

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

MÉTODO DE DISEÑO PARA TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS DE DISTRIBUCIÓN

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela
por el Br. Camejo F., Héctor A.
para optar al título de
Ingeniero Electricista

Caracas, 2017

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

MÉTODO DE DISEÑO PARA TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS DE DISTRIBUCIÓN

Tutor Académico: Pérez, Julián

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela
por el Br. Camejo F., Héctor A.
para optar al título de
Ingeniero Electricista

Caracas, 2017

DEDICATORIA

Dedico este trabajo especial de grado a mi madre la Ing. María Elda Fandiño por todo su apoyo, ser un modelo ejemplar y haber hecho de mí una buena persona y a mi padre el Ing. Héctor Arnaldo Camejo por ser la mayor inspiración y por todo su apoyo en mi desarrollo personal y profesional.

RECONOCIMIENTOS Y AGRADECIMIENTOS

Primero agradezco a mi familia. A mis padres, Héctor Arnaldo Camejo y María Elda Fandiño. A mis hermanos Henrique Camejo y Héctor Arturo Camejo. A mi abuela Viviana del Carmen Artahona por su incondicional apoyo en cada etapa de mi vida y desarrollo profesional, siempre motivándome a mejorar y realizar mis proyectos.

A Johan Guerra por su colaboración y valiosa participación en el desarrollo de las ilustraciones de este trabajo.

A Jesús Rivas, por haberme acompañado y apoyado desde el primer semestre con ese entusiasmo por aprender, nunca olvidare que estudiábamos desde la primera semana del semestre.

A Víctor Tovar, por haberme tenido una paciencia sin igual y un apoyo incondicional, sin importar la situación, el momento o la materia.

A Kelvin Noriega, por haberme ayudado y apoyado en los momentos y materias más difíciles con su conocimiento.

Al Prof. Julián Pérez, Tutor académico de este trabajo, sin cuyo valioso no hubiera sido posible la realización de este trabajo. Así mismo por sus apuntes de Máquinas Eléctricas IV, pieza importante de este estudio.

A la Universidad Central de Venezuela y su Facultad de Ingeniería, que ha dejado gran huella no sólo en sus educandos y egresados, sino en la sociedad, ya que forma en la ciencia y en los valores, instruyendo a las personas de manera integral, con conciencia social, ofreciendo a Venezuela, el profesional que requiere para ser mejor.

Camejo F., Héctor A.

**MÉTODO DE DISEÑO PARA TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS DE
DISTRIBUCIÓN**

Tutor Académico: Julián Pérez. Tesis. Caracas. U.C.V. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Eléctrica. Ingeniero Electricista. Opción: Potencia. Trabajo de Grado. 2017, 91 h.

Palabras Claves: Diseño de transformadores, Máquinas eléctricas estáticas, Transformadores de distribución.

Resumen. El presente trabajo plantea la verificación de un método de diseño para transformadores monofásicos de distribución, considerando solo los transformadores tipo poste, que se encuentran en un rango de potencia nominal entre 5 y 100 kVA. El transformador sobre el cual se realizó la verificación del método, se encuentra localizado en la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela. Se inicia con la investigación y comparación de distintos métodos de diseño para transformadores, luego se selecciona uno de estos métodos de diseño para ser desarrollado. El método de diseño desarrollado presenta modificaciones, adaptaciones y actualizaciones en varios procesos para lograr la verificación del método. Se pudo obtener de los resultados de la verificación del método, un error porcentual dentro del rango de la tolerancia permitida. Por último, se diseñó un software que permite la ejecución del método de diseño desarrollado, bajo distintos parámetros.

ÍNDICE

DEDICATORIA	iii
RECONOCIMIENTOS Y AGRADECIMIENTOS	iv
RESUMEN.....	v
ÍNDICE	vi
LISTA DE TABLAS	ix
LISTA DE FIGURAS	x
ACRÓNIMOS.....	xi
INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO I.....	3
EL PROBLEMA	3
1.1 Planteamiento del problema	3
1.2 Objetivo general	3
1.3 Objetivos específicos.....	3
1.4 Alcance	4
1.5 Antecedentes	4
CAPITULO II	6
MARCO TEÓRICO.....	6
2.1 Transformadores.....	6
2.2 Transformadores de distribución.....	11
2.3 Transformadores monofásicos de distribución.....	13
2.4 Bushing (Pasa Tapa).....	13
2.5 Comutador de tomas (Taps)	14
2.6 Pérdidas de un transformador.....	14
2.7 Transposiciones	15
CAPITULO III	17
DOCUMENTACIÓN DE LOS MÉTODOS DE DISEÑO	17
3.1 Reseña de los métodos de diseño de transformadores.	17
3.2 Selección del método de diseño de transformadores.....	18
CAPITULO IV	20
DESARROLLO DEL MÉTODO DE DISEÑO	20

4.1 Datos de partida.....	20
4.2 Área de la sección de la columna principal del núcleo	20
4.3 Forma cruciforme de la sección de la columna principal del núcleo	22
4.4 Forma rectangular de la sección de la columna principal del núcleo.....	25
4.5 Densidad de flujo.....	28
4.6 Diseño del arrollado de baja tensión	28
4.7 Pérdidas del arrollado de baja tensión	33
4.8 Diseño del arrollado de alta tensión	37
4.9 Pérdidas del arrollado de alta tensión.....	42
4.10 Peso y pérdidas del núcleo	44
4.11 Diseño del tanque	47
CAPITULO V	51
VERIFICACIÓN DEL MÉTODO DE DISEÑO.....	51
5.1 Datos de partida.....	51
5.2 Área de la sección de la columna principal del núcleo	51
5.3 Dimensiones de la sección de la columna principal del núcleo	53
5.4 Densidad de flujo.....	54
5.5 Número de espiras de los arrollados.....	54
5.6 Diseño del arrollado primario.....	56
5.7 Diseño del arrollado secundario	61
5.8 Dimensiones del aislamiento.....	64
5.9 Dimensiones y peso de los arrollados	65
5.10 Dimensiones y peso del núcleo	69
5.11 Pérdidas en los arrollados	70
5.12 Pérdidas en el núcleo	73
5.13 Diseño del tanque	74
5.14 Comparación de los resultados	76
CAPITULO VI.....	79
HERRAMIENTA COMPUTACIONAL	79
6.1 Fundamentos del software.....	79
6.2 Datos de Partida.....	79
6.3 Presentación de los resultados	80

6.4 Barra de menú	83
CAPITULO VII	84
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	84
7.1 Conclusiones	84
7.2 Recomendaciones	85
BIBLIOGRAFÍA	86
ANEXO 1.....	87
ANEXO 2.....	88
ANEXO 3.....	89
ANEXO 4.....	90
ANEXO 5.....	91

LISTA DE TABLAS

4.3.1 Número de escalones en función de la potencia	22
4.8.1 Tensión de prueba según la tensión máxima del transformador	40
5.14.1 Resultados de la primera iteración	86
5.14.2 Resultados de la segunda iteración	87
7.1 Características de conductores circulares.....	97
7.2 Características de conductores rectangulares tipo foil	98
7.3 Distancias minimas de aislamiento de los arrollados.....	99
7.4 Tensión de prueba según la tensión del devanado primario	100

LISTA DE FIGURAS

4.3.1	Angulo alfa en ejemplo de 5 escalones	23
4.4.1	Sección de columna cruz (2 escalones)	26
4.4.2	Sección rectangular de la columna	26
4.7	Sección transversal de los arrollados	33
4.8.5.2.1	Dimensiones del papel kraft en funcion del BIL	41
4.8.5.2.2	Dimensiones del papel kraft en funcion del Upr.....	42
4.11.1	Dimensiones horizontales del tanque.....	47
4.11.2	Dimensiones verticales del tanque	48
5.9.2	Sección transversal del arrollado primario.....	67
6.1	Hoja de cálculo de apertura del programa.....	79
6.2	Interfaz gráfica de inicio del programa	80
6.3.1	Interfaz gráfica de la pestaña del núcleo	81
6.3.2	Interfaz gráfica de la pestaña de la bobina	82
6.3.3	Interfaz gráfica de la pestaña del tanque	82
6.4.1	Menu “Edición”	83
6.4.2	Menu “Ver”	83
6.4.3	Menu “Imprimir”	83

ACRÓNIMOS

kV: Kilovoltio.

kVA: Kilovolt-Ampere.

A: Ampere.

kG: Kilogauss.

T: Tesla.

mm: milímetros.

cm: centímetros.

dm: decímetros.

kP: Kilopound.

kg: Kilogramo.

INTRODUCCIÓN

Los transformadores son de gran importancia para la operación de un sistema de transmisión. Este permite que la energía generada en una Central o Planta Eléctrica, sea elevada a un nivel de voltaje para ser transmitida a grandes distancias con pocas pérdidas y finalmente se pueda disminuir su voltaje para su utilización final en los centros urbanos y zonas industriales. La creciente demanda energética en el mundo y el ritmo productivo de las industrias hacen que se requieran sistemas de generación, transmisión y distribución de energía eléctrica cada vez más confiable y eficientes, por lo tanto los transformadores son elementos indispensables en todos estos procesos de energía, además son uno de los equipos más costosos en una instalación eléctrica.

El diseño y cálculo de un transformador monofásico de distribución consiste en elegir el tipo de núcleo y sus dimensiones, determinar las dimensiones de la cuba de aceite, definir los números de espiras primario y secundario; mientras que para iniciar el proceso de diseño se necesitan los siguientes valores de partida: tensiones de primario y secundario del transformador, potencia nominal, frecuencia, conexión del primario y secundario, sistema de enfriamiento, dieléctrico, material de los arrollados y material del núcleo.

Mediante este trabajo especial de grado se busca desarrollar un método de diseño de transformadores monofásicos de distribución con el objeto final de verificar dicho método con un transformador monofásico de distribución ya existente.

En el capítulo I del trabajo especial de grado se expone el problema y los objetivos a cumplir para solucionar el problema, adicionalmente se delimita el alcance del programa a desarrollar.

En el capítulo II se especifican los fundamentos teóricos sobre transformadores de distribución, los cuales son necesarios para el diseño de

transformadores monofásicos de distribución, estos abarcan desde las definiciones hasta los detalles constructivos.

En el capítulo III se expone una reseña de los diferentes métodos de diseño de transformadores investigados y se selecciona el método de diseño de transformadores a desarrollar.

En el capítulo IV se desarrolla detalladamente el método de diseño de transformadores impartido en las clases de Máquinas Eléctricas IV por el Prof. Jozsef Deméter.

En el capítulo V se verifica el método de diseño de transformadores del Prof. Jozsef Deméter con ciertas modificaciones para que pueda ser aplicado en el diseño de transformadores monofásicos de distribución, la validación del método se realiza través de la comparación de los resultados de diseño obtenidos con el transformador estudiado.

En el capítulo VI se expone la herramienta computacional desarrollada bajo una programación orientada a objetos (POO) en el lenguaje Visual Basic, la cual está basada en el método de diseño de transformadores monofásicos de distribución validado en el capítulo V.

CAPITULO I

EL PROBLEMA

1.1 Planteamiento del problema

Se desea validar un método de diseño de transformadores monofásicos de distribución, ya que este contempla el análisis de los tópicos y cálculos necesarios para su construcción, lo que permite, al tener unos datos de partida, lograr justificar sus dimensiones y números de espiras, además de ser un tópico de gran importancia para el Ingeniero Electricista Mención Potencia, con un futuro en una empresa dedicada a la construcción de transformadores. Adicionalmente se desea incorporar una herramienta computacional que sirva de apoyo para la aplicación del método de diseño de transformadores monofásicos de distribución.

1.2 Objetivo general

- Verificación de un método de diseño para transformadores monofásicos de distribución.

1.3 Objetivos específicos

- Documentar diferentes métodos de diseño para transformadores de distribución.
- Seleccionar un método de diseño de transformadores monofásicos de distribución.
- Aplicar el método de diseño de transformadores monofásicos de distribución seleccionado.
- Validar el método de diseño de transformadores monofásicos de distribución seleccionado, con un transformador monofásico de distribución existente.

- Implementar un método computacional que facilite la aplicación del diseño de transformadores de distribución.

1.4 Alcance

El software computacional que se desarrollará estará dedicado al diseño de transformadores monofásicos.

El programa será establecido solamente para diseñar un transformador de distribución aéreo tipo convencional y sumergido en aceite.

Está limitado a transformadores con un rango de potencia entre 5 y 100 kVA y con tensiones nominales en el arrollado primario hasta 36 kV.

1.5 Antecedentes

En los antecedentes de esta investigación se encuentra el trabajo especial de grado titulado “Diseño y construcción de transformadores secos de potencia” con Jesús Rivero como autor, trabajo del cual el Profesor Jozsef Deméter fue Profesor Guía. En dicha investigación Jesús Rivero propuso el diseño de un transformador seco con enfriamiento natural de aire.

Tomando como referencia un transformador dañado que se encontraba, para el año 1974 en el Laboratorio de Maquinas Eléctricas de la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela, dicho transformador presentó las siguientes características:

- Transformador Trifásico: Fabricación Gerliken N° 112058
- Tensiones Nominales: $U_1 = 5000 \text{ V}$; $U_2 = 227 \text{ V}$
- Conexión: $Y - Y_o$
- Potencia Nominal: 13 kVA
- Material del núcleo: Chapas laminadas en caliente de material no conocido, se supone sea DI-MAX-1135 según J. Rivero.

- Frecuencia Nominal: 50 Hz
- Tipo de transformador: Sumergido en aceite con arrollados de cobre.

Se requería entonces, con el mismo núcleo diseñar un nuevo transformador de uso específico para el Laboratorio que tuviese las siguientes características:

- Tensiones Nominales: $U_1 = 416 V$; $U_2 = 208 V$
- Tipo de arrollamiento: Cilíndrico concéntrico
- Frecuencia: 60 Hz
- Tipo de transformador: Seco con arrollados de cobre
- Conexión: DY

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Transformadores

El transformador es uno de los aparatos eléctricos más eficientes, sus partes no poseen movimiento y se encarga de transferir la potencia eléctrica de un circuito a otro magnéticamente.

El transformador consiste esencialmente en dos devanados, aislados el uno del otro, con un núcleo en común usualmente hecho de acero con excelentes propiedades magnéticas. El ensamblaje es realizado en un tanque de acero y sumergido en un refrigerante aislante, usualmente un aceite de alta rigidez dieléctrica. La conexión de las bobinas a sus respectivos circuitos es pasada a través del tanque por casquillos (Bushings) hechos de porcelana. [5]

2.1.1 Elementos principales

2.1.1.1 Núcleo

Representa el circuito magnético del transformador que se encarga de transmitir la energía del circuito primario al circuito secundario. Recientemente se construyen con láminas de acero al silicio de grano orientado lo que permite el uso de una mayor densidad de flujo, asegurando así una gran eficiencia con una corriente de excitación baja.

El núcleo de un transformador puede ser tipo acorazado o tipo columna. En el acorazado el núcleo de acero rodea a los devanados, proveyendo de un mejor circuito magnético, además por esa razón son unidades más grandes y robustas; mientras que en el núcleo tipo columna, los devanados rodean el núcleo de acero, resultando así en unidades más compactas, pequeñas y livianas. [5]

2.1.1.2 Arrollados

Los arrollados son usualmente diseñados para tener un número de vueltas requerido, ocupando el mínimo espacio, para soportar las fuerzas producidas cuando fluyen grandes corrientes (corrientes de cortocircuito) en él, y manteniendo un espacio para que el refrigerante pueda transmitir el calor generado a la superficie del tanque y del tanque a la atmósfera. También son diseñados eléctricamente para producir una combinación óptima entre pérdidas por efecto de Joule y caída de tensión en su impedancia.

Existen dos tipos de arrollados, los alternados (sándwich) y los cilíndricos concéntricos. Estos últimos son los más usados en transformadores de distribución y potencia; dentro de los arrollados tipo cilíndricos concéntricos existen distintos tipos de arrollado (capas, hélice, disco y láminas) que se diferencian en la manera de devanarlos. [7]

2.1.1.2.1 Arrollado de capas

En este tipo de arrollado, las espiras se enrollan una cercana a la otra sin que exista espacio entre ellas y puede contar con una o múltiples capas, además las espiras están dispuestas axialmente a lo largo del arrollado. [7]

2.1.1.2.2 Arrollado helicoidales

El arrollado helicoidal es adecuado para elevadas intensidades de corrientes, ya que esta es compartida por los conductores en paralelo que forman cada espira, debido a su similitud puede ser visto como una variante del arrollado de capas, solo que con aislamiento entre espiras. [7]

2.1.1.2.3 Arrollado de discos

Este tipo de arrollado es cuando se requiere un gran número de espiras y con corrientes pequeñas. Para cada disco que compone el arrollado, las espiras están dispuestas en dirección radial. [7]

2.1.1.2.4 Arrollado de láminas

Los arrollados de láminas están construidos generalmente con hojas de aluminio o cobre, con un espesor entre unos pocos y unas décimas de milímetros. Este tipo de arrollado es de los más usados para los arrollados de baja tensión en los transformadores de distribución. Esto reduce las tensiones axiales producidas por los cortocircuitos a un mínimo (hasta un 10% de las de los devanados convencionales), lo que permite simplificar enormemente la construcción del soporte axial.

La tensión máxima entre cada vuelta es solamente algunas decenas de voltios. Esto permite que el aislamiento necesario entre las vueltas (hojas) esté limitado a 1 ó 2 hojas de papel kraft fino. De acuerdo con la especificación de diseño, este aislamiento puede revestirse con un adhesivo epoxi que cura y se adhiere durante el proceso de secado.

Las estructuras que forman el espacio aislante que separa los devanados de baja y alta tensión, se montan directamente sobre el devanado de baja tensión, formando así parte de él. Estos procesos mejoran la capacidad de resistencia a cortocircuitos del transformador. [7]

2.1.2 Elementos secundarios

2.1.2.1 Sistema de aislamiento

En el transformador son usados distintos dieléctricos para lograr el aislamiento deseado entre el arrollado primario y secundario, entre los arrollados y el núcleo y entre ellos y el tanque. El aislamiento es de gran importancia en los

transformadores ya que debe ser capaz de soportar los esfuerzos mecánicos y térmicos producidos por la elevación de temperatura.

Los transformadores tipo cilíndricos concéntricos tienen la particularidad de que el arrollado de baja es el más cercano al núcleo y con un aislado que depende de la tensión de baja, logrando así que solamente se requiera diseñar el aislamiento entre al arrollado de baja y el de alta, el cual depende de la tensión de este último.

La vida de los aislamientos representa la vida útil del transformador, si un transformador posee un aislamiento deteriorado, indica que está próximo a sufrir una falla y por lo tanto a pasar a un estado igual al de fuera de servicio. Los aislamientos se ven afectados por temperaturas elevadas y el tiempo en el que se encuentran expuestos a estas temperaturas; estos aumentos de temperatura se deben a la mala refrigeración que no permite la disipación adecuada de las perdidas en el hierro y en el cobre.

El sistema de aislamiento de un transformador sumergido en aceite viene dado por aislamientos sólidos y por aislamientos líquidos. Los aislamientos sólidos vienen dados por papel kraft, presspan, cartón prensado, esmaltes y barnices, algodón, collares de cartón prensado, entre otros; mientras que en los aislamientos líquidos se encuentran el aceite mineral, vegetal y de silicona.

2.1.2.2 Sistema de refrigeración

La mayoría de los transformadores de distribución, tienen sus núcleos y bobinas sumergidas en aceite aislante. El calor producido por las pérdidas en el hierro y en el cobre es llevado a través del aceite a las paredes del tanque y allí se disipa en la atmósfera. Por lo tanto, se evitan las temperaturas excesivas y la formación de puntos calientes, evitando daños en el aislamiento y en los conductores. Donde el uso de aceite es indeseable, principalmente debido al fuego, se utilizan transformadores refrigerados por aire. [6]

2.1.2.2.1 Transmisión de calor por conducción

En el núcleo consecuencia del efecto de la histéresis y de las corrientes de Foucault se produce calor en su interior, dicho calor debe ser conducido a la parte externa del núcleo y así poder ser transmitido al refrigerante; si la superficie en contacto no es suficiente, se produce una diferencia de temperatura entre la parte interna del núcleo con respecto a la parte externa del núcleo.

En los arrollados se genera calor debido al paso de corriente por el conductor, si el arrollado posee una gran cantidad de espiras y capas se pueden originar puntos calientes en él, debido a que la superficie de contacto entre capas no es suficiente para lograr la conducción correcta del calor. Por lo tanto en los arrollados con una gran cantidad de espiras y capas se subdividen con ductos de circulación del refrigerante para evitar una diferencia de temperatura entre la zona interior y la zona exterior. [3]

2.1.2.2.2 Transmisión de calor por convección

En el interior de un transformador sumergido, las moléculas de un fluido (dieléctrico) en contacto con la superficie del núcleo y arrollados a mayor temperatura, se calientan por conducción, disminuyen su peso específico y tienden a elevarse a lo largo de la superficie del tanque, dejando lugar a otras partículas de fluido, estableciendo así una corriente ascendente. Si el fluido se mueve libremente por variación de su peso específico se denomina convección natural, en cambio si se le dirige o impulsa, obligándolo a moverse a lo largo de la superficie de un cuerpo se trata de convección forzada. En la superficie exterior del tanque en con contacto con el aire ocurre un proceso similar al anterior descrito, solamente que tratándose de aire. [3]

2.1.2.2.3 Transmisión de calor por radiación

La radiación de calor de un cuerpo en una cantidad determinada depende de distintos factores, en el caso de los transformadores se deben considerar la

temperatura que posee, el estado y color de la superficie, pues tratándose de un cuerpo compuesto por distintos materiales se tienen distintos factores para cada uno de los materiales. [3]

2.1.2.3 Tanque

El tanque del transformador tiene dos funciones, la primera es contener el refrigerante aislante en un volumen determinado y la segunda es disipar el calor generado en el interior del transformador. Debido a esta última función su volumen varia, en los casos donde la superficie del tanque no disipa todo el calor generado en el interior, se ondula la superficie (Tanque corrugado) para aumentar la superficie de disipación. También se agregan radiadores, ventiladores o bombas para mejorar el proceso de trasmisión y disipación del calor. [3]

2.2 Transformadores de distribución

Los transformadores de distribución se pueden instalar en postes (aéreo tipo poste), en casetas, en pedestales (tipo pedestal) y bajo el suelo (tipo sumergible). Los transformadores utilizados en estos tipos de instalaciones difieren en la forma del tanque y accesorios, ya que las características de funcionamiento interno son muy similares.

2.2.1 Transformador tipo poste

Este tipo de transformador de distribución está montado directamente en un poste por medio de dos salientes soldados al tanque del transformador que conectan dos pernos en el poste, en contraste con métodos antiguos en los que el transformador era atornillado a un par de hierros de suspensión que colgaban sobre un brazo cruzado. [5]

Cuando se requiere más de un transformador, como en los bancos de potencia, las orejas del transformador enganchan los pernos en un soporte que está

atornillado, como un collar, alrededor del poste; las unidades forman un conglomerado alrededor del poste. Este tipo de transformadores también puede estar sobre una estructura metálica elevada. Estos mismos transformadores también se utilizan en cajas de transformación (cuartos cerrados a nivel del suelo).

2.2.2 Transformador tipo pedestal

Los transformadores tipo pedestal están montados sobre almohadillas de hormigón en el nivel del suelo, o ligeramente por debajo, dentro de un recinto o compartimiento que puede estar bloqueado para protección. Los transformadores pueden tener sus terminales energizados expuestos cuando el compartimento está abierto o los terminales pueden montarse detrás de una barrera aislante y conexiones de los cables hechas a través de conexiones tipo bayoneta en codos aislados que están enchufados en tomas conectadas a los terminales. [5]

2.2.3 Transformador tipo sumergible

En el transformador de distribución tipo sumergible, el tanque no es herméticamente sellado solamente para la impermeabilidad, sino que sus paredes, fondo, y cubierta son más gruesos para soportar presiones internas y externas más altas; la tapa está atornillada al depósito (con juntas intermedias) por un número relativamente grande de pernos y, en algunos casos, se usa soldadura. Estas unidades están diseñadas para operar completamente sumergidas en agua. [5]

En las unidades más grandes, donde el enfriamiento del tanque no es suficiente, las aletas del radiador se sueldan al tanque para proporcionar una superficie ondulante adicional, o las tuberías se sueldan al tanque para la circulación de aceite a través de ellas; en este último caso, la superficie adicional de los tubos así como el aceite de circulación es útil para el enfriamiento.

2.3 Transformadores monofásicos de distribución

La mayoría de los transformadores de distribución en servicio son unidades monofásicas que transmiten energía a cargas monofásicas directamente o que transmiten energía a cargas trifásicas en bancos de dos o tres unidades. El arrollado secundario se divide generalmente en dos partes iguales, teniendo cada parte una tensión de 120 V entre sus terminales. Las dos partes se pueden conectar en paralelo para un funcionamiento de 120 V o en serie para un funcionamiento de 240 V. En las unidades más antiguas, los cuatro conductores de las dos partes del arrollado secundario eran llevados fuera del tanque a través de casquillos aislados, y se realizaban las conexiones fuera del tanque; mientras que en diseños más recientes, las conexiones de las piezas se realizan dentro del tanque y sólo se sacan aquellos conductores que el circuito requiere.

Los conductores del arrollado primario se sacan del tanque a través de casquillos aislados generalmente hechos de porcelana de dimensiones suficientes para aislar la tensión primaria. Los transformadores monofásicos también pueden utilizarse para alimentar cargas bifásicas y trifásicas a partir de un suministro primario trifásico; también pueden usarse como transformadores de elevación o de corte en circuitos de alimentación primarios monofásicos. Los arrollados primarios también pueden estar provistos de aparatos que permiten cambios en la relación de transformación para acomodar la necesidad de elevación o descenso fijo de la tensión secundaria. [6]

2.4 Bushing (Pasa Tapa)

En todos los transformadores de distribución se encuentran los dispositivos aisladores que normalmente se denominan Bushings primarios y secundarios; un bushing es un revestimiento aislante para el agujero en el tanque a través del cual el conductor debe pasar. Los Bushings primarios son siempre mucho más grandes porque la tensión es más grande. En ocasiones los bushing primario y secundario son llamados casquillos de alta y baja tensión. [6]

Los bushings pueden sobresalir de la pared lateral del transformador tanque. Existen tres tipos de bushings; el sólido de porcelana, el lleno de aceite y el tipo condensador. Un conductor atraviesa el centro de la forma de porcelana. En el caso de los transformadores de alta tensión, los bushings están llenos de aceite para mejorar sus características aislantes dentro de sus dimensiones especificadas. Los tres tipos de bushing tienen una superficie de porcelana para contener el aislamiento interior. [6]

2.5 Conmutador de tomas (Taps)

Un método utilizado para ajustar la relación de los arrollados del transformador es usar el conmutador o cambiador de tomas en vacío. Un transformador equipado con un cambiador de tomas sin carga, siempre debe desconectarse del sistema antes de realizar el ajuste de la relación. El selector opera bajo aceite habitualmente colocado dentro del propio transformador; pero no está diseñado para ser utilizado como interruptor de circuito.

Si es necesario cambiar la relación de transformación cuando el transformador no puede ser desconectado del circuito, se utilizan cambiadores de toma bajo carga. Estos implican el uso de un autotransformador y una disposición de conmutación elaborada. Los cambiadores de tomas pueden funcionar automáticamente si están diseñados con circuitos de control adicionales. [6]

2.6 Pérdidas de un transformador

2.6.1 Pérdidas en el hierro

Las pérdidas en el hierro, o pérdidas en vacío, dependen principalmente de las características del material utilizado. Los fundamentos para la determinación de las pérdidas en vacío de un transformador se encuentran en la característica de pérdidas específicas en función de la inducción, cuya

información es suministrada por el proveedor del material, o bien obtenida con el aparato de Epstein. [8]

Según [8] las perdidas en el hierro vienen dadas de la siguiente manera:

- Por histéresis.
- Por corrientes parasitas (Foucault) en el núcleo.

2.6.2 Pérdidas en el cobre

Según [8] las pérdidas en el cobre vienen dadas principalmente de la siguiente manera:

- Por efecto de Joule en los conductores, a base de la corriente a plena carga.
- Adicionales por las corrientes parásitas, originadas en los conductores por los flujos alternos que la atraviesan (efectos superficial y de proximidad). Las pérdidas adicionales se deben considerar al momento de diseñar el arrollado, ya que poseen valores comprendidos entre el 3% y el 20% de las pérdidas totales del transformador. Al momento de diseñar un transformador para disminuir las pérdidas adicionales, se evitan secciones grandes en los conductores, para así tener conductores en paralelo y transpuestos.

2.7 Transposiciones

La gran mayoría de los arrollamientos de alta tensión de los transformadores de distribución se realizan con conductor redondo, aislado con esmalte, cuyo diámetro no supera normalmente los 3 mm. En máquinas de gran potencia los arrollamientos se realizan con pletinas y las más frecuentemente utilizadas tienen normalmente una sección que no supera los 30 a 40 mm^2 . Esto es debido a detalles constructivos, ya que las pletinas demasiado gruesas imponen esfuerzos demasiado grandes para construir el arrollamiento dificultando su ejecución, con riesgo de dañar el aislamiento. Cuando se requieren secciones

mayores se recurre al uso de pletinas en paralelo que se deben transponer para así lograr reducir las pérdidas en el conductor. [7]

La ejecución de las transposiciones es la operación que requiere el mayor empleo de tiempo en la construcción de los arrollamientos helicoidales; las mismas aumentan las dimensiones del arrollamiento y constituyen los puntos delicados desde el punto de vista del aislamiento y de la capacidad de soportar esfuerzos electrodinámicos; por estos motivos es necesario reducir en cuanto sea posible el número de transposiciones a realizar.

Se le hace ocupar sucesivamente y repetidamente a cada una de las pletinas todas las posiciones posibles dentro de la sección total del conductor mediante transposición continua realizada a máquina. El conjunto de todas las pletinas se encinta con papel de celulosa pura.

CAPITULO III

DOCUMENTACIÓN DE LOS MÉTODOS DE DISEÑO

3.1 Reseña de los métodos de diseño de transformadores.

3.1.1 Método del Dr. Juan Corrales Martin.

Este método, está basado en el cálculo paramétrico de los elementos que conforman el transformador, principalmente el circuito eléctrico y el circuito magnético. El diseño del núcleo inicia con la sección de la columna principal, después se determina la carga lineal específica, luego se determina la altura de la columna y el ancho de la ventana. El diseño de los arrollados consiste en determinar la sección de los conductores que lo conforman, a partir de la configuración de los devanados y del número de espiras. [4]

El espesor de los aislamientos se determina gráficamente, a través de curvas de ruptura dieléctrica proporcionadas en la sección 2 del Tomo I de “Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas”. Por último, se determina el tipo de tanque de acuerdo a las pérdidas del núcleo y los arrollados. [4]

3.1.2 Método del Ing. Pedro Avelino Pérez.

El método de diseño, exclusivo para transformadores de distribución, consiste en determinar inicialmente la sección del núcleo, luego a través de una ecuación empírica basada en la experiencia del autor que permite el cálculo de la tensión inducida en una espira. El dimensionado de los devanados se logra a través de la determinación y selección de los conductores comerciales, luego se determinan las dimensiones del núcleo, ya que estas dependen de las dimensiones de los devanados. Por último se determinan las dimensiones del tanque y el tipo de tanque requerido por las pérdidas totales del transformador. [2]

3.1.3 Método del Ing. Francisco Singer.

El método de diseño inicia con el cálculo de la sección transversal de la columna principal del núcleo, luego se determinan las dimensiones preliminares del núcleo; después se determinan los coeficientes o parámetros que usa el autor y están basados en su experiencia, luego dichos coeficientes se usan para determinar las dimensiones definitivas del núcleo. [3]

Las dimensiones de los arrollados dependen enteramente de los coeficientes antes determinados. Por último el diseño del tanque viene dado por un estudio térmico realizado a los transformadores, dicho estudio arroja una tabla (empírica) de las dimensiones que depende de los coeficientes del método. [3]

3.1.4 Método del Prof. Jozsef Deméter.

Este método de diseño inicia con la determinación de la sección de la columna, luego se determinan las secciones de los conductores y las características y dimensiones de los devanados; después se calcula las dimensiones y peso del núcleo. Por último se determinan las dimensiones del transformador y el tipo de transformador, dependiendo de cuál sea el requerido para disipar de manera efectiva el calor producido por las pérdidas del transformador.

3.2 Selección del método de diseño de transformadores.

Se seleccionó el método de diseño del Prof. Jozsef Deméter, ya que este ofrece ventajas que lo diferencia de los otros métodos de diseño, entre dichas ventajas están las siguientes:

- El método de diseño establece que puede ser usado con cualquier tipo de transformador, es decir, monofásico o trifásico, distribución o potencia.

- El uso de los apuntes de la clase de Máquinas Eléctricas IV y la consulta con los profesores que en su momento cursaron la asignatura, permiten disipar cualquier duda durante la investigación.
- Siendo un método de diseño expuesto por el Prof. Jozsef Deméter, un profesor de la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela, existen varios trabajos especiales de grado bajo su tutoría o guía que están relacionado con el tema de estudio e investigación, pasando a formar parte de los antecedentes del trabajo especial de grado.

CAPITULO IV

DESARROLLO DEL MÉTODO DE DISEÑO

4.1 Datos de partida

El método de diseño de transformadores a desarrollar fue el impartido en las clases de Máquinas Eléctricas IV del profesor Jozsef Deméter. Usando los apuntes de esas clases y varios proyectos como guía. Para la ejecución del método se necesitan los siguientes datos del transformador:

- Potencia nominal
- Tensión nominal del devanado primario
- Tensión nominal del devanado secundario
- Frecuencia
- Tomas (Taps)
- Sistema de enfriamiento
- Dieléctrico
- Material de los arrollados
- Material del núcleo

4.2 Área de la sección de la columna principal del núcleo

4.2.1 Cálculo de K_0

En el cálculo de K_0 intervienen tres ecuaciones empíricas del método seleccionado, las cuales son la (4.2.1.1), (4.2.1.2) y la ecuación (4.2.1.3.).

El método diseñado solo contempla transformadores monofásicos, se utiliza el valor de la potencia nominal monofásica y el valor de la tensión nominal del devanado de alta en las ecuaciones empíricas (4.2.1.1) y (4.2.1.2) respectivamente.

$$K_1 = 180,857 - 4,081 * 10^{-2} * Pn_1 \quad (4.2.1.1)$$

$$K_2 = 137,143 - 0,71486 * Un_1 \quad (4.2.1.2)$$

Dónde:

- Pn_1 : Potencia nominal monofásica [kVA]
- Un_1 : Tensión del arrollado de alta [kV]
- $5 \text{ Kva} < Pn_1 < 1000 \text{ Kva}$
- $Un_1 < 60 \text{ Kv}$

Al obtener los parámetros K_1 y K_2 se determina el valor del parámetro K_0 usando la ecuación empírica (3.2.1.3).

$$K_0 = \frac{K_1 + K_2}{2} \quad (4.2.1.3)$$

4.2.2 Cálculo del área neta

Se determina el área efectiva de la sección transversal de la columna principal (Ver sección 1 del Apéndice).

$$A_0 = K_0 * \sqrt{\frac{Pn_1}{f}} \quad (4.2.2.1)$$

Dónde:

- Pn_1 : Potencia nominal monofásica [kVA]
- f : Frecuencia [Hz]
- A_0 : Sección neta de la columna principal [cm^2]

4.2.3 Cálculo del área bruta

Por último se calcula el valor del área bruta de la sección de la columna principal, usando la ecuación (4.2.3.1).

$$A_{0br} = \frac{A_0}{K_{hi}} \quad (4.2.3.1)$$

Dónde:

- A_0 : Sección neta de la columna principal [cm^2]
- K_{hi} : Factor de apilamiento
- A_{0br} : Sección bruta de la columna principal [cm^2]

4.3 Forma cruciforme de la sección de la columna principal del núcleo

La sección de la columna principal del núcleo puede ser de forma cruciforme (escalonada) o de forma rectangular. A continuación se especifica el procedimiento a seguir en el caso de una sección cruciforme, sin embargo el procedimiento de cálculo de la sección se agrega como información adicional, ya que el método diseñado solamente estipula secciones rectangulares

4.3.1 Diámetro de la sección

Asumiendo que la sección de la columna principal es cruciforme para así aprovechar al máximo el área del núcleo, ya que generalmente debido al calibre de los conductores, los arrollados forman una sección circular o elíptica, sin importar la forma que tenga la sección del núcleo.

Por medio de la Tabla (4.3.1) suministrada en [1] se determina el número de escalones de la sección cruciforme.

Tabla 4.3.1: Número de escalones en función de la potencia

Rango de potencia nominal	Número de Escalones
$Pn_1 \leq 100 \text{ kVA}$	3
$100 \text{ kVA} < Pn_1 \leq 300 \text{ kVA}$	4

$300 \text{ kVA} < P_{n_1} \leq 500 \text{ kVA}$	5
$500 \text{ kVA} < P_{n_1} \leq 1000 \text{ kVA}$	7

Una vez determinado el número de escalones, se procede a calcular el Angulo α usando la ecuación (4.3.1.) asegurando así el máximo factor de relleno geométrico, como es mostrado en la Figura (4.3.1), para luego calcular el factor de relleno geométrico usando la ecuación (4.3.2).

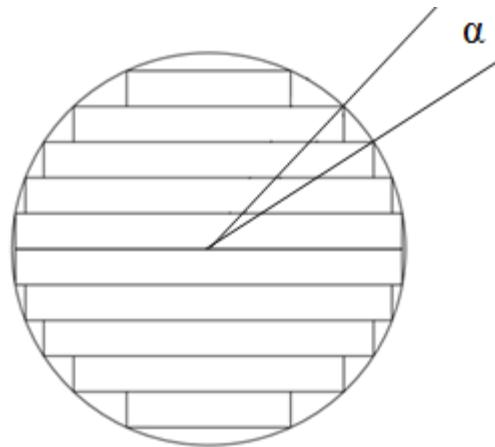


Figura 4.3.1: Angulo alfa en ejemplo de 5 escalones

$$\alpha = \frac{90}{n_1+1} \quad (4.3.1)$$

$$Kg_{n_1} = \frac{4}{\pi} * \sum_{n=1}^{n_1} \left(\frac{1}{2} \right) * \sin \left(\frac{n*180}{n_1+1} \right) - \cos \left(\frac{n*90}{n_1+1} \right) * \sin \left(\frac{(n-1)*90}{n_1+1} \right) \quad (4.3.2)$$

Por último se calcula el diámetro usando la siguiente ecuación:

$$D_o = \sqrt{\frac{4*A_{obr}}{\pi*Kg_{n_1}}} \quad (4.3.3)$$

4.3.2 Dimensiones de las láminas que forman la sección escalonada

La sección de la columna principal del núcleo cruciforme está dividida en grupos de láminas llamados escalones. Cada escalón posee un ancho, una altura y un número de láminas diferente al siguiente escalón.

4.3.3 Cálculo preliminar de las dimensiones de los escalones

Para determinar el ancho, la altura preliminar y la cantidad de láminas preliminar de cada escalón se tienen las siguientes ecuaciones:

$$a_x = D_o * \cos(x * \alpha) \quad (4.3.4)$$

$$b_x = \frac{D_o}{2} * (\sin(x * \alpha) - \sin((x - 1) * \alpha)) \quad (4.3.5)$$

$$A_{br} = \frac{\text{Espesor neto de una lamina}}{K_{hi}} \quad (4.3.6)$$

$$m_x = \frac{2 * b_x}{A_{br}} \quad (4.3.7)$$

Dónde:

- a_x : Ancho de un grupo de láminas [mm]
- D_o : Diámetro de la columna
- b_x : Espesor de un grupo de láminas [mm]
- A_{br} : Espesor bruto de una lámina [mm]
- m_x : Cantidad de láminas de un grupo

4.3.4 Cálculo definitivo de las dimensiones de los escalones

Debido a que la cantidad de láminas debe ser par y entera se aproximan los valores de m_x obtenidos anteriormente, luego se vuelven a calcular el espesor de cada grupo de láminas con la cantidad de láminas definitiva, usando la ecuación (4.3.7). Una vez modificado el espesor de cada grupo de láminas, se ha

modificado el área bruta de la sección por lo tanto debe ser recalculada con la ecuación (4.3.8).

$$A_{obr} = \sum_{x=1}^{n_1} 2 * a_x * b_x \quad (4.3.8)$$

Dónde:

- a_x : Ancho de un grupo de láminas [mm]
- A_{br} : Área bruta de la columna [cm^2]
- b_x : Espesor de un grupo de láminas [mm]

Por último se determinan de manera definitiva los valores del área neta de la columna y del diámetro de la columna, usando las ecuaciones (4.2.3.1) y (4.3.3) respectivamente.

4.4 Forma rectangular de la sección de la columna principal del núcleo

En los transformadores monofásicos de distribución, es común el uso de núcleo arrollado, donde la sección de la columna principal es de forma rectangular y sus dimensiones están dadas por una altura que coincide con el ancho de las láminas que forman el núcleo y por un ancho que coincide con el espesor de las láminas según sea el número de laminaciones del núcleo.

En un núcleo de sección cruz (cruciforme de 2 escalones) como el que se muestra en la Figura (4.4.1), se puede observar que existe una relación constante (R_C) entre la altura y el ancho del escalón central (escalón de mayor área).

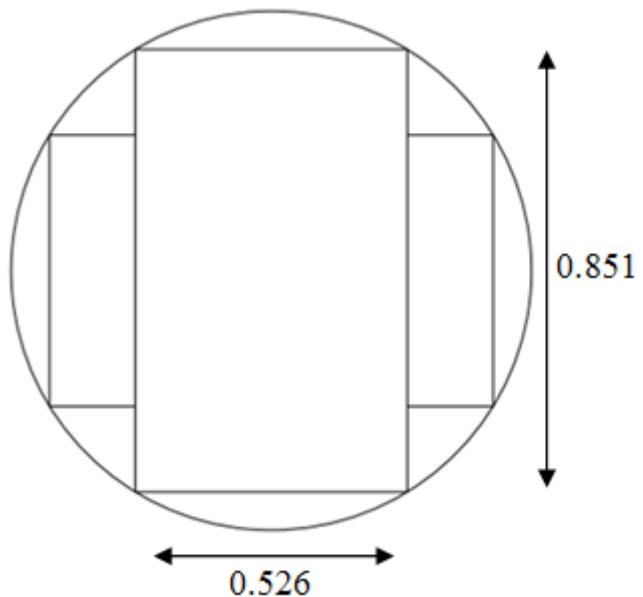


Figura 4.4.1: Sección de columna cruz (2 escalones)

$$R_C = \frac{0.851}{0.526} \quad (4.4.1)$$

Se toma la relación (R_C) entre ancho y alto para obtener las dimensiones de un núcleo rectangular como el que se muestra en la Figura (4.4.2).

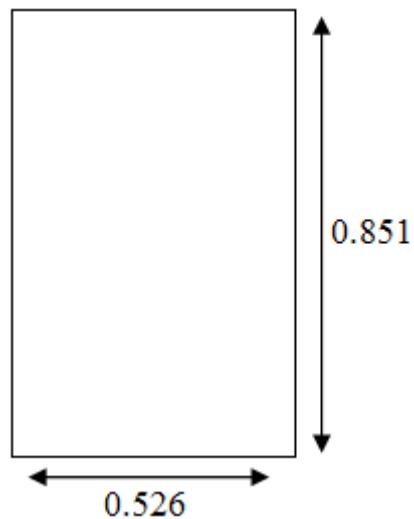


Figura 4.4.2: Sección de columna rectangular

4.4.1 Dimensiones de la sección

Primero se determina la altura (ancho de las láminas) usando la ecuación (4.4.2), después se calcula el ancho de la sección (este valor es preliminar) usando la ecuación (4.4.3).

$$Al_{SC} = \sqrt{A_{obr} * R_C} \quad (4.4.2)$$

$$An_{SC} = \frac{Al_{SC}}{R_C} \quad (4.4.3)$$

Dónde:

- A_{obr} : Sección bruta de la columna [cm^2]
- An_{SC} : Ancho de la sección [cm]
- Al_{SC} : Altura de la sección [cm]
- R_C : Constante de relación

4.4.2 Cantidad de láminas en la sección

Una vez obtenido el ancho de la sección se procede a obtener el número de laminaciones que posee la sección, de acuerdo al espesor de cada lámina, usando la ecuación (4.4.4).

$$m = \frac{An_{SC}}{A_{br}} \quad (4.4.4)$$

Dónde:

- A_{br} : Espesor bruto de una lámina [cm]
- An_{SC} : Ancho de la sección [cm]
- m : Número de laminaciones

4.4.3 Corrección de las dimensiones de la sección

El número de laminaciones debe ser aproximado a entero y par, por lo tanto con ese nuevo número de laminaciones debe ser recalculado el ancho de la sección, la altura de la sección, el área bruta y el área neta de la sección de la columna principal.

4.5 Densidad de flujo

La densidad de flujo que circula por la columna principal es mayor que la que circula por las otras columnas de menor sección transversal, la elección de un valor de densidad de flujo se realiza considerando que su incremento conlleva a un incremento en las pérdidas del hierro mientras que su disminución trae consigo el aumento del número de vueltas (espiras). Las ecuaciones para realizar el cálculo de la densidad de flujo en transformadores en aceite son y se dan en unidades de kGauss:

$$\text{Chapas laminadas en frío: } \beta_{0f} = 15,224 + 2,377 * 10^{-3} * Pn_1 \quad (4.5.1)$$

$$\text{Chapas laminadas en caliente: } \beta_0 = 0.86 * \beta_{0f} \quad (4.5.2)$$

4.6 Diseño del arrollado de baja tensión

4.6.1 Tensión inducida en una espira

A partir de la ecuación (4.2.2.1) se despejan los valores de potencia, corriente y número de vueltas para así obtener la siguiente ecuación, la cual permite calcular la tensión inducida en una espira.

$$U_m = \sqrt{2} * \pi * f * \beta_o * A_o \quad (4.6.1)$$

Dónde:

- U_m : Tensión inducida en una espira [V]
- f : Frecuencia [Hz]

- A_o : Área neta de la columna [m]
- β_o : Densidad de flujo [T]

4.6.2 Número total de espiras

El número total de espiras es determinado por la relación de la tensión nominal con respecto a la tensión inducida en una espira, en arrollados trifásicos interviene un factor a considerar en la ecuación dependiendo del tipo de conexión.

$$N'_2 = (Un_2/U_m) \quad (4.6.2)$$

Dónde:

- N'_2 : Número total de espiras [vuelta]
- Un_2 : Tensión nominal del arrollado de baja [V]
- U_m : Tensión inducida en una espira [V/vuelta]

4.6.3 Corrección de U_m y β_o

Ahora un valor aproximado a entero del número total de espiras, se calculan nuevamente la densidad de flujo definitiva y la tensión inducida en una espira, usando las siguientes ecuaciones.

$$\beta_o = \frac{\beta'_o * N'_2}{N_2} \quad (4.6.3.1)$$

$$U_m = \frac{U'_m * N'_2}{N_2} \quad (4.6.3.2)$$

Dónde:

- N_2 : Número total de espiras aproximado a entero [vuelta]
- N'_2 : Número total de espiras sin aproximar [vuelta]
- β_o : Densidad de flujo [T]
- β'_o : Densidad de flujo con N'_2 [T]

- U_m : Tensión inducida en una espira [V/vuelta]
- U'_m : Tensión inducida en una espira con N'_2 [V/vuelta]

4.6.4 Cálculo de la densidad de corriente

Cuando los valores de potencia monofásica se encuentran comprendido entre 5 [kVA] y 1000 [kVA], el rango de valores de la densidad de corriente se encuentra entre 3 [A/mm^2] y 5 [A/mm^2], para los arrollados de cobre esta definida por la ecuación (4.6.4.1), mientras que en arrollados de aluminio está definida por la ecuación (4.6.4.2).

$$S'_{co} = 2.95918 + 2.04082 * 10^{-3} * Pn_1 \quad (4.6.4.1)$$

$$S'_{al} = 0.775 * S'_{co} \quad (4.6.4.2)$$

Dónde:

- S'_{co} : Densidad de corriente del cobre [A/mm^2]
- S'_{al} : Densidad de corriente del aluminio [A/mm^2]
- Pn_1 : Potencia nominal monofásica [kVA]

4.6.5 Sección del conductor

Se determina la primera aproximación al área del conductor a usar en el arrollado con la ayuda de la siguiente ecuación.

$$q'_2 = \frac{I_2}{S'_2} \quad (4.6.5)$$

Dónde:

- S'_2 : Densidad de corriente del conductor [A/mm^2]
- I_2 : Intensidad de corriente del arrollado de baja [A]
- q'_2 : Sección transversal del conductor [mm^2]

4.6.6 Forma y normalización de la sección del conductor

Inicialmente se asume que la forma del conductor es circular y si el diámetro no supera el valor de 2.3 mm, mantendrá su forma circular; en caso contrario si el diámetro es mayor a 2.3 mm se cambia la selección de la forma a rectangular con esquinas redondas. Para normalizar el valor de área de la sección se tienen dos tablas, una para conductores circulares (Tabla de la sección 1 de Anexos) y la otra para conductores rectangulares.

Si el área de la sección supera la máxima normalizada (88.74 mm^2), se dispondrá de varios conductores conectados en paralelo que formen una sección equivalente a la deseada, dichos conductores deberán transponerse para que así cada uno posea la misma longitud y disposición simétrica, logrando así que la resistencia y la inductancia sea igual para cada conductor; con la transposición de los conductores se logra la misma tensión inducida en todas las espiras, además de evitar corrientes circulatorias.

Una vez obtenidas a través de una de las tablas las dimensiones normalizadas del conductor, usando la ecuación (4.6.5) y despejando, se procede a obtener el valor densidad de corriente que corresponde al área normalizada.

4.6.7 Elección del tipo de arrollado de baja tensión

Ya conocidos los valores de densidad de corriente y sección de la columna, se dispone a seleccionar el tipo de arrollado. En este método la selección se realiza entre 5 tipos de arrollados cilíndricos, siendo estos los más usados.

Los criterios de selección de cada tipo de arrollado de baja tensión son:

- Arrollado Tipo 1: Se selecciona este tipo de arrollado cuando el número de espiras es relativamente bajo con una o dos capas y se necesita solamente un conductor por espira.

- Arrollado Tipo 2: La selección de este tipo de arrollado se da cuando se posee una sola capa y se necesitan dos conductores en paralelo por espira, adicionalmente para este tipo de arrollado es necesario cumplir con que el número de espiras del arrollado sea par, garantizando así la correcta transposición.
- Arrollado Tipo 3: Se selecciona este tipo de arrollado cuando posee una sola capa y se necesitan tres o cuatro conductores en paralelo por espira, además para este tipo de arrollado se debe cumplir con que la relación entre el número de espiras del arrollado y el número de conductores en paralelo sea un número entero, garantizando así la correcta transposición.
- Arrollado Tipo 4: La selección de este tipo de arrollado se da cuando posee una sola capa y se necesitan seis u ocho conductores en paralelo, adicionalmente para este tipo de arrollado es necesario cumplir con que la relación entre el número de espiras del arrollado y el número de conductores en paralelo sea un número entero, garantizando así la correcta transposición.
- Arrollado Tipo 5: Se selecciona este tipo de arrollado para diseñar transformadores con una relación de tensión de $400[kV]/120 [V]$ o relaciones grandes de valores similares, además para este tipo de arrollado se debe cumplir con que la relación entre el número de espiras del arrollado y el número de capas sea un número entero.

4.7 Pérdidas del arrollado de baja tensión

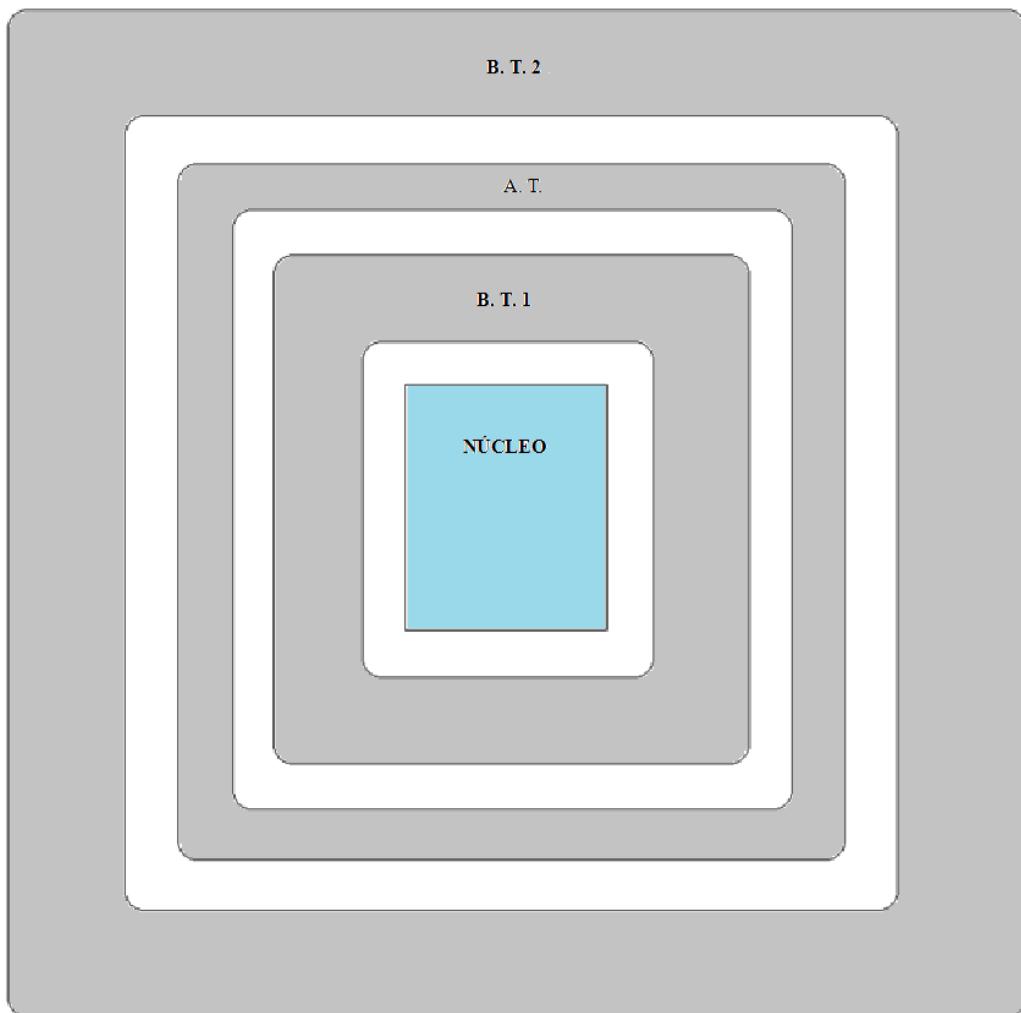


Figura 4.7: Sección transversal de los arrollados

4.7.1 Cálculo de parámetros preliminares

Las pérdidas que se dan en el arrollado de baja tensión son el resultado de la adición de las pérdidas por efecto de Joule y las pérdidas adicionales, por lo tanto para realizar dicho cálculo primero es necesario conocer ciertos parámetros preliminares. Entonces para calcular las pérdidas del arrollado es necesario conocer la longitud promedio de una espira y el peso del conductor del arrollado.

4.7.1.1 Longitud promedio en dirección del eje “i” del arrollado B. T. 1.

Se determina $E_{BT_{1x}}$ usando la ecuación (4.7.1.1)

$$E_{BT_{1i}} = A_i + 2 * E_{D1} + H_2 * (N_2/2) \quad (4.7.1.1)$$

Dónde:

- $E_{BT_{1i}}$: Longitud promedio en el eje “i” [mm]
- A_i : Longitud de la sección en el eje “i” [mm]
- E_{D1} : Espesor del aislamiento entre el núcleo y B. T. 1 [mm]
- H_2 : Longitud del conductor en el eje “i” [mm]
- N_2 : Numero de espiras del arrollado secundario [vuelta]
- i : Eje “x” o “y”

4.7.1.2 Longitud promedio en dirección del eje “x” del arrollado B. T. 2

Se determina $E_{BT_{2x}}$ usando la ecuación (4.7.1.2)

$$\begin{aligned} E_{BT_{2i}} = & A_i + 2 \\ & * \left(E_{D1} + H_2 * \left(\frac{N_2}{2} \right) + 2 * E_{D2} + H_1 * (N_C) + E_4 * (N_C - N_S) + E_{D3} \right. \\ & \left. * (N_S - 1) \right) + H_2 * \left(\frac{N_2}{2} \right) \quad (4.7.1.2) \end{aligned}$$

4.7.1.3 Longitud del conductor de un arrollado

La longitud del conductor se determina usando la ecuación (4.7.1.3)

$$L_{BT_n} = 2 * (E_{BT_{nx}} + E_{BT_{ny}}) * (N_2/2) \quad (4.7.1.3)$$

Dónde:

- $E_{BT_{nx}}$: Longitud promedio en el eje “x” [mm]
- $E_{BT_{ny}}$: Longitud promedio en el eje “y” [mm]
- L_{BT_n} : Longitud del arrollado [mm]
- n : Puede ser “1 o “2” dependiendo del devanado.

4.7.1.4 Cálculo del peso de un arrollado

$$G_{BT_n} = L_{BT_n} * q_2 * \gamma_{co} \quad (4.7.1.4)$$

Dónde:

- L_{BT_n} : Longitud del arrollado [cm]
- γ_{co} : Peso específico del conductor [kp/cm^3] P
- q_2 : Sección transversal del conductor [cm^2]
- n : Puede ser “1 o “2” dependiendo del devanado.

4.7.2 Cálculo de las pérdidas por corriente continua

Se determinan las pérdidas por corriente continua sustituyendo los valores calculados anteriormente en la siguiente ecuación

$$P'_{co_2} = 2.427 * S_2^2 * G_{co_2} \quad (4.7.2.1)$$

$$P'_{al_2} = 13.33 * S_2^2 * G_{co_2} \quad (4.7.2.2)$$

Dónde:

- P'_{co_2} : Pérdidas por corriente continua del arrollado de cobre [w]
- P'_{al_2} : Pérdidas por corriente continua del arrollado de aluminio[w]
- G_{co_2} : Peso del conductor [kP]

4.7.3 Cálculo de pérdidas adicionales

Las pérdidas adicionales son proporcionales a las pérdidas principales y se calculan en el siguiente orden ascendente de las ecuaciones a usar.

$$\xi = H_2 * \sqrt{\frac{\pi * B_2 * N_c * f * \mu_o}{Ls_2 * \rho^{75^\circ}}} \quad (4.7.3.1)$$

$$Kad_{\square} = \frac{m^2 - 0.2}{9} * \xi^4 \quad (4.7.3.2)$$

$$Kad_o = \frac{m^2 - 0.2}{15.25} * \xi^4 \quad (4.7.3.3)$$

Dónde:

- H_2 : Altura del conductor [cm]
- B_2 : Ancho del conductor [cm]
- N_c : Número de conductores en dirección axial
- μ_o : Permeabilidad del vacío
- Ls_2 : Longitud del arrollado [cm]
- ρ^{75° : Resistividad del conductor a 75°
- ξ : Altura reducida del conductor
- f : Frecuencia [Hz]
- m : Número de capas de un grupo magnéticamente equilibrado
- Kad_{\square} : Factor adicional para sección rectangular
- Kad_o : Factor adicional para sección circular

4.7.4 Cálculo de pérdidas totales

Las pérdidas totales en el arrollado de baja tensión son el resultado de la siguiente ecuación:

$$P_2 = (1 + Kad) * P'_2 \quad (4.7.4.1)$$

Dónde:

- P_2 : Pérdidas totales del arrollado [w]
- P'_2 : Pérdidas del arrollado [w]
- Kad : Factor de pérdidas adicionales

4.8 Diseño del arrollado de alta tensión

4.8.1 Cálculo del número de espiras

Antes de realizar el cálculo del número de espiras del arrollado de alta, es necesario resaltar que posee tomas (taps), por lo tanto al número de espiras nominal se le debe adicionar el número de espiras necesario para satisfacer la máxima relación de tensión que se da con las tomas, el procedimiento de cálculo se lleva a cabo siguiendo el orden ascendente de las siguientes ecuaciones.

$$N_{1n} = \frac{Un_1 * N_2}{Un_2} \quad (4.8.1.1)$$

$$N_{1t} = Tap_{max} * N_{1n} \quad (4.8.1.2)$$

$$N_1 = N_{1n} + N_{1t} \quad (4.8.1.3)$$

Dónde:

- N_{1n} : Número nominal de espiras del devanado de alta [vuelta]
- N_{1t} : Número de espiras adicionales del devanado de alta [vuelta]
- N_1 : Número de espiras del devanado de alta [vuelta]
- N_2 : Número de espiras del devanado de baja [vuelta]
- Un_2 : Tensión nominal del devanado de baja [v]
- Un_1 : Tensión nominal del devanado de alta [v]
- Tap_{max} : Toma de máxima relación de tensión

4.8.2 Cálculo de la sección del conductor

Se toma como primera aproximación al valor de la densidad de corriente del arrollado de alta tensión, como el valor de la densidad de corriente preliminar

del arrollado de baja tensión ($S'_1 = S'_2$); luego con la intensidad de corriente y la densidad de corriente, se realiza el cálculo del área de la sección del conductor.

$$q'_1 = \frac{I_1}{S'_1} \quad (4.8.2.1)$$

Dónde:

- q'_1 : Área de la sección transversal del conductor [cm^2]
- I_1 : Intensidad de corriente nominal [A]
- S'_1 : Densidad de corriente preliminar [A/cm^2]

4.8.3 Forma y área de la sección del conductor

El valor de q'_1 se normaliza usando la tabla de secciones circulares o la tabla de secciones rectangulares, según sea el caso si la forma de la sección es circular o rectangular respectivamente; Para la selección de la forma y área de la sección del conductor se debe cumplir con los mismos criterios de normalización que se usaron para arrollado de baja tensión; una vez obtenido el valor del área de la sección normalizada q_1 , se calcula el valor de densidad de corriente S_1 definitivo.

$$q_1 = \frac{I_1}{S_1} \quad (4.8.3.1)$$

Dónde:

- q_1 : Área de la sección transversal del conductor definitiva [cm^2]
- I_1 : Intensidad de corriente nominal [A]
- S_1 : Densidad de corriente definitiva [A/cm^2]

4.8.4 Elección del tipo de arrollado de alta tensión

Se procede a seleccionar el tipo de arrollado de alta tensión. Para este método la selección se realiza entre 3 tipos de arrollados cilíndricos.

Los criterios de selección de cada tipo de arrollado de alta tensión son:

- Arrollado Tipo 1: Se selecciona este tipo de arrollado cuando se necesita solamente un conductor por espira y un número par de semibobinas, dispuestas de manera concéntrica y separadas por un ducto de circulación de aceite, como condición en este tipo de arrollado cada semibobina solo puede poseer un máximo de 4 capas y un mínimo de 2 semibobinas con 1 capa cada una; para ilustrar la idea si se tienen 12 capas el número correspondiente de semibobinas que satisface este tipo de arrollado no es 3 sino 4 semibobinas.
- Arrollado Tipo 2: La selección de este tipo de arrollado aparece cuando se desea diseñar que cada semibobina posea una tensión máxima de 1000 v, además el número de semibobinas es par, las semibobinas se dividen en dos grupos, semibobinas normales que son aquellas con las que se logra hasta el valor mínimo de relación de tensión (Toma o taps mínimo) y un grupo de semibobinas taps que como su nombre lo indica están reservadas para las tomas, su disposición es de manera axial, donde las semibobinas reservadas para los taps se encuentran en el centro y las semibobinas normales dispuestas simétricamente con respecto a las centrales.
- Arrollado Tipo 3: Se selecciona este tipo de arrollado cuando se posee solamente un conductor por espira, con una sección transversal mayor a $30\ mm^2$ y además se debe cumplir que la relación entre el número de espiras y el número de capas será un numero entero.

4.8.5 Aislamiento del arrollado primario

4.8.5.1 Distancia radial entre los arrollados

La distancia radial de separación entre el arrollado de baja tensión y el arrollado de alta tensión, depende enteramente de la tensión de este último, ya que para evitar que ocurra la ruptura en el aceite en condiciones de operación normal se necesita que entre los arrollado exista una cierta separación; la separación mínima se calcula con la siguiente ecuación.

$$E_{D2min} = \left(\frac{U_{Pr}}{E_a} + \frac{(\varepsilon - 1) * E_6}{\varepsilon} \right) * 10 \quad (4.8.5.1.1)$$

$$E_a = \frac{\eta_a}{\sigma_a} * U_{da} \quad (4.8.5.1.2)$$

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_a} \quad (4.8.5.1.3)$$

Dónde:

- E_{D2min} : Distancia de separación entre los arrollados [cm]
- U_{Pr} : Tensión de prueba normalizada [kV]
- E_a : Rígidez dieléctrica superficial del aceite [Kv/cm]
- η_a : Factor de utilización [0.8 - 0.9]
- σ_a : Factor de seguridad [1.3 – 1.5]
- ε : Relación entre factores dieléctricos
- ε_f : Factor dieléctrico del tubo aislante entre los arrollados
- ε_a : Factor dieléctrico del aceite
- E_6 : Espesor del tubo aislante entre los arrollados

El valor de tensión de la prueba de alta tensión es un valor de tensión normalizado (IEC C57.91) y se obtiene según la tabla (4.8.1). [1]

Tabla 4.8.1: Tensión de prueba según la tensión máxima del transformador

Tensión máxima del	Tensión de prueba
--------------------	-------------------

transformador	
$U_{max} \leq 1 kV$	10
$1 kV < U_{max} \leq 2.4 kV$	19
$2.4 kV < U_{max} \leq 4.8 kV$	26
$4.8 kV < U_{max} \leq 7.2 kV$	34
$7.2 kV < U_{max} \leq 14.4 kV$	40
$14.4 kV < U_{max} \leq 19.9 kV$	50
$19.9 kV < U_{max} \leq 34.5 kV$	70

4.8.5.2 Aislamiento entre capas

Las capas tienen la capacidad de aislar ante la tensión de espira por el doble de la cantidad de espiras por capa. El espesor de las capas viene dado por las siguientes curvas características de ruptura dieléctrica, que corresponden a la tensión de prueba y BIL. Las siguientes graficas están dadas en kV vs mm. [2]

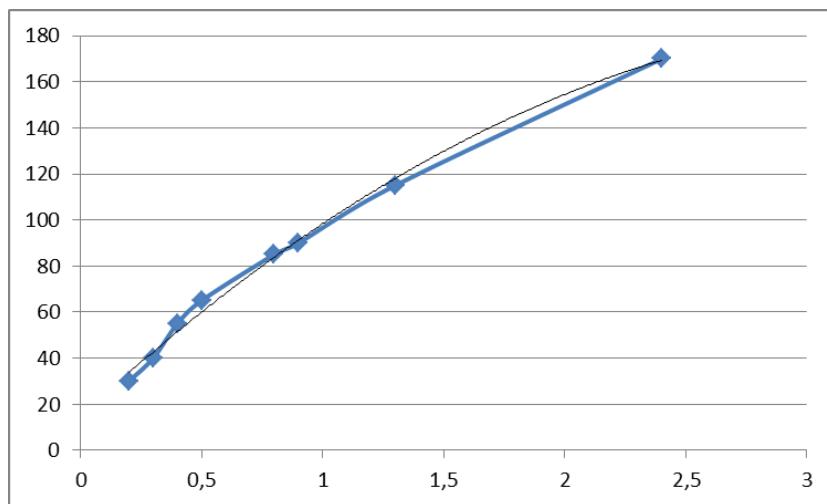


Figura 4.8.5.2.1: Dimensiones del papel kraft en función del BIL

$$x = 0.00006y^2 + 0.0045y + 0.0108 \quad (4.8.5.2.1)$$

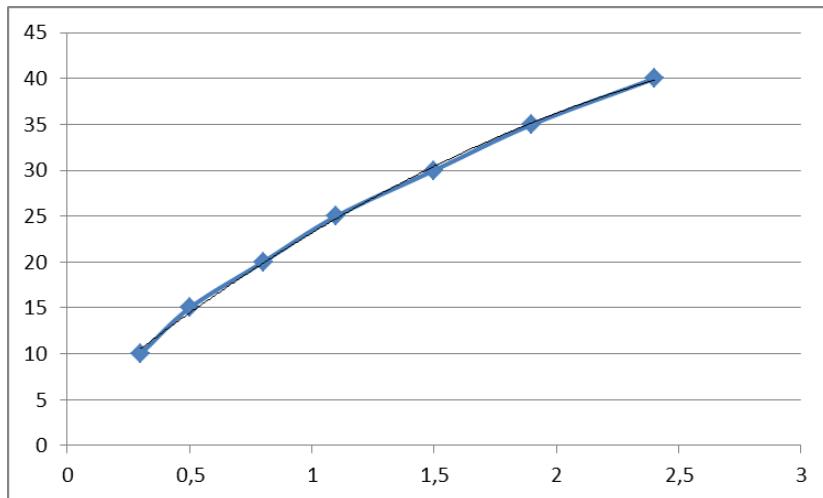


Figura 4.8.5.2.2: Dimensiones del papel kraft en función de la Upr

$$x = 0.001y^2 + 0,0176y + 0,0143 \quad (4.8.5.2.2)$$

4.9 Pérdidas del arrollado de alta tensión

4.9.1 Cálculo de parámetros preliminares

Las pérdidas que se dan en el arrollado de alta tensión son el resultado de la adición de las pérdidas por efecto de Joule y las pérdidas adicionales y se pueden calcular siguiendo el procedimiento análogo al seguido para hallar las pérdidas del arrollado de baja tensión.

4.9.1.1 Longitud promedio en dirección del eje “i” del arrollado A. T.

Se determina E_{AT_i} usando la ecuación (4.9.1.1)

$$E_{AT_i} = A_i + 2 * \left(E_{D1} + H_2 * \left(\frac{N_2}{2} \right) + E_{D2} \right) + H_1 * (N_C) + E_4 * (N_C - N_S) + E_{D3} * (N_S - 1) \quad (4.9.1.1)$$

4.9.1.2 Longitud del arrollado A. T.

La longitud del arrollado se calcula usando la ecuación (4.9.1.2)

$$L_{AT} = 2 * \left(E_{AT_x} + E_{AT_y} \right) * (N_1) \quad (4.9.1.2)$$

Dónde:

- E_{AT_x} : Longitud promedio en el eje “x” [mm]
- E_{AT_y} : Longitud promedio en el eje “y” [mm]
- L_{AT} : Longitud del arrollado [mm]

4.9.1.3 Peso del conductor del arrollado A. T.

El peso del conductor se calcula usando la ecuación (4.9.1.3)

$$G_{AT} = L_{AT} * q_1 * \gamma_{co} \quad (4.9.1.3)$$

Dónde:

- L_{AT} : Longitud del arrollado [cm]
- γ_{co} : Peso específico del conductor [kp/cm^3] P
- q_1 : Sección transversal del conductor [cm^2]

4.9.1.4 Peso nominal del arrollado

Una vez obtenido el peso total del arrollado, se procede a determinar el peso nominal del arrollado, el cual viene dado por el número de espiras a tensión nominal.

$$G_{AT}^+ = \frac{G_{AT}^+ * N'_2}{N_2} \quad (4.9.1.4)$$

Dónde:

- G_{AT}^+ : Peso total del arrollado del alta [kP]
- G_{AT} : Peso nominal del arrollado del alta [kP]
- N'_2 : Número de espiras a tensión nominal [vuelta]
- N_2 : Número de espiras a total [vuelta]

4.9.2 Cálculo de las pérdidas por corriente continua

Una vez obtenidos los parámetros preliminares, se procede a determinar las perdidas principales sustituyendo los valores calculados anteriormente en la siguiente ecuación (4.7.2.1) y (4.7.2.2), dependiendo si el conductor es de cobre o de aluminio respectivamente.

4.9.3 Cálculo de pérdidas adicionales

Las pérdidas adicionales son proporcionales a las pérdidas principales y se determinan usando de manera semejante el siguiente orden ascendente y de las ecuaciones. Primero con la ecuación (4.7.3.1) se determina la altura reducida del conductor, luego se determina el factor adicional, según sea la forma del conductor circular o rectangular se usarán las ecuaciones (4.7.3.3) y (4.7.3.2).

4.9.4 Cálculo de pérdidas totales

Las pérdidas totales en el arrollado de alta tensión son el resultado de usar análogamente la ecuación (4.7.4.1).

4.10 Peso y pérdidas del núcleo

4.10.1 Longitud de la columna

Ya obtenido el valor de la longitud del arrollado, solo falta determinar la distancia de separación entre el arrollado y el yugo del núcleo usando la ecuación (4.10.1.1), luego se determina la longitud de la columna con la ecuación (4.10.1.2), además debe cumplirse que la longitud de la columna este comprendida entre 2.5 y 4 veces el diámetro de la sección ($2.5 * D_o \leq L_o \leq 4 * D_o$). [1]

$$L_D = 2 * Un_1 \quad (4.10.1.1)$$

$$L_O = L_S + 2 * L_D \quad (4.10.1.2)$$

Dónde:

- L_D : Separación entre el arrollado y el núcleo [mm]
- Un_1 : Tensión del arrollado de alta [kV]
- L_S : Longitud del arrollado [mm]
- L_O : Longitud de la columna del núcleo [mm]

4.10.2 Longitud del yugo y longitudes del núcleo

Para la determinación del ancho de la ventana es necesario antes conocer la separación que existe entre los arrollados.

$$L_2 = 2 * \left(E_{D1} + H_2 * \left(\frac{N_2}{2} \right) + E_{D2} \right) + H_1 * (N_C) + E_4 * (N_C - N_S) + E_{D3} * (N_S - 1) \quad (4.10.2.1)$$

Dónde:

- L_2 : Ancho de la ventana [mm]
- E_{D1} : Espesor radial del aislamiento entre el núcleo y el arrollado secundario [mm]
- E_{D2} : Espesor radial del aislamiento entre el arrollado primario y el arrollado secundario [mm]
- E_{D3} : Espesor radial del aislamiento entre las semibobinas del arrollado primario [mm]
- E_4 : Espesor del aislamiento entre capas [mm]
- H_1 : Espesor radial del conductor del arrollado primario [mm]
- H_2 : Espesor radial del conductor del arrollado secundario [mm]
- N_C : Número de capas del arrollado primario
- N_S : Número de semibobinas del arrollado primario

Las longitudes restantes se determinan a partir del ancho de la ventana con las siguientes ecuaciones:

$$L_3 = 2 * L_2 + 2 * An_{SC} \quad (4.10.2.2)$$

$$L_4 = L_O + An_{SC} \quad (4.10.2.3)$$

Dónde:

- L_3 : Longitud del yugo [mm]
- L_4 : Altura del nucleo [mm]

4.10.3 Sección del yugo

En los núcleos con hierro laminado en frio, la sección del yugo es igual que la sección de la columna, mientras que en los núcleos con hierro laminado en caliente la sección del yugo es mayor que la sección de la columna.

4.10.4 Peso del núcleo

Para determinar el peso del núcleo se usa la ecuación (4.10.4), ya que depende del conjunto de columnas y yugos del núcleo.

$$G_{hi} = 2 * \gamma_{hi} * (L_O * A_O + L_3 * A_Y) \quad (4.10.4)$$

Dónde:

- L_O : Longitud de la columna [cm]
- L_3 : Longitud del yugo [cm]
- A_Y : Sección del yugo [cm^2]
- A_O : Sección de la columna principal [cm^2]
- γ_{hi} : Peso específico del hierro [Kp/cm^3]
- G_{hi} : Peso del núcleo [Kp]

4.10.5 Pérdidas del hierro

Las pérdidas en el hierro se obtienen gráficamente a través de las funciones suministradas por el fabricante del material, dichas funciones son las pérdidas del hierro en función de la densidad de flujo, como condición de diseño este valor no debe ser mayor a 0,456% de la potencia nominal.

4.11 Diseño del tanque

4.11.1 Dimensiones horizontales

Como es mostrado en la Figura (4.11.1), el procedimiento para calcular las dimensiones horizontales es dado por la siguiente ecuación.

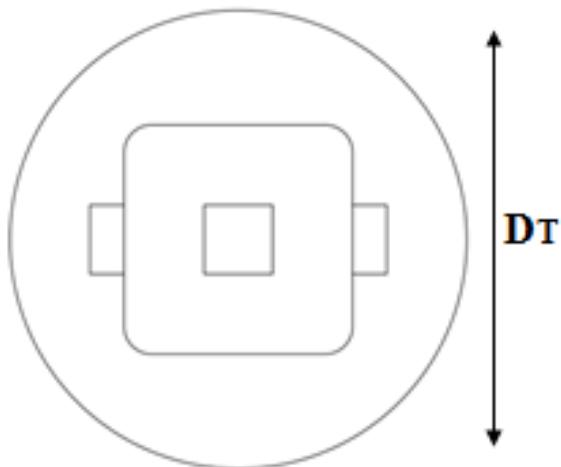


Figura 4.11.1: Dimensiones horizontales del tanque

$$D_T = Al_{SC} + 2 * L_2 + 2 * 2.5 * E_{D2} \quad (4.11.1)$$

Dónde:

- D_T : Diámetro del tanque [dm]
- Al_{SC} : Altura de la sección de la columna [dm]
- L_2 : Longitud radial de los arrollados [dm]
- E_{D2} : Separación entre los arrollados de primario y secundario [dm]

4.11.2 Dimensiones verticales

Como es mostrado en la Figura (4.11.2), el procedimiento para calcular las dimensiones verticales es dado por la siguiente ecuación.

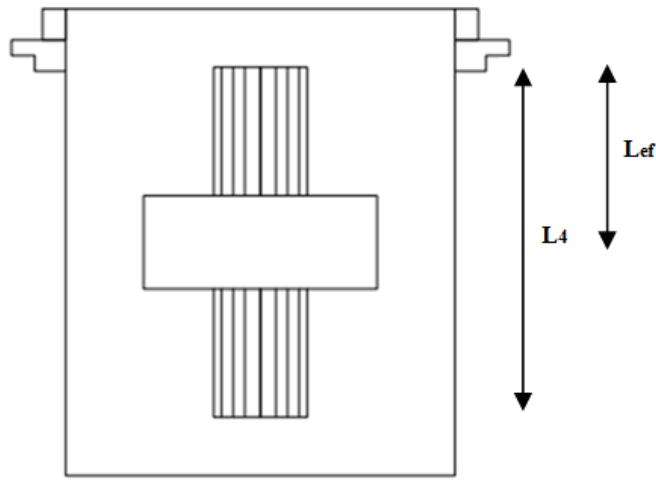


Figura 4.11.2: Dimensiones verticales del tanque

$$L_{ef} = L_4 + L_7 - L_9 - \frac{An_{SC}}{2} \quad (4.11.2)$$

Dónde:

- L_4 : Altura del núcleo [dm]
- L_7 : Distancia entre el núcleo y la tapa del tanque; depende de las dimensiones de los aisladores de A. T. y del equipo necesario para cambiar las derivaciones, se asume 1,5 [dm].
- L_8 : Distancia entre el núcleo y el fondo del tanque, varía entre 0,25 y 0,5 [dm]
- L_9 : Distancia entre la parte corrugada del tanque y la tapa, valor típico de 0,4 [dm]
- L_{10} : Altura del tanque [dm]
- L_{ef} : Longitud efectiva de enfriamiento [dm]
- An_{SC} : Ancho de la sección del núcleo [dm]

4.11.3 Disipación de calor en la tapa

Para la tapa se considera un valor de sobre temperatura y se usa la siguiente ecuación para calcular el calor disipado en la tapa, donde se muestra que dicho valor se transfiere por convección y por radiación además se debe considerar un ajuste de reducción en el área de la tapa, ya que los aisladores ocupan un área de la tapa.

$$W_t = (q_k + q_r) * \frac{\pi}{4} * D_T^2 / f_r \quad (4.11.3)$$

Dónde:

- W_t : Calor disipado en la tapa [w]
- q_k : Calor transferido por convección $\left[\frac{w}{dm^2} \right]$
- q_r : Calor transferido por radiación $\left[\frac{w}{dm^2} \right]$
- f_r : Factor de reducción del área de 1.075
- D_T : Diámetro de la tapa del tanque [dm]

4.11.4 Disipación en la pared cilíndrica

Para la pared cilíndrica se considera un valor de sobre temperatura y se usa la siguiente ecuación para calcular el calor disipado en la tapa, donde se muestra que dicho valor se transfiere por convección y por radiación además se debe considerar un ajuste de reducción en el área de la tapa, ya que los aisladores ocupan un área de la tapa.

$$W_L = (q_k + q_r) * (\pi * D_T) * L_{ef} \quad (4.11.4)$$

Dónde:

- W_L : Calor disipado en la pared cilíndrica [w]
- q_k : Calor transferido por convección $\left[\frac{w}{dm^2} \right]$
- q_r : Calor transferido por radiación $\left[\frac{w}{dm^2} \right]$

- D_T : Diámetro del tanque [dm]
- L_{ef} : Longitud efectiva de enfriamiento [dm]

4.11.5 Diseño de un tanque corrugado

Para el diseño de la pared cilíndrica de un tanque corrugado, se deben cumplir con los siguientes criterios por onda: [1]

- Distancia mínima interior entre láminas = 7 mm.
- $(a - c) > 0,15 \text{ dm}$. Porque 15 mm es la menor distancia para convección natural del aire.
- En la práctica no se consideran valores de $(a - c) \geq 0,6 \text{ dm}$
- “ b ” se encuentra normalizado en tres tamaños (0.5, 0.75, 1).

La ecuación para determinar “ a ” depende de b y es la siguiente:

$$a = \frac{5,2 * b}{\frac{W_L}{\pi * D_T * L_{ef}}} - 5 \quad (4.11.5)$$

4.11.6 Diseño de un tanque con radiadores

Si en lugar de un tanque corrugado, se usan radiadores su diseño se realiza considerando que disipan únicamente calor por convección. El calor que debe ser disipado por los radiadores es la diferencia entre las pérdidas del transformador y el calor disipado en el tanque sencillo. Es de suma importancia controlar que las alturas normalizadas de construcción (8, 10, 12 dm) se adapten a la altura del tanque sencillo. En el caso de que la altura del tanque sencillo no cumpla, se debe aumentar hasta obtener la altura mínima. En la sección 5 de los anexos se muestra la tabla normalizada de los radiadores.

CAPITULO V

VERIFICACIÓN DEL MÉTODO DE DISEÑO

5.1 Datos de partida

La verificación del método de diseño impartido en clases de Máquinas Eléctricas IV del Prof. Jozsef Deméter se realizará con un transformador de distribución tipo aéreo localizado en el Laboratorio de Maquinas Eléctricas de la Escuela de Ingeniería Eléctrica, dicho transformador posee los siguientes datos de la placa:

- Potencia nominal: 25 [kVA]
- Número de fases: 1
- Tensión nominal del arrollado primario: 4800 * 7200 [V]
- Tensión nominal del arrollado secundario: 120/240 [V]
- Frecuencia: 60 [Hz]
- Tomas (Taps): $\pm 5 [\%]$ *con pasos de 2.5 [%]*
- Sistema de enfriamiento: *ONAN*
- Dieléctrico: *Aceite*
- Material del arrollado primario: *Cobre*
- Material del arrollado secundario: *Aluminio*
- Material del núcleo: Desconocido, se asume ARMCO M5

5.2 Área de la sección de la columna principal del núcleo

5.2.1 Cálculo de K_0

Primero se determinan los valores de K_1 y K_2 , sustituyendo los datos de potencia nominal y tensión nominal del primario en las ecuaciones (4.2.1.1) y (4.2.1.2) respectivamente, obteniendo así las siguientes operaciones.

$$K_1 = 180,857 - 4,081 * 10^{-2} * 25$$

$$K_1 = 179,83675$$

$$K_2 = 137,143 + 0,71486 * 7.2$$

$$K_2 = 131,996008$$

Ya que se desea verificar el método de diseño, es posible usar las dimensiones reales del transformador estudiado y por ingeniería inversa lograr ciertas modificaciones en los procedimientos; una de estas modificaciones se presenta con respecto al cálculo de K_0 , en el cual se modifica la ecuación empírica (4.2.1.3) con un factor proporcional de valor (1.3684) para así obtener el área neta deseada de la sección del núcleo.

$$K_0 = 1.3684 * \frac{K_1 + K_2}{2}$$

$$K_0 = 220,3961$$

5.2.2 Cálculo del área neta y área bruta

Usando las ecuaciones (4.2.2.1) y (4.2.3.1) se determinan el valor del área neta y área bruta de la sección de la columna.

$$A_0 = 220.3961 * \sqrt{\frac{25}{60}}$$

$$A_0 = 142.2651 \text{ cm}^2$$

$$A_{0br} = \frac{142.2651}{0.95}$$

$$A_{0br} = 149.7527 \text{ cm}^2$$

5.3 Dimensiones de la sección de la columna principal del núcleo

Primero se determina ancho de las láminas usando la ecuación (4.4.2), después se calcula el ancho de la sección usando la ecuación (4.4.3).

$$Al_{SC} = \sqrt{149.7527 * 1.6178}$$

$$Al_{SC} = 15.5650 \text{ cm}$$

$$An_{SC} = \frac{15.5650}{1.6178}$$

$$An_{SC} = 9.621 \text{ cm}$$

Una vez obtenido el ancho de la sección se procede a obtener el número de laminaciones que posee la sección, de acuerdo al espesor de cada lámina, usando la ecuación (4.4.4).

$$m = \frac{9.621 \text{ cm}}{0.03048 \text{ cm}}$$

$$m = 315.6525 \approx 316$$

Ahora cono el número de laminaciones aproximado a para y entero, debe ser recalculado el ancho de la sección, la altura de la sección, el área bruta y el área neta de la sección de la columna principal.

$$An_{SC} = 9.63168 \text{ cm}$$

$$Al_{SC} = 15.58281 \text{ cm}$$

$$A_{0br} = 150,0887 \text{ cm}^2$$

$$A_0 = 142.5842 \text{ cm}^2$$

5.4 Densidad de flujo

Se realiza el cálculo de la densidad de flujo con la ecuación (4.5.1), la cual representa la densidad de flujo para chapas de laminado en frío, siendo este tipo de laminado el más usado en el diseño de transformadores actualmente.

$$\beta_o = 15,224 + 2,377 * 10^{-3} * 25$$

$$\beta_o = 15.2834 \text{ kG}$$

5.5 Número de espiras de los arrollados

El repartimiento de los arrollados en un transformador de distribución es comúnmente rectangulares doblemente concéntricos donde el arrollado secundario está dividido en dos devanados de igual número de espiras, que proporcionan cada uno la mitad de la potencia nominal del transformador.

5.5.1 Tensión inducida en una espira

A partir de la ecuación (4.6.1) se determina la tensión inducida en una espira.

$$U_m = \sqrt{2} * \pi * 60 * 15.2834 * 142.5842 * 10^{-7}$$

$$U_m = 5.8090 \text{ v/vuelta}$$

5.5.2 Número de espiras del arrollado secundario

El número total de espiras es determinado a través de la ecuaciones (4.6.2).

$$N_2 = \frac{240}{5.8090}$$

$$N_2 = 41.3145 \text{ vuelta}$$

El número de espiras se aproxima a entero y par.

$$N_2 = 42 \text{ vueltas}$$

En los transformadores de distribución, el arrollado de baja tensión se divide en dos devanados, cada uno con la mitad del número de espiras, por lo tanto el arrollado secundario estará compuesto por dos devanados y cada uno tendrá 21 espiras.

5.5.3 Corrección de la densidad de flujo y de la tensión inducida en una espira

Ahora con el número de espiras total aproximado a entero, se calculan nuevamente la densidad de flujo definitiva y la tensión inducida en una espira, usando las siguientes ecuaciones.

$$\beta_o = \frac{15.2834 * 41.3145}{42}$$

$$\beta_o = 15.03399 \text{ kG}$$

$$U_m = \frac{5.8090 * 41.3145}{42}$$

$$U_m = 5.7142 \text{ v}$$

5.5.4 Número de espiras del arrollado primario

Usando las ecuaciones (4.8.1.1), (4.8.1.2) y (4.8.1.3), se determina el número total de espiras del arrollado primario.

$$N_{1n} = \frac{7.2 * 42}{0.24}$$

$$N_{1n} = 1260$$

$$N_{1t} = 0.05 * 1260$$

$$N_{1t} = 63 \approx 64$$

$$N_1 = 1260 + 64$$

$$N_1 = 1324 \text{ vuelta}$$

5.6 Diseño del arrollado primario

5.6.1 Cálculo de la sección del conductor

Se determina el valor de la densidad de corriente preliminar usando la ecuación (4.6.4.2), ya que la potencia nominal se encuentra dentro del rango útil de la fórmula y el material del arrollado es el cobre.

$$S'_2 = 2.95918 + 2.04082 * 10^{-3} * 25$$

$$S'_2 = 3.0102 \text{ A/mm}^2$$

Luego conociendo S'_2 se procede a calcular la sección del conductor.

$$q'_1 = \frac{3.4722}{3.0102}$$

$$q'_1 = 1.1534 \text{ mm}^2$$

5.6.2 Forma y área de la sección del conductor

El valor de q'_1 se normaliza usando la tabla (4.6.1) de conductores desnudos, ya que el diámetro sin aislamiento es menor a 1.3 mm.

$$\text{Diametro desnudo} = 1.29 \text{ mm}$$

$$\text{Calibre AWG} = 16$$

$$q_1 = 1.31 \text{ mm}^2$$

$$S_1 = \frac{3.4722}{1.31}$$

$$S_1 = 2.65 \text{ A/mm}^2$$

Para el conductor calibre AWG 16 con doble capa de esmalte de aislamiento, presenta un diámetro de

$$\text{Diametro con aislamiento doble capa} = 1.37 \text{ mm}$$

5.6.3 Elección del tipo de arrollado primario

De acuerdo a los valores obtenidos anteriormente se determina el tipo de arrollado de alta tensión como arrollado Tipo 1 (Arrollado de capas), ya que posee semibobinas concéntricas separadas por ductos de circulación de aceite, este tipo de arrollado es comúnmente usado en el arrollado de alta tensión de los transformadores monofásicos de distribución.

5.6.4 Altura preliminar del arrollado

Inicialmente se determina la altura de la columna y la altura del arrollado, según [1] para la altura de la columna es común que su valor se encuentre entre 2.5 y 4 veces el ancho de la sección.

$$L_0 = 2.5 * 96.3168$$

$$L_0 = 240.792 \text{ mm}$$

Después se calcula el espesor del aislamiento entre el yugo y el arrollado de alta tensión, usando la ecuación suministrada por [1].

$$L_D = 2 * 7.2$$

$$L_D = 14.4 \text{ mm}$$

Luego se procede a verificar que dicho aislamiento cumpla con las distancias mínimas según la tabla suministrada por [2] de acuerdo al Nivel Básico de Aislamiento correspondiente, en el caso de no cumplir se cambia a ($L_D = L_{D_{minimo}}$)

$$L_{D_{minimo}} = 13 + 2$$

$$L_{D_{minimo}} = 15 \text{ mm}$$

Por último, la altura preliminar del arrollado de alta tensión es determinada a través de la ecuación (5.6.4), usando los datos correspondientes

$$L_{S1} = L_0 - 2 * L_D \quad (5.6.4)$$

Dónde:

- L_{S1} : Altura del arrollado [mm]
- N_2 : Espesor aislamiento axial [mm]
- C_1 : Radio de curvatura del núcleo [mm]

$$L_{S1} = 240.792 - 2 * 15$$

$$L_{S1} = 210.792 \text{ mm}$$

5.6.5 Número de espiras por capa

Se asume que la altura preliminar del arrollado es igual a la calculada anteriormente, luego usando la ecuación (5.6.5) se determina el número de espiras por capa y se aproxima a un número entero.

$$N_{ec} = \frac{L_{S1}}{B_1} \quad (5.6.5)$$

$$N_{ec} = \frac{210.792}{1.37}$$

$$N_{ec} = 153.86 \approx 153 \text{ vuelta}$$

Dónde:

- L_{S1} : Altura del arrollado [mm]
- N_{ec} : Número de espiras por capa [vuelta]
- B_1 : Longitud axial del conductor aislado del devanado primario [mm]

5.6.6 Número de capas

Se determina el número de capas usando la ecuación (5.6.6).

$$N_c = \frac{N_2}{N_{ec}} \quad (5.6.6)$$

$$N_c = \frac{1324}{153}$$

$$N_c = 8.65 \approx 9 \text{ capas}$$

Dónde:

- N_c : Número de capas

5.6.7 Número de semibobinas y número de capas por semibobinas

Se determina el número de semibobinas tomando en consideración que el número de semibobinas debe ser par y cada semibobina solamente tendrá un máximo de cuatro capas. [1]

Se puede observar que iniciando con 2 semibobinas el máximo de capas del arrollado es 8, siendo este número menor que el número de capas necesarias, por lo tanto se debe aumentar el número de semibobinas al siguiente número par y finalmente se obtiene un total de 4 semibobinas, donde cada semibobina posee 3 capas, ya que con 2 capas no satisface al diseño.

$$N_{CS} = 3$$

$$N_S = 4$$

5.6.8 Cálculo de la altura útil del arrollado primario

Usando la ecuación (5.6.8) se determina la altura útil del arrollado primario.

$$L_{S1util} = B_1 * \left(\frac{N_1}{Ncs * Ns} + 1 \right) \quad (5.6.8)$$

$$L_{S1util} = 1.37 * \left(\frac{1324}{3 * 4} + 1 \right)$$

$$L_{S1util} = 152.526 \text{ mm}$$

Dónde:

- L_{S1util} : Altura útil del arrollado primario [mm]
- B_1 : Longitud axial del conductor aislado de devanado primario [mm]
- Ncs : Número de capas de semibobinas
- Ns : Número de semibobinas

5.6.9 Corrección del número de espiras por capa y número de capas

Usando las ecuaciones (5.6.5) y (5.6.6), se corrige el número de espiras por capa y el número de capas usando la altura útil del arrollado, los cuales se toman solo la parte entera de los resultados.

$$N_{ec} = \frac{152.526}{1.37}$$

$$N_{ec} = 111 \text{ [Vuelta/capa]}$$

Entonces tenemos:

$$N_c = \frac{1324}{111}$$

$$N_c = 11.92 \approx 12 \text{ capas}$$

5.6.10 Número de espiras en la última capa

Se determina el número de espiras en la última capa usando la siguiente ecuación:

$$E_{uc} = N_1 - (N_c - 1) * N_{ec} \quad (5.7.10)$$

$$E_{uc} = 1324 - (12 - 1) * 111$$

$$E_{uc} = 103 \text{ vuelta}$$

Dónde:

- E_{uc} : Número de espiras en la ultima capa [vuelta]

5.7 Diseño del arrollado secundario

5.7.1 Sección del conductor

Se determina el valor de la densidad de corriente preliminar usando la ecuación (4.6.4.2), ya que la potencia nominal se encuentra dentro del rango útil de la formula y el material del arrollado es el aluminio.

$$S'_2 = 0.775 * (2.95918 + 2.04082 * 10^{-3} * 25)$$

$$S'_2 = 2.3329 \text{ A/mm}^2$$

En teoría cada devanado del arrollado de baja se diseñará para entregar la mitad de la potencia, sin embargo como medida de seguridad, se puede diseñar que cada devanado posea la capacidad de soportar le potencia nominal.

$$I_2 = \frac{12.5 \text{ kVA}}{120 \text{ V}}$$

$$I_2 = 104.16 \text{ A}$$

Se determina la primera aproximación al área del conductor a usar en el arrollado a través de la ecuación (4.6.5), donde el factor 2 corresponde a un factor de seguridad del transformador estudiado.

$$q'_{\text{2}} = \frac{2 * 104.16}{2.3329}$$

$$q'_{\text{2}} = 89.30 \text{ mm}^2$$

5.7.2 Elección del tipo de arrollado

Ya que se trata de un arrollado de baja tensión de un transformador de distribución, es común usar el arrollado doblemente concéntrico del tipo devanado de láminas.

5.7.3 Forma y normalización del espesor del conductor

Antes de determinar el espesor del conductor, se determina la altura de la columna y la altura del arrollado, partiendo de que se conoce la altura del arrollado de alta tensión, se determina la altura de la columna.

$$L_0 = L_{S1} + 2 * L_{D1}$$

$$L_0 = 152.526 + 2 * 5$$

$$L_0 = 182.526 \text{ mm}$$

Luego según la tabla de aislamientos mínimos suministrada por [2] se selecciona el aislamiento mínimo de acuerdo al Nivel Básico de Aislamiento correspondiente.

$$L_{D\text{minimo}} = 6.5 + 1.5$$

$$L_{D\text{minimo}} = 8 \text{ mm}$$

Luego la altura preliminar del arrollado de baja es determinada a través de la ecuación (5.6.4):

$$L_{S2} = 182.526 - 2 * (8)$$

$$L_{S2} = 166.526 \text{ mm}$$

Una vez obtenida la altura preliminar del arrollado de baja tensión (ancho de las láminas), se determina el espesor de las láminas usando la siguiente ecuación:

$$H_2 = \frac{q_2}{L_{S2}} \quad (5.7.3)$$

Dónde:

- L_{S2} : Altura útil del arrollado [mm]
- q_2 : Sección del conductor [mm^2]
- H_2 : Espesor de la lamina [mm]

$$H_2 = \frac{89.3}{166.526}$$

$$H_2 = 0.536 \text{ mm}$$

El espesor de las láminas se normaliza usando la tabla de la sección 2 de los Anexos, arrojando como resultado $H_2 = 0.559$ mm, además en este tipo de arrollado es común usar un aislamiento en las láminas de 1 ó 2 hojas de papel kraft fino con espesor de 0.1 mm, luego con el espesor normalizado, se determina el área de las láminas y la densidad de corriente definitiva.

$$q_2 = 0.559 * 166.526$$

$$q_2 = 93.088 \text{ mm}^2$$

$$S_2 = \frac{104.16 A}{93.088 \text{ mm}^2}$$

$$S_2 = 1.1189 \text{ A/mm}^2$$

Se puede observar que el aislamiento entre arrollado de baja y yugo del núcleo, se encuentra por encima de las distancias mínimas estipuladas, por lo tanto se encuentra sobre dimensionado.

5.8 Dimensiones del aislamiento

5.8.1 Aislamiento entre el núcleo y el arrollado secundario

Este aislamiento E_{D1} está formado por el espesor del tubo aislante entre el núcleo y el devanado de baja tensión, cuyo valor se encuentra entre 2 mm y 3 mm.

$$E_{D1} = 2 \text{ mm}$$

5.8.2 Aislamiento entre el arrollado primario y el arrollado secundario

Las fórmulas que utilizamos a continuación, han sido deducidas y particularizadas para transformadores sumergidos en aceite (ver sección 3 del Apéndice), el aislamiento entre el arrollado de alta y baja tensión consiste en un tubo aislante y un canal en forma cilíndrica que bordea el aislante sólido.

$$\varepsilon = \frac{5.5}{2.5}$$

$$\varepsilon = 2.2$$

Luego sustituyendo se obtiene:

$$E_{D2} = \left(\frac{1.4 * 34}{0.85 * 80} + \frac{(2.2 - 1) * 0.4}{2.2} \right) * 10$$

$$E_{D2} = 9.18 \text{ mm}$$

5.8.3 Aislamiento entre las semibobinas del arrollado primario

La fórmula que se utiliza es la misma usada en la sección anterior y ya que los dieléctricos que intervienen son los mismos, se obtiene:

$$E_{D3} = E_{D2}$$

$$E_{D3} = 9.18 \text{ mm}$$

5.8.4 Aislamiento entre capas del arrollado primario

La ecuación característica de la ruptura dieléctrica del papel kraft es la que determina el espesor de la capa. Dicha ecuación depende de la Tensión de prueba y del BIL.

Para la Tensión de prueba:

$$V_{pr} = \frac{2 * 34 \text{ kV}}{12}$$

$$V_{pr} = 5.66 \text{ kV}$$

Para el Nivel Básico de Aislamiento:

$$V_{BIL} = \frac{2 * 95 \text{ kV}}{12}$$

$$V_{BIL} = 15.83 \text{ kV}$$

De las ecuaciones características de cada curva se obtiene que el espesor de la capa es:

$$E_4 = 0,15 \text{ mm}$$

5.9 Dimensiones y peso de los arrollados

5.9.1 Dimensiones del arrollado B. T. 1.

5.9.1.1 Longitud promedio en dirección del eje “x” del arrollado B. T. 1.

Se determina E_{BT1x} usando la ecuación (4.7.1.1) sustituyendo se obtiene

$$E_{BT1x} = 96.3168 + 2 * 2 + (0.559 + 0.15) * 21$$

$$E_{BT1x} = 115.2058 \text{ mm}$$

5.9.1.2 Longitud en dirección del eje “y” del arrollado B. T. 1.

De manera análoga en el eje “y”, usando la ecuación (4.7.1.1) se obtiene:

$$E_{BT1y} = 155.8182 + 2 * 2 + (0.559 + 0.15) * 21$$

$$E_{BT1y} = 174.7072 \text{ mm}$$

5.9.1.3 Longitud del conductor del arrollado B. T. 1.

La longitud del conductor se determina usando la ecuación (4.7.1.3) sustituyendo se obtiene

$$L_{BT1} = 2 * (174.7072 + 115.2058) * 21$$

$$L_{BT1} = 12176.346 \text{ mm}$$

5.9.1.4 Peso del conductor del arrollado B. T. 1.

Se determina el peso del conductor usando la ecuación (4.7.1.4), considerando sustituir $\gamma_{Al} = 2.7 * 10^{-3} \text{ kP/cm}^3$ para el aluminio se obtiene:

$$G_{BT1} = 93.088 * 1217.6346 * 2.7 * 10^{-5}$$

$$G_{BT1} = 3.06 \text{ kP}$$

5.9.2 Dimensiones del arrollado A. T.

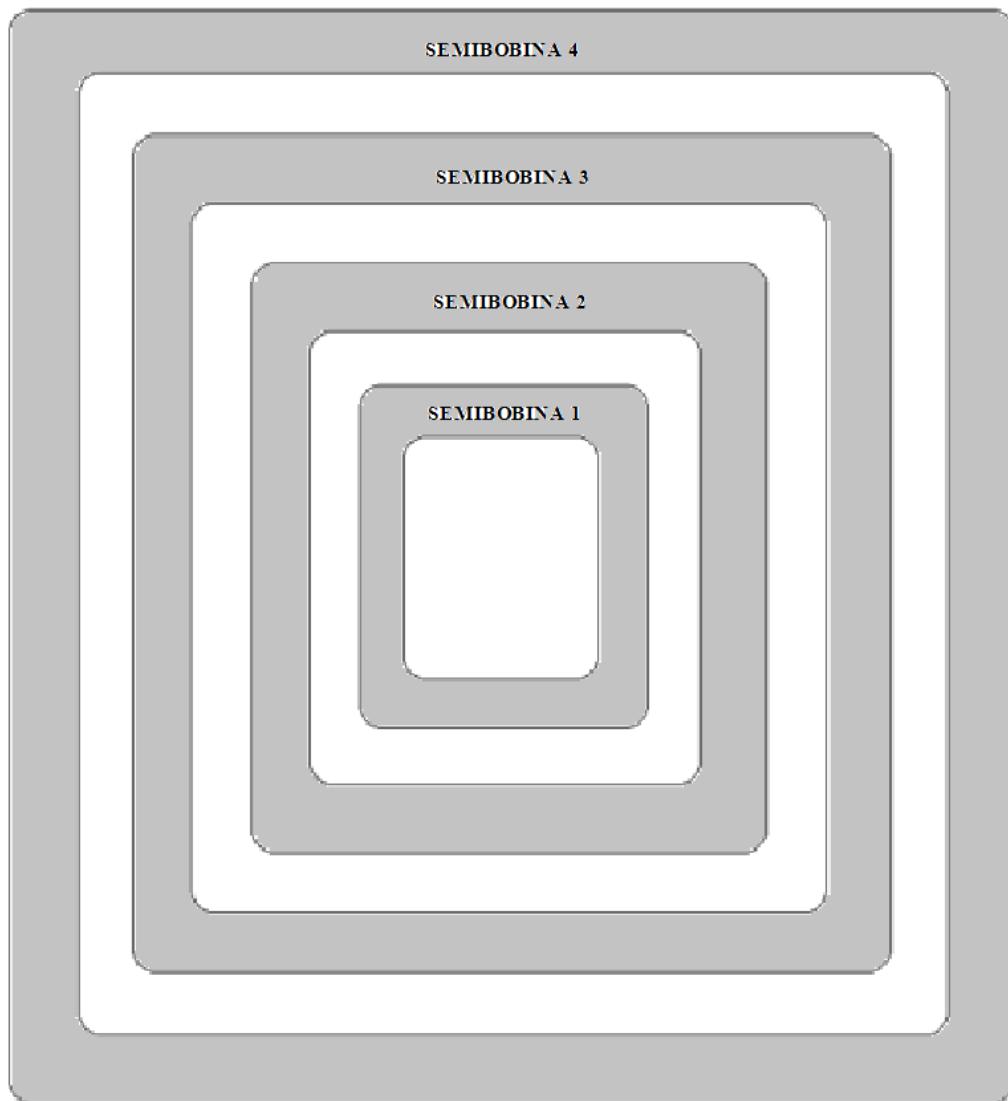


Figura 5.9.2: Sección transversal del arrollado de primario

5.9.2.1 Longitud promedio en dirección del eje “x” del arrollado A. T.

Se determina E_{AT_x} usando la ecuación (4.9.1.1), sustituyendo se obtiene:

$$E_{AT_x} = 193.234 \text{ mm}$$

5.9.2.2 Longitud promedio en dirección del eje “y” del arrollado A. T.

De manera análoga en el eje “y”, usando la ecuación (4.9.1.1) se obtiene:

$$E_{ATy} = 252.746 \text{ mm}$$

5.9.2.3 Longitud del conductor del arrollado A. T.

La longitud del conductor se determina usando análogamente la ecuación (4.9.1.2):

$$L_{AT} = 2 * (193.234 + 252.746) * 1324$$

$$L_{AT} = 1180955.04 \text{ mm}$$

5.9.2.4 Peso del conductor del arrollado A. T.

Se determina el peso del conductor usando la ecuación (4.9.1.3), conociendo que $\gamma_{Cu} = 8.9 * 10^{-3} \text{ kP/cm}^3$ para el cobre, se obtiene

$$G_{AT} = 1.31 * 118095.504 * 8.9 * 10^{-5}$$

$$G_{AT} = 13.768 \text{ kP}$$

5.9.3 Dimensiones del arrollado B. T. 2

5.9.3.1 Longitud promedio en dirección del eje “x” del arrollado B. T. 2

Se determina $E_{BT_{2x}}$ usando la ecuación (4.7.1.2), sustituyendo se obtiene:

$$E_{BT_{2x}} = 271.263 \text{ mm}$$

5.9.3.2 Longitud promedio en dirección del eje “y” del arrollado B. T. 2

De manera análoga en el eje “y”, usando la ecuación (4.7.1.2) se obtiene:

$$E_{BT2y} = 330.775 \text{ mm}$$

5.9.3.3 Longitud del conductor del arrollado B. T. 2

La longitud del conductor se determina usando análogamente la ecuación (4.7.1.3):

$$L_{BT2} = 2 * (271.263 + 330.775) * 21$$

$$L_{BT2} = 25285.596 \text{ mm}$$

5.9.3.4 Peso del conductor del arrollado B. T. 2

Se determina el peso del conductor usando la ecuación (4.7.1.4), conociendo que $\gamma_{Al} = 2.7 * 10^{-3} \text{ kP/cm}^3$ para el aluminio, se obtiene:

$$G_{BT2} = 93.088 * 2528.5596 * 2.7 * 10^{-5}$$

$$G_{BT2} = 6.355 \text{ kP}$$

5.10 Dimensiones y peso del núcleo

5.10.1 Longitud del yugo y longitudes del núcleo

Se determina el ancho de la ventana, usando la ecuación (4.10.2.1), sustituyendo en la ecuación se obtiene:

$$L_2 = 90.618 \text{ mm}$$

Luego al sustituir en las ecuaciones (4.10.2.2) y (4.10.2.3) se obtiene:

$$L_3 = 2 * 90.618 + 2 * 96.3168$$

$$L_3 = 373.869 \text{ mm}$$

$$L_4 = 188.526 + 96.3168$$

$$L_4 = 278.8428 \text{ mm}$$

5.10.2 Sección del yugo

En los núcleos arrollados de transformadores monofásicos, la sección del yugo es la mitad de la sección de la columna principal.

$$A_Y = \frac{150.08}{2}$$

$$A_Y = 75.04 \text{ mm}^2$$

5.10.3 Peso del núcleo

Para determinar el peso del núcleo se usa la ecuación (4.10.4).

$$G_{hi} = 2 * 7.55 * 10^{-3} * (18.2526 * 150.08 + 37.3869 * 75.04)$$

$$G_{hi} = 83.727 \text{ kP}$$

5.11 Pérdidas en los arrollados

5.11.1 Pérdidas de corriente continua en el primario

Se determina el peso nominal del arrollado, según la ecuación (4.9.1), se obtiene:

$$G_1 = 13.768 * \frac{1260}{1324}$$

$$G_1 = 13.102 \text{ kP}$$

Considerando que el conductor es de cobre, las perdidas por corriente continua llegan a ser:

$$P'_1 = 2.427 * 2.65^2 * 13.102$$

$$P'_1 = 223.305 \text{ w}$$

5.11.2 Pérdidas adicionales en el primario

El factor K_{ad1} para conductores circulares se calcula con la ecuación:

$$\xi = 0.129 * \sqrt{\frac{\pi * 0.129 * 111 * 60 * 4 * \pi * 10^{-9}}{15.2526 * 0.00216}}$$

$$\xi = 0.13088$$

Finalmente se calcula:

$$K_{ad1} = \frac{12^2 - 0.2}{15.25} * 0.13088^4$$

$$K_{ad1} = 2.76 * 10^{-3}$$

5.11.3 Pérdidas totales en el primario

Se calculan las pérdidas sustituyendo en la siguiente ecuación:

$$P_1 = 223.305 * (1 + 2.76 * 10^{-3})$$

$$P_1 = 223.921 \text{ w}$$

5.11.4 Pérdidas de corriente continua en el secundario

Para el arrollado secundario se calculan las perdidas individualmente para cada devanado y luego se suman, considerando que el conductor es de aluminio, las ecuaciones llegan a ser:

$$P'_{BT1} = 13.33 * 1.1189^2 * 3.06$$

$$P'_{BT1} = 51.066 \text{ w}$$

$$P'_{BT1} = 13.33 * 1.1189^2 * 6.355$$

$$P'_{BT1} = 106.054 \text{ w}$$

5.11.5 Pérdidas adicionales en el secundario

Por lo tanto al sustituir adecuadamente, se obtiene:

$$\xi = 0.0559 * \sqrt{\frac{\pi * 16.652 * 60 * 4 * \pi * 10^{-5}}{16.652 * 0.036}}$$

$$\xi = 4.53 * 10^{-2}$$

Finalmente se calcula:

$$K_{ad_2} = \frac{21^2 - 0.2}{9} * 4.53 * 10^{-2}^4$$

$$K_{ad_2} = 2.07 * 10^{-4}$$

5.11.6 Pérdidas totales en el secundario

$$P_{BT1} = 51.066 * (1 + 2.07 * 10^{-4})$$

$$P_{BT1} = 51.0765 \text{ w}$$

$$P_{BT2} = 106.054 * (1 + 2.07 * 10^{-4})$$

$$P_{BT2} = 106.0759 \text{ w}$$

$$P_2 = 51.0765 + 106.0759$$

$$P_2 = 157.1524 \text{ w}$$

5.12 Pérdidas en el núcleo

5.12.1 Potencia activa de magnetización

De acuerdo a las gráficas suministradas por el fabricante para 60 Hz, se obtiene la ecuación lineal de potencia activa de magnetización en función de la densidad.

$$P = 0,1091 * \beta_O^2 - 3,2009 * \beta_O + 24,668 \quad (5.12.1)$$

Dónde:

- β_O : Densidad de flujo [kG]
- P : Potencia activa de magnetización en función del peso [w/kP]

Sustituyendo en la ecuación (5.12.1) se obtiene:

$$P = 0,1091 * 15.03399^2 - 3,2009 * 15.03399 + 24,668$$

$$P = 1.204 \frac{w}{kP}$$

Luego usando el peso del núcleo en la ecuación (5.12.2) se determinan las pérdidas en el núcleo:

$$P_{am} = G_{hi} * P \quad (5.12.2)$$

Dónde:

- P_{am} : Potencia activa de magnetización [w]
- G_{hi} : Peso del núcleo [kP]
- P : Potencia activa de magnetización en función del peso [w/kP]

$$P_{am} = 83.727 * 1.204$$

$$P_{am} = 100.807 w$$

5.12.2 Potencia reactiva de magnetización

$$P = 0,0531 * \beta_0^2 - 1,5169 * \beta_0 + 12,482 \quad (5.12.2)$$

Dónde:

- β_0 : Densidad de flujo [kG]
- P : Potencia reactiva de magnetización en función del peso [VA/kP]

$$P = 0,0531 * 15.03399^2 - 1,5169 * 15.03399 + 12,482$$

$$P = 1.67 \frac{VA}{kP}$$

Luego usando el peso del núcleo en la ecuación (5.12.2) se determinan las pérdidas en el núcleo:

$$P_{rm} = G_{hi} * P \quad (5.12.2)$$

Dónde:

- P_{rm} : Potencia reactiva de magnetización [VA]
- G_{hi} : Peso del núcleo [kP]
- P : Potencia activa de magnetización en función del peso [VA/kP]

$$P_{rm} = 83.727 * 1.67$$

$$P_{rm} = 139.824 VA$$

5.13 Diseño del tanque

5.13.1 Tanque sencillo

5.13.1.1 Dimensiones horizontales

Sustituyendo en la ecuación (4.11.1) se obtienen las dimensiones horizontales del tanque:

$$D_T = 1.558182 + 2 * 0.90618 + 2 * 2.5 * 0.0918$$

$$D_T = 3.829 \approx 4 \text{ dm}$$

5.13.1.2 Dimensiones verticales

Sustituyendo en la ecuación (4.11.2) se obtienen las dimensiones verticales del tanque:

$$L_{ef} = 2.788428 + 1.5 - 0.4 - \frac{0.963168}{2}$$

$$L_{ef} = 3.406 \text{ dm}$$

5.13.1.3 Disipación de calor en la tapa

Se obtiene capacidad de disipación de calor en la tapa sustituyendo en la ecuación (4.11.3):

$$W_t = (6.45) * \frac{\pi}{4} * 4^2 / 1.075$$

$$W_t = 75.39 \text{ w}$$

5.13.1.4 Disipación en la pared cilíndrica

Se obtiene capacidad de disipación de calor en la pared cilíndrica del tanque sustituyendo en la ecuación (4.11.4):

$$W_L = (10) * (\pi * 4) * 3.406$$

$$W_L = 428.01 \text{ dm}$$

5.14 Comparación de los resultados

A continuación se presenta la comparación de los resultados de la primera iteración, con respecto a los valores reales.

Tabla 5.14.1: Resultados de la primera iteración

Elementos	Primera iteración	Valores reales	Error [%]
Núcleo			
Ancho de la sección	155.8182 mm	156 mm	0.11
Altura de la sección	96.3168 mm	96 mm	0.33
Altura de la columna	182.526 mm	174 mm	4.9
Devanado Primario			
Número de espiras	1324	1323	0.0755
Número de espiras por capa	111	105	5.71
Número de capas	12	12	0
Número de semibobinas	4	4	0
Diámetro del conductor	1.37 mm	1.37 mm	0
Devanado Secundario			
Número de espiras	42	42	0
Ancho del conductor	166.52 mm	160 mm	4.075
Espesor del conductor	0.559 mm	0.6 mm	6.83
Aislamiento			
Aislamiento Núcleo - B. T.	2	2	0
Aislamiento A. T. - B. T.	9.18	6.8	35

Aislamiento entre semibobinas	9.18	6.8	35
-------------------------------	------	-----	----

Como se puede observar en la Tabla 5.14.1 el mayor error se encuentra en el aislamiento entre los arrollados de primario y secundario, se tomará la tensión de prueba correspondiente de la sección 4 de los Anexos, dicha tabla fue extraída del trabajo especial de grado de J. Rivero [17], el cual utilizó el mismo método de diseño del Profesor Deméter; una vez ya establecido lo anterior el valor correspondiente de tensión de prueba es:

$$U_{pr} = 3.25 * 7.2 \text{ kV}$$

$$U_{pr} = 23.4 \text{ kV}$$

A continuación se presentan los resultados de la segunda iteración con las modificaciones realizadas.

Tabla 5.14.2: Resultados de la segunda iteración

Elementos	Segunda iteración	Valores reales	Error [%]
Núcleo			
Ancho de la sección	155.8182 mm	156 mm	0.11
Altura de la sección	96.3168 mm	96 mm	0.33
Altura de la columna	182.526 mm	174 mm	4.9
Devanado Primario			
Número de espiras	1324	1323	0.0755
Número de espiras por capa	105	111	5.71
Número de capas	12	12	0

Número de semibobinas	4	4	0
Diámetro del conductor	1.37 mm	1.37 mm	0
Devanado Secundario			
Número de espiras	42	42	0
Ancho del conductor	166.52 mm	160 mm	4.075
Espesor del conductor	0.559 mm	0.6 mm	6.83
Aislamiento			
Aislamiento Núcleo - B. T.	2 mm	2 mm	0
Aislamiento A. T. - B. T.	6.99 mm	6.8 mm	2.79
Aislamiento entre semibobinas	6.99 mm	6.8 mm	2.79

Se puede observar que el error ha disminuido significativamente para la segunda iteración, es posible seguir disminuyendo los errores respectivamente con la modificación de otros parámetros de diseño, sin embargo para una tolerancia menor al 10% (según J. Rivero [17]), para la segunda iteración se consideran aceptables los resultados.

CAPITULO VI

HERRAMIENTA COMPUTACIONAL

6.1 Fundamentos del software

Se desarrolló una herramienta computacional en el lenguaje de programación Visual Basic 6.0, dicho software presenta una programación basada principalmente en el método de diseño de transformadores impartido por el profesor Jozsef Deméter, también se usaron datos de autores de otros métodos en complementación al diseño de transformadores monofásicos de distribución.

The screenshot shows a software interface with a left panel containing input fields for various parameters:

- POTENCIA [Kva]
- ALTA TENSION [Kv]
- BAJA TENSION [Kv]
- FRECUENCIA [Hz]
- SECCION DEL NUCLEO
- TAPS
- SISTEMA DE ENFRIAMIENTO
- DIELECTRICO
- MATERIAL DE LOS ARROLLADO DE BAJA
- MATERIAL DEL ARROLLADO DE ALTA
- MATERIAL DEL NUCLEO

To the right of these fields is a large gray area containing a checkbox labeled "Estoy de acuerdo con los datos suministrados." (I agree with the provided data) and another checkbox labeled "No, no lo estoy." (No, I do not agree). The "Estoy de acuerdo..." checkbox is checked.

Figura 6.:1 Hoja de cálculo de apertura del programa

6.2 Datos de Partida

En la Figura 6.2 se muestra la interfaz gráfica de inicio del software, donde se encuentran casillas de llenado y listas de selección, que se deben ingresar y son necesarios como datos de partida del método de diseño, una vez ingresados todos los datos se inicia el proceso de cálculo, presionando el botón “CALCULAR”.

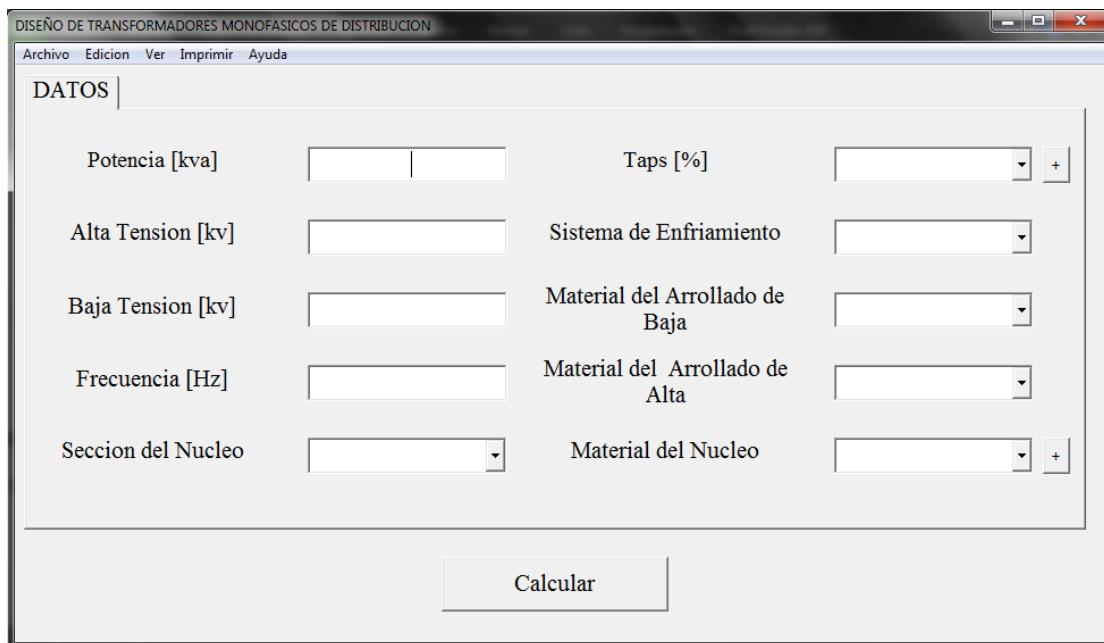


Figura 6.2: Interfaz gráfica de inicio

6.3 Presentación de los resultados

6.3.1 Núcleo

En la Figura 6.3.1 se muestra la interfaz gráfica que posee la pestaña “NÚCLEO”, donde son presentados en casillas la densidad de flujo, las dimensiones del núcleo, el coeficiente de apilamiento, el área neta y bruta de la sección, el coeficiente de apilamiento, entre otros.

DISEÑO DE TRANSFORMADORES MONOFASICOS DE DISTRIBUCION

Archivo Edicion Ver Imprimir Ayuda

DATOS NÚCLEO | BOBINA | TANQUE |

Material	<input type="text"/>	Densidad de Campo [kG]	<input type="text"/>
Sección de la Columna	<input type="text"/>	Área Bruta de la Columna [mm ²]	<input type="text"/>
Espesor de Laminas [mm]	<input type="text"/>	Área Efectiva de la Columna [mm ²]	<input type="text"/>
Nº Laminaciones	<input type="text"/>	Factor de Apilamiento	<input type="text"/>
Ancho de la Sección [mm]	<input type="text"/>	Altura del Yugo [mm]	<input type="text"/>
Altura de la Sección [mm]	<input type="text"/>	Ancho del Yugo [mm]	<input type="text"/>
Altura de la Columna [mm]	<input type="text"/>	Peso del Núcleo [Kg]	<input type="text"/>

Figura 6.3.1: Interfaz gráfica de la pestaña del núcleo

6.3.2 Bobina

En la Figura 6.3.2 se muestra la interfaz gráfica que posee la pestaña “BOBINA”, esta pestaña se encuentra dividida en dos paneles, uno para el arrollado primario y el otro para el arrollado secundario. En el panel del devanado de alta tensión (devanado primario) se encuentran en casillas modificables las dimensiones del arrollado, la densidad de corriente, las características del conductor, la tensión nominal, las dimensiones del aislamiento, el número de espiras, entre otros; mientras que en el panel del devanado de baja tensión (devanado secundario) debido a que está dividido en dos devanados, se muestran las dimensiones de cada uno de ellos, así como sus características comunes.

DISEÑO DE TRANSFORMADORES MONOFASICOS DE DISTRIBUCION

Archivo Edicion Ver Imprimir Ayuda

DATOS | NÚCLEO | BOBINA | TANQUE |

ALTA TENSION | BAJA TENSION |

Características del Conductor

Tipo de Sección	<input type="text"/>	Material	<input type="text"/>
Conductores en Paralelo	<input type="text"/>	Diametro [mm]	<input type="text"/>
Área de la Sección [mm ²]	<input type="text"/>	Calibre	<input type="text"/>

Características Generales

Tensión [Kv]	<input type="text"/>	Densidad de Corriente [A/mm ²]	<input type="text"/>
Número de Espirales	<input type="text"/>	Número de Semibobinas	<input type="text"/>
Altura del Devanado [mm]	<input type="text"/>	Número de Capas	<input type="text"/>

Figura 6.3.2: Interfaz gráfica de la pestaña de la bobina

6.3.3 Tanque

En la Figura 6.3.3 se muestra la interfaz gráfica que posee la pestaña “TANQUE”, en esta pestaña se encuentran en casillas las dimensiones del tanque y su forma característica.

DISEÑO DE TRANSFORMADORES MONOFASICOS DE DISTRUCION

Archivo Edicion Ver Imprimir Ayuda

DATOS | NÚCLEO | BOBINA | TANQUE |

Dimensiones Horizontales

Diametro de la Tapa [mm]	<input type="text"/>	Área de la Tapa [mm ²]	<input type="text"/>
Perímetro de la Tapa [mm]	<input type="text"/>	Área Efectiva de la Tapa [mm ²]	<input type="text"/>

Dimensiones Verticales

Altura del Tanque [mm]	<input type="text"/>	Altura Efectiva del Tanque [mm]	<input type="text"/>
Área del Tanque [mm ²]	<input type="text"/>	Área Efectiva del Tanque [mm ²]	<input type="text"/>

Figura 6.3.3: Interfaz gráfica de la pestaña del tanque

6.4 Barra de menú

6.4.1 Menú Edición

Como se muestra en la Figura 6.4.1, este menú consta de varias opciones de botones, la acción del botón corresponde a la opción seleccionada, donde se ejecuta una subrutina que se encarga de mostrar casillas de verificación en la pestaña correspondiente a la opción seleccionada, estas casillas de verificación permiten fijar el valor de una casilla y así no permitir su modificación en la siguiente iteración.



Figura 6.4.1: menú “Edición”

6.4.2 Menú Ver

Como se muestra en la Figura 6.4.2, este menú consta de varias opciones de botones, la acción del botón corresponde a la opción seleccionada, donde se ejecuta una subrutina se encarga de abrir una ventana con las imágenes de muestra y las dimensiones superficiales de la opción seleccionada.



Figura 6.4.2: menú “Ver”

6.4.3 Menú Imprimir

Como se muestra en la Figura 6.4.3, este menú consta de varias opciones de botones, la acción del botón corresponde a la opción seleccionada, donde se ejecuta una subrutina específica para el llenado de datos en un informe y luego su exportación en formato PDF a la carpeta donde se encuentran el software.



Figura 6.4.3: menú “Imprimir”

CAPITULO VII

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1 Conclusiones

En la creación, modificación o verificación de un método de diseño de transformadores, es de gran necesidad e importancia el conocimiento de los criterios y detalles constructivos de los mismos. El diseño de transformadores comprende el diseño del núcleo, el de los arrollados, el del aislamiento dieléctrico y por último el diseño del tanque.

El método de diseño desarrollado en este trabajo especial de grado se validó con los datos de placa de un transformador monofásico de distribución ubicado en el Laboratorio de Máquinas Eléctricas de la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela. Al aplicar el método se obtuvieron dimensiones y características teóricas con un error porcentual menor al 10% con respecto a las dimensiones y características reales, el cual se le atribuye a los detalles constructivos del fabricante (CAIVET).

La verificación del método de diseño de transformadores descrita anteriormente, valida su funcionamiento y aplicación a transformadores de monofásicos de distribución, exclusivamente a los tipo poste y sumergidos en aceite, en un rango de potencia nominal entre 5 y 100 kVA.

La herramienta computacional desarrollada en este trabajo investigativo, está basada en el método de diseño verificado. Dicho software de diseño, permite con una agradable interfaz gráfica, ser de gran utilidad para la construcción y reconstrucción de transformadores. También permite el estudio del diseño de transformadores con fines didácticos, a través de sus opciones de “Edición” y “Ver”.

7.2 Recomendaciones

La herramienta computacional podría ser usada como medio de enseñanza para transformadores monofásicos de distribución, debido a su interfaz gráfica cómoda al presentar los resultados. Además de que permite la interacción del usuario con dichos resultados.

Se podría desarrollar un trabajo especial de grado que se encargue de la validación de un método de diseño de transformadores de distribución trifásicos o autotransformadores.

La actualización de la base datos de los materiales usados en el diseño de transformadores, así con las características actualizadas de los materiales se lograría obtener diseños con menos incertidumbre.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Deméter, Jozsef. “Apuntes de clase de la asignatura electiva Máquinas Eléctricas IV”.
- [2] Avelino Pérez, Pedro. (2008). “Transformadores de distribución, teoría, calculo, construcción y pruebas”. México. Editorial Reverte.
- [3] Singer, Francisco. “Transformadores”.
- [4] Corrales Martin, Juan. (1968). “Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas”. Barcelona. Editorial Danae. Tomo I y Tomo II.
- [5] Pansini, Anthony J. (2006). “Electrical Distribution Engineering”.
- [6] Pansini, Anthony J. (2005). “Guide to Electrical Power Distribution Systems”.
- [7] Asea Brown Boveri (ABB). “Transformer Handbook”
- [8] Ras, Enrique. (1994). “Transformadores de potencia de medida y de protección”. Marcombo.
- [9] M. del Vecchio, Robert. (2002). “Transformer Design Principles: With Applications to Core-Form Power Transformers”.
- [10] Karsai, K.; Kernyi, D; Kiss, L. (1987). “Large Power Transformers”. Kiss Editorial Elsevier.
- [11] Kulkarni, Kharparde. (2004). “Transformer Engineering - Design and Practice”. Editorial Marcel Dekker Inc.
- [12] American National Standard Institute, Inc. (ANSI) C57.12.20 – 1974.
- [13] Norma Venezolana. Covenin. 3254 – 1996.
- [14] Norma Venezolana. Covenin. 3540 – 2002.
- [15] Commission Electrotechnique Internationale. (IEC). Publication 60076 – 1967.
- [16] Still, Alfred. (1919). “Principles of Transformer Design”. London. Chapman & Hall.
- [17] J, Rivero. *Diseño y construcción de transformadores secos de potencia*. Trabajo Especial de Grado. Escuela de Ingeniería Eléctrica, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela, 1974.

ANEXO 1

Tabla 7.1: Características de conductores circulares

AWG	Diámetro (mm)	Sección (mm ²)	Doble Capa (mm)
7	3,665007709	10,54968922	3,769
8	3,263677785	8,365741333	3,3600
9	2,906058863	6,632827379	3,0000
10	2,587813541	5,259637868	2,6800
11	2,304834805	4,172241978	2,3900
12	2,052536351	3,308808221	2,1400
13	1,827743003	2,623736043	1,9100
14	1,627783303	2,081052612	1,7100
15	1,449583112	1,650350248	1,5300
16	1,290911311	1,30882835	1,3700
17	1,149474056	1,037739215	1,2300
18	1,023592995	0,822895128	1,1000
19	0,911574385	0,65264063	0,9830
20	0,812006913	0,517856384	0,8790
21	0,722942402	0,410484985	0,787
22	0,643829698	0,325560639	0,704
23	0,573331965	0,258167871	0,632
24	0,5105346	0,204710558	0,569
25	0,454653292	0,162349353	0,511
26	0,404889398	0,128754581	0,457
27	0,360555075	0,102101731	0,409
28	0,321087021	0,080972096	0,366
29	0,285905256	0,064199872	0,33
30	0,25463499	0,050924414	0,295
31	0,226757712	0,040384435	0,267
32	0,201941944	0,032028968	0,241

ANEXO 2

Tabla 7.2: Características de conductores rectangulares tipo foil

BWG	Espesor (mm)
16	1,615
18	1,245
19	1,07
20	0,889
22	0,711
24	0,559
26	0,457
28	0,357
30	0,305
32	0,229
34	0,178
36	0,102
38	0,051

ANEXO 3

Tabla 7.3: Distancias mínimas de los aislamientos de los arrollados y el núcleo

Clase de Aislamiento	BIL	Potencial Aplicado	Aislamiento Radial BT ~ AT y Bobinas ~ Núcleo			Total de Tolerancia	Aislamiento Collar	Aislamiento Bobina ~ Tanque
			Tubo de Papel	Ducto de Aceite	Envolvente			
kV								
1,2	30	10	1,5			1,7	6,5	1,5
5	60	19		3	1	4,5	6,5	2
8,7	70	26	0,4	3	1	4,9	10	2
15	95	34	0,9	3	1	5,5	13	2
15	110	40	1,4	3	1	6	20	3
25	150	50	2,5	3	1,8	8,3	32	4,5
34,5	200	70	4,8	3	1,8	10,8	51	4,5
								50

ANEXO 4

Tabla 7.4: Tensión de prueba según la tensión del devanado primario

Arrollamiento a probar con tensión nominal	Tensión de prueba	Duración de la prueba [minutos]
$Un < 1000 V$	$2 * Un + 1000 V$ $Un_{minimo} = 2.5 kV$	1
$1 kV < Un \leq 10 kV$	$3.25 * Un$	1
$10 kV < Un \leq 60 kV$	$1.75 * Un + 15 [kV]$	1
$Un > 60 kV$	$2 * Un$	1

ANEXO 5

Tabla 7.5: Volúmenes, Áreas de transferencia térmica y peso para radiadores de “N” elementos de altura (800,1000,1200)mm. Ancho 381 mm y calibre lamina 1.2 mm.

Nº ELEMENTOS	Altura = 800 mm.			Altura = 1000 mm.			Altura = 1200 mm.		
	AREA M ²	VOLUMEN Lts	PESO Kg	AREA M ²	VOLUMEN Lts	PESO Kg	AREA M ²	VOLUMEN Lts	PESO Kg
1	0.70	3.42	5.5	0.87	4.02	6.85	0.99	4.47	8.22
2	1.38	6.32	11.0	1.70	7.52	13.70	1.95	8.46	16.44
3	2.05	9.23	16.5	2.54	11.03	20.55	2.91	12.39	24.66
4	2.73	12.13	22.0	3.38	14.55	27.40	3.87	16.36	32.88
5	3.40	15.03	27.5	4.22	18.06	34.25	4.83	20.33	41.10
6	4.08	17.94	33.0	5.05	21.58	41.10	5.79	24.30	49.32
7	4.75	20.84	38.5	5.89	25.06	47.95	6.75	28.27	57.54
8	5.43	23.75	44.0	6.73	28.57	54.80	7.71	32.24	65.76
9	6.10	26.65	49.5	7.57	32.13	61.65	8.67	36.21	73.98
10	6.78	29.55	55.0	8.41	35.60	68.50	9.63	40.14	82.20
11	7.45	32.46	60.5	9.24	39.12	75.35	10.59	44.11	90.42
12	8.13	35.36	66.0	10.08	42.63	82.20	11.55	48.00	98.64

ANEXO 6

APÉNDICE

A-1: Potencia de una columna

La relación entre la sección de la columna del núcleo y la potencia del transformador, se obtiene:

$$P_n = V_n * I_n$$

Además:

$$V_n = 4.44 * N * f * \beta_{max} * A_o$$

Sustituyendo en la primera ecuación:

$$P_n = 4.44 * N * f * \beta_{max} * A_o * I_n$$

Se cumple también que:

$$N * I_n = S * A_{conductor}$$

Por lo que podemos escribir:

$$P_n = 4.44 * f * (\beta_{max} * A_o) * (S * A_{conductor})$$

Para una serie de transformadores del mismo tipo, la sección transversal del conductor y la sección transversal del núcleo, guardan cierta relación:

$$m = \frac{A_{conductor}}{A_o}$$

Y nos queda la potencia por columna como sigue:

$$P_n = 4.44 * f * (\beta_{max} * A_o^2) * (S * m)$$

Y haciendo:

$$4.44 * (\beta_{max}) * (S * m) = \frac{1}{K^2}$$

Nos resulta:

$$P_n = \frac{1}{K^2} * f * A_o^2$$

A-2: Aislamiento entre las Bobinas de Alta Tensión y las de Baja Tensión

La Figura 7.1 representa la sección transversal de un arrollamiento cilíndrico.

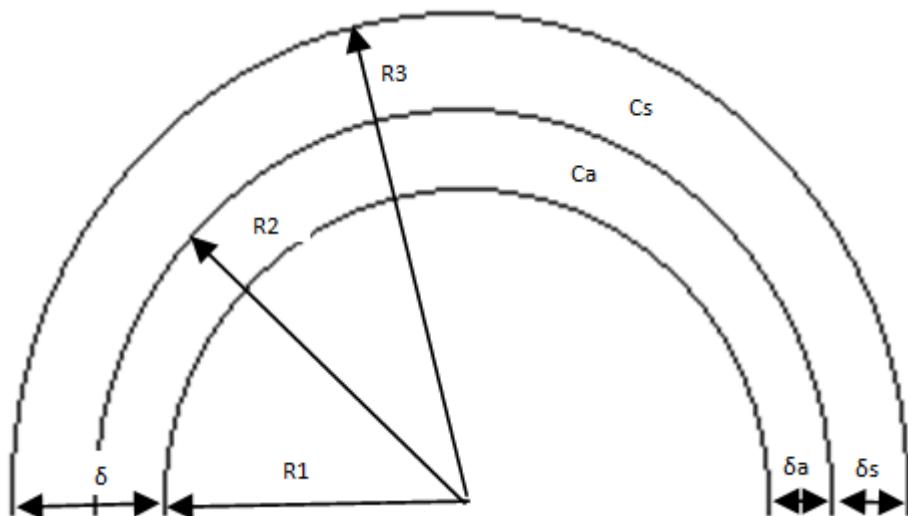


Figura 7.1: Aislamiento entre las Bobinas de Alta Tensión y las de Baja Tensión

Dónde:

- El radio vector R_2 indica el límite entre los aislamientos sólidos y líquidos.
- R_1 y R_3 son respectivamente los radios vectores entre baja tensión y el aislamiento líquido y entre alta tensión y el aislamiento sólido.
- δ es la distancia que ocupa el aislante total compuesto.
- δ_a es la distancia que ocupa el aislante líquido.
- δ_s es la distancia que ocupa el aislante sólido.
- C_s es la capacitancia producida por el aislante sólido.
- C_a es la capacitancia producida por el aislante líquido.

Las capacitancias están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$C_a = \frac{E_a * L_s}{2 * \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

$$C_s = \frac{E_s * L_s}{2 * \ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right)}$$

Siendo E_a y E_s los coeficientes dieléctricos de los aislamientos, L_s es la longitud del arrollamiento del transformador.

Las capacitancias c_a y c_s están conectadas en serie y se cargan con la tensión de prueba U_{pr} a los valores U_a y U_s dados por el divisor de tensión. Así:

$$U_a = \frac{c_s}{c_a + c_s} * U_{pr}$$

$$U_s = \frac{c_a}{c_a + c_s} * U_{pr}$$

Es decir:

$$U_a = \frac{1}{\frac{c_a}{c_s} + 1} * U_{pr} \quad \text{Pero} \quad \frac{c_a}{c_s} = \frac{E_a * \ln(\frac{R_3}{R_2})}{E_s * \ln(\frac{R_2}{R_1})}$$

Ósea:

$$U_a = \frac{1}{\frac{\frac{E_a * \ln(\frac{R_3}{R_2})}{E_s * \ln(\frac{R_2}{R_1})}}{R_3} + 1} * U_{pr}$$

Según la Figura:

$$R_3 = R_2 + \delta_s \quad \text{y} \quad R_2 = R_1 + \delta_a$$

Y la expresión de U_a queda:

$$U_a = \frac{1}{\frac{\frac{E_a * \ln(1 + \frac{\delta_s}{R_2})}{E_s * \ln(1 + \frac{\delta_s}{R_1})}}{R_3} + 1} * U_{pr}$$

Las relaciones δ/R son pequeñas, por lo que las funciones logarítmicas se pueden desarrollar en serie por la serie de Taylor en el entorno del punto $a = 1$ y aplicando la formula general del desarrollo de Taylor.

$$f(x) = f(a) + f'(a) * (x - a) + \frac{f''(a)}{2} * (x - a)^2 \dots$$

Y después de realizar los cálculos pertinentes se obtiene:

$$\ln(1 + x) = 0 + 1 * x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$$

Que se puede aproximar a:

$$\ln(1+x) \approx x - \frac{x^2}{2}$$

Por todo ello, podemos escribir:

$$\ln\left(1 + \frac{\delta_s}{R_2}\right) \approx \frac{\delta_s}{R_2} - \frac{\frac{\delta_s}{R_2}^2}{2}$$

$$\ln\left(1 + \frac{\delta_a}{R_1}\right) \approx \frac{\delta_a}{R_1} - \frac{\frac{\delta_a}{R_1}^2}{2}$$

Quedando U_a como sigue:

$$U_a = \frac{1}{1 + \frac{\frac{\delta_s}{R_2}^2}{\frac{\delta_a}{R_1}^2}} * U_{Pr}$$

El máximo campo eléctrico ocurrirá en la zona del aislamiento líquido, entre los límites R_1 y R_2 y su valor será:

$$E_a = \frac{U_a}{R_1 * \frac{\delta_a}{R_1} - \frac{\frac{\delta_a}{R_1}^2}{2}}$$

Sustituyendo en la expresión obtenida anteriormente de E_a la expresión de U_a , después de operar nos resulta:

$$E_a = \frac{U_{Pr}}{\delta_a * (1 - \frac{\frac{\delta_a}{R_1}^2}{2}) + \frac{E_a}{E_s} * \frac{\delta_s * R_1 * (1 - \frac{\frac{\delta_s}{R_2}^2}{2})}{R_2}}$$

Teniendo en cuenta que $R_1 \approx R_2$ y las relaciones δ/R tienden a cero, simplifica E_a a:

$$E_a = \frac{U_{Pr}}{\delta_a + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_s} * \delta_s}$$

Introduciendo la relación $\varepsilon = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_a}$, E_a se reduce:

$$E_a = \frac{\varepsilon * U_{Pr}}{\varepsilon * \delta_a + \delta_s}$$

Finalmente la máxima distancia δ , resulta ser:

$$\delta = \frac{U_{Pr}}{E_a} + \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} * \delta_s$$