las correlaciones para grandes diámetros de Chenoweth-Martin (1955) y Lockhart-Martinelli.

Cuando los autores compararon sus resultados con los obtenidos de la correlación de Baker observaron que estos se asemejaban dependiendo del patrón de flujo, además de que esta última correlación solo aplica para flujo tapón y anular.

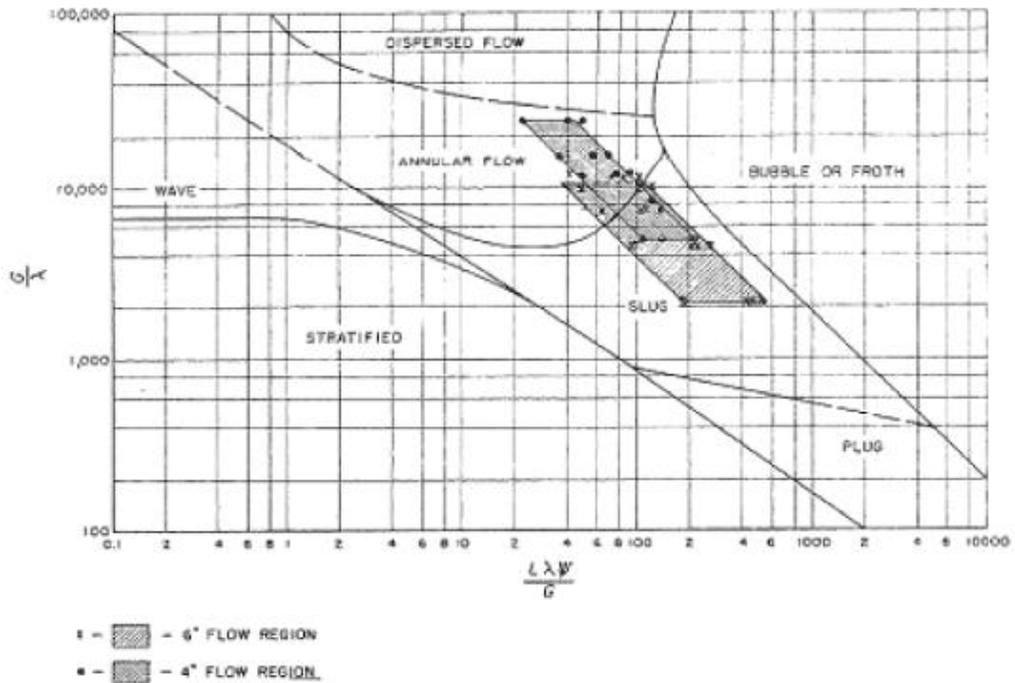


Fig. 7: Correlación de Baker (1954).

La comparación realizada entre las correlaciones de Lockhart-Martinelli (1949) y Chenoweth-Martin (1955) mostró que con la última se obtienen mejores resultados para el intervalo de diámetro y tasas de flujo másico estudiadas. Esto se observa en la Fig. 9. En la Fig. 8 se observa como, para un diámetro mayor, la correlación de Lockhart-Martinelli (1949) arroja resultados, casi un 25 %, por encima de los obtenidos por Reid *et al.*(1957).

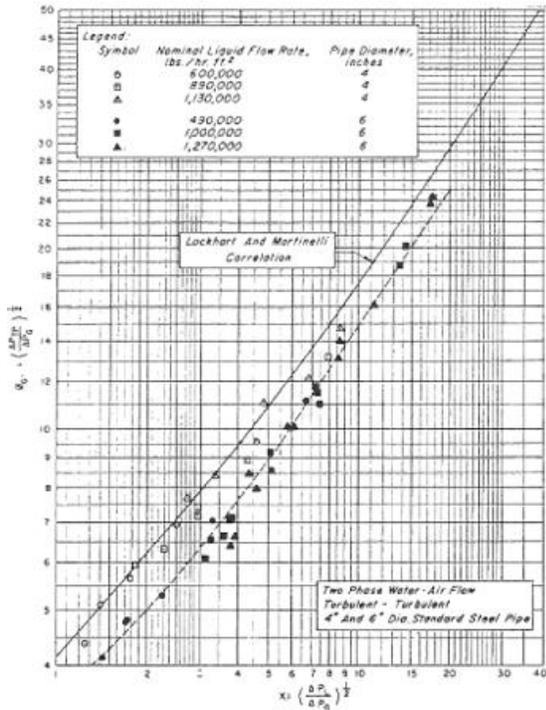


Fig. 8: Correlación de Lockhart-Martinelli (1949)

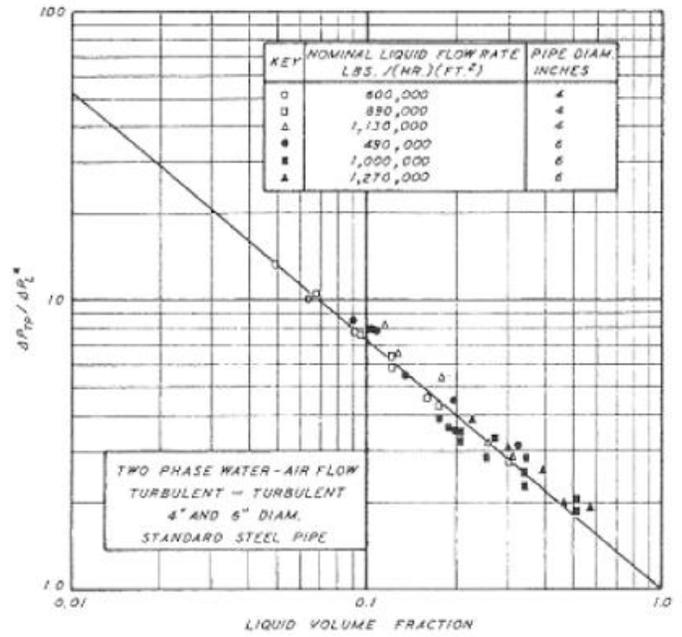


Fig. 9: Correlación de Chenoweth-Martin (1955).

En conclusión, los autores propusieron seguir la correlación de Chenoweth-Martin (1955) para la caída de presión:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_f = \left. \frac{dP}{dz} \right|_l \lambda_l^{-0,86} \tag{Ec. 89}$$

Siendo $\left. \frac{dP}{dz} \right|_l$ la caída de presión calculada como si el líquido fluyera solo en la tubería a la misma tasa que las dos fases:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_l = \frac{f_l G_l^2}{2D_l \rho_l} \tag{Ec. 90}$$

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

- (a) Determinar la caída de presión debida solo al líquido:
 - 1) Calcular Reynolds para la velocidad superficial del líquido Ec. 25.
 - 2) Calcular el factor de fricción de Moody Ec. 24 y la tasa de flujo másico por unidad de área para el líquido Ec. 20.
 - 3) Aplicar la Ec. 90.
- (b) Calcular la fracción volumétrica de líquido sin deslizamiento Ec. 17.
- (c) Determinar la caída de presión por fricción aplicando la Ec. 89.
- (d) Con la densidad de la mezcla Ec. 32, calcular la caída de presión por elevación como se muestra en la Ec. 29.
- (e) Aplicar la Ec. 28 para obtener el gradiente de presión total.

Correlación de Hoogendorn (1959)

Este autor desarrolló su investigación utilizando mezclas de aire-agua y aire-aceite en tuberías horizontales lisas con diámetros internos que iban desde 24 mm a 140 mm, y en tuberías rugosas con diámetros internos de 50 mm. En su trabajo, Hoogendorn concluyó que la correlación de Lockhart y Martinelli (1949) no se debería aplicar en los siguientes casos:

- (a) En flujo tapón y espumoso cuando la densidad del gas difiere de la densidad del aire a presión atmosférica.
- (b) En flujo estratificado liso y ondulado.

(c) En flujo anular.

Por tanto, para los casos mencionados anteriormente, el autor desarrolló nuevas correlaciones para determinar la caída de presión, específicamente el término correspondiente a la pérdida de presión debida a la fricción. Para flujo tapón y espumoso, Hoogendorn propone la siguiente ecuación:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_f = \left. \frac{dP}{dz} \right|_l \cdot \left[1 + 230 \left(\frac{G_g}{G_{tot}} \right)^{0,84} \right] \left[0,00138 \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{H_g} \right] \quad \text{Ec. 91}$$

Donde el primer factor de la derecha corresponde a la pérdida de presión por fricción que aplicaría si toda la masa de gas y líquido estuviera fluyendo por la tubería en fase líquida. La fracción volumétrica de gas con deslizamiento que se observa en la ecuación anterior debe ser calculada, según el autor, con la siguiente fórmula:

$$\frac{H_g}{1 - H_g} = A \left[H_g \left(\frac{U_{sg}}{H_g} - \frac{U_{sl}}{1 - H_g} \right) \right]^{0,85} \quad \text{Ec. 92}$$

Donde $A = 0,60(m/s)^{-0,85}$. Para obtener el valor de la fracción volumétrica de gas se diseñó un proceso iterativo basado en el método de bisección.

La ecuación propuesta por Hoogendorn para el caso del flujo estratificado liso u ondulado no es objeto de este trabajo, sin embargo, en el caso de flujo, anular el mencionado autor recomienda se utilice la siguiente fórmula:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_f = 0,12(G_g)^{-0,25} \left(\frac{G_g^2}{2D_i \rho_g} \right) \quad \text{Ec. 93}$$

Donde:

G_g : tasa de flujo de flujo másico por unidad de área [kg/m^2].

D_i : diámetro de la tubería [m].

ρ_g : densidad de la mezcla [kg/m^3].

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

- a) Determinar los flujos másicos por unidad de área de líquido, de gas y total con las ecuaciones Ec. 20, Ec. 21 y Ec. 22 respectivamente.
- b) Calcular la fracción volumétrica de gas con deslizamiento, aplicando la Ec. 92.
- c) En caso de que el patrón de flujo sea tapón o espumoso, determinar el gradiente de presión debido a la fricción, usando la Ec. 91, calculando el Reynolds para la velocidad superficial del líquido Ec. 25, el factor de fricción de Moody Ec. 24 y la tasa de flujo másico por unidad de área para el líquido Ec. 20. Aplicar la Ec. 90.
- d) Si el patrón de flujo es anular, se procede a calcular el gradiente de presión por fricción utilizando la ecuación Ec. 93.
- e) Obtener la caída de presión por elevación, como se muestra en la Ec. 29 utilizando la densidad de mezcla, la cual se puede calcular aplicando la Ec. 30.
- f) Calcular la caída de presión por aceleración aplicando la Ec. 42.
- g) Finalmente, aplicar la Ec. 28 para obtener el gradiente de presión total.

Correlación de Griffith y Wallis (1961)

Griffith y Wallis establecen que su trabajo es aplicable solo a flujo tapón completamente desarrollado en tubería circular.

El flujo tapón se caracteriza por largas burbujas, las cuales ocupan casi toda la tubería, y están separadas entre ellas por tapones de líquido. La parte superior de la burbuja es redondeada mientras que la inferior es plana. Es importante señalar que en el tapón se puede conseguir pequeñas burbujas. La forma típica de una burbuja en el flujo tipo tapón se muestra en la Fig. 10:

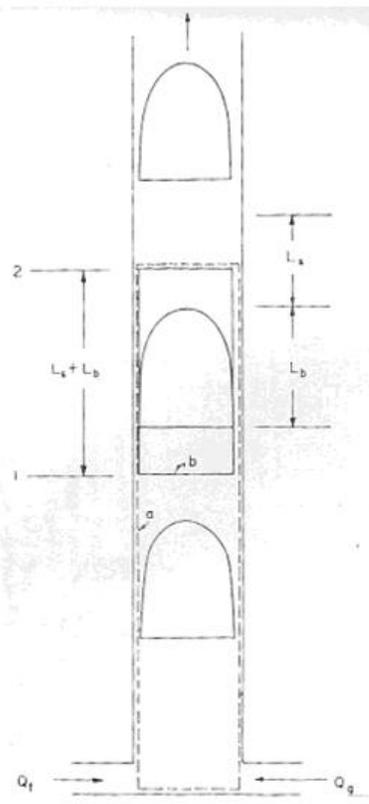


Fig. 10: Volumen de control del modelo de Griffith y Wallis (1961).

Los trabajos de Davis y Taylor (1950), y Dumitrescu (1943) estudian el flujo como potencial. La condición de frontera relacionada a la pared de la tubería es que la velocidad sea axial. En la frontera de la burbuja se asume que la presión es constante, por lo que el problema se reduce a encontrar las dimensiones de la burbuja que satisfaga la condición de presión constante en la frontera. El trabajo mencionado sirvió como punto de partida para la investigación realizada por Griffith & Wallis, ya que la condición de presión constante en la frontera también es válida para burbujas muy grandes, cuya dimensión no afecta su velocidad de ascenso.

Para iniciar su investigación, los autores definieron el volumen de control, el cual se muestra en la Fig. 10 con la línea “a”. Por continuidad concluyeron que, en el caso de que ambas fases sean incompresibles, la velocidad del tapón en la zona cercana a la burbuja no es más que la razón entre la tasa total de flujo y el área de la tubería. Si se considera la velocidad respecto al tapón como U_b , la velocidad respecto a tierra es $\frac{Q_l + Q_g}{A} + U_b$. El período de una burbuja se definió:

$$\Delta t = \frac{(L_s + L_b)A}{Q_l + Q_g + U_b A} \quad \text{Ec. 94}$$

Si se considera que en un período una burbuja de volumen V_b pasará por la tubería, la tasa de flujo de gas es:

$$Q_g = \frac{V_b}{\Delta t} \quad \text{Ec. 95}$$

La densidad promedio de una sección de tubería que contiene una burbuja seguida por un tapón se define como:

$$\rho_a = \rho_l \left[1 - \frac{V_b}{(L_s + L_b)A} \right] + \rho_g \left[\frac{V_b}{(L_s + L_b)A} \right] \quad \text{Ec. 96}$$

Al combinar las tres ecuaciones anteriores se obtiene:

$$\rho_a = \rho_l \left[\frac{Q_l + V_b A}{Q_l + Q_g + V_b A} \right] + \rho_g \left[\frac{Q_g}{Q_l + Q_g + V_b A} \right] \quad \text{Ec. 97}$$

La ecuación para la velocidad de la burbuja es:

$$U_b = C_1 C_2 (g D_i)^{0.5} \quad \text{Ec. 98}$$

De los experimentos realizados se obtuvieron dos resultados muy importantes, los cuales contribuyeron a la definición de la velocidad de la burbuja. La velocidad relativa de la burbuja aumenta cuando se incrementa la velocidad del líquido y el aumento ocurre más rápidamente en presencia de un líquido más viscoso y frío. De este análisis se obtuvo la constante C_1 , Fig. 11:

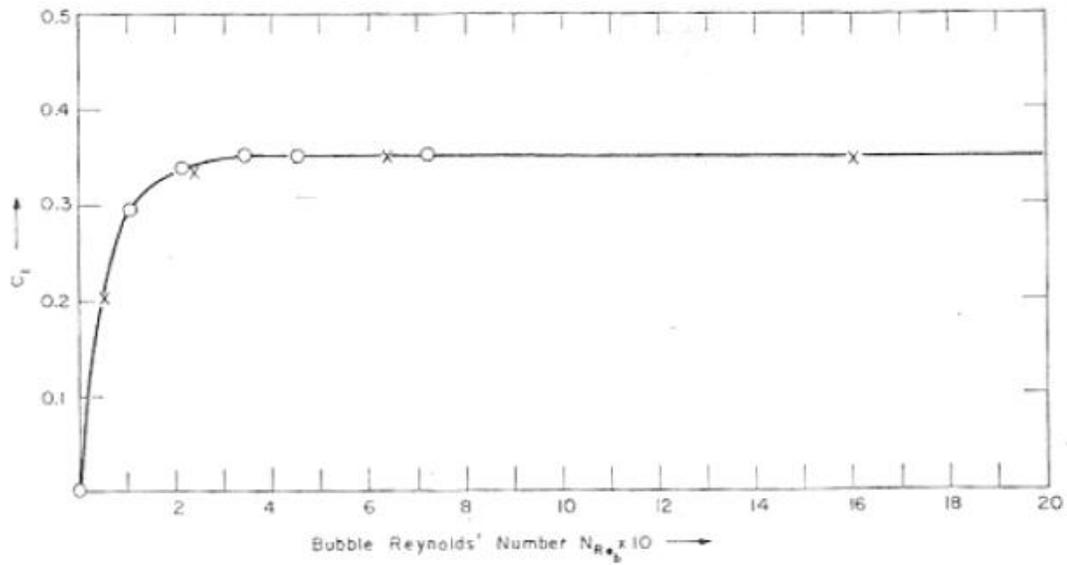


Fig. 11: Constante adimensional C_1 vs. Número de Reynolds de la burbuja, Griffith y Wallis (1961).

Donde el Reynolds para la burbuja se define:

$$Re_b = \frac{\rho_l U_b D_i}{\mu_l} \tag{Ec. 99}$$

$$Re_l = \frac{\rho_l U_m D_i}{\mu_l} \tag{Ec. 100}$$

El estudio de C_2 fue más complicado, pero se llegó a la conclusión de que se puede relacionar con el número de Reynolds de líquido, Ec. 100, y el de la burbuja, Ec. 99, como se muestra en la Fig. 12:

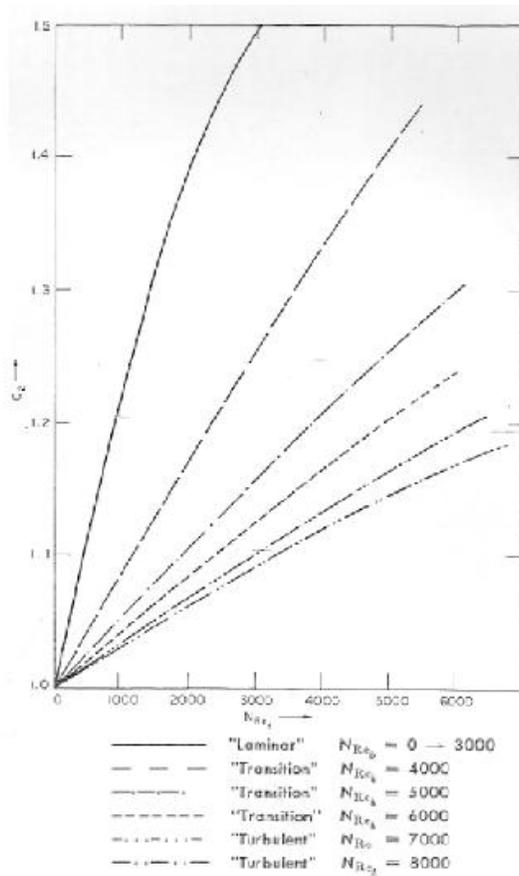


Fig. 12: Constante adimensional C_2 vs. Número de Reynolds de líquido para varios Reynolds de la burbuja, Griffith y Wallis (1961).

Para números de Reynolds de la burbuja mayores a 8000 se asume que $C_2 = 1$. La curva contenida en la Fig. 11 fue digitalizada y ajustada con la ecuación que se puede ver en el apéndice A-1 en la Tabla 26, mientras que las curvas de la Fig. 12 se ajustaron con modelos de interpolación.

Griffith y Wallis concluyeron de sus estudios que la contribución del esfuerzo de corte en la pared es muy baja para velocidades de burbuja moderadas o bajas. Además, este último valor mencionado es sensible al perfil de velocidad del líquido que precede a la burbuja. El esfuerzo de corte en la pared se manifiesta entonces en el perfil de velocidades.

La caída de presión total se calcula aplicando la ecuación:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} = \rho_a g \sin(\beta) + \frac{4\tau_w}{D_i} \quad \text{Ec. 101}$$

Donde:

$$\tau_w = \left[\frac{Q_l}{Q_l + Q_g} \right] \tau_w' \quad \text{Ec. 102}$$

Siendo τ_w' el esfuerzo de corte que existiría si la tubería estuviera llena de líquido en un flujo completamente desarrollado moviéndose a la velocidad de la mezcla, y se calcula como se muestra en la:

$$\tau_w' = \frac{f\rho_l U_m^2}{8} \quad \text{Ec. 103}$$

Donde el factor de fricción de Moody se calcula para el Reynolds de líquido obtenido anteriormente.

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

a) Calcular la velocidad de la burbuja:

- 1) Para calcular este valor es necesario iterar, para un valor inicial de velocidad de la burbuja, la Ec. 98.
- 2) Se calcula el número de Reynolds de la burbuja y del líquido, Ec. 99 y Ec. 100.

- 3) Luego, utilizando las curvas de aproximación propuestas para las Fig. 11 y Fig. 12, se tienen los valores de C_1 y C_2 , para los cuales se vuelve a calcular la velocidad de la burbuja, aplicando la Ec. 98.
 - 4) Con el valor final de la velocidad de la burbuja se vuelve a calcular el número de Reynolds Re_b .
- b) Calcular la densidad promedio:
- 1) Calcular el valor de los caudales de líquido y gas Ec. 10.
 - 2) Aplicar la Ec. 97.
- c) Aplicar la Ec. 24 para obtener el factor de fricción de Moody para el líquido, utilizando el número de Reynolds, Ec. 100.
- d) Calcular el valor de τ_w' y τ_w de la Ec. 102 y Ec. 103.
- e) Calcular la caída de presión total utilizando la Ec. 101.

Correlación de Duns y Ros (1963)

Estos investigadores desarrollaron una correlación que es resultado de un exhaustivo estudio realizado en laboratorio, donde fueron medidos los gradientes de presión y la fracción volumétrica de líquido. Utilizando los grupos adimensionales: N_{gv} , N_{lv} , L_1 , L_2 , L_s , L_m y N_d , fueron definidas las regiones de flujo, cuatro incluyendo una de transición. Se desarrolló una correlación para obtener, para cada tipo de flujo, el coeficiente de fricción y la velocidad del deslizamiento, la cual permite calcular la fracción volumétrica. Es importante destacar que, para asegurar la correcta aplicación de las correlaciones, los datos fueron convertidos al sistema inglés de unidades.

Donde:

μ : viscosidad [cp].

σ : tensión superficial [dynes/cm].

D_i : diámetro de la tubería [ft].

ρ_m : densidad [lbm/ft³].

U : velocidad [ft/s].

P : presión [psf].

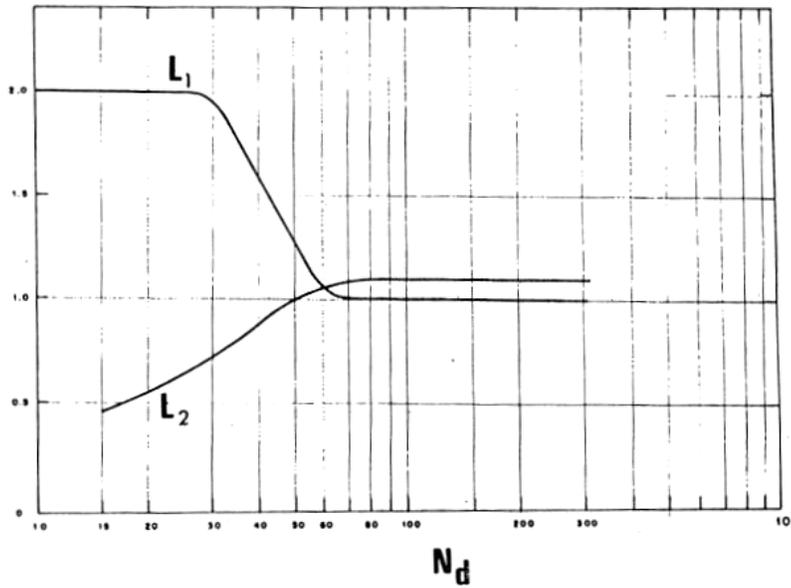


Fig. 13: Números de los regímenes de flujo, Duns y Ros (1963).

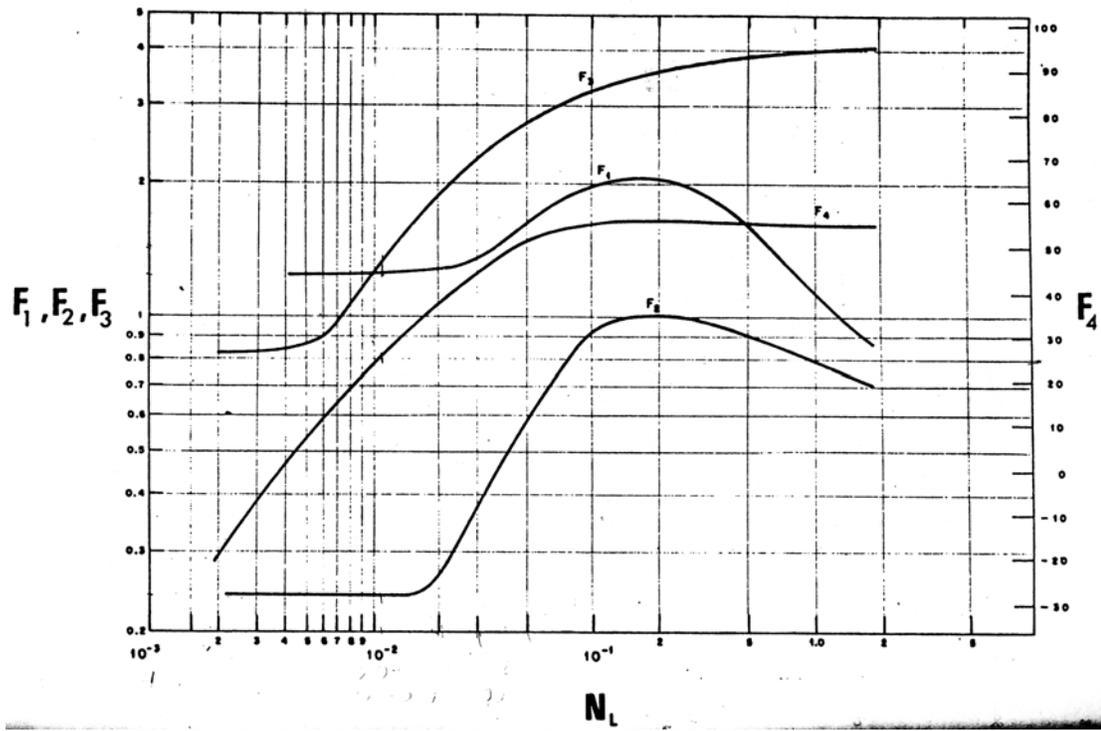


Fig. 14: Números de la velocidad de deslizamiento para burbuja, Duns y Ros (1963).

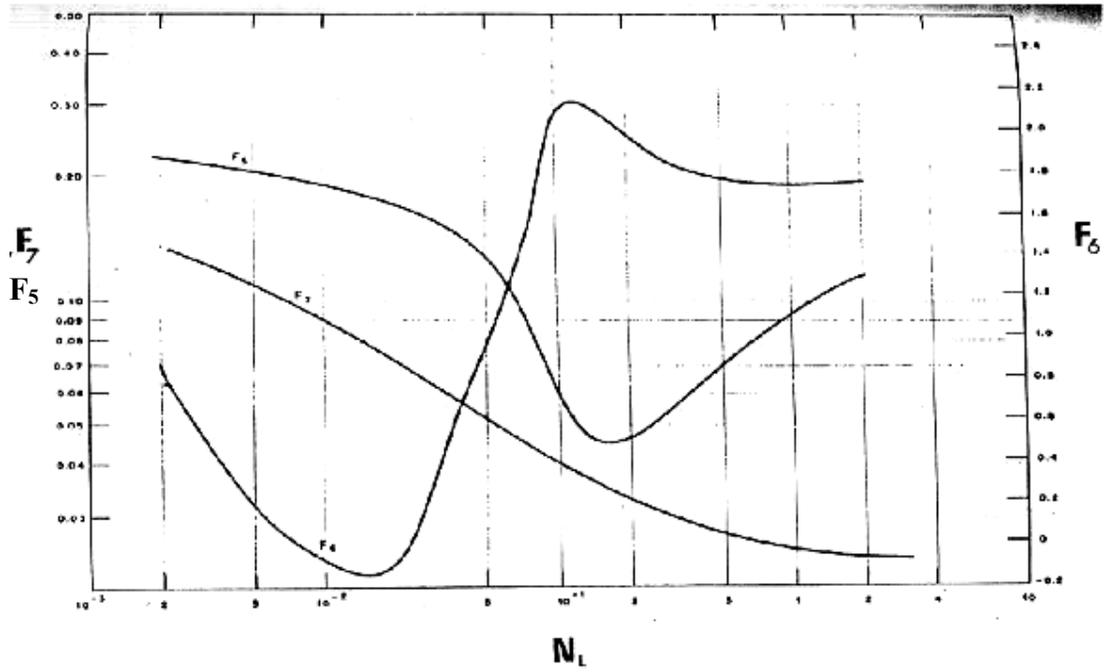


Fig. 15: Números de la velocidad de deslizamiento para tapón, Duns y Ros (1963).

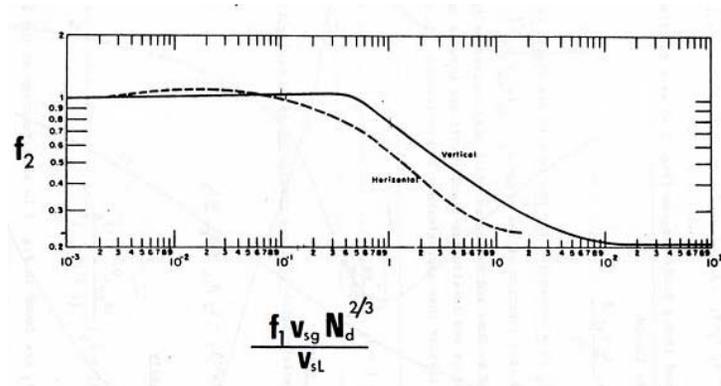


Fig. 16: Correlación de fricción para burbuja, Duns y Ros (1963).

Los autores propusieron una correlación para calcular la velocidad del deslizamiento adimensional S_a , de la cual se puede calcular los valores reales de la velocidad del deslizamiento y de la fracción volumétrica del líquido:

$$S_a = 1,938 U_s \left(\frac{\rho_l}{\sigma_l} \right)^{0,25} \quad \text{Ec. 104}$$

Donde:

$$U_s = U_g - U_l = \frac{U_{sg}}{1 - H_l} - \frac{U_{sl}}{H_l} \quad \text{Ec. 105}$$

De la Ec. 105 se obtiene:

$$H_l = \frac{U_s - U_m + \left((U_s - U_m)^2 + 4U_s U_{sl} \right)^{0,5}}{2U_s} \quad \text{Ec. 106}$$

Para calcular la velocidad dimensional del deslizamiento S_a se aplican las correlaciones, Ec. 107 y Ec. 111, propuestas por los autores las cuales varían para cada patrón de flujo. Luego, de la Ec. 104 se obtiene U_s . Se calcula entonces fácilmente el valor de la fracción volumétrica del líquido.

Para el cálculo de valores como L_1 , L_2 , F_1 , F_2 , F_3 , F_4 , F_5 , F_6 , F_7 y f_2 , se utilizaron las gráficas de las Fig. 13, Fig. 14, Fig. 15 y Fig. 16, presentadas por Duns y Ros. Se tomaron puntos consecutivos para adquirir así una tabla de datos según los valores de ordenada y abscisa. Se encontraron entonces funciones que se aproximan correctamente a las gráficas. Las funciones, sus intervalos de aplicación y los errores de las mismas, se muestran en la Tabla 29 del apéndice A-1.

Flujo Burbuja

Para este patrón de flujo la velocidad adimensional del deslizamiento se calcula de la siguiente forma:

$$S_a = F_1 + F_2 N_{lv} + F_3 \left(\frac{N_{gv}}{1 + N_{lv}} \right)^2 \quad \text{Ec. 107}$$

La caída de presión se calcula:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} = \frac{f_m \rho_l U_{sl} U_m}{2 g_c D_i} + \rho_m \frac{g}{g_c} \sin(\beta) \quad \text{Ec. 108}$$

Donde el factor de fricción de Moody f_m se calcula utilizando la ecuación siguiente, la cual fue obtenida de data experimental:

$$f_m = f_1 \frac{f_2}{f_3} \quad \text{Ec. 109}$$

Donde f_1 es el factor de fricción de Moody para flujo monofásico como función del número de Reynolds para el líquido Ec. 25, f_2 factor de corrección obtenido correlacionando la relación de velocidades de las fases y un grupo adimensional, como se muestra en la Fig. 16. Y el factor de corrección:

$$f_3 = 1 + f_1 \left(\frac{U_{sg}}{50 U_{sl}} \right)^{0,5} \quad \text{Ec. 110}$$

Como se observa el término de la caída de presión debida a la aceleración se desprecia para el patrón tipo burbuja.

Flujo Tapón

La velocidad adimensional del deslizamiento toma el valor:

$$S_a = (1 + F_5) \left(\frac{N_{gv}^{0,982} + F_6'}{1 + 7N_{lv}^2} \right) \quad \text{Ec. 111}$$

La caída de presión para este patrón de flujo se calcula de la misma manera que se hizo para flujo burbuja.

Flujo tipo Mist

Para este tipo de flujo, los autores concluyeron que no hay deslizamiento entre las fases. Es por esto que la caída de presión se calcula:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_t = \frac{f \rho_g U_{sg}^2}{2 g_c D_i} + \rho_m g \quad \text{Ec. 112}$$

Como se observa, para este patrón de flujo se toma en cuenta la caída de presión debido a la aceleración:

$$E_k = \frac{U_m U_{sg} \rho_m}{g_c P} \quad \text{Ec. 113}$$

Duns y Ros notaron que la rugosidad en la pared de la tubería se ve afectada por la película de líquido y por la viscosidad del líquido. Estos fenómenos están gobernados por la ecuación de Weber y de N_μ , donde:

$$We = \frac{\varepsilon U_{sg}^2 \rho_g}{\sigma} \quad \text{Ec. 114}$$

Y:

$$N_\mu = \frac{\mu_l^2}{\rho_l \sigma \varepsilon} \quad \text{Ec. 115}$$

La rugosidad relativa se puede obtener entonces, siguiendo los criterios:

$$WeN_\mu \leq 0,005 \Rightarrow \frac{\varepsilon}{D_i} = \frac{0,0749\sigma}{\rho_g U_{sg}^2 D_i} \quad \text{Ec. 116}$$

Y:

$$WeN_\mu > 0,005 \Rightarrow \frac{\varepsilon}{D_i} = \frac{0,3713\sigma}{\rho_g U_{sg}^2 D_i} (WeN_\mu)^{0,302} \quad \text{Ec. 117}$$

En el caso que $\varepsilon/D_i > 0,05$ el factor de fricción de Moody se calcula:

$$f = 4 \left[\frac{1}{(4 \log(0,27 \varepsilon/D_i))} + 0,067 (\varepsilon/D_i)^{1,73} \right] \quad \text{Ec. 118}$$

Flujo Transición

En este caso los autores propusieron hacer una interpolación lineal entre las fronteras de flujo L_s y L_m , es decir entre flujo tapón y tipo “mist”. Se utiliza la ecuación:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} = \frac{L_m - N_{gv}}{L_m - L_s} \left(\left. \frac{dP}{dz} \right|_{tapon} \right) + \frac{N_{gv} - L_m}{L_m - L_s} \left(\left. \frac{dP}{dz} \right|_{mist} \right) \quad \text{Ec. 119}$$

Para el cálculo en este patrón de flujo se debe modificar el valor de la densidad del gas:

$$\rho'_g = \frac{\rho_g N_{gv}}{L_m} \quad \text{Ec. 120}$$

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

(a) Determinar el patrón de flujo:

- 1) Usar ecuaciones de la Ec. 79 a la Ec. 85, haciendo los cambios de unidad necesarios para asegurar que los parámetros sean adimensionales.
- 2) Encontrar por el método de interpolación los valores de L_1 y L_2 utilizando N_d como abscisa, Fig. 13.
- 3) Si se cumple la siguiente condición el flujo es tipo burbuja:

$$0 \leq N_{gv} \leq L_1 + L_2 N_{lv} \quad \text{Ec. 121}$$

- 4) Si se cumple la siguiente condición el flujo es tipo tapón:

$$L_1 + L_2 N_{lv} \leq N_{gv} \leq L_s \quad \text{Ec. 122}$$

- 5) Si se cumple la siguiente condición el flujo es tipo mist:

$$N_{gv} > L_m \quad \text{Ec. 123}$$

6) Si se cumple la siguiente condición el flujo es tipo transición:

$$L_s < N_{gv} < L_m \quad \text{Ec. 124}$$

(b) Determinar la caída de presión para flujo burbuja:

1) Encontrar, utilizando las funciones de aproximación adecuadas, los valores de F_1 , F_2 , F_3 y F_4 utilizando N_l como abscisa, Fig. 14. El valor de F_3' se calcula:

$$F_3' = F_3 - \frac{F_4}{N_d} \quad \text{Ec. 125}$$

- 2) Usar las Ec. 107, Ec. 104 y Ec. 106 para determinar S_d , U_s y H_l .
- 3) Calcular el factor de fricción f_1 utilizando el número de Reynolds para el líquido Ec. 25. Obtener el valor de f_2 de la función de aproximación respectiva. Aplicar la Ec. 110 y luego la Ec. 109 para obtener el factor de fricción e Moody para la mezcla f_m .
- 4) Determinar la densidad de la mezcla ρ_m a partir de la Ec. 30.
- 5) Aplicar la Ec. 108 para determinar la caída de presión total.

(c) Determinar la caída de presión para flujo tapón:

1) Encontrar, haciendo uso de las funciones de aproximación propuestas, los valores de F_5 , F_6 y F_7 utilizando N_l como abscisa, Fig. 15. El valor de F_6' se calcula:

$$F'_6 = 0,029N_d + F_6 \quad \text{Ec. 126}$$

- 2) Usar las Ec. 111, Ec. 104 y Ec. 106 para determinar S_a , U_s y H_l .
- 3) Repetir el paso 3), 4) y 5) para flujo burbuja.

(d) Determinar la caída de presión para flujo tipo mist:

- 1) Calcular el número de Reynolds para el gas según la Ec. 26.
- 2) Aplicar las Ec. 114 y Ec. 115 y los criterios Ec. 116 y Ec. 117. Si $\varepsilon/D_i > 0,05$ se utiliza la Ec. 118 para obtener el factor de fricción de Moody. De lo contrario se utiliza Ec. 24 para calcular el factor de fricción de Moody con el número de Reynolds calculado en el paso 1).
- 3) Calcular la densidad de mezcla ρ_m aplicando la Ec. 32 y E_k con la Ec. 113.
- 4) Calcular la caída de presión con la Ec. 112.

(e) Caída de presión para flujo transición:

- 1) Calcular la caída de presión para flujo tapón y tipo mist siguiendo los pasos c) y d) utilizando como densidad del gas la calculada en la Ec. 120.
- 2) Obtener la caída de presión de la Ec. 119.

Correlación de Dukler *et al.* (1964)

Este modelo se caracteriza por estar dividido en dos partes: en la primera, sus autores comparan ciertas correlaciones para el cálculo de la presión y del holdup frente a una data experimental; y en la segunda, realizan un análisis de similitud con

la finalidad de proponer una nueva correlación para el cálculo del gradiente de presión.

Una característica importante de este modelo es la definición del gradiente de presión debido a la fricción, que se evalúa con la siguiente ecuación:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_f = \frac{2G_{tot}^2 f_f}{D_i \rho_m} \alpha(\lambda) \varphi \quad \text{Ec. 127}$$

Donde $\alpha(\lambda)$ se defien más adelante y φ es un grupo adimensional definido por:

$$\varphi = \frac{\rho_l}{\rho_m} \frac{\lambda_l^2}{H_l} + \frac{\rho_g}{\rho_m} \frac{(1-\lambda_l)^2}{(1-H_l)} \quad \text{Ec. 128}$$

En la cual, la densidad bifásica debe ser calculada según la Ec. 30, utilizando la fracción de líquido sin deslizamiento. El holdup debe ser calculado a través de un proceso iterativo en el cual se utilizan las ecuaciones de Bankoff (1960) y Hughmark (1962). Bankoff propuso la siguiente ecuación para correlacionar la fracción de líquido con deslizamiento:

$$K = \frac{1-H_l}{1-\lambda_l} \quad \text{Ec. 129}$$

Mientras que Hughmark correlacionó el factor K contra una variable que denominó Z y que viene dada por la siguiente fórmula:

$$Z = \frac{\text{Re}^{1/8} \text{Fr}^{1/8}}{\lambda_l^{1/4}} = \frac{\left(\frac{\rho_m U_m D_i}{\mu_l H_l + \mu_g (1-H_l)} \right)^{1/8} \left(\frac{U_m}{g D_i} \right)^{1/8}}{\lambda_l^{1/4}} \quad \text{Ec. 130}$$

Donde la densidad de mezcla se define con la Ec. 32.

La relación entre K y Z puede ser ajustada con una ecuación logarítmica de quinto orden, la cual fue desarrollada por García *et al.* (2004) y es la siguiente:

$$K = 0,1746 - 0,1301\ln(Z) + 0,7508\ln(Z)^2 - 0,4308\ln(Z)^3 + 0,09553\ln(Z)^4 - 0,007452\ln(Z)^5 \quad \text{Ec. 131}$$

También, en la Ec. 127 se observa el factor $\alpha(\lambda)$ que viene dado por la siguiente relación:

$$\alpha(\lambda) = 1 + \frac{-\ln \lambda_l}{1,281 - 0,478(-\ln \lambda_l) + 0,444(-\ln \lambda_l)^2 - 0,094(-\ln \lambda_l)^3 + 0,00843(-\ln \lambda_l)} \quad \text{Ec. 132}$$

Otro aspecto importante de este modelo tiene que ver con la definición del gradiente de presión debido a los cambios de energía cinética. Haoulo (2004) desarrolló detalladamente las ecuaciones propuestas por Dukler y compañía, hasta llegar a la relación mostrada en la Ec. 51.

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

- (a) Determinar el flujo másico total por unidad de área con las Ec. 20, Ec. 21 y la Ec. 22.
- (b) Calcular la fracción de líquido sin desplazamiento con la Ec. 17.
- (c) Calcular la densidad de la mezcla bifásica, utilizando el resultado anterior en la Ec. 32. Análogamente, determinar la viscosidad de la mezcla bifásica, Ec. 33.

(d) Determinar la fracción de líquido con deslizamiento, para lo cual debe realizarse un proceso iterativo que involucre las ecuaciones Ec. 129, Ec. 130 y Ec. 131.

(e) Calcular el factor adimensional φ según la Ec. 128, el flujo másico total \dot{m} con las Ec. 9 y luego sustituir en la siguiente fórmula para determinar el número de Reynolds de la mezcla homogénea.

$$\text{Re}_{tp} = \frac{4\dot{m}}{\pi D_i \mu_m} \varphi \quad \text{Ec. 133}$$

(f) Utilizando el resultado anterior en la Ec. 134 se obtiene el factor de fricción de Fanning para la mezcla.

$$f_f = 0,014 + \frac{0,125}{\text{Re}_{tp}^{0,32}} \quad \text{Ec. 134}$$

(g) Determinar el factor $\alpha(\lambda)$ según la Ec. 132 y luego calcular el volumen específico del gas de esta forma:

$$v_g = \frac{\bar{R}T}{PM} \quad \text{Ec. 135}$$

(h) Determinar el gradiente de presión por fricción con la Ec. 127 y el gradiente de presión por aceleración con la Ec. 51.

(i) Con la densidad de la mezcla, calcular la caída de presión por elevación como se muestra en la Ec. 29.

(j) Aplicar la Ec. 28 para obtener el gradiente de presión total.

Correlación de Hagedorn y Brown (1965)

Las correlaciones propuestas por estos dos autores fueron desarrolladas a partir de datos experimentales provenientes de pozos de prueba cuyas tuberías tenían a lo sumo 1 ½ pulgadas de diámetro nominal. No obstante, Hagedorn y Brown aseguran que es posible utilizar sus correlaciones en el cálculo de gradientes de presión en tuberías de mayor diámetro que aquellas donde fueron desarrolladas dichas correlaciones. Según los autores esta extrapolación es posible con cierto grado de precisión. Es importante destacar que, para asegurar la correcta aplicación de las correlaciones, los datos fueron convertidos al sistema inglés de unidades.

Donde:

μ : viscosidad [*cp*].

σ : tensión superficial [*dynes/cm*].

D_i : diámetro de la tubería [*ft*].

ρ_m : densidad [*lbm/ft³*].

U : velocidad [*ft/s*].

$P, dP/dz$: presión [*psi*].

Estos investigadores reconocen dos tipos de patrones de flujo: Burbuja y No Burbuja. El modelo propuesto por ellos se aplica para flujo bifásico de tipo No Burbuja y consiste en la siguiente metodología: en primer lugar se determina el coeficiente de la viscosidad del líquido C_{nl} , el cual es función del número de la viscosidad del líquido N_l . Para ello en este trabajo se hizo un ajuste de los datos reales, obtenidos de la siguiente figura, a una función polinómica de décimo orden, la cual puede verse en el apéndice A-1, en la Tabla 23.

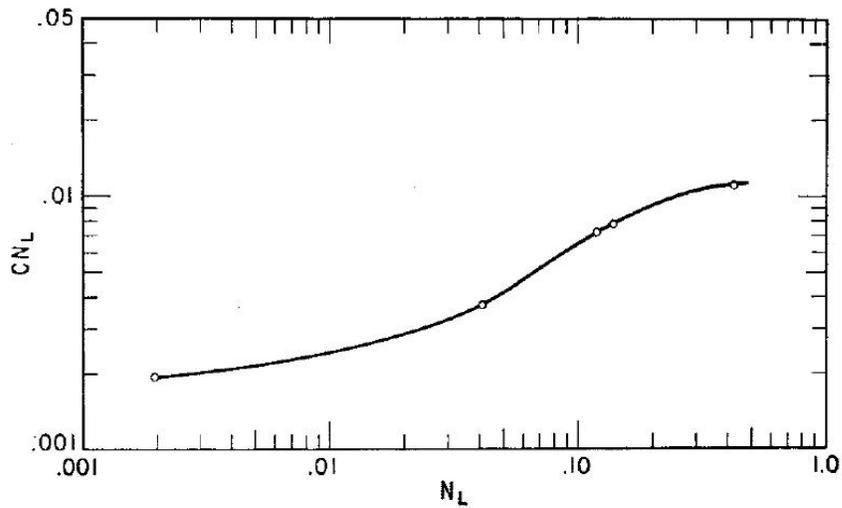


Fig. 17: Coeficiente de la viscosidad del líquido versus N_L , según Hagendorn y Brown(1965).

Seguidamente, una vez determinado el coeficiente de la viscosidad del líquido, se utiliza este valor en el cálculo del factor adimensional C_2 , definido por los autores como:

$$C_2 = \left(\frac{N_{lv}}{N_{gv}^{0,575}} \right) \left(\frac{P}{14,7} \right)^{0,1} \left(\frac{C_{nl}}{N_d} \right) \quad \text{Ec. 136}$$

Con lo cual se puede hacer uso de la segunda función de aproximación de los datos reales, ya que la misma representa la dependencia del Factor de Holdup H_H/ψ , del coeficiente C_2 , como se puede ver en la siguiente figura. La función de ajustes y los errores calculados se encuentran en la Tabla 23 que se encuentra en el apéndice A-1. Similarmente, cuando el factor C_2 se encuentra por encima del máximo o por debajo del mínimo del intervalo de precisión se realiza una extrapolación lineal.

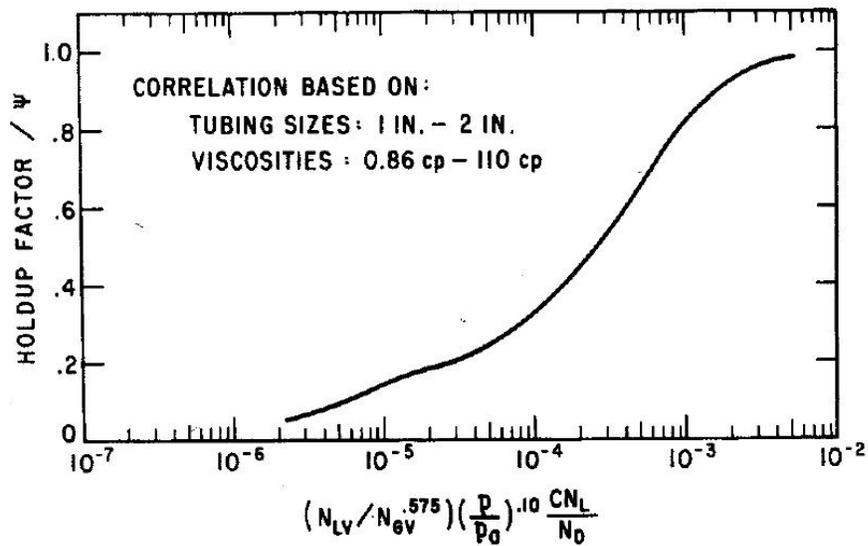


Fig. 18: Factor de Holdup vs. C_2 , por Hagendorn y Brown (1965).

A continuación, es necesario calcular un tercer factor de corrección del Holdup denominado ψ , el cual es función de un tercer grupo adimensional llamado C_3 , definido por los autores con la siguiente ecuación:

$$C_3 = \left(\frac{N_{gv} \cdot N_{lv}^{0.38}}{N_d^{2.14}} \right) \quad \text{Ec. 137}$$

Igualmente se desarrolló una función de ajuste de los datos reales obtenidos mediante la digitalización de la gráfica que se muestra a continuación. Al igual que la ecuación de ajuste anterior, su forma y errores se pueden observar en la misma tabla mencionada previamente.

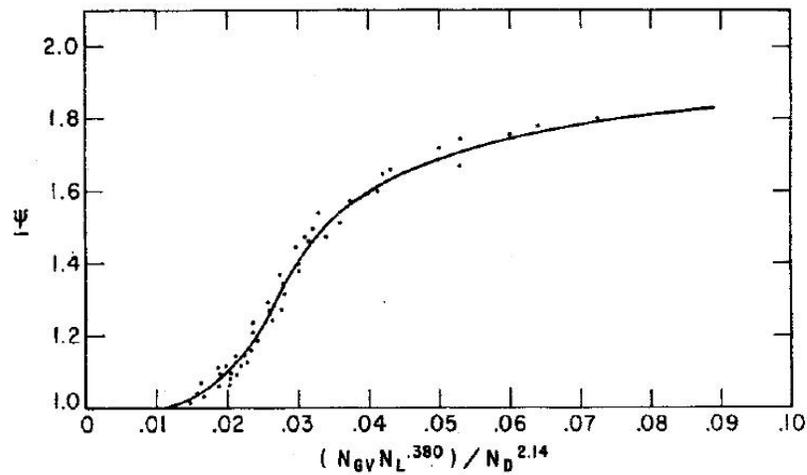


Fig. 19: ψ vs. C_3 , según Hagendorn y Brown (1965).

Finalmente, se calcula el holdup corregido por los factores obtenidos de las correlaciones presentadas hasta ahora mediante la siguiente ecuación:

$$H_f = \left(\frac{H_f}{\psi} \right) \cdot \psi \quad \text{Ec. 138}$$

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

(a) Calcular los grupos adimensionales, asegurando la correspondencia de unidades:

$$N_{gv} \text{ (Ec. 79).}$$

$$N_h \text{ (Ec. 80).}$$

$$N_l \text{ (Ec. 81).}$$

$$N_d \text{ (Ec. 82).}$$

(b) Calcular el valor de la velocidad de la mezcla (Ec. 15) y de la frontera entre flujo burbuja y tapón (Ec. 83).

(c) Determinar la fracción de gas sin deslizamiento (Ec. 19).

(d) Calcular el número de Reynolds del líquido (Ec. 25) y el factor de fricción de Moody (Ec. 24).

(e) Criterio para definir el tipo de flujo (monofásico o bifásico):

$$N_{gv} \leq 0 \quad \text{Ec. 139}$$

(f) Criterio para determinar el tipo de patrón de flujo, si se cumple es burbuja, de lo contrario es no burbuja:

$$\lambda_g \leq L_b \quad \text{Ec. 140}$$

(g) Determinar el gradiente de presión total en flujo monofásico, siendo f el factor de fricción de Moody calculado en 1):

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} = 1,0792 \cdot 10^{-4} \cdot f \cdot \frac{\rho_l U_{sl}^2}{D_i} + \frac{g}{g_c} \frac{\rho_l}{144} \sin(\beta) \quad \text{Ec. 141}$$

(h) Determinar el gradiente de presión total en flujo bifásico de tipo burbuja:

$$U_s = 0,7874016 \left[\frac{ft}{s} \right] \quad \text{Ec. 142}$$

$$H_l = 1 - 0,5 \cdot \left(1 + \frac{U_m}{U_s} - \sqrt{\left(1 + \frac{U_m}{U_s} \right)^2 - 4 \cdot \frac{U_{sg}}{U_s}} \right) \quad \text{Ec. 143}$$

$$U_l = \frac{U_{sl}}{H_l} \quad \text{Ec. 144}$$

Calcular el número de Reynolds según (Ec. 25) utilizando U_l en lugar de U_{sl} .

Calcular el factor de fricción de Moody según (Ec. 24) usando el resultado anterior.

Determinar la densidad de mezcla con la Ec. 30.

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} = \frac{1}{144} \left(\rho_m \frac{g}{g_c} \sin \beta + f \cdot \frac{\rho_l U_{sl}^2}{2g_c D_i H_l^2} \right) \quad \text{Ec. 145}$$

(i) Si el caso es no burbuja, determinar los valores de los factores de corrección de la fracción de líquido con deslizamiento:

$$C_{nl} \text{ (Ec. 329).}$$

$$C_2 \text{ (Ec. 136).}$$

$$H_{ff}/\psi \text{ (Ec. 328).}$$

$$C_3 \text{ (Ec. 137).}$$

$$\psi \text{ (Ec. 330).}$$

$$H_f \text{ (Ec. 138).}$$

$$\lambda_l \text{ (Ec. 17).}$$

Calcular las densidades promedio de la mezcla, usando la fracción de líquido con deslizamiento y sin deslizamiento:

$$\rho_m = \rho_l \cdot H_l + \rho_g \cdot H_g \quad \text{Ec. 146}$$

$$\rho_n = \rho_l \cdot \lambda_l + \rho_g \cdot \lambda_g \quad \text{Ec. 147}$$

El autor indica que la mejor aproximación se obtiene al utilizar el mayor de los valores calculado en las dos ecuaciones anteriores en el denominador de la siguiente ecuación.

Determinar la densidad promedio de la mezcla bifásica:

$$\begin{aligned} \rho_{tp} &= \frac{\rho_n^2}{\rho_m} & \text{si } \rho_m > \rho_n \\ \rho_{tp} &= \rho_n & \text{si } \rho_m < \rho_n \end{aligned} \quad \text{Ec. 148}$$

Calcular la viscosidad promedio de la mezcla, para lo cual se utiliza la siguiente ecuación en la cual la variable x debe ser substituida con el mayor valor entre H_f y λ_l :

$$\mu_m = \mu_l^x \cdot \mu_g^{(1-x)} \quad \text{Ec. 149}$$

Obtener el número de Reynolds de la mezcla (Ec. 25), utilizando el mayor valor calculado entre las ecuaciones Ec. 146 y Ec. 147, y el valor obtenido en la Ec. 149.

Con el número de Reynold de la mezcla, determinar el factor de fricción de Moody (Ec. 24).

Determinar el gradiente de presión total en la tubería:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} = \frac{1}{144} \left[\left(\frac{g}{g_c} \rho_{tp} \sin \beta \right) \frac{g}{g_c} + \frac{f \rho_{tp} U_m^2}{2 g_c D_i} \right] \quad \text{Ec. 150}$$

Correlación de Orkiszewski (1967)

Este autor propone un modelo dependiente del tipo de patrón de flujo y asegura que, a pesar de ser una extensión del trabajo hecho por Griffith y Wallis (1961), es superior en cuanto a la precisión del cálculo de la caída de presión. Los

patrones de flujo que Orkiszewski reconoce son: burbuja, tapón, transitorio y anular; y para cada uno de ellos, o bien el autor recomienda el uso de una determinada correlación que según su criterio es la más adecuada, o bien el autor desarrolla una serie de correlaciones que conducen al cálculo del gradiente de presión. Es importante destacar que, para asegurar la correcta aplicación de las correlaciones, los datos fueron convertidos al sistema inglés de unidades.

Donde:

μ : viscosidad [*cp*].

σ : tensión superficial [*dynes/cm*].

D_i : diámetro de la tubería [*ft*].

ρ_m : densidad [*lbm/ft³*].

U : velocidad [*ft/s*].

dP/dz : presión [*psf*].

En primera instancia, se determina el patrón de flujo existente según las condiciones de flujo y propiedades del fluido. Para ello, el autor utiliza los límites propuestos por Griffith y Wallis (1961), en el caso de la transición entre flujo burbuja y tapón, y los sugeridos por Duns y Ros (1963) en las demás transiciones.

Una vez determinado el patrón de flujo presente en la tubería, corresponde el cálculo del gradiente de presión, para lo cual Orkiszewski recomienda el uso de las siguientes correlaciones o modelos:

Tabla 2: Correlaciones recomendadas por Orkiszewski.

MÉTODO	PATRÓN DE FLUJO
Griffith y Wallis(1961)	Burbuja
Griffith y Wallis(1961)	Tapón (término de la densidad)
Orkiszewski (1967)	Tapón (Término de la fricción)
Duns y Ros (1963)	Transitorio
Duns y Ros (1963)	Anular

Como se observa en la tabla anterior, el procedimiento para el cálculo del gradiente de presión en flujo burbuja ya se explicó detalladamente en el resumen del modelo de Griffith y Wallis (1961). Asimismo, el método para el cálculo del gradiente de presión en flujo transitorio y anular se expuso minuciosamente en el resumen del modelo de Duns y Ros (1963). En cuanto a la técnica para el cálculo del gradiente de presión en flujo tipo tapón, solo se expondrá el procedimiento para calcular el término correspondiente al gradiente de presión por fricción, ya que es la innovación realizada por el autor al trabajo que hicieran Griffith y Wallis (1961) en este régimen.

En consecuencia, el gradiente de presión debido a la fricción en flujo tipo tapón se calcula, según Orkiszewski, mediante la siguiente ecuación:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_f = f \cdot \frac{\rho_l U_m^2}{2g_c D_i} \cdot \left(\frac{(U_{sl} + U_b)}{(U_m + U_b)} + \delta \right) \quad \text{Ec. 151}$$

Siendo un coeficiente adimensional de correlación.

Con respecto al cálculo de la velocidad de la burbuja, el autor sugiere que se utilice la fórmula propuesta en la correlación de Griffith y Wallis (1961), es decir, la

Ec. 98. En dicha ecuación, C_1 se expresa en la Fig. 11 como función del número de Reynolds de flujo burbuja y C_2 se extrae de la Fig. 12 como función tanto del número de Reynolds de flujo burbuja como del número de Reynolds del líquido. Como se dijo previamente, se hallaron funciones de ajuste de los datos de ambas gráficas para ser utilizados en las correspondientes subrutinas.

Consecuentemente, se define el número de Reynolds de flujo burbuja como lo indica la siguiente ecuación:

$$\text{Re}_b = \frac{U_b \cdot D_i \cdot \rho_l}{\mu_l} \quad \text{Ec. 152}$$

Por tanto, se hace evidente que es necesario un proceso iterativo para el cálculo de los factores C_1 y C_2 , que es muy parecido al expuesto en el procedimiento de cálculo de Griffith y Wallis (1961). Además, el autor propone una serie de ecuaciones para extrapolar el valor de U_b cuando el número de Reynolds es mayor a 6.000. Estas ecuaciones son las que se presentan a continuación:

Cuando $\text{Re}_b \leq 3.000$:

$$U_b = (0,546 + 8,74 \times 10^{-6} \cdot \text{Re}) \cdot \sqrt{g \cdot D_i} \quad \text{Ec. 153}$$

Cuando $\text{Re}_b \geq 8.000$:

$$U_b = (0,35 + 8,74 \times 10^{-6} \cdot \text{Re}) \cdot \sqrt{g \cdot D_i} \quad \text{Ec. 154}$$

Y cuando $3.000 < \text{Re}_b < 8.000$:

$$\psi = (0,251 + 8,74 \times 10^{-6} \cdot \text{Re}) \cdot \sqrt{g \cdot D_i}$$

$$U_b = \frac{1}{2} \cdot \psi + \sqrt{\psi^2 + \frac{13,59 \cdot \mu_l}{\rho_l \cdot \sqrt{D_i}}} \quad \text{Ec. 155}$$

En relación al cálculo de δ , Orkiszewski propone un conjunto de 4 ecuaciones que dependen tanto de la naturaleza de la fase líquida del flujo como de la velocidad de la mezcla. Esta dependencia se resume en la tabla siguiente:

Tabla 3: Ecuaciones sugeridas por Orkiszewski para el cálculo del coeficiente de distribución del líquido.

FASE CONTINUA	U_m [ft/s]	ECUACIÓN PROPUESTA
Agua	<10	Ec. 156
Agua	>10	Ec. 157
Aceite	<10	Ec. 158
Aceite	>10	Ec. 159

Y las ecuaciones son:

$$\delta = \left(\frac{0,013 \log \mu_l}{D_i^{7,99}} \right) - 0,681 + 0,232 \log U_m - 0,428 \log D_i \quad \text{Ec. 156}$$

$$\delta = \left(\frac{0,045 \log \mu_l}{D_i^{7,99}} \right) - 0,709 - 0,162 \log U_m - 0,888 \log D_i \quad \text{Ec. 157}$$

$$\delta = \left(\frac{0,0127 \log(\mu_l + 1)}{D_i^{1,415}} \right) - 0,284 + 0,167 \log U_m + 0,113 \log D_i \quad \text{Ec. 158}$$

$$\delta = \left(\frac{0,0274 \log(\mu_l + 1)}{D_i^{1,371}} \right) + 0,161 + 0,569 \log D_i$$

$$- \log U_m \left[\left(\frac{0,01 \log(\mu_l + 1)}{D_i^{1,571}} \right) + 0,397 + 0,63 \log D_i \right]$$

Ec. 159

Finalmente, se debe destacar que el autor restringe el valor de δ con los siguientes límites, que dependen de la velocidad de la mezcla:

Para $U_m < 10$ [ft/s]:

$$\delta \geq -0,065 \cdot U_m$$

Ec. 160

Y para $U_m > 10$ [ft/s]:

$$\delta \geq -\frac{U_b}{U_m + U_b} \cdot \left(1 - \frac{\rho_p}{\rho_l} \right)$$

Ec. 161

Donde:

$$\rho_{tp} = \frac{\rho_l(U_{sl} + U_b) + \rho_g U_{sg}}{U_m + U_b} + \rho_l \delta$$

Ec. 162

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

a) Determinar el patrón de flujo, usar ecuaciones de la Ec. 79 a la Ec. 85.

El flujo es burbuja cuando:

$$l_b \geq 0,13 \text{ y } \lambda_g < l_b$$

El flujo es tapón cuando:

$$N_{gv} < l_s \text{ y } \lambda_g > l_b$$

El flujo es transición si:

$$N_{gv} < l_m \text{ y } N_{gv} > l_s$$

Se considera tipo “mist” cuando:

$$N_{gv} > l_m$$

- b) Si el flujo es tipo tapón, calcular el número de Reynolds del líquido (Ec. 25), utilizando como velocidad la de la mezcla, el factor de fricción de Moody (Ec. 24) y la rugosidad relativa.
- c) Asignar los valores iniciales del proceso iterativo para calcular la velocidad de la burbuja. Asumir una primera aproximación a la velocidad de la burbuja y calcular con ella el número de Reynolds de la burbuja (Ec. 152).
- d) Si el número de Reynolds del líquido es mayor a 6.000, seleccionar la relación adecuada de entre las correspondientes (Ec. 153, Ec. 154 y Ec. 155). En caso contrario, utilizar las formulas de ajuste de las Fig. 11 y Fig. 12 para hallar los factores necesarios para el cálculo de la nueva velocidad de la burbuja.
- e) Comparar esta nueva velocidad con la supuesta en el paso (c) y seguir iterando hasta que la diferencia entre el valor supuesto y el calculado sea menor que una tolerancia especificada o se alcance el número máximo de iteraciones.

- f) Determinar el valor del coeficiente de distribución de líquido, utilizar como guía la Tabla 3.
- g) Obtener la densidad bifásica, con la Ec. 162.
- h) Calcular el gradiente de presión por fricción según la Ec. 151 y sumarlo al gradiente de presión por elevación, que corresponde a la densidad bifásica calculada en el paso anterior, a fin de obtener el gradiente de presión total con la Ec. 28.

Correlación Eaton *et al.* (1967)

La correlación propuesta por estos autores fue desarrollada a partir de data proveniente de un sistema de tubería horizontal de 2 y 4 pulgadas de diámetro y aproximadamente 1.700 pies de longitud. Eaton y compañía proponen correlaciones para determinar el factor de fricción y la fracción de líquido con deslizamiento. (Todas las unidades en Sistema Inglés)

Donde:

μ : viscosidad [*cp*].

σ : tensión superficial [*dynes/cm*].

D_i : diámetro de la tubería [*ft*].

ρ_m : densidad [*lbm/ft³*].

U : velocidad [*ft/s*].

dP/dz : presión [*psf*].

\dot{m} : flujo másico [*lb/s*].

En primer lugar, los autores plantean la siguiente función, en la cual el factor de fricción queda correlacionado con estos grupos adimensionales:

$$f \left(\frac{\dot{m}_l}{\dot{m}} \right)^{0,1} = \psi \left[\frac{0,057 \sqrt{(\dot{m}_g \dot{m})}}{\mu_g D_i^{2,25}} \right] \quad \text{Ec. 163}$$

Esta correspondencia se puede observar en la siguiente figura, la cual fue igualmente digitalizada y aproximada con el método expuesto anteriormente. La función de ajuste y sus errores se pueden observar en el apéndice A-1 en la Tabla 32.

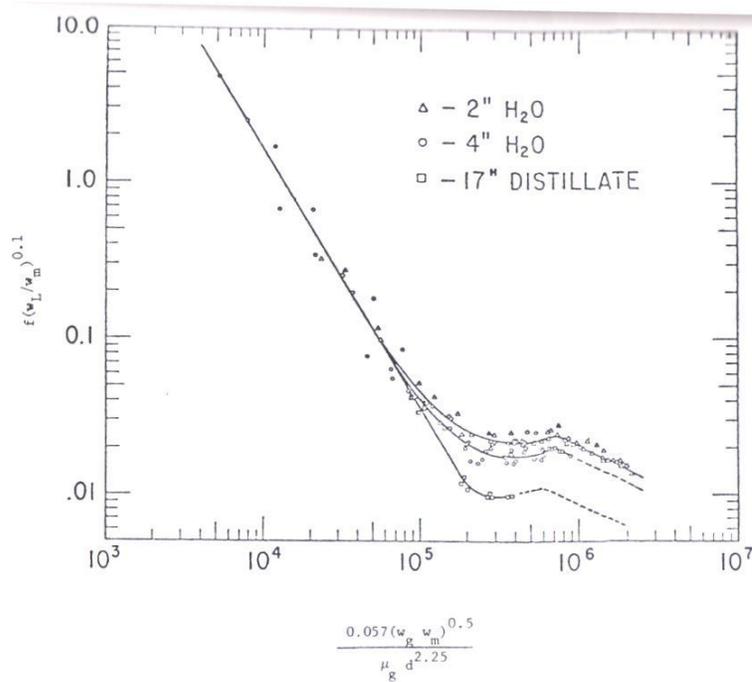


Fig. 20: Correlación para el factor de pérdida de energía de Eaton *et al.* (1967).

En cuanto al holdup, de la misma manera los autores definieron un parámetro adimensional con el cual correlacionaron la fracción de líquido con deslizamiento. El mencionado grupo adimensional es el siguiente:

$$\frac{1,84 N_{lv}^{0,575}}{N_{gv} N_d^{0,0277}} \left(\frac{P}{14,65 \text{ psi}} \right)^{0,05} N_L^{0,1} \quad \text{Ec. 164}$$

Como se puede ver, este parámetro adimensional es función de los números adimensionales mostrados anteriormente y su relación con la fracción volumétrica de líquido con deslizamiento se presenta en la siguiente figura:

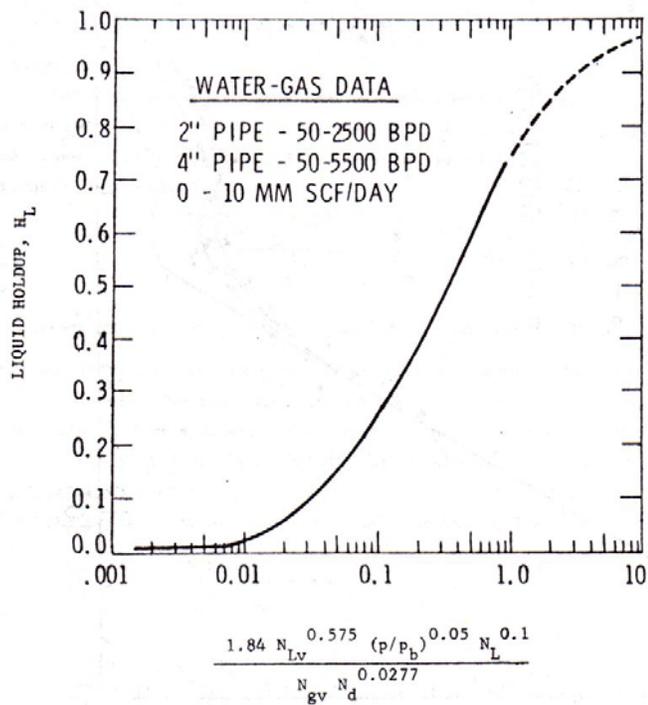


Fig. 21: Correlación para el Holdup propuesta por Eaton *et al.* (1967).

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

- (a) Calcular los flujos máxicos de gas, líquido y total. Determinar la abscisa de la Fig. 20.
- (b) Con la ecuación de ajuste de la Fig. 20 y la abscisa, calcular la ordenada. Despejar y obtener el factor de fricción bifásico de Moody f .
- (c) Calcular los números adimensionales necesarios para utilizar la Ec. 164. Determinar la abscisa de la Fig. 21.
- (d) Con la ecuación de ajuste de la Fig. 21 y la abscisa, calcular la fracción de líquido con deslizamiento.
- (e) Aplicar la Ec. 17 para determinar la fracción de líquido sin deslizamiento. Sustituir este valor en la Ec. 32 para determinar la densidad de mezcla sin deslizamiento ρ_m .
- (f) Calcular el gradiente de presión debido a la fricción con:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_f = f \frac{G_{tot}^2}{2g_c D_i \rho_m} \quad \text{Ec. 165}$$

- (g) Con el holdup calculado en (d) determinar la densidad bifásica, Ec. 30, y con ésta el gradiente de presión debido al cambio de energía potencial. Aplicar el modelo de Wallis (1969) para determinar la caída de presión debida al cambio de energía cinética.
- (h) Calcular la caída de presión total con la Ec. 28.

Correlación de Aziz *et al.* (1972)

Aziz *et al.* desarrollaron un método el cual toma en cuenta los patrones de flujo y presentaron una correlación para el flujo tipo burbuja y tapón. En su trabajo proponen utilizar el método de Duns y Ros para el flujo tipo mist y transición. Para este modelo los datos fueron convertidos al Sistema Inglés:

Donde:

μ : viscosidad [*cp*].

σ : tensión superficial [*dynes/cm*].

D_i : diámetro de la tubería [*ft*].

ρ_m : densidad [*lbm/ft³*].

U : velocidad [*ft/s*].

dP/dz : presión [*psf*].

\dot{m} : flujo másico [*lb/s*].

Para definir los patrones de flujo, los autores definen las siguientes variables, (no se debe hacer cambio de unidades):

$$N_x = U_{sg} \left(\frac{\rho_g}{0,0764} \right)^{1/3} \left(\frac{72\rho_l}{62,4\sigma_l} \right)^{1/4} \quad \text{Ec. 166}$$

$$N_y = U_{sl} \left(\frac{72\rho_l}{62,4\sigma_l} \right)^{1/4} \quad \text{Ec. 167}$$

$$N_1 = 0,51(100N_y)^{0,172} \quad \text{Ec. 168}$$

$$N_2 = 8,6 + 3,8N_y \quad \text{Ec. 169}$$

$$N_3 = 70(100N_y)^{-0,152} \quad \text{Ec. 170}$$

Flujo Burbuja:

La fracción volumétrica de líquido se calcula de la siguiente forma:

$$H_l = 1 - \frac{U_{sg}}{U_{bf}} \quad \text{Ec. 171}$$

Siendo:

$$U_{bf} = 1,2U_m + U_{bs} \quad \text{Ec. 172}$$

$$U_{bs} = 1,41 \left[\frac{\sigma g (\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right]^{1/4} \quad \text{Ec. 173}$$

La caída de presión por fricción se define como:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_f = \frac{f \rho_m U_m^2}{2 g_c D_i} \quad \text{Ec. 174}$$

Donde f es el factor de fricción de Moody correspondiente al número de Reynolds de líquido calculado para una velocidad igual a la de la mezcla, y ρ_m corresponde a la densidad de la mezcla calculada con la Ec. 30.

Flujo Tapón:

Para este caso se utilizan las Ec. 171 y Ec. 172, y la siguiente:

$$U_{bs} = C \left[\frac{\sigma g (\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right]^{1/4} \quad \text{Ec. 175}$$

Donde:

$$C = 0,345 \left[1 - e^{-0,029 N_v} \right] \left[1 - e^{-\frac{3,37 - N_e}{m}} \right] \quad \text{Ec. 176}$$

Siendo:

$$N_e = \frac{g D_i^2 (\rho_l - \rho_g)}{\sigma} \quad \text{Ec. 177}$$

$$N_v = \frac{\left[g D_i^3 \rho_l (\rho_l - \rho_g) \right]^{1/2}}{\mu_l} \quad \text{Ec. 178}$$

Tabla 4: Valores de m respecto a N_v sugeridos por Aziz *et al.*

N_v	m
≥ 250	10
$250 > N_v > 18$	$69 N_v^{-0,35}$
≤ 18	25

La caída de presión por fricción se calcula:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_f = \frac{f \rho_l H_l U_m^2}{2 g_c D_i} \quad \text{Ec. 179}$$

Donde f es el factor de fricción de Moody correspondiente al número de Reynolds de líquido calculado para una velocidad igual a la de la mezcla.

Flujo Mist:

La caída de presión para este tipo de patrón de flujo se calcula siguiendo el método propuesto por Duns y Ros (1963).

Flujo Transición:

Para este tipo de patrón de flujo para el cálculo de la caída de presión se debe usar las ecuaciones de flujo tapón y “mist”. Luego se aplica un método de interpolación similar al propuesto por Duns y Ros (1963):

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} = \frac{N_3 - N_x}{N_3 - N_2} \left. \frac{dP}{dz} \right|_{slug} + \left(1 - \frac{N_3 - N_x}{N_3 - N_2} \right) \left. \frac{dP}{dz} \right|_{mist} \quad \text{Ec. 180}$$

Los autores consideraron despreciable la caída de presión por aceleración en todos los patrones de flujo a excepción del flujo tipo mist. Además, la caída de presión por elevación se calcula relacionando la densidad de la mezcla con el ángulo de inclinación, como se vio en modelos anteriores.

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

(a) Determinar el patrón de flujo:

- 1) Usar ecuaciones de la Ec. 166 a la Ec. 170.
- 2) Si se cumple la siguiente condición el flujo es tipo burbuja:

$$N_x < N_l \quad \text{Ec. 181}$$

3) El flujo es tipo tapón cuando:

$$\begin{aligned} N_1 < N_x < N_2 & \quad \text{para } N_y < 4 \\ N_1 < N_x < 26,5 & \quad \text{para } N_y \geq 4 \end{aligned} \quad \text{Ec. 182}$$

4) Existirá flujo tipo mist al cumplirse:

$$\begin{aligned} N_x > 3 & \quad \text{para } N_y < 4 \\ N_x > 26,5 & \quad \text{para } N_y > 4 \end{aligned} \quad \text{Ec. 183}$$

5) Si se cumple la siguiente condición el flujo es tipo transición:

$$N_2 < N_x < N_3 \quad \text{para } N_y < 4 \quad \text{Ec. 184}$$

(b) Determinar la caída de presión para flujo burbuja:

- 1) Evaluar el valor de la fracción volumétrica de líquido utilizando las Ec. 173, Ec. 172 y Ec. 171.
- 2) Con el valor anterior calcular la densidad de la mezcla, Ec. 30.

- 3) Calcular el valor del factor de fricción de Moody evaluado para un número de Reynold del líquido (Ec. 25) que fluye a una velocidad U_m , Ec. 24.
- 4) Calcular la caída de presión utilizando la Ec. 174.

(c) Determinar la caída de presión para flujo tapón:

- 1) Evaluar el valor de la fracción volumétrica de líquido utilizando las Ec. 173, Ec. 172 y Ec. 171.
- 2) Calcular el valor del factor de fricción de Moody evaluado para un número de Reynold del líquido (Ec. 25) que fluye a una velocidad U_m , Ec. 24.
- 3) Calcular la caída de presión utilizando la Ec. 179.

(d) Caída de presión para flujo “mist”: en este caso se utiliza el método descrito para Duns y Ros (1963).

(e) Caída de presión para flujo transición:

- 1) Calcular la caída de presión para flujo tapón y tipo mist (c) y (d).
- 2) Obtener la caída de presión de la Ec. 119.

Correlación de Beggs y Brill (1973)

La correlación de Beggs y Brill ofrece la posibilidad de calcular caída de presión para flujo bifásico en tuberías de cualquier inclinación. Según Alarcón (1998), este método es el más consistente, aunque esto no significa que es el más exacto.

En este método se calcula la fracción volumétrica de líquido como si la tubería fuera horizontal y luego, utilizando un factor de corrección por inclinación Ψ , se calcula para el ángulo de inclinación real.

La Ecuación utilizada para el cálculo de la caída de presión es la siguiente:

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{g \sin \theta [\rho_l H_l + \rho_g (1 - H_l)] + \frac{f_p \rho_m U_m^2}{2D_i}}{1 - \frac{[\rho_l H_l + \rho_g (1 - H_l)] U_m U_{sg}}{P}} \quad \text{Ec. 185}$$

Siendo P la presión en $[Pa]$ y f_p el factor de fricción de Moody.

El desarrollo de esta ecuación se encuentra en el apéndice del trabajo de Beggs y Brill. Se observa que las incógnitas son la fracción volumétrica de líquido y la densidad de mezcla.

Una conclusión interesante de las pruebas realizadas por estos investigadores consiste en que la fracción volumétrica de líquido tiene una dependencia clara con el ángulo de inclinación de la tubería. De hecho observaron, para flujo ascendente, que al aumentar el ángulo, la gravedad hace que el líquido fluya a menor velocidad, aumentando así el deslizamiento, y, por lo tanto, la fracción volumétrica de líquido. Al incrementar el ángulo, más de 50° desde la horizontal, el líquido ocupa la tubería de tal manera que se reduce el deslizamiento, reduciéndose la fracción volumétrica. En el caso del flujo descendente, al aumentar la velocidad del líquido, se reduce la fracción volumétrica; pero, una vez alcanzado cierto ángulo, el fluido cambia de patrón a semi-anular y luego a anular, por lo que el líquido fluye en la pared de la tubería y su velocidad disminuye, aumentando así la fracción volumétrica de líquido.

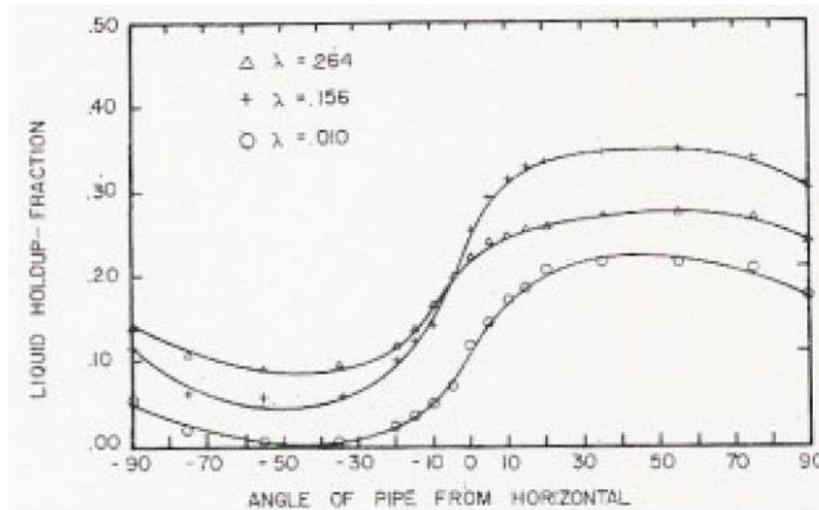


Fig. 22: Fracción Volumétrica de Líquido vs. Ángulo de inclinación, Beggs y Brill (1973).

Además las pruebas revelaron que la variación de la fracción volumétrica de líquido respecto al ángulo de la tubería depende también del patrón de flujo existente. Los autores tomaron entonces la decisión de normalizar la fracción volumétrica, dividiendo el holdup, para cualquier ángulo, entre el mismo para tubería horizontal obteniendo así el factor de corrección por inclinación Ψ .

Los patrones de flujo considerados por Beggs y Brill son los siguientes:

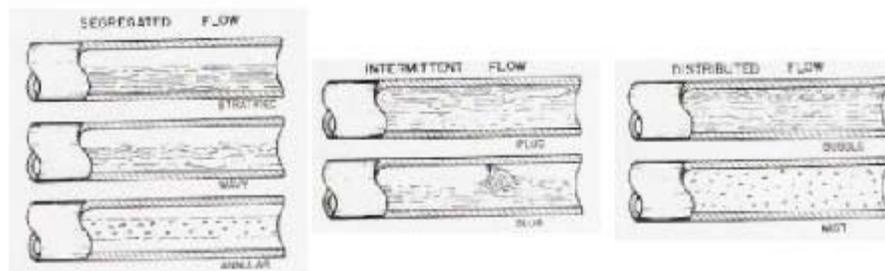


Fig. 23: Patrones de flujo según Beggs y Brill, Beggs y Brill (1973).

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

(a) Determinar la velocidad media (Ec. 15) y la fracción de líquido sin deslizamiento Ec. 17.

(b) Calcular:

N_{lv} (Ec. 80).

$$Fr = \frac{U_m^2}{gD_i} \quad \text{Ec. 186}$$

$$L_1 = 316\lambda_l^{0,302} \quad \text{Ec. 187}$$

$$L_2 = 0,0009252\lambda_l^{-2,4684} \quad \text{Ec. 188}$$

$$L_3 = 0,1\lambda_l^{-1,4516} \quad \text{Ec. 189}$$

$$L_4 = 0,5\lambda_l^{-6,738} \quad \text{Ec. 190}$$

(c) Criterio para definir patrones de flujo:

SEGREGADO (segregated):

$$\lambda_l < 0,01 \text{ Y } Fr < L_1$$

O

$$\lambda_l \geq 0,01 \text{ Y } Fr < L_2$$

TRANSICIÓN (transition):

$$\lambda_l \geq 0,01 \text{ Y } L_2 \leq Fr \leq L_3$$

INTERMITENTE (intermittent):

$$0,01 \leq \lambda_l < 0,4 \text{ Y } L_3 < Fr \leq L_1$$

O

$$\lambda_l \geq 0,4 \text{ Y } L_3 < Fr \leq L_4$$

DISTRIBUIDO (distributed):

$$\lambda_l < 0,4 \text{ Y } Fr \geq L_1$$

O

$$\lambda_l \geq 0,4 \text{ Y } Fr > L_4$$

(d) Cálculo de la fracción volumétrica del líquido para tubería horizontal:

$$H_l(0) = \frac{a\lambda_l^b}{Fr^c} \quad \text{Ec. 191}$$

Donde:

Tabla 5: Constantes de Beggs y Brill para el cálculo del Holdup ($\beta=0^\circ$).

PATRÓN DE FLUJO	a	b	c
Segregado	0,980	0,4846	0,0868
Intermitente	0,845	0,5351	0,0173
Distribuido	1,065	0,5824	0,0609

(e) Cálculo de C:

$$C = (1 - \lambda_l) \ln(d\lambda_l^e N_{lv}^f Fr^g) \quad \text{Ec. 192}$$

Donde:

Tabla 6: Constantes de Beggs y Brill para el cálculo de “C”.

PATRÓN DE FLUJO	d	e	f	g
Segregado ascendente	0,011	-3,768	3,539	-1,614
Intermitente ascendente	2,96	0,305	-0,4473	0,0978
Distribuido ascendente	C = 0			
Todos los patrones descendentes	4,7	-0,3692	0,1244	-0,5056

(f) Cálculo de Ψ :

$$\Psi = 1 + C[\sin(1,8\beta) - 0,333 \sin^3(1,8\beta)] \quad \text{Ec. 193}$$

(g) Cálculo de la fracción volumétrica de líquido real:

SEGREGADO, INTERMITENTE Y DISTRIBUIDO:

$$H_l(\beta) = H_l(0)\Psi \quad \text{Ec. 194}$$

TRANSICIÓN

$$A = \frac{L_3 - Fr}{L_3 - L_2} \quad \text{Ec. 195}$$

$$B = 1 - A \quad \text{Ec. 196}$$

$$H_l(\text{transition}) = A * H_l(\text{segregated}) + B * H_l(\text{intermittent}) \quad \text{Ec. 197}$$

(h) Determinar la mezcla ρ_m con la Ec. 32.

(i) Cálculo del factor de fricción de Moody como se muestra:

$$f_n = \frac{1}{\left[2 \log \left(\frac{\text{Re}_n}{4,5223 \log(\text{Re}_n)} - 3,8215 \right) \right]^2} \quad \text{Ec. 198}$$

(j) Calcular el factor de fricción de Moody bifásico, el cual depende del parámetro s:

$$s = \ln(2,2y - 1,2) \quad \text{Si } 1 < y < 1,2$$

$$s = \frac{\ln(y)}{-0,0523 + 3,182 \ln(y) - 0,8725 \ln(y)^2 + 0,01853 \ln(y)^4} \quad \text{Si } y \leq 1 \text{ ó } y \geq 1,2 \quad \text{Ec. 199}$$

Donde:

$$y = \frac{\lambda_l}{H_l^2} \quad \text{Ec. 200}$$

(k) Para luego obtener:

$$R_f = e^s \quad \text{Ec. 201}$$

$$f_{tp} = f_n R_f \quad \text{Ec. 202}$$

(l) Cálculo de la caída de presión según la Ec. 185.

Correlación de Griffith *et al.* (1973)

Este método fue desarrollado utilizando data experimental publicada por diversos investigadores y consiste en, primero, la determinación del patrón de flujo gobernante, y segundo, el cálculo de la caída de presión. Se debe destacar que los efectos debidos a la rugosidad de la tubería, la viscosidad del fluido y la entrada de líquido en el núcleo de gas (en flujo anular) no fueron considerados por estos investigadores.

Con respecto a los patrones de flujo, Griffith y compañía consideran solo flujo tipo tapón y anular, y para discriminar entre uno y otro redefinen los siguientes parámetros adimensionales:

Número de la velocidad del líquido:

$$N'_{lv} = U_{sl} \sqrt{\frac{\rho_l}{gD_i(\rho_l - \rho_g)}} \quad \text{Ec. 203}$$

Número de la velocidad del gas:

$$N'_{gv} = U_{sg} \sqrt{\frac{\rho_g}{gD_i(\rho_l - \rho_g)}} \quad \text{Ec. 204}$$

Finalmente los valores frontera para determinar el patrón de flujo:

$$L_a = \left(7 + 0,06 \frac{\rho_l}{\rho_g} \right) N'_{lv} \quad \text{Ec. 205}$$

Y:

$$L_s = 0,9 + 0,6N'_{lv} \quad \text{Ec. 206}$$

Luego de haber determinado el patrón de flujo predominante, los autores proponen dos ecuaciones para el cálculo del Holdup con deslizamiento, dependiendo de si el flujo es tapón o anular. En el primer caso, la ecuación propuesta es:

$$H_l = 1 - \frac{U_{sg}}{1,15U_m + U_o} = 1 - \frac{U_{sg}}{1,15U_m + K_2\sqrt{gD_i}} \quad \text{Ec. 207}$$

Donde el factor de inclinación K_2 depende exclusivamente del ángulo de inclinación de la tubería y se obtiene de la figura que se muestra a continuación:

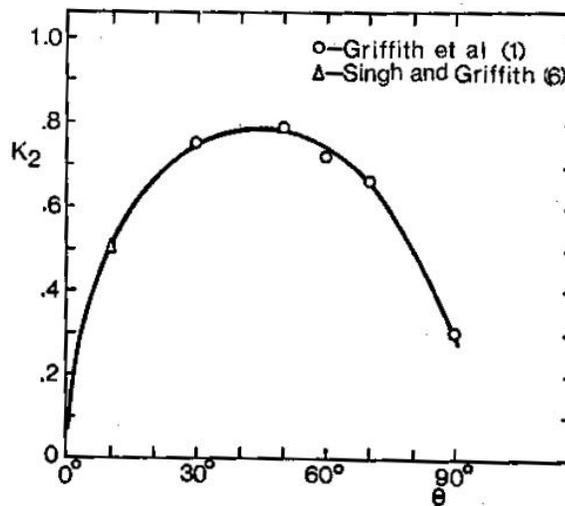


Fig. 24: Factor de inclinación propuesto por Griffith *et al.* (1973).

Al igual que todas las gráficas anteriormente mencionadas, esta fue digitalizada y aproximada con una ecuación de ajuste. La ecuación y los errores se pueden observar en la Tabla 35 del apéndice A-1.

En segundo lugar, la fracción de líquido con deslizamiento en flujo anular viene dada por:

$$H_l = 1 - \frac{1}{\frac{U_g \rho_g (1-x)}{U_l \rho_l x} + 1} = 1 - \frac{1}{R_v \frac{\rho_g (1-x)}{\rho_l x} + 1} \quad \text{Ec. 208}$$

En la cual, el factor de deslizamiento, R_v , se obtiene de la siguiente gráfica en función de la relación entre las densidades del líquido y del gas:

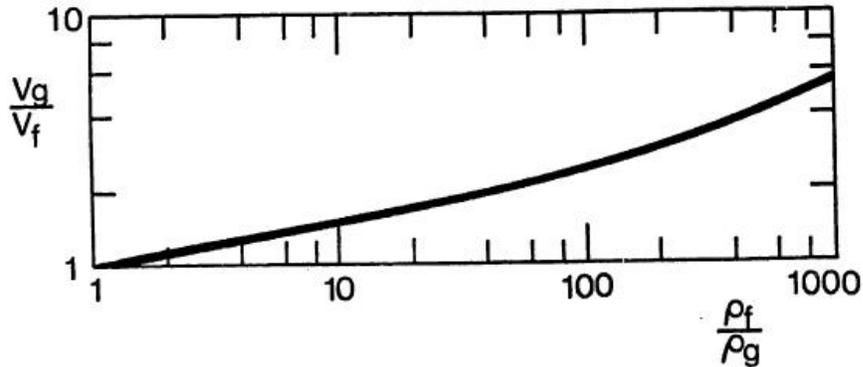


Fig. 25: Factor de deslizamiento propuesto por Griffith *et al.* (1973).

El gradiente de presión debido a la fricción, en ambos casos, se calcula utilizando la siguiente ecuación:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_f = f \frac{\rho_m U_m^2 R_l}{2D_i} \quad \text{Ec. 209}$$

Donde: $R_l = \frac{\rho_m}{\rho_l} S$

En donde f corresponde al factor de fricción de Moody, el multiplicador de fricción, S , es función de la calidad y de la relación entre las densidades del líquido y del gas como se puede apreciar en la siguiente figura:

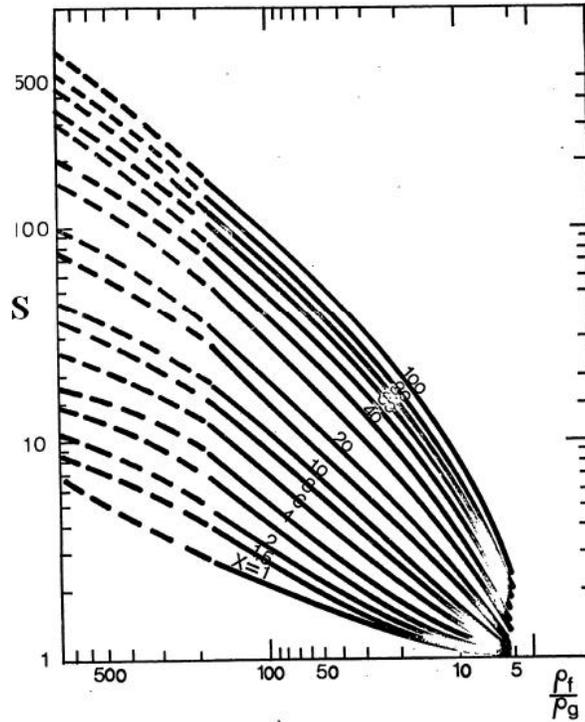


Fig. 26: Factor multiplicador de la fricción propuesto por Griffith *et al.* (1973).

De igual forma, la mayoría de estas curvas fueron debidamente digitalizadas y aproximadas con ecuaciones de ajuste que se pueden observar, junto a sus intervalos de aplicación y errores, en el apéndice A-1 de este trabajo.

Para finalizar, el factor de fricción de Moody utilizado en la Ec. 209 se calcula con la siguiente fórmula, en función del número de Reynolds:

$$f = 0,184 \text{Re}^{-0,2} \tag{Ec. 210}$$

Donde el número de Reynolds está dado por:

$$\text{Re} = \frac{\rho_m U_m D_i}{\mu_l} \quad \text{Ec. 211}$$

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

(a) Determinar el patrón de flujo:

1. El flujo será tipo tapón si se cumple:

$$\left\{ \begin{array}{l} N'_{lv} > 1,5 \\ y \\ N'_{gv} \leq L_a \end{array} \right. \quad \text{ó} \quad \left\{ \begin{array}{l} N'_{lv} < 1,5 \\ y \\ N'_{gv} \leq L_s \end{array} \right. \quad \text{Ec. 212}$$

2. Mientras que será anular cuando se cumpla:

$$\left\{ \begin{array}{l} N'_{lv} < 1,5 \\ y \\ N'_{gv} > L_a \end{array} \right. \quad \text{ó} \quad \left\{ \begin{array}{l} N'_{lv} > 1,5 \\ y \\ N'_{gv} > L_s \end{array} \right. \quad \text{Ec. 213}$$

(b) Hallar el factor de fricción bifásico de Moody utilizando la Ec. 210, para el número de Reynolds calculado en la Ec. 211.

(c) Calcular la fracción de líquido sin deslizamiento según la Ec. 17 y luego la densidad de mezcla sin deslizamiento ρ_m , Ec. 32.

(d) Calcular los flujos máxicos del gas y del líquido según la Ec. 21 y la Ec. 22. Determinar la calidad con la Ec. 43.

- (e) Con la calidad y la relación entre las densidades del líquido y del gas, utilizar la respectiva ecuación de ajuste de las curvas que se muestran en la Fig. 26 para hallar el factor multiplicador de la fricción.
- (f) Calcular el gradiente de presión debido a la fricción con la Ec. 209.
- (g) Si el flujo es tapón, determinar el factor de inclinación utilizando la ecuación de ajuste de la Fig. 24 y el ángulo de inclinación de la tubería, en grados. Luego, determinar la fracción de líquido con deslizamiento según la Ec. 207.
- (h) Si el flujo es anular, determinar el factor de deslizamiento con la ecuación de ajuste de la Fig. 25 y la relación entre la densidad del líquido y la del gas. Posteriormente, calcular el Holdup con deslizamiento según la Ec. 208.
- (i) Determinar la densidad bifásica utilizando la Ec. 30 y el resultado obtenido en (g) o en (h), según sea el caso.
- (j) Calcular el gradiente de presión debido al cambio de energía potencial y el gradiente de presión total.

Correlación de Chierici *et al.* (1974)

En este modelo sus autores adoptan el mismo procedimiento que usara Orkiszewski (1967) en su trabajo, sin embargo, los mismos desarrollan nuevas relaciones para tratar el régimen de flujo tapón. Consecuentemente, este modelo está compuesto por una primera parte en la que se identifica el patrón de flujo, la cual es idéntica a la propuesta por Orkiszewski (1967), y una segunda sección donde, dependiendo del patrón de flujo gobernante, se determina el gradiente de presión. Al

igual que en Orkiszewski (1967), para asegurar la correcta aplicación de las correlaciones, los datos fueron convertidos al sistema inglés de unidades.

Donde:

μ : viscosidad [cp].

σ : tensión superficial [dynes/cm].

D_i : diámetro de la tubería [ft].

ρ_m : densidad [lbm/ft³].

U : velocidad [ft/s].

dP/dz : presión [psf].

Adicionalmente, el modelo de Chierici *et al* (1974). presenta otras diferencias importantes cuando se le compara con el de Orkiszewski (1967). La primera de ellas corresponde a la definición de la densidad bifásica en flujo tapón, la cual se calcula con la Ec. 32, para la fracción de líquido sin deslizamiento.

La segunda diferencia se refiere al cálculo de la velocidad de ascenso de la burbuja. Cuando el número de Reynolds de líquido es menor o igual a 6.000, los autores proponen el uso las curvas de Griffith y Wallis (1961), que se observan en la Fig. 12. En cambio, para números de Reynolds de líquido mayores a 6.000, los autores sugieren se utilice la siguiente ecuación:

$$U_b = 0,2 \cdot U_m + 0,35 \cdot \sqrt{g \cdot D_h} \quad \text{Ec. 214}$$

Finalmente, la última diferencia se refiere al cálculo del gradiente de presión total en flujo transitorio. Por un lado, mientras que Orkiszewski (1967) recomienda corregir solo la velocidad superficial del gas durante el cálculo del gradiente de presión por fricción en flujo anular, Chierici *et al.* (1974) sugieren rectificar la velocidad superficial del gas cuando se requiera calcular los gradientes por elevación y fricción en flujo tapón, así como también corregir la velocidad superficial del gas y

la densidad del mismo, cuando se requiera calcular los gradientes por elevación y fricción en flujo anular.

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

(a) Determinar el patrón de flujo, usar ecuaciones de la Ec. 79 a la Ec. 85.

El flujo es burbuja cuando:

$$\lambda_g < l_b$$

El flujo es tapón cuando:

$$N_{gv} < l_s \text{ y } \lambda_g > l_b$$

El flujo es transición si:

$$N_{gv} < l_m \text{ y } N_{gv} > l_s$$

Se considera tipo “mist” cuando:

$$N_{gv} > l_m$$

Flujo Tapón

(a) Calcular el número de Reynolds del líquido (Ec. 25) sustituyendo U_m en lugar de U_{sl} , el factor de fricción de Moody f (Ec. 24) y la rugosidad relativa.

(b) Asignar los valores iniciales del proceso iterativo para calcular la velocidad de la burbuja. Asumir una primera aproximación a la velocidad de la burbuja y calcular con ella el número de Reynolds de la burbuja (Ec. 152).

(c) Si el número de Reynolds del líquido es mayor a 6.000, calcular la nueva velocidad de la burbuja según la Ec. 214. En caso contrario, utilizar las formulas

de ajuste de las Fig. 11 y Fig. 12 para hallar los factores necesarios para el cálculo de la nueva velocidad de la burbuja.

(d) Comparar esta nueva velocidad con la supuesta en el paso (c) y seguir iterando hasta que la diferencia entre el valor supuesto y el calculado sea menor que una tolerancia especificada o se alcance el número máximo de iteraciones.

(e) Calcular la fracción volumétrica de gas con deslizamiento, según:

$$H_g = \frac{U_{sg}}{U_m + U_b} \quad \text{Ec. 215}$$

(f) Calcular la densidad de mezcla ρ_m de la Ec. 30.

(g) Determinar el gradiente de presión total, mediante la siguiente ecuación:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} = g\rho_m \sin(\beta) + (1 - H_g) \frac{f\rho_l U_m^2}{2D_i} \quad \text{Ec. 216}$$

Correlación de Kadambi (1981)

Este investigador realizó un procedimiento analítico para determinar el gradiente de presión y la fracción volumétrica de gas con deslizamiento en flujo bifásico estratificado, ambas variables en función de los parámetros de Lockhart y Martinelli (1949). Todos los cálculos realizados por Kadambi utilizaron la mezcla aire-agua a 23,9 °C y 100 Pa de presión.

Una característica importante del trabajo de este investigador, es que reconoció cuatro tipos de situaciones, las cuales dependen de los números de Reynolds del líquido y del gas: líquido laminar-gas laminar; líquido turbulento-gas laminar, líquido laminar-gas turbulento y líquido turbulento-gas turbulento. No obstante, las ecuaciones desarrolladas por Kadambi se refieren al caso laminar-laminar o turbulento-turbulento, debido a que el mismo no logró aproximar curvas satisfactoriamente en los casos líquido laminar-gas turbulento y viceversa.

Para el caso laminar-laminar, la fracción volumétrica de gas sin deslizamiento viene dada por la siguiente ecuación en función del parámetro de Lockhart-Martinelli laminar-laminar:

$$H_g = \frac{1 + 0,6684X_{Mll}}{1 + 1,2424X_{Mll} + 0,201X_{Mll}^2} \quad \text{Ec. 217}$$

Y el correspondiente factor multiplicador de la caída de presión según la fórmula:

$$\phi_g^2 = \frac{1 + 1,719X_{Mll} + 0,3502X_{Mll}^2}{1 + 0,01436X_{Mll}} \quad \text{Ec. 218}$$

Análogamente, para el caso turbulento-turbulento, la fracción volumétrica de gas con deslizamiento en función del parámetro turbulento-turbulento de Lockhart y Martinelli (1949), viene dada por la siguiente ecuación:

$$H_g = \frac{X_{Mtt}(1,1182 + 0,4403X_{tt})}{1 + 2,5315X_{Mtt} + 0,4403X_{Mtt}^2} \quad \text{Ec. 219}$$

Y asimismo, el respectivo factor multiplicador de la caída de presión con la fórmula:

$$\phi_g^2 = \frac{1 + 8,4493X_{Mtt} + 4,6431X_{Mtt}^2}{1 + 5,7798X_{Mtt}} \quad \text{Ec. 220}$$

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

- (a) Calcular el flujo másico total por unidad de área y la fracción másica de gas, con las ecuaciones Ec. 21 y Ec. 22.
- (b) Determinar el número de Reynolds para el gas, Ec. 26 y, con este valor, determinar el factor de fricción de Moody para el gas f_g con la Ec. 24
- (c) Calcular el gradiente de presión basado en las propiedades del gas.

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{sg} = \frac{f_g \rho_g U_{sg}^2}{2D_i} \quad \text{Ec. 221}$$

- (d) Si el régimen es laminar-laminar, determinar el parámetro X_{Mtt} de Lockhart-Martinelli para este caso y con ello determinar la fracción de vacío y el parámetro ϕ_g^2 con la Ec. 217 y Ec. 218, respectivamente.
- (e) En caso de que el régimen sea turbulento-turbulento, determinar el parámetro X_{Mtt} de Lockhart-Martinelli para este caso y con ello determinar la fracción de vacío y el parámetro ϕ_g^2 con la Ec. 219 y Ec. 220, respectivamente. La correlación de Kadambi no prevé los casos de regímenes mixtos.
- (f) Calcular el gradiente de presión por fricción como en la Ec. 87 y el valor obtenido en el paso (c).

- (g) Finalmente, aplicar el modelo de Wallis para determinar la caída de presión debida a la aceleración utilizando la fracción de gas.
- (h) Con la fracción de vacío obtenida, determinar la densidad de la mezcla con la Ec. 30, recordando que $H_l = 1 - H_g$, y con ella determinar el gradiente de presión por elevación. Obtener el gradiente de presión total.

Correlación de Müller y Heck (1986)

Este modelo esta basado en dos características importantes: la calidad del flujo y la tasa de flujo másico total por unidad de área. Sus autores proponen inicialmente calcular los números de Reynolds del gas y del líquido. Luego, si dicho número (del gas o del líquido) es menor o igual a 1.187, se determina el factor de fricción laminar respectivo según la Ec. 23, en caso contrario, el factor de fricción correspondiente se determina con:

$$f_{g,l} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{\text{Re}_{g,l}}} \quad \text{Ec. 222}$$

Seguidamente, se determina la caída de presión debida a la fricción de cada una de las fases, utilizando la siguiente ecuación:

$$\left. \frac{dP}{dZ} \right|_{g,l} = f_{g,l} \cdot \frac{G_{tot}^2}{2D_i \rho_{g,l}} \quad \text{Ec. 223}$$

Y finalmente, se calcula la caída de presión total con:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} = \left[\left. \frac{dP}{dz} \right|_l + 2x \left(\left. \frac{dP}{dz} \right|_g - \left. \frac{dP}{dz} \right|_l \right) \right] \cdot \sqrt[3]{(1-x)} + x^3 \left. \frac{dP}{dz} \right|_g + \rho_m g \sin(\beta) + \left. \frac{dP}{dz} \right|_a \quad \text{Ec. 224}$$

Donde x es la calidad del flujo, es decir, la relación entre el flujo másico por unidad de área del gas y del líquido.

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

- (a) Calcular el flujo másico total por unidad de área y la fracción másica de gas, con las ecuaciones Ec. 21 y Ec. 22.
- (b) Determinar el número de Reynolds del líquido, Ec. 25, y del gas, Ec. 26. Luego, calcular los respectivos factores de fricción de Moody, ya sea en régimen laminar con la Ec. 23 o turbulento con la Ec. 222.
- (c) Obtener el gradiente de presión debido a la fricción con la Ec. 223.
- (d) Determinar la densidad bifásica ρ_m con la Ec. 32 .
- (e) Aplicar el modelo de Wallis para calcular el gradiente de presión por aceleración, usando la suma a la izquierda de la componente de caída de presión por aceleración, Ec. 224, y el holdup sin deslizamiento.
- (f) Calcular el gradiente de presión total con la Ec. 224.

Correlación de Chen (2002)

Las correlaciones existentes para predecir el comportamiento de la fricción bifásica se basan en data experimental tomada para tuberías de diámetros grandes y la

extrapolación de las mismas para extender su aplicación a diámetros inferiores resulta muy inexacta. El desarrollo de una correlación que se adapte a esta condición es el objetivo principal de Chen *et al.* (2002).

En el estudio de flujo bifásico en tuberías de diámetro pequeño se debe tomar en cuenta la influencia de la tensión superficial así como debe compararse con la fuerza gravitacional. Para satisfacer esto, los autores proponen utilizar en número de Bond:

$$Bo = g(\rho_l - \rho_g) \frac{\left(D_i/2\right)^2}{\sigma} \quad \text{Ec. 225}$$

Para extender la correlación a tubos más pequeños es necesario incluir los efectos de la tensión superficial, el diámetro de la tubería y la tasa de flujo másico. Como los autores observaron que el modelo homogéneo predice más satisfactoriamente que otras correlaciones se propuso un modelo homogéneo modificado el cual incluye el número de Bond y el de Weber:

$$We = \frac{G_{tot}^2 D_i}{\sigma \rho_m} \quad \text{Ec. 226}$$

Donde la densidad se calcula con la Ec. 44

Y el número de Froude:

$$Fr = \frac{G_{tot}^2}{D_i g \rho_m} \quad \text{Ec. 227}$$

La correlación propuesta es entonces:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_f = \left. \frac{dP}{dz} \right|_{\text{hom}} \Omega \quad \text{Ec. 228}$$

Donde el factor de corrección para el modelo homogéneo es:

$$\Omega = \frac{0,85 - 0,082Bo^{-0,5}}{0,57 + 0,004Re_g^{0,5} + 0,04Fr^{-1}} + \frac{80We^{-1,6} + 1,76Fr^{0,068} + \ln(Re_g) - 3,34}{1 + e^{8,5 - 1000\rho_g/\rho_l}} \quad \text{Ec. 229}$$

El modelo homogéneo se define como:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{\text{hom}} = \frac{2f_m G_{\text{tot}}^2}{D_i \rho_m} \quad \text{Ec. 230}$$

El factor de fricción de Fanning se calcula con:

$$f_m = 0,0791 Re_m^{-0,25} \quad \text{Ec. 231}$$

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

(a) Determinar los factores adimensionales:

- 1) Número de Bond Ec. 225.
- 2) Número de Weber Ec. 226.
- 3) Número de Froude Ec. 227.
- 4) Número de Reynolds para el gas, Ec. 26.
- 5) Factor de corrección para el modelo homogéneo Ec. 229

(b) Calcular la caída de presión por el modelo homogéneo.

- 1) Calcular la fracción de flujo másico de gas Ec. 43.

- 2) Determinar la densidad y viscosidad de la mezcla con las Ec. 44 y la Ec. 54.
- 3) Número de Reynolds para la mezcla:

$$\text{Re}_m = \frac{D_i G_{tot}}{\mu_m} \quad \text{Ec. 232}$$

- 4) Factor de fricción de Fanning para la mezcla Ec. 231.
- 5) Caída de presión Ec. 230.

- (c) Obtener la caída de presión por fricción aplicando la Ec. 230.
- (d) Determinar la caída de presión por elevación como se vio para otros modelos, y la caída de presión por aceleración aplicando la Ec. 49.
- (e) Calcular la caída de presión total, Ec. 28.

Correlación Universal de García (2006)

En García *et al.* (2003) se evaluaron varios parámetros adimensionales que relacionaban el factor de fricción con el número de Reynolds, los cuales permitieron el desarrollo de un diagrama de Moody equivalente para flujo de gas-líquido en tubería horizontal. El error obtenido al aplicar esta correlación puede disminuir si se toma en cuenta la velocidad relativa entre las fases. Esta se toma en cuenta en el trabajo de García *et al.* (2006) para desarrollar el diagrama de Moody equivalente.

El factor de fricción de Fanning se calcula:

$$f_f = F_2 + \frac{(F_1 - F_2)}{\left(1 + \left(\frac{Re_m}{t}\right)^c\right)^d} \quad \text{Ec. 233}$$

Donde:

$$F_1 = a_1 Re_m^{b1}$$

$$F_2 = a_2 Re_m^{b2} \quad \text{Ec. 234}$$

Siendo el Reynolds de la mezcla, el número para un flujo de viscosidad y densidad igual a la del líquido, que fluye a la velocidad de la mezcla. Los parámetros adimensionales de las ecuaciones anteriores dependen del valor de la fracción volumétrica del líquido. Se pueden resumir:

Tabla 7: Parámetros de la correlación mejorada para el cálculo del factor de fricción.

Intervalo	a1	b1	a2	b2	c	d	t
$1 > H_L \geq 0,5$	16,0019	-0,9904	0,4548	-0,3448	2,4848	0,0597	295
$0,5 > H_L \geq 0,4$	16,0077	-0,9815	0,3082	-0,2790	2,4364	0,0445	295
$0,4 > H_L \geq 0,3$	16,0136	-0,9198	0,0399	-0,1611	5,2260	0,1142	295
$0,3 > H_L \geq 0,2$	15,9999	-0,8619	0,1786	-0,2649	3,2130	0,1364	10.000
$0,2 > H_L \geq 0,1$	16,0110	-0,8385	0,0158	-0,0949	4,8460	0,1079	10.000
$0,1 > H_L \geq 0,05$	16,2165	-0,7890	0,1421	-0,2986	2,7274	0,2588	10.000
$0,05 > H_L \geq 0$	15,8771	-0,7408	0,5794	-0,0647	0,5051	0,0232	1.000.000

Para el cálculo de la fracción volumétrica de líquido se recurrió al trabajo García *et al.* (2003), la cual se define como un valor proporcional a la fracción de líquido sin deslizamiento:

$$H_l = Y\lambda_l \quad \text{Ec. 235}$$

El valor de Y depende de la viscosidad, densidad y velocidad superficial del líquido y del gas, además de unos valores adimensionales los cuales varían según el número de Reynolds calculado.

$$Y = F + \frac{(1-F)}{\left(1 + \left(\left(\frac{1}{t}\right) \frac{Q_g}{Q_l}\right)^c\right)^d} \quad \text{Ec. 236}$$

El valor de F se obtiene aplicando la Ec. 237:

$$F = a \text{Re}_m^b \quad \text{Ec. 237}$$

Donde:

Tabla 8: Parámetros de las correlaciones universales de la fracción volumétrica de líquido con deslizamiento.

Intervalo	a	b	c	d	t
$Re_m < 150$	87,6331	0,2375	0,8396	1,5778	431,3437
$150 \leq Re_m < 5.000$	73,9392	0,3518	0,5671	0,1751	429,8604
$5.000 \leq Re_m < 10.000$	74,1824	0,0001	0,9458	1,5020	430,7731
$10.000 \leq Re_m < 20.000$	70,5777	0,1238	1,04086	0,3322	107,5723
$20.000 \leq Re_m < 40.000$	70,5791	0,04267	1,0423	0,3410	107,5740
$40.000 \leq Re_m < 100.000$	17,5825	0,1077	0,8963	0,9592	151,007
$100.000 \leq Re_m < 300.000$	2,5383	0,3001	0,8655	3,5587	100,0044
$300.000 \leq Re_m < 2.670.000$	1,4976	0,3820	0,9985	2,5626	99,9486

La caída de presión por fricción se calcula:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} = \frac{2f_f \rho_m U_m^2}{D_i} \quad \text{Ec. 238}$$

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

- (a) Determinar el número de Reynolds para la mezcla, Ec. 25, sustituyendo U_m en lugar de U_{sl} .

- (b) Calcular la fracción volumétrica de líquido utilizando las Ec. 235 y Ec. 236, utilizando la fracción volumétrica de líquido sin deslizamiento, Ec. 17. Para esto, antes es necesario determinar F de la Ec. 237, utilizando la Tabla 8.
- (c) Calcular el factor de fricción de Fanning, Ec. 233:
- 1) Según el valor de la fracción volumétrica de líquido encontrar los valores adimensionales en la Tabla 7.
 - 2) Aplicar las Ec. 234 y Ec. 233.
- (d) Determinar la caída de presión por fricción aplicando la aplicando la Ec. 238 y la de elevación como se muestra en la Ec. 29.
- (e) Aplicar la Ec. 42 para obtener la caída de presión por aceleración.
- (f) Calcular la caída de presión total, Ec. 28.

MODELOS MECANICISTAS

Modelo de Taitel y Barnea (1990)

El trabajo de estos autores se enfoca específicamente en el cálculo de la caída de presión para flujo tapón y su característica principal es el desarrollo de toda una serie de ecuaciones que dependen del espesor de la película de líquido en el tapón de líquido, por tanto, el proceso iterativo principal del modelo pretende hallar el espesor de película correcto para las condiciones de flujo.

El modelo hidrodinámico desarrollado por Taitel y Barnea incluye una serie de parámetros importantes que serán utilizados a lo largo del mismo. Uno de los más importantes es el factor de fricción de Fanning en la interfase gas-líquido f_i , sin embargo, los autores no establecen una correlación en particular sino que sugieren que sea usada alguna de las varias que ellos presentan. En el desarrollo de este trabajo, para el cálculo de dicho factor se utilizó la correlación de Wallis (1969) que es la siguiente:

$$f_i = 0,005 \cdot \left(1 - 300 \cdot \left(\frac{h_f}{D_i} \right) \right) \quad \text{Ec. 239}$$

La Fig. 27 a continuación muestra de manera esquemática todas las variables y parámetros considerados por estos dos autores:

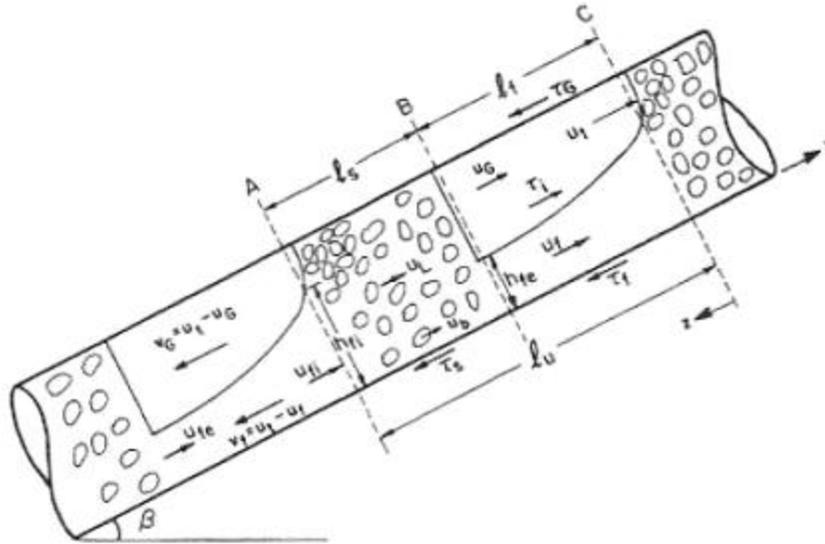


Fig. 27: Geometría de un tapón de líquido según Taitel y Barnea (1990).

En primera instancia, el modelo presenta unos balances de masa en lo que se denomina la Unidad de Tapón. Para ello, los autores consideraron que tanto la fase líquida como la gaseosa son incompresibles. Luego de esto y valiéndose de otras consideraciones y definiciones, los autores llegan a la ecuación que describe la variación del espesor de la película de líquido a lo largo del eje axial de la unidad de tapón, ecuación que es el centro de todo su modelo:

$$\frac{dh_f}{dz} = \frac{\frac{\tau_f S_f}{A_f} - \frac{\tau_g S_g}{A_g} - \tau_i S_i \left(\frac{1}{A_f} + \frac{1}{A_g} \right) + (\rho_l - \rho_g) g \sin \beta}{(\rho_l - \rho_g) g \cos \beta - \rho_l v_l \frac{(U_t - U_l) H_{lls}}{H_{ltb}^2} \frac{dH_{ltb}}{dh_f} - \rho_g v_g \frac{(U_t - U_b)(1 - H_{lls})}{(1 - H_{ltb})^2} \frac{dH_{ltb}}{dh_f}} \quad \text{Ec. 240}$$

La Ec. 240 puede resolverse de diversas maneras, sin embargo, los autores se enfocan en 3 casos particulares: el primero, asumiendo la formulación general con una aproximación a un canal de flujo unidimensional; el segundo, suponiendo que la película de líquido es un canal de superficie libre; y finalmente, asumiendo que en la

zona de la burbuja existe una película de espesor constante. Los dos primeros métodos requieren de integración numérica y son considerablemente complejos; no obstante, a pesar de que el último método de resolución es mucho más simple, según los autores los resultados en el cálculo de la caída de presión obtenidos por esta vía están bastante cercanos a los obtenidos con los otros dos métodos. Por consiguiente, ellos recomiendan el uso de ese enfoque y así se asumió en este trabajo.

En referencia al caso en el cual se asume espesor de película constante, es por tanto que la derivada expresada en la Ec. 240 debe ser igual a cero, lo cual se reduce a encontrar la raíz de la siguiente ecuación:

$$\frac{\tau_f S_f}{A_f} - \frac{\tau_g S_g}{A_g} - \tau_i S_i \left(\frac{1}{A_f} + \frac{1}{A_g} \right) + (\rho_l - \rho_g) g \sin \beta = 0 \quad \text{Ec. 241}$$

Para ello se utiliza un método iterativo en el cual se asume un espesor de película inicial y luego, utilizando el método de Aproximaciones Sucesivas, se encuentra un valor lo suficientemente aproximado al valor real de la raíz. Una vez encontrado el espesor de película, los autores recomiendan calcular el gradiente de presión mediante la resolución de la siguiente fórmula:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} = \frac{1}{L_u} \left(\rho_s g \sin(\beta) L_s + \frac{\tau_s \pi D_i}{A} L_s + \rho_f g \sin(\beta) L_f + \frac{\tau_f S_f}{A} L_f + \frac{\tau_g S_g}{A} L_f \right) \quad \text{Ec. 242}$$

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

- (a) Determinar la velocidad media (Ec. 15), el número de Reynolds del líquido (Ec. 25), el factor de fricción (Ec. 24) y la rugosidad relativa.
- (b) Calcular la velocidad de propagación de las burbujas en el líquido con la ecuación de Bendiksen (1984):

$$U_{bs} = 0,35 \cdot \sqrt{gD_i} \cdot \sin \beta + 0,54 \cdot \sqrt{gD_i} \cdot \cos \beta \quad \text{Ec. 243}$$

- (c) Obtener la velocidad traslacional con la siguiente relación, en la cual los autores indican que el valor de C es igual a 2 si el flujo es laminar e igual a 1,2 si el flujo es turbulento:

$$U_t = C \cdot U_m + U_d \quad \text{Ec. 244}$$

- (d) Determinar la velocidad de deslizamiento de las burbujas según la Ec. 76.
- (e) Hallar la velocidad de las burbujas dispersas con las siguiente relación, en la cual el valor de B_d es 1,2 sugerido por Wallis (1969):

$$U_b = B_d \cdot U_m + U_o \quad \text{Ec. 245}$$

- (f) Si el ángulo de inclinación de la tubería es 90° y el diámetro interno de la misma es mayor o igual a 0,0381 m, se asume la longitud del tapón de líquido igual a 20 veces el diámetro interno de la tubería, en caso contrario se utiliza la relación de Scott (1987):

$$L_s = \exp((-26,6 + 28,5 \cdot \text{Log}(D_i + 3,67)^{0,1})) \quad \text{Ec. 246}$$

- (g) Determinar la fracción de líquido con deslizamiento en el tapón de líquido. Los autores limitan este valor entre 0,48 y 1. Para el caso de tubería vertical o inclinada, cuyo diámetro interno sea mayor que 0,05m, el valor máximo de la fracción volumétrica es 0,75. y lo obtienen usando la siguiente ecuación:

$$H_{lls} = 1 - 0,058 \cdot \left[2 \left(\sqrt{\frac{0,4\sigma}{(\rho_l - \rho_g)g}} \cdot \left(\frac{2fU_m^3}{D_i} \right)^{2/5} \cdot \left(\frac{\rho_l}{\sigma} \right)^{3/5} \right) - 0,725 \right]^2 \quad \text{Ec. 247}$$

(h) Calcular la densidad promedio en el tapón de líquido usando la Ec. 30 y el valor obtenido en la Ec. 247.

(i) Hallar las áreas total A_t , ocupada por el líquido A_l y ocupada por el gas A_g .

(j) Determinar la velocidad promedio del líquido en el tapón de líquido:

$$U_l = \frac{U_m - U_b \cdot (1 - H_{lls})}{H_{lls}} \quad \text{Ec. 248}$$

(k) Una vez calculados todos estos valores, asumir un espesor de película inicial y luego utilizar el método de Aproximaciones Sucesivas para hallar la raíz de la Ec. 240 y de esta manera obtener el espesor de película correspondiente.

(l) Luego de encontrar el espesor de película, determinar los valores restantes necesarios para calcular el gradiente de presión total (Ec. 242), como son los esfuerzos cortantes, los perímetros mojados y los factores de fricción, entre otros. Para ello utilizar las relaciones auxiliares correspondientes que se presentan en el apéndice A-3.

(m) Calcular el gradiente de presión total según la Ec. 242.

Modelo de Ansari *et al* (1994)

Este modelo es un análisis exhaustivo del flujo. Está compuesto por un modelo de predicción de patrón de flujo y un grupo de modelos mecanicistas independientes los cuales predicen características como el holdup y la caída de presión en flujo burbuja, tapón y anular.

Para la predicción del régimen se hizo referencia a trabajos anteriores como el de Taitel *et al.* (1980), quienes trabajaron en el modelaje mecanicista de la transición entre patrones para flujo bifásico ascendente. Ellos identificaron cuatro patrones de flujo. Luego, Barnea *et al.* (1982) extendieron este método a todas las inclinaciones y, finalmente, Barnea (1987) publicó un modelo unificado aplicable a tuberías de cualquier inclinación. Basado en estos trabajos, el modelo de Ansari predice el patrón de flujo definiendo los límites entre burbuja, tapón y anular. A continuación se muestra el mapa de los patrones estudiados:

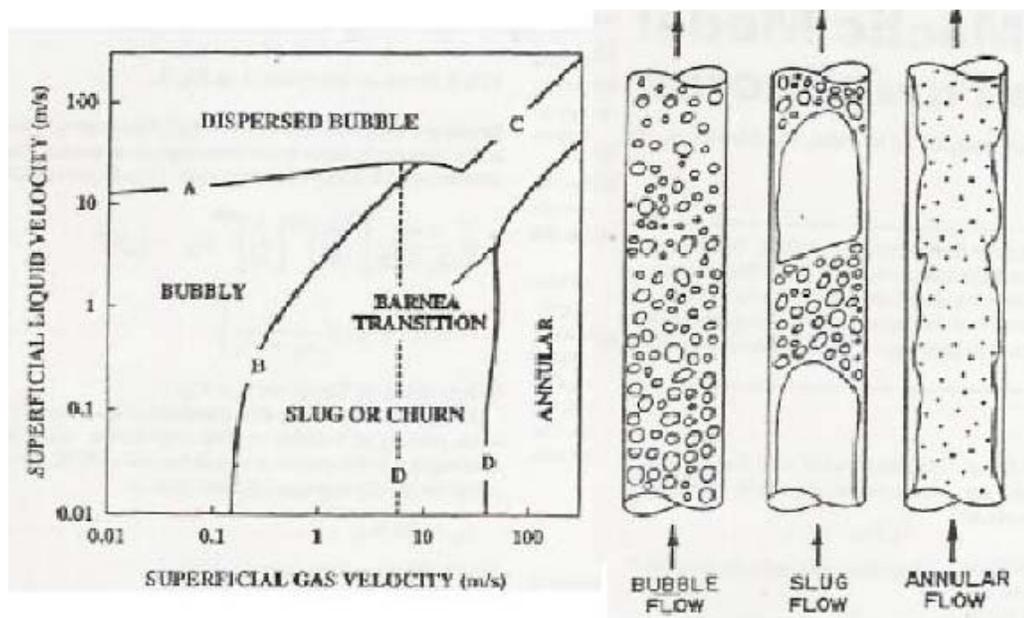


Fig. 28: Mapa de patrones de flujo utilizado por Ansari *et al.* (1994).

Flujo Burbuja

Los autores se basaron en el trabajo de Caetano (1985). Para el desarrollo del modelo se consideró el patrón de flujo burbuja dispersa separadamente al de flujo burbuja. Debido a la distribución uniforme de burbujas de gas en el líquido y la ausencia de deslizamiento entre las fases, el patrón burbuja dispersa se puede aproximar a un pseudo-monofásico.

Para el cálculo de la caída de presión total se utiliza la Ec. 28. Ansari considera la caída de presión por aceleración despreciable, ya que, según sus estudios, el flujo burbuja está dominado por una fase líquida incompresible por lo que no hay cambios significativos en la densidad de los fluidos.

Flujo Tapón

Este modelo trata el flujo tapón totalmente desarrollado por separado al flujo en desarrollo. Fernandes *et al.* (1986) el primer modelo completo para flujo tipo tapón, el cual fue simplificado por Sylvester (1987), quien presentó una correlación para calcular la fracción volumétrica de gas en el tapón. Ambos modelos son aplicados para el caso de patrón desarrollado. McQuillan y Whalley (1985) introdujeron el concepto de tapón en desarrollo.

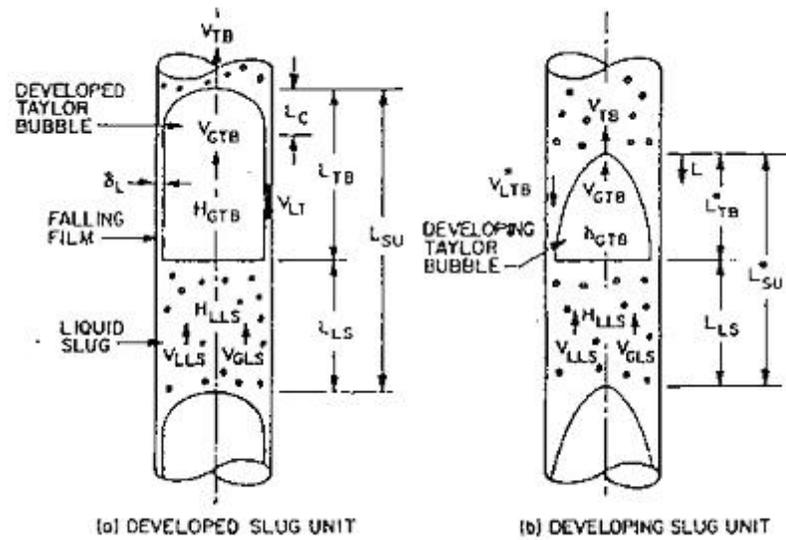


Fig. 29: Esquema del flujo tapón desarrollado y en desarrollo, Ansari (1994).

Para el cálculo de la caída de presión total se utiliza la Ec. 28. En el caso de la componente de presión debida a la aceleración, según Ansari, la velocidad en la película se debe tomar en cuenta. El líquido en el tapón se desacelera y su velocidad de ascenso U_{ls} disminuye hasta un valor igual a U_{lb} . El mismo líquido se acelera cuando sale de la película con una velocidad U_{lb} hacia un tapón de líquido que se mueve a una velocidad U_{ls} . Si el cambio de velocidad sucede dentro del tapón entonces no ocurrirá una caída neta de presión en el mismo, mientras el flujo tapón sea estable. Es por esto que Ansari no toma en cuenta la componente de caída de presión debido a la aceleración.

Flujo Anular

Wallis presentó una ecuación para el cálculo del arrastre de líquido y el factor de fricción en función del espesor de película. Luego Hewitt y Hall-Taylor (1970) ofrecieron un análisis exhaustivo de los mecanismos involucrados en el flujo tipo anular. El valor de gradiente de presión total puede ser calculado por dos ecuaciones

diferentes, presentadas por Alves (1988), ya que la caída de presión en la película de líquido debe ser la misma que la del núcleo.

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{tot} = \left(\frac{dP}{dz}\right)_c = \phi_c^2 \left(\frac{dP}{dz}\right)_{sc} + g\rho_c \sin(\beta) \quad \text{Ec. 249}$$

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_{tot} = \left(\frac{dP}{dz}\right)_{film} = \phi_f^2 \left(\frac{dP}{dz}\right)_{sl} + g\rho_l \sin(\beta) \quad \text{Ec. 250}$$

En las ecuaciones anteriores no aparece la componente debida a la aceleración ya que según Lopes y Dukler (1986), excepto para intervalos limitados de tasas de flujo, la componente de aceleración debida al intercambio de gotas de líquido entre el centro y la película es insignificante.

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

- (a) Determinar la velocidad media (Ec. 15).
- (b) Para definir el patrón de flujo se deben calcular los puntos de corte de las curvas de las fronteras de transición.

- 1) Transición entre flujo burbuja y tapón (curva **B**, Fig. 28), utilizando la ecuación de Harmathy (1960):

$$U_{sg} = 0,25 \cdot 1,53 \left[\frac{g\sigma(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right]^{1/4} + 0,333U_{sl} \quad \text{Ec. 251}$$

Es importante considerar que el menor diámetro para el cual ocurre flujo burbuja es:

$$D_{\min} = 19,01 \left[\frac{(\rho_l - \rho_g) \sigma}{\rho_l^2 g} \right]^{1/2} \quad \text{Ec. 252}$$

2) Transición entre flujo burbuja y burbuja dispersa (curva **A**), ver apéndice A-2:

$$2 \left[\frac{0,4\sigma}{(\rho_l - \rho_g)g} \right]^{1/2} \left(\frac{\rho_l}{\sigma} \right)^{3/5} \left(\frac{f}{2d} \right)^{2/5} (U_{sl} + U_{sg})^{1,2} = 0,725 + 4,15 \left(\frac{U_{sg}}{U_{sg} + U_{sl}} \right) \quad \text{Ec. 253}$$

3) Transición entre flujo burbuja dispersa y tapón (curva **C**):

$$U_{sl} = \frac{U_{sg}}{0,76} - U_{sg} \quad \text{Ec. 254}$$

4) Transición entre flujo tapón y anular (curva **D**). La primera condición a tomar en cuenta es que la velocidad superficial del gas sea mayor al valor:

$$U_{sg} = 3,1 \left[\frac{g(\rho_l - \rho_g) \sigma}{\rho_g^2} \right]^{1/4} \quad \text{Ec. 255}$$

Para asegurar la existencia de flujo anular es necesario iterar, utilizando el factor de Lockhart y Martinelli X_M , y Y_M para calcular el espesor de película. Este factor se define en la Ec. 86 y, el segundo, se define como:

$$Y_M = \frac{\sin(\beta)g(\rho_l - \rho_{sc})}{\left. \frac{dP}{dz} \right|_{sc}} \quad \text{Ec. 256}$$

Donde $\left. \frac{dP}{dz} \right|_{sl}$ y $\left. \frac{dP}{dz} \right|_{sc}$ corresponden a la caída de presión por fricción en el líquido y en el núcleo respectivamente, y se calculan:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{sl} = \frac{f_{sl}\rho_l U_{sl}^2}{2D_i} \quad \text{Ec. 257}$$

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{sc} = \frac{f_{sc}\rho_{sc} U_{sc}^2}{2D_i} \quad \text{Ec. 258}$$

Donde los factores de fricción de Moody anteriores se calculan con la Ec. 24 para número de Reynolds de líquido, Ec. 25, y el número de Reynolds para el núcleo:

$$\text{Re}_{sc} = \frac{\rho_{sc} U_{sc} D_i}{\mu_{sc}} \quad \text{Ec. 259}$$

Asumiendo un espesor de película $\delta = 0,25$, se puede iterar con la función:

$$F(\delta) = Y_M - \frac{(2 - 1.5A_1)X_M^2}{A_1^3(1 - 1.5A_1)} \quad \text{Ec. 260}$$

Siendo A1:

$$A_1 = 4\delta(1 - \delta) \quad \text{Ec. 261}$$

Calculando la fracción volumétrica de líquido H_f en función del espesor de película, se aplica el siguiente criterio:

Si $H_l > 0,12$ entonces es flujo tapón

Si $H_l \leq 0,12$ entonces es flujo anular

En general, para predecir el patrón de flujo se deben comparar los valores de U_{sg} y U_{sl} con los valores calculados correspondientes a las fronteras del mapa de patrones de flujo.

(c) Caída de presión para flujo burbuja y burbuja dispersa. Se itera, como se muestra en el apéndice A-2, para un valor inicial de flujo volumétrico de líquido $H_l = 0,2$ la ecuación:

$$1,53 \left(\frac{g\sigma(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right)^{0,25} H_l^{0,5} = \frac{U_{sg}}{1 - H_l} + 1,2U_m \quad \text{Ec. 262}$$

Si estamos en presencia de burbuja, la densidad ρ_m y viscosidad de mezcla se calculan aplicando las Ec. 30 y Ec. 31.

Para el caso de burbuja dispersa, la fracción volumétrica de líquido se considera sin deslizamiento y se calcula según la Ec. 17, y la densidad ρ_m y viscosidad de mezcla se calculan con las Ec. 32 y Ec. 33.

La caída de presión se calcula:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_e = \rho_m g \sin(\beta) \quad \text{Ec. 263}$$

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_f = \frac{f_{tp} \rho_m U_m^2}{2D_i} \quad \text{Ec. 264}$$

Siendo f_{tp} el factor de fricción de Moody calculado para un Reynolds de mezcla, Ec. 27.

(d) Caída de presión para flujo tapón. Se consideran dos casos, flujo tapón en desarrollo y desarrollado, en ambos casos se calcula la relación entre la longitud de la burbuja de Taylor y la longitud total, es decir la longitud de la burbuja más la del tapón. Para calcular estos valores es necesario determinar las fracciones volumétricas de líquido y gas de la burbuja y del tapón. Las ecuaciones que se utilizaron se muestran en el apéndice A-2.

La relación entre longitudes se calcula:

$$\text{Rel} = \frac{-U_{sl} + U_{lls} H_{lls}}{U_{lls} H_{lls} + U_{ltb} H_{ltb}} \quad \text{Ec. 265}$$

La longitud del tapón de líquido es igual a 30 veces el diámetro interno de la tubería y la longitud total:

$$L_u = \frac{L_s}{1 - \text{Rel}} \quad \text{Ec. 266}$$

La longitud de la burbuja de Taylor:

$$L_{tb} = L_u \text{Re}l \quad \text{Ec. 267}$$

Condiciones para definir si es tapón en desarrollo o desarrollado:

Si $L_c < L_{tb}$ entonces es flujo tapón desarrollado

Si $L_c \geq L_{tb}$ entonces es flujo tapón en desarrollo, en este caso se vuelven a calcular las longitudes como se muestra en el apéndice A-2.

Una vez obtenidos estos valores, se calcula la caída de presión:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_e = ((1 - \text{Re}l)\rho_{ls} + \text{Re}l\rho)g \sin(\beta) \quad \text{Ec. 268}$$

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_f = \frac{\rho_{ls} f_{ls} U_m^2}{2D_i} (1 - \text{Re}l) \quad \text{Ec. 269}$$

Donde los valores $\text{Re}l$ y ρ dependen de si el patrón de flujo es desarrollado ρ_g o en desarrollo ρ_{gtb} . El valor de f_{ls} se calcula para un número de Reynolds:

$$\text{Re}_{ls} = \frac{\rho_{ls} D_i U_m}{\mu_{ls}} \quad \text{Ec. 270}$$

(e) Caída de presión para flujo anular. Se itera para valores de espesor de película, la función:

$$F(\delta) = Y_M - \frac{Z}{4\delta_1(1-\delta_1)(1-4\delta_1(1-\delta_1))^{2,5}} + \frac{X_M^2}{(4\delta_1(1-\delta_1))^3} \quad \text{Ec. 271}$$

Luego se obtienen:

$$\phi_c^2 = \left(\frac{Z}{(1-2\delta)^5} \right) \quad \text{Ec. 272}$$

$$\phi_f^2 = \frac{\phi_c^2 - Y_M}{X_M^2} \quad \text{Ec. 273}$$

Donde el valor de Z depende del valor de Fe , fracción de líquido presente en el núcleo. Finalmente, la caída de presión se calcula con la Ec. 249 o Ec. 250.

Modelo Mecanicista de Ouyang (1999)

Parámetros tales como el diámetro e inclinación de la tubería, propiedades del gas y el líquido, correlaciones para obtener factores de fricción y fracción de líquido influyen en la transición de un patrón de flujo a otro.

Los patrones de flujo considerados por este autor son: anular, burbuja, burbuja dispersa, intermitente y estratificado. Este último no se toma en cuenta para este estudio ya que el flujo vertical no asume esta configuración.

Es importante puntualizar que este modelo considera la existencia de flujo radial hacia adentro y hacia fuera de la tubería (“inflow” y “outflow”) para el cálculo de las propiedades del flujo y del gradiente de presión. En este trabajo no se tomará en cuenta el flujo radial, por tanto, todos aquellos términos que dependan del flujo

radial serán nulos, ya que se considera que no existe flujo (de gas o de líquido) en esta dirección.

Flujo Anular:

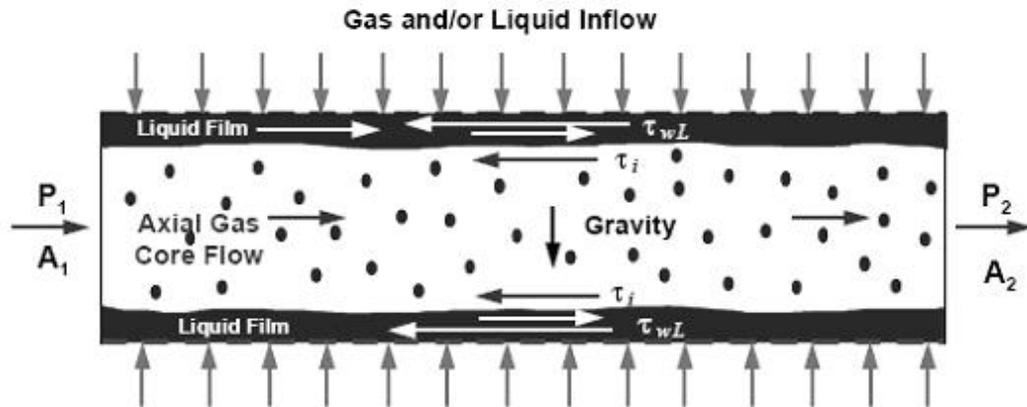


Fig. 30: Esquema del Flujo Anular según Ouyang (1999).

Para este patrón de flujo, el esfuerzo por fricción con las paredes ocurre en la película, es por esto que el balance de momento para el núcleo y para el líquido en la película es:

$$A_c \frac{dP}{dz} = -\tau_i S_i - \rho_c A_c g \sin(\beta) - \frac{2\rho_c}{1 - Fe} U_c q_{lg} \quad \text{Ec. 274}$$

$$A_f \frac{dP}{dz} = \tau_i S_i - \rho_l A_f g \sin(\beta) - \tau_{wl} S_l - 2\rho_l U_f T_1 \quad \text{Ec. 275}$$

Donde todas las variables son conocidas, excepto:

q_{lg} : Tasa volumétrica de gas radial por longitud de tubería

T_1 : Factor dependiente del influjo o del reflujo

Como se dijo anteriormente, el flujo radial es igual a cero. En consecuencia, los últimos términos de la derecha de las Ec. 274 y Ec. 275 son nulos.

Muchas de las variables citadas anteriormente dependen del espesor de la película. Sin embargo, este es un valor que debe ser obtenido mediante un proceso iterativo para un valor inicial de δ de la siguiente función:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\tau_w S_l}{A_l} + \tau_i S_i \left(\frac{1}{A_c} + \frac{1}{A_l} \right) - (\rho_l - \rho_c) g \sin(\beta) \\
 & - \frac{2\rho_l}{A_l} U_l \left(q_{ll} - \frac{Fe}{1-Fe} q_{lg} \right) + \frac{2}{A_c} \frac{\rho_c U_c q_{lg}}{1-Fe} = 0
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 276}$$

La cual es equivalente a:

$$X^2 F_2 - F_1 - 4Y - 4I = 0
 \tag{Ec. 277}$$

Donde:

$$\left\{ \begin{aligned}
 X^2 &= \frac{\left. \frac{dP}{dz} \right|_{sl}}{\left. \frac{dP}{dz} \right|_{sg}} = \frac{f_{sl} U_{sl}^2 \rho_l}{f_{sg} U_{sg}^2 \rho_g} \\
 Y &= \frac{(\rho_l - \rho_c) g \sin(\beta)}{\left. \frac{dP}{dz} \right|_{sg}}
 \end{aligned} \right.
 \tag{Ec. 278}$$

$$\begin{cases} F_1 = \frac{f_i}{f_{sg}} \frac{\rho_c}{\rho_g} \left(\frac{U_c}{U_{sg}} \right)^2 D_i S_i \left(\frac{1}{A_l} + \frac{1}{A_c} \right) \\ F_2 = \frac{f_{wl}}{f_{sl}} \left(\frac{U_f}{U_{sl}} \right)^2 \frac{D_i S_l}{A_l} \\ I = \left\{ \frac{2\rho_l}{A_l} U_l \left[q_{ll} - \frac{Fe}{1-Fe} q_{lg} \right] - \frac{2\rho_c}{A_c} \frac{U_c q_{lg}}{1-Fe} \right\} \left(\frac{dP}{dz} \Big|_{sg} \right)^{-1} \end{cases} \quad \text{Ec. 279}$$

Debido a la ausencia de flujo radial, el valor de I se iguala a cero. El factor de fricción interfacial de Fanning viene dado por:

$$f_i = 0,24 f_c \text{Re}_f^{0,305} \left(\frac{\sigma}{\rho_c U_c^2 D_c} \right)^{0,085} \quad \text{Ec. 280}$$

Donde f_c es el factor de fricción de Fanning superficial en el núcleo de gas. Los números de Reynolds que se calcularon son del núcleo, de la película y del la pared para el líquido. Para ello, se utilizó la definición de dicho parámetro adimensional que se encuentra en la Ec. 25 pero usando las propiedades del núcleo, de la película y del líquido, respectivamente.

Flujo Burbuja y Burbuja Dispersa:

El flujo tipo burbuja dispersa ocurre para altas tasas de líquido. En este caso se estudia la mezcla como homogénea, en la cual puede o no existir deslizamiento entre las fases, lo cual afecta únicamente al valor de la fracción volumétrica de líquido. En la Fig. 31 se puede ver de manera esquemática todas las variables que el autor de este modelo considera.

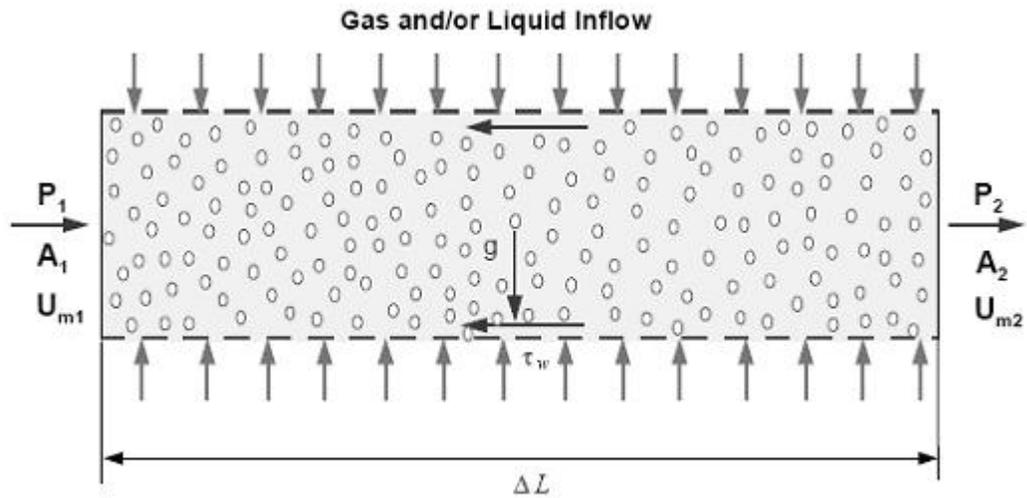


Fig. 31: Esquema del Flujo Burbuja Dispersa según Ouyang (1999).

En el análisis de este patrón, el autor recomienda no utilizar la velocidad de la mezcla para evaluar la masa y el momentum, sino la velocidad bifásica, la cual toma en cuenta la conservación de la masa.

$$U_{tp} = \frac{\rho_l}{\rho_m} U_{sl} + \frac{\rho_g}{\rho_m} U_{sg} \quad \text{Ec. 281}$$

Para el cálculo de la caída de presión se utiliza la siguiente ecuación:

$$-\left(\frac{dP}{dz}\right)_{tot} = \frac{\tau_w S}{A} + \frac{2}{A} \rho_m U_{tp} q_{ltp} + \rho_m g \sin(\beta) \quad \text{Ec. 282}$$

Donde q_{ltp} se iguala a cero.

Si se cumple la siguiente condición el flujo es burbuja dispersa, de lo contrario es tipo burbuja:

$$U_{sl} \geq \left[\frac{6,8}{\rho^{0,444}} (g\sigma(\rho_l - \rho_g))^{0,278} \left(\frac{D_i}{\mu_l} \right)^{0,112} \right] \quad \text{Ec. 283}$$

Para el caso de no deslizamiento la fracción volumétrica de líquido se calcula aplicando la Ec. 17, de lo contrario:

$$H_l = 1 - \frac{U_{sg}}{C_o U_m + U_o} \quad \text{Ec. 284}$$

Siendo C_o un coeficiente de distribución y se considera constante e igual a 1,5.

Flujo Intermitente:

Este patrón se caracteriza por la presencia de burbujas alargadas junto con una película de líquido, seguido por un tapón de líquido que contiene burbujas dispersas. La Fig. 32 presenta claramente las variables y consideraciones hechas por el autor:

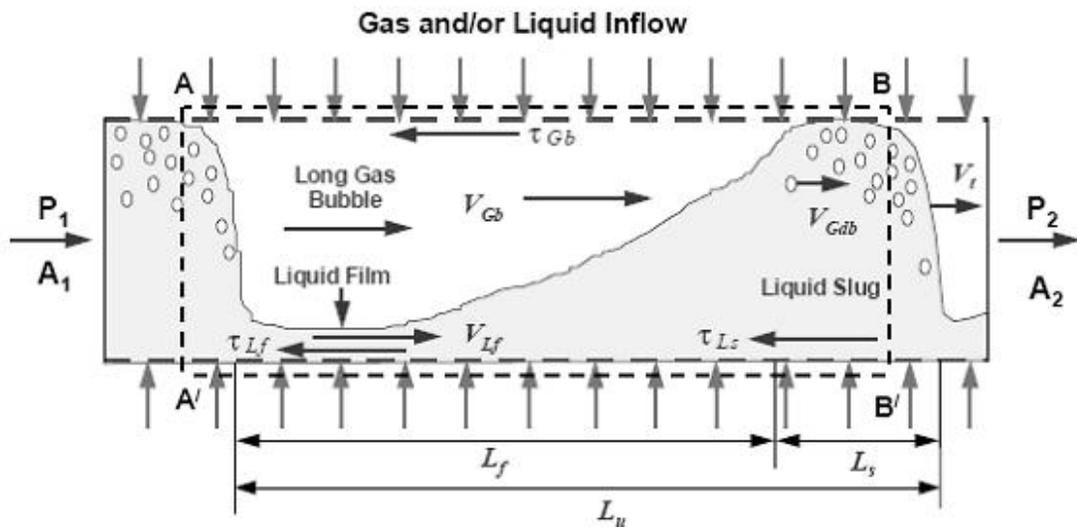


Fig. 32: Esquema del Flujo Intermitente según Ouyang (1999).

En este tipo de patrón, el autor realiza un balance de momento tomando en cuenta toda la unidad de tapón, es decir, la sección AA'BB' de la figura anterior. Luego, para calcular la caída de presión, Ouyang propone un modelo simplificado que se expresa en la siguiente ecuación (flujo radial igual a cero):

$$-\left(\frac{dP}{dz}\right)_{tot} = \frac{2}{D_i} f \rho_m U_{tp}^2 + \rho_m g \sin(\beta) \quad \text{Ec. 285}$$

Siendo f el factor de fricción de Moody calculado para el número de Reynolds:

$$\text{Re}_m = \frac{\rho_m D_i U_{tp}}{\mu_m} \quad \text{Ec. 286}$$

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

(a) Determinar el diámetro de la burbuja:

$$d_b = 1,14 \left(\frac{\sigma}{\rho_l}\right)^{0,6} \cdot \varepsilon^{-0,4} \quad \text{Ec. 287}$$

(b) Asumir un valor para el espesor de película, iterar hasta hallar el correcto y calcular el holdup según alguna correlación para flujo anular (p. e. Ansari *et al.*).

(c) Determinar el patrón de flujo:

Transición entre intermitente y burbuja dispersa:

- 1) Criterio de la migración de las Burbujas y el fenómeno de “creaming”:

$$d_{CB\pm} = 0,5 \left(A \pm \sqrt{A^2 + 4B} \right) \quad \text{Ec. 288}$$

$$d_{CB-} < d_b < d_{CB+}$$

- 2) Criterio de la Aglomeración y Coalescencia de Burbujas:

$$d_{CD} = 2 \sqrt{\frac{0,4\sigma}{(\rho_l - \rho_g)g}} \quad \text{Ec. 289}$$

$$d_b < d_{CD}$$

- 3) Criterio del Máximo Empaquetamiento:

$$U_{sl} \geq 0,92 \cdot U_{sg} \quad \text{Ec. 290}$$

Transición entre anular e intermitente:

- 4) Criterio del Bloqueo Espontáneo:

$$H_l \geq 0,24 \quad \text{Ec. 291}$$

(d) Determinar el gradiente de presión en flujo burbuja dispersa:

- 1) Calcular la fracción de líquido sin deslizamiento (Ec. 17).
- 2) Con el resultado anterior, calcular las propiedades bifásicas: densidad y viscosidad según las Ec. 30 y Ec. 31 y la velocidad con:

$$U_{tp} = \frac{\rho_l}{\rho_{tp}} U_{sl} + \frac{\rho_g}{\rho_{tp}} U_{sg} \quad \text{Ec. 292}$$

- 3) Calcular el esfuerzo de corte en la pared y el gradiente de presión total:

$$-\left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} = \tau_w \frac{S}{A} + g \rho_{lp} \sin \beta \quad \text{Ec. 293}$$

- (e) Determinar el gradiente de presión en flujo intermitente:

- 1) Calcular el factor de fricción de la mezcla. Este factor esta limitado a ser menor o igual a 1 y viene dado por la siguiente ecuación:

$$f_m = 0,316 \cdot \sqrt{\text{Re}_\infty} \quad \text{Ec. 294}$$

- 2) Determinar la velocidad traslacional de las burbujas alargadas (Ec. 244).
 3) Evaluar la fracción de líquido total:

$$H_t = \frac{H_{lls} \cdot U_t + U_{gdb} (1 - H_{lls}) - U_{sg}}{U_t} \quad \text{Ec. 295}$$

- 4) Calcular las propiedades bifásicas: densidad y viscosidad según las Ec. 30 y Ec. 31 , y la velocidad con la Ec. 292.
 5) Determinar el gradiente de presión de presión total (Ec. 285).

- (f) Determinar el gradiente de presión en flujo anular:

- 1) Calcular todos los valores independientes del espesor de película como son el número de Reynolds del líquido (Ec. 25) y el número de Reynolds del gas (Ec. 26) y el factor de fricción superficial en el líquido y en el gas (Ec. 24). También el factor X^2 de la Ec. 278.

- 2) Calcular la fracción de líquido contenida en el núcleo de gas, la fracción de líquido sin deslizamiento y las propiedades promedio del núcleo, ver las ecuaciones correspondientes en el apéndice A-4.
- 3) Estimar un valor de espesor de película inicial, calcular aquellas variables que dependan del mismo e iterar hasta que se cumpla la igualdad de la Ec. 277.
- 4) Finalmente, calcular la caída de presión total con la siguiente ecuación:

$$-\frac{dP}{dz}\Big|_{tot} = \rho_c g \sin \beta + \tau_i \frac{S_i}{A_c} \quad \text{Ec. 296}$$

Modelo de Gómez *et al* (2000)

Este modelo está compuesto por una primera sección enfocada en la predicción del patrón de flujo. Luego se encuentran un conjunto de modelos mecanicistas individuales para el cálculo de la pérdida de presión en flujo estratificado, tapón, burbuja, anular y burbuja dispersa. Los autores consideran que su modelo puede ser aplicado en todo el intervalo de inclinaciones posibles, desde flujo en tubería horizontal hasta flujo vertical ascendente; por esto se denomina modelo “unificado”.

Una característica importante de este modelo es que sus autores afirman que el régimen es laminar si el número de Reynolds es menor o igual a 1.500 y no 2.300 como la mayoría de los investigadores.

En primer lugar, los autores reconocen los patrones de flujo antes mencionados y establecen ciertos criterios para determinar cual es el patrón de flujo dominante. La primera transición es la de flujo estratificado a no estratificado, la cual no es objeto de esta investigación por la ausencia de este patrón en el flujo vertical.

Seguidamente, los autores establecen la transición entre flujo tapón y burbuja dispersa, que se diferencian en dos de los tres criterios anteriormente expuestos en el modelo mecanicista de Ouyang: el de aglomeración y coalescencia y el de migración y “creaming” de las burbujas. Básicamente, las diferencias radican en el diámetro máximo de las burbujas, que viene dado por la siguiente ecuación:

$$D_{\max} = \left[4,15 \left(\frac{U_{sg}}{U_m} \right)^{0,5} + 0,725 \left(\frac{\sigma}{\rho_l} \right)^{0,6} \cdot \left(\frac{2f_m U_m^3}{D_i} \right)^{-0,4} \right] \quad \text{Ec. 297}$$

Y en el diámetro crítico para evitar la migración de las burbujas, que se calcula con:

$$D_{CB} = \frac{3}{8} \cdot \frac{\rho_l}{(\rho_l - \rho_g)} \cdot \frac{f_m U_m^3}{g \cos \beta} \quad \text{Ec. 298}$$

El tercer criterio, denominado empaquetamiento máximo, es idéntico al mecanismo mostrado en la descripción del modelo mecanicista de Ouyang.

Luego, Gómez *et al.* (2000) sugieren que la transición entre flujo burbuja y tapón viene dada por varias condiciones. La primera de ellas es que el ángulo de inclinación de la tubería tiene que estar entre 60° y 90°; en segundo término, el caudal de líquido tiene que ser bajo, por tanto, la velocidad superficial máxima del gas está dada por:

$$U_{sl} = \frac{1-\alpha}{\alpha} U_{sg} - 1,53(1-\alpha)^{0,5} \left[\frac{g(\rho_l - \rho_g)\sigma}{\rho_l^2} \right]^{1/4} \cdot \sin \beta \quad \text{Ec. 299}$$

Y finalmente, el diámetro de la tubería tiene que ser mayor que el diámetro mínimo, que se calcula con:

$$D_{\min} = 19 \sqrt{\frac{(\rho_l - \rho_g) \sigma}{g \rho_l^2}} \quad \text{Ec. 300}$$

Flujo Tapón

Los autores de este modelo toman como referencia el modelo de Taitel y Barnea (1990) expuesto en este mismo trabajo. De este modelo resaltan las siguientes las siguientes características:

- (a) Espesor de película uniforme en la zona de la película de líquido y burbuja de gas.
- (b) Balance global de momentos en la unidad de tapón utilizado en el cálculo de la caída de presión.
- (c) Uso de una nueva correlación (Gómez *et al.*, 1999) en el cálculo de la fracción de líquido con deslizamiento en el tapón de líquido.

Las 2 primeras características de la lista anterior son idénticas al modelo de Taitel y Barnea (1990) desarrollado en este trabajo. En cambio, en el apartado (c), los autores proponen la siguiente ecuación, que es muy diferente a la que se encuentra en el trabajo de Taitel y Barnea (1990):

$$H_{lls} = 1,0 \cdot e^{-(7,85 \times 10^{-3} \beta + 2,48 \times 10^{-6} \text{Re}_s)} \quad \text{Ec. 301}$$

Asimismo, otra diferencia importante con el modelo de Taitel y Barnea es que la ecuación del gradiente de presión está basada en la densidad promedio en la unidad de tapón y no en la densidad promedio en el tapón de líquido:

$$\left. \frac{dP}{dZ} \right|_{tot} = \rho_u g \sin \beta + \tau_s \frac{\pi D_i L_s}{A L_u} + \frac{\tau_{wf} S_f + \tau_{wg} S_g}{A} \frac{L_f}{L_u} \quad \text{Ec. 302}$$

Siendo:

$$\rho_u = \rho_g (1 - H_{lu}) + \rho_l H_{lu} \quad \text{Ec. 303}$$

Como se puede ver, la Ec. 242 y la Ec. 302 son muy parecidas, salvo por las diferentes densidades a las que están referidas. El resto del modelo para el cálculo del gradiente de presión en flujo tipo tapón es prácticamente idéntico al expuesto anteriormente en la descripción del modelo de Taitel y Barnea (1990). Las ecuaciones que los diferencian se pueden ver en el apéndice A-5.

Flujo Anular:

Los autores se basaron en el modelo de Alves *et al.* (1991) para realizar su trabajo, no obstante, lo extendieron para poderlo aplicar a cualquier ángulo de inclinación. Además, otra característica importante es que consideraron que el núcleo contenía pequeñas gotas de líquido.

Para calcular el gradiente de presión en este tipo de patrón de flujo, Gómez y compañía realizaron un balance de momentos idéntico al expuesto en la descripción del modelo de Ouyang para flujo anular (ver las Ec. 274 y Ec. 275), con la excepción de que no tomaron en cuenta el flujo radial, es decir, sus ecuaciones no contienen los términos dependientes del flujo radial. Luego, al combinar las dos ecuaciones mencionadas, se obtiene la ecuación combinada de momentos:

$$\tau_{wf} \frac{S_f}{A_f} - \tau_i S_i \left(\frac{1}{A_f} + \frac{1}{A_c} \right) + (\rho_l - \rho_c) g \sin \beta = 0 \quad \text{Ec. 304}$$

La cual puede ser resuelta de manera iterativa asumiendo un espesor de película adecuado. Por tanto, es en las correlaciones de cierre donde este modelo se diferencia sustancialmente de los demás. Por ejemplo, el esfuerzo de corte interfacial lo definen al igual que lo hicieron Taitel y Barnea (1990) (ver apéndice A-3), sin embargo, relacionan el factor de fricción interfacial con el factor de fricción de Fanning superficial del núcleo f_{sc} :

$$f_i = f_{sc} \cdot I \quad \text{Ec. 305}$$

Donde I es el factor de corrección interfacial, que depende del ángulo de inclinación, y el cálculo de f_{sc} debe estar basado en la velocidad superficial del núcleo. Detalles de estas correlaciones de cierre se encuentran en el apéndice A-5 de este trabajo.

Flujo Burbuja:

Los autores extendieron el trabajo de Hasan y Kabir (1988) para poder aplicar este modelo a todo el intervalo de inclinaciones. Por consiguiente, modifican la ecuación de la velocidad del gas, haciéndola depender tanto del ángulo de inclinación como del holdup. De manera que, la fórmula propuesta para el cálculo de la velocidad del gas es:

$$U_g = C_o U_m + U_{o\infty} \sin \beta \sqrt{H_l} \quad \text{Ec. 306}$$

La Ec. 306 puede resolverse iterativamente para calcular la fracción de líquido y luego se calcula el gradiente de presión total con la siguiente ecuación:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{tot} = \rho_m g \sin \beta + 4 \frac{\tau_m}{D_i} \quad \text{Ec. 307}$$

En el caso de que el patrón de flujo presente sea burbuja dispersa, los autores recomiendan el uso del modelo homogéneo de Wallis (1969) para el cálculo del gradiente de presión.

PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO:

(a) Determinar el patrón de flujo:

- 1) Utilizando la Ec. 297 calcular el diámetro máximo de la burbuja y la Ec. 289 para el diámetro para el cual ocurre empaquetamiento. Si se cumple la condición que se expresa a continuación el patrón de flujo es tipo burbuja:

$$D_{cd} > D_{\max} \quad \text{Ec. 308}$$

- 2) Se calcula la fracción volumétrica según el valor del diámetro D_{\min} de la Ec. 300 y Uo como se muestra en el A-5. Si se verifican las condiciones que se expresan a continuación, donde el valor de H_g se calcula según el valor de Uo como se muestra en el A-5, el patrón de flujo es tipo burbuja dispersa:

$$\begin{aligned} D_i &\geq D_{\min} \\ (1 - H_l) &< 0,25 \end{aligned} \quad \text{Ec. 309}$$

- 3) Iterando la Ec. 310 se calcula el espesor de película. Los valores utilizados en esa iteración se muestran en el A-5 o se hace referencia al resumen de Ansari *et al.* (1994) Para que el flujo sea tipo tapón se deben cumplir las siguientes condiciones, donde el calculo de STAB se muestra en A- 5:

$$(\rho_l - \rho_g)g \sin \beta - \tau_s S_i \left(\frac{1}{A_f} + \frac{1}{A_g} \right) + \frac{\tau_{wf} S_f}{A_f} - \frac{\tau_{wg} S_g}{A_g} = 0 \quad \text{Ec. 310}$$

$$\begin{aligned} H_l &\geq 0,24 \\ STAB &> 0 \end{aligned} \quad \text{Ec. 311}$$

- 4) Al no cumplirse ninguna de las condiciones anteriores, Gómez considera el flujo como anular.

(b) Determinar la caída de presión para flujo burbuja:

- 1) Se calcula iterativamente la fracción volumétrica de líquido partiendo de la Ec. 306. Una vez obtenido este valor se calcula el esfuerzo de corte, el gradiente de presión por fricción y por elevación:

$$\tau_m = \frac{f_m \rho_m |U_m| U_m}{2} \quad \text{Ec. 312}$$

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_f = \frac{\tau_m 4}{D_i} \quad \text{Ec. 313}$$

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_e = \rho_m g \sin(\beta) \quad \text{Ec. 314}$$

(c) Determinar la caída de presión para flujo burbuja dispersa:

- 1) Se calcula la fracción volumétrica de líquido sin deslizamiento y luego se aplican las Ec. 313 y Ec. 314.

(d) Determinar la caída de presión para flujo tapón:

- 1) Se calcular las propiedades del liquido en el tapón utilizando la Ec. 301 y la siguiente:

$$\ln(l_s) = -25,4 + 28,5[\ln(D_i)]^{0,1} \quad \text{Ec. 315}$$

- 2) Iterando la Ec. 310 se obtiene el espesor de película y todas las propiedades asociadas a este valor.

$$H_{lu} = \frac{U_{tb}H_{lls} + (1 - H_{lls})U_{gls} - U_{sg}}{U_{tb}} \quad \text{Ec. 316}$$

$$L_u = \frac{L_s(U_{lls}H_{lls} - U_{ltb}H_{ltb})}{U_{sl} - U_{ltb}H_{ltb}} \quad \text{Ec. 317}$$

$$L_f = L_u - L_s \quad \text{Ec. 318}$$

- 3) Aplicando la Ec. 302 se obtiene la caída de presión, donde:

$$\tau_f = f_l \frac{\rho_l U_{ltb} |U_{ltb}|}{2} \quad \text{Ec. 319}$$

$$\tau_g = f_g \frac{\rho_g U_{gtb} |U_{gtb}|}{2} \quad \text{Ec. 320}$$

$$\tau_s = f \frac{\rho_s U_m^2}{2} \quad \text{Ec. 321}$$

(e) Determinar la caída de presión para flujo anular:

- 1) Se itera la Ec. 304 para obtener el espesor de la película.
- 2) El factor de fricción f_i se calcula utilizando la Ec. 305 y las ecuaciones presentes en el apéndice A-5.
- 3) El gradiente de presión total se calcula:

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_i = \frac{-\tau_i S_i}{A_g} - \rho_c g \sin(\beta) \quad \text{Ec. 322}$$

$$\tau_i = f_i \frac{\rho_c U_i^2}{2} \quad \text{Ec. 323}$$

CAPÍTULO IV: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

RESULTADOS OBTENIDOS

Base de Datos Experimentales

Para la ejecución de este trabajo, se procesó en el software Microsoft Excel una base de datos para flujo de gas y líquido en tuberías verticales, utilizando como fuente los datos experimentales para flujo de aire y agua, en tuberías verticales lisas reportados por Govier y Leigh (1958) y Brown *et al.* (1960). Se procesaron 74 conjuntos de datos experimentales contra los cuales se corrieron los 30 modelos descritos en este trabajo. A continuación se presenta una tabla resumen de la base de datos utilizada:

Tabla 9: Resumen de los datos experimentales de Govier y Leigh y Brown *et al.*

Fuente	Puntos	Fluidos	U _{sg} [m/s]	U _{sl} * [m/s]	Di [m]	ε [m]	FP
Govier y Leigh (1958)	11	Aire-Agua	0,600-8,110	0,259-0,266	0,0160	0	SL
	11		0,419-8,404		0,0260		FR
	13		0,489-9,836		0,0381		RI
	11		0,524-4,560		0,0635		AN
Brown <i>et al.</i> (1960)	28	Aire-Agua	0,432-8,842	0,265	0,0381	0	SL
							FR
							RI

Finalmente, la Tabla 10 contiene ciertos parámetros estadísticos correspondientes a la base de datos completa:

* Valores aproximadamente constantes, según los respectivos autores.

Tabla 10: Resumen de los parámetros estadísticos de la base de datos experimentales.

Variable	Promedio	Desviación estándar	Mínimo	Media	Máximo
Usl [m/s]	0,264	0,003	0,258	0,264	0,266
Usg [m/s]	3,118	2,540	0,419	2,202	9,836
μ_l [Pa s]	9,113E-4	9,568E-5	7,167E-4	9,065E-4	1,091E-3
Di [m]	0,037	0,014	0,016	0,034	0,064
$\frac{dp}{dZ}$ [Pa/m]	3.254,75	719,96	2.128,04	3.183,59	5.442,69

Evaluación del Desempeño de Modelos y Correlaciones en la Predicción del Gradiente de Presión

En esta parte del trabajo se realiza un estudio comparativo del desempeño en el cálculo de la caída de presión de los 30 modelos en estudio: 4 mecanicistas, 9 homogéneos y 17 correlaciones empíricas. La Tabla 11 muestra los acrónimos con los cuales se identifican los modelos.

Tabla 11: Acrónimos de los 30 modelos o correlaciones.

Modelo o Correlación	Acrónimo
Correlación de Aziz <i>et al.</i> (1972).	<i>CAZ</i>
Correlación de Beggs y Brill (1973).	<i>CBB</i>
Correlación de Baxendell y Thomas (1961).	<i>CBT</i>
Correlación de Beattie y Whalley (1982).	<i>CBW</i>
Correlación de Chen <i>et al.</i> (2002).	<i>CCH</i>
Correlación de Chierici <i>et al.</i> (1973).	<i>CCHi</i>
Correlación de Duns y Ros (1963).	<i>CDR</i>
Correlación de Dukler <i>et al.</i> (1967).	<i>CDU</i>
Correlación de Eaton <i>et al.</i> (1967).	<i>CEA</i>
Correlación de Fancher y Brown (1963).	<i>CFB</i>
Correlación de García <i>et al.</i> (2003).	<i>CGA</i>
Correlación de Griffith <i>et al.</i> (1973).	<i>CGR</i>
Correlación de Griffith y Wallis (1961).	<i>CGW</i>
Correlación de Hagedorn y Brown (1965).	<i>CHB</i>
Correlación de Hoogendorn (1959).	<i>CHO</i>
Correlación de Kadambi (1981).	<i>CKA</i>
Correlación de Lockhart y Martinelli (1949).	<i>CLM</i>
Correlación de Müller y Heck (1986).	<i>CMH</i>
Correlación de Oliemans (1976).	<i>COL</i>
Correlación de Orkiszewski (1967).	<i>COR</i>
Correlación de Poettman y Carpenter (1952).	<i>CPC</i>
Correlación de Reid <i>et al.</i> (1967).	<i>CRE</i>
Modelo de Ansari <i>et al.</i> (1994).	<i>MAN</i>
Modelo de Gómez <i>et al.</i> (2000).	<i>MGO</i>
Modelo Homogéneo de Cicchitti (1960).	<i>MHC</i>
Modelo Homogéneo de Mc Adams <i>et al.</i> (1942).	<i>MHMc</i>
Modelo Homogéneo de Ouyang (1998).	<i>MHO</i>
Modelo Homogéneo de Wallis (1969).	<i>MHW</i>
Modelo Mecanicista de Ouyang (1999).	<i>MMO</i>
Modelo de Taitel y Barnea (1990).	<i>MTB</i>

La comparación de la precisión en el cálculo de la pérdida de presión de las correlaciones o modelos de diferentes autores contra los 74 datos experimentales se realiza en base al error porcentual absoluto promedio E_2 . Los resultados de esta evaluación se pueden ver en la Tabla 12, donde también se incluyeron los demás parámetros estadísticos (E_1 - E_8). Asimismo pueden verse gráficamente en la Fig. 33.

Tabla 12: Comparación de la precisión de los 30 modelos o correlaciones de diferentes autores contra los 74 datos experimentales.

Modelo o Correlación	Parámetros Estadísticos							
	E_1 [%]	E_2 [%]	E_3 [%]	E_4 [%]	E_5 [Pa/m]	E_6 [Pa/m]	E_7 [Pa/m]	E_8 [Pa/m]
CGR	4,44	13,95	17,96	18,50	120,76	435,24	558,25	571,33
MGO	9,05	16,49	20,67	22,59	268,53	514,65	632,68	688,03
CLM	16,19	17,64	17,81	24,15	483,32	538,26	531,75	720,81
MMO	3,48	18,08	24,37	24,62	108,11	583,86	775,80	783,40
MTB	15,24	18,57	21,34	23,84	483,24	592,15	653,53	739,04
CGA	11,76	21,24	25,23	27,87	342,55	678,05	837,92	906,13
CBB	11,36	22,09	27,10	29,42	378,45	707,52	846,02	927,87
CHB	-0,08	22,48	27,89	27,89	-42,47	760,90	964,75	965,70
CAZ	-1,39	24,58	29,81	29,84	7,68	740,61	875,07	875,10
CEA	15,99	25,14	30,80	34,75	547,75	823,84	994,74	1.137,38
CDR	-10,14	25,62	28,31	30,10	-290,30	783,32	872,57	920,22
CDU	-25,78	27,01	18,24	31,72	-858,19	893,53	622,49	1.064,93
MAN	1,82	28,16	32,45	32,51	99,68	895,29	1.042,95	1.047,77
CGW	-25,82	29,35	25,92	33,30	-810,92	927,92	807,05	1.041,55
COR	6,98	36,41	58,36	58,79	284,87	1.251,15	2.151,12	2.170,16
CCHi	39,12	39,20	36,99	54,03	1.161,84	1.165,22	1.045,53	1.568,92
COL	-37,85	39,36	21,82	43,91	-1.178,82	1.226,50	658,09	1.357,10
MHC	-43,13	43,71	15,68	46,17	-1.376,21	1.394,27	508,34	1.475,91
CCH	-43,08	44,78	21,49	48,40	-1.378,54	1.424,60	655,96	1.535,15
CMH	-47,14	47,71	16,06	50,11	-1.499,56	1.517,30	510,27	1.593,70
MHMc	-47,75	48,33	16,50	50,83	-1.516,00	1.534,01	516,25	1.611,29
MHO	48,61	48,61	23,38	54,24	1.473,15	1.473,15	574,24	1.590,49
CBW	-48,37	48,95	16,87	51,54	-1.534,60	1.552,66	526,01	1.632,16
CRE	-49,29	49,85	17,12	52,49	-1.560,95	1.578,68	525,59	1.657,17
MHW	-50,82	51,38	17,66	54,13	-1.609,86	1.627,44	548,10	1.711,02
CHO	55,64	56,34	38,39	67,92	1.799,63	1.825,71	1.211,88	2.179,83
CKA	67,14	75,78	65,47	90,85	1.801,05	2.193,25	1.781,37	2.453,97
CFB	315,47	332,34	694,15	763,37	10.815,86	11.443,23	25.742,71	27.951,25
CPC	1.088,72	1.097,56	2.263,18	2.514,67	37.420,05	37.741,75	84.815,86	92.807,17
CBT	2.226,07	2.226,07	3.164,91	3.878,13	75.757,64	75.757,64	119.698,1	141.934,76

En la comparación general, se observa que la correlación de Griffith *et al.* (1973) obtuvo el mejor desempeño en la predicción del gradiente de presión con un error absoluto promedio de 13,95%; en segundo lugar se encuentra el modelo de Gómez (2000) con 16,49% y en tercer lugar la correlación de Lockhart y Martinelli

(1949) con 17,64%. Igualmente se puede notar que el peor desempeño lo obtuvo la correlación de Baxendell y Thomas (1961) con 2.226,07% de error absoluto promedio. Es notable que, cuando se comparan contra toda la base de datos, 7 de los 10 modelos con el mejor desempeño son correlaciones empíricas. Asimismo, resalta el hecho de que 3 de los 4 modelos mecanicistas estudiados se encuentren entre los 10 con mejor comportamiento frente a toda la base de datos. Finalmente, vale la pena destacar que más de la mitad de las correlaciones o modelos estudiados obtuvieron errores absolutos promedio por debajo de 40%.

En la base de datos experimentales se tienen 33 puntos que presentan un patrón de flujo tapón (SL), 28 que presentan un patrón de flujo espuma (FR), 11 que presentan un patrón de flujo ondulado (RP) y finalmente 2 que presentan un patrón de flujo anular (AN). Los resultados de la evaluación del desempeño para cada uno de estos patrones se presentan de la Tabla 12 a la Tabla 14. No se incluyen los resultados para el patrón anular porque sólo se cuenta con dos datos experimentales.

En la evaluación por patrón de flujo no se incluyen el modelo de Taitel y Barne (1990) y la correlación de Griffith y Wallis (1961) por ser desarrollados exclusivamente para flujo tapón y ser dependientes del patrón de flujo observado.

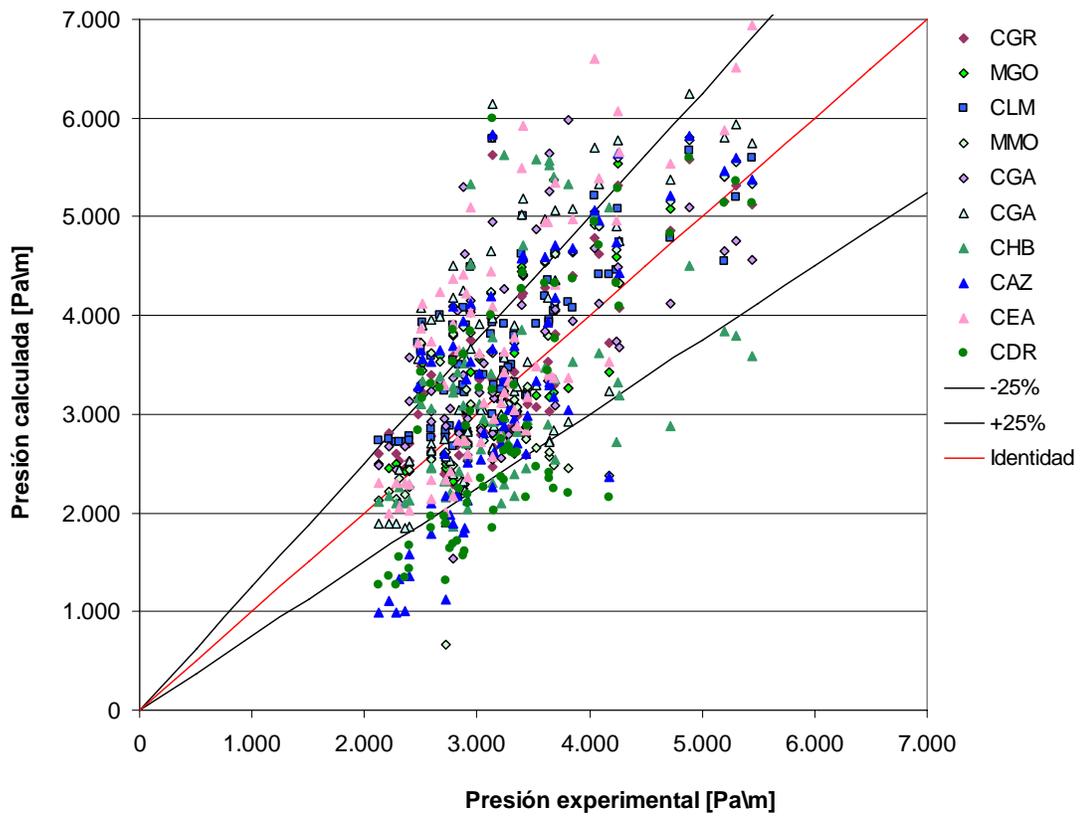


Fig. 33: Gradiente de presión calculado vs. experimental de los 10 modelos o correlaciones con mejor desempeño para toda la base de datos experimentales.

Tabla 13: Comparación de la precisión de los modelos o correlaciones contra los 33 datos experimentales que presentan patrón de flujo tapón (SL).

Modelo o Correlación	Parámetros Estadísticos							
	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8
	[%]	[%]	[%]	[%]	[Pa/m]	[Pa/m]	[Pa/m]	[Pa/m]
<i>CGW</i>	-9,11	11,78	13,51	16,38	-309,49	404,78	447,02	546,45
<i>CGR</i>	13,94	15,46	13,55	19,59	435,08	494,40	413,47	605,12
<i>CDR</i>	12,90	15,79	14,97	19,89	408,22	509,32	467,96	625,17
<i>CGA</i>	8,41	16,41	18,00	19,92	197,70	537,49	589,42	622,67
<i>COR</i>	-7,43	17,47	19,30	20,72	-343,12	658,79	724,58	804,01
<i>MMO</i>	20,84	21,01	14,25	25,52	671,54	679,44	409,07	795,23
<i>COL</i>	-20,86	21,09	12,68	24,69	-730,15	737,98	457,06	871,03
<i>MGO</i>	21,47	21,60	14,77	26,34	688,10	694,47	423,28	816,97
<i>CAZ</i>	22,84	22,91	14,09	27,14	739,29	743,05	403,47	852,30
<i>CHB</i>	0,06	23,58	28,58	28,58	-148,23	840,85	1.013,40	1.024,51
<i>CDU</i>	-24,22	24,25	13,24	27,94	-895,96	896,69	563,32	1.070,12
<i>CLM</i>	24,53	25,41	17,83	30,64	751,14	796,83	509,16	917,11
<i>MTB</i>	26,27	26,35	16,83	31,54	845,65	850,33	467,69	977,86
<i>CCHi</i>	27,23	27,29	15,88	31,89	865,00	868,49	414,50	971,30
<i>MAN</i>	29,82	30,87	21,19	36,96	997,88	1.029,68	690,70	1.226,35
<i>CBB</i>	32,71	32,71	17,59	37,59	1.071,32	1.071,32	477,03	1.187,92
<i>CCH</i>	-33,08	33,08	12,44	35,82	-1.171,03	1.171,03	494,72	1.287,99
<i>MHC</i>	-35,06	35,06	10,74	37,19	-1.240,48	1.240,48	460,55	1.341,26
<i>MHMc</i>	-35,95	35,95	10,74	38,05	-1.266,99	1.266,99	449,81	1.362,99
<i>CBW</i>	-36,01	36,01	11,00	38,19	-1.268,29	1.268,29	453,45	1.365,45
<i>CMH</i>	-36,37	36,37	10,80	38,48	-1.280,76	1.280,76	448,75	1.375,86
<i>CRE</i>	-36,56	36,56	10,97	38,71	-1.286,08	1.286,08	449,72	1.381,28
<i>MHW</i>	-37,24	37,24	11,06	39,40	-1.306,95	1.306,95	444,15	1.399,56
<i>CKA</i>	16,74	37,30	41,19	41,69	280,57	1.213,74	1.401,89	1.338,27
<i>CEA</i>	39,86	39,86	17,90	44,26	1.347,52	1.347,52	557,51	1.477,62
<i>MHO</i>	54,58	54,58	22,50	59,82	1.774,80	1.774,80	452,14	1.858,16
<i>CHO</i>	85,64	85,64	27,12	91,10	2.863,86	2.863,86	524,03	2.955,10
<i>CFB</i>	107,90	130,91	321,36	339,53	3.215,89	4.168,76	9.814,28	10.343,37
<i>CPC</i>	397,91	409,98	955,43	1.037,37	12.181,51	12.664,22	28.929,84	31.463,66
<i>CBT</i>	1.411,68	1.411,68	1.350,21	1.969,31	47.610,44	47.610,44	40.400,61	63.006,34

En la Tabla 13, donde se evalúa la precisión de todos los modelos frente a los datos que presentan un patrón de flujo tapón, se observa que el mejor desempeño lo tiene la correlación de Griffith y Wallis (1961) con un error absoluto promedio de

11,78%; seguidamente la correlación de Griffith *et al.* (1973) con 15,46% y en tercer lugar se encuentra la correlación de Duns y Ros (1963) con 15,79%. Es de recalcar que 8 de los 10 modelos con mejor desempeño para este patrón de flujo son correlaciones empíricas, todas ellas con errores absolutos promedio menores al 25%. También es destacable el comportamiento de los modelos mecanicistas, debido a que todos se encuentran dentro de los 15 con mejor desempeño frente a esta parte de la base de datos y además con errores absolutos promedio menores al 31%. En general, los modelos homogéneos obtuvieron el peor comportamiento en los datos correspondientes a este patrón. En la Fig. 34 se observa de manera gráfica la distribución de los resultados para los 10 primeros modelos.

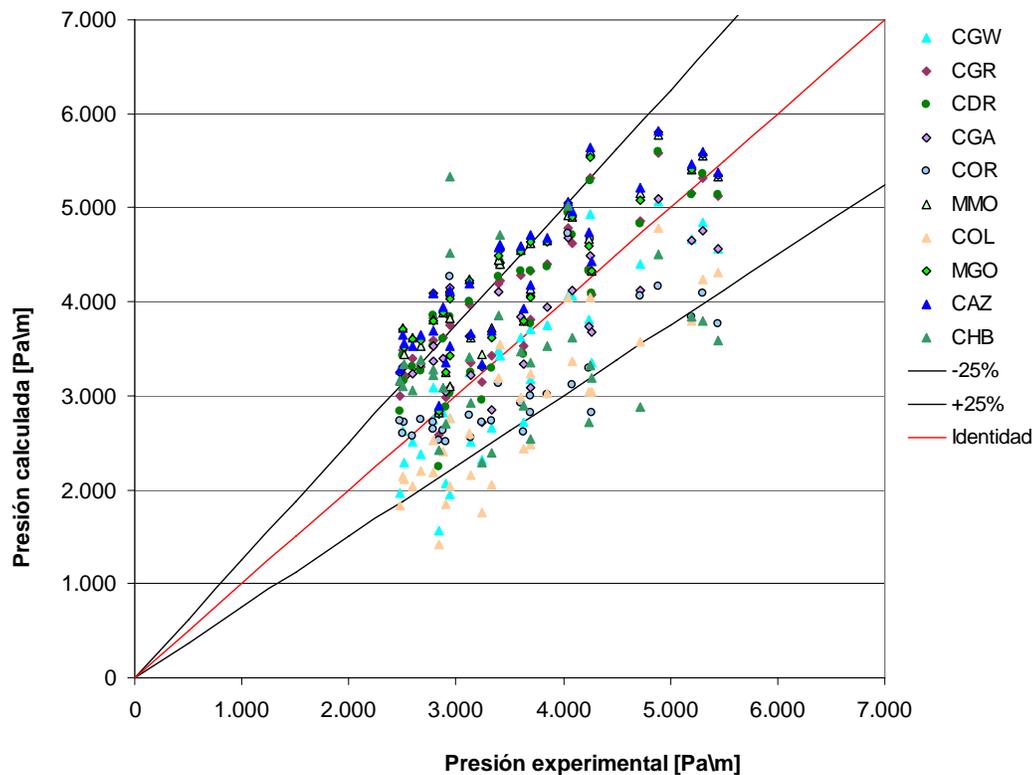


Fig. 34: Gradiente de presión calculado vs. experimental de los 10 modelos o correlaciones con mejor desempeño en flujo tipo tapón.

Tabla 14: Comparación de la precisión de los modelos o correlaciones contra los 28 datos experimentales que presentan patrón de flujo espuma (FR).

Modelo o Correlación	Parámetros Estadísticos							
	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8
	[%]	[%]	[%]	[%]	[Pa/m]	[Pa/m]	[Pa/m]	[Pa/m]
CLM	8,37	10,87	17,00	19,01	247,83	331,03	530,23	587,24
MGO	-3,17	11,12	18,81	19,09	-108,61	352,18	593,48	603,69
CBB	-0,92	11,74	22,12	22,14	-33,72	366,85	696,49	697,34
CGR	-5,96	13,57	18,61	19,58	-199,29	428,16	587,05	621,14
MMO	-6,24	13,77	20,42	21,38	-209,17	442,88	657,04	690,71
CEA	-0,04	14,12	29,23	29,23	0,61	433,83	912,54	912,54
CAZ	-11,55	18,92	22,25	25,16	-335,86	566,44	668,21	750,65
CGA	7,52	19,93	25,01	26,16	231,94	628,95	805,55	839,46
CHB	-2,83	22,90	29,28	29,42	-55,81	740,18	979,85	981,50
MAN	-17,59	25,29	23,26	29,36	-541,31	781,25	732,09	916,42
CCHi	26,87	27,01	26,22	37,89	797,73	802,54	759,55	1.112,14
CDR	-22,88	29,97	24,54	33,84	-699,91	921,52	764,88	1.045,50
CDU	-35,05	36,98	18,53	40,22	-1.085,35	1.145,85	594,38	1.254,95
MHO	41,03	41,03	19,46	46,09	1.225,62	1.225,62	527,30	1.354,92
CHO	41,08	41,08	26,84	49,70	1.266,92	1.266,92	847,77	1.543,77
COR	9,09	41,42	58,38	59,11	376,67	1.346,85	1.989,26	2.025,91
COL	-50,42	54,14	21,00	55,48	-1.551,26	1.668,04	663,88	1.713,56
MHC	-52,91	54,43	16,79	56,43	-1.630,81	1.678,56	543,21	1.747,32
CCH	-53,12	54,75	20,39	57,81	-1.634,93	1.685,98	641,81	1.784,35
CMH	-57,26	58,75	16,43	60,58	-1.766,27	1.813,13	539,13	1.877,74
MHM_c	-57,68	59,20	16,47	61,01	-1.778,05	1.825,67	537,22	1.888,69
CBW	-58,37	59,89	16,57	61,71	-1.799,48	1.847,21	540,91	1.910,67
CRE	-59,21	60,70	16,65	62,55	-1.824,36	1.871,20	540,82	1.934,95
MHW	-61,06	62,54	16,81	64,41	-1.883,21	1.929,66	554,19	1.996,24
CKA	81,63	81,63	38,16	89,81	2.411,25	2.411,25	798,84	2.535,48
CFB	341,90	356,84	719,38	799,21	11.703,71	12.168,86	25.533,74	28.178,39
CPC	1.175,06	1.183,36	2.247,57	2.546,27	39.937,70	40.196,20	79.943,89	89.694,60
CBT	2.200,85	2.200,85	3.122,94	3.843,94	73.073,80	73.073,80	111.936,58	134.414,83

La Tabla 14 muestra la evaluación de la precisión de los modelos contra los puntos de la base de datos que presentan un patrón de flujo espuma, siendo la correlación de Lockhart y Martinelli (1949) la que obtuvo el menor error absoluto promedio con 10,87%; seguida del modelo mecanicista de Gómez *et al.* (2000) y de la correlación de Beggs y Brill (1973) con 11,12% y 11,74%, respectivamente. Nuevamente es de hacer notar que 7 de los 10 primeros modelos son correlaciones

empíricas y que todas ellas presentan errores absolutos promedio por debajo de 23%. Asimismo, también es resaltante que todos los modelos mecanicistas que fueron evaluados contra esta serie de puntos se encuentran entre los 10 con mejor desempeño y que sus errores absolutos promedio están por debajo de 26%. Igualmente, en la Fig. 35 se observa gráficamente la comparación de los resultados obtenidos contra la data experimental de los 10 primeros modelos en este patrón de flujo.

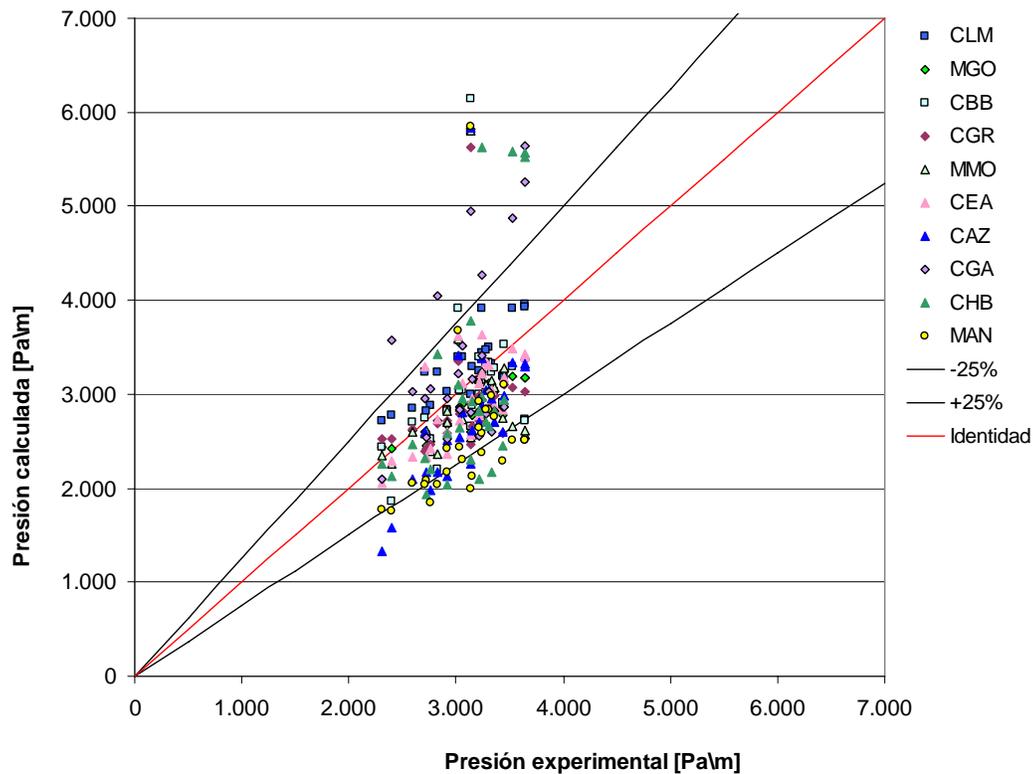


Fig. 35: Gradiente de presión calculado vs. experimental de los 10 modelos o correlaciones con mejor desempeño en flujo tipo espuma.

Tabla 15: Comparación de la precisión de los modelos o correlaciones contra los 11 datos experimentales que presentan patrón de flujo ondulado (RI).

Modelo o Correlación	Parámetros estadísticos							
	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8
	[%]	[%]	[%]	[%]	[Pa/m]	[Pa/m]	[Pa/m]	[Pa/m]
CGR	5,48	10,68	13,12	14,32	103,47	265,85	330,46	347,82
CEA	-9,48	11,16	10,30	14,31	-261,28	297,37	270,47	385,03
CLM	12,72	13,47	9,38	16,31	314,96	335,73	210,42	391,65
CDU	-11,30	14,08	18,38	21,87	-314,68	375,30	497,59	597,09
MGO	7,46	14,91	20,17	21,63	135,66	365,32	480,50	501,12
CHO	14,57	15,79	13,66	20,50	361,22	394,46	343,70	511,52
MMO	-16,06	16,37	22,57	28,17	-468,19	475,47	648,39	813,35
CBB	-15,21	16,43	10,63	19,17	-416,43	446,17	314,79	538,38
CHB	0,78	16,48	22,70	22,71	77,40	488,45	721,62	726,17
MAN	-26,79	26,79	5,40	28,61	-718,49	718,49	232,62	788,65
CGA	22,89	31,04	33,36	41,10	645,75	872,77	993,09	1.202,05
CDR	-40,49	40,49	6,53	42,97	-1.068,44	1.068,44	257,98	1.149,90
CAZ	-42,74	42,74	14,10	46,99	-1.078,71	1.078,71	288,12	1.167,47
MHC	-45,30	45,30	11,23	48,82	-1.187,42	1.187,42	333,83	1.289,35
COR	6,41	47,36	68,74	69,07	395,45	1.420,58	2.327,57	2.364,24
CCH	-45,89	53,21	33,42	58,59	-1.223,09	1.402,98	892,54	1.562,74
CMH	-54,11	54,11	7,52	57,25	-1.424,91	1.424,91	302,91	1.524,85
COL	-54,99	54,99	5,57	57,94	-1.444,59	1.444,59	256,34	1.536,63
MHM_c	-57,61	57,61	6,56	60,78	-1.514,57	1.514,57	285,31	1.613,91
MHO	57,83	57,83	24,49	65,42	1.428,93	1.428,93	450,30	1.564,86
CBW	-59,29	59,29	5,53	62,43	-1.559,40	1.559,40	281,90	1.659,63
CRE	-61,54	61,54	5,39	64,77	-1.615,45	1.615,45	268,05	1.715,37
MHW	-63,81	63,81	4,14	67,05	-1.680,60	1.680,60	301,77	1.788,27
CCH_i	92,73	92,73	46,28	107,71	2.372,57	2.372,57	1.087,89	2.715,79
CKA	163,64	163,64	49,27	178,56	4.122,39	4.122,39	749,36	4.388,05
CFB	443,04	449,42	721,20	857,93	13.979,40	14.157,27	27.090,27	30.803,39
CPC	1.451,01	1.453,09	2.366,81	2.813,85	46.062,56	46.120,58	88.561,65	100.881,62
CBT	2.611,55	2.611,55	3.347,65	4.325,39	79.793,50	79.793,50	126.939,33	152.043,73

En la Tabla 15 se observa la comparación de los modelos contra los puntos de la base de datos que presentan un patrón de flujo ondulado. En ella se nota que la correlación de Griffith *et al.* (1973) obtiene el mejor desempeño con un error absoluto promedio de 10,68%; seguido de las correlaciones de Eaton *et al.* (1967) y Lockhart y Martinelli (1949) con 11,16% y 13,47%, respectivamente. De nuevo, 7 de los 10 modelos con mejor comportamiento para esta serie de puntos son correlaciones

empíricas, todas ellas con errores absolutos promedio por debajo de 17%. Igualmente, es resaltante que todos los modelos mecanicistas que fueron evaluados contra esta serie de datos se encuentran entre los 10 con mejor desempeño y que sus errores absolutos promedio están por debajo de 27%. En la Fig. 36 puede verse la distribución de las predicciones de los 10 primeros modelos en este patrón de flujo.

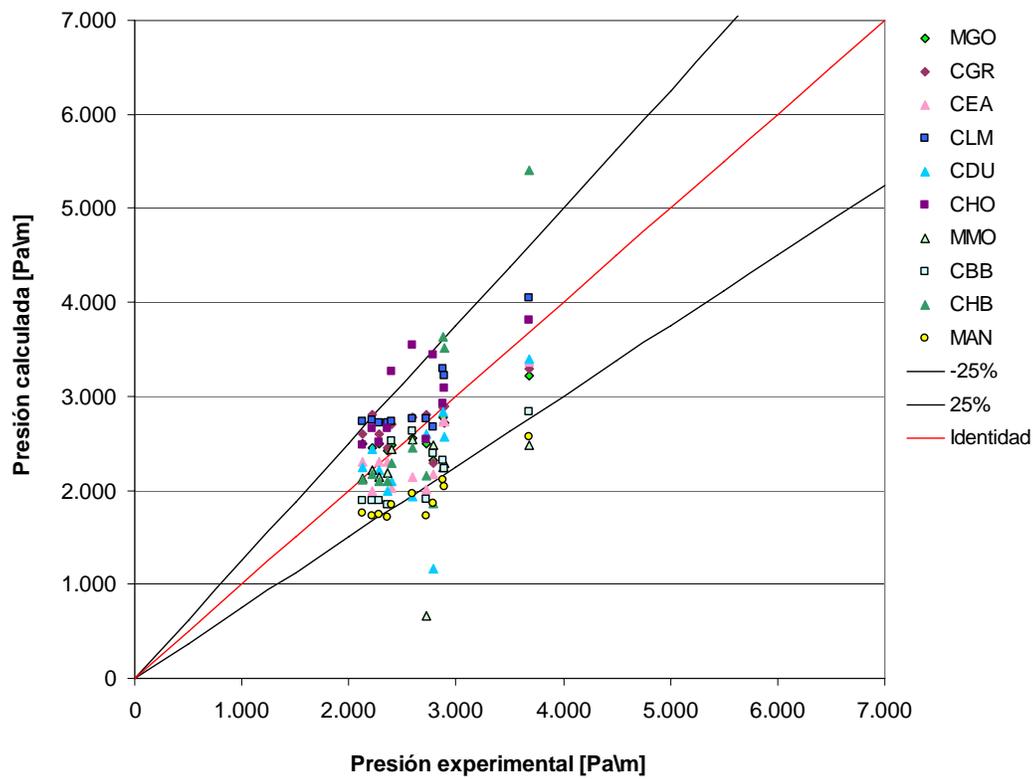


Fig. 36: Gradiente de presión calculado vs. experimental de los 10 modelos o correlaciones con mejor desempeño en flujo tipo ondulado.

En las Fig. 37, Fig. 38 y Fig. 39 se representa el porcentaje de datos experimentales sobrepredichos y el porcentaje de sobrepredicción promedio de gradiente de presión para los 10 modelos con el mejor desempeño en cada patrón de flujo. El primero no es más que el porcentaje que corresponde a la cantidad de veces que un modelo o correlación arrojó un resultado por encima del gradiente de presión experimental dividido entre el número de datos experimentales de ese patrón.

En segundo término, el porcentaje de sobrepredicción corresponde al valor promedio con el cual un determinado modelo o correlación aumenta su resultado con respecto al valor experimental, es decir, qué tan por encima del valor real se encuentra (en promedio) el resultado del modelo.

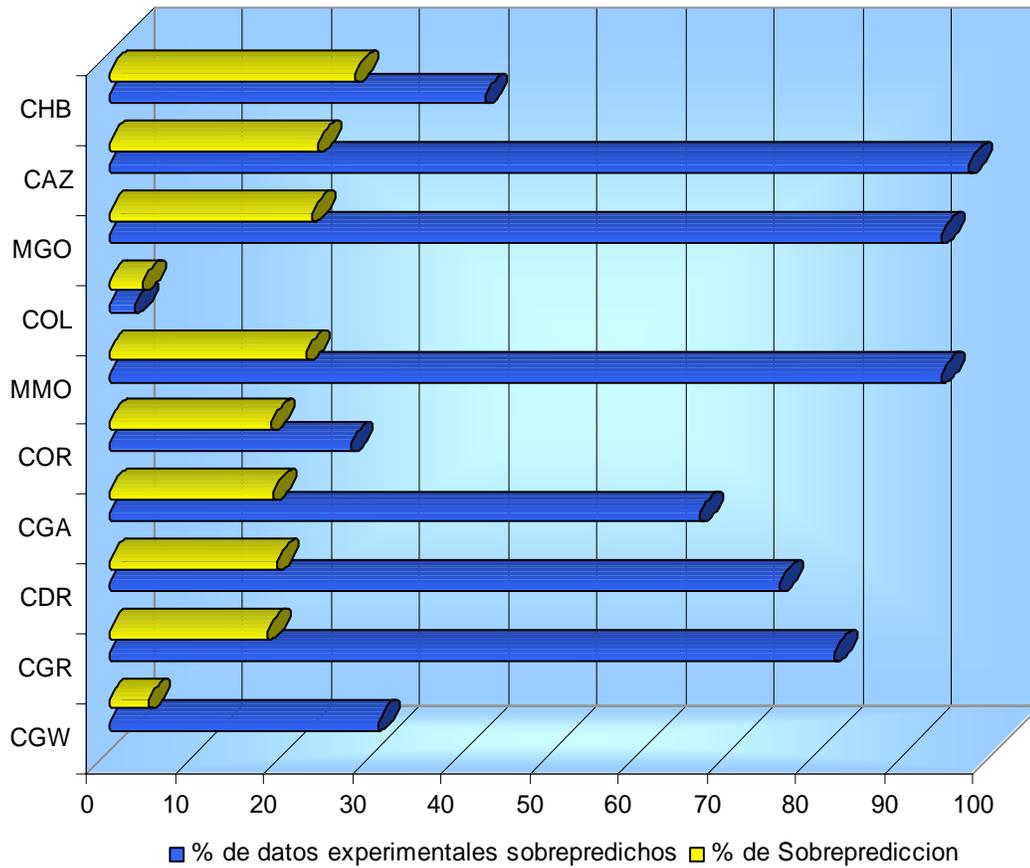


Fig. 37: Porcentaje de datos experimentales sobrepredichos y sobrepredicción porcentual promedio de los 10 modelos o correlaciones con mejor desempeño en flujo tipo tapón.

En la Fig. 37 se observa que para los datos que presentaron un patrón de flujo tipo tapón, la correlación de Aziz *et al.* (1972), el modelo mecanicista de Gómez *et al.* (2000) y el modelo mecanicista de Ouyang (1999) sobrepredijeron el gradiente de presión en más del 90% de los datos disponibles, aunque esa sobrepredicción se encuentra en promedio por 23%. En cambio, si bien la correlación de Hagedorn y Brown (1965) sólo sobrepredijo los resultados en el 42,4% de los datos, su sobrepredicción promedio es de 27,9%, que es la mayor de este grupo de modelos.

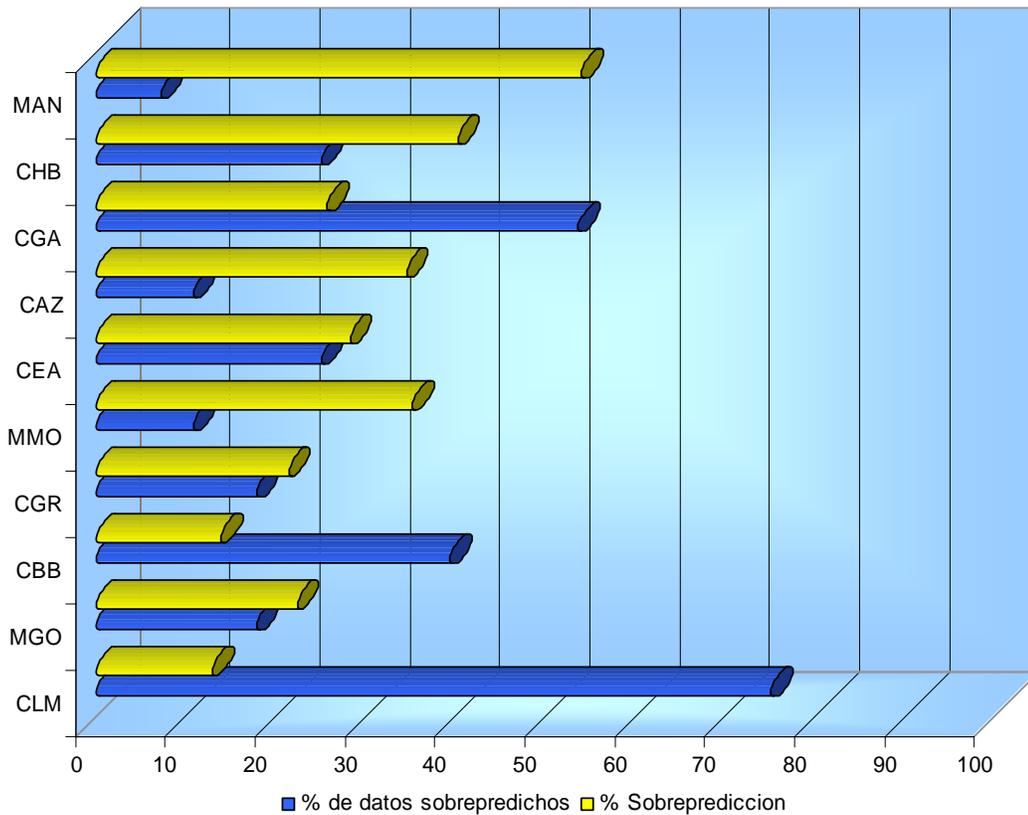


Fig. 38: Porcentaje de datos experimentales sobrepredichos y sobrepredicción porcentual promedio de los 10 modelos o correlaciones con mejor desempeño en flujo tipo espuma.

Al observar la Fig. 38 se puede notar que la correlación de Lockhart y Martinelli (1949) sobrepredijo el gradiente de presión en el 75% de los datos correspondientes a este patrón de flujo; sin embargo, esa sobrepredicción se encuentra en promedio por el 12,8%, la más baja para este grupo de modelos. Por otra parte, el modelo de Ansari *et al.* (1994), aunque sólo sobrepredijo en 7,1% de los datos disponibles, su sobrepredicción promedio se encontraba 53,9% por encima del valor experimental, siendo la más elevada de este grupo de modelos.

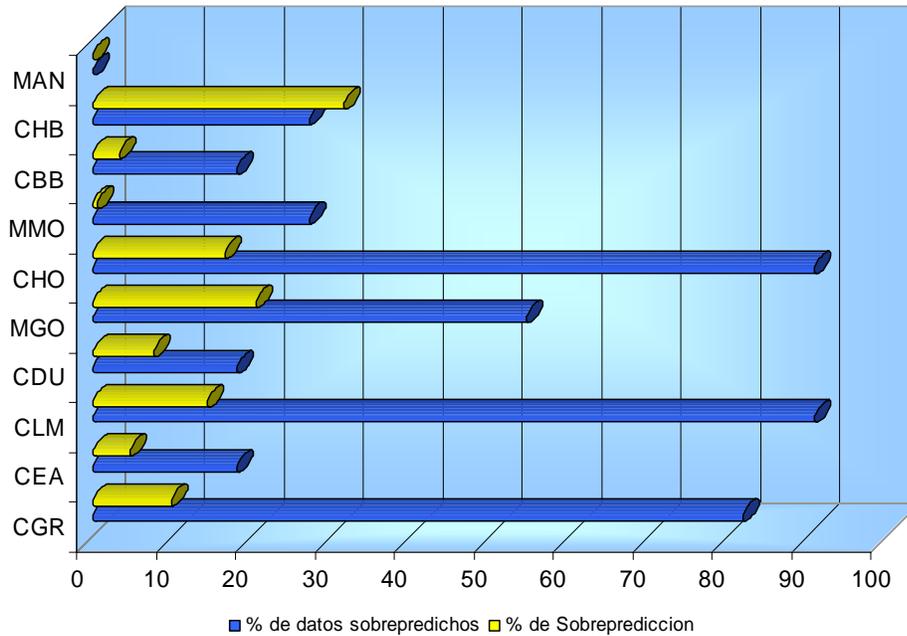


Fig. 39: Porcentaje de datos experimentales sobrepredichos y sobrepredicción porcentual promedio de los 10 modelos o correlaciones con mejor desempeño en flujo tipo ondulado.

La Fig. 39 muestra qué tanto la correlación de Lockhart y Martinelli (1949) como la de Hoogendorn (1959) sobrepredijeron en poco más del 90% de los casos correspondientes a este patrón de flujo; no obstante, sus sobrepredicciones promedio se encontraron en 14,4% y 16,7%, respectivamente. En cambio, la correlación de Hagedorn y Brown (1965) sobrepredijo solo el 27,3% de los datos disponibles, pero en promedio 31,6% por encima del valor experimental. También resalta que el modelo de Ansari *et al.* (1994) nunca sobrepredijo para los datos correspondientes a este tipo de patrón de flujo.

Tabla 16: Comparación porcentual de la caída de presión por fricción, elevación y aceleración para cada modelo.

Modelo o Correlación	$(dP/dz)_f$ [%]			$(dP/dz)_g$ [%]			$(dP/dz)_a$ [%]		
	MIN	MAX	PROMED	MIN	MAX	PROMED	MIN	MAX	PROMED
CAZ	1,00	81,86	23,62	18,14	99,00	76,38	-	-	-
CBB	0,70	67,13	14,73	30,15	99,21	84,30	-3,73423	-0,03288	-0,97027
CBT	1,38	99,24	47,84	0,76	98,62	52,16	-	-	-
CBW	1,26	82,75	26,79	16,33	98,68	72,89	-1,16287	-0,01899	-0,31783
CCH	1,20	80,45	27,74	16,32	98,15	68,11	-	-	-
CCHi	1,00	79,11	23,28	20,89	99,00	76,72	-	-	-
CDR	0,81	54,73	12,86	45,27	99,19	87,14	-	-	-
CDU	4,61	86,98	43,03	7,70	95,22	55,35	0,05371	6,46750	1,62491
CEA	6,84	75,31	33,51	24,61	93,16	66,47	-0,10954	-0,00013	-0,01793
CFB	5,84	99,71	64,18	0,29	94,16	35,82			
CGA	1,28	78,24	25,18	21,75	98,72	74,82	-0,00913	-0,00016	-0,00176
CGR	1,18	55,49	15,33	44,51	98,82	84,67	-	-	-
CGW	0,68	22,71	4,63	77,29	99,32	95,37	-	-	-
CHB	0,74	4,16	2,12	95,84	99,26	97,88	-	-	-
CHO	0,47	33,34	6,28	66,65	99,53	93,72	-0,00182	-0,00003	-0,00039
CKA	0,52	7,25	1,97	92,75	99,48	98,03	-0,00113	-0,00006	-0,00025
CLM	0,86	57,03	15,50	42,97	99,14	84,50	-0,00368	-0,00010	-0,00090
CMH	1,11	86,06	28,00	13,85	98,89	71,98	-0,11560	-0,00034	-0,01979
COL	1,14	82,28	25,78	17,72	98,86	74,22	-0,11864	-0,00029	-0,02011
COR	1,00	79,15	23,19	20,85	99,00	76,81	-	-	-
CPC	8,96	99,92	75,37	0,08	91,04	24,63	-	-	-
CRE	1,10	83,43	25,88	16,57	98,90	74,12	-	-	-
MAN	0,81	78,59	23,09	21,41	99,19	76,91	-	-	-
MGO	0,59	43,89	11,06	56,11	99,41	88,94	-	-	-
MHC	1,29	88,66	31,14	10,42	98,66	68,55	-1,16287	-0,01899	-0,31783
MHMc	1,22	83,77	27,37	15,31	98,73	72,31	-1,16287	-0,01899	-0,31783
MHO	1,31	16,42	6,03	73,52	98,59	91,63	0,03563	14,49270	2,34003
MHW	1,01	80,37	23,99	19,55	98,99	75,99	-0,11560	-0,00034	-0,01979
MMO	0,40	73,51	4,41	26,49	99,60	95,59	-	-	-
MTB	0,71	14,93	4,70	85,07	99,29	95,30	-	-	-
TOTAL	0,40	99,92	23,29	0,08	99,60	76,38	-3,73	14,49	0,14

En la Tabla 16 se presenta el porcentaje promedio, mínimo y máximo que representa el gradiente de presión por efectos de fricción, cambio de energía cinética y cambio de energía potencial con respecto al gradiente de presión total, para cada uno de los modelos y correlaciones frente a toda la base de datos.

SÍNTESIS Y CONCLUSIONES

- Se escogieron, de la literatura especializada, cuatro modelos mecanicistas, nueve homogéneos y diecisiete correlaciones empíricas comúnmente utilizados para el cálculo de la caída de presión para flujo bifásico en tuberías.
- Para los trabajos escogidos se desarrollaron algoritmos de cálculo, los cuales fueron codificados utilizando Visual Basic. Culminada esta etapa, se evaluaron los treinta programas empleando la base de datos disponible.
- De los datos extraídos de Govier y Leigh (1958) y Brown *et al.* (1960) se observó que la mayoría eran para flujo tipo tapón (44,6 % de la base de datos), luego para el patrón tipo espuma (37,84% de la base de datos) y, en tercer lugar, para el régimen ondulado (14,86% de la base de datos). Los treinta modelos y correlaciones fueron evaluados para la base de datos completa y por patrón de flujo, obteniendo así cuatro casos de estudio.
- De los valores de caída de presión obtenidos, se observó el impacto que tiene la componente de caída de presión por elevación en el valor de gradiente de presión total, el cual reduce su efecto para bajas presiones. Esto se debe principalmente a que a estas condiciones de presión corresponden los mayores valores de velocidad del gas de la base de datos, la cual afecta directamente a la componente de presión por fricción, y la fracción volumétrica de líquido es menor. En consecuencia, la densidad de la mezcla disminuye a menor holdup, reduciéndose así el valor del gradiente de presión por elevación.
- Al realizar un estudio comparativo de los errores obtenidos para los treinta modelos y correlaciones evaluados para toda la base de datos, los de mejor

desempeño resultaron ser siete correlaciones, de las cuales el mejor comportamiento lo presentó la correlación de Griffith *et al.* (1973), y tres modelos mecanicistas, donde resaltó el de Gómez *et al.* (2000). Los dos trabajos mencionados tienen un desempeño similar, pero cabe destacar que la correlación de Griffith *et al.* (1973) se caracteriza por la sencillez de su procedimiento de cálculo, aunque es de tener en cuenta que su aplicación debe ser hecha considerando sus limitaciones. En el caso del modelo de Gómez *et al.* (2000), si bien su procedimiento de cálculo es más complejo, considera las variables que no fueron incluidas en el estudio de Griffith *et al.* (1973). Entre las correlaciones, resalta también la de Lockhart y Martinelli (1949) por el hecho de que, aún siendo para flujo horizontal, predijo la caída de presión con un buen error y, para todos los datos presentó una marcada tendencia a la sobre predicción.

- En general, en las evaluaciones por patrón de flujo e independientes del patrón, los modelos mecanicistas y de correlación tuvieron el mejor desempeño. Ninguno de los modelos homogéneos estudiados se ubicó dentro de los diez primeros lugares, a excepción de la Correlación de Oliemans (1976) que obtuvo el séptimo mejor desempeño aunque solamente en la comparación correspondiente a los datos de flujo tapón.

RECOMENDACIONES

- En este trabajo se utilizó una base de datos compuesta por sólo 74 puntos, de los cuales la mayoría presentan flujo tapón. Se recomienda el uso de una base de datos más amplia y con mayor variedad de patrones de flujo.
- También se recomienda hacer un estudio similar a éste, pero utilizando una base de datos con diferentes condiciones de operación como podrían ser mayores diámetros de tubería, altas viscosidades o flujo inclinado. Otra variante de este estudio que se podría desarrollar sería la comparación de modelos y correlaciones de flujo bifásico, pero en espacios anulares.
- Es recomendable para trabajos posteriores, estudiar otros modelos mecanicistas distintos a los presentados en este trabajo como Chokshi *et al.* (1996), Hasan y Kabir (1988) y Petalas y Aziz (1996), y agregar, en la medida de lo posible, las correlaciones y modelos más recientes.
- Se recomienda realizar un estudio semejante a este, pero utilizando como parámetro estadístico de jerarquización el logaritmo del error, ya que, según investigaciones recientes, este valor permite una mejor apreciación del desempeño de los modelos estudiados.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alarcón, G. (1998). Flujo de dos fases. Facultad de Ingeniería, Escuela de Mecánica, ULA, Venezuela.

Alves, I. N. *et al.* (1988, Nov. 27 – Dec. 2). Modeling Annular Flow Behavior for Gas Wells. Paper presentado en el Winter Annual Meeting of ASME, Chicago, Illinois, EUA

Ansari, A., Sylvester, N., Sarica, C., Shoham, O., Brill, J. (1994). A Comprehensive Mechanistic Model for Upward Two-Phase Flow in Wellbores. SPE Production & Facilities J., (Vol. 9, No. 2), 142-152.

Aziz, K., Govier, G. W., Fogarasi, M. (1972). Pressure Drop in Wells Producing Oil and Gas. Journal of Canadian Pet. Tech., (S.V./S.N.), 38-48

Baker, O. (1954). Design of Pipelines for the Simultaneous Flow of Oil and Gas. Oil and Gas Journal, (Vol. 53, S.N.), 185

Bankoff, S. (1960). Variable Density Single Fluid Model for Two-phase Flow with Particular Reference to Steam-Water Flow. Trans. ASME (Vol. 82, S.N.), 265

Barnea, D. (1987). A Unified Model for Predicting Flow Pattern Transition for the Whole Range of Pipe Inclinations. Intl. Journal Multiphase Flow (Vol. 13, No. 1), 1-12

Barnea, D., Shoham, O., Taitel, Y. (1982). Flow Pattern Transition for Vertical Downward Two-Phase Flow. Chem. Eng. Sci. (Vol. 37, No. 5), 741-744

- Barnea, D., Taitel, Y., Dukler, A.E. (1980). Modelling Flow Pattern Transitions for Steady Upward Gas-Liquid Flow in Vertical Tubes, *AIChE Journal* (Vol. 26, No. 3), 345-354.
- Baxendell, P. B., Thomas, R. (1961). The Calculation of Pressure Gradients in High-rate Flowing Wells. *Journal of Pet. Tech.*, (S.V./S.N.), 1023-1028
- Beattie, D., Whalley, P.D. (1982). A Simple Two-Phase Frictional Pressure Drop Calculation Method, *Int. J. Multiphase Flow* (Vol. 8, No. 1), 83-87
- Beggs, H., Brill, J. (1973). A Study of Two-Phase Flow in Inclined Pipes, *J. Pet. Tech.* (Vol. 25, No. 5), 607-617.
- Brill, J., Beggs, H. (1988). *Two Phase Flow in Pipes*. 6th edition. Copyright 1978 by J. Brill and H. Beggs.
- Brown, R. A. S., Sullivan, G. A., Govier, G. W. (1960). The Upward Vertical Flow of Air-Water Mixtures: III. Effect of Gas Phase Density on Flow Pattern, Holdup and Pressure Drop. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, (S.V./S.N.), 62-66
- Caetano, E. F. (1985). *Upward Vertical Two-Phase Flow Trough an Annulus*. PhD Thesis, University of Tulsa, Oklahoma, EUA
- Chen, I., Yang, K., Wang, C. (2002). An Empirical Correlation for Two-phase Frictional Performance in Small Diameter Tubes. *Int. Journal of Heat Mass Transfer* (Vol. 45, No. 17), 3667-3671
- Chenoweth, J. M., Martin, N. W. (1955). *Petroleum Refiner* (Vol. 34, S.N.), 151

- Chierici, G. L., Ciucci, G. M, Sclocchi, G. (1974). Two-phase Flow in Oil Wells, Prediction of Pressure Drop. Journal of Pet. Tech. SPE 4316-PA
- Chisholm, D. (1967). A Theoretical Basis for the Lockhart Martinelli Correlation for Two-phase Flow. Int. Journal of Heat and Mass Transfer (Vol. 10, No. 12), 1767-1778
- Chokshi, R. N., Schimdt, Z., Doty, D. R. (1996). Experimental Study and the Development of a Mechanistic Model for Two-phase Flow through Vertical Tubing. Paper: SPE 35676, 255-267
- Cicchitti, A, Lombardi, C., Silvestri, M., Soldaini, G., Zavattareui, R., (1960). Two-Phase Cooling Experiments-Pressure Drop, Heat Transfer and Burnout Measurements, Energi Nucl. (Vol. 7, No. 6), 407-425.
- CTES, L.C. (1998). Multiphase Flow Models Range of Applicability. Conroe, Texas, EUA: Bharath Rao.
- Davis, R. M., Taylor, G. I. (1950). The Mechanics of Large Bubbles Rising through Extended Liquids and through Liquids in Tubes. Proc. Of the Royal Society, London, England (Vol. 200, A) 375-390
- Dumitrescu, D. T. (1943). Strömung an Einer Luftblase in Senkrechten Rohr. ZAMM (Vol. 23, No. 3), 139-149
- Duns, H. Jr., Ros, N. C. J. (1963). Vertical Flow of Gas and Liquid Mixtures in Wells. Proc., 6th. Worl Pet. Congress, 451

Dukler, A. E., Wicks III, M., Cleveland, R. (1964). Frictional Pressure Drop in Two-Phase Flow: A. A Comparison of Existing Correlations for Pressure Loss and Holdup, *AIChE Journal* (Vol. 10, No. 1), 38-43.

Dukler, A. E., Wicks III, M., Cleveland, R. (1964). Frictional Pressure Drop in Two-Phase Flow: B. An Approach through Similarity Analysis, *AIChE Journal* (Vol. 10, No. 1), 44-51.

Eaton, B., Andrews, D., Knowles, C., Silberberg, I., Brown, K. (1967). The Prediction of Flow Patterns, Liquid Holdup and Pressure Losses Occurring During Continuous Two-phase Flow in Horizontal Pipelines. *Trans. AIME*, (S.V./S.N.), 815

Fancher, G. H. Jr., Brow, K. E. (1963). Prediction of Pressure Gradients for Multiphase Flow in Tubing. *SPE Journal*, (S.V./S.N.), 59-69

Fernandes, R. C., Semait, T., Dukler, A. E. (1986). Hydrodynamic Model for Gas-Liquid Slug Flow in Vertical Tubes. *AIChE Journal*, (Vol. 29, S.N.) 981-989

García, F. (2004). Factor de Fricción para Flujo Bifásico de Gas y de Líquido en Tuberías Horizontales para Régimen Laminar y Turbulento. Tesis Doctoral. Facultad de Ingeniería. Escuela de Mecánica. Universidad Central de Venezuela. Caracas, Venezuela.

García, F., García R., Joshep, D. (2005). Composite Power Law Holdup Correlations in Horizontal Pipes. *Int. Journal of Multiphase Flow* (Vol. 31, No. 12), 1276-1303

García, F., García, R., Padrino, J. C., Mata, C., Trallero, J., Joseph, D.(2003). Power Law and Composite Power Law Friction Factor Correlations for Laminar and

Turbulent Gas-Liquid Flow in Horizontal Pipelines. *Int. Journal of Multiphase Flow* (Vol. 29, No. 10), 1605-1624

García, F., García, J. M., García, R., Joseph, D. (2006). Friction Factor Improved Correlations for Laminar and Turbulent Gas-Liquid Flow in Horizontal Pipelines. In press.

Griffith, P., Lau, C. W., Hon, P. C., Pearson, J. F. (1973). Two-phase Pressure Drop in Inclined and Vertical Pipes. Tech. Report No. 80063-81, Heat Transfer Laboratory, Dept. of M.E., MIT, Cambridge, Massachusetts, EUA

Griffith, P., Wallis, G. B. (1961). Two-phase Slug Flow. *Journal of Heat Transfer, Trans. ASME*, (Vol.83, S.N.), 307-320

Gómez, L., Shoham, O., Schimdt, Z., Chokshi, R., Northug, T. (2000a). Unified Mechanistic Model for Steady-State Two-Phase Flow: Horizontal to Vertical Upward Flow. SPE 65705, *SPE Journal* (Vol. 5, No. 3) 339-350

Gómez, L., Shoham, O., Taitel, Y. (2000b). Prediction of Slug Liquid Holdup: Horizontal to Upward Vertical Flow. *Int. Journal of Multiphase flow* (Vol. 26 No. 3), 517-521

Govier, G. W., Leigh, W. (1958). The Upward Vertical Flow of Air-Water Mixtures: II. Effect of Tubing Diameter on Flow Pattern, Holdup and Pressure Drop. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, (S.V./S.N.), 195-202

Gregory, G., Fogarasi, M. (1985). A Critical Evaluation of Multiphase Gas-Liquid Pipeline Calculation Methods. 2nd International Conf. on Multiphase Flow, London, England, 93-108

- Hagedorn, A. R., Brow, K. E. (1965). Experimental Study of Pressure Gradients Occurring During Continuous Two-phase Flow in Small Diameter Vertical Conduits. *Journal of Pet. Tech.*, (S.V./S.N.), 475-484
- Haoulo, M. (2004). Efecto de las Propiedades de Mezcla en el Gradiente de Presión de Flujo de Gas y Líquido en Tuberías Horizontales. Tesis de Pregrado. Facultad de Ingeniería. Escuela de Mecánica. Universidad Central de Venezuela. Caracas, Venezuela.
- Harmathy, T. Z. (1960). Velocity of large Drops and Bubbles in Media of Infinite or Restricted Extent. *AIChE Journal* (Vol. 6, S.N.) 281-288
- Hasan, A. R., Kabir, C. S. (1988). Predicting Multiphase Flow Behavior in a Deviated Well. *SPE Production Engineering*, paper 15449-PA (Vol. 3, No. 4), 474-482
- Hewitt, G. F., Hall-Taylor, N. S. (1970). *Annular Two-Phase Flow*, Houston, Pergamon Press
- Hoogendorn, C. (1959). Gas-Liquid Flow in Horizontal Pipes, *Chem. Eng. Sci.* (Vol. 9, No. 4), 205-217
- Hughmark, G. (1962). Holdup in Gas-Liquid Flow. *Chem. Eng. Prog.*, (S.V./S.N.), 58-62
- Kadambi, V. (1981). Void Fraction and Pressure Drop in Two-phase Stratified Flow, *The Canadian Journal of Chemical Engineering* (Vol. 59, S. N.), 584-589.
- Lockhart, R., Martinelli, R. (1949). Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Phase Two Component Flow in Pipes, *Chem. Eng. Prog.* (Vol. 45, No. 1), 39-48.

- Lopes, J. C. B., Dukler, A. E. (1986). Droplet Entrainment in Vertical Annular Flow and Its Contribution to Momentum Transfer. *AICHE Journal*, (S.V./S.N.), 1500
- McAdams, W., Woods, W., Heroman, L. (1942). Vaporisation Inside Horizontal Tubes. *Trans. ASME* (Vol. 64, S. N.), 193
- McQuillan, K. W. and Whalley, P. B. (1985). Flow Patterns in Vertical Two-Phase Flow. *Intl. Journal Multiphase Flow* (Vol. 11, S. N.) 161
- Mishima, K., Ishii, M. (1984). Flow Regime Transition Criteria for Upward Two-phase Flow in Vertical Tubes. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer* (Vol. 27, No 5), 723-737
- Müller-Steinhagen, H., Heck, K. (1986). A Simple Friction Pressure Drop Correlation for Two-Phase Flow in Pipes, *Chem. Eng. Process.*, (Vol. 20, No. 6) 297-308.
- Munson, B. R., Young, D. F., Okiishi, T. H. (2002). *Fundamentos de Mecánica de Fluidos*. México D. F., México. Editorial Limusa S. A.
- Oliemans, R. (1976). Two-phase Flow in Gas-Transmission Pipelines. ASME paper 76-Pet-25, presented at Pet. Div. ASME Meeting, Mexico.
- Orkiszewski, J. (1967). Predicting Two-phase Pressure Drops in Vertical Pipes. *Journal of Pet. Tech.*, 829-838
- Ouyang, L. (1998). *Single Phase and Multiphase Fluid Flow in Horizontal Wells*. Phd Dissertation Thesis. Department of Petroleum Engineering. School of Earth Sciences. Stanford University. Stanford, California, EUA, 248

- Ouyang, L., Aziz, K. (1999, Oct. 3-6). A Mechanistic Model for Gas-Liquid Flow in Pipes with Radial Influx or Outflux. Paper SPE 56525 presentado en el Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, Texas, EUA
- Poettman, F. H., Carpenter, P. G. (1952). The Multiphase Flow of Gas, Oil and Water Through Vertical Flow Strings with Application to the Design of Gas-Lift Installations, *Drilling and Production Practice API*, 257-317
- Reid, R., Reynolds, A., Diglio, A., Spiewak, I., Klipstein, D. (1957). Two-Phase Pressure Drops in Large-Diameter Pipes, *AIChE J.* (Vol. 3, No. 3), 321-324.
- Scott, S. L., Kouba, G. E. (1990, Sept. 23 – 26), Advances in Slug Flow Characterization for Horizontal and Slightly Inclined Pipelines. Paper SPE 20628 presentado en el Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, Louisiana, EUA
- Shoham, O., (2001). Two-Phase Flow Modeling, The University of Tulsa, Oklahoma, EUA
- Sylvester, N. D. (1987). A Mechanistic Model for Two-Phase Vertical Slug Flow in Pipes. *ASME Journal Energy Resources Tech.* (Vol. 109, S. N.) 206
- Taitel, Y., Barnea, D. (1990). A Consistent Approach for Calculating Pressure Drop in Inclined Slug Flow, *Chemical Engineering Science* (Vol. 45, No. 5), 1199-1206.
- Taitel, Y., Barnea, D., Dukler, A. E. (1980). Modelling Flow Pattern Transitions for Steady Upward Gas-Liquid Flow in Vertical Tubes. *AIChE Journal* (Vol. 26, S. N.), 345-354

Taitel, Y., Barnea, D., (1990). Two-phase Slug Flow, *Advances in Heat Transfer* (Vol. 20, S. N.), 83-132.

Universidad Central de Venezuela. Facultad de Ingeniería. Comisión de Bibliotecas. (2005). *Instructivo para la Presentación de Tesis de Pregrado, Postgrado, Doctorado y Trabajos de Ascenso*. Caracas: Leudith Figuera, María Padrón, Morella Mikaty.

Wallis, G. B. (1969). *One-Dimensional Two-Phase Flow*. New York City, New York, EUA. McGraw-Hill Book Co. Inc., 409

Xiao, J., Shoham, O., Brill, J. (1990, Sept. 23-26). A Comprehensive Mechanistic Model for Two-phase Flow in Pipelines. The 65th SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, Louisiana, EUA. Paper SPE 20631, 167-180

Zigrang, D., Sylvester, N. (1985). A Review of Explicit Friction Factor Equations, *J. of Energy Resources Technology* (Vol. 107, No. 2), 280-283.

APÉNDICES

A-1: ECUACIONES DE AJUSTE DE DATOS EXPERIMENTALES

Muchos de los modelos incluidos en este trabajo requerían del uso de gráficas o figuras para la determinación de parámetros necesarios para calcular la caída de presión. Es por ello que, con la finalidad de hacer automáticos estos procedimientos, se hizo una digitalización de las imágenes necesarias para poder luego aproximarlas con una ecuación, de tal manera que dicha fórmula de ajuste se pudiera incluir en los códigos de los programas.

Para garantizar que dicha ecuación se ajustara razonablemente a la gráfica de la cual provenía, se hizo una comparación entre los valores leídos por el programa de digitalización y los valores arrojados por la ecuación de ajuste. Cabe destacar en este momento que el programa de digitalización nos permite obtener una tabla de puntos X versus Y de un gráfico que se tenga en formato digital “.bmp”; esta tabla de puntos luego sería considerada como los valores “reales” a la hora de calcular el error de la ecuación de aproximación.

A manera de ejemplo de todo este procedimiento, en la siguiente figura se pueden observar una de las graficas originales de Griffith *et al.* (1973), la curva leída por el programa digitalizador y los valores dados por la ecuación de ajuste.

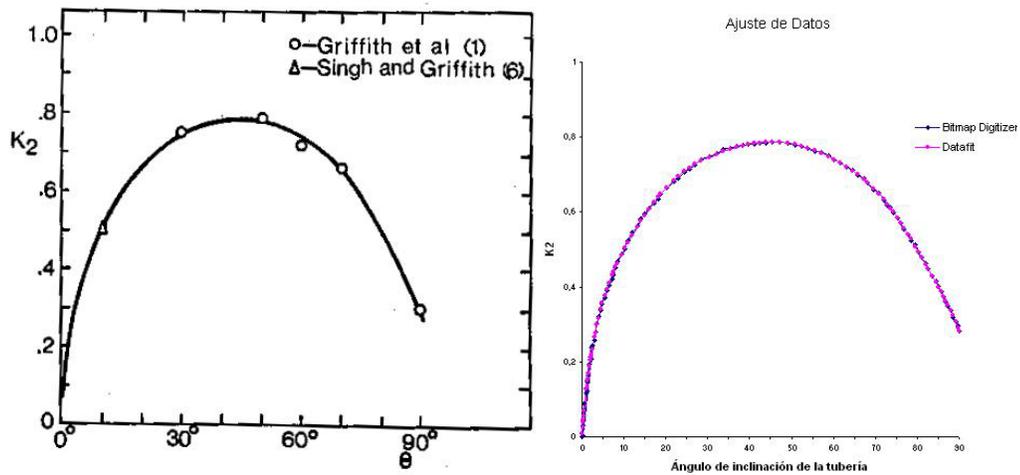


Fig. 40: Comparación entre la curva original del factor K de Griffith *et al.* y la ecuación de ajuste, Griffith (1973).

Se puede notar una gran correspondencia entre las gráficas, no obstante, en algunos casos no ocurrió de esta manera por lo que hubo que usar varias curvas de ajuste para la misma gráfica o utilizar modelos de interpolación. Asimismo, ocurrió que las curvas de aproximación no se ajustaban a todo el intervalo de datos, por lo que en esas situaciones o se asumió que la variable tomaba un valor constante o se aproximó la misma linealmente. En el siguiente ejemplo se puede ver esto con mayor claridad.

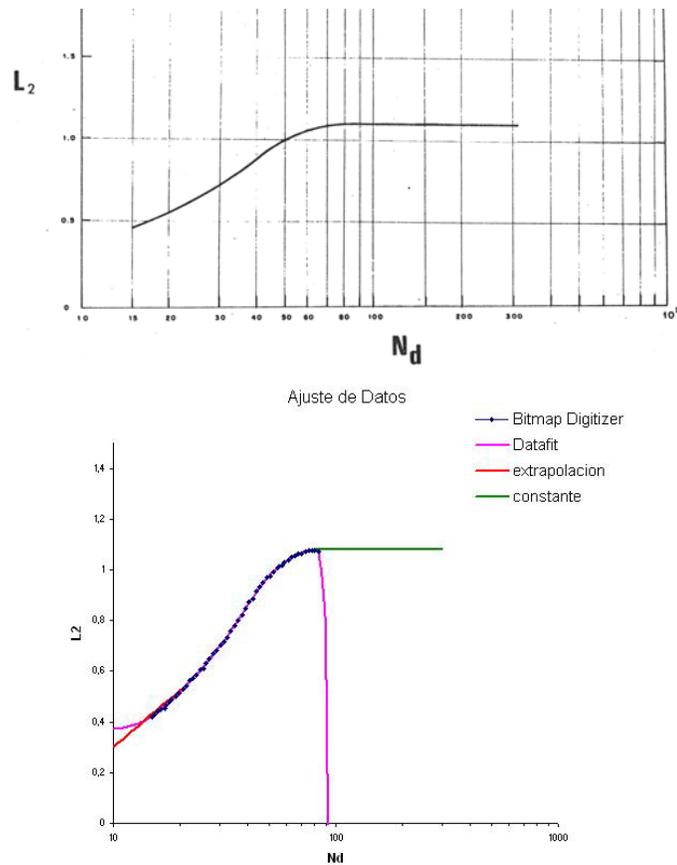


Fig. 41: Comparación entre la curva original del factor L_2 de Duns y Ros y la ecuación de ajuste, Beggs y Brill (1988).

Como se puede observar, la ecuación de ajuste provee buenos valores para la variable L_2 pero en un cierto intervalo de datos, aproximadamente entre 20 y 80. Estos dos valores se convierten entonces en el intervalo de aplicación de la ecuación. En este caso, cuando N_d se encuentra por debajo del límite inferior del intervalo, es decir 20, se realiza una extrapolación lineal tal como se ve en la figura. En caso de que la variable independiente exceda el límite superior, en este ejemplo 80, se asumió en esta gráfica que L_2 permanecía constante.

Ecuaciones correspondientes a la correlación de Fancher y Brown (1963):

Tabla 17: Funciones de ajuste de datos experimentales de la correlación de Fancher y Brown (1963).

Modelo o Correlación	ECUACIÓN DE AJUSTE	E ₂	E _{2min}	E _{2max}	Ec.
CFB	$f = an^{10} + bn^9 + cn^8 + dn^7 + en^6 + fn^5 + gn^4 + hn^3 + in^2 + jn + k$, donde : $n = \rho UD_i$	0,013	-0,760	1,111	Ec. 324
CFB	$f = e^{\left(\frac{a+b}{n} + c \ln(n)\right)}$, donde : $n = \rho UD_i$	-0,350	-1,740	1,700	Ec. 325
CFB	$f = \frac{n}{a + bn - cn^2}$, donde : $n = \rho UD_i$	0,903	-2,018	5,718	Ec. 326

Tabla 18: Valores de los coeficientes de las funciones de ajuste de la correlación de Fancher y Brown (1963).

Ec.	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
Ec. 324	2,78E-11	-3,19E-9	1,61E-7	-4,74E-6	9,00E-5	-1,16E-3	1,03E-2	-0,06	0,27	-0,73	1,05
Ec. 325	0,43	-8,85	-1,21	-	-	-	-	-	-	-	-
Ec. 326	-2,37	-1,07	-0,82	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla 19: Intervalos de aplicación de las ecuaciones de ajuste de la correlación de Fancher y Brown (1963).

MODELO O CORRELACIÓN	ECUACIÓN	INTERVALO DE APLICACIÓN	
		VALOR	VALOR
		MÍNIMO	MÁXIMO
CFB	Ec. 324	3	20
CFB	Ec. 325	3,5	30
CFB	Ec. 326	3	80

Ecuaciones correspondientes a la correlación de Lockhart y Martinelli (1949):

Tabla 20: Funciones de ajuste de datos experimentales de la correlación de Lockhart y Martinelli (1949).

Modelo o Correlación	ECUACIÓN DE AJUSTE	E ₂	E _{2min}	E _{2max}	Ec.
CLM	$H_l = \frac{x}{a + bx + c\sqrt{x}}$	2,952	-7,313	16,275	Ec. 327

Tabla 21: Valores de los coeficientes de las funciones de ajuste de la correlación de Lockhart y Martinelli (1949).

Ec.	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
Ec. 327	7,19E-01	8,18E-01	2,93	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla 22: Intervalos de aplicación de las ecuaciones de ajuste de la correlación de Lockhart y Martinelli (1949).

MODELO O CORRELACIÓN	ECUACIÓN	INTERVALO DE APLICACIÓN	
		VALOR	VALOR
		MÍNIMO	MÁXIMO
CLM	Ec. 327	0,01	100

Ecuaciones correspondientes a la correlación de Hagedorn y Brown (1965):

Tabla 23: Funciones de ajuste de datos experimentales de la correlación de Hagedorn y Brown (1965).

Modelo o Correlación	ECUACIÓN DE AJUSTE	E ₂	E _{2min}	E _{2max}	Ec.
CHB	$H_{ff} = C_2^a \cdot e^{b-c_2c}$	1,208	-11,601	37,610	Ec. 328
CHB	$C_{nl} = aN_l^{10} + bN_l^9 + cN_l^8 + dN_l^7 + eN_l^6 + fN_l^5 + gN_l^4 + hN_l^3 + iN_l^2 + jN_l + k$	-0,467	-6,190	6,577	Ec. 329
CHB	$\psi = aC_3^{10} + bC_3^9 + cC_3^8 + dC_3^7 + eC_3^6 + fC_3^5 + gC_3^4 + hC_3^3 + iC_3^2 + jC_3 + k$	0,127	-1,402	2,197	Ec. 330

Tabla 24: Valores de los coeficientes de las funciones de ajuste de la correlación de Hagedorn y Brown (1965).

Ec.	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>
Ec. 328	4,18E-1	2,77	1,22E02	-	-	-	-	-	-	-	-
Ec. 329	-4,87E04	1,16E05	-1,19E05	6,82E04	-2,39E04	5,23E03	-7,01E02	5,34E01	-2,03	7,74E-2	1,74E-3
Ec. 330	-5,18E13	3,50E13	-9,99E12	1,59E12	-1,57E11	1,00E10	-4,14E08	1,08E07	-1,67E05	1,40E03	-3,77

Tabla 25: Intervalos de aplicación de las ecuaciones de ajuste de la correlación de Hagedorn y Brown (1965).

MODELO O CORRELACIÓN	ECUACIÓN	INTERVALO DE APLICACIÓN	
		VALOR MÍNIMO	VALOR MÁXIMO
CHB	Ec. 328	2,00E-6	0,006
CHB	Ec. 329	0,02	0,5
CHB	Ec. 330	0,01	0,09

Ecuaciones correspondientes a la correlación de Griffith y Wallis (1961):

Tabla 26: Funciones de ajuste de datos experimentales de la correlación de Griffith y Wallis (1961).

Modelo o Correlación	ECUACIÓN DE AJUSTE	E ₂	E _{2min}	E _{2max}	Ec.
CCHi CGW COR	$C_1 = a Re_b^{10} + b Re_b^9 + c Re_b^8 + d Re_b^7 + e Re_b^6 + f Re_b^5 + g Re_b^4 + h Re_b^3 + i Re_b^2 + j Re_b + k$	-0,590	-21,582	11,306	Ec. 331

Tabla 27: Valores de los coeficientes de las funciones de ajuste de la correlación de Griffith y Wallis (1961).

Ec.	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
Ec. 331	-16,14	14,66E1	-56,60E1	1,22E3	-1,60E3	1,34E3	-71,68E1	24,40E1	-51,33	6,30	-0,01

Tabla 28: Intervalos de aplicación de las ecuaciones de ajuste de la correlación de Griffith y Wallis (1961).

MODELO O CORRELACIÓN	ECUACIÓN	INTERVALO DE APLICACIÓN	
		VALOR MÍNIMO	VALOR MÁXIMO
CCHi CGW COR	Ec. 331	0	0,4

Ecuaciones correspondientes a la correlación de Duns y Ros (1963):

Tabla 29: Funciones de ajuste de datos experimentales de correlación de Duns y Ros (1963).

Modelo o Correlación	ECUACIÓN DE AJUSTE	E ₂	E _{2min}	E _{2max}	Ec.
CDR	$L_1 = aN_d^{10} + bN_d^9 + cN_d^8 + dN_d^7 + eN_d^6 + fN_d^5 + gN_d^4 + hN_d^3 + iN_d^2 + jN_d + k$	-4,901	-8,085	-3,323	Ec. 332
CDR	$L_2 = aN_d^{10} + bN_d^9 + cN_d^8 + dN_d^7 + eN_d^6 + fN_d^5 + gN_d^4 + hN_d^3 + iN_d^2 + jN_d + k$	0,002	-0,710	1,234	Ec. 333
CDR	$F_1 = aN_l^{10} + bN_l^9 + cN_l^8 + dN_l^7 + eN_l^6 + fN_l^5 + gN_l^4 + hN_l^3 + iN_l^2 + jN_l + k$	0,025	-0,726	0,961	Ec. 334 Ec. 335
CDR	$F_2 = aN_l^{10} + bN_l^9 + cN_l^8 + dN_l^7 + eN_l^6 + fN_l^5 + gN_l^4 + hN_l^3 + iN_l^2 + jN_l + k$	-0,011	-1,109	1,909	Ec. 336 Ec. 337
CDR	$F_3 = aN_l^{10} + bN_l^9 + cN_l^8 + dN_l^7 + eN_l^6 + fN_l^5 + gN_l^4 + hN_l^3 + iN_l^2 + jN_l + k$	0,026	-0,712	0,541	Ec. 338
CDR	$F_3 = \frac{N_l}{a + bN_l + c\sqrt{N_l}}$	2,030	-6,298	7,902	Ec. 339
CDR	$f_2 = aX^{10} + bX^9 + cX^8 + dX^7 + eX^6 + fX^5 + gX^4 + hX^3 + iX^2 + jX + k$	0,067	-5,885	5,970	Ec. 340
CDR	$f_2 = aX^5 + bX^4 + cX^3 + dX^2 + eX + h$	0,018	-1,379	1,858	Ec. 341
CDR	$F_4 = \frac{a}{N_l^{b/N_l}}$	-1,173	-13,433	36,495	Ec. 342

CDR	$F_5 = aN_i^{10} + bN_i^9 + cN_i^8 + dN_i^7 + eN_i^6 + fN_i^5 + gN_i^4 + hN_i^3 + iN_i^2 + jN_i + k$	-0,219	-11,084	14,593	Ec. 343
CDR	$F_7 = aN_i^b e^{-eN_i}$	-0,112	-5,706	5,345	Ec. 344

Tabla 30: Valores de los coeficientes de las funciones de ajuste de la correlación de Duns y Ros (1963).

Ec.	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>
Ec. 332	-5,34E-16	2,22E-13	-3,61E-11	2,53E-09	6,01E-09	-1,47E-05	1,19E-03	-4,82E-02	1,10	-13,51	70,57
Ec. 333	-2,20E-16	1,00E-13	-1,96E-11	2,17E-09	-1,48E-07	6,39E-06	-1,75E-04	2,87E-03	-2,51E-02	9,43E-02	0,30
Ec. 334	-8,54E16	2,62E16	-3,54E15	2,75E14	-1,37E13	4,52E11	-1,00E10	1,47E08	-1,37E06	7,24E03	-15,39
Ec. 335	-11,84	121,21	-535,91	134,15E01	-209,41E01	211,92E01	-140,28E01	600,04	-159,32	22,35	0,91
Ec. 336	-13,68E12	77,78E11	-19,24E11	27,17E10	-24,12E09	13,67E08	-5,27E07	12,55E05	-17,20E03	120,28	-8,41E-02
Ec. 337	-2,19	22,50	-100,97	259,44	-421,30	450,54	-320,79	150,18	-44,16	6,98	6,03E-1
Ec. 338	-1,18E24	6,85E22	-1,74E21	2,54E19	-2,36E17	1,46E15	-6,10E12	1,69E10	-2,96E07	2,97E04	-12,10
Ec. 339	4,96E-03	0,24	6,02E-03	-	-	-	-	-	-	-	-
Ec. 340	6,57E-14	-1,72E-11	1,93E-09	-1,22E-07	4,80E-06	-1,21E-04	1,98E-03	-2,06E-02	0,13	-0,47	1,18
Ec. 341	1,96E-11	-8,85E-09	1,46E-06	-1,03E-04	2,27E-03	0,24	-	-	-	-	-
Ec. 342	56,68	2,00E-03	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Ec. 343	-0,76	7,07	-26,73	51,02	-46,09	2,04	36,01	-34,31	14,31	-2,68	0,22
Ec. 344	2,00E-02	-0,32	-0,17	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla 31: Intervalos de aplicación de las ecuaciones de ajuste de la correlación de Duns y Ros (1963).

MODELO O CORRELACIÓN	ECUACIÓN	INTERVALO DE APLICACIÓN	
		VALOR MÍNIMO	VALOR MÁXIMO
CDR	Ec. 332	20	60
CDR	Ec. 333	20	80
CDR	Ec. 334	0,01	0,05
CDR	Ec. 335	0,05	1,9
CDR	Ec. 336	0,01	0,1
CDR	Ec. 337	0,1	1,9
CDR	Ec. 338	0,01	0,1
CDR	Ec. 339	0,1	1,9
CDR	Ec. 340	0,115	40
CDR	Ec. 341	40	160
CDR	Ec. 342	0,004	1
CDR	Ec. 343	0,002	2
CDR	Ec. 344	0,002	3

Ecuaciones correspondientes a la correlación de Eaton *et al.*(1967):

Tabla 32: Funciones de ajuste de datos experimentales de la correlación de Eaton *et al.*(1967).

Modelo o Correlación	ECUACIÓN DE AJUSTE	E ₂	E _{2min}	E _{2max}	Ec.
CEA	$f\left(\frac{\dot{m}_l}{\dot{m}_m}\right)^{0,1} = aX^{10} + bX^9 + cX^8 + dX^7 + eX^6 + fX^5 + gX^4 + hX^3 + iX^2 + jX + k$	-0,467	-6,185	6,577	Ec. 345

Tabla 33: Valores de los coeficientes de las funciones de ajuste de la correlación de Eaton *et al.*(1967).

Ec.	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
Ec. 345	-4,87E4	1,16E5	-1,19E5	6,82E4	-2,39E4	5,23E3	-7,01E2	5,34E1	-2,03	7,74E-2	1,74E-3

Tabla 34: Intervalos de aplicación de las ecuaciones de ajuste de la correlación de Eaton *et al.*(1967).

MODELO O CORRELACIÓN	ECUACIÓN	INTERVALO DE APLICACIÓN	
		VALOR MÍNIMO	VALOR MÁXIMO
CEA	Ec. 345	0,002	0,5

Ecuaciones correspondientes a la correlación de Griffith *et al.* (1973):

Tabla 35: Funciones de ajuste de datos experimentales de la correlación de Griffith *et al.*(1973).

Modelo o Correlación	ECUACIÓN DE AJUSTE	E ₂	E _{2min}	E _{2max}	Ec.
CGR	$S = aR_l^{10} + bR_l^9 + cR_l^8 + dR_l^7 + eR_l^6 + fR_l^5 + gR_l^4 + hR_l^3 + iR_l^2 + jR_l + k$, para : $x = 1\%$	0,011	-4,242	2,279	Ec. 346
CGR	$S = aR_l^{10} + bR_l^9 + cR_l^8 + dR_l^7 + eR_l^6 + fR_l^5 + gR_l^4 + hR_l^3 + iR_l^2 + jR_l + k$, para : $x = 1,5\%$	0,011	-3,805	2,297	Ec. 347
CGR	$S = aR_l^{10} + bR_l^9 + cR_l^8 + dR_l^7 + eR_l^6 + fR_l^5 + gR_l^4 + hR_l^3 + iR_l^2 + jR_l + k$, para : $x = 2\%$	0,009	-3,957	2,838	Ec. 348
CGR	$S = aR_l^{10} + bR_l^9 + cR_l^8 + dR_l^7 + eR_l^6 + fR_l^5 + gR_l^4 + hR_l^3 + iR_l^2 + jR_l + k$, para : $x = 3\%$	-0,028	-3,582	2,315	Ec. 349
CGR	$S = aR_l^{10} + bR_l^9 + cR_l^8 + dR_l^7 + eR_l^6 + fR_l^5 + gR_l^4 + hR_l^3 + iR_l^2 + jR_l + k$, para : $x = 4\%$	-0,020	-4,940	3,637	Ec. 350
CGR	$S = aR_l^{10} + bR_l^9 + cR_l^8 + dR_l^7 + eR_l^6 + fR_l^5 + gR_l^4 + hR_l^3 + iR_l^2 + jR_l + k$, para : $x = 6\%$	-0,005	-4,369	2,009	Ec. 351
CGR	$S = aR_l^{10} + bR_l^9 + cR_l^8 + dR_l^7 + eR_l^6 + fR_l^5 + gR_l^4 + hR_l^3 + iR_l^2 + jR_l + k$, para : $x = 8\%$	0,008	-5,603	1,777	Ec. 352
CGR	$S = aR_l^{10} + bR_l^9 + cR_l^8 + dR_l^7 + eR_l^6 + fR_l^5 + gR_l^4 + hR_l^3 + iR_l^2 + jR_l + k$, para : $x = 10\%$	-0,089	-6,614	3,023	Ec. 353
CGR	$S = aR_l^9 + bR_l^8 + cR_l^7 + dR_l^6 + eR_l^5 + fR_l^4 + gR_l^3 + hR_l^2 + iR_l + j$, para : $x = 15\%$	0,271	-2,656	6,468	Ec. 354
CGR	$S = aR_l^{10} + bR_l^9 + cR_l^8 + dR_l^7 + eR_l^6 + fR_l^5 + gR_l^4 + hR_l^3 + iR_l^2 + jR_l + k$, para : $x = 20\%$	0,095	-2,078	2,487	Ec. 355

CGR	$S = aR_i^{10} + bR_i^9 + cR_i^8 + dR_i^7 + eR_i^6 + fR_i^5 + gR_i^4 + hR_i^3 + iR_i^2 + jR_i + k$, para : $x = 30\%$	0,209	-2,804	4,365	Ec. 356
CGR	$S = aR_i^{10} + bR_i^9 + cR_i^8 + dR_i^7 + eR_i^6 + fR_i^5 + gR_i^4 + hR_i^3 + iR_i^2 + jR_i + k$, para : $x = 40\%$	-0,087	-6,330	2,175	Ec. 357
CGR	$S = aR_i^7 + bR_i^6 + cR_i^5 + dR_i^4 + eR_i^3 + fR_i^2 + gR_i + h$, para : $x = 50\%$	0,697	-2,856	6,924	Ec. 358
CGR	$S = aR_i^{10} + bR_i^9 + cR_i^8 + dR_i^7 + eR_i^6 + fR_i^5 + gR_i^4 + hR_i^3 + iR_i^2 + jR_i + k$, para : $x = 60\%$	-0,279	-8,576	4,376	Ec. 359
CGR	$S = aR_i^{10} + bR_i^9 + cR_i^8 + dR_i^7 + eR_i^6 + fR_i^5 + gR_i^4 + hR_i^3 + iR_i^2 + jR_i + k$, para : $x = 80\%$	-0,583	-22,538	4,242	Ec. 360
CGR	$S = aR_i^6 + bR_i^5 + cR_i^4 + dR_i^3 + eR_i^2 + fR_i + g$, para : $x = 100\%$	-0,216	-15,282	4,610	Ec. 361
CGR	$K_2 = a\beta^{10} + b\beta^9 + c\beta^8 + d\beta^7 + e\beta^6 + f\beta^5 + g\beta^4 + h\beta^3 + i\beta^2 + j\beta + k$	0,299	-8,007	29,477	Ec. 362
CGR	$R_v = a \cdot b^{R_i} \cdot R_i^c$	0,024	-4,090	5,615	Ec. 363

Tabla 36: Valores de los coeficientes de las funciones de ajuste de la correlación de Griffith *et al.*(1973).

Ec.	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>K</i>
Ec. 346	-5,38E-26	2,08E-22	-3,43E-19	3,16E-16	-1,79E-13	6,48E-11	-1,53E-8	2,40E-6	-2,61E-4	2,82E-2	8,70E-1
Ec. 347	-9,71E-26	3,47E-22	-5,23E-19	4,30E-16	-2,08E-13	5,97E-11	-9,52E-9	7,72E-7	-7,11E-5	2,84E-2	8,65E-1
Ec. 348	1,37E-25	-5,35E-22	8,86E-19	-8,04E-16	4,35E-13	-1,43E-10	2,77E-8	-2,89E-6	8,41E-5	3,30E-2	8,61E-1
Ec. 349	6,15E-26	-2,22E-22	3,31E-19	-2,65E-16	1,24E-13	-3,47E-11	6,23E-9	-7,87E-7	5,40E-6	4,69E-2	7,48E-1
Ec. 350	-3,81E-25	1,47E-21	-2,41E-18	2,19E-15	-1,19E-12	4,00E-10	-8,03E-8	8,84E-6	-5,20E-4	7,09E-2	6,95E-1
Ec. 351	-2,79E-25	1,15E-21	-2,01E-18	1,95E-15	-1,14E-12	4,08E-10	-8,65E-8	1,01E-5	-6,76E-4	1,04E-1	5,25E-1

Ec. 352	-1,73E-25	7,38E-22	-1,34E-18	1,35E-15	-8,14E-13	3,01E-10	-6,65E-8	8,35E-6	-7,23E-4	1,40E-1	3,48E-1
Ec. 353	-1,28E-24	4,76E-21	-7,51E-18	6,52E-15	-3,40E-12	1,09E-9	-2,08E-7	2,25E-5	-1,47E-3	1,85E-1	1,19E-1
Ec. 354	2,16E-22	-7,87E-19	1,19E-15	-9,73E-13	4,55E-10	-1,21E-7	1,69E-5	-1,25E-3	2,32E-1	5,65E-2	-
Ec. 355	6,55E-26	1,00E-22	-8,27E-19	1,44E-15	-1,21E-12	5,72E-10	-1,54E-7	2,32E-5	-2,06E-3	3,26E-1	-4,59E-1
Ec. 356	-4,37E-25	1,91E-21	-3,49E-18	3,47E-15	-2,06E-12	7,41E-10	-1,58E-7	1,89E-5	-1,51E-3	4,36E-1	-8,67E-1
Ec. 357	2,36E-24	-8,46E-21	1,26E-17	-1,00E-14	4,57E-12	-1,19E-9	1,60E-7	-6,78E-6	-1,12E-3	5,92E-1	-1,69
Ec. 358	8,02E-18	-2,31E-14	2,91E-11	-2,02E-8	8,24E-6	-2,16E-3	7,52E-1	-2,17	-	-	-
Ec. 359	2,88E-25	-1,38E-21	2,58E-18	-2,51E-15	1,38E-12	-4,19E-10	5,72E-8	2,59E-6	-2,43E-3	9,23E-1	-3,04
Ec. 360	-3,18E-24	1,16E-20	-1,77E-17	1,49E-14	-7,52E-12	2,39E-9	-4,96E-7	7,02E-5	-7,43E-3	1,35	-5,14
Ec. 361	-8,37E-14	1,50E-10	-1,05E-7	3,62E-5	-6,68E-3	1,57	-5,83	-	-	-	-
Ec. 362	-7,66E-17	3,61E-14	-7,33E-12	8,37E-10	-5,92E-8	2,68E-6	-7,79E-5	1,43E-3	-1,62E-2	1,25E-1	7,83E-3
Ec. 363	9,74E-1	1,00	1,84E-1	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla 37: Intervalos de aplicación de las ecuaciones de ajuste de la correlación de Griffith *et al.*(1973).

MODELO O CORRELACIÓN	ECUACIÓN	INTERVALO DE APLICACIÓN	
		VALOR MÍNIMO	VALOR MÁXIMO
CGR	Ec. 346	5	800
CGR	Ec. 347	5	800
CGR	Ec. 348	5	800
CGR	Ec. 349	5	800
CGR	Ec. 350	5	800
CGR	Ec. 351	5	800
CGR	Ec. 352	5	800
CGR	Ec. 353	5	800
CGR	Ec. 354	5	800
CGR	Ec. 355	5	800
CGR	Ec. 356	5	800
CGR	Ec. 357	5	800
CGR	Ec. 358	5	800
CGR	Ec. 359	5	800
CGR	Ec. 360	5	800
CGR	Ec. 361	5	800
CGR	Ec. 362	0°	90°
CGR	Ec. 363	1	1000

A-2: ECUACIONES COMPLEMENTARIAS DEL MODELO DE ANSARI *et al.* (1994)

Cálculo de las velocidades y fracciones de líquido para flujo tapón desarrollado

- Velocidad de la burbuja de Taylor:

$$U_{tb} = 1,2U_m + 0,35 \left(\frac{gD_i(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l} \right)^{0,5}$$

- Fracción volumétrica de gas en el tapón según Sylvester:

$$H_{gls} = \frac{U_{sg}}{0,425 + 2,65U_m}$$

- Fracción volumétrica de líquido en la burbuja de Taylor:

$$F(H_{fjb}) = 9,916(gD_i)^{0,5} \left(1 - (1 - H_{fjb})^{0,5} \right)^{0,5} H_{fjb} - U_{tb} (1 - H_{fjb}) + A_{lfb}$$

Donde:

$$A_{lfb} = H_{gls} U_{tb} + (1 - H_{gls}) \left(U_m - H_{gls} 1,53 \left(\frac{\sigma_l g (\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right)^{0,25} (1 - H_{gls})^{0,5} \right)$$

- Velocidad del líquido en la burbuja de Taylor:

$$U_{lfb} = 9,916 \left(gD_i (1 - H_{gls}) \right)^{0,5}$$

- Las propiedades se calculan:

$$\rho_{ls} = \rho_l H_{lls} + \rho_g (1 - H_{lls})$$

$$\mu_{ls} = \mu_l H_{lls} + \mu_g (1 - H_{lls})$$

- Velocidad del líquido en el tapón de líquido:

$$U_{lls} = U_{tb} - (U_{tb} + U_{ltb}) \frac{H_{ltb}}{H_{lls}}$$

- Velocidad del gas en el tapón de líquido:

$$U_{gls} = 1,2U_m + 1,53 \left(\frac{g \sigma_l (\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right)^{0,25} H_{lls}^{0,5}$$

- Velocidad del gas en la burbuja de Taylor:

$$U_{gtb} = U_{tb} - (U_{tb} + U_{gls}) \frac{(1 - H_{lls})}{(1 - H_{ltb})}$$

- Espesor de la película:

$$F(\delta) = \frac{\delta^3 g (\rho_l - \rho_g)}{3/4 \mu_l} - \left(1 - \frac{2\delta}{D_i} \right)^2 U_{tb} + (U_{tb} - U_{gls}) (1 - H_{lls})$$

- Longitud de la parte de la burbuja en forma de cúpula:

$$L_c = \frac{1}{2g} \left(U_{tb} + \frac{U_{gNtb}}{H_{INtb}} (1 - H_{INtb}) - \frac{U_m}{H_{INtb}} \right)^2$$

Donde:

$$H_{INtb} = 1 - \left(1 - \frac{2\delta}{D_i} \right)^2$$

$$U_{INtb} = U_{tb} - (U_{tb} - U_{gls}) \frac{(1 - H_{lls})}{(1 - H_{INtb})}$$

Flujo tapón en desarrollo

$$Aa = 1 - \frac{U_{sg}}{U_{tb}}$$

$$Bb = \frac{U_{sg} - U_{gls} (1 - H_{lls})}{U_{tb}} L_{ls}$$

$$Bb = \frac{U_{sg} - U_{gls} (1 - H_{lls})}{U_{tb}} L_{ls}$$

$$Cc = \frac{U_{tb} - U_{lls}}{(2g)^{0,5}} H_{lls}$$

- Longitud de la burbuja de líquido:

$$L_{tbA} = \left(\frac{-2AaBb - 4Cc^2}{Aa^2} \right)^2 - 4 \left(\frac{Bb}{Aa} \right)^2$$

- Si $L_{tbA} > 0$ se calculan los valores de longitud L_{tbB} y L_{tbC} para asignarle uno de estos dos valores a la longitud de la burbuja de Taylor en desarrollo:

$$L_{tbB} = \frac{\left(\frac{2AaBb + 4Cc^2}{Aa^2} \right)^2 + L_{tbA}^{0,5}}{2}$$

$$L_{tbC} = \frac{\left(\frac{2AaBb + 4Cc^2}{Aa^2} \right)^2 - L_{tbA}^{0,5}}{2}$$

Si $L_{tbB} > 0$ entonces $L_{tbo} = L_{tbB}$

Si $L_{tbC} > 0$ entonces $L_{tbo} = L_{tbC}$

- Fracción de líquido en la burbuja de Taylor:

$$H_{tbA} = \frac{2(U_{tb} - U_{lls})H_{lls}}{(2gL_{tbo})^{0,5}}$$

- Propiedades para la burbuja de Taylor:

$$\rho_{tbA} = \rho_l H_{tbA} + \rho_g (1 - H_{tbA})$$

- Relación de longitudes:

$$L_{suo} = L_{ls} + L_{tbo}$$

$$Re l_o = \frac{L_{tbo}}{L_{suo}}$$

Flujo anular

- Velocidad crítica:

$$U_{cri} = \frac{10000U_{sg}\mu_g}{\sigma\left(\frac{\rho_g}{\rho_l}\right)^{1/2}}$$

- Arrastre de líquido:

$$Fe = 1 - e^{-0,125(U_{cri}-1,5)}$$

- Velocidad superficial del núcleo:

$$U_{sc} = U_{sl}Fe + U_{sg}$$

- Fracción volumétrica de líquido sin deslizamiento en el núcleo:

$$\lambda_{lc} = \frac{U_{sl}Fe}{U_{sg} + U_{sl}Fe}$$

- Densidad en el núcleo:

$$\rho_{sc} = \rho_l\lambda_{lc} + \rho_g(1 - \lambda_{lc})$$

- Viscosidad en el núcleo:

$$\mu_{sc} = \mu_l\lambda_{lc} + \mu_g(1 - \lambda_{lc})$$

Métodos propuestos para las interpolaciones

Primer Método Propuesto: Curva transición para burbuja dispersa.

Como se describió anteriormente, cuando el flujo es tipo burbuja y aumenta la tasa de líquido, las fuerzas por turbulencia rompen las burbujas, haciendo que estas adopten dimensiones menores, lo que ocurre según Ansari a una fracción de gas igual a 0,25. Esta transición se definió con la siguiente ecuación, la cual corresponde a la curva A de la Fig. 28:

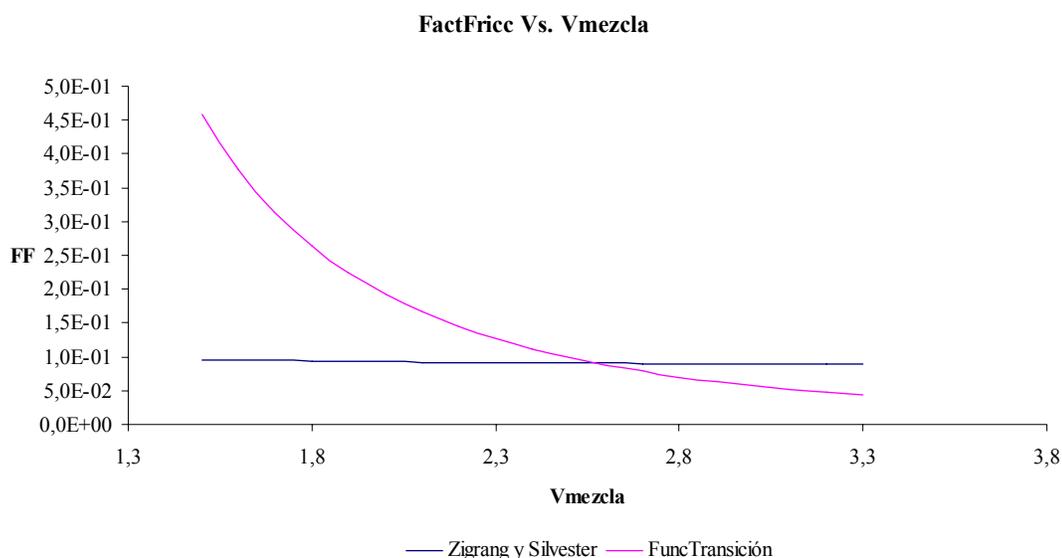
$$2 \left[\frac{0,4\sigma_l}{(\rho_l - \rho_g)g} \right]^{1/2} \left(\frac{\rho_l}{\sigma_l} \right)^{3/5} \left(\frac{f}{2d} \right)^{2/5} (U_{sl} + U_{sg})^{1,2} = 0,725 + 4,15 \left(\frac{U_{sg}}{U_{sg} + U_{sl}} \right)$$

Si aumenta la tasa de gas esta transición es gobernada por empaquetamiento de las burbujas, las cuales se vuelven a unir. Según Scott y Kouba (1990) esto ocurre a una fracción de gas igual a 0,76. Por esto, el autor propone asumir estos valores para calcular la velocidad de la mezcla en la transición a partir de la ecuación anterior. El procedimiento propuesto por Ansari se resume de la siguiente forma:

1. Fijar el valor para la fracción volumétrica de gas. Al ser burbuja dispersa, la fracción es para no deslizamiento.
2. Asumir un valor inicial para la velocidad de la mezcla.
3. Calcular la densidad y viscosidad de la mezcla con la fracción volumétrica de gas antes fijada.
4. Definir los nuevos valores para las velocidades superficiales de gas y líquido, utilizando los valores de los pasos 1- y 2-.
5. Determinar el número de Reynolds para la mezcla.
6. Aplicando Zigrang y Sylvester, obtener el factor de fricción para la mezcla.
7. Sustituir estos valores en la ecuación de transición para determinar la velocidad de mezcla calculada.
8. Comparar los valores de las velocidades calculada y asumida, calculando el cociente entre ellas, tomando como condición de convergencia cuando esta relación tienda a la unidad.

Se observó que este método propuesto no convergía en muchos casos, por lo que el cálculo de la velocidad resultaba poco confiable.

Uno de los casos de no convergencia encontrado se analizó detalladamente. Al no converger se redefinió la ecuación de transición en función de la velocidad de la mezcla, asumiendo un valor inicial para la misma, y despejando luego el factor de fricción. Definiendo el número de Reynolds para la mezcla, es posible volver a calcular el factor de fricción aplicando Zigrang y Sylvester. Estos valores fueron graficados para diferentes valores de velocidad:



De esta forma se concluyó que, si bien el método propuesto por el autor no convergía, si existía un valor raíz. Como resultado de este análisis se propuso definir como función a iterar la diferencia entre la funciones transición y Zigrang y Sylvester, para luego aplicar bisección a esta nueva ecuación. El método se resume:

1. Fijar el valor para la fracción volumétrica de gas. Al ser burbuja dispersa, la fracción es para no deslizamiento.

2. Asumir un valor inicial para la velocidad de la mezcla.
3. Calcular la densidad y viscosidad de la mezcla con la fracción volumétrica de gas antes fijada.
4. Calcular los nuevos valores para las velocidades superficiales de gas y líquido, utilizando los valores de los pasos 1- y 2-.
5. Determinar el número de Reynolds para la mezcla.
6. Aplicando Zigrang y Sylvester, obtener el factor de fricción para la mezcla.
7. De la ecuación de transición, deducir el factor de fricción, para la velocidad de mezcla asumida.
8. Definir la nueva función como la diferencia entra los valores calculados en 6- y 7-.
9. Aplicar aproximaciones sucesivas.

Utilizando este método se logró la convergencia en 25 iteraciones.

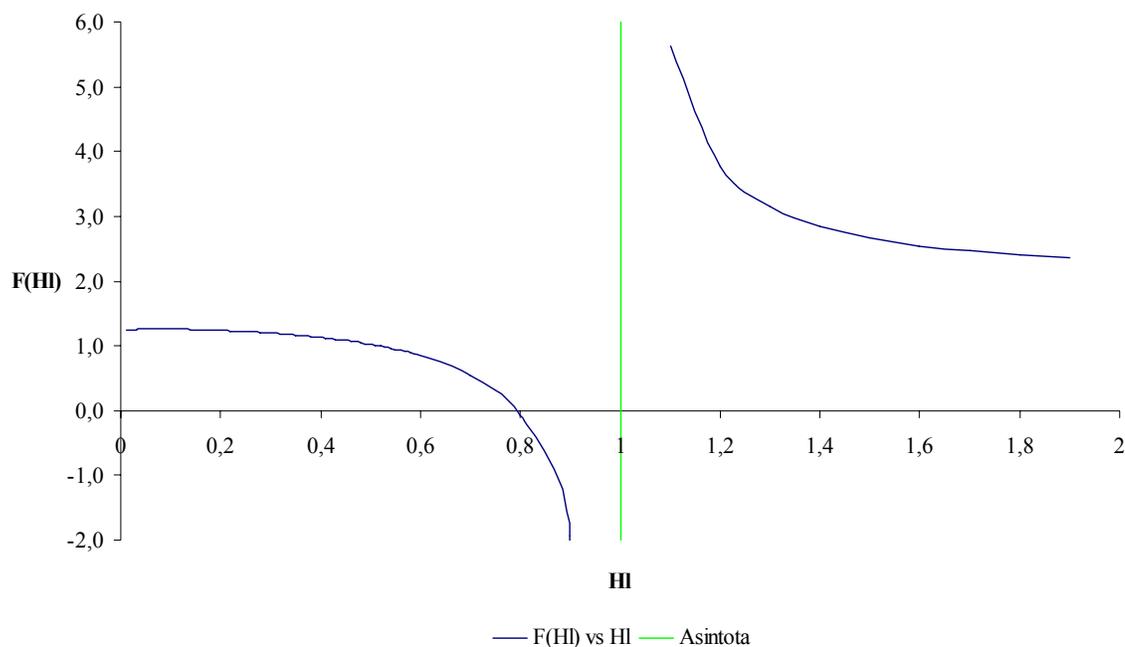
Segundo Método Propuesto: Cálculo de la fracción volumétrica de líquido para flujo tipo burbuja.

En la mayoría de los casos donde sea necesario iterar en el modelo de Ansari, el autor propone como método de aproximación Newton-Raphson, el cual puede converger muy rápidamente siempre y cuando la función en estudio sea estable. Para el cálculo de la fracción volumétrica de líquido para flujo burbuja la ecuación utilizada es:

$$1,53 \left(\frac{g \sigma_l (\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right)^{0,25} H_l^{0,5} = \frac{U_{sg}}{1 - H_l} + 1,2 U_m$$

Al aplicar el método propuesto por el autor se observó que, para algunos casos, después de las primeras iteraciones el valor de la fracción volumétrica era

mayor a la unidad y en aumento. Una vez alcanzado este valor, el método no convergía.



Al graficar esta función se observó que la misma tenía raíz entre 0 y 1, como se esperaba, siendo la abscisa correspondiente al valor de la fracción volumétrica de líquido. Por esto se propuso en este trabajo un lazo para reubicar la semilla de la iteración. Este aplica cuando el valor de fracción calculado por Newton-Raphson es mayor a 1 o menor que 0. Cuando se cumplen estas condiciones se define un diferencial, el cual va a ir disminuyendo a medida que aumenten las iteraciones. El valor que se asignará a la fracción no será el calculado ya que se sale del intervalo, si no el anterior incrementado por el diferencial. Este método asegura que el valor de la fracción nunca va a ser mayor que la unidad además de una rápida convergencia.

A-3: ECUACIONES COMPLEMENTARIAS DEL MODELO DE TAITEL Y BARNEA (1990):

Fracción de gas con deslizamiento en el tapón de líquido:

$$H_{gls} = 1 - H_{lls}$$

Áreas ocupadas por el gas y el líquido:

$$A_g = A \cdot H_{gls}$$

$$A_l = A \cdot H_{lls}$$

Cálculo del Holdup en la película de líquido y de los perímetros mojados:

- Si el ángulo de inclinación de la tubería es igual a 90°:

$$H_{lfb} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{(D_i^2 - (D_i - 2h_f)^2)}{A}$$

$$S_f = \pi \cdot D_i$$

$$S_g = \pi \cdot (D_i - 2h_f)$$

$$S_i = S_f - S_g$$

- Si el ángulo de inclinación de la tubería es distinto a 90°:

$$H_{lb} = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\pi - \arccos\left(\frac{2h_f}{D_i} - 1\right) + \left(\frac{2h_f}{D_i} - 1\right) \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2h_f}{D_i} - 1\right)^2} \right)$$

$$S_f = D_i \cdot \left(\pi - \arccos\left(\frac{2h_f}{D_i} - 1\right) \right)$$

$$S_g = D_i \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2h_f}{D_i} - 1\right)^2}$$

$$S_i = \pi \cdot D_i - S_f$$

Velocidad de la película de líquido:

$$U_f = U_t - \frac{(U_t - U_l)H_{ls}}{H_{lb}}$$

Velocidad promedio del gas en el tapón de líquido:

$$U_g = \frac{U_m - U_f \cdot H_{lb}}{1 - H_{lb}}$$

Cálculo de los diámetros hidráulicos de la película y del gas:

$$D_{hf} = \frac{4A_f}{S_f}$$

$$D_{hg} = \frac{4A_f}{S_g + S_i}$$

Cálculo de los factores de fricción de Fanning:

- Entre el líquido y la pared:

$$f_{wf} = 0,001375 \cdot \left(1 + \sqrt[3]{\frac{0,0002 \cdot \varepsilon}{D_{hf}} + \frac{10^6}{\text{Re}_l}} \right)$$

- Entre el gas y la pared:

$$f_{wg} = 0,001375 \cdot \left(1 + \sqrt[3]{\frac{0,0002 \cdot \varepsilon}{D_{hg}} + \frac{10^6}{\text{Re}_g}} \right)$$

- En la interfase gas-líquido:

$$f_i = 0,005 \cdot \left(1 - \frac{300 \cdot h_f}{D_i} \right)$$

Cálculo de los esfuerzos de corte:

- Entre la película y la pared:

$$\tau_f = f_{wf} \cdot \frac{\rho_l |U_f| U_f}{2}$$

- Entre el gas y la pared:

$$\tau_g = f_{wg} \cdot \frac{\rho_g |U_g| U_g}{2}$$

- En la interfase gas-líquido:

$$\tau_i = f_i \cdot \frac{\rho_g |U_g - U_f| (U_g - U_f)}{2}$$

- En el tapón de líquido:

$$\tau_s = f \cdot \frac{\rho_s U_m^2}{2}$$

Densidad promedio en la película de líquido:

$$\rho_f = \rho_g \cdot (1 - H_{lb}) + \rho_l \cdot H_{lb}$$

Longitud de la unidad de tapón y de la película:

$$L_u = \frac{L_s \cdot (U_l \cdot H_{lls} - U_f \cdot H_{ltb})}{U_{sl} - U_f \cdot H_{ltb}}$$

$$L_f = L_u - L_s$$

A-4: ECUACIONES COMPLEMENTARIAS DEL MODELO MECANICISTA DE OUYANG (1999):

Flujo Burbuja:

Factor para la inecuación del diámetro de la burbuja:

$$A = \frac{3\rho_l f_m U_m^2}{8(\rho_l - \rho_g)g \cos \beta}$$

Tasa de disipación de energía por unidad de masa en flujo turbulento:

$$\varepsilon = \frac{2f_m U_m^3}{D_i}$$

Esfuerzo de corte en la pared:

$$\tau_w = 0,5 \cdot (f_p \rho_p U_p^2)$$

Flujo Intermitente:

Número de Bond:

$$Bo = \frac{(\rho_l - \rho_g)gD_i^2}{\sigma}$$

Velocidades de propagación horizontal y vertical:

$$U_{dh\infty} = 0,54 - 1,76Bo^{-0,56} \cdot \sqrt{\frac{gD_i(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l}}$$

$$U_{dv\infty} = 0,345 \cdot (1 - e^{0,337-0,1Bo}) \cdot \sqrt{\frac{gD_i(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l}}$$

Número de Reynolds ponderado:

$$Re_{\infty} = \frac{0,5\rho_l \cdot (U_{dh\infty} \cos \beta + U_{dv\infty} \sin \beta) \cdot D_i}{\mu_l}$$

Velocidad de propagación de las burbujas en el líquido:

$$U_d = f_m (U_{dh\infty} \cos \beta + U_{dv\infty} \sin \beta)$$

Fracción de líquido en el tapón de líquido:

$$H_{lls} = \frac{1}{1 + \left(\frac{U_m}{8,66 \text{ m/s}}\right)^{1,39}}$$

Velocidad de la burbuja:

$$U_b = 1,53 \sin(\beta) \left(\frac{g(\rho_l - \rho_g)\sigma}{\rho_l^2} \right)^{0,25}$$

$$U_{gdb} = 1,2U_m + U_b$$

Fracción volumétrica de líquido:

$$H_l = \frac{H_{lls}U_t + U_{gdb}(1 - H_{lls}) - U_{sg}}{U_t}$$

Densidad de la mezcla:

$$\rho_m = \rho_l H_l + \rho_g (1 - H_l)$$

Viscosidad de la mezcla:

$$\mu_m = \mu_l H_l + \mu_g (1 - H_l)$$

Flujo Anular:

Esfuerzo por fricción interfacial:

$$\tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_c U_i |U_i|$$

Esfuerzo por fricción líquido/pared:

$$\tau_{wl} = \frac{1}{2} f_{wl} \rho_l U_f^2$$

El perímetro de la interfaz, perímetro mojado, área de sección transversal del núcleo y el área de sección transversal de la película son relaciones geométricas.

Densidad en el núcleo

$$\lambda_{lc} = \frac{FeU_{sl}}{U_{sg} + FeU_{sl}}$$

$$\rho_c = \rho_l \lambda_{lc} + \rho_g (1 - \lambda_{lc})$$

$$\mu_c = \mu_l \lambda_{lc} + \mu_g (1 - \lambda_{lc})$$

Fracción de líquido presente en el núcleo

$$\frac{Fe}{1-Fe} = 0,735 \left(\frac{\mu_l^2 U_{sg}^2 \rho_g}{\sigma^2 \rho_l} \right)^{0,074} \left(\frac{U_{sg}}{U_{sl}} \right)^{0,2}$$

Velocidad del núcleo

$$U_c = (U_{sg} + FeU_{sl}) \frac{1}{(1-2\delta)^2}$$

Velocidad de la película de líquido

$$U_f = U_{sl} (1-Fe) \frac{1}{\delta(1-\delta)}$$

$$U_i = U_c - U_f$$

A-5: ECUACIONES COMPLEMENTARIAS DEL MODELO DE GÓMEZ *et al.* (2000):

Flujo Anular:

Velocidad U_o :

$$U_o = 1,4 \left(\frac{g(\rho_l - \rho_g)\sigma}{\rho_l^2} \right)^{0,25} \sin(\beta)$$

Fracción volumétrica de gas H_g :

$$\text{Si: } U_o \geq 0,001 \Rightarrow H_g = \frac{U_o + U_{sl} + U_{sg} - \left((U_o + U_{sl} + U_{sg})^2 - 4U_o U_{sg} \right)^{0,5}}{2U_o}$$

$$\text{Para otros valores: } H_g = \frac{U_{sg}}{U_m}$$

Condición de estabilidad:

$$STAB = g(\rho_l - \rho_g)D_i \sin(\beta) \left((1 - 2H_f)^2 - 2(H_f - H_f^2) \right) - \frac{1}{16} 0,046 \rho_l \left(\frac{D_i \rho_l}{\mu_l} \right)^{-0,2} \cdot U_{sl}^{2-0,2} \frac{\left((H_f - H_f^2) + (1 - 2H_f)^2 \right)}{\left(H_f - H_f^2 \right)^3}$$

Velocidad superficial del núcleo:

$$U_{sc} = U_{sg} + Fe \cdot U_{sl}$$

Fracción de líquido contenido en el núcleo:

$$Fe = 1 - e^{-(0,125(f-1,5))}$$

Donde f es igual a:

$$f = 10^4 \frac{U_{sg} \mu_g}{\sigma} \sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_l}}$$

Factor de corrección interfacial:

$$I = I_h \cdot \cos^2 \beta + I_v \cdot \sin^2 \beta$$

Donde:

El parámetro de corrección interfacial horizontal se calcula:

$$I_h = 1 + 850^{f_A}$$

$$f_A = \frac{\left[(0,707\sqrt{\text{Re}_{sl}})^{2,5} + (0,0379\sqrt{\text{Re}_{sl}})^{2,5} \right]^{0,4}}{\text{Re}_{sg}^{0,9}} \left(\frac{U_l}{U_g} \right) \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}}$$

Y el parámetro de corrección vertical viene dado por:

$$I_v = 1 + 300 \frac{\delta}{D_i}$$

Flujo Burbuja:

Velocidad de ascenso de las burbujas:

$$U_{\infty} = 1,53 \cdot \sqrt[4]{\frac{g\sigma(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2}}$$