REDIUNP
Revista Electrónica de Divulgación de Metodologías emergentes en el desarrollo de las STEM
De la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco/ Argentina

Paraboloides hiperbólicos y sillas de monos: Metodología para su representación geométrica gráfica computacional con *Derive*®

Dr. Páez, Rafael Gerardo
Facultad de Agronomía-UCV
arkitectoniko@gmail.com
ORCID: 0000-0001-5718-1488

RESUMEN

Resulta difícil para algunos ingenieros y arquitectos representar espacial y geométricamente, de manera acertada, a los paraboloides hiperbólicos y sillas de monos para monos de una cola y de dos colas; al solucionarlas como espacios construidos. Los programas de Diseño Asistido por Computadora, existentes en el mercado, no poseen comandos específicos que respondan a estos requerimientos de diseño. En este artículo se propone una metodología geométrica, gráfica y computacional; ocupando para ello como herramienta el software Derive®. Los resultados admiten agrupar estas superficies en distintas familias y obtener las proyecciones ortogonales análogas a las vistas de una edificación: fachada frontal, fachada lateral, vista de azotea y perspectivas en verdadera forma y magnitud.

Palabras clave: superficies; paraboloides hiperbólicos; sillas de monos; Derive®; proyecciones ortogonales.

Hyperbolic paraboloids and monkeys saddles: Methodology for its geometric graphic computational representation with Derive®

ABSTRACT

It is difficult for some engineers and architects to represent spatially and geometrically, in an accurate way, hyperbolic paraboloids and monkey saddles for one-tailed and two-tailed monkeys; to solve them as built spaces. Computer-Aided Design programs, existing on the market, do not have specific commands that respond to these design requirements. This article proposes a geometric, graphical and computational methodology; using the Derive® software as a tool. The results achieved allow these surfaces to be grouped into different families and obtained the orthogonal projections analogous to the views of a building: front facade, side facade, roof view and perspectives in true form and magnitude.

Keywords: surfaces; hyperbolic paraboloids; monkey saddles; Derive®; orthogonal projections.

Paraboloides hiperbólicos e cadeiras de macaco: Metodologia para sua representação geométrica gráfica computacional com *Derive®*

RESUMO

É difícil para alguns engenheiros e arquitetos representar espacial e geometricamente, de forma precisa, aos paraboloides hiperbólicos e selas de macaco para macacos de uma cauda e de duas caudas; resolvendo-os como espaços construídos. Os programas de design auxiliado por computador, existentes no mercado, não possuem comandos específicos que respondam a esses requisitos de design. Este artigo propõe uma metodologia geométrica, gráfica e computacional; usando o software Derive® como ferramenta. Os resultados alcançados permitem que essas superfícies sejam agrupadas em diferentes famílias e obtidas as projeções ortogonais análogas às vistas de um edifício: fachada frontal, fachada lateral, vista do telhado e perspectivas em forma e magnitude reais.

Palavras-chave: superfícies; paraboloides hiperbólicos; cadeiras de macaco; Derive®; projeções ortogonais.

Introducción

El estudio de los paraboloides hiperbólicos y las sillas de monos de una o más colas, dentro del conjunto de las superficies alabeadas de doble curvatura, se inició en el período Helénico. Sin embargo, en la actualidad es perceptible, entre algunos ingenieros y arquitectos, ciertas dificultades para solucionar acertadamente su representación gráfica y espacial como objetos construidos y habitables, a partir de sus ecuaciones paramétricas, debiendo recurrir, al uso de programas de computación matemáticos. Parte de esta dificultad comienza con un hecho poco casual: los softwares para Diseño Asistido por Computadora (CAD), que existen en el mercado, de uso común para proyecto y representación de edificaciones no poseen comandos específicos que respondan a los requerimientos con base en los principios que determinan su comportamiento geométrico-espacial.

En este artículo se propone una metodología para la agrupación en distintas familias de estas superficies, ocupando como herramienta computacional el graficador matemático *Derive®* un software descontinuado, a partir del año 2007, pero que aún se consigue en las redes gratuitamente, es fácil de instalar (Tonymari, 2014) y brinda utilidad en actividades docentes “tiene una gran influencia en el proceso de enseñanza y aprendizaje” (UPV- s/f). Dicho programa aportó, en sus comandos, la respuesta más adecuada para (una vez dada la ecuación cartesiana) obtener como dibujos de entidades geométricas la variedad de superficies, haciendo énfasis en su configuración espacial como entidades tridimensionales.

Fueron evaluados otros programas matemáticos: *Scilab®*, *Mathematica®*, *Geogebra®* y *Matlab®* y, entre muchas otras cualidades, se optó por *Derive®* debido a su rapidez para alcanzar un dominio del manejo por parte del usuario y facilidad para obtener versiones de evaluación gratuitas. Una razón fundamental fue que los comandos de *Derive®* se pueden parametrizar con el fin de generar la visualización de las familias de superficies propuestas adaptadas a los requerimientos previamente determinados de obtención y descomposición en vistas planas y axonométricas, cual volúmenes físicos tridimensionales.

La presente es una investigación exploratoria, interdisciplinaria, que analiza procedimientos gráficos computacionales de geometría diferencial concernientes al estudio de las superficies alabeadas de doble curvatura para su aplicación como soluciones estructurales en procedimientos edificatorios abordados por arquitectos e ingenieros.

El objetivo general consiste en definir una metodología para la generación, clasificación y representación en distintas tipologías, mediante el establecimiento de parámetros específicos de visualización gráfica, de los paraboloides hiperbólicos, las sillas de mono de una cola (ordinarias) y las sillas de mono para monos de dos colas; dentro del conjunto de superficies alabeadas de doble curvatura.

En los resultados se ha logrado una gama de gráficas comparativas en el hiperespacio; formando así, con cada una de ellas, agrupaciones de familias de superficies independientes, a partir de una retícula horizontal cuadrada, obteniéndose, de esta manera, la unidad adimensional o módulo que establecerá su implantación para descomponerlas proyectivamente como objetos tridimensionales.

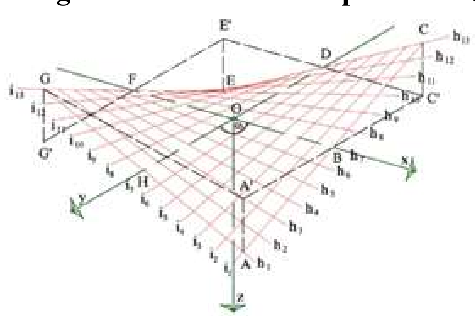
El contenido de este artículo forma parte sustancial (con diferentes modificaciones) de la investigación doctoral titulada: Fundamentos geométricos de las superficies de parábolas invertidas. Caso de Estudio: parámetros comparativos del paraboloide hiperbólico, la silla de mono de una cola y la silla de mono de dos colas. Aprobada en el año 2013 en la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad Central de Venezuela.

Superficies estudiadas en esta investigación:

Paraboloides hiperbólicos

El paraboloide hiperbólico de la forma cartesiana ***z=xy*** es el primero de la representación de los grafos de superficies anticlásticas, doblemente regladas, de generatrices y directrices rectas (figura 1) que son analizadas en esta investigación.

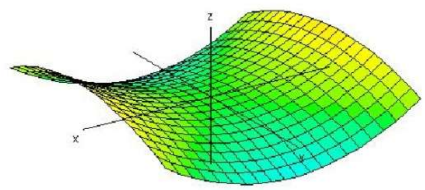
Figura 1. Paraboloide hiperbólico *z=xy*



Fuente: Elaboración propia con base en Faber (1970: 27).

Faber (1970) señala otra modalidad de generación de los paraboloides hiperbólicos (figura 2) como superficie anticlástica de traslación formada por un doble sistema de parábolas (p. 28).

Figura 2. Paraboloide hiperbólico *$z=3x^2-2y^2$*



Fuente: Elaboración propia con *Derive*®

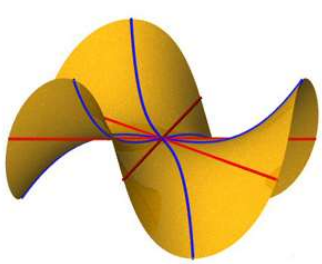
Los paraboloides hiperbólicos históricamente han tenido una aplicación que se pierde en las noches de los tiempos: "*la silla de montar a caballo*" de ese uso universal debe una de sus acepciones. Bermúdez (1993) determina que los paraboloides hiperbólicos fueron aplicados en procedimientos constructivos por vez primera por Antonio Gaudí, "en la cripta de la Sagrada Familia pueden verse hoy en día los modelos en yeso de estructuras romboidales [de paraboloides hiperbólicos] realizadas por este brillante arquitecto" (p. 415).

La silla de mono ordinaria para monos de una y dos colas

Las sillas de monos ordinarias para monos de una cola responde a la ecuación general ***$z=x^3-3xy^2$****;* poseen, al igual que los paraboloides hiperbólicos, una generación mediante un sistema de ejes coordenados x,y,z donde ω conforma un ángulo de 120º (figuras 3 y 4).

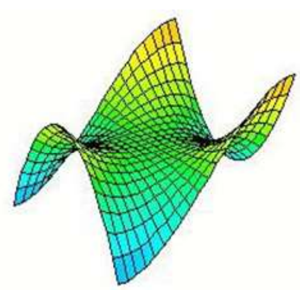
Cordero et al describen que "Una persona podría sentarse confortablemente en un paraboloide hiperbólico, dado que posee entrantes para colocar sus piernas. Sin embargo, un mono tendría dificultades para hacerlo, ya que no posee ningún espacio para su cola". (Cordero et al. 1995: 245).

Figura 3. Estilización de la silla de mono para monos de una cola



Fuente: Ferreól, 2020.

Figura 4. Silla de mono para monos de una cola *$a^2z=(x^3-3xy^2)$*



Fuente: Elaboración propia con *Derive*®

A su vez, Edwards & Penney (1994: 820) idealizan la silla de mono como "una superficie que sirve para que un mono se siente en ella y halla un lugar para que descanse su cola" (figura 5).

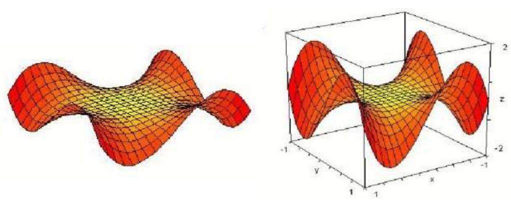
Figura 5. El mono en su silla

Fuente: Extraída con fines didácticos de Edwards & Penney (1994: 820).

Las sillas de mono para un mono de dos colas (figura 6) se obtiene geométrica y gráficamente como resultado de la transformabilidad del alabeamiento generada a partir de la traslación de parábolas en el espacio geométrico que se produce en la superficie con ecuación cartesiana:

$z = 3xy\ (x^2\text{-}y^2)$ (Ferreól, 2020)

Figura 6: Representación de la silla de mono para un mono de dos colas $z = 4xy(x^2\text{-}y^2)$



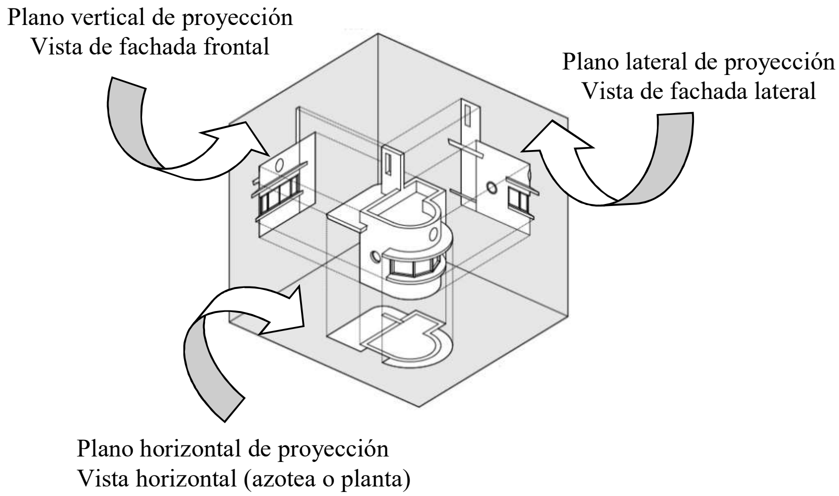
Fuente: Elaboración propia con *Derive®* (2020).

Sistema triédrico de representación y su aplicación al estudio de las superficies de doble curvatura

> "La representación es un recurso esencial tanto para el conocimiento y reconocimiento de los objetos construidos como para la prefiguración de aquellos a construir"
> Fernández, L. et al. (2010: 9).

El sistema de representación triédrico de objetos tuvo su origen a partir de los estudios de Gaspard Monge (1746-1818) creador de la geometría descriptiva. Entre sus aportes Monge demostró que las entidades geométricas partían desde la más básica: punto-líneas-planos- superficies-volúmenes y su graficación se realizaba en distintos planos: vertical, horizontal, lateral. De allí planteó que había dos modos de visualizar dichas entidades: el bidimensional, mediante un diedro que fusionaba a los planos vertical y horizontal, divididos ambos por una línea de tierra y el triedro de proyección donde se percibía adicionalmente al plano lateral (figura 7).

Figura 7: Sistema de representación triédrico de objetos construidos

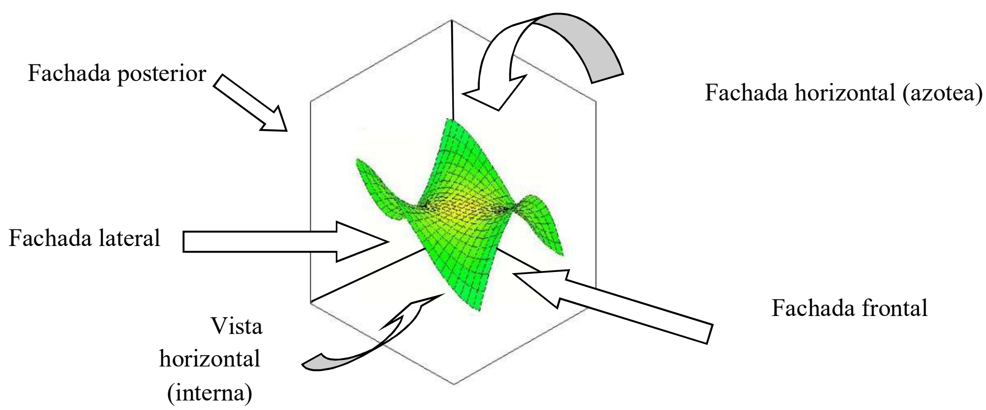


Fuente: Extraido con modificaciones de Fernández, L. et al. (2010: 22).

De la Torre Carbó (1991) señala que se llama perspectiva "al arte de representar en un plano los objetos del espacio, de tal manera que su aspecto sea semejante al que representan vistos al natural" (p. 11). Esto es difícil de lograr al tratarse de superficies alabeadas de doble curvatura que, si bien, ciertamente, obedecen a una concepción artística corresponden al campo del estudio de la geometría diferencial. Más aún cuando el observador debe generar las vistas planas en fachadas a partir de una perspectiva.

El triedro divide a los ejes coordenados x,y,z en 120º entre sí, por lo que una superficie allí representada será una perspectiva de la cual se obtienen seis vistas planas (figura 8) que son: dos horizontales y cuatro alzados (dos verticales y dos laterales).

Figura *Derive*®. 8: Vistas planas de una superficie a partir de la representación triédrica con el software



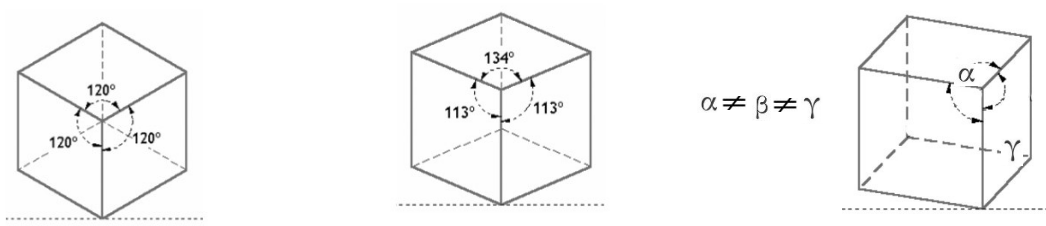
Fuente: Elaboración propia con Derive® (2020).

Representación en perspectiva axonométrica de las superficies estudiadas

Una axonometría es un modo de representación en perspectiva de objetos donde se conjugan líneas paralelas en ángulos predeterminados y dimensiones reales para comunicar un efecto visual de tridimensionalidad. Existen tres tipos de axonometría:

Isométrica que es un caso particular de axonometría, en la cual el ángulo entre los ejes coordenados *x*, *y*, *z* es siempre igual a 120º (Osers, 2006: 18); Calderón (1978) establece que "se llama axonométrica isométrica, en virtud de que los trazos de los planos tienen iguales medidas" (p. 186). La **axonometría dimétrica,** donde los ángulos del sistema triédrico conforman dos ángulos iguales y uno distinto. El más usual aplicado corresponde a los ángulos 113-124-113º. Finalmente, una tercera tipología es la **axonometría trimétrica** en la que los tres ángulos son diferentes entre sí y cuyos valores son seleccionados al libre arbitrio del proyectista-dibujante (figura 9).

Figura 9. Tipos de axonometría: isométrica, dimétrica y trimétrica



Fuente: Elaboración propia (2020).

Materiales y métodos

Se empleó el software *Derive®* para la graficación computacional de los paraboloides hiperbólicos y las sillas de mono (ordinarias), monos de una cola y monos de dos colas.

Cuando se describió un paraboloide hiperbólico silla de mono Tipo ***n*** se hizo referencia a una misma ecuación con siete (07) diferentes posibilidades de representación diseñadas desde ***n=0*** hasta ***n=6***. Los parámetros de las superficies alabeadas de doble curvatura empleados en esta propuesta de investigación, para la ejecución gráfica mediante el *Derive®*, fueron los siguientes:

Posicionamiento del sistema de ejes de coordenadas cartesianas

Este parámetro del software *Derive®* constituyó un efecto para modificar manualmente la variación del posicionamiento del sistema de ejes de coordenadas cartesianas por dos grupos de utilidades:

"Girar la gráfica" con el que, como su nombre lo indica, la gráfica gira hacia la izquierda o a la derecha.

"***Rotar la gráfica***" con el cual se consigue cambiar el resultado hacia arriba o abajo.

Es así como mediante los siguientes comandos del software *Derive®* se logró agrupar las familias de las superficies estudiadas y, partiendo de una misma ecuación geométrica, se consiguieron

-entre infinitas posibilidades de graficación- las 7 (siete) diferentes posiciones que corresponden a una malla horizontal; las proyecciones axonométricas (isometría, dimetría y trimetría); proyecciones frontal, lateral y horizontal.

Comandos del software Derive® empleados en la investigación

1er Comando: ***"Seleccionar/Rango de la gráfica/Mínimo/máximo"***

2do Comando ***"Seleccionar/Relación de aspecto/Ajuste del tamaño"***

Ambos comandos coadyuvan a graficar una misma ecuación matemática bajo diferentes condiciones de manipulación de los parámetros de alabeamiento y tamaño respecto a la posición y dimensionamiento de los tres ejes de coordenadas (García-Miguel, 2009: 15).

Nomenclatura: ***Ph*** = Paraboloide hiperbólico

***Sm*1** = Silla de mono una cola ***Sm*2**= Silla de mono dos colas

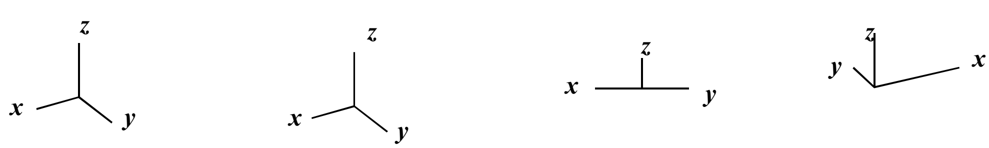
En cada una de las modalidades representadas desde el tipo *n=0, n=1…* hasta *n=6* se mantuvo, en las imágenes, la visualización del sistema de coordenadas *x,y,z* para dejar constancia de la posibilidad de obtener diferentes visuales que conforman a la familia de superficies.

Variaciones del sistema de coordenadas cartesianas

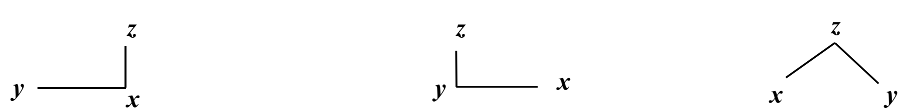
Las posiciones ***n.0*** y ***n.1*** fueron elaboradas mediante una ubicación de los ejes coordenados tal y como las proporciona "*por defecto*" el software *Derive*®. A partir de la posición ***n.2*** hasta la ***n.6*** se registraron por cada una de las representaciones una variación en el sistema de coordenadas cartesianas de acuerdo con los parámetros gráficos que han quedado resumidos en el siguiente cuadro:

Cuadro Nº 1
Propuesta para las variaciones del sistema de coordenadas cartesianas en el *Derive*®

Posición n.0 Malla reticular	***n.1 Isometría***	***n.2 Dimetría***	***n.3 Trimetría***



n.4 Vista plana fachada frontal	***n.5 Vista plana fachada lateral***	***n.6 Vista horizontal fachada de azotea***

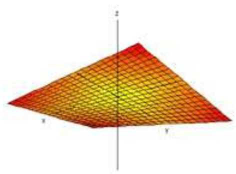
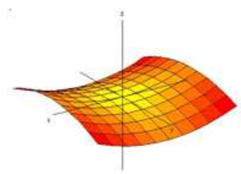
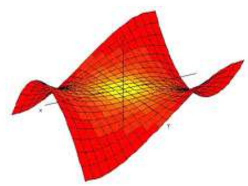
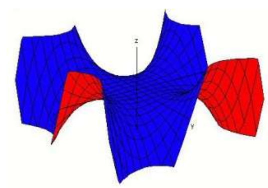


Cuadro de elaboración propia (2020).

El *Derive®* no da la posibilidad al usuario de modificar las coordenadas cartesianas fijando ángulos preestablecidos entre ellos. Siempre se mantienen fijos guardando ángulos de 120º. No obstante, las utilidades de ***"Girar la gráfica"*** y "***Rotar la gráfica***" determinan las variaciones visuales logradas para graficar las perspectivas y vistas de las superficies.

Las ecuaciones y modalidades de superficies alabeadas de doble curvatura consideradas para su representación en el presente artículo fueron las siguientes:

Cuadro Nº 2
Ecuaciones y modalidades de superficies que fueron analizadas para esta investigación

Paraboloides hiperbólicos		**Sillas de monos**	
Doblemente reglada	**Superficie de traslación**	**Una cola (ordinarias)**	**Dos colas**
$z=xy$	$z=x^2-y^2$	$z=x^3-3xy^2$	$z=4xy(x^2-y^2)$
			

Cuadro de elaboración propia (2020)

Resultados

Los resultados de los valores predeterminados obtenidos para graficar las familias de superficies de paraboloides hiperbólicos y sillas de mono de una cola y de dos colas que han sido estudiadas son los siguientes:

Ph*, *Sm₁* y *Sm₂* Posiciones desde *n.0 hasta n.6

Valores predeterminados paraboloides hiperbólicos y sillas de mono.

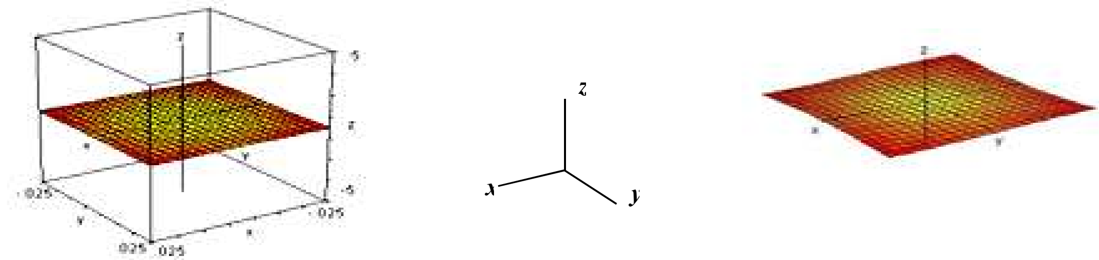
Posición *n.0* MALLA PLANA RETICULAR HORIZONTAL

1er comando de Derive®: **Rango de la gráfica 3D**			
	Mínimo	**Máximo**	**Escala**
x	-0.025	0.025	0.0071
y	-0.025	0.025	0.0071
z	-5	5	1.4285

2do comando de Derive®: ***"Seleccionar/Relación de aspecto/Ajuste del tamaño"***		
x	*y*	*z*
1	1	1

Todas las superficies de paraboloides hiperbólicos y sillas de mono ordinarias para monos de una cola y dos colas graficadas en esta investigación parten de la posición ***n.0*** que corresponde a una malla horizontal plana (retícula cuadrada) de 20x20 subdivisiones unitarias (figura 10).

Figura 10. Posición *n.0* que corresponde a un plano horizontal en forma de cuadrado reticular de 20x20 unidades adimensionales



Fuente: Elaboración propia con *Derive®* (2020).

Valores predeterminados paraboloides hiperbólicos y sillas de mono.

Posición *n.1* **AXONOMETRÍA ISOMÉTRICA**

1er comando de Derive®:
Rango de la Gráfica 3D

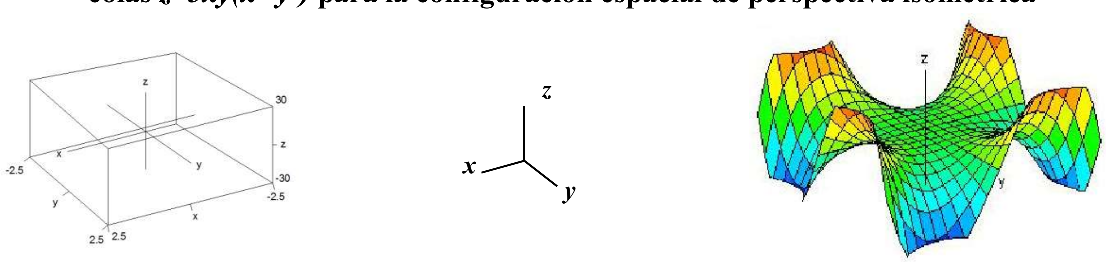
	Mínimo	Máximo	Escala
x	-2.5	2.5	2.5
y	-2.5	2.5	2.5
z	-30	30	2.5

2do comando de Derive®:
"Seleccionar/Relación de aspecto/Ajuste del tamaño"

x	*y*	*z*
2	2	1

Se conserva la misma posición del sistema de ejes de coordenadas cartesianas *x*,*y*,*z* que el ocupado para representar la malla horizontal pero se aplican valores diferentes a los comandos de "*Rango de la Gráfica*" y "*Relación de Aspecto*". En la práctica profesional de arquitectos e ingenieros esta es la modalidad de perspectiva más utilizada (figura 11).

Figura 11. Posición *n.1 Representación* de la silla de mono para monos de dos colas $z=3xy(x^2-y^2)$ para la configuración espacial de perspectiva isométrica



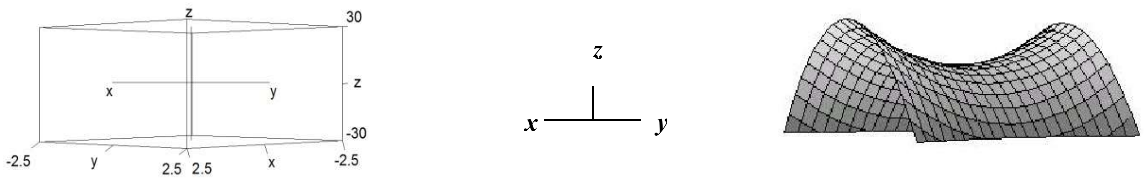
Fuente: Elaboración propia con *Derive®* (2020).

Valores predeterminados paraboloides hiperbólicos y sillas de mono.

Posición *n.2* **AXONOMETRÍA DIMÉTRICA**

Aquí la representación corresponde a una vista de las superficies donde se conserva la vertical el eje ***z*** con la variación de que los ejes *x,y* coinciden en una línea horizontal, con lo cual se alcanza un sistema de axonometría dimétrica 90-90-180º (figura12).

Figura 12. Posición *n.2*. Dimetría. Paraboloide hiperbólico con ecuación $z=3xy(x^2-y^2)$



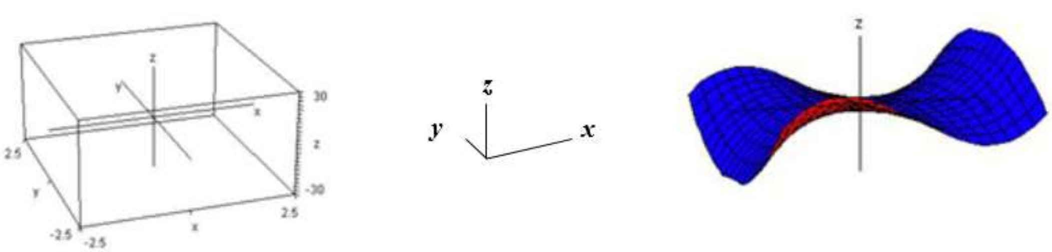
Fuente: Elaboración propia con *Derive®* (2020).

Valores predeterminados paraboloides hiperbólicos y sillas de mono.

Posición *n.3* AXONOMETRÍA TRIMÉTRICA

Esta modalidad de axonometría trimétrica (figura 13) presenta un caso de ángulos diferentes entre los ejes coordenados *x*, *y*, *z*; procurando una representación visual aproximada a la que se lograría al dibujarlos con escuadras.

Figura 13. Posición *n.3*, trimetría.
Silla de mono para monos de dos colas con ecuación $z=2x^3-2xy^2$



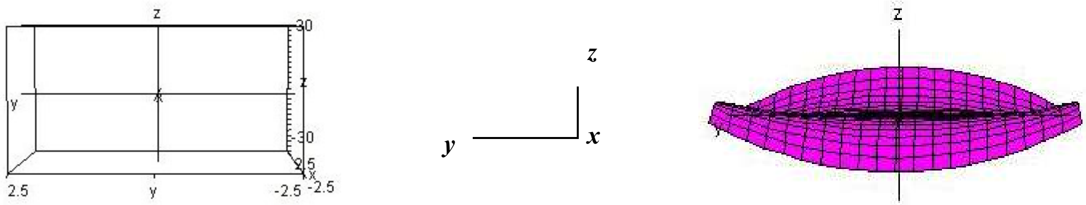
Fuente: Elaboración propia con *Derive®* (2020).

Valores predeterminados paraboloides hiperbólicos y sillas de mono.

Posiciones *n.4* y *n.5* FACHADA FRONTAL y FACHADA LATERAL

La importancia proyectual de la fachada frontal (figura 14) estriba en el hecho de que es en ella donde se encuentra la mayor cantidad de información respecto a las características del objeto proyectado.

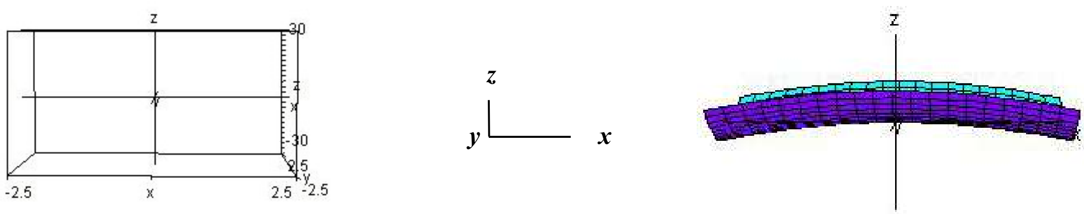
Figura 14. Posición *n.4*. Silla de mono para monos de una cola tipo Sm1 $z=x^3$-



Fuente: Elaboración propia con *Derive*® (2020).

La fachada lateral de la superficie (figura 15) es una vista plana que se logra con una variación en el sistema de coordenadas cartesianas:

Figura 15. Representación de la fachada lateral del paraboloide hiperbólico $z=2y^2-x^2$



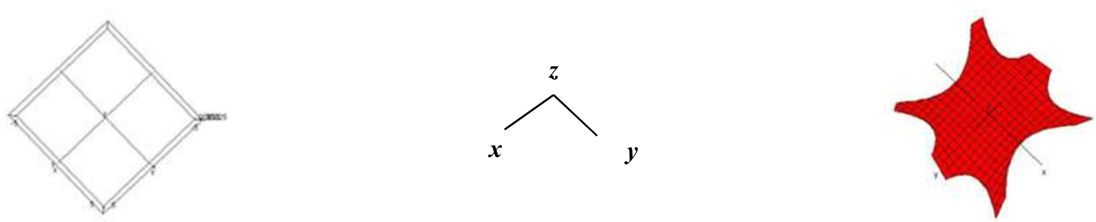
Fuente: Elaboración propia con *Derive*® (2020).

Valores predeterminados para paraboloides hiperbólicos y sillas de mono.

Posición *n.6* FACHADA HORIZONTAL (AZOTEA)

La posición *n.6* para estas superficies alabeadas de doble curvatura es la más abstracta de todas las representaciones logradas (figura 16).

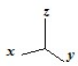
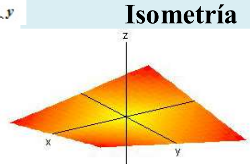
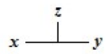
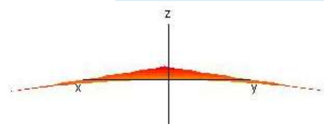
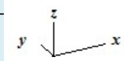
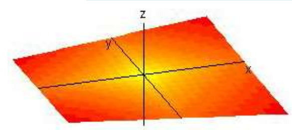
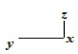
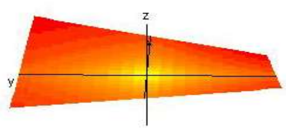
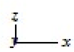
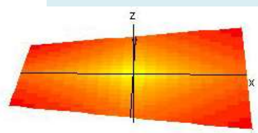
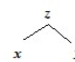
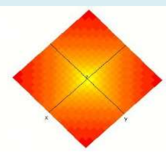
Figura 16. Silla de mono (ordinaria) para monos de una cola $z=2x^3-3xy^2$



Fuente: Elaboración propia con *Derive*® (2020).

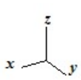
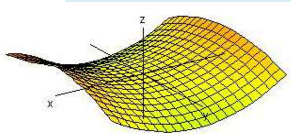
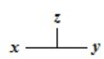
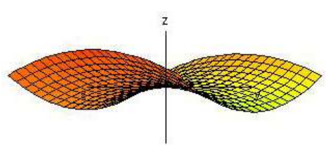
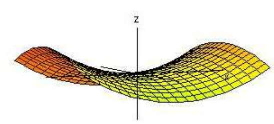
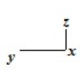
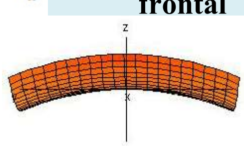
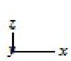
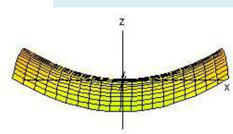
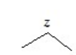
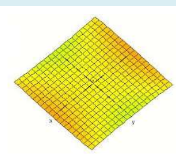
Se presentan, seguidamente, los resultados de las agrupaciones en familias de las superficies estudiadas

Cuadro Nº 3:
Paraboloide hiperbólico tipo 1 **(Ph_1)** $z=xy$

Ph_1 Posición 1 Isometría  	**Ph_1 Posición 2 Dimetría**  	**Ph_1 Posición 3 Trimetría**  
Ph_1 Posición 4 Fachada frontal  	**Ph_1 Posición 5 Fachada lateral**  	**Ph_1 Posición 6 Vista horizontal**  

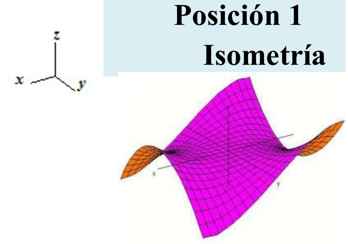
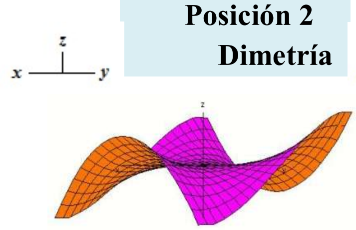
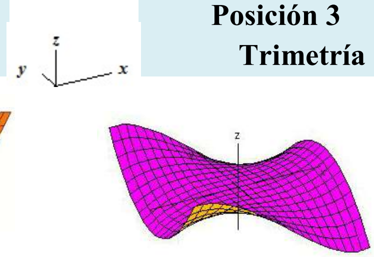
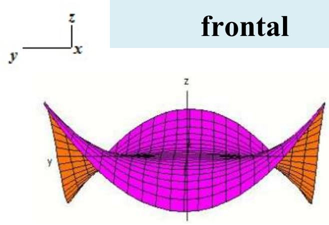
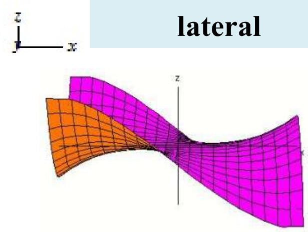
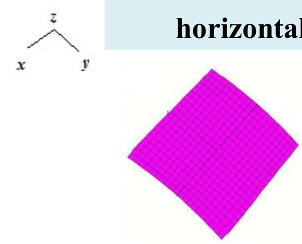
Cuadro de elaboración propia (2020)

Cuadro Nº 4:
Paraboloide hiperbólico tipo 2 **(Ph_2)** $z=3x^2-2y^2$

Ph_1 Posición 1 Isometría  	**Ph1 Posición 2 Dimetría**  	**Ph_1 Posición 3 Trimetría**  
Ph_1 Posición 4 Fachada frontal  	**Ph_1 Posición 5 Fachada lateral**  	**Ph_1 Posición 6 Vista horizontal**  

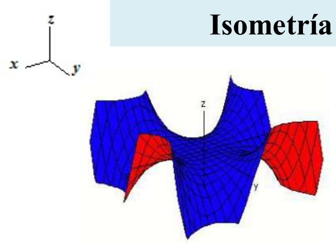
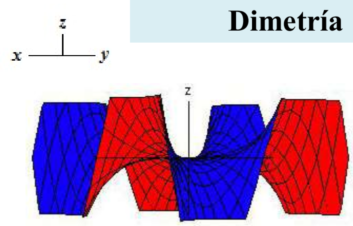
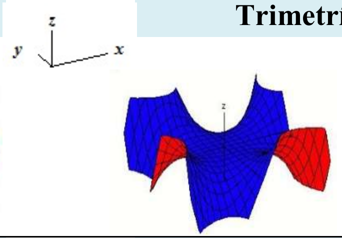
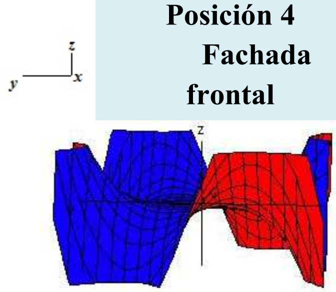
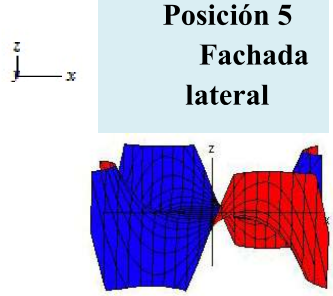
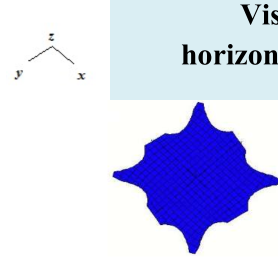
Cuadro de elaboración propia (2020)

Cuadro Nº 5:
Silla de mono para monos de una cola tipo 1 **(Sm$_1$)** $z=x^3-3xy^2$

Sm$_1$ **Posición 1** **Isometría** 	**Sm$_1$** **Posición 2** **Dimetría** 	**Sm$_1$** **Posición 3** **Trimetría** 
Sm$_1$ **Posición 4** **Fachada frontal** 	**Sm$_1$** **Posición 5** **Fachada lateral** 	**Sm$_1$** **Posición 6** **Vista horizontal** 

Cuadro de elaboración propia (2020)

Cuadro Nº 6:
Silla de mono para monos de dos colas tipo 2 **(Sm$_2$)** $z=4xy(x^2-y^2)$

Sm$_2$ **Posición 1** **Isometría** 	**Sm$_2$** **Posición 2** **Dimetría** 	**Sm$_2$** **Posición 3** **Trimetría** 
Sm$_2$ **Posición 4** **Fachada frontal** 	**Sm$_2$** **Posición 5** **Fachada lateral** 	**Sm$_2$** **Posición 6** **Vista horizontal** 

Cuadro de elaboración propia (2020)

Discusión

El hallazgo principal de la investigación realizada consiste en plantear y demostrar una metodología para la representación, a partir de una ecuación determinada, de las superficies de doble curvatura: paraboloides hiperbólicos y sillas de monos: monos de una cola y de dos colas, que fueron estudiadas. Se obtienen gráficas que indican las posiciones visuales necesarias para su percepción no sólo como entidades geométricas abstractas, sino que pueden ser comprendidas como elementos físicos tridimensionales ante los cuales existe mayor afinidad: malla horizontal plana, axonometrías isométrica y dimétrica además de tres vistas planas: fachada frontal, fachada lateral y fachada horizontal (azotea).

Queda demostrado que el método empleado para la agrupación de familias de superficies de paraboloides hiperbólicos, sillas de monos: monos de una cola y monos de dos colas, con el software *Derive®* son un modo particular de entender y aplicar las ventajas de un graficador matemático; no con la finalidad de obtener un conjunto representativo de ecuaciones diferentes; sino, más bien, de lograr un aporte renovado de tales superficies a los procedimientos de concepción y generación geométrica que servirá de consulta para los profesionales, estudiantes e investigadores que requieran establecer comparaciones sistémicas, basadas en los principios matemáticos, estéticos y espaciales que las determinan.

Conclusiones y recomendaciones

La utilización de un software computacional matemático para el investigador, arquitecto-diseñador o calculista de estructuras constituye una herramienta con dos vertientes utilitarias distintas. Por un lado, el hecho de enseñanza-aprendizaje del programa, como instrumento informático, que ha sido empleado solamente con requerimientos de tipo matemático y por otra parte, su aprovechamiento en medios de investigación, desarrollo e innovación (I+D+i), mediante la metodología aquí propuesta, con el fin de obtener diferentes vistas planas verticales y horizontales así como perspectivas axonométricas de una superficie geométrica para su posterior aplicación como cubiertas de espacios edificados.

Conocer a cabalidad la geometría diferencial de estas superficies no conlleva a comprender cuál es su aplicación en sistemas estructurales para procedimientos constructivos. De aquí que más de 3500

años de estudio paulatino e incremental de los conocimientos geométricos no pueden jamás equipararse con apenas un siglo de aplicaciones constructivas. De allí que los paraboloides hiperbólicos han sido profusamente empleados en soluciones estructurales mientras que las sillas de monos constituyen un terreno casi desconocido para arquitectos e ingenieros.

Las superficies analizadas, graficadas con *Derive®*, poseen una condicionante geométrica común: la traslación de una parábola que se invierte a lo largo de su recorrido transversal de cóncava hacia abajo a la misma parábola pero cóncava hacia arriba.

Absurdamente ha habido una simpleza al catalogarlas con una relación ficticia con aplicaciones empíricas «sillas de montar» o animales inexistentes «monos de dos o más colas» y, hasta ahora, no se les ha designado con un nombre propio acorde con el carácter científico y geométrico que poseen. De lograrse esto redundará en que puedan surgir mayores posibilidades de empleo en soluciones gráficas y espaciales que faciliten su divulgación en los centros de investigación y enseñanza matemática.

El futuro de las edificaciones con estructuras laminares estará, con mucha certeza, basado en la comprensión de la generación geométrica de las superficies que han sido estudiadas. Un campo poco conocido para las nuevas generaciones de arquitectos e ingenieros. La prospectiva de esta Línea de Investigación conlleva a proponer aplicaciones espaciales para estas superficies en procesos constructivos. Las sillas de monos serán empleadas, como hasta ahora lo fueron los paraboloides hiperbólicos, con soluciones muy exitosas, en beneficio de la evolución tecnológica de la humanidad.

Referencias

Bermúdez, G. (1993). **Diccionario del Arquitecto**. Editorial M.A García.

Calderón, F. (1978). **Dibujo técnico industrial**. México. Editorial Porrúa.

De la Torre Carbó, M. (1991). **Perspectiva geométrica**. Dirección General de Publicaciones, UNAM.

Edward, C. & Penney, D. (1994). **Cálculo con geometría analítica**. 4ta. Edición. Editorial Prentice Hall.

Faber, C. (1970). **Estructuras de Candela**. Editorial Continental.

Fernández, L. et al. (2010). **Código gráfico**. Editorial Duelar

Ferreól, R. S/f. http://www.mathcurve.com/surfaces/selle/selle.shtml Francia.

García-Miguel, C. (2009). **Tutorial de DERIVE 6**. Universidad Politécnica de Madrid. http://138.100.100.254/index/departamentos/matematicas/webcarmeng/archivos%20pdf/tutorialderive.pdf

Osers, H. (2006). **Estudio de geometría descriptiva. Tomo I**. *Proyección cilíndrica.* Editorial Torino.

Páez, R. (2013). **Fundamentos geométricos de las superficies de parábolas invertidas. Caso de Estudio: Parámetros comparativos del paraboloide hiperbólico, la silla de mono de una cola y la silla de mono de dos colas**. Tesis doctoral. Facultad de Arquitectura y Urbanismo, UCV. http://saber.ucv.ve/handle/123456789/7784

Tonymari L12. (2014). https://www.youtube.com/watch?v=NBZyUWV0jAI Tutorial y link de descarga (gratuita) del software matemático *Derive®* versión 6.

Universidad Politécnica de Valencia. (S/F). **Información sobre el programa Derive**. http://www.upv.es/derive/general.htm