

TRABAJO ASCENSO

MODELADO DE FLUJO LIGERAMENTE COMPRESIBLE EN MEDIO POROSO HOMOGÉNEO E ISOTRÓPICO

Trabajo de Ascenso presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela
Para optar a la Categoría de Profesor Asistente
En el Escalafón Universitario
Por el Profesor Manzione Rocco, A.

Caracas, julio de 2017

TRABAJO ASCENSO

MODELADO DE FLUJO LIGERAMENTE COMPRESIBLE EN MEDIO POROSO HOMOGÉNEO E ISOTRÓPICO

TUTOR DE ASCENSO: Prof. Elías Cuartín

Trabajo de Ascenso presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela
Para optar a la Categoría de Profesor Asistente
En el Escalafón Universitario
Por el Profesor Manzione Rocco.

Caracas, julio de 2017

VEREDICTO DEL JURADO

DEDICATORIA

A mi esposa y mi familia que son la principal motivación para el logro de mis metas y mi apoyo en todo momento.

A mi abuelo Gerardo Giordano, a mi papá Luigi Manzione, mi abuela Concetta Morena y demás fieles difuntos, que aunque no estén físicamente sé que están presentes, y mantengo todos los momentos con ellos en mi corazón

A Dios Todopoderoso, A Jesús mi Salvador y a la Virgen María que me han llevado por buenos caminos y porque nunca me faltan, y son mis guía para el logro de mis metas...

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar a Dios que me permite tener la oportunidad de crecer profesionalmente en esta casa de estudios.

A la ilustre Universidad Central de Venezuela, la casa que vence las sombras, por brindarme la oportunidad de seguir creciendo profesionalmente.

Al profesor Elías Cuartin por guiarme durante este trabajo y en mi plan de formación.

Al profesor Rodolfo Berrios quien aparte de ser mi tutor de tesis también me ha estado asesorando con respecto al presente trabajo.

RESUMEN

Manziona, Rocco, A.

MODELADO DE FLUJO LIGERAMENTE COMPRESIBLE EN MEDIO POROSO HOMOGÉNEO E ISOTRÓPICO

Tutor Ascenso: Prof. Elías Cuartín. Trabajo de Ascenso a la Categoría de Asistente. Caracas, U.C.V. Facultad de Ingeniería. Ciclo Básico. Departamento de Física. Año 2017, 71 p.

Palabras Claves: Flujo ligeramente compresible, viscosidad, presión, pozos, gradientes de presión, regímenes de flujo.

Resumen: Se presenta un modelo tridimensional el cual permite simular mediante un algoritmo computacional: flujo ligeramente compresible a través de medios porosos homogéneos e isotrópicos. Esto incluye un pozo productor, representado bajo tres escenarios: vertical ubicado por el frente, luego trasladado hacia las zonas centrales, incluso otro caso donde es inclinado; para así determinar a partir de estos planteamientos cuan alta debe ser la compresibilidad antes de que algunos supuestos como: gradientes de presión pequeños, viscosidad constante lleguen a ser inexactos. Principalmente fueron ingresados valores relacionados a: propiedades de roca y fluido, datos pozo, condiciones iniciales, así como aquellos requeridos para discretizar dicho modelo. Una vez insertados estos parámetros de entrada, la simulación es ejecutada, considerando el método de Newton-Raphson junto con otra técnica referente a diferenciación automática. Estas herramientas ayudaron a resolver la ecuación del flujo ligeramente compresible, respecto a cada uno de los tres casos planteados, considerando primero viscosidad constante y seguidamente variable, para así comparar los resultados en forma gráfica y numérica. Estos mostraron que cuando hay viscosidad variable, el comportamiento de la presión, no viene afectado considerablemente, pero si el del caudal o gasto de producción; adicionalmente el régimen mostrado tiene características relacionadas al caso semi-estable, donde los valores decaen linealmente. En cuanto a los gradientes se observó que el valor más alto de compresibilidad, antes de que las suposiciones sean erróneas, es influenciado por factores como la ubicación, orientación e índice del pozo.

ÍNDICE GENERAL

VEREDICTO DEL JURADO	iii
DEDICATORIA	iv
AGRADECIMIENTOS	v
RESUMEN.....	vi
ÍNDICE GENERAL.....	vii
ÍNDICE DE FÍGURAS.....	x
ÍNDICE DE TABLAS	xii
LISTA DE SIMBOLOS.....	xiii
CAPÍTULO I.....	1
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	1
1.2 OBJETIVOS.....	4
1.2.1 Objetivo General.....	4
1.2.2 Objetivo General.....	5
CAPÍTULO II	6
2.1 Yacimiento como medio poroso.....	6
2.1.1 Simulación de Yacimientos	7
2.1.2 Tipos de simuladores de yacimientos	8
2.2 Propiedades de Roca.....	10
2.2.1 Porosidad	10
2.2.2 Permeabilidad	10
2.3 Propiedades del fluido	11
2.3.1 Presión	11
2.3.2 Temperatura.....	11
2.3.3 Compresibilidad.....	11
2.3.4 Densidad	12
2.3.5 Factor de Formación volumétrica.....	13
2.3.6 Viscosidad.....	14
2.3.7 Relación de solubilidad.....	15
2.4 Propiedades de interacción roca/fluido	16

2.4.1 Saturación	17
2.4.2 Presión Capilar.....	17
2.4.3 Transmisibilidad	17
2.3.4 Permeabilidad Relativa.....	18
2.5 Conservación de la masa para flujo multifásico.....	18
2.6 Ecuaciones de flujo monofásico	22
2.6.1 Flujo Ligeramente Compresible	23
2.6.2 Regímenes de flujo	25
2.6.3 Establecimiento de condiciones iniciales	26
2.6.3 Establecimiento de condiciones de frontera	27
2.7 Modelos de pozos	29
2.7.1 Modelo de Peaceman.....	29
2.7.2 Modelo de Holmes.....	32
2.7.3 Control de pozos	33
2.8 Discretización	35
2.9 Método de Solución.....	40
CAPÍTULO III.....	43
3.1 Datos de entrada	45
3.1.1 Geometría del modelo.....	45
3.1.2 Propiedades de Roca y Fluido	45
3.1.3 Pozos.....	46
3.1.4 Condiciones Iniciales.....	47
3.1.5 Discretización	47
3.2 Ejecución de simulación.....	49
CAPÍTULO IV.....	54
4.1 Evaluación de densidad en función de la presión.....	54
4.2 Viscosidad en función de la presión	56
4.3 Gradientes de presión	56
4.4 Presión: mínima, media y máxima	59
4.5 Comportamiento de la presión en el medio poroso	62
4.6 Caudal de producción	64

CONCLUSIONES	66
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	68

INDICE DE FÍGURAS

Figura II-1. Medio poroso presentado a escala grande y mediana	6
Figura II-2. Estructura básica de un yacimiento: gas, petróleo y el acuífero	7
Figura II-3. Modelo 3D de un yacimiento	9
Figura II-4. Gráfica de densidad en función de la presión, para distintos fluidos,	14
Figura II-5. Gráfica de viscosidad-presión para distintos fluidos	15
Figura II.6. Gráfica de relación de solubilidad-presión	16
Figura II-7. Balance molar a través de un volumen representativo del medio poroso	18
Figura II-8. Comparación de los tres regímenes de flujo en cuanto a declinación de la presión	26
Figura II-9, Presión hidrostática inicial en el yacimiento	28
Figura II.10. Condiciones de frontera en un yacimiento	28
Figura II-11. Proyección de la trayectoria de un pozo en los ejes de coordenadas	32
Figura II-12. Gráfica de presión-tiempo y caudal vs tiempo, para una presión de fondo fluyente constante	34
Figura II-13. Decrecimiento de la presión desde un pozo inyector hasta un pozo productor	35
Figura II-14. Celdas, nodos interiores y en los bordes	37
Figura II-15. Celdas (círculos) y caras (cuadrados)	37
Figura III-1. Diagrama de flujo para algoritmo desarrollado.....	44
Figura III-2.a) escenario I: pozo vertical cerca del frente, b) escenario II, pozo vertical cerca de zona central del medio poroso, c) escenario III: pozo inclinado:	47
Figura III-3, Patrón de esparcimiento de la matriz C.....	49
Figura III-4. Expresión de incógnitas mediante esquema de diferenciación automática, y datos arrojados por el programa	50
Figura III-5, Creación de matriz estructurada, y sus elementos	51

Figura. IV-1. Modelo implementado en la simulación	54
Figura IV-2. Densidad en función de la presión para distintas compresibilidades	55
Figura IV-3, Viscosidad variable en función de la presión	56
Figura IV-4. Gradientes promedios de presión, para distintas compresibilidades, considerando los dos casos de viscosidad en cada escenario.....	57
Figura IV-5. Amplitudes de gradientes de presión-compresibilidades, considerando los dos casos de viscosidad en cada escenario	58
Figura IV-6. Gráficas para distintas compresibilidades de presión mínima, media, máxima, del escenario I, considerando los dos casos de viscosidad.....	60
Figura IV-7. Gráficas para distintas compresibilidades de presión mínima, media, máxima, del escenario II, considerando los dos casos de viscosidad	60
Figura IV-8. Gráficas para distintas compresibilidades de presión mínima, media, máxima, del escenario III, considerando los dos casos de viscosidad.....	61
Figura IV-9. Evolución de la presión el medio poroso (Escenario I)	62
Figura IV-10. Evolución de la presión el medio poroso (Escenario II)	63
Figura IV-11 Evolución de la presión el medio poroso (Escenario III).....	63
Figura IV-12. Grafica de caudal de producción, para distintas compresibilidades, considerando los dos casos de viscosidad, en los tres escenarios.	65

INDICE DE TABLAS

Tabla II-1 Clasificación de los fluidos según su compresibilidad	12
Tabla III-1 Datos para la estructura del modelo.....	45
Tabla III-2 Propiedades del fluido y la roca.....	45
Tabla III-3 Datos para cada uno de los pozos implementados.....	46
Tabla III-4 Datos del tiempo de simulación.....	48
Tabla IV-1 Valores de compresibilidad máxima para escenario	59

LISTA DE SIMBOLOS

Símbolo	Variable/Magnitud	Unidades
p	presión	Kilopascal (kPa)
ϕ	Porosidad	(Se mide en porcentaje)
c	compresibilidad	1/kilopascal (kPa ⁻¹)
K	Permeabilidad	Micrómetros cuadrados ((μm^2))
V	Volumen	Metros cúbicos (m ³)
ρ	Densidad	Kilogramos/metros cúbicos (kg/m ³)
T	Temperatura	Grados Kelvin (K)
α	Coefficiente de dilatación	1/Kelvin (K ⁻¹)
B	Factor de formación volumétrica	Metros cúbicos a condiciones de yacimiento/metros cúbicos a condiciones estándar (m ³ /std m ³)
μ	Viscosidad	Pascales x segundo (Pa.s)
S	Saturación	(Se mide en porcentaje)
T_k	Transmisibilidad	Metro cuadrados /Pascales. Segundo (m ² /Pa.s)
A	Área	Metros cuadrados (m ²)
X	Relación molar entre componentes contenidos en la fase petróleo/moles del componente	(Se mide en fracción)
Y	Relación molar entre el componente gas contenidos en una fase/moles del componente	(Se mide en fracción)
q	Caudal de producción	Metros cúbicos /días
v	Velocidad de flujo	Metros/segundos (m/s)
g	Aceleración de gravedad	Metros/segundos cuadrados (m/s ²)
z	profundidad	Metros (m)
M	Peso molecular	Kilogramos/mol (kg/mol)
r_s	Relación de solubilidad gas/petróleo	Metros cúbicos de gas / barriles de petróleo (M ³ /BN)
R_s	Relación de solubilidad petróleo/gas	Metros cúbicos de gas / barriles de petróleo (M ³ /BN)
t	tiempo	Días (D)
η	Constante de difusividad hidráulica	Metros cuadrados/ días (m ² /D)
r	radio	Metros (m)
s	Factor de daño	Adimensional
f	Factor geométrico del pozo	Adimensional
WI	Índice del pozo	Metros cúbicos
PI	Índice de productividad	Kilogramos/Pascales× segundo (Kg/Pa.s)
$\hat{\rho}$	Densidad molar	Mol/metros cúbicos (mol/m ³)

Subíndices	Significado
0	Referencia/inicial
f	Fluido
R	Roca
x	En el eje x
y	En el eje y
z	En el eje z
l	Líquidos
μp	Viscosidad respecto a la presión
μT	Viscosidad respecto a la temperatura
cs	Condiciones normales/estándar
cy	Condiciones de yacimiento
r	relativa
m	Moles del componente
o	petróleo
g	gas
w	Agua/mojante
nw	No mojante
p	poro
s	Estándar
C	Capilar
bh	Fondo fluyente
H	Geométrica

CAPITULO I

INTRODUCCIÓN

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Los científicos, ingenieros e investigadores buscan comprender siempre una serie de principios aplicados sobre todo a las diferentes ramas de la física, entre las cuales destaca: La dinámica de fluidos (líquidos y gases), donde se estudia el movimiento de estos a través de distintos medios como tuberías, canales, sólidos (arena y arcilla), o incluso los gases en el espacio vacío (aire). El movimiento de los fluidos es lo que denominan “flujo”, y ha sido analizado desde los casos más sencillos (flujo incompresible no viscoso) hasta los más complejos (flujo compresible, viscoso).

Con respecto a este tópico han sido realizados diferentes estudios, donde además de las ecuaciones relacionadas al movimiento del flujo y su solución, o experimentos demostrativos, se han complementado realizando otra forma de modelado en donde puede evidenciarse el uso de simulaciones numéricas, las cuales están ligadas a la “dinámica de fluidos computacional”. La misma permite estudiar el movimiento de un fluido mediante la resolución numérica del conjunto de ecuaciones regidoras del movimiento del flujo (Baeza, 2007).

En la actualidad uno de los casos más estudiado considerando esta técnica es el del flujo en medios porosos, que ha sido principalmente aplicado en la ingeniería de yacimientos y la industria petrolera, donde le llaman “simulación de yacimientos”; esto proviene del hecho de la implementación de distintas herramientas para predecir el comportamiento de los yacimientos de petróleo. Entre las principales ventajas de esta metodología destaca que permite resolver una cantidad considerable de problemas, gracias a su rapidez, credibilidad y bajo costo (Rodríguez, 2000), además, es de gran importancia, porque resuelve todo lo relacionado a ingeniería de

yacimientos (Islam, Abbou, 2010), en cambio con los cálculos manuales hay más factores influyentes como: operaciones y suposiciones erróneas, distracción o poca experiencia del operador, así como una alta dedicación a la determinación de valores numéricos.

Sin embargo es importante mencionar que los simuladores pueden tener su costo económico; por ello es indispensable tener un buen conocimiento de este tipo de programas, porque si no se conocen los códigos o bien como desarrollar los procedimientos, sería difícil ejecutar el proyecto y elevaría dicho costo, o bien no está al alcance de una gran mayoría de usuarios.

La simulación de yacimientos es llevada a cabo resolviendo la ecuación de flujo en medios porosos; esta es derivada a partir del principio de conservación de masa, donde debe considerarse un volumen representativo del medio poroso y debe hacerse un balance de masa o moles, considerando: entrada, salida, acumulación, producción o inyección de los mismos. A través de dicho balance se obtiene la “ecuación de continuidad”, y acompañada de “ecuaciones de estado”, propiedades de roca y fluido, así como modelos de pozo, permiten resolver varias cantidades de problemas para distintos tipos de fluidos,

Por otra parte los flujos según sus fases o componentes, son caracterizados como : monofásicos, es decir cuando están compuestos de un fluido o fase ; los cuales han sido objeto de estudio de investigaciones realizadas por autores como: ‘Danderes, Sorraín, Bidner, 1988; Adhef, 2007; Arango y Naranjo, 2009’ así como multifásico: lo cual comprende dos fases en adelante, donde pueden citarse como ejemplo los trabajos de ‘Odeh 1981; Regis, Savioli, Morelli, Bidner, 2000; Torres, 2001; Caicedo y Alfonso, 2007; Abreu 2009; Pinilla, 2013’ .

En contraste puede observarse que hallar soluciones numéricas para los flujos monofásicos podría resultar más sencillo respecto al caso multifásico, porque la

cantidad de ecuaciones e incógnitas aumenta con el número de fases, no obstante se debe considerar el siguiente hecho: el caso de una sola fase es una “simplificación” del multifásico, donde los poros acumulan un alto porcentaje de ese fluido (cerca del cien por ciento), y por lo tanto la cantidad de otros fluidos no debe considerarse.

Adicionalmente el flujo en medios porosos según su comportamiento a cambios de presión y temperatura, puede clasificarse en compresibles (cambios notables de dimensiones), incompresibles (no cambia su volumen), y el caso de fluidos ligeramente compresibles; respecto a estos últimos, puede suponerse que los cambios de densidad, y volumen no son tan notables. En lo referente a esta característica, no han hecho tantas investigaciones, porque este es considerado un caso más “real” del flujo incompresible, entre los pocos trabajos relacionados a este hecho están por ejemplo: ‘Ebin, 1974; Soullaine, Devit, Quintard, 2012, Ebin y Disconzi 2013’.

Además, todo fluido que se mueve en medios porosos y permeables, es considerado viscoso, como plantea la Ley de Darcy, Además la viscosidad podría variar debido a la presión y temperatura, sin embargo hay casos donde puede considerarse constante, según Naranjo, (2009), esta afirmación no es correcta al tratarse de flujo ligeramente compresible, por otro lado ‘Savioli, 1996; Erketin, Abbou, Kasem, 2001; Escobar ,2004’, señalan que dicho supuesto es correcto.

La ecuación de flujo monofásico ligeramente compresible, también denominada “ecuación de difusividad” es una simplificación la cual se obtiene asumiendo que los gradientes de presión son muy pequeños y los efectos gravitatorios son despreciables, tal como afirman; Savioli, 1996; Erketin, et al 2001; Torres, 2001. En este tipo de flujo la característica fundamental es la compresibilidad, la cual deberá tener un rango válido para cualquier tipo de fluido, lo cual permite predecir su comportamiento en cuanto a cambios en sus dimensiones respecto a las variaciones de presión.

De esta forma quiere estudiarse el flujo ligeramente compresible en medio poroso homogéneo e isotrópico (porosidad y permeabilidad invariantes), considerando distinta ubicación y orientación de un pozo productor y verificando al mismo tiempo que los mencionados supuestos del modelo se cumplen, mientras no sea superada una restricción en el valor de compresibilidad. Para tal fin es implementado un algoritmo basado en simulación numérica donde son aplicados: El método de Newton combinado con el esquema de diferenciación automática; la cual es una herramienta muy eficaz en la solución de ecuaciones diferenciales parciales, porque reduce notablemente la complejidad del problema a otro mucho más sencillo ‘Tucker, 2010; Knut ,2016’

1.2. OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo General.

Desarrollar un algoritmo mediante un código computacional que permita hacer un modelamiento de flujo monofásico ligeramente compresible en medios porosos homogéneos e isotrópicos.

1.2.2 Objetivos Específicos.

- Evaluar la densidad en función de la presión, para fluido ligeramente compresible considerando distintos valores de compresibilidad.
- Determinar qué tan grande puede ser la compresibilidad para un pozo vertical con dos ubicaciones distintas, y un pozo inclinado, antes de que los supuestos del modelo se vuelvan inexactos.
- Describir las características de los regímenes de flujo del modelo, presentados en las distintas gráficas.
- Comparar los resultados obtenidos, para el caso donde la viscosidad permanece constante, con aquel donde la viscosidad varía de acuerdo a la presión

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Yacimiento como medio poroso.

En la dinámica de fluidos, se tiene que un flujo de fluido puede desplazarse por distintos medios; lo cual viene descrito por leyes físicas, o a partir de ecuaciones regidoras del comportamiento, las cuales pueden derivarse a partir de los principios de conservación de masa, momentum y energía.

Uno de estos tipos de medios o canales, el cual permite el flujo a su través es el medio poroso, según Darby (2001) consiste en: “un sólido o arreglo de ellos con suficiente espacio abierto dentro o alrededor de las partículas, para permitir el paso de un fluido” (p.391). Mientras López (2004) señala que los mismos están compuestos por dos clases de estructuras, la roca y los poros en su interior .En la figura II-1 se muestra esta composición a mediana y gran escala.

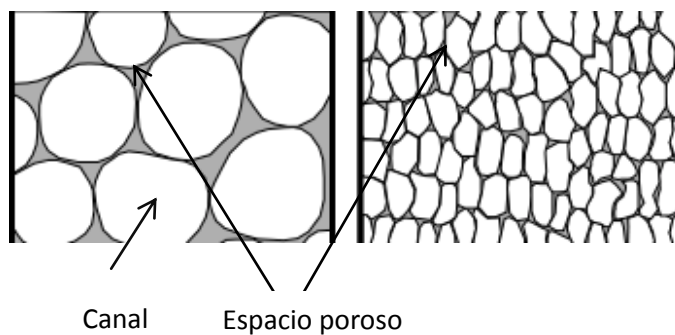


Figura II-1. Medio poroso presentado a escala grande y mediana.

(Tomado y modificado de López, 2004).

Un ejemplo muy común de esto es el de un yacimiento; el mismo se define como una región geológica cerrada, la cual contiene poros y a su vez permite el paso de fluidos, en estados líquido y gaseoso (Escobar, 2004). Ahora bien estos fluidos como muestra la figura II-2, conforman un sistema que comprenden la roca, las fases líquidas (petróleo y acuífero) y la gaseosa. Además hay quienes imaginan que el

petróleo es como un río que fluye debajo de la tierra, lo cual no es así, porque en si este recurso se encuentra entre las cavidades (poros) de las rocas (Barberi, 1998).

Es importante mencionar que hay distintos tipos de yacimientos de hidrocarburos, los cuales son definidos según su estructura como geológicos, y estos a su vez se subdividen en: estratigráficos, estructurales y combinados, a los mismos se les considera sobre todo, el tipo de roca y como están conformados (Escobar, 2004). De acuerdo al punto de burbuja están los subsaturados, ellos tienen presiones menores a la presión a la cual es liberada una burbuja de gas, y los saturados, cuando es superada dicha presión (Erketin, et al 2001).

En relación al estado de los fluidos destacan: petróleo negro y volátil, o en el caso de los gases: seco, húmedo, retrogrado (Escobar, 2004) para efectos del presente estudio, conviene más destacar la importancia del yacimiento de petróleo negro el cual podrá apreciarse en secciones posteriores.

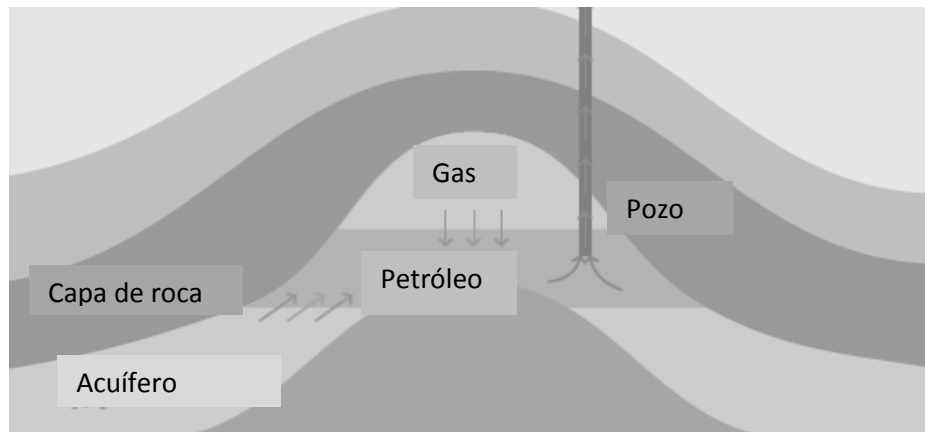


Figura II-2. Estructura básica de un yacimiento: gas, petróleo y el acuífero.

(Tomado y traducido de Knut, 2016).

2.1.1 Simulación de Yacimientos.

En la actualidad existen distintos programadores o softwares capaces de hacer una representación de ciertos fenómenos que se presentan en la naturaleza, tal como es el caso de la simulación, aquí simplemente se hará énfasis en lo relacionado a

“simulación de yacimientos”, este tipo de técnica, es una de las principales actividades de un ingeniero de petróleo o bien geólogo, los cuales tienen como objetivo principal el estudio de la vida productiva de un yacimiento; para este fin, se basan en diferentes principios y conceptos aplicados científicamente a este medio, que ayudan a modelar sus características más relevantes (Rodríguez, 2000) donde es posible mencionar leyes del movimiento de flujo en medios porosos, así como métodos y técnicas que podrían dar una solución.

Esta actividad permite hacer una predicción de cómo será la vida productiva del yacimiento (Knut, 2016), porque así es más viable decidir cómo se podrían desarrollar y aprovechar sus recursos (Naranjo, 2009).

Estos modelos pueden ser físicos: los mismos son representados a través de experimentos de laboratorio (Erketin, et.al, 2001) y matemáticos los cuales se rigen por la demostración de cómo ocurren la transferencia de masa y/o energía en el medio poroso (Rodríguez, 2000); esto es posible gracias a ecuaciones diferenciales: ecuación de continuidad, ecuación de energía en las cuales son utilizadas la ley de Darcy, y su respectiva solución, sin embargo dichas soluciones serían sólo aproximaciones (Bárcenas, 2006)

2.1.2 Tipos de Simuladores de Yacimiento.

Los simuladores de yacimiento pueden identificarse según la geometría, composición química o estado de fluidos en el yacimiento. De acuerdo a sus dimensiones están los modelos cartesianos y radiales: 1D, 2D, 3D, (Rodríguez, 2000, Erketin et.al, 2001; Islam y Abbou, 2010),

Aquí es considerado el modelo tridimensional 3D, puesto que permite modelar los pozos o el yacimiento de forma más realística; entre otras características está el hecho de preferir usar este modelo en vez del bidimensional, o cualquier otro porque de acuerdo con Rodríguez (2000), permite evitar el uso de funciones las cuales aumentan el tiempo de programación considerablemente, y por otro lado ayuda a disminuir la complejidad del problema.

En contraste Abreu (2009), indica que estos modelos contienen celdas donde se conocen las propiedades del fluido y la roca del yacimiento. En la figura II-3 se muestra un ejemplo de modelo tridimensional 3D.

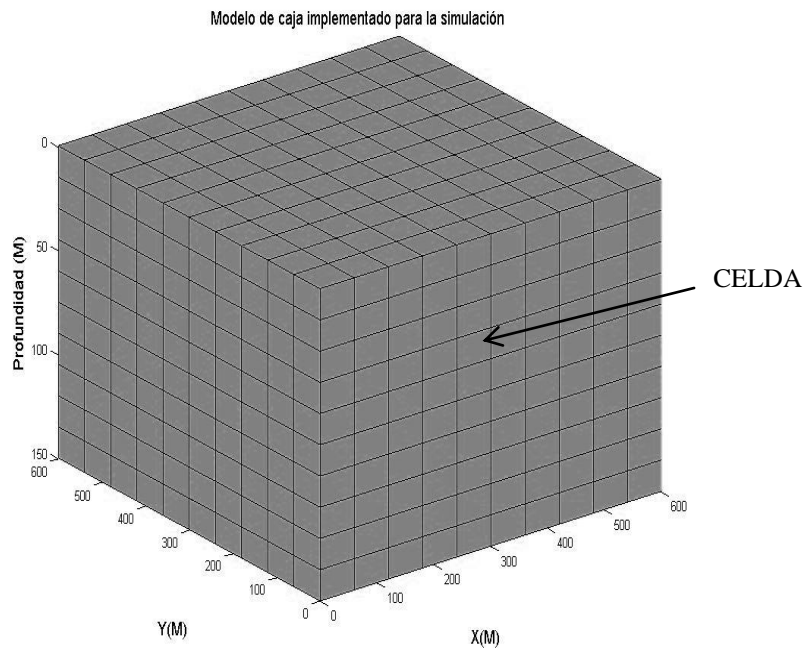


Figura II-3. Modelo 3D de un yacimiento. Elaborado por el autor

En lo relacionado a la composición química del yacimiento o proceso de recuperación pueden indicarse: térmico, composicional, químico, petróleo negro. (Colina, 2004).

El simulador Petróleo-Negro el cual es conocido comúnmente como Black-Oil, se asume que las propiedades de sus componentes no varían fuertemente debido a los cambios de temperatura (Abreu, 2009), esta magnitud física por tener ligeras variaciones, en el medio debe asumirse constante (Islam y Abbou, 2010), además no existiría solubilidad del petróleo en la fase gaseosa (Ordoñez, 2007). Por estas razones es muy utilizado en los distintos estudios referentes a yacimientos.

No obstante, es importante señalar que este modelo es uno composicional “idealizado” donde la cantidad de componentes se disminuye a la de fases presentes en el sistema (Islam, et.al 2010). En el caso de un modelo composicional sucede lo contrario con las propiedades, pues la presión y temperatura si pueden afectar el modelo (Alfonzo y Caicedo, 2000). Un ejemplo básico sería un yacimiento de gas, ya que este fluido es más propenso a cambiar las magnitudes de sus propiedades más fácilmente por la dependencia de sus propiedades con la presión y temperatura.

2.2. Propiedades de la roca.

2.2.1 Porosidad: Los yacimientos contienen una serie de cavidades a lo largo de su geometría, ahora bien estas tendrían la capacidad de retener o acumular en su interior a los fluidos, y esto es denominado porosidad, la cual viene expresada generalmente como un porcentaje o decimal (Rivera, 2004). La misma sería absoluta, cuando no es considerada la interconexión de los poros, y efectiva cuando los poros están interconectados entre sí, (Erketin., et.al 2001). La porosidad viene dada por la ecuación (2.1)

$$\phi = \phi_0 + c_R(p - p_0) \quad (2.1)$$

Siendo ϕ la porosidad, c_R la compresibilidad de la roca, y p la presión, los subíndices 0, en este caso denotan valores de referencia, según esto el medio sería **homogéneo** si la porosidad no cambia, lo cual implica que c_R es igual a cero, sino sería **heterogéneo** (Erketin, et.al, 2001).

2.2.2 Permeabilidad: En relación a lo anterior el espacio poroso retiene a los fluidos, aunque hay cierta facilidad de desplazamiento a través de estos descrito por otra propiedad llamada “permeabilidad” (Rivera, 2004). Por lo general el tensor de permeabilidad se expresa como:

$$K = \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

A partir de esta definición, el medio es **isotrópico** si se cumple que:

$$K_x = K_y = K_z \quad (2.3)$$

De otra forma el medio sería **anisotrópico**. (Erketin., et al., 2001).

Estas dos propiedades dan nociones de alguna manera en cuanto a la libertad ofrecida por la roca al fluido para moverse a su través; porque si un medio poroso tiene valores altos de permeabilidad, el flujo sería más veloz, en cambio si el medio tiene alto porcentaje de porosidad lo retendría y no le permitiría desplazarse con tanta facilidad, ya que habría más espacios porosos reteniendo al fluido.

2.3. Propiedades de fluido.

2.3.1 Presión: Esta es la propiedad más importante en el estudio de dinámica de fluidos, la cual representa el esfuerzo de un fluido en reposo, pero realmente son los gradientes de presión porque estos hacen posible su movimiento (White, 2004).

Además algunas variables están relacionadas con la presión; por ello esta propiedad será la que permita hacer observaciones con respecto al comportamiento del flujo en medios porosos; como ya se vio la porosidad es una de estas, siempre y cuando los valores de compresibilidad de roca no sean muy bajos.

2.3.2. Temperatura: Esta se relaciona con el nivel de energía interna del fluido. Si en un medio las diferencias de temperatura son fuertes, la transferencia de calor no podría ignorarse. (White 2004,) En referencia al petróleo negro, ha sido señalado, que se comporta como un medio “isotérmico”, es decir no aumenta ni disminuyen los valores de temperatura.

2.3.3. Compresibilidad: La misma permite identificar los tipos de fluidos presentes en el yacimiento dependiendo de su comportamiento a una presión externa,

al respecto Erketin, et.al, (2001), hacen una clasificación de los fluidos según este parámetro de la siguiente manera, tal como se especifica en la tabla II-1

Clasificación	Rango de compresibilidad c_f (kPa ⁻¹)	Casos
Incompresibles	0	Gas liberado, agua
Ligeramente compresibles	10 ⁻⁶ a 10 ⁻⁷	Petróleo bajo saturado
Compresibles	10 ⁻⁴ a 10 ⁻⁵	Gas

Tabla II-1. Clasificación de los fluidos según su compresibilidad. (Datos tomados y convertidos de Erketin, 2001)

En el caso de los líquidos se tiene que la compresibilidad viene dada por:

$$c_l = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right) = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right) \quad (2.4)$$

Donde V es el volumen, ρ es la densidad del líquido; como podrá verse a continuación también permite caracterizar un fluido en cuanto a su comportamiento a los cambios de presión e identificarlos, como en la tabla II-1

2.3.4. Densidad: Esta cantidad es constante mientras el volumen del fluido no aumente ni disminuya (Dayli y Harleman, 1975). Esta condición aplica solo en el caso de fluido incompresible, porque para los otros dependerá de la compresibilidad.

Para el caso de líquidos, es considerada la ecuación (2.4); integrando a ambos miembros de la igualdad, donde se obtiene que la densidad de un fluido en función de la presión es:

$$\rho_l(p) = \rho_{l0} e^{-c_l(p-p_0)} \quad (2.5)$$

Si el fluido es ligeramente compresible, podemos aproximar la función exponencial mediante series de Taylor, despreciando términos cuadráticos, entonces quedaría:

$$\rho_i(p) = \rho_{i0}(1 + c_i(p - p_0)) \quad (2.6)$$

También es posible tomar en cuenta los efectos de temperatura, a partir de la definición del coeficiente de dilatación α :

$$\alpha = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right) \quad (2.7)$$

Realizando un procedimiento similar al caso de la presión, se obtiene:

$$\rho_i(p, T) = \rho_{i0}(1 + c_i(p - p_0))e^{-\alpha(T - T_0)} \quad (2.8)$$

Adicionalmente si es ligeramente compresible para cambios de temperatura, se tiene de la misma forma como se hizo para la Ecuación (2.7):

$$\rho_i(p, T) = \rho_{i0}(1 + c_i(p - p_0) - \alpha(T - T_0)) \quad (2.9)$$

A partir de la Ecuación (2.9), si la temperatura no varía, se vuelve a tener a la ecuación (2.6), la cual representa la ecuación de densidad para flujo ligeramente compresible; por lo tanto aplica en el caso de un yacimiento isotérmico. En la figura II-4 es posible observar el comportamiento de distintos fluidos en cuanto a la presión, donde la característica más resaltante sería la compresibilidad, pues indica que tanto varía la densidad, o el comportamiento descrito por la curva.

2.3.5 Factor de Formación volumétrica: Una masa invariante de un fluido ocupa distinto volumen bajo condiciones de yacimiento, el factor de formación volumétrica es usado para convertir volumen a condiciones de yacimiento a su equivalente volumen a condiciones de superficie. (Erketin., et.al 2001). Lo cual viene expresado por:

$$B = \frac{V_{cy}}{V_{cs}} = \frac{\rho}{\rho_{cs}} \quad (2.10)$$

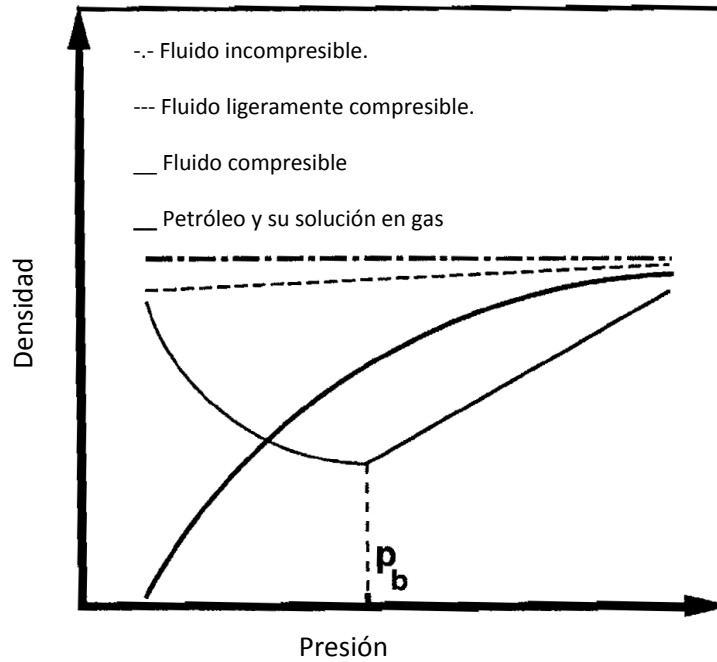


Figura II-4. Gráfica de densidad en función de la presión, para distintos fluidos,
(Tomado y traducido de Erketin, et.al, 2001)

2.3.6 Viscosidad: Esta propiedad representa la oposición a moverse ofrecida por un fluido a consecuencia de un gradiente de presión, En los gases puede observarse menos resistencia pues sus moléculas están apartadas entre sí, por otro lado en caso de líquidos densos sucede lo contrario. (Erketin., et.al 2001).

En la figura II-5 la gráfica muestra que solo para el gas hay una variación más notoria, por otro lado para el agua, petróleo y gas libre permanece constante, o aumenta linealmente. Además la viscosidad varía con la presión y temperatura (Knut, 2015) de acuerdo con:

$$\mu(p, T) = \mu_0 \left(1 + c_{\mu p} (p - p_0) \right) e^{-\alpha_{\mu T} (T - T_0)} \quad (2.11)$$

Donde el coeficiente $c_{\mu p}$; es un coeficiente de dependencia entre viscosidad y presión (análogo a la compresibilidad para el caso de densidad) y $\alpha_{\mu T}$ del mismo modo es un coeficiente de dependencia de viscosidad con respecto a la temperatura.

En el caso aproximado de yacimientos isotérmicos, la ecuación (2.11) se escribe como:

$$\mu(p) = \mu_0 \left(1 + c_{\mu p} (p - p_0) \right) \quad (2.12)$$

A partir de la cual puede verse que la viscosidad sería constante, si el factor de dependencia entre viscosidad y presión es muy pequeño o bien cero.

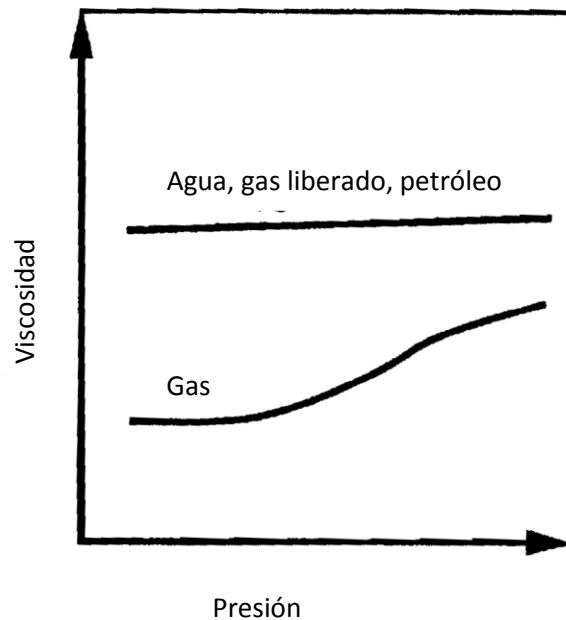


Figura II-5. Gráfica de viscosidad-presión para distintos fluidos.

(Tomado y traducido de Erketin, et.al 2001).

2.3.7 Relación de solubilidad: En un sistema black-oil o petróleo negro, este factor describe el proceso de transferencia de masa entre fase líquida y gaseosa. Esto se interpreta como el volumen de gas a condiciones estándar o de superficie, el cual puede disolverse en un volumen de líquido bajo las mismas condiciones. (Erketin, et.al, 2001).

De acuerdo a este concepto podrían distinguirse dos tipos de yacimiento de petróleo: Los saturados, donde la presión inicial es mayor a la presión de burbuja y

los subsaturados donde la presión inicial es menor al punto de burbuja. (Escobar, 2004); lo cual también ayuda de alguna forma a caracterizar un yacimiento, porque dependiendo de su valor, habría un rango de presiones para la región saturada y otro más alto para la región bajo saturada, como es indicado en la figura II-6

No obstante luego podrá verse que en la ecuación de flujo monofásico este término es despreciado, porque no hay transferencia de masa entre líquidos y gases, pues uno de los dos tiene poca presencia en el yacimiento.

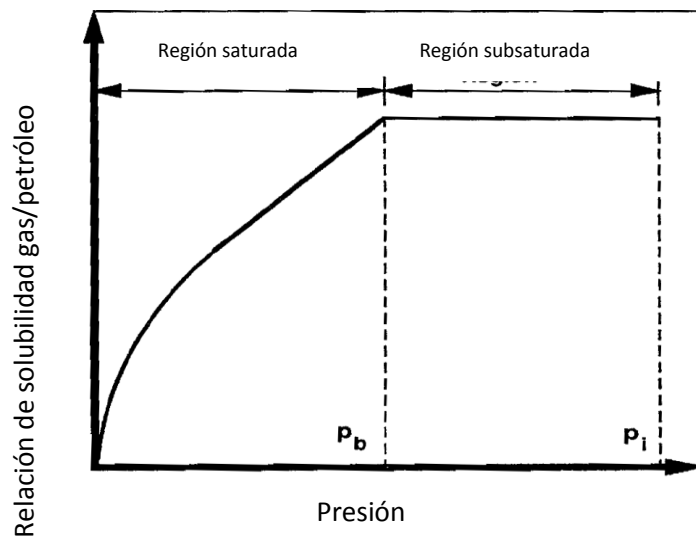


Figura II.6. Gráfica de relación de solubilidad-presión.

(Tomado y traducido de Erketin, et.al, 2001).

2.4. Propiedades de interacción roca/fluido

Las mismas dan a conocer cómo puede comportarse el fluido, en relación a las propiedades del medio. A pesar de que la investigación está referida al estudio de flujo de una fase, es necesario mencionar propiedades para flujos multifásicos, para así argumentar algunas suposiciones e idealizaciones que se harán posteriormente.

2.4.1 Saturación: Como fue dicho anteriormente la porosidad está relacionada con la capacidad de almacenamiento del yacimiento, ahora es necesario estimar el porcentaje o fracción de espacio poroso ocupados por cada uno de los fluidos presentes en el yacimiento, dicha fracción se conoce como saturación del fluido (Rivera, 2004). En general para cada una de las fases viene dado por:

$$S = \frac{V_f}{V_p} \quad (2.13)$$

Donde además está la siguiente condición de restricción:

$$S_o + S_g + S_w = 1 \quad (2.14)$$

En el caso de flujos monofásicos la saturación del fluido o la única fase presente es sencillamente igual uno. (Erketin, et.al, 2001). Lo cual quiere decir que para las otras fases es cero o simplemente tienen valores muy pequeños o menores al 1 % del espacio poroso.

2.4.2 Presión Capilar: Es la diferencia entre las presiones de un fluido mojante y un fluido no mojante. (Molina, E, 2009) .La misma por su definición solo es tomada en cuenta para modelos bifásicos y trifásicos, pues esto no representa una propiedad del fluido como tal sino es descrita entre dos fases, mediante:

$$p_c = p_w - p_{nw} \quad (2.15)$$

2.4.3 Transmisibilidad (T_k): Esto es la “facilidad con la cual fluye el fluido en el medio poroso es proporcional a la permeabilidad y espesor del yacimiento e inversamente proporcional a la viscosidad”. Matemáticamente (Colina, 2009, p.45):

$$T_k = \frac{K A}{\mu \Delta x} \quad (2.16)$$

Como podrá verse posteriormente; este concepto adquiere importancia sobre todo en lo referente a la discretización del modelo. Para diferenciarla de la temperatura es simbolizada con T_k

2.4.4 Permeabilidad Relativa: Es definida para dos o más fluidos inmiscibles en un medio poroso. “La permeabilidad relativa consiste en la habilidad de un medio poroso de transmitir un fluido a un punto, si parte de la formación porosa en ese punto está ocupada por otro fluido”. (Islam y Abbou, 2010, p. 49). Esto es:

$$k_{ro} = \frac{k_o}{k}; k_{rg} = \frac{k_g}{k}; ; k_{rw} = \frac{k_w}{k} \quad (2.17)$$

Siendo: k_{rf} : la permeabilidad relativa de la fase k_f , la permeabilidad efectiva de la fase, $f=o, w, g$ y k es simplemente la permeabilidad absoluta de la roca.

2.5 Conservación de la masa para flujo multifásico.

En un yacimiento petrolífero, dependiendo de las fases o componentes, pueden indicarse los siguientes tipos de flujos: monofásicos (una fase), bifásicos (dos fases), trifásicos (tres fases) y los composicionales, que toman en cuenta componentes en cada fase. Entonces se empezará desde el caso más complejo para así llegar al más sencillo bajo ciertas suposiciones y consideraciones, para tal fin es considerado un volumen representativo del medio poroso, tal como muestra la figura II-7

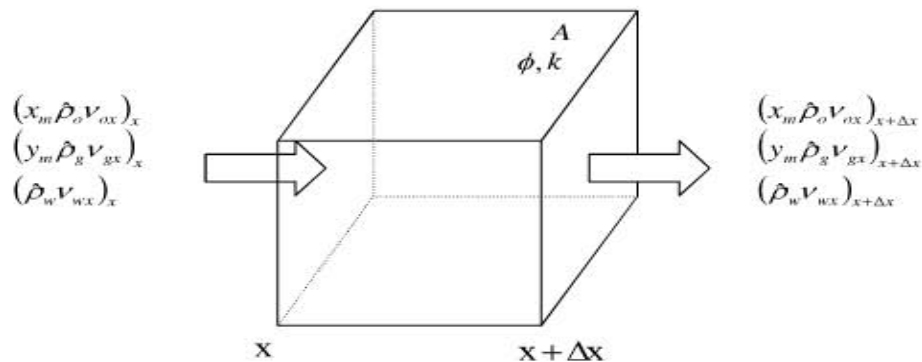


Figura II-7. Balance molar a través de un volumen representativo del medio poroso.

(Tomado de: Rodríguez, 2000)

Donde puede utilizarse el siguiente principio de conservación de masa para flujo multicomposicional, o bien un balance molar (Rodríguez, 2000):

Caudal de entrada de moles de m al elemento a través de x - Caudal de salida de moles de m al elemento a través de (x +Δx) + Caudal de producción/inyección de moles de m en el elemento= Caudal de acumulación de moles de m en el elemento

Entonces el caudal de entrada y salida de moles de m, viene dada por la suma de los moles contenidos en la fase de petróleo y gas que entran y salen del elemento. Por lo tanto:

Caudal de entrada de moles de m al elemento a través de x viene dado por:

$$(AX_m\hat{\rho}_o v_{ox})_x + (AY_m\hat{\rho}_g v_{gx})_x \quad (2.18)$$

Caudal de salida de moles de m al elemento a través de (x +Δx)

$$(AX_m\hat{\rho}_o v_{ox})_{x+\Delta x} + (AY_m\hat{\rho}_g v_{gx})_{x+\Delta x} \quad (2.19)$$

Caudal de producción/inyección de moles de m en el elemento:

$$A\Delta x \left[\frac{\partial}{\partial t} (\phi S_o X_m \hat{\rho}_o) + \frac{\partial}{\partial t} (\phi S_g Y_m \hat{\rho}_g) \right] \quad (2.20)$$

Caudal de producción viene dado por el caudal volumétrico de la fase:

$$A\Delta x (X_m \hat{\rho}_o \hat{q}_o + Y_m \hat{\rho}_g \hat{q}_g) \quad (2.21)$$

Considerando el principio de conservación y sustituyendo cada uno de los elementos, reacomodando, dividiendo entre el volumen de elemento de control y evaluando el límite cuando $\Delta x \rightarrow 0$ además la definición de derivadas; así como la definición del operador nabla, se extiende el modelo a flujo multidimensional cartesiano, para así llegar a la siguiente ecuación:

$$-\nabla \cdot [(X_m \hat{\rho}_o v_o) + (Y_m \hat{\rho}_g v_g)] + (X_m \hat{\rho}_o \hat{q}_o + Y_m \hat{\rho}_g \hat{q}_g) = \frac{\partial}{\partial t} \phi [(S_o X_m \hat{\rho}_o) + (S_g Y_m \hat{\rho}_g)] \quad (2.22)$$

Un procedimiento similar se sigue para la fase de agua:

$$-\nabla \cdot (\hat{\rho}_w v_{wx}) + (\hat{\rho}_w \hat{q}_w) = \frac{\partial}{\partial t} \phi [(S_w \hat{\rho}_w)] \quad (2.23)$$

En esta ecuación no hay términos de solubilidad ni de fracción molar; puesto que el agua no intercambia masa con las demás fases (Rodríguez, 2000).

La velocidad para cada una de las fases viene representada por la ley de Darcy, la cual describe el movimiento de un flujo en medios porosos:

$$v_f = \frac{k k_{rf}}{\mu} (\nabla p - \rho g \nabla z) \quad (2.24)$$

Según Vásquez (2003). La ley de Darcy es una ley experimental y su deducción racional sucede bajo hipótesis de gran simplificación. Respecto a esto Islam, y Abbou (2010). Señalan algunas suposiciones con respecto a esta ley: “El fluido es monofásico y newtoniano. No hay reacciones químicas entre el medio poroso y el fluido. Prevalece la condición de flujo laminar. La permeabilidad es una propiedad del medio poroso.”(p.11). No obstante vemos que la ecuación 2.24 tiene validez para flujo multifásico por la presencia del término de permeabilidad relativa.

Ahora bien son derivadas las ecuaciones de flujo multifásico como un caso particular de las ecuaciones de flujo multifásico composicional. (Rodríguez, 2000). Para el componente petróleo, se tiene que:

$$-\nabla \cdot [(X_o \hat{\rho}_o v_o) + (Y_o \hat{\rho}_g v_g)] + (X_o \hat{\rho}_o \hat{q}_o + Y_o \hat{\rho}_g \hat{q}_g) = \frac{\partial}{\partial t} \phi [(S_o X_o \hat{\rho}_o) + (S_g Y_o \hat{\rho}_g)] \quad (2.25)$$

Para el gas:

$$\begin{aligned}
 & -\nabla \cdot [(X_g \hat{\rho}_o v_o) + (Y_g \hat{\rho}_g v_g)] + (X_g \hat{\rho}_o \hat{q}_o + Y_g \hat{\rho}_g \hat{q}_g) \\
 & = \frac{\partial}{\partial t} \phi [(S_o X_g \hat{\rho}_o) + (S_g Y_g \hat{\rho}_g)]
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

Para el agua (Ecuación 2.23) se mantiene igual. Entonces para cada componente podríamos definir las variables X_m y Y_m , las mismas son las relaciones entre los moles de un componente en la fase y moles del componente; para el caso de X, hace referencia al componente petróleo y para Y gas, adicionalmente tomando en cuenta las definiciones de densidad, su relación con la densidad molar $\hat{\rho}$ y peso molecular M, se tiene que:

$$\hat{\rho}_o = \frac{\rho}{M} \tag{2.27}$$

Además La definición de B (Ecuación. 2.10) y R_s (Como el volumen de gas a condiciones estándar que puede disolverse en un volumen de líquido bajo las mismas condiciones) .Para el caso del peso molecular es señalado con superíndice el de la fase y con subíndice el del componente. Y para las masas el doble subíndice indica masa del componente en la fase, y el subíndice sencillo masa total de la fase. Entonces:

$$X_o = \frac{Moles_{oo}}{Moles_o} = \frac{M^o \rho_{o,cs} V_{o,cs}}{M_o \rho_o V_{o,cy}} = \frac{\hat{\rho}_{o,cs}}{\hat{\rho}_{o,B_o}} \tag{2.28}$$

Similarmente:

$$X_g = \frac{Moles_{go}}{Moles_o} = \frac{\hat{\rho}_{ogcs} R_s}{\hat{\rho}_g B_g}; \quad Y_g = \frac{Moles_{gg}}{Moles_g} = \frac{\hat{\rho}_{ggcs}}{\hat{\rho}_g B_g}; \tag{2.29}$$

$$Y_o = \frac{Moles_{og}}{Moles_g} = \frac{\hat{\rho}_{ogcs}r_s}{\hat{\rho}_g B_g}$$

Ahora para distinguir entre R_s y r_s , puede indicarse que esta última representa la solubilidad del petróleo en la fase gas. Sustituyendo en la ecuación de cada uno de los componentes, operando y simplificando, se obtiene una ecuación, para cada uno de los “pseudo-componentes” (Rodríguez, 2000):

Petróleo:

$$-\nabla \cdot \left[\frac{v_o}{B_o} + \frac{r_s v_g}{B_g} \right] + (q_o + r_s q_g) = \frac{\partial}{\partial t} \phi \left[\left(\frac{S_o}{B_o} + \frac{S_g r_s}{B_g} \right) \right] \quad (2.30)$$

Gas

$$-\nabla \cdot \left[\frac{R_s}{B_o} v_{ox} + \frac{v_g}{B_g} \right] + (R_s q_o + q_g) = \frac{\partial}{\partial t} \phi \left[\left(\frac{S_o R_s}{B_o} + \frac{S_g}{B_g} \right) \right] \quad (2.31)$$

En el caso del agua queda, la misma ecuación (2.23). Adicionalmente el parámetro q_f es definido como el flujo volumétrico por unidad de roca de la fase, mediante:

$$q_f = \frac{\hat{q}_f}{B_f} \quad (2.32)$$

2.6. Ecuaciones de Flujo Monofásico

Uno de los casos particulares de flujo multifásico es el de flujo monofásico. Para efectos de este estudio, se verifica el caso de un flujo de petróleo ligeramente compresible, por lo tanto deben hacerse las siguientes suposiciones: La saturación del petróleo es igual a 1, para las demás fases es cero o bien en ciertos casos puede considerarse la saturación de agua “irreducible”, (Rodríguez, 2000) y por ello

$S_o = 1 - S_{wi}$. Además no hay transferencia de masa entre las fases petróleo y gas, o bien no es tomada en cuenta una mezcla de gas en solución (Erketin, et.al 2001), por lo tanto R_s y r_s son nulas, así como también que la roca es incompresible, entonces son ignorados los efectos del fluido sobre está o bien una combinación entre ambas.

A través de estas suposiciones: la ecuación de flujo de la fase **petróleo** viene descrita mediante:

$$-\nabla \cdot \left[\frac{v_o}{B_o} \right] + (q_o) = \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{\phi}{B_o} \right) \right] \quad (2.33)$$

2.6.1 Flujo Ligeramente compresible

Ahora considerando la definición de B (Ecuación.2.10) y la ley de Darcy (Ecuación.2.24), se llega a la siguiente ecuación:

$$-\nabla \cdot \left[\frac{k\rho}{\mu} (\nabla p - \rho g \nabla Z) \right] + (\rho_{sc} q_o) = \frac{\partial}{\partial t} \rho \phi \quad (2.34)$$

Asumiendo flujo horizontal puede despreciarse el término gravitatorio Aunque esta suposición no parece ser válida, Samaniego mostró que la componente del flujo es despreciable, para este caso (Samaniego, 1977, citado por Torres, 2001). También es válido asumir que los gradientes de profundidad son ignorados (Erketin, et al 2001).

Utilizando la ecuación de ρ para flujo ligeramente compresible (2.6), además considerando definiciones de derivadas o propiedades de los operadores, se tiene:

$$\left[\frac{k\rho_o}{\mu} [c(\nabla p)^2 + (1 + c_f(p - p_o))\nabla^2 p] \right] + (\rho_{sc} q_o) = \left(\rho_o \phi c_f \frac{\partial p}{\partial t} \right) \quad (2.35)$$

En el caso de flujo ligeramente compresible, c_f es muy pequeña por lo tanto los términos $c_f(p - p_0)$ y $c(\nabla p)^2$, por ser los gradientes pequeños podrían despreciarse, entonces reacomodando y simplificando:

$$\nabla^2 p + \frac{\mu B_0 q_0}{k} = \frac{\mu \phi c_f}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.36)$$

Donde ha sido considerada la definición de B, (Ec.2.10), para la densidad de referencia. El término $\frac{\mu \phi c_f}{k}$ que aparece en el lado derecho, es denominado el inverso de la constante de difusividad hidráulica η . (Erketin, et al 2001). Entonces puede escribirse:

$$[\nabla \cdot (\nabla p)] + \left(\frac{\mu B_0 q_0}{k} \right) = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.37)$$

Según Naranjo (2009). dicha constante es una cantidad, la misma representa cuanto rápido o lento se dan los cambios de presión en el medio poroso, viene expresada en términos de área barrida por unidad de tiempo. Como se ve en la ecuación (2.37) este coeficiente depende de propiedades de roca y de propiedades de fluido, por lo tanto este valor sería mayor para flujo ligeramente compresible (Petróleo) que para flujo compresible (Gas) o bien los cambios ocurren mucho más rápido en yacimientos con roca de alta permeabilidad (Naranjo, 2009).

Adicionalmente para la situación de fluido ligeramente compresible deben ser aplicadas las siguientes suposiciones: principalmente los gradientes de presión son muy pequeños es decir (Erketin, et.al, 2001)

$$\nabla p < 1 \left[\frac{lpc}{pie} \right]; \quad \nabla p < 22.62059 \left[\frac{Kpa}{m} \right] \quad (2.38)$$

Este hecho llevaría analizar qué tan alto puede ser el valor de la compresibilidad antes de que este supuesto sea inexacto.

Por otra parte, la viscosidad es constante, pero como fue dicho anteriormente, puede depender de la presión solamente, en un yacimiento con temperatura constante. (Ecuación 2.12). La porosidad no varía, si la roca es incompresible, del mismo modo los efectos de gravedad son despreciados puesto que el flujo es horizontal.

2.6.2. Regímenes de flujo: Existen básicamente tres tipos de regímenes de flujo que deben ser tomados en cuenta para describir el comportamiento de flujo de fluidos y la distribución de presión en el yacimiento como una función del tiempo. Estos comprenden:

Flujo en estado estable: Esta identificación proviene del hecho en que la presión no cambia en el tiempo (Ordoñez, 2007; Romero 2014).

Para el caso cuando la presión decae linealmente, o bien la derivada temporal es invariante, se dice que es un flujo pseudo-estable, o semi-estable (Ordoñez, 2007).

Considerando los casos anteriores hay otro donde la presión es una función del espacio y del tiempo, en esta situación puede decirse que el flujo es inestable o bien transitorio (Ordoñez, 2007).

Otra forma de describir este hecho, sería cuando la presión no alcanza los valores de las fronteras, y entonces la presión en el yacimiento llega a estabilizarse para cierto valor (Romero, 2014). La figura II-8 muestra una comparación de los tres regímenes de flujo en forma gráfica.

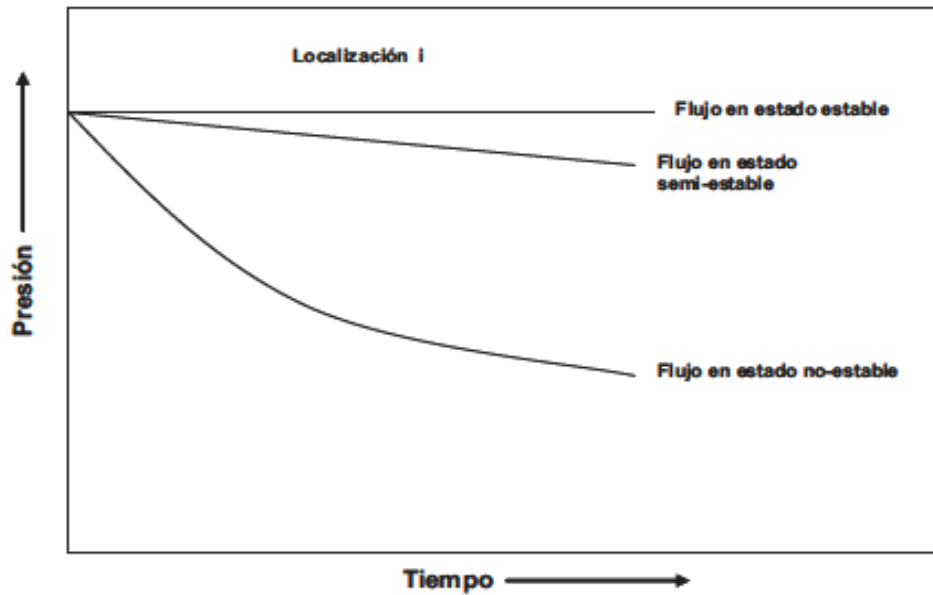


Figura II-8. Comparación de los tres regímenes de flujo en cuanto a declinación de la presión.

(Tomado de: Ordoñez, 2007)

2.6.3. Establecimiento de condiciones iniciales

Para llevar a cabo la simulación numérica, son requeridos los valores iniciales, por ello es importante realizar el proceso de inicialización, para lo cual deben conocerse las propiedades de la roca y el fluido. Esta etapa de acuerdo a Molina (2009) consiste en incorporar datos a las ecuaciones referentes a propiedades del fluido y roca, de forma tal que se construyan las bases para un modelo; lo cual de esta manera permite su validación (Bárceñas, 2006). Este procedimiento tiene como objetivo primordial verificar la coherencia o viabilidad del modelo, mediante una serie de instrucciones (Sánchez, Martínez, Rattia, 1992).

Para realizar este proceso en principio se requiere que el sistema esté en equilibrio gravitacional y capilar. Entonces de esta forma a lo largo de un plano horizontal, quedaría expresado:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2.39)$$

En cuanto al eje vertical:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho g \quad (2.40)$$

A partir de esto puede decirse que, la presión inicial del yacimiento está dada por el peso de la columna de fluido (Rodríguez, 2000). Para la presión integramos desde una presión de referencia p_0 a p y en el caso de z , lo haremos desde una profundidad de referencia z_0 ; esta es conocida muchas veces como “datum” (Knut, 2016), hasta z . De donde se obtendría:

$$p = p_0 + \rho g(z - z_0) \quad (2.41)$$

Lo cual representa simplemente la ecuación de hidrostática. En figura II-9 puede verse un ejemplo de inicialización, donde la presión aumenta con la profundidad

2.6.4 Establecimiento de condiciones de frontera

En relación a este hecho Erketin, et al, (2001), Expresan que :“ Un reservorio de petróleo es un sistema abierto con condiciones de frontera externas, tales como las condiciones de los límites, y las internas, tales como los pozos”.(p.289). En la figura II-10 se muestran las distintas condiciones de frontera las cuales se presentan en medio poroso.

2.7 Modelo de Pozos

En la sección anterior ha sido mencionado que en un yacimiento hay condiciones de frontera tanto externas como internas; estas últimas se relacionan con las fuentes o sumideros; lo cual está vinculado con los pozos y en una simulación representarían los procesos de inyección y producción, por esta razón es fundamental construirlos y estructurarlos de modo que los resultados permitan dar una mejor predicción del comportamiento de los mismos (Alfonso y Caicedo, 2007).

Sin embargo este modelo supone algunas dificultades: la presión calculada por el simulador, en la celda de un pozo no corresponde a la presión de fondo fluyente; dicha presión es aquella medida en cualquier punto dentro del pozo (Knut, 2016). Según Ordoñez (2007) esta presión, “tampoco corresponde a la presión promedio areal de la celda; por esta razón han sido desarrollado distintos modelos de pozos los cuales permiten relacionar la presión en la celda de un pozo con la correspondiente al mismo”. (p.29).

2.7.1 Modelo de Peaceman

En relación a lo anterior, uno de los primeros en desarrollar este tipo de modelo fue Peaceman, quien presentó la interpretación adecuada de la presión de la celda dentro de un pozo y demostró además, como se relaciona esta con la de fondo fluyente. Lo cual puede obtenerse a partir la ecuación de Darcy, para flujo radial:

$$v = \frac{qB}{2\pi r h} = \frac{K dp}{\mu dr} \quad (2.42)$$

Esto se integra tomando en cuenta la presión de fondo fluyente p_{bh} , presión en la celda p_e , radio de drene r_e y del pozo r_w . De donde se obtiene:

$$p_e = p_{bh} + \frac{q\mu B}{2\pi K K_{rf} h} \ln(r_e/r_w) \quad (2.43)$$

Entonces para cerrar el sistema debe conocerse la ubicación de la frontera de drenaje $r=r_e$ donde la presión es constante, esto es difícil de saber por ello

relacionaremos q con la presión promedio, para fluidos pseudo-estacionarios ocurre a $r=0,472r_e$ ". (Knut, 2016). De esta forma evaluando el logaritmo, tendríamos:

$$q = \frac{2\pi K K_r f h}{\mu B \left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - 0,75 + s \right)} (p_r - p_{bh}) \quad (2.44)$$

Además es importante indicar que esta relación ha sido obtenida bajo ciertas simplificaciones: formación homogénea, isotrópica, de espesor constante, borde de pozo sin irregularidades, o bien daños al pozo irrelevantes; así es válido despreciar el factor de daño s (el cual se le conoce en simuladores como skin). Esta expresión podría reescribirse con un factor Geométrico G_{wn} el cual depende de la geometría de los bordes del pozo y propiedades del yacimiento (Erketin, et. al 2001), De esta manera:

$$G_{wn} = \frac{2\pi K_H h}{\left(\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - f \right)} \quad (2.45)$$

Siendo $K_H = (K_x K_y)^{1/2}$ la permeabilidad geométrica, nótese que para un medio isotrópico es simplemente igual a la permeabilidad de la formación K y f un factor el cual se utiliza como $3/4$ para flujo pseudo-estacionario y $1/2$ para condiciones de flujo estacionario, también puede llamarse al factor geométrico G_{wn} , WI , simplemente índice de pozo. Por ello es posible reescribir la ecuación (2.44) de forma más compacta como:

$$q = \frac{\rho}{\mu} WI (p_r - p_{bh}) \quad (2.46)$$

O también como la expresa Knut (2016):

$$q = PI (p_r - p_{bh}) \quad (2.47)$$

Donde la constante de proporcionalidad PI es llamado índice de productividad, el cual sería:

$$(PI) = \frac{\rho}{\mu} WI \quad (2.48)$$

Incluso el factor WI depende de r_e ; Peaceman, citado por Ordoñez, (2007) estableció que era conveniente asociar un radio equivalente r_{eq} , con la celda que contiene el pozo; siendo este aquel donde la presión del pozo bajo condiciones de flujo estable es igual a la presión p calculada numéricamente para el pozo. De esta forma:

$$WI = \frac{2\pi K_H h}{(\ln \left(\frac{r_{eq}}{r_w} \right) - f)} \quad (2.49)$$

Para obtener un valor de radio equivalente Peaceman usó un esquema repetido de cinco puntos (el mismo en muchos simuladores se conoce como five-spot); donde para formación anisotrópica y mallas no cuadradas, se tiene que el radio equivalente viene dado por:

$$r_{eq} = 0.28 \frac{\left\{ \left[\left(\frac{k_y}{k_x} \right)^{1/2} (\Delta x^2) \right] + \left[\left(\frac{k_x}{k_y} \right)^{1/2} (\Delta y^2) \right] \right\}^{1/2}}{\left(\frac{k_y}{k_x} \right)^{1/4} + \left(\frac{k_x}{k_y} \right)^{1/4}} \quad (2.50)$$

Sin embargo para el caso de medio isotrópico, como ya se ha indicado $k_x=k_y$, por lo tanto:

$$r_{eq} = 0,14 [(\Delta x^2) + (\Delta y^2)]^{1/2} \quad (2.51)$$

Para el caso especial de mallas cuadradas $\Delta x = \Delta y$, entonces

$$r_{eq} = 0.198 \Delta x \quad (2.52)$$

Lo cual puede aproximarse a:

$$r_{eq} = 0.2 \Delta x \quad (2.53)$$

Por su parte Erketin, et al (2001) señalan que este resultado es diferente al propuesto por Van Pollen, et al, donde:

$$r_{eq} = 0.5642\Delta x \quad (2.54)$$

En este modelo se asume que la presión en las celdas del pozo, igual a la de la celda del mallado. Sin embargo a pesar de no utilizarse con frecuencia es notablemente utilizado para el caso de flujo estacionario.

2.7.2 Modelo de Holmes

Otro modelo de pozo, el cual ha sido implementado como una expansión del propuesto por Peaceman, es el modelo de Holmes, este se utiliza en el caso de pozos desviados, según Ordoñez. (2007). La trayectoria del pozo a través de una celda es proyectada en los tres ejes de coordenadas, tal como se muestra en la figura II-11.

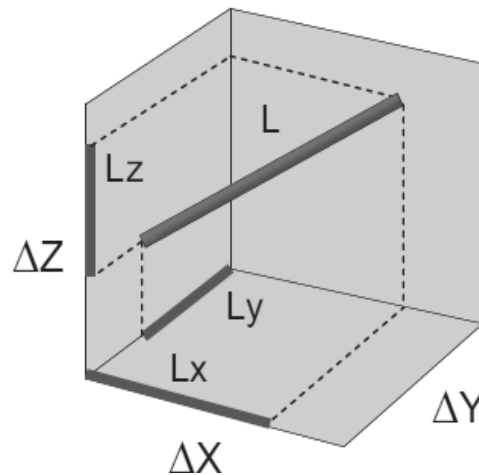


Figura II-11. Proyección de la trayectoria de un pozo en los ejes de coordenadas.

(Tomado de Ordoñez (2007))

Considerando la definición de los índices de pozo WI dada por la ecuación (2.49). Se calculan los WI para cada dirección, de acuerdo con:

$$WI_x = \frac{2\pi K_H L_x}{(\ln(\frac{r_{o,x}}{r_w}) + s)}; \quad WI_y = \frac{2\pi K_H L_y}{(\ln(\frac{r_{o,y}}{r_w}) + s)}; \quad WI_z = \frac{2\pi K_H L_z}{(\ln(\frac{r_{o,z}}{r_w}) + s)} \quad (2.55)$$

Además los parámetros $r_{o,x}$; $r_{o,y}$; $r_{o,z}$, suponiendo medio homogéneo e isotrópico pueden determinarse con la ecuación (2.51):

$$r_{o,x} = 0,14 \left[(\Delta y^2) + (\Delta z^2) \right]^{1/2}; \quad (2.56)$$

$$r_{o,y} = 0,14 \left[(\Delta x^2) + (\Delta z^2) \right]^{1/2} \quad r_{o,z} = 0,14 \left[(\Delta x^2) + (\Delta y^2) \right]^{1/2}$$

Entonces el WI para el segmento de pozo en dicha celda es la norma de los índices parciales del pozo:

$$W = \sqrt{WI_x^2 + WI_y^2 + WI_z^2} \quad (2.57)$$

Para simplificar el modelo es válido suponer que las longitudes de la proyecciones en cada eje sean igual a la longitud de dichos ejes; siempre y cuando el segmento de pozo, esté ubicado desde un vértice a otro en la celda.

2.7.3 Control de los pozos

Es importante resaltar que debe establecerse una ecuación de control para la producción o inyección de un pozo, o bien de restricción, se establece para este fin la tasa de petróleo producido como constante, de lo contrario es restringida la presión de fondo (Alfonzo y Caicedo 2007; Knut 2016). Para efectos de la presente investigación conviene centrarse en el segundo caso, porque el pozo se controlará por presión de fondo constante.

En consecuencia para describir esta situación, se tienen en cuenta los regímenes de flujo mencionados en la sección 2.6.1. Si es condicionado un valor

constante en la presión de fondo, este no varía siempre y cuando no sean alcanzados valores de presión exteriores en el yacimiento (Naranjo, 2009).

En la figura II-12 puede observarse que ocurriría con la presión y la rata de flujo para este escenario, donde puede verse un flujo transiente, y la presión y caudal se estabilizan cuando se alcanza un cierto valor límite.

Otra característica importante para los pozos es que la presión decae cerca de los pozos productores y aumenta en la misma zona cuando el pozo es inyector, como señalan Arnees, et.al (2007). “Las partículas del fluido fluyen en dirección al decrecimiento de gradientes, la presión decae desde el pozo inyector hasta el productor” (p.15).

La figura II-13 muestra esta situación para un yacimiento bidimensional, donde está colocado un pozo inyector en el vértice inferior izquierdo y otro productor en el vértice superior derecho

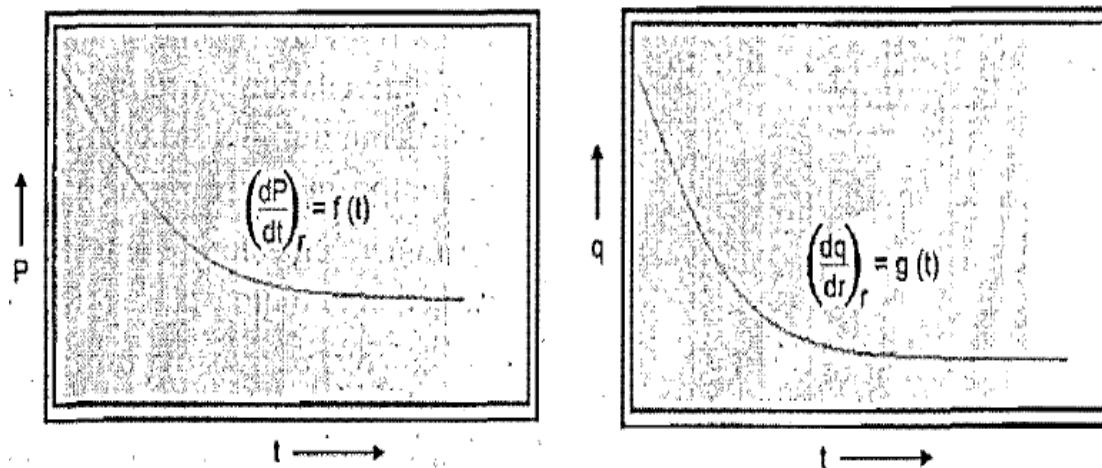


Figura II-12. Gráfica de presión-tiempo y caudal vs tiempo, para una presión de fondo fluuyente constante (Tomado de Naranjo 2009)

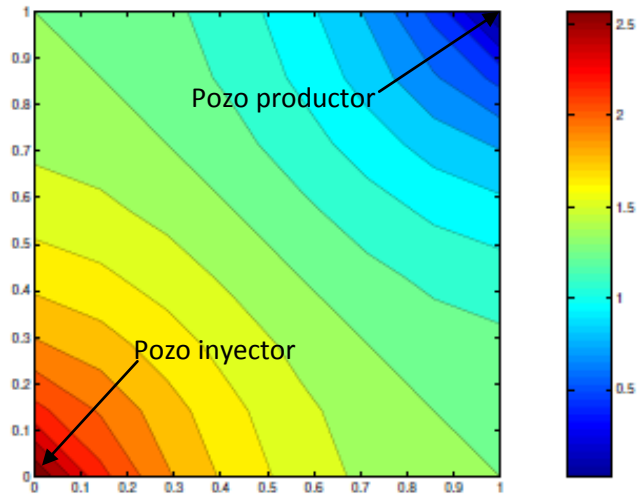


Figura II-13. Decrecimiento de la presión desde un pozo inyector hasta un pozo productor.

(Tomado y modificado de Aarnes, et.al (2007))

2.8 Discretización

La discretización básicamente consiste en dividir el dominio, para después calcular sobre estos la aproximación numérica de los flujos. Existen muchos métodos los cuales hacen posible esto, los cuales se suelen llamar “finitos” pero a grosso modo pueden dividirse en tres categorías principales: diferencias finitas, elementos finitos y volúmenes finitos. El método de diferencias finitas es deducido del hecho de aproximar mediante series de Taylor las derivadas, en el caso aquellas de primer orden las cuales son funciones del tiempo, se tienen tres formas de aproximación:

1. Diferencias progresivas:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_i^{n+1} = \frac{p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad (2.58)$$

Donde $O(\Delta t)$ es el error de truncamiento, los subíndices i, j significan los puntos en el espacio, mientras que los superíndices n representan el nivel de tiempo

2. Diferencias regresivas:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_i^n = \frac{p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad (2.59)$$

3. Diferencias centrales:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_i^{n+\frac{1}{2}} = \frac{p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n}{\Delta t} + O(\Delta t^2) \quad (2.60)$$

Puede observarse en este último caso que el error de truncamiento es de segundo orden. No obstante no es común su aplicación en las simulaciones numéricas, pues consumen mayor esfuerzo computacional, las utilizadas con más frecuencia son las de diferencias regresivas, en cambio las progresivas no se aplican de la misma manera por razones de estabilidad (Rodríguez, 2000)

En consecuencia dependiendo de la definición en el tiempo de las incógnitas, un esquema es explícito, si la derivada parcial del tiempo o cualquier incógnita se expresa en el nivel de tiempo n . Mientras que es implícito, cuando la derivada temporal es aproximada en un nivel de tiempo $n+1$. De hecho los primeros son condicionalmente estables, lo cual compromete a utilizar pasos de tiempo pequeños, y tamaños de celdas más grandes. Por su parte para los segundo no es requerida ninguna condición para ser estable. (Rodríguez, 2000).

En lo referente al método de volumen finito, este “permite discretizar y resolver numéricamente ecuaciones diferenciales. Es un método alternativo a los de diferencias finitas y elementos finitos” (Espinoza y Niño, 2002, p.1). Esto consiste en dividir el espacio en volúmenes de control, donde la cantidad entrante debería ser igual la saliente de dicho volumen (Bosch, 2006). Por ello en estas celdas debe cumplirse el principio de conservación de masa y energía, como ya se pudo visualizar al derivar las ecuaciones de flujo; el balance molar.

Comparando con otros métodos, cuando los coeficientes de la ecuación a resolver son discontinuos., el método de diferencias finitas es más complicado, en cambio, “con el método de volumen finito dichas discontinuidades, no serían un problema si elegimos que ocurran en la frontera del volumen de control” (Eymard, Galouett, Herbin, 1997, p.8).

Es importante señalar que la estructura de un mallado se divide en tres partes celdas, caras y nodos. En las figuras II-14 y II-15 puede verse este tipo de división.

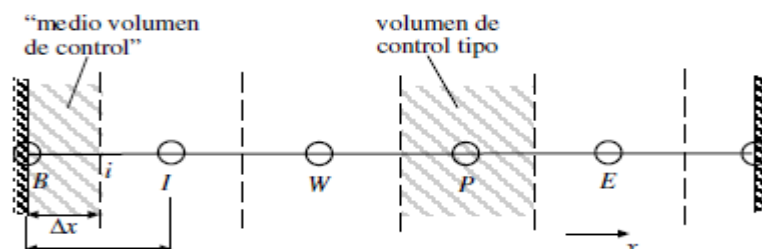


Figura II-14. Celdas, nodos interiores y en los bordes.

(Tomado y modificado de Espinoza y Niño (2002)).

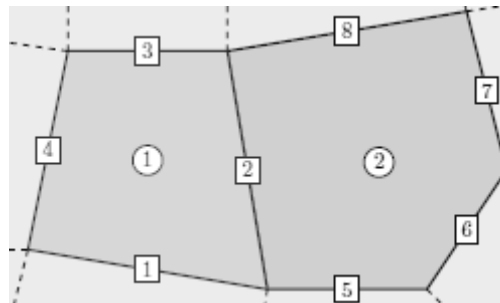


Figura II-15. Celdas (círculos) y caras cuadrados).

(Tomado y modificado de Knut (2015)).

Existen muchas técnicas de discretización mediante el método de volumen finito, al respecto Knut (2016). especifica dos: uno denominado aproximación de flujo de dos puntos, el cual por sus siglas en ingles se le conoce como TPFA, como lo dice su nombre hace una aproximación del flujo que pasa entre dos celdas o caras

vecinas, y la otra consiste en el uso de los operadores gradiente y divergencia en forma discreta. En la presente investigación es utilizado este segundo esquema.

Principalmente hay que basarse en la estructura del mallado como ya se señaló formada por caras, celdas y nodos, por lo tanto esto define los operadores gradiente y divergencia de forma discretizada, el gradiente se denota con **grad** y la divergencia con **div**. Este hecho también radica en que la ecuación de flujo contiene a estos operadores.

Con respecto al caso del operador divergencia se tiene que el mismo realiza un mapeo lineal desde las caras a las celdas, considerando un flujo discretizado $v \in \mathbb{R}^{n_f}$; en este caso n_f denota el número de caras. Para una cara f la orientación del flujo va de $N_1(f)$ a $N_2(f)$. Lo cual significa caras vecinas. (Knut, 2016). Entonces el total de materia dejado en una celda c viene dado por

$$\text{div}(v)[c] = \sum_{f \in N(c)} v[f] 1_{\{c=N_2(f)\}} - \sum_{f \in N(c)} v[f] 1_{\{c=N_1(f)\}} \quad (2.61)$$

Aquí c denota a las celdas, y el límite inferior señala que se consideran las caras existentes en cada celda. Cabe señalar que N es una función de forma, las mismas representan el comportamiento en el interior de cada celda, a partir del comportamiento de las caras, de acuerdo a Frías (2004).

Por otra parte para el mapeo de celdas a caras, se considera, el operador gradiente:

$$\text{grad}(p) = p[N_2(f)] - p[N_1(f)] \quad (2.62)$$

De forma similar al caso continuo (donde el operador gradiente es el adjunto del operador divergencia), es posible demostrar para el caso discreto:

$$\sum_{c \in S_c} \text{div}(v)[c]p[c] + \sum_{f \in S_f} \text{grad}(p)[f]v[f] = 0 \quad (2.63)$$

Lo cual permite ignorar condiciones de frontera. Estas pueden incluirse añadiendo una celda más $c=0$, que denota al exterior (Knut, 2016).

Adicionalmente en secciones anteriores se definió la transmisibilidad; esta ayuda a realizar discretizaciones del medio más generales, porque incluiría geometría de celdas y heterogeneidades (Knut, 2016). Para el caso de celdas vecinas las mismas deben evaluarse, de manera que su representación sea la más adecuada (Rodríguez, 2000)

Para ello son calculadas la transmisibilidades de un lado y luego el promedio armónico entre dos caras vecinas. Como ya se ha indicado la transmisibilidad es proporcional a la permeabilidad, por lo tanto, pueden determinarse sus valores en las caras de la celda, mediante promedio armónico:

$$k_{i+\frac{1}{2}} = \frac{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}}{\left(\frac{\delta x}{k}\right)_i - \left(\frac{\delta x}{k}\right)_{i+1}} \quad (2.64)$$

Dónde:

$$\Delta x_{i+\frac{1}{2}} = x_{i+1} - x_i; \quad \delta_i = x_{i+\frac{1}{2}} - x_i; \quad \delta_{i+1} = x_{i+1} - x_{i+\frac{1}{2}} \quad (2.65)$$

Ahora ya hecha la discretización, puede reescribirse la ecuación de flujo ligeramente compresible (ecuación 2.37), en términos de los operadores gradiente y divergencia. Entonces resultaría:

$$\frac{(p[c])^{n+1} - (p[c])^n}{\Delta t^n} - \left(\frac{1}{\mu \phi c_f}\right) \text{div}(T[f] \text{grad}((p[c])^{n+1}) - q^n = 0 \quad (2.66)$$

Donde q representa el término fuente dado por $\left(\frac{\mu B q_o}{k}\right)$, de la ecuación (2.37), y para el caso de la derivada temporal es aplicada la definición de la misma en base diferencias finitas bajo un esquema implícito, en el caso de q la variable esta expresada de forma explícita

Para la situación de viscosidad variable:

$$\frac{(p[c])^{n+1} - (p[c])^n}{\Delta t^n} - \left(\frac{1}{\phi c_f} \right) \operatorname{div} \left(\frac{T[f]}{\mu(\operatorname{avg}(p[c]))} \operatorname{grad}((p[c])^{n+1}) \right) - q^n = 0 \quad (2.67)$$

Siendo avg el operador promedio de las celdas vecinas (Knut, 2016)

2.7 Método de Solución

En la simulación de yacimientos hay muchas formas de solucionar el problema; las más comunes son el método IMPES; lo cual significa presión implícita, saturación explícita; el mismo es implementado sobre todo para flujo multifásico de acuerdo a: (Rodríguez, 2000; Erketin.et.al, 2001; Savioli, 2004). Con referencia a flujo monofásico este método no puede usarse, pues la saturación no es una incógnita, por lo general para el flujo de una fase se utilizan diversos métodos de linealización entre los cuales destaca el método de Newton-Raphson; básicamente, esto parte de igualar la ecuación de flujo en términos de una función de residuos (Rodríguez, 2000; Knut, 2016).Lo cual implica que:

$$F(x^{n+1}; x^n) = 0 \quad (2.68)$$

Donde x^{n+1} representa un vector de variables desconocidas (presión, rata de flujo), x^n es un vector de variables conocidas o bien parámetros (Knut, 2016).

Uno de los primeros pasos de este método es considerar un valor inicial o semilla x_0 , el cual quiere moverse a la verdadera solución; para ello hay que expresar: $x = x_0 + \Delta x$ y se resuelve para Δx la siguiente ecuación, la cual viene dada a través de un desarrollo en serie de primer orden:

$$0 = F(x_0 + \Delta x) \approx F(x_0) + \nabla F(x_0) \delta x \quad (2.69)$$

Lo cual termina en un esquema iterativo, cuya solución aproximada en la iteración (i+1) viene dada a través de:

$$\frac{dF}{dx}(x^i)\delta x^{i+1} = -F(x^i) \quad (2.70)$$

También:

$$J\delta x^{i+1} = -F(x^i) \quad (2.71)$$

Donde J es la matriz jacobiana y δx^{i+1} la actualización de Newton (Knut, 2016). El criterio de convergencia de acuerdo a Rodríguez (2000), viene dado por dos condiciones: la primera tiene que ver con la variación de la incógnita, la cual debe ser menor a una tolerancia establecida, por lo tanto se escribe:

$$\delta x^{i+1} < e \quad (2.72)$$

Otro criterio de convergencia es considerar la norma del vector de residuos:

$$|(F_i)^{n+1}| < e \quad (2.73)$$

La elección frecuente en distintos simuladores de este método está relacionada con el hecho de que al ser utilizado con esquema implícitos, los hace incondicionalmente estables; así no hay restricción el uso de los pasos de tiempo en el simulador, y dan una convergencia de orden cuadrático, pero son muy sensibles a las condiciones iniciales, (Aarnes, Gimse, Lie, 2014).

El método de Newton se puede utilizar apoyado de un esquema de diferenciación automática, lo cual básicamente reduce operaciones complejas a simples operaciones matemáticas (Knut, 2016).

En este sentido Verma (2000) destaca que este tipo de operaciones es una herramienta de cualquier programa relacionado con cálculo capacitado para hallar las derivadas de funciones insertadas en el código del mismo.

En referencia a este hecho el método de Newton-Raphson es el mejor candidato en relación a este tipo de operaciones realizadas por los softwares aptos para cálculo, ya que el mismo implica determinar funciones y sus respectivas derivadas, lo cual también posibilita la existencia de matrices jacobianas, según Knut (2016), son la mejor opción para este tipo de operaciones, así mismo es ventajoso en cuanto a la parte más difícil del método, lo cual conlleva a linealizar, ensamblar ecuaciones, no debe hacerse, porque el código se define implícitamente por funciones del tipo AD (Automatic Differentiation), y el mismo para determinar los valores de la función residuo, hace uso de operadores elementales.

En cuanto a exactitud y precisión, Baydlin, Pearlmutter, Radul, Siskind, (2015). Señalan que los cálculos de funciones mediante esta técnica presentan rasgos positivos de esta característica. También otra ventaja señalada por Tucker (2010), es que muy difícilmente hay lugar para problemas de discretización, y en cuanto a la memoria, y complejidad, no ocupa mucho espacio y cualquier operador lo comprendería y ejecutaría con más facilidad

CAPITULO III

MARCO METODOLÓGICO

El procedimiento para llevar a cabo el modelado de flujo ligeramente compresible en medios porosos, consta de código computacional que se divide en varias etapas, las cuales pueden apreciarse mediante un diagrama de flujo de la figura III.1.

Principalmente se ingresan datos de entrada, tales como las dimensiones del medio poroso, propiedades del fluido, la roca, coordenadas y celdas donde son ubicados los pozos , así como su orientación, condiciones iniciales, las cuales se establecen a partir de datos del fluido y geometría del medio, la discretización del modelo a través de la definición de operadores como el gradiente, divergencia, promedio y el cálculo de las transmisibilidades, así como los pasos de tiempo y duración de la simulación.

Todos estos parámetros de entrada, estarán inmersos en las ecuaciones, las cuales se resolverán mediante simulación numérica, utilizando el método de Newton-Raphson bajo un esquema de diferenciación automática y luego son presentados los resultados en forma de gráficas y mapas tridimensionales; lo cual es realizado para tres pozos distintos, en un escenario donde la viscosidad no depende de la presión, y luego se repetirán cada uno de estos casos para otro donde la viscosidad es función de la presión.

A continuación se explican detalladamente los pasos a seguir para cada una de las etapas que comprenden el algoritmo desarrollado. En el mismo las unidades serán presentadas bajo el sistema métrico (M.K.S)

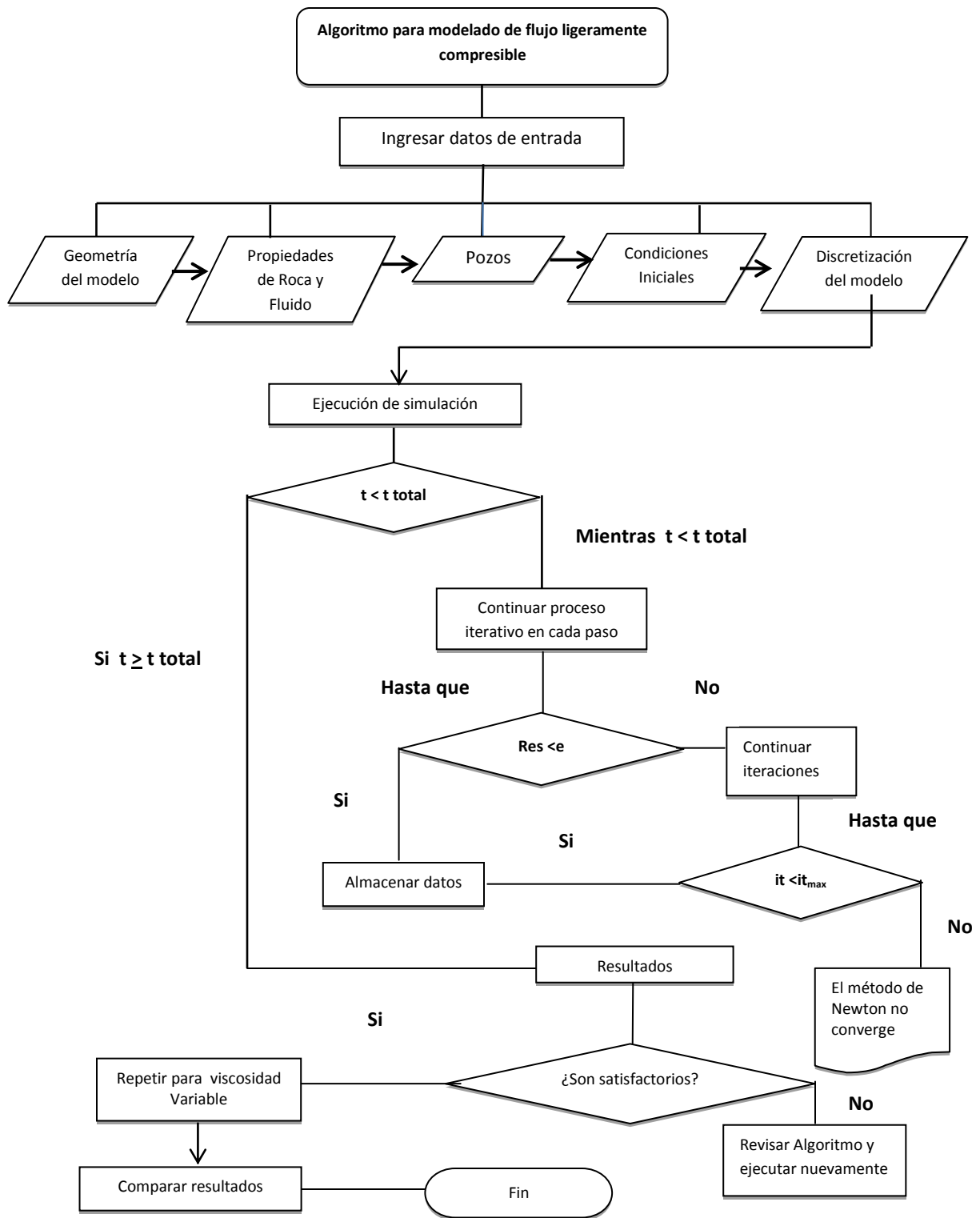


Figura III-1. Diagrama de flujo para algoritmo desarrollado

3.1. Datos de entrada.

3.1.1 Geometría del modelo

Aquí se introdujo el número de celdas por cada eje, en el código computacional, y automáticamente se calculan los parámetros geométricos, es decir los números de celdas, caras, nodos, centroides. La tabla III.1 muestra los datos utilizados, para construir el mallado.

Ejes	Longitudes (m)	Numero de celdas	Longitud de celda
x	600	10	60
y	600	10	60
z	150	10	15

Tabla III-1. Datos para la estructura del modelo

3.1.2 Propiedades de Roca y Fluido.

En esta parte se introducen los valores de porosidad y permeabilidad del medio, además en un escenario donde la viscosidad no depende de la presión, el valor de esta variable, así como densidad de referencia para el fluido. Por otro lado la densidad fue evaluada para un rango de presiones, considerando distintos valores de compresibilidad, utilizando la ecuación 2.6, en la tabla III.2 se muestran los valores de las variables para este escenario.

Magnitud	Valor
Viscosidad	0,002 Pa.s
Densidad de Referencia	850 kg/m ³
Presión de Referencia	10000 kPa
Rango de presiones	8000-10000 kPa
Compresibilidad (Rango)	(1,6,10,30,50) × 10 ⁻⁷ kPa ⁻¹
Compresibilidad de Roca	0
Porosidad	30 %
Permeabilidad	0.03 μm ²

Tabla III-2. Propiedades del fluido y la roca empleadas

Para la situación de viscosidad variable en función de la presión, se calculó el coeficiente de dependencia de viscosidad y presión, por medio de la ecuación 2.12, donde es tomada la viscosidad de referencia y rango de presiones en base a los valores indicados en la tabla III.2.

3.1.3 Pozos.

En esta parte son insertados los valores pertinentes a las celdas donde va ir ubicado el pozo; lo cual es realizado para tres escenarios, el primero donde se tiene un pozo vertical en la parte frontal, el segundo donde dicho pozo es trasladado hacia zonas centrales; los cuales pueden verse en la figura III-2.a y b respectivamente y otro donde está un pozo inclinado en la parte frontal, como muestra la figura III-2.c, para este último es aplicado el modelo de Holmes para calcular su índice geométrico WI, esto es porque el simulador da este coeficiente para ubicación en cuanto a ejes individuales; por ello en el código se colocaron dos pozos uno vertical, otro horizontal (ficticios), en la zona donde estaría el inclinado, para así hallar el factor WI de cada uno y con el modelo de Holmes puede determinarse el del inclinado (ecuaciones 2.55-2.57)

En la tabla III-3 se muestran los datos de los distintos pozos; especificando aquellos dados por el simulador y los calculados; en vista de que para ambos casos es utilizado el mismo modelo los resultados no son diferentes, los valores en cursiva son utilizados para el cálculo mediante uso de las ecuaciones señaladas en el párrafo anterior, para el caso de WI

	Pozo Vertical 1	Pozo Vertical 2	Pozo Ficticio Horizontal	Pozo Ficticio Vertical	Pozo inclinado
Radio (m)	<i>0,10</i>	<i>0,10</i>	<i>0,10</i>	<i>0,10</i>	<i>0,10</i>
WI (m³) simulador	5.92×10^{-13}	5.92×10^{-13}	5.92×10^{-13}	5.92×10^{-13}	
WI(m³) Calculado	5.92×10^{-13}	5.92×10^{-13}	5.92×10^{-13}	5.92×10^{-13}	2.60×10^{-12}
Radio Equivalente(m)	<i>504,00</i>	<i>504,00</i>	<i>267,75</i>	<i>504,00</i>	

Tabla III-3. Datos para cada uno de los pozos implementados

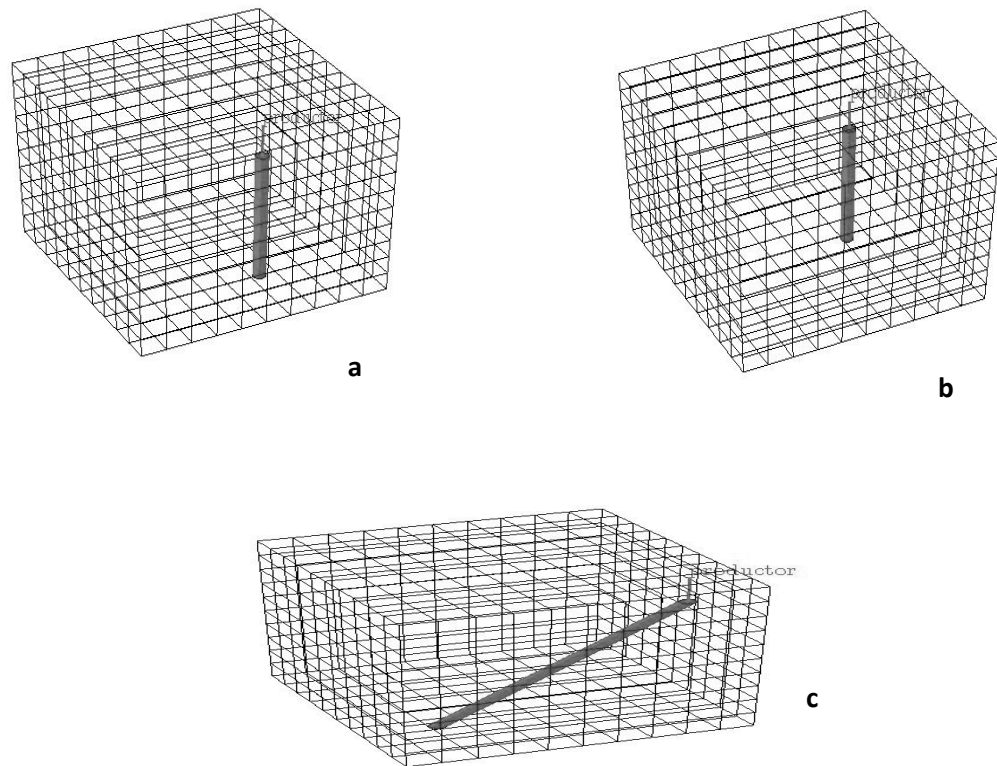


Figura III-2.a) escenario I: pozo vertical cerca del frente, b) escenario II, pozo vertical cerca de zona central del medio poroso, c) escenario III: pozo inclinado

3.1.4 Condiciones Iniciales.

Como ya fue indicado anteriormente las condiciones iniciales del problema de flujo en medio poroso vienen dadas por el peso de la columna de líquido o bien la cual es conocida como la presión hidrostática (véase ecuación 2.43), pero al despreciar los efectos gravitatorios, puede decirse que la presión inicial es simplemente la presión de referencia. En el caso de los caudales de producción se elige como valor inicial cero.

3.1.5 Discretización

Esto se hace con la ayuda de los ya definidos operadores basados en métodos de volumen finito como el operador gradiente, divergencia y además de un operador

promedio de celdas vecinas (Knut, 2016), para lo cual es creada una matriz dispersa, donde son tomadas las celdas y el número de caras internas; en cuanto a la parte externa, pueden despreciarse, ya que la condición de borde externa es que el medio se encuentra cerrado al flujo.

Entonces:

$$grad(x) = CX \quad (3.1)$$

$$Div(x) = -C^T X \quad (3.2)$$

$$avg(x) = 0,5(X(N_2) + X(N_1)) \quad (3.3)$$

Donde C es la matriz dispersa creada con valores ± 1 , y x la variable que se evalúa (en este caso presión)

La figura II-3 muestra el patrón de esparcimiento de la matriz, adicionalmente se evalúan las transmisibilidades en las fronteras de las celdas, es decir las caras, con los datos de permeabilidad de roca.

Otros datos de entrada deben ser los pasos de tiempo, así como el total de duración de la simulación.

Tiempo Total de Simulación	547,50 días
Longitud de pasos de tiempo	78 días
Variación de tiempo	7,02 días \approx 7 días

Tabla III-4 Datos del tiempo de simulación.

Como ya ha sido indicado en el método a aplicar el tiempo no se restringe, ya que es incondicionalmente estable

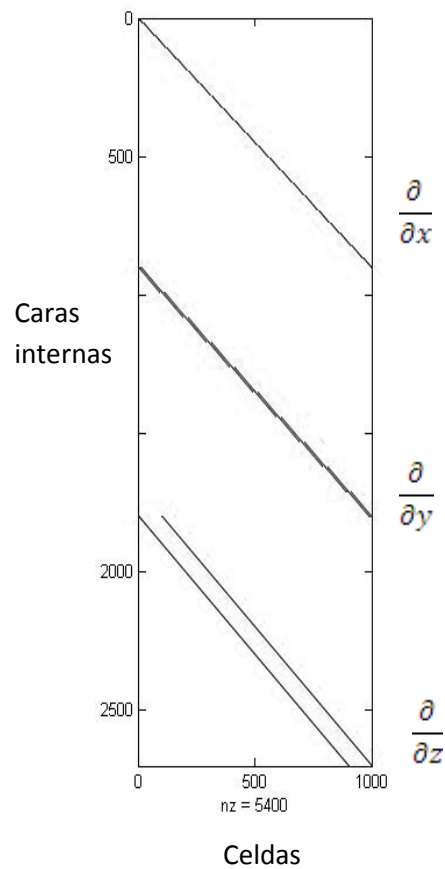


Figura II-3, Patrón de esparcimiento de la matriz C, para las caras internas y celdas

3.2 Ejecución de Simulación

Una vez discretizado espacialmente y temporalmente el modelo, se escriben las ecuaciones a resolver y donde están incluidos los valores introducidos en el programador, las ecuaciones serían la (2.66 para viscosidad constante, 2.67 para viscosidad variable) que son denominadas ecuaciones de presión.

Además conociendo las celdas de conexión al pozo es posible evaluar la presión de conexión o aquella determinada en las celdas del pozo, para lo cual se basa en la misma ecuación utilizada para el caso de condiciones iniciales, considerando como referencia la presión de fondo fluyente, también en estas celdas calculamos el

caudal de producción, utilizando el modelo de Peaceman (Ecuación 2.46); tomando en cuenta este parámetro es posible escribir una ecuación de gasto o caudal, dada por:

$$RateEq = qS - \sum \frac{q}{\rho} \quad (3.4)$$

Para establecer condiciones de contorno internas, se escribe una ecuación de control, donde es indicado que el pozo es controlado por la presión de fondo fluente:

$$CtrlEq = bhp - 5000 \text{ kPa} \quad (3.5)$$

Luego las incógnitas: presión, presión de fondo fluente y caudal de producción, son expresadas en términos de diferenciación automática. Principalmente se hace una inicialización, escribiendo estas a partir de condiciones iniciales y el simulador nos daría como datos sus valores iniciales y así mismo sus matrices jacobianas., como puede verse en la figura III-4.

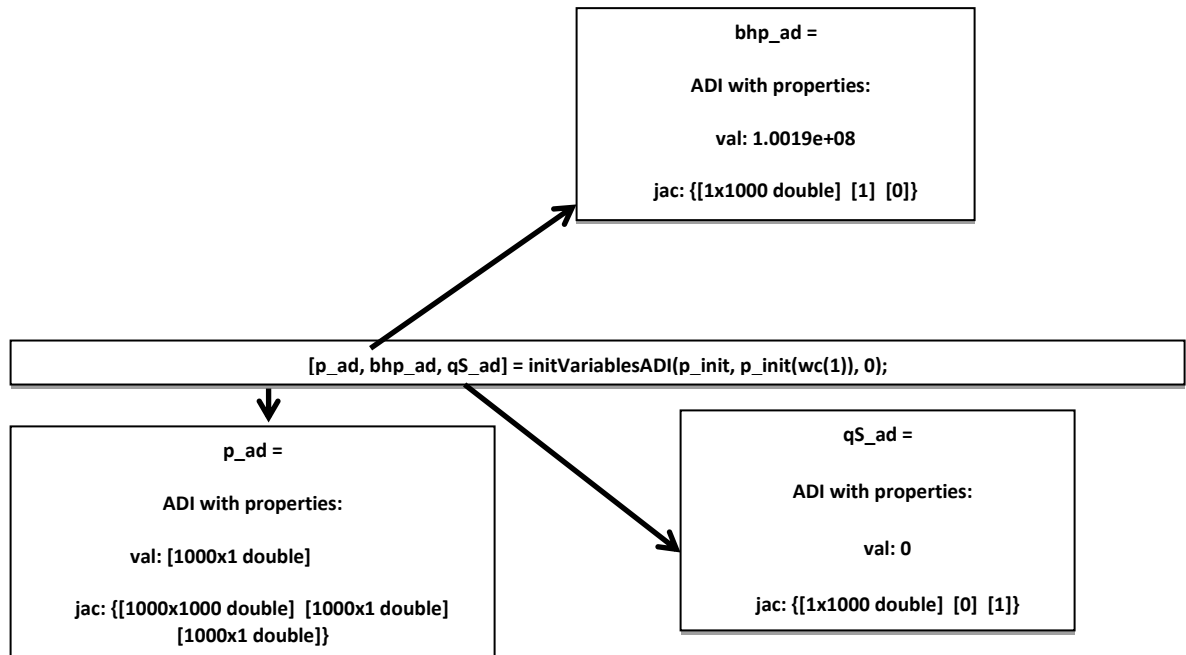


Figura III-4. Expresión de incógnitas mediante esquema de diferenciación automática, y datos arrojados por el programa.

Con estos valores iniciales es creada una matriz estructurada de solución, la cual contiene como campos los valores de las incógnitas y el tiempo, se replica la matriz considerando como dimensiones los pasos de tiempo ($\text{numSteps}+1$) filas y 1 columna, como viene esquematizado en la figura III-5

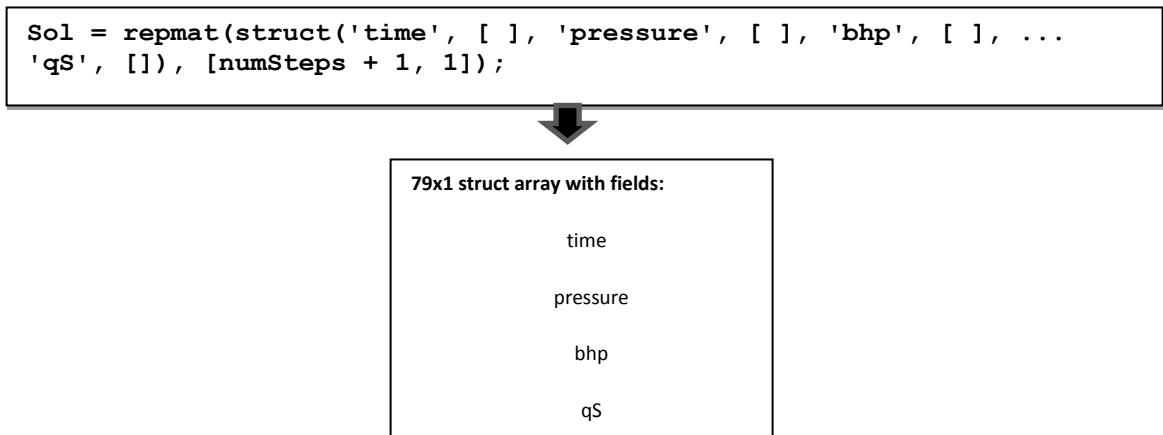


Figura III-5, Creación de matriz estructurada, y sus elementos

Luego de esto es formado un bucle donde se establece principalmente que la simulación es procesada mientras el tiempo no sea mayor al tiempo total de simulación, esta condición conforma el lazo principal y allí mismo deben introducirse valores para establecer una tolerancia, es decir la diferencia entre las incógnitas para una iteración y su antecesora, y el residuo inicial; esto con la finalidad de establecer el bucle de Newton donde el criterio de parada viene dado por la condición de la función residuo (ecuación 2.73; Figura III-1).

En dicho lazo debe hacerse una colección de las ecuaciones a resolver que ya mencionamos, y es conformado un sistema, cuyas incógnitas son la presión, el caudal, y la presión de fondo fluyente.

Este sistema es concatenado en una matriz, además el programa determina su valor, el cual deberá ser igual al residuo y el jacobiano de dicha matriz, para así obtener la llamada “actualización de Newton”, tomando como base la ecuación 2.71, por lo tanto:

$$\delta x^{i+1} = -F(x^i)J^{-1} \quad (3.6)$$

Ahora bien la actualización de las variables viene dada por

$$x^{i+1} = x^i + \delta x^{i+1} \quad (3.7)$$

Donde x representa en general cualquier incógnita a determinarse

Entonces son efectuadas estas operaciones, las cuales deben satisfacer las condiciones establecidas para el residuo; en cada paso de tiempo el simulador itera hasta que la norma del residuo sea menor a una tolerancia establecida la cual es:

$$e = 0,0001 \quad (3.8)$$

Si esto ocurre se pasa al siguiente nivel de tiempo, sino hay que iterar hasta alcanzar el número máximo de iteraciones establecidas, la cual para el presente estudio se establece como:

$$I_{max} = 10 \quad (3.9)$$

Si es superada esta restricción el simulador arrojaría un error; lo cual indica que debe revisarse el algoritmo y/o los datos introducidos. En caso contrario es almacenada la solución para cada paso de tiempo en la matriz estructurada ya creada. A partir de la misma pueden crearse lazos con los pasos de tiempo para mostrar mapas o dibujos del medio poroso donde se ve cómo evolucionan las variables para los pasos de tiempo establecidos en los lazos.

Por otro lado son determinados los valores de gradientes de presión promedio, así como los valores mínimos y máximos de presión, además de los caudales, los cuales se representan gráficamente considerando distintas compresibilidades, en función del tiempo.

Una vez realizado todo este procedimiento para un escenario con viscosidad constante, como ya fue señalado, son repetidos para una viscosidad variable, y al final deben compararse los resultados obtenidos entre estas dos situaciones, con el fin de verificar la solución y que tanta validez hay al asumir constante esta propiedad. Este procedimiento debe realizarse igualmente para los otros dos planteamientos señalados en la figura III-2

CAPITULO IV

MODELADO DE FLUJO LIGERAMENTE COMPRESIBLE EN MEDIOS POROSOS.

Para realizar el modelado de flujo ligeramente compresible en un medio poroso, se aplicó la metodología señalada en el capítulo III, considerando un volumen representativo del medio poroso, cuyas dimensiones son establecidas en la Tabla III-1. La siguiente figura muestra el modelo construido, que consiste en una caja rectangular.

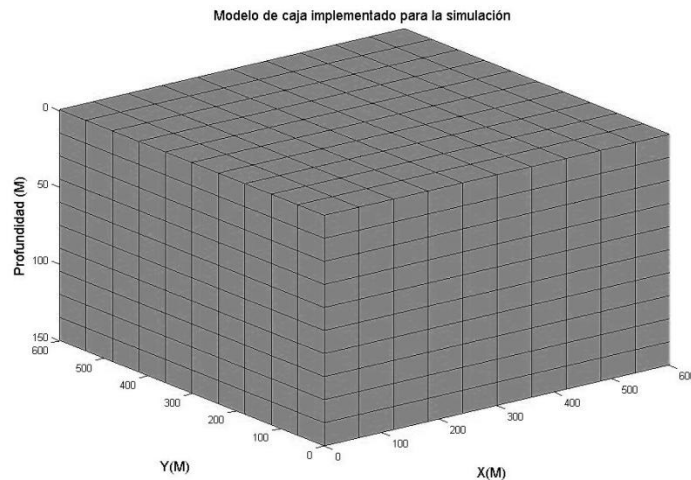


Figura. IV-1. Modelo implementado en la simulación

4.1 Evaluación de la densidad en función de la presión

Luego de implementar los valores para la formación y el fluido, es evaluada la densidad en función de la presión, usando la ecuación (2.6), considerando distintas compresibilidades, En la siguiente gráfica pueden verse los resultados de este procedimiento.

En la figura IV-2, se observa que para los tres primeros valores la recta está apenas inclinada, en cuanto a los últimos dos puede observarse una mayor inclinación; lo cual supone que en la gráfica es posible dividir las compresibilidades en dos zonas, la primera la cual contiene el rango de $(1 \text{ a } 10) \times 10^{-7} \text{ kPa}^{-1}$ sería una zona “ligeramente compresible”, con respecto a restantes, podría señalarse una zona “compresible”. Sin embargo todas las rectas interceptan en el punto perteneciente al valor de densidad y presión de referencia, sin importar la compresibilidad.

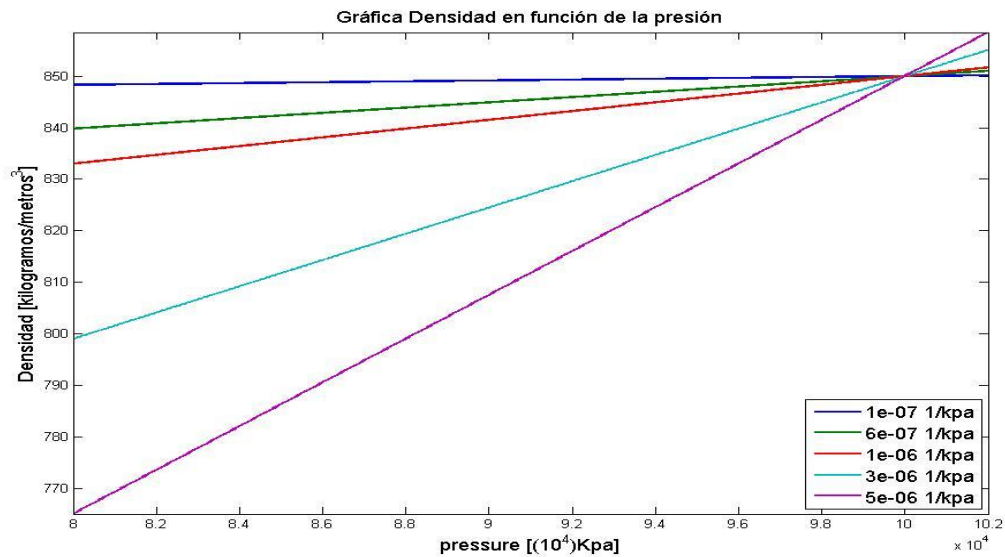


Figura IV-2. Densidad en función de la presión para distintas compresibilidades.

Ahora bien fue evaluada la densidad como función de la presión, para dar una predicción del valor máximo de compresibilidad antes de que los supuestos del modelo sean inexactos, pero como ya ha sido mencionado en el capítulo III se analiza este hecho para cada escenario de pozo con viscosidad constante y luego, se repiten para un caso donde la viscosidad varía en función de la presión.

4.2. Viscosidad en función de la presión

Para cuando la viscosidad es variable basándose en la ecuación (2.12), se determina el factor $c_{\mu p}$, considerando el rango de presiones de la Tabla III-1, al cual la viscosidad decrece 0,0004 Pa.s y de esta forma puede obtenerse que $c_{\mu p} = 1 \times 10^{-5} \text{ kPa}^{-1}$, con este valor y la función de viscosidad-presión la cual es expresada por la ecuación (2.12), es bosquejada una gráfica, para verificar como disminuye la viscosidad en función de la caída de presión, tal como puede verse en la figura IV-3

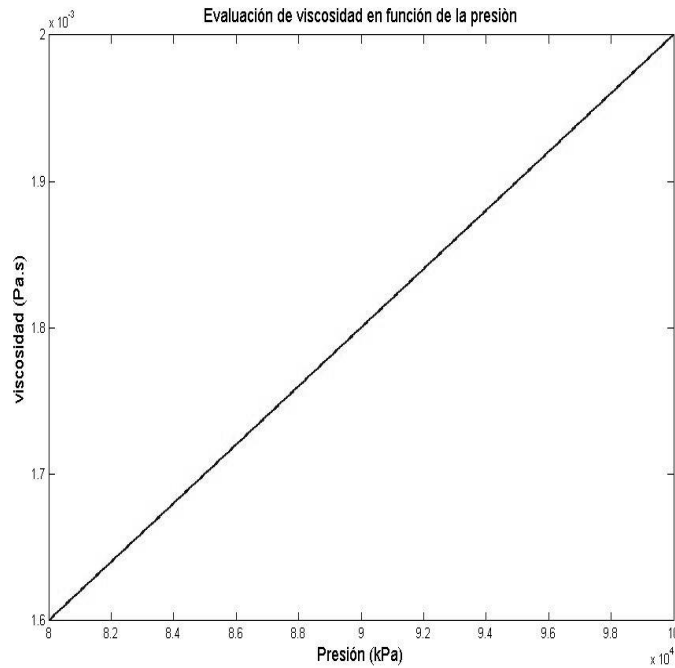


Figura IV-3, Viscosidad variable en función de la presión

4.3 Gradientes de presión

En principio se determinan los gradientes de presión, los cuales son graficados como se muestra en la figura IV-4, para cada escenario

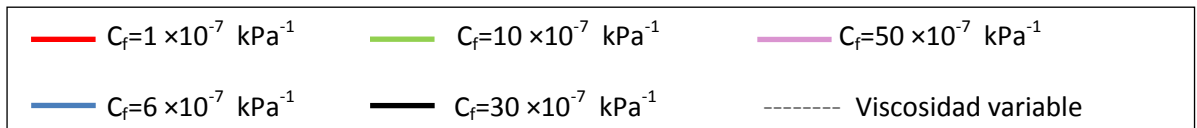
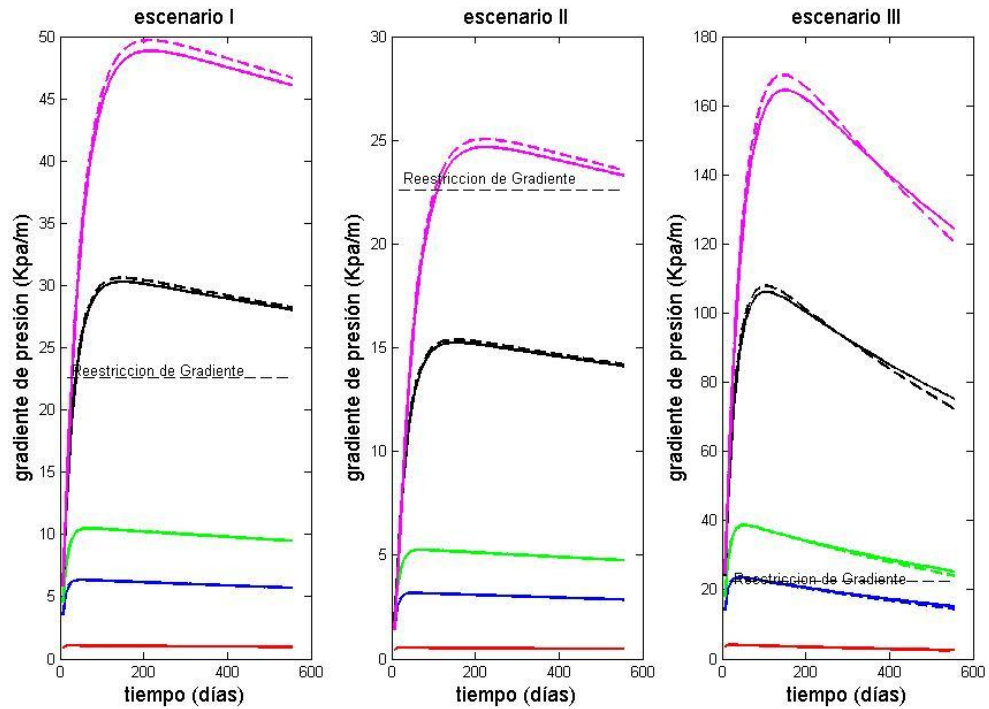


Figura IV-4, Gradientes promedios de presión, para distintas compresibilidades, considerando los dos casos de viscosidad en cada escenario

En la figura IV-4, se observa que estos valores de gradientes aumentan junto con la compresibilidad, y además no hay mucha diferencia para los valores obtenidos entre un caso de viscosidad y otro, antes de superar la restricción; pero cuando es superada, entonces si puede observarse una diferencia notoria entre ambos casos; lo cual hace pensar que el supuesto de viscosidad constante deja de ser válido.

Además en el escenario III es superada más fácilmente la condición para los gradientes. Ahora bien para saber cuál es el valor exacto de compresibilidad máxima

antes de que los supuestos del modelo sean inexactos, son tomados y representados gráficamente, como se observa en la figura IV-5, los valores picos del gradiente para cada compresibilidad,

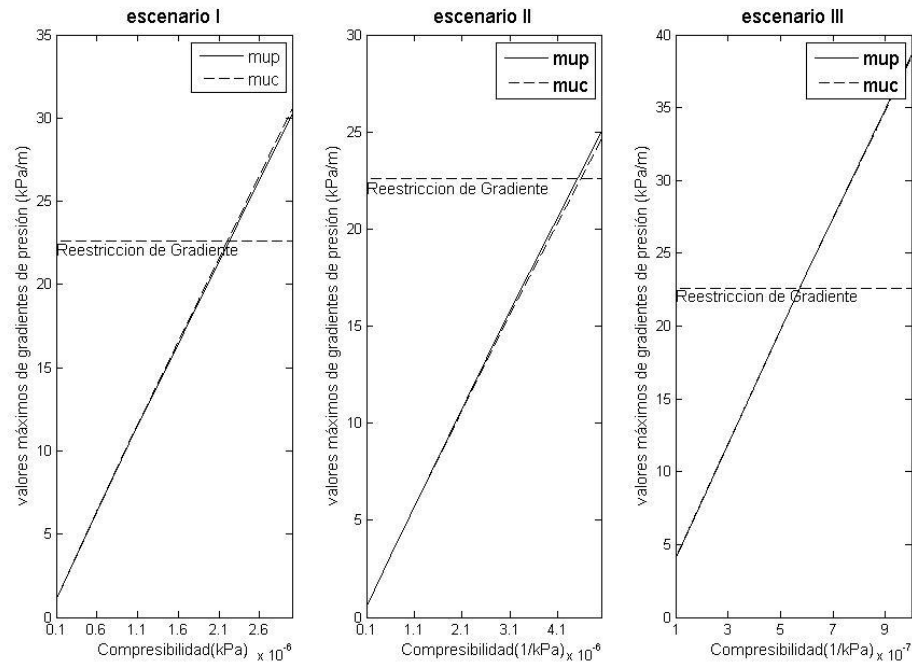


Figura IV-5, Amplitudes de gradientes de presión-compresibilidades, considerando los dos casos de viscosidad en cada escenario

A partir de esto puede indicarse lo siguiente: la compresibilidad máxima del escenario I está cerca de $21 \times 10^{-7} \text{ kPa}^{-1}$, para el escenario II, se supera la restricción para un valor entre 43 y $44 \times 10^{-7} \text{ kPa}^{-1}$, En cambio para el III cerca, de $6 \times 10^{-7} \text{ kPa}^{-1}$, para tener más certeza, es aplicada una función de interpolación, donde son obtenidos los resultados mostrados en la tabla IV-1

	Cfmax Viscosidad Constante 10⁻⁷ Kpa⁻¹	Cfmax Viscosidad Variable 10⁻⁷ Kpa⁻¹	Exactitud %	Precisión %
Escenario I	22,26	22,06	2,09	0,95
Escenario II	45,60	45,10	5,01	1,11
Escenario III	5,74	5,74	0,03	0,03

Tabla IV-1. Valores de compresibilidad máxima para cada escenario

En consecuencia la compresibilidad máxima es aproximadamente en el escenario II, el doble del I, y hasta ocho veces la del escenario III; lo cual hace pensar que el mover el pozo desde la zona frontal, a un punto cerca del centro, permite que este valor, también aumente cerca de dos veces.

Por otra parte el índice de pozo también afectaría estos resultados, pues el pozo inclinado a pesar de ser ubicado al frente, tiene una compresibilidad la cual representa cerca de la cuarta y octava parte del escenario I y II respectivamente, y como puede verse en la tabla III-3 el índice en el caso del tercer pozo es cuatro veces más alto que el del pozo vertical, para las dos ubicaciones, por ello este valor de compresibilidad máxima viene afectada no solo por la ubicación del pozo, sino por su índice geométrico, el cual hace que la presión y caudal decaigan con más facilidad si es más elevado.

4.4 Presión: mínima, media y máxima

De la misma forma quiere analizarse el comportamiento de la presión en los distintos escenarios, con el objeto de verificar el caso de los gradientes pequeños y analizar las características del flujo presente para las distintas compresibilidades. Entonces en la figura IV-6 es representada esta variable para el escenario I, La figura IV-7 para el escenario II, y la figura IV-8 para el caso del pozo inclinado.

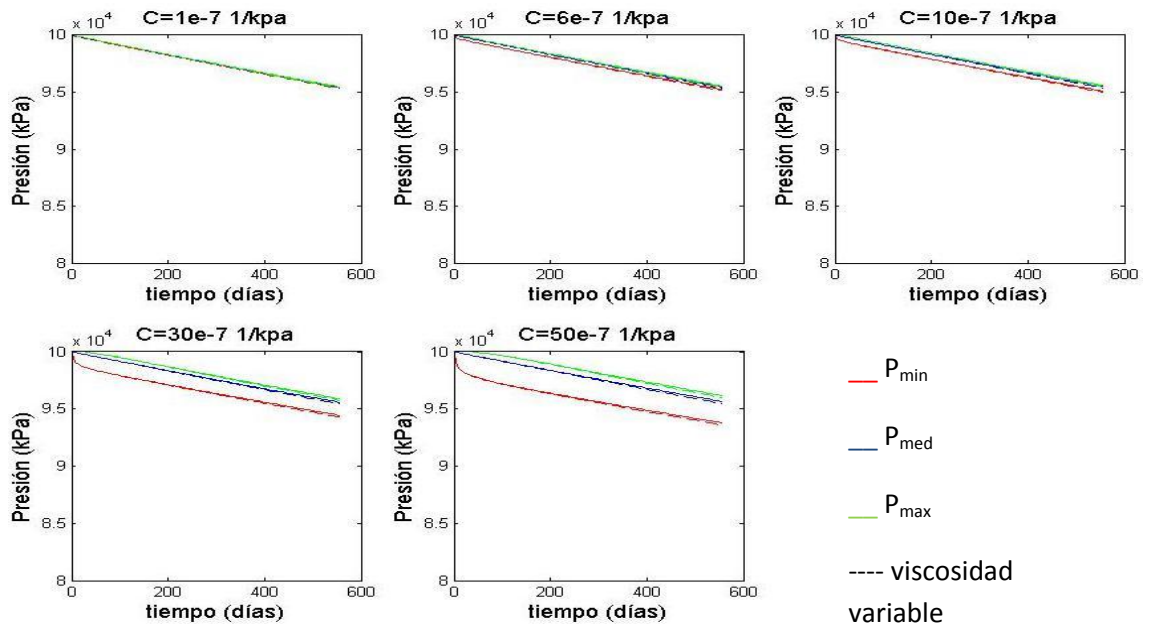


Figura IV-6 Gráficas para distintas compresibilidades de presión mínima, media, máxima, del escenario I, considerando los dos casos de viscosidad

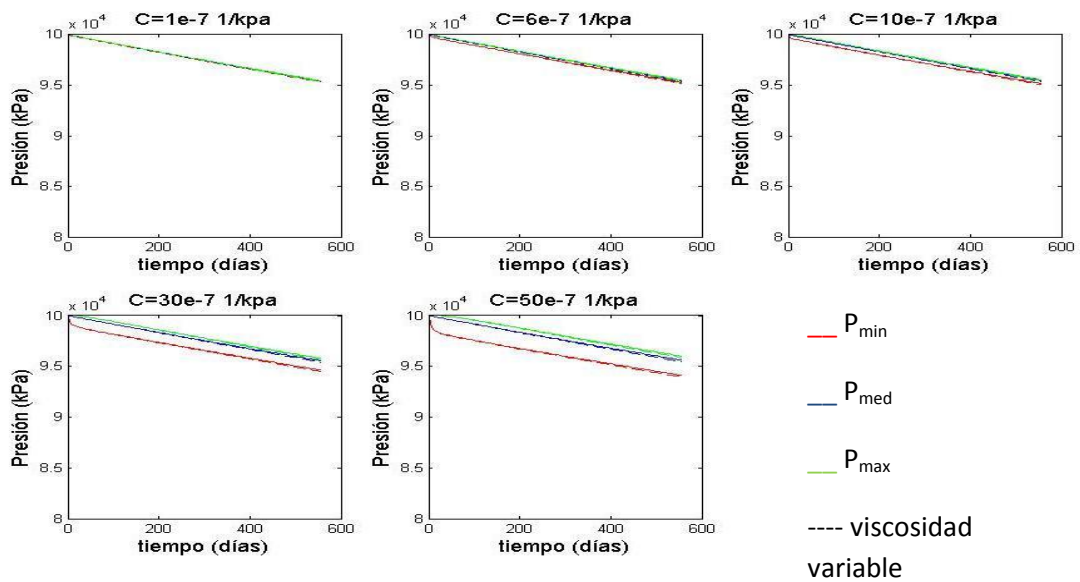


Figura IV-7 Gráficas para distintas compresibilidades de presión mínima, media, máxima, del escenario II, considerando los dos casos de viscosidad

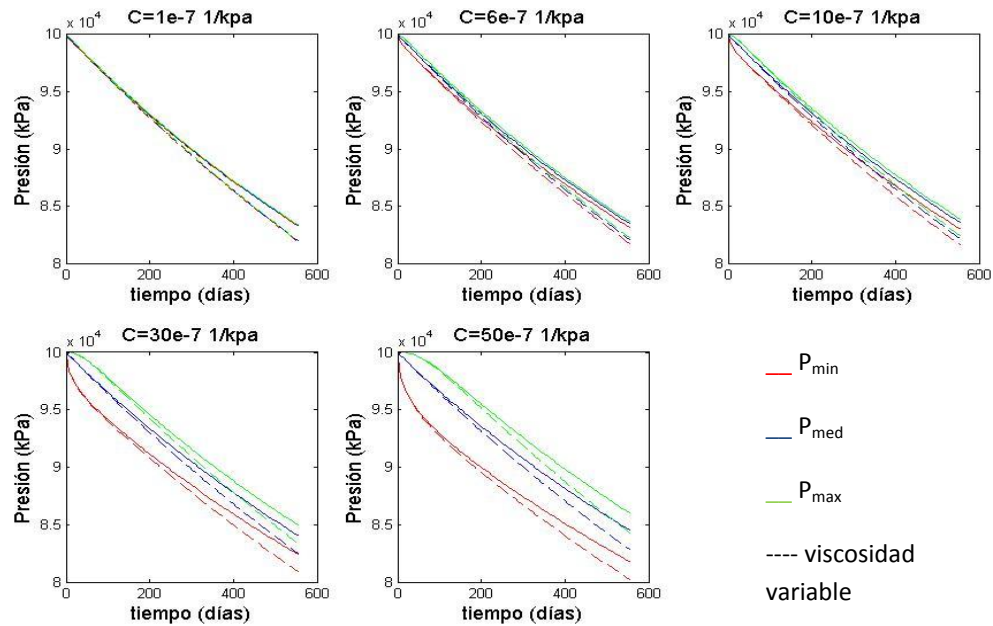


Figura IV-8 Gráficas para distintas compresibilidades de presión mínima, media, máxima, del escenario III, considerando los dos casos de viscosidad

En estas tres gráficas puede observarse un comportamiento semi-estable por lo general, y la diferencia entre las presiones mínimas y máximas se aprecia con más claridad, y la presión decae con más facilidad, mientras más compresible sea el flujo, además puede llegar a verse un comportamiento no-estable o transitorio que luego desaparece; esto cuando en los tres escenarios es superado el valor máximo de compresibilidad (Tabla IV-1).

Adicionalmente la viscosidad variable no afecta considerablemente los resultados siempre y cuando no se sobrepase la restricción señalada por la tabla IV-1; por ello en la figura IV-8 si se observa una diferencia notoria entre los dos casos de viscosidad planteados, puesto que aquí el flujo se hace compresible más rápido en comparación a los otros dos casos.

En consecuencia el régimen es semi-estable, la viscosidad puede considerarse constante y no hay fuertes diferencias entre las presiones, mientras el flujo sea ligeramente compresible

4.5 Comportamiento de la presión en el medio poroso

En la sección 4.4 ha sido verificada en forma gráfica la presión como función del tiempo, ahora se muestra para los tres escenarios y considerando el valor de compresibilidad de la tabla IV-1, como evoluciona la presión en los distintos lugares del medio poroso; esto puede contemplarse en las figuras 'IV-9, IV-10, IV-11'.

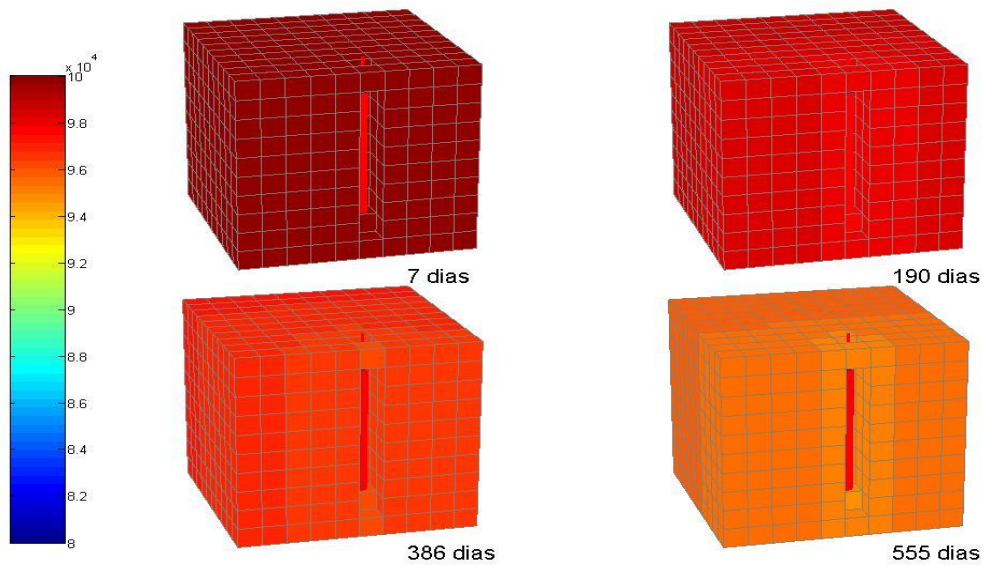


Figura IV-9. Evolución de la presión el medio poroso (Escenario I)

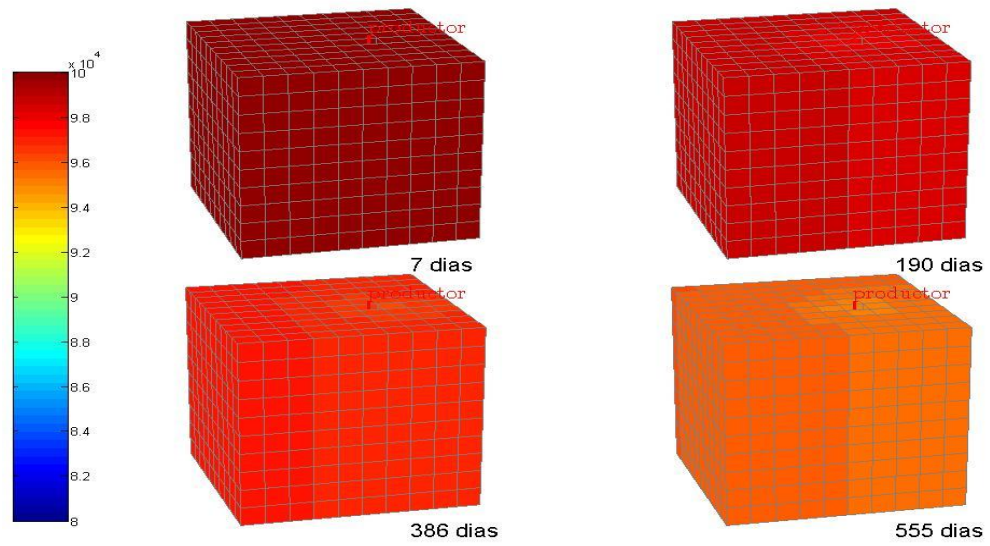


Figura IV-10. Evolución de la presión el medio poroso (Escenario II)

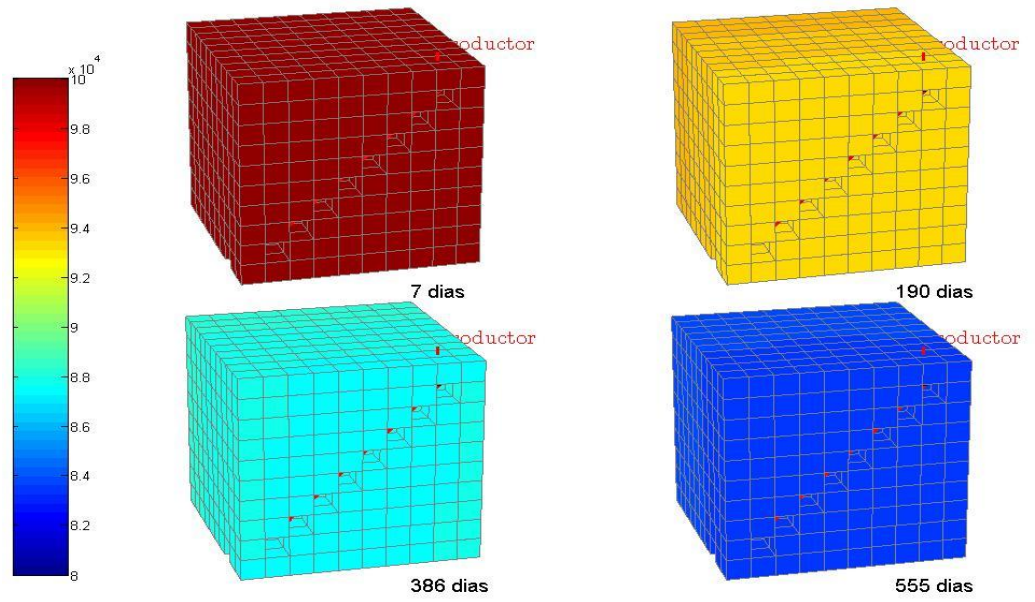


Figura IV-10. Evolución de la presión el medio poroso (Escenario III)

. En cada uno de los escenarios, se observa que no hay fuerte variación de presión en los distintos puntos, pero por las zonas cercanas al pozo productor pueden verse los valores mínimos; esto como ya se ha indicado es porque las partículas del fluido fluyen desde altas a bajas presiones, por otro lado en el escenario III a pesar de que los gradientes de presiones no son tan elevados, la presión decae para cada instante con más facilidad comparado a los otros dos casos anteriores; esto debido al alto índice del pozo(ver tabla III-3)

Cuando la viscosidad es variable, el comportamiento de la presión en el yacimiento puede representarse igualmente con estas últimas tres figuras, porque la variación no es notoria.

4.6. Caudal de producción.

El comportamiento de la variable presión: en lo relacionado a gradientes, su evolución en el tiempo y espacio considerando el valor de c_{fmax} , ha sido analizado, ahora puede realizarse para el caso del caudal de producción del pozo, tal como es mostrado en la figura IV-12.

En los primeros dos casos el caudal de producción no decae tan fácilmente, en cambio con el pozo inclinado, su alto índice hace que se eleve aproximadamente cuatro veces el valor máximo del caudal; siendo esto la misma proporcionalidad entre los factores WI que hay entre el pozo inclinado y vertical, de la misma forma en esta situación la producción decrece con más rapidez, sobre todo cuanto más alta sea la compresibilidad.

También puede verse que la viscosidad variable hace que este valor de caudal se mantenga más alto en los tres escenarios propuestos, existiendo una fuerte diferencia respecto a la situación cuando esta propiedad se asume constante; esto es porque al reducir la viscosidad, el fluido fluye con menos dificultad hacia los pozos, permitiendo de esta manera un alto valor numérico de producción.

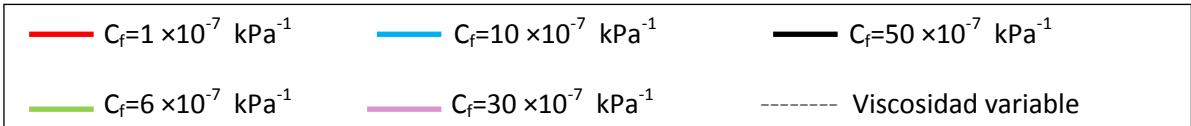
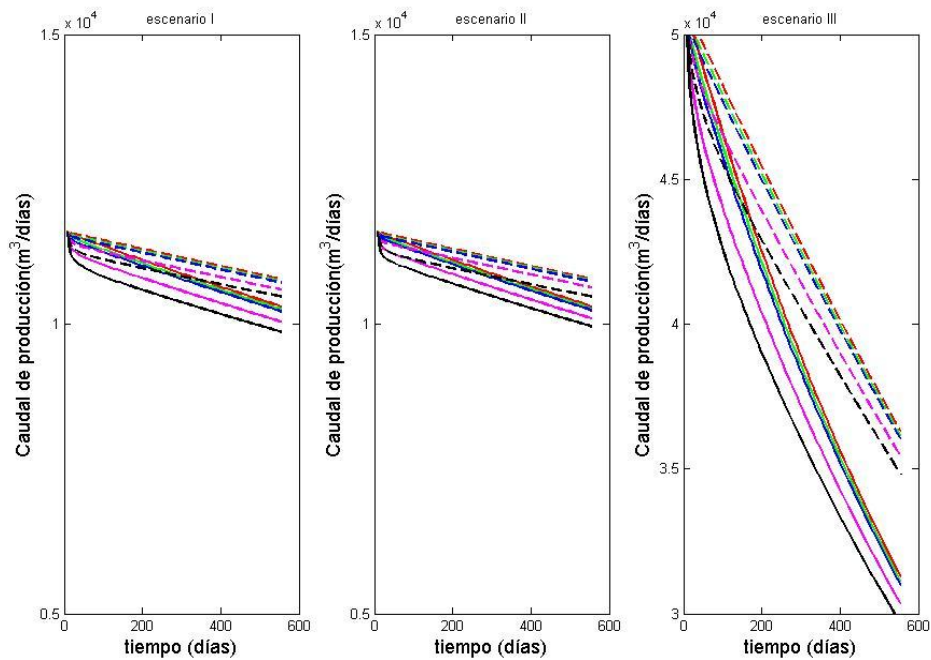


Figura IV-12. Grafica de caudal de producción, para distintas compresibilidades, considerando los dos casos de viscosidad, en los tres escenarios.

También es importante señalar que en ningún momento pudo apreciarse un comportamiento estable; es decir que la perturbación fuese igual a una condición de frontera externa: presión constante, flujo constante, frontera cerrada al flujo, o por otro lado una interna, lo cual está vinculado a la presión de fondo fluyente; este último señalado por la ecuación 3.5 nunca fue alcanzado y por ende el flujo no tuvo comportamiento “estable”, lo cual significa la presión y el caudal fueran constantes, como es mostrado en La figura IV-12 de la sección 2.7.3. Por esto puede decirse que el yacimiento se comporta como “infinito”.

CONCLUSIONES

En base a la metodología aplicada en este trabajo, donde ha sido desarrollado un algoritmo mediante un código computacional de forma tal que se realizó un modelado de flujo ligeramente compresible en un medio poroso homogéneo e isotrópico, utilizando el método de Newton-Rapshon mediante un esquema de diferenciación automática puede concluirse lo siguiente:

- Al evaluar la densidad en función de la presión para distintas compresibilidades, se deduce que por la forma de la gráfica, los primeros tres valores son incluidos en una zona denominada “ligeramente compresible”, en cambio los dos superiores a estos pertenecen a una zona “compresible”. No obstante este hecho sería solo una referencia para los propósitos de este estudio.
- El valor más alto de compresibilidad para flujo ligeramente compresible es igual a $22 \times 10^{-7} \text{ kPa}^{-1}$ para modelo con pozo vertical en el frente, $45 \times 10^{-7} \text{ kPa}^{-1}$ para modelo con pozo vertical cerca del centro y $5,7 \times 10^{-7} \text{ kPa}^{-1}$ para modelo con pozo inclinado. Entonces la compresibilidad máxima estaría afectada por factores como ubicación de un pozo, y distintos valores de índice, los cuales varían por la orientación del pozo, permeabilidad y factores geométricos. Sin embargo para futuros trabajos podría analizarse como puede ser afectada por otros factores como porosidad variable, o un medio anisotrópico, o incluso yacimiento no isotérmico.

- La viscosidad puede asumirse constante para flujo ligeramente compresible, siempre y cuando: la presión no varíe significativamente, y los gradientes de presión sean inferiores a la restricción considerada en teoría, y el caudal de producción no caiga tan rápido, pues esto puede influir de manera significativa en las predicciones y/o cálculos realizados.
- Cuando el flujo es considerado ligeramente compresible el mismo tiene comportamiento semi-estable, en cambio cuando supera su valor máximo de compresibilidad puede tener comportamientos “no-estables” o bien transitorios así sean instantáneos, pero en ningún caso pudo observarse comportamiento estable.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abreu, C. (2009). Simulación de Flujo de Fluidos en Medios Porosos. Trabajo de Grado, Universidad de Los Andes, Mérida.

Arango y Naranjo (2009). Simulación Numérica de Flujo Monofásico de Fluidos Acoplado a Deformación Geomecánica. Revista Dyna Medellín Colombia 77(162), 349-358

Adhef, T (2007). Fluid Flow in 2-D Single Phase Reservoir. Education and Sciences Journal of Mosul University. [Revista en línea], 19(2), 76-83. Disponible: <http://www.iasj.net/iasj?func=fulltext&aId=5789> [Consulta: 2016, Mayo 22]. Traducción mía

Alfonzo, M y Caicedo, D. (2007). Simulación numérica del yacimiento U2M, L (SOC-5) del Campo Socororo Este. Trabajo Especial de grado. Universidad Central de Venezuela. Caracas

Aarnes, J, Gimse, T, Lie, K (2007) An introduction to the Numerics Flow in Porous Media. Using Matlab. SINTEF ICT .Department of Applied mathematics. Oslo Norway. Traducción mía

Baeza, E (2007). La Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) como herramienta para mejorar el diseño de los sistemas de ventilación natural en invernadero. [Documento en línea]. Fundación Cajamar 2007, Almería España. Disponible: <http://www.publicacionescajamar.es/pdf/series-tematicas/centros-experimentales-las-palmerillas/la-dinamica-de-fluidos-computacional.pdf>. [Consulta: 2017, mayo 11]

Barberi, E (1998). El pozo Ilustrado. PDVSA Programa de Educación Petrolera, Caracas, FONCIED.

Bárceñas, L (2007). Implantación de un algoritmo de inicialización en el simulador de yacimientos SYEP. Trabajo Especial de Grado. Universidad Central de Venezuela. Caracas.

Baydlin, A, Pearlmutter, B, Andreyevich, A, Siskind, J (2015). Automatic Differentiation in Machine Learning A Survey. [Artículo en línea]. Disponible: <https://arxiv.org/pdf/1502.05767.pdf>. [Consulta: 2017, mayo 28]. Traducción mía

Bosch, J (2006). Métodos Finitos. Trabajo de Grado, Colombia Universidad Pontificia Bolivariana.

Colina, F. (2009). Evaluación del proceso de inyección alterna de vapor con solventes en pozos horizontales en el yacimiento jobo 01, campo jobo 02, a través de la simulación numérica” Trabajo de Grado. Universidad de Oriente. Barcelona Estado Anzoategui.

Darby, R (2001). “Chemical Engineering Fluid Mechanics” Estados Unidos, Marcel Dekker. Inc.

Danderes, E, Sorrarain, O, Bidner, M. (1988). Simulación numérica del flujo unidimensional de un gas real a través de un medio poroso. Revista Internacional de Métodos Numéricos Para Calculos e Ingenieria Universidad Nacional de La Plata, Argentina. 4(2),151-173

Dayli, J, Harleyman, D (1975). Dinámica de los Fluidos con Aplicación en Ingeniería.Mèxico, Editorial Trillas.

Ebin, D (1974). Motion of Slightly Compressible Fluid. PNAS. State University of New York 72(2), 539-542

Ebin, D, Disconzi, M. (2013) Motion of slightly compressible fluids in a bounded domain. II. United States of America. [Artículo en línea].Disponible: <https://arxiv.org/abs/1309.0477>. [Consulta, 2017, mayo 18].

Erketin. T, Abou-Kasem, J, King. G (2001).Basic Applied Reservoir Simulation. Society of Petroleum Engineers. Texas. United States of America. Traducción mía.

Escobar, F (2004). Fundamentos de ingeniería de yacimientos, (1era.ed). Colombia, .Editorial Universisad Surcolombiana.

Espinoza, C, Niño, Y. (2002).Método de Volumen Finito Modelación Numérica en Ingeniería Hidráulica y Ambiental, CI17D.En línea. [Artículo en línea]. Disponible:<http://materias.fi.uba.ar/7538/material/Otros/Espinoza&Ni%F1oMetodo%20de%20los%20Volumenes%20Finitos.pdf>. [Consulta, 2017, marzo 28].

Eymard, R, Gallouet, T, Erbin, R (2003). Finite Volume Methods. [Libro en línea]. France, University of Marsella. Disponible: <https://www.cmi.univ-mrs.fr/~herbin/PUBLI/bookevol.pdf>. Traducción mía.

Islam, M y Abbou J.H (2010). Advanced Petroleum Reservoir Simulation, Scrivener Publishing. United States of America. Traducción mía.

Knut, L (2016). An Introduction to Reservoir Simulation Using Matlab. SINTEF ICT. Department of Applied mathematics. Oslo Norway. Traducción mia

Lopez, R (2004). Caracterización de medios porosos y procesos percolativos y de transporte. [Tesis en línea]. Tesis Doctoral. Universidad de San Luis, Argentina. Disponible: http://linux0.unsl.edu.ar/~rlopez/tesis_maestria.pdf. [Consulta, 2017, mayo 11].

Molina, E. (2009). Inicialización de modelos de Simulación de Yacimientos Caso Práctico, [Tesis en línea]. Tesis Universidad Nacional Autónoma de México. Disponible:<http://www.ptolomeo.unam.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/132.248.52.100/1055/Tesis.pdf?sequence=1> [Consulta, 2017, mayo 19].

Naranjo, A (2009). Evaluación de Yacimientos de Hidrocarburos (2da.ed).Colombia, Universidad Nacional de Medellín.

Odeh, A. (1981). Comparison of Solutions to a Three Dimensional Black-Oil Reservoir Simulation Problem. Journal of Petroleum Technology, 33, 13-25.

Ordoñez. A (2007).Modelo de pozos en simulación numérica de yacimientos. Trabajo Especial de Grado. Universidad Central de Venezuela. Caracas.

Pinilla, J (2013). Simulación numérica del flujo bifásico agua-petróleo. Revista Fuentes: El Reventón Energético. [Revista en línea] ,11(2) ,99-109. Disponible:<http://revistas.uis.edu.co/index.php/revistafuentes/article/view/3837/4394>. [Consulta, 2017, mayo 9].

Regis, S, Savioli, G, Morelli, M, Bidner, S (2000).Simulación numérica del flujo radial trifásico, hacía un pozo. Mecánica Computacional (19), 31-36

Rivera, J. (2004).Prácticas de Ingeniería de Yacimientos Petrolíferos.[Libro en Línea].Disponible:<http://www.ing.unp.edu.ar/asignaturas/reservorios/Practicas%20de%20Ingenieria%20de%20Yacimientos%20Petroliferos%20%20Jose%20S.Rivera.pdf> . [Consulta, 2017, mayo 5].

Rodríguez. F. (2000).Fundamentos de Simulación Numérica de Yacimientos. Apuntes. Universidad Nacional Autónoma de México.

Romero, M, (2014). Análisis a la declinación de los yacimientos de gas de lutitas. [Tesis en línea]. Universidad Nacional Autónoma de México, México Disponible:www.ptolomeo.unam.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/.../tesis%20%2020.pdf?. [Consulta: 2017, Mayo, 20].

Sanchez., N, Martinez C, Rattia A (1992). Methodological Approach for Reservoir Simulation. Caracas, Maraven, S.A, Paper SPE 23616, SPE Latin America Petroleum Engineering Conference, 8-11 March, Caracas, Venezuela, pp:35-41. Traducción mía.

Savioli, G 1996. Modelos Matemáticos en Ingeniería de Reservorios. [Tesis en línea]. Universidad de Buenos Aires Argentina. Disponible: http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2855_Savioli.pdf. [Consulta: 2017, Mayo, 20].

Soulaine, C, Devit, Y, Quintard, M (2012). A Two-Pressure Model for Slightly Compressible Single Phase Flow in Bi-structured Porous Media. OCCAM. [Reporte en línea]. University of Oxford. Disponible: eprints.maths.ox.ac.uk/1565/1/finalOR62.pdf. [Consulta: 2017, Mayo, 22].

Torres, J (2001). Un modelo genético-objetual para la simulación de yacimientos de gas. [Tesis en línea]. Tesis. Universidad Nacional de Colombia. Disponible: www.bdigital.unal.edu.co/2258/1/98499102.2010.pdf. [Consulta: 2017, Marzo, 22].

Tucker, W (2010). Automatic Differentiation. Uppsala University Sweden. Traducción mía

Vasquez, L. (2003). Fundamentos Matemáticos de la Mecánica de Fluidos, [Libro en línea]. Universidad Autónoma de Madrid, España. Disponible: www.uam.es/personal_pdi/ciencias/jvasquez/fluidos.ps. [Consulta: 2017, Mayo, 11].

Verma, M (2000). An introduction to automatic Differentiation., Current Science Cornell University [Revista en línea]. 78(7) ,850-853. Disponible: tejas.serc.iisc.ernet.in/currsci/apr102000/tutorial1.pdf. [Consulta: 2017, Mayo, 21]. Traducción mía

White, F (2004). Dinámica de Fluidos. (5ta edición), Editorial Mc Graw Hill Interamericana, España. (Versión original impresa en 2003)