



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
ESCUELA DE EDUCACIÓN

**PROPUESTA PARA LA ENSEÑANZA DE VECTORES EN EL PLANO
BASADA EN EL USO DE GEOGEBRA EN ESTUDIANTES DE 4º AÑO DE
LA EDUCACIÓN MEDIA**

TUTORA:

Adelfa Hernández.

AUTORES:

Miranda, Germán. C.I.: 14.891.522

Hernández, Gabriel C.I.: 18.601.310

Caracas, Febrero 2015.



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
ESCUELA DE EDUCACIÓN
PROGRAMA COOPERATIVO DE FORMACIÓN DOCENTE



**PROPUESTA PARA LA ENSEÑANZA DE VECTORES EN EL PLANO
BASADA EN EL USO DE GEOGEBRA EN ESTUDIANTES DE 4º AÑO DE
LA EDUCACIÓN MEDIA**

Trabajo de Grado presentado ante la ilustre Universidad Central de
Venezuela para optar al título de Licenciado en Educación Mención
Matemática.

Caracas, Febrero de 2015



VEREDICTO

Quienes suscriben, miembros del jurado designado por el Consejo de la Escuela de Educación en su sesión 1552 de fecha 10-12-2014 para evaluar el Trabajo de Licenciatura presentado por GABRIEL HERNÁNDEZ, C.I. 18.601.310; GERMAN MIRANDA, C.I. 14.891.522, bajo el Título: PROPUESTA PARA LA ENSEÑANZA DE VECTORES EN EL PLANO BASADO EN EL USO DE GEOGEBRA EN ESTUDIANTES DE 4º AÑO DE LA EDUCACION MEDIA GENERAL, para optar el Título de LICENCIADO EN EDUCACIÓN, dejan constancia de lo siguiente:

1. Hoy 10/02/2015 nos reunimos en la sede de la Escuela de Educación para que su(s) autor(es) lo defendiera(n) en forma pública.
2. Culminada la Defensa Pública del referido Trabajo de Licenciatura, conforme a lo dispuesto en el Art. 14 del "Reglamento de Trabajos de Licenciatura de las escuelas de la Facultad de Humanidades y Educación" adoptando como criterios para otorgar la calificación: rigurosidad en el razonamiento, coherencia en la exposición, claridad y pertinencia en los procesos metodológicos empleados, adecuación del sustento teórico, así como la calidad de la exposición oral y de las respuestas dadas a las preguntas formuladas por el jurado, acordamos calificarlo como:

APLAZADO APROBADO otorgándole la mención:
 SUFICIENTE DISTINGUIDO SOBRESALIENTE

3. Las razones que justifican la calificación otorgada son las siguientes: El trabajo es pertinente, realizado con riguroso método, que la exposición oral evidenció el dominio y el interés por la innovación en los procesos educativos.

Prof. Rosanna Chacín

Prof. Nora Suárez

Tutora Adelfa Fernández



APROBACIÓN DEL TUTOR

Quien suscribe, Profesora Adelfa Hernández, de la Universidad Central de Venezuela, adscrita a la Escuela de Educación, en mi carácter de tutora del Trabajo de Grado titulado Propuesta para la Enseñanza de Vectores en el Plano basada en el uso de GeoGebra en estudiantes de 4º Año de la Educación Media, realizado por los ciudadanos Gabriel Hernández C.I.: 18.601.310 y Germán Miranda C.I.: 14.891.522, manifiesto que he revisado en su totalidad la versión definitiva de los ejemplares de este trabajo y certifico que se le incorporaron las observaciones y modificaciones indicadas por el jurado evaluador durante la discusión del mismo.

En Caracas a los 9 días del mes de Febrero del 2015.

Profesora Adelfa Hernández

C.I.: 5.224.491

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
ESCUELA DE EDUCACIÓN
PROGRAMA COOPERATIVO DE FORMACIÓN DOCENTE

**PROPUESTA PARA LA ENSEÑANZA DE VECTORES EN EL PLANO
BASADA EN EL USO DE GEOGEBRA EN ESTUDIANTES DE 4º AÑO DE
LA EDUCACIÓN MEDIA**

Autores: Gabriel Hernández
Germán Miranda
Tutora: Adelfa Hernández.
Fecha: Febrero 2015.

RESUMEN

El propósito de este trabajo de investigación estuvo fijado en el diseño de una propuesta didáctica dirigida a los docentes del área de matemáticas, en donde puedan emplear el software educativo e interactivo GeoGebra como soporte para la enseñanza de vectores en el plano en estudiantes de 4º año de la Educación Media. La investigación se encontró orientada bajo la modalidad de proyecto factible apoyado en una investigación de campo descriptiva con apoyo documental, ya que, para el diseño de la propuesta se realizó una revisión documental donde se analizaron propuestas actuales de enseñanza, entre ellas, la oferta de programas informáticos educativos para conocer las capacidades y alcance que ofrecen, los textos actuales en el área de vectores en el plano, el currículo de estudios y teorías pedagógicas; todos estos elementos junto a un trabajo de campo realizado en estudiantes de 4to año de Media General en la Unidad Educativa Fe y Alegría "Colegio Monterrey" dieron paso al planteamiento de una guía instruccional que tiene la intención de ayudar a cualquier docente del área de matemáticas a desenvolver sus deberes pedagógicos en el tema de vectores en el plano bajo el ambiente de software GeoGebra. Por último, al tener delineada la propuesta se ejecutaron los lineamientos del proyecto para percibir su alcance, así como las recomendaciones y mejoras posibles para que sean consideradas en futuras aplicaciones.

Descriptores: Software/Vectores/Geogebra/TIC/

CENTRAL UNIVERSITY OF VENEZUELA
FACULTY OF HUMANITIES AND EDUCATION
SCHOOL OF EDUCATION
COOPERATIVE PROGRAM OF TEACHER EDUCATION

**PROPOSAL FOR TEACHING IN THE PLANE VECTOR BASED ON THE
USE OF GEOGEBRA 4th YEAR STUDENTS OF SECONDARY
EDUCATION**

Authors: Gabriel Hernández
Germán Miranda
Tutor: Adelfa Hernández.
Date: February 2015.

ABSTRACT

The purpose of this research was based in the design of a didactic proposal to teachers in the area of mathematics that allows them to use the interactive educational software GeoGebra as a support for teaching vectors in the plane in 4th year students of Secondary Education. The research was oriented with the form of feasible project supported by a descriptive field research with documentary support, since, for the design of the proposal a literature review where current teaching proposals were analyzed, including the offer of educational software to learn the capabilities and scope they offer, the current texts in the field of vectors in the plane, the curriculum of studies and pedagogical theories; all these elements together with a fieldwork in 4th year students of Media General Education of the Unidad Educativa Fe y Alegría "ColegioMonterrey" gave way to approach an instructional guide that is intended to help any teacher in the area of mathematics to develop their teaching duties in the field of vectors in the plane under the GeoGebra software environment. Finally, having outlined the proposed project guidelines, they were implemented to perceive its scope, as well as recommendations and improvements to be considered in future applications.

Keywords: Software/ Vector/ Geogebra/ ICT/

AGRADECIMIENTOS

A Dios Todo poderoso, por protegernos día a día y por habernos dado la fuerza y voluntad para permitirnos concluir con esta meta.

A la Universidad Central de Venezuela, nuestra “Alma Mater”, por habernos acogido en sus brazos y brindado todos esos conocimientos que como docentes necesitamos para poder seguir colaborando con la sociedad.

A toda nuestra familia por no desampararnos en este largo camino, por la ayuda y el apoyo brindado.

A la profesora Adelfa Hernández, por haber aceptado guiarnos y ser nuestra tutora en este proceso, por contagiarnos de su buena energía, por su confianza, paciencia, esfuerzo y compromiso.

A nuestros amigos, que con su apoyo nos ayudaron a seguir hacia adelante, siempre pendiente de nosotros y aportando en lo posible durante este proceso.

A la Unidad Educativa Colegio Fe y Alegría Monterrey por permitirnos utilizar sus áreas, ser receptivos y permisivos durante el tiempo que estuvimos haciendo el estudio.

INDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS.....	i
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I: EL PROBLEMA.....	3
1.1. Planteamiento del problema.....	3
1.2. Objetivos de la investigación.....	6
1.2.1. Objetivo general.....	6
1.2.2. Objetivos específicos.....	6
1.3. Justificación de la investigación:.....	7
CAPITULO II: MARCO TEÓRICO.....	9
2.1. Antecedentes de la investigación.....	9
2.2. Bases Teóricas.....	13
2.2.1 Vectores en el plano según Rena.....	13
2.2.2. Vectores en el Plano según el programa curricular venezolano vigente:.....	26
2.2.3. Incorporación de las tecnologías de información y comunicación. La tecnología realza el aprendizaje y apoya la enseñanza de la matemática.....	28
¿Qué es GeoGebra?.....	35
¿Por qué es interesante utilizar GeoGebra?.....	36
Formas de trabajar con GeoGebra.....	37
Herramienta del profesor.....	38

Herramienta del estudiante:	38
¿Por qué se escoge GeoGebra?.....	38
2.2.5. Teoría Didácticas.....	40
2.2.5.1. La Didáctica De La Matemática De La Escuela Francesa.....	42
2.2.5.2 La Teoría De Situaciones Didácticas.....	42
2.2.5.3 Institucionalización	46
2.3. Bases Legales	48
CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO	53
3.1. Tipo y diseño de investigación:.....	53
3.2. Población y muestra:	55
3.3. Técnicas e instrumentos de recolección de datos:	55
3.4. Técnicas para el análisis de datos:.....	57
3.5. Procedimiento metodológico:	57
3.5.1. Fase 1: Análisis de los aspectos teóricos de la propuesta.	57
3.5.2. Fase 2: Trabajo de Campo.....	58
3.5.3. Fase 3: Diseño de la Propuesta	60
3.5.4. Fase 4: Validación de la propuesta	60
CAPÍTULO IV: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	62
4.1. Análisis teórico de la propuesta	62
4.1.1 Análisis curricular:	62
4.1.2 Análisis de los Software Educativos que trabajan con Vectores en el Plano	63
4.1.3 Análisis Bibliográfico:.....	66
4.2 Trabajo de campo:.....	66

4.3 Diseño de la Propuesta:	73
4.4 Validación de la Propuesta:	74
CAPITULO V: LA PROPUESTA	78
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	119
REFERENCIAS	122
ANEXO A	127
ANEXO B	129
ANEXO C	132
ANEXO D	138

INTRODUCCIÓN

Uno de los principales problemas que enfrentan actualmente los docentes del área de las matemáticas en la Educación Media es la falta de actualización en los métodos ó formas de enseñanza para ciertos temas donde se puedan emplear herramientas didácticas que se encuentran en el día a día, como por ejemplo la tecnología; algunos docentes no usan las computadoras o sistemas de comunicaciones dentro de las aulas de clases, ya sea porque no conocen programa informático disponibles que puedan asociar con algún tema o porque no cuentan con los recursos necesarios en el plantel.

La tecnología está al alcance de todos como parte del fenómeno de la globalización, y qué mejor manera de hacer alianzas con la tecnología que usándola como una herramienta en el proceso educativo. Los instrumentos tecnológicos se actualizan a un ritmo vertiginoso, lo cual obliga a los usuarios a una constante actualización. Los docentes, al emplear esta herramienta, también se encuentran en la necesidad de renovar sus nociones en esta materia.

Y como expresa Santandreu (2005): “la incorporación de las TIC en los procesos de enseñanza aprendizaje de las instituciones educativas en los últimos años es ya una realidad de la que también se hace partícipe la educación matemática” (p.65).

El presente trabajo es una propuesta didáctica y una herramienta para orientar o guiar el proceso de enseñanza/aprendizaje del tema del currículo de matemáticas denominado vectores en el plano, donde los contenidos se organizan (planificación, secuencia de actividades) para facilitar el trabajo entre el profesor y el estudiante.

Esta propuesta tiene como finalidad propiciar la enseñanza del tema de vectores en el plano hacia los estudiantes de Educación Media implementando el uso de recursos tecnológicos. Va dirigido a cualquier docente del área de matemáticas y toma como base los conocimientos elementales del uso de una computadora, los contenidos de vectores en el plano y la disposición y/o interés en explorar otra manera de enseñar.

La estructura expuesta en el presente trabajo está comprendida en 5 capítulos, que se describen a continuación:

En el capítulo 1 se expone el problema, referido a la enseñanza de vectores con el uso de las TIC, acompañado de los objetivos, que sirven de guía para llegar al resultado y conclusiones, y por último la justificación del problema en donde se expone la importancia de la investigación en el campo educativo, social, y tecnológico.

En el capítulo 2 se desarrollan las bases teóricas del presente trabajo, iniciando con los antecedentes de la misma, es decir, trabajos previos a este con temas relacionados; luego se desarrollan los aspectos teóricos del tema de Vectores en el Plano, el software GeoGebra y la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau G.

En el capítulo 3 se describe el procedimiento utilizado para desarrollar la propuesta, así como todo lo pertinente a la metodología empleada para llegar a los resultados.

En el capítulo 4 se presentan los resultados obtenidos a partir del procedimiento descrito en el capítulo anterior.

En el capítulo 5 se muestra la propuesta didáctica elaborada a partir de los resultados obtenidos. Por último se presentan las conclusiones y recomendaciones.

CAPÍTULO I: EL PROBLEMA

1.1. Planteamiento del problema

La educación matemática en Venezuela establece una relación concordante entre las ramas que la conforman; por ejemplo en el nivel de Educación Primaria, se imparte aritmética, que proporciona nociones de los números y de sus operaciones básicas, luego la geometría que se ocupa del estudio de las propiedades de las figuras en el plano o el espacio, y por último el álgebra el donde se emplean números, letras y signos para poder hacer referencia a múltiples operaciones aritméticas, esta ultima ramas es más desarrollada a nivel de Educación Media.

De acuerdo a los programas establecidos por el Ministerio de Educación, en el área de matemáticas, la geometría se imparte desde la Educación Básica, asociando y dibujando figuras planas, así como construyendo figuras en el plano y reconociendo cuerpos geométricos. A este nivel, el conocimiento que se intenta impartir es completo respecto al campo geométrico, ya que consigue hacer que los estudiantes desarrollen la capacidad de reconocer y trabajar con las figuras en el plano, pero al revisar detalladamente los programas de Educación Media se aprecia mayor cantidad de contenido de índole algebraico y/o aritmético que geométrico. Esto apunta que el programa educativo actual ha sido influenciado por la corriente de la matemática moderna surgida en los años 50, la cual da mayor importancia a los procedimientos algebraicos y menos a los geométricos, según Piaget (1986).

La distribución poco apropiada de los contenidos relacionados a la geometría en los primeros tres años de la Educación Media, trae como consecuencia deficiencias graves para la enseñanza y aprendizaje de la matemática en los últimos niveles, ya que los estudiantes carecen de

instrumentos para comprender lo que está ocurriendo a nivel geométrico en los nuevos contenidos impartidos. Para el desarrollo de casi todos los contenidos a este nivel es necesario tener cierta habilidad espacial, pero sin una buena representación geométrica o visual de figuras planas, del espacio y/o de propiedades geométricas, no se estimula esa habilidad en los estudiantes. .

En otro orden de ideas, los contenidos de geometría y estadística se encuentran al final del programa curricular de matemáticas emanado del Ministerio de Educación, aunque no es de carácter vinculante sino que queda a criterio del docente, al elaborar la planificación de clases anual decidir qué contenidos son pertinentes para el año escolar. Sin embargo, el enfoque que la mayoría de los docentes brindan en la enseñanza de geometría tiende más la parte algebraica, por ejemplo, en el teorema de Pitágoras muchos profesores le dan más importancia a resolver sólo fórmulas y no a orientarse en plantear problemas que conduzcan a la construcción de triángulos.

En efecto, tenemos un problema educativo respecto a las matemáticas en Venezuela, que reside básicamente en el escaso contenido de geometría y en una enseñanza enfocada en desarrollar contenidos algebraicos, así como en la búsqueda de la resolución de ejercicios y no de problemas. Como consecuencia inmediata los estudiantes de los últimos años del nivel de Educación Media presentan dificultades para entender los contenidos que se les demuestran (en especial trigonometría, vectores y números complejos). Además el profesor se encuentra en desventaja para brindar una enseñanza satisfactoria, ya que el método de rutina carece de las herramientas necesarias para mejorar en esos aspectos.

La enseñanza de vectores en el plano presenta dos dificultades primordiales, la primera es el significado en el espacio de un vector, pues los estudiantes aprenden sólo a ver flechas o a operarlos mecánicamente sin

entender su sentido real en el plano. El segundo es su representación con lápiz y papel, que presenta insuficiencias tanto para el profesor como para el estudiante. Para intentar resolver estos problemas se utilizarán recursos informáticos (Geogebra y presentaciones en Power Point o prezi) que simplificarán las técnicas manuales y de dibujo, facilitando una actividad matemática centrada en las nociones y el significado de las mismas.

Otro problema influyente es la necesidad de enseñar contenidos geométricos planificados en la Educación Media, ocasionado por la ausencia funcional de los departamentos del área de Matemática en la mayoría de las Instituciones educativas del país. No existe coordinación con los docentes de la materia para dar una serie de soluciones contundentes, ya que no suelen realizar evaluaciones diagnósticas a los estudiantes para mantener un equilibrio dentro de los espacios, así diseñar las planificaciones del curso en función a sus conocimientos. Esto permitiría al docente llevar a cabo el proceso de enseñanza dentro del aula de forma coordinada, pues al conocer el nivel de los estudiantes que tiene en el curso le permitirá realizar su agenda de actividades satisfactoriamente y así obtener un mejor rendimiento de los aprendices .

Este proyecto de investigación surge debido a la necesidad de contribuir a mejorar la calidad de enseñanza y del aprendizaje de vectores en el plano a través del uso de TIC. Para el diseño de la propuesta se contará con la participación de docentes que enseñan a estudiantes del 4to año de la Educación Media de la Unidad Educativa Fe y Alegría “Colegio Monterrey” ubicado en el municipio Baruta del Estado Miranda, principalmente porque según el profesor de matemáticas que ha impartido las clases en el plantel durante los dos últimos años escolares el área de conocimientos en matemática en estos grupos ha sido precaria, sobretodo en el último curso donde las fallas han sido resaltantes.

Por tanto en este proyecto de investigación se plantea la revisión de aspectos teóricos en la enseñanza de vectores y el uso de las tecnologías como elemento dinamizador en el proceso de enseñanza y aprendizaje de vectores.

1.2. Objetivos de la investigación

1.2.1. Objetivo general

- Diseñar una propuesta para la enseñanza de vectores en el plano basada en el uso de GeoGebra en estudiantes de 4º año de la Educación Media.

1.2.2. Objetivos específicos

- Caracterizar la propuesta curricular oficial para la enseñanza de vectores en el plano en la Educación Media venezolana.
- Analizar los aspectos o potencialidades didácticas y tecnológicas del software GeoGebra.
- Diseñar y validar una guía educativas basadas en las situaciones didácticas de Brousseau adaptadas para la enseñanza de vectores en el plano empleando el software educativo interactivo GeoGebra.

1.3. Justificación de la investigación:

La educación en Venezuela ha sufrido cambios recientes y constantes que crean una brecha significativa entre los programas actuales y los de escasos años anteriores. Las herramientas disponibles aumentan al transcurrir el tiempo y el área educativa debe enrumbarse hacia esas tendencias en el proceso de enseñanza y aprendizaje sin perder su esencia y objetivo principal.

La enseñanza de la matemática no queda exenta de esta situación, además de que esta materia presenta problemas didácticos, principalmente por las limitaciones que tienen los docentes al momento de enseñar y el poco interés por parte de los estudiantes hacia la materia. Otro punto relevante es la forma en que se imparte la matemática dentro de las aulas de clases y la falta de innovación en los métodos empleados para su enseñanza; destaca la ausencia del uso de la lógica para poder lograr una mejor comprensión e ir más allá de simples números, pues la matemática es un lenguaje universal.

La población actual se encuentra en constante distracción, esto se debe principalmente a la invasión de nuevas tecnologías que han contribuido a la globalización. Es necesario un cambio en el proceso de enseñanza y aprendizaje en las aulas de clases, en que los profesores actualicen sus métodos de enseñanza e incluyan la implementación de las tecnologías de información y comunicación (TIC) las cuales se encuentran al alcance de la mayoría de la población estudiantil, a las que no suele darse el mejor uso. He aquí la importancia de esta investigación, ya que las TIC permitirían brindar una nueva forma de enseñar matemáticas en las aulas de clases.

El uso de Geogebra en el campo de la enseñanza de vectores en el plano permite observar de una forma más gráfica o dinámica todo ese contenido que a veces se mantiene sin una aplicación práctica, además permite a los estudiantes poder interactuar mucho más que con el papel,

lápiz, reglas y pizarrón y diseñar proyectos particulares. La idea es usar la tecnología de una manera que nos facilite enseñar matemática y les sirva de apoyo a los profesores y estudiantes para futuros aprendizajes académicos.

Esta investigación responde a la búsqueda de nuevos horizontes en la manera de dar clases, y sirve como detonante para la exploración de nuevas perspectivas de enseñanza, en especial para los contenidos de matemáticas en el ciclo diversificado, de manera que en el futuro las escuelas fomenten el uso de la tecnología en beneficio a la enseñanza, realizando un proceso de aprendizaje mucho más eficiente.

Ciertas investigaciones muestran que las tendencias actuales en la enseñanza de la matemática destacan la importancia del uso de la tecnología como un medio que permite al estudiante obtener conclusiones y realizar observaciones que en otros ambientes, por ejemplo “lápiz y papel”, sería difíciles de obtener, es por eso que para la enseñanza y aprendizaje de vectores en el plano se debe usar la tecnología para que el estudiante pueda interactuar de una mejor forma con los conocimientos matemáticos.

Barrera y Santos (citado por Gamboa, 2007) sugieren que el uso de la tecnología puede llegar a ser una herramienta para que los estudiantes logren crear diferentes representaciones de ciertas tareas y sirve como un medio para que formulen sus propias preguntas o problemas, lo que constituye un importante aspecto en el aprendizaje de las matemáticas

La intención de esta investigación no sólo es proponer un recorrido conceptual y práctico para los contenidos que se identificaron como arduos, sino también por aquellos que funcionan como requisitos previos para la construcción del conocimiento sobre ellos; por tanto se plantea la formulación de una propuesta que podría ser de utilidad para los docentes que en su quehacer cotidiano hacen lo posible por mejorar la calidad del aprendizaje.

CAPITULO II: MARCO TEÓRICO

A continuación se presenta en este capítulo el análisis de algunos trabajos que sirvieron de base para esta investigación, así como el fundamento teórico en el cual se sustentó la propuesta de este trabajo.

2.1. Antecedentes de la investigación

Para la realización de esta investigación se encontraron algunos trabajos que van a ser útiles para el objeto de estudio de esta investigación y que reseñaremos a continuación:

Víctor Hernández (2007) en su trabajo titulado: *Diseño y validación de un modelo de evaluación de software educativo para la enseñanza de la matemática*, nos presenta un trabajo de investigación que tiene por finalidad desarrollar un modelo de evaluación de software educativo para la enseñanza de la matemática como herramienta de apoyo al docente para la selección de este tipo de recurso educativo. Dicho modelo está estructurado en 5 etapas, la cual va está dirigida a docentes de matemática con conocimientos en el uso y manejo de las TIC, busca brindar las orientaciones generales a los docentes para la toma de decisiones en cuanto a la selección del software educativo que se pretende emplear.

Según Hernández (2007), dice:

El siguiente trabajo de investigación tiene por objetivo diseñar un modelo de evaluación de software educativo de enseñanza de la matemática como herramienta de apoyo al docente de

matemáticas. Y es que existe una preocupación latente en cuanto a ¿Cómo es el proceso de selección de los mismos para la toma de decisiones?; ¿bajo qué criterio los docentes que imparten la asignatura seleccionan estos materiales educativos? y ¿Cuál debe ser el perfil del docente encargado de realizar esta selección? La disponibilidad de software educativo sigue aumentando cada día, producto de la explosión de la tecnología, lo que hace aun más difícil su control, por tal motivo los docentes deben estar en la capacidad de poder llevar a cabo esta escogencia y para ello deben contar con las herramientas necesarias que le faciliten el proceso de selección de estos materiales. La metodología de investigación está orientada hacia un enfoque cualitativo y cuantitativo. La propuesta final es la de un modelo de evaluación de software educativo para la enseñanza de la matemática, con una perspectiva diferente en cuanto al proceso de evaluación, ya que lo que se pretende es que el proceso de evaluación de software educativo debe estar centrado en el docente.”

Érika García (2008) tiene un trabajo titulado *diseño, producción y evaluación de un material instruccional didáctico (MDC) para la enseñanza de las ecuaciones trigonométricas en el cuarto año del ciclo diversificado en la asignatura de matemática*, En el cual se elabora una propuesta didáctica, basada en la producción de un material instruccional didáctico computarizado (MDC) para la enseñanza de las ecuaciones trigonométricas en el cuarto año de la Educación Media (antiguamente llamado ciclo diversificado) en la asignatura de matemáticas, el cual le facilita al docente aun más su papel dentro del aula, y se convierte en un participante de un saber común, que a él le compete organizar, ubicándolo de frente al cambio, y a fin de promover en los estudiantes el aprendizaje significativo de este contenido curricular contribuyendo a la inducción de una nueva perspectiva en cuanto al abordaje de tópicos tan particulares como el de la trigonometría.

Mileidys Peraza (2012) tiene una trabajo de grado titulado *Propuesta de Actividades para la enseñanza de geometría mediante el recurso multimedia*,

el cual consistió en una investigación tecnológica donde se busca ayudar a solucionar los problemas existentes en la enseñanza de la geometría en la Educación Media por medio la producción de unidades didácticas utilizando el recurso multimedia. Este diseño sobre la enseñanza de geometría en el Educación Media se sustentó teóricamente en los niveles de razonamiento para la enseñanza de la geometría de Van Hiele y en el modelo pedagógico de Reigeluth y Moore modificado por Manterola (2001). El trabajo de la enseñanza de baso en la búsqueda de estructuras espaciales representativas de la ciudad de Caracas donde el estudiante pueda visualizar, identificar, clasificar, asociar y comprender como los objetos geométricos tienen una influencia en su entorno

Otra investigación es la de Lombardo, G., Caronía, S., Operuk, R. y Abildgaard, E., (2012) llamado *La enseñanza de las matemáticas con Geogebra*, que según sus autores la intención del artículo es reflexionar acerca del uso del GeoGebra como herramienta necesaria en la formación docente y construir un ámbito de intercambio de experiencias áulicas, en que el análisis de propuestas implementadas permita complementar las prácticas tradicionales. Se discurre acerca de cuestiones trabajadas a partir de las actividades realizadas en cursos dictados, como ser: alcance y limitaciones de las estrategias, anticipación de posibles procedimientos de solución de los alumnos, discusión acerca de las dificultades que se pueden presentar dependiendo de los comandos seleccionados, información que otorga el GeoGebra, sentidos y significados de los contenidos trabajados con el software y conocimientos matemáticos que subyacen en la situación presentada.”

Ronny Gamboa Araya (2007) tiene una investigación titulada *uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas*, en ella habla de que las tendencias actuales en la enseñanza de la matemática han destacado la

importancia del uso de la tecnología como un medio que permite al estudiante obtener conclusiones y realizar observación que en otros ambientes, por ejemplo “lápiz y papel”, sería difíciles de obtener. El propósito de este artículo es mostrar cómo el uso de la tecnología ayuda en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, siempre que este proceso sea bien dirigido por el profesor.

También tenemos a Laura Morera Úbeda (2009) de la Universidad Autónoma de Barcelona con una investigación titulada *Uso del Geogebra en el Aprendizaje de las Transformaciones* en donde se relata una experiencia didáctica en un entorno informático usando el programa GeoGebra. Se analizaron dos casos de estudiantes para validar la experiencia. El análisis se basa en la interpretación de los resultados y explicaciones de los alumnos, entregados como trabajo individual. El objetivo fue contribuir a desarrollar el proceso: Investigar – Conjeturar – Verificar, y analizar las características de este proceso para cada caso.

A partir de la investigación anterior obtuvimos la investigación de Iranzo, N; Fortuny, J.M. (2009) titulado *La influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado*. Este estudio forma parte de una investigación en curso sobre la interpretación del comportamiento de los estudiantes de Bachillerato Tecnológico en la resolución de problemas de geometría plana, mediante el análisis de la relación entre el uso de GeoGebra, la resolución en lápiz y papel y el pensamiento geométrico. El marco teórico se basa principalmente en la teoría de la instrumentación de Rabardel (2001). Se propuso un análisis de los grados de adquisición de los procesos de instrumentación e instrumentalización de los alumnos, las estrategias de resolución en ambos medios y las interacciones entre los distintos agentes involucrados. Se

pretendió buscar una relación entre las concepciones de los alumnos y las técnicas que utilizan en las estrategias de resolución de problemas.

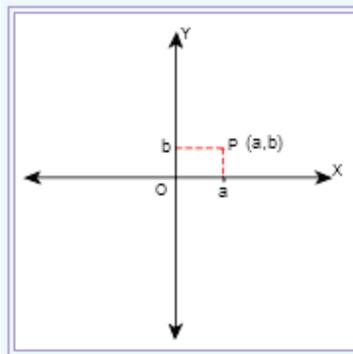
Al revisar estos antecedentes no dimos cuenta que para el desarrollo de la investigación se tenía que tomar en cuenta varios puntos, como por ejemplo el uso de TIC y matemáticas, la forma de validar y buscar el software apropiado a algún tema de matemática, el desarrollo del tema de geometría y su enseñanza, la influencia del lápiz y papel en la enseñanza de geometría, el uso de GeoGebra en el área de geometría, entre otros.

2.2. Bases Teóricas

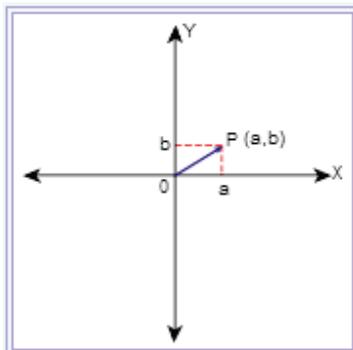
Para la elaboración de este trabajo, se elaboró una búsqueda teórica partiendo por el contenido de vectores en el plano en la Educación Media venezolana, luego el uso de las TIC en las matemáticas, continuando con el software educativo interactivo GeoGebra hasta llegar a la teoría didáctica que nos pareció oportuna para el desarrollo de la propuesta.

2.2.1 Vectores en el plano según Rena

El plano cartesiano permite asociar a cada punto P del plano, un par ordenado (a, b) de números reales, que son sus coordenadas rectangulares, como en la figura de la derecha.



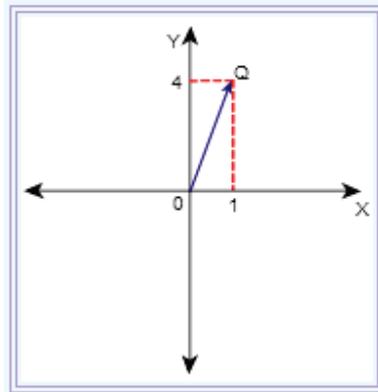
Ahora bien, si se considera el segmento de recta que une el origen de coordenadas (el punto O) con el punto P y se supone que representa el desplazamiento de un objeto cualquiera desde O hasta P , puede también representarse gráficamente este desplazamiento en el plano cartesiano.



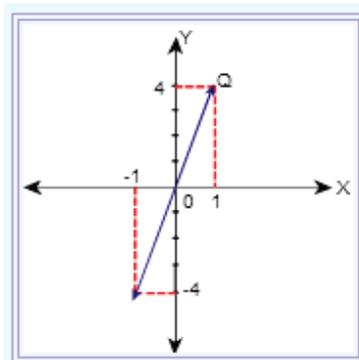
El segmento de recta OP tiene una **magnitud** (la medida del segmento OP), una **dirección** (la inclinación del segmento con respecto al eje de las abscisas) y tiene un **sentido** u orientación (desde O hacia P).

Estas tres cualidades: magnitud, dirección y sentido definen lo que es un **vector** en el plano. En el caso del vector de la figura anterior, el cual se denota \vec{OP} , se denomina 'origen' al punto O y 'extremo' al punto P .

Por lo pronto, se considerarán sólo vectores con origen en el punto $(0, 0)$ del plano cartesiano. Así, por ejemplo, si el punto P tiene coordenadas $(1, 4)$, estas coordenadas definen al vector \vec{OQ} .



También se usan letras para denotar vectores, cuando no es preciso especificar cuál es el origen (como es el caso ahora). El vector $\vec{v} = (-1, -4)$ se representa en la figura siguiente con el objeto de resaltar el hecho siguiente: $\vec{v} = (-1, -4)$ tiene la misma dirección que \vec{OQ} y la misma magnitud, pero sentido opuesto.



$(-1,-4)$ son las coordenadas del vector \vec{v} . En la Física son usados con frecuencia los vectores para representar fuerzas aplicadas a objetos, pues el resultado de aplicar una fuerza determinada depende de la magnitud, la dirección y el sentido con que es aplicada. Por ejemplo, si los vectores \vec{v} y \vec{OQ} de la figura anterior representan dos fuerzas aplicadas a un objeto ubicado en O , simultáneamente, entonces el objeto no se movería en absoluto, porque el resultado de aplicar fuerzas iguales en magnitud y dirección pero sentido opuesto es la anulación de una fuerza por la otra. En términos algebraicos, también se anulan:

$$\vec{OQ} + \vec{v} = (1, 4) + (-1, -4) = (1 + (-1), 4 + (-4)) = (0, 0)$$

Esto es lo que ocurre cuando dos personas juegan a 'hacer pulso' y ambas ejercen idéntica fuerza en magnitud y dirección, pero en sentido contrario: las manos agarradas de los contrincantes no se mueven, a pesar de que hay fuerzas intentando moverlas.



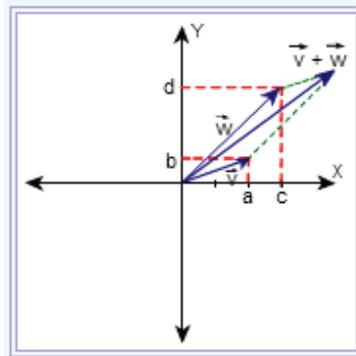
Dos vectores son equipolentes cuando tienen igual magnitud y dirección. El conjunto de todos los vectores equipolentes entre sí se llama familia de vectores equipolentes. Cada familia es un representante del espacio vectorial.

Suma y resta de vectores

Dados dos vectores \vec{v} , \vec{w} en el plano, con $\vec{v} = (a, b)$, $\vec{w} = (c, d)$, se define la suma como:

$$\vec{v} + \vec{w} = (a + c, b + d)$$

Gráficamente, para construir el vector suma $\vec{v} + \vec{w}$, se procede así: Se traza el siguiente paralelogramo a partir de los lados \vec{v} y \vec{w} , y luego se traza la diagonal desde O hacia el vértice opuesto.

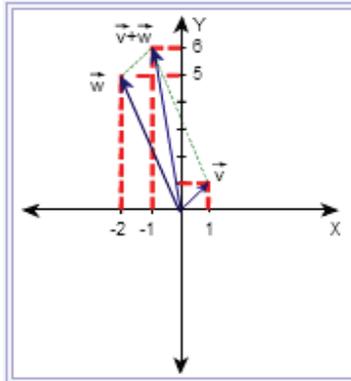


La diagonal trazada es el vector $\vec{v} + \vec{w}$ resultante de sumar \vec{v} y \vec{w} .

Ejemplo: (Ver figura de la izquierda)

$$\vec{v} = (1, 1), \quad \vec{w} = (-2, 5),$$

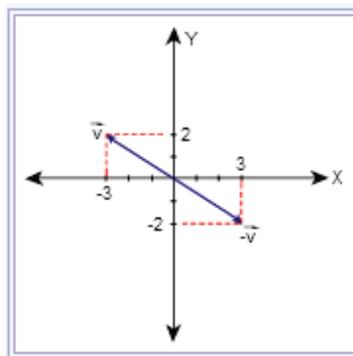
$$\vec{v} + \vec{w} = (1 + (-2), 1 + 5) = (-1, 6)$$



Dado un vector $\vec{v} = (a, b)$, su **opuesto** es el vector $-\vec{v} = (-a, -b)$; es el único vector que sumado a \vec{v} da el vector nulo como resultado:

$$\vec{v} + (-\vec{v}) = (a, b) + (-a, -b) = (a + (-a), b + (-b)) = (0, 0)$$

Por ejemplo, el vector opuesto del vector $\vec{v} = (-3, 2)$ es $-\vec{v} = (3, -2)$

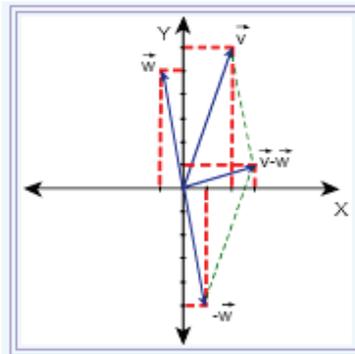


Como se aprecia en la figura anterior, $-\vec{v}$ es el vector ubicado sobre la misma recta que contiene a \vec{v} , tiene su misma magnitud, pero sentido

contrario. La resta de vectores $\vec{v} - \vec{w}$ no es más que la suma de \vec{v} más el opuesto de \vec{w} :

Por ejemplo: $\vec{v} = (2, 6)$; $\vec{w} = (-1, 5)$; $-\vec{w} = (1, -5)$

$$\vec{v} - \vec{w} = \vec{v} + (-\vec{w}) = (2, 6) + (1, -5) = (3, 1)$$

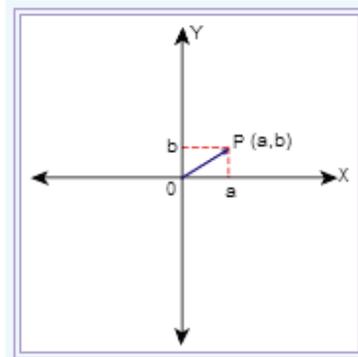


Magnitud o módulo de un vector

La magnitud de un vector en el plano es la medida de su longitud. Para calcular la magnitud de un vector $\vec{v} = (a, b)$, llamada también módulo de \vec{v} , conociendo sus coordenadas, se utiliza la siguiente fórmula:

$$|\vec{v}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Esta fórmula es una aplicación del Teorema de Pitágoras, como se ve en la figura de abajo.



El triángulo OaP es rectángulo y OP es la hipotenusa. Por lo tanto $(OP)^2 = (a)^2 + (b)^2$. Es decir, $|\vec{v}|^2 = a^2 + b^2$ ó $|\vec{v}| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Ejemplo: El módulo del vector $\vec{v} = (-3, 2)$ es $\sqrt{13}$, pues

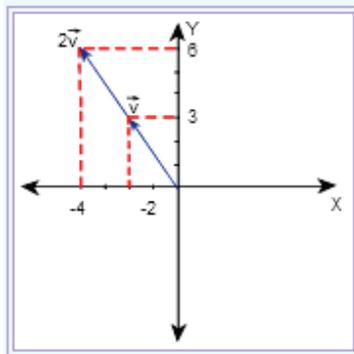
$$|\vec{v}| = \sqrt{(-3)^2 + (2)^2} = \sqrt{13}$$

Multiplicación de un vector por un escalar

Se llaman escalares a los números reales, cuando se está trabajando con vectores en el plano cartesiano. Todo vector (a, b) se puede multiplicar por un escalar h , es decir por un número real h , de la siguiente manera:

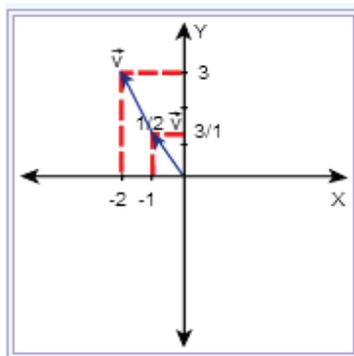
$$h(a, b) = (ha, hb)$$

Ejemplo: Si $\vec{v} = (-2, 3)$ y $h = 2$, entonces $h\vec{v} = 2(-2, 3) = (-4, 6)$.



En la figura se observa que el vector $2\vec{v}$ es un vector con igual dirección y sentido que \vec{v} , pero con el doble de la magnitud que \vec{v} . Si se toma $h = \frac{1}{2}$, se obtiene:

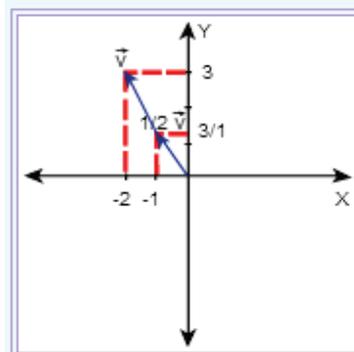
$$h\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{v} = \frac{1}{2}(-2, 3) = (\frac{1}{2}(-2), \frac{1}{2}(3)) = (-1, \frac{3}{2})$$



Se observa aquí que $|h\vec{v}|$ es la mitad que $|\vec{v}|$. En general, si se multiplica a un vector por un escalar positivo, hay dos posibilidades expresadas en la siguiente tabla:

h	$ h\vec{v} $	Sentido de $h\vec{v}$	Dirección de $h\vec{v}$
Mayor que 1	Mayor que $ \vec{v} $	Igual que \vec{v}	Igual que \vec{v}
Menor que 1	Menor que $ \vec{v} $	Igual que \vec{v}	Igual que \vec{v}

Si se multiplica el mismo vector $\vec{v} = (-2, 3)$ por -2 , se obtiene:
 $-2(-2, 3) = (4, -6)$.



En la figura de arriba se observa que $-2\vec{v}$ tiene la misma dirección que \vec{v} , sentido opuesto y el doble de la magnitud.

Combinación lineal de dos o más vectores

Si \vec{v} , \vec{w} son vectores, y h , k son escalares, el vector $\vec{z} = h\vec{v} + k\vec{w}$ se llama combinación lineal de \vec{v} y \vec{w} . Por ejemplo, si $\vec{v} = (-2, 0)$ y $\vec{w} = (3, -5)$, $h = 3$ y $k = 2$, entonces el vector obtenido abajo es una combinación lineal de \vec{v} y \vec{w} .

$$\vec{z} = h\vec{v} + k\vec{w} = 3(-2, 0) + 2(3, -5) = (-6, 0) + (6, -10) = (0, -10)$$

Es decir, $(0,-10)$ es una combinación lineal de $(-2,0)$ y $(3,-5)$.

Si se toma el vector $(2,1)$ (o cualquier otro vector del plano) y se desea saber si $(2,1)$ es combinación lineal de $\vec{v} = (-2,0)$ y $\vec{w} = (3,-5)$, se plantea el razonamiento siguiente: Si h, k son escalares tales que:

$$h\vec{v} + k\vec{w} = (2,1)$$

es decir,

$$h(-2,0) + k(3,-5) = (2,1)$$

entonces:

$$(-2h,0) + (3k,-5k) = (2,1)$$

y

$$(-2h + 3k, -5k) = (2,1)$$

por lo tanto,

$$(1) \quad -2h + 3k = 2$$

$$(2) \quad -5k = 1$$

Eso significa que h y k deben ser los números reales que son solución de ese sistema de ecuaciones. Se resuelve el sistema: (2) equivale a $k = \frac{-1}{5}$ Sustituyendo $k = \frac{-1}{5}$ en (1), se obtiene:

$$-2h + 3\left(\frac{-1}{5}\right) = 2$$

$$-2h = 2 + \frac{3}{5} = \frac{13}{5}$$

$$h = \frac{-13}{10}$$

Así,

$$(2, 1) = \frac{-13}{10}(-2, 0) + \left(\frac{-1}{5}\right)(3, -5)$$

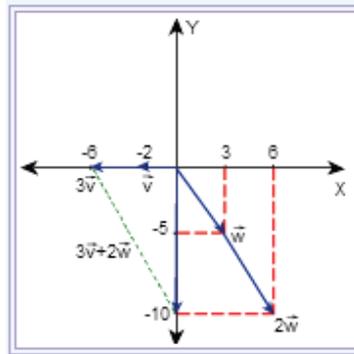
Siguiendo los pasos anteriores, se puede comprobar que, dado cualquier vector $\vec{z} = (a, b)$, existen escalares h , k tales que:

$$\vec{z} = h\vec{v} + k\vec{w} \quad \text{ó} \quad (a, b) = h(-2, 0) + k(3, -5)$$

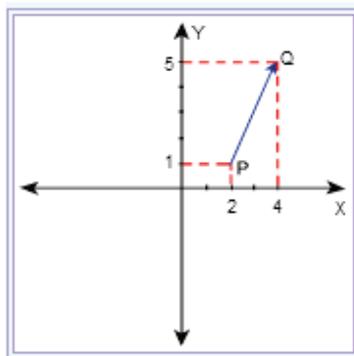
Esto significa que los vectores $(-2, 0)$, $(3, -5)$ forman una base del conjunto de todos los vectores del plano. Otra base la forman los vectores $(1, 0)$ y $(0, 1)$.

¿Cuáles son los escalares?

Se pueden considerar también los vectores del plano que tienen su origen en un punto distinto del origen de coordenadas. Por ejemplo:



Si se traslada este vector manteniendo su dirección, magnitud y sentido, hasta lograr que su origen (P) coincida con el origen (O) de coordenadas, se obtiene el vector \vec{v} :

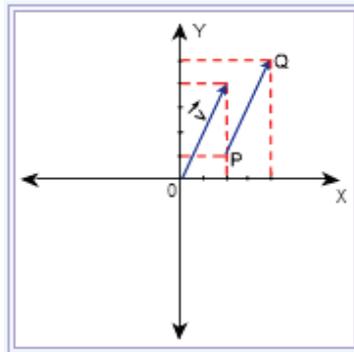


Los vectores \vec{v} y \overrightarrow{PQ} se dice que son equipolentes, como lo son todos los pares de vectores que tienen igual magnitud, dirección y sentido, pero diferentes el origen y el extremo. Obsérvese que las coordenadas de \vec{v} son (2,4), y éstas se obtienen a partir de las coordenadas de $P(2,1)$ y $Q(4,5)$, restando coordenada a coordenada:

$$4 - 2 = 2$$

$$5 - 1 = 4$$

Otro vector equipolente a \vec{PQ} y \vec{RS} es, donde $R = (-3, 3)$ y $S = (-1, 7)$:



2.2.2. Vectores en el Plano según el programa curricular venezolano vigente:

El tema de Vectores en el Plano en el cuarto año del ciclo de Educación Media se encuentra ubicado en la unidad 3 y lo describen de la siguiente manera:

En esta unidad se hace un estudio de los vectores en el plan, tanto gráfica como analíticamente, sus operaciones y propiedades. Luego se estudia la dependencia e independencia lineal y el vector combinación lineal, dándole la respectiva interpretación geométrica a cada uno de los contenidos de la unidad.

El objetivo de la unidad es: Que el estudiante, después de finalizado el repaso de vectores fijos, sea capaz de definir vectores libres, operar con ellos y determinar su dependencia e independencia lineal teniendo presente su interpretación geométrica.

El contenido está distribuido de la siguiente manera:

3.1. Vectores en el plano

3.1.1. Vectores fijos.

3.1.2. Componentes de un Vector.

3.1.3. Vectores equipolentes.

3.1.4. Vectores libres.

3.1.5. Magnitudes vectoriales y escalares.

3.1.6. Adición de vectores. Interpretación geométrica.

3.1.7. Multiplicación de un número real por un vector. Interpretación geométrica.

3.1.8. Vector combinación lineal.

3.1.9. Dependencia e independencia lineal. Interpretación geométrica.

3.1.10. La base canónica del espacio vectorial \mathbb{R}^2 .

3.1.11. Producto escalar de dos vectores.

3.1.12. Vectores perpendiculares.

3.1.13. Norma de un vector.

3.1.14. Vector unitario.

Adicionalmente se ofrece la siguiente sugerencia metodológica:

- Para desarrollar la presente unidad, se recomienda al profesor tener en cuenta que los conocimientos que, sobre este tema, tienen los alumnos, se limitan a los vectores fijos. Se considerar importante la exploración y revisión

de todos los conceptos, los cuales fueron estudiados en 8° grado de educación media.

- Es igualmente importante, que al estudiar los contenidos de esta unidad, se le dé la correspondiente interpretación geométrica y al estudiar las propiedades de las operaciones estas sean demostradas.

- En general, el estudio de los vectores en el plano, debe facilitarle al estudiante la aplicación de esos conceptos al estudio de la física. En este sentido se recomienda insistir de nuevo en la resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos donde se trabaje con descomposición de vectores y su aplicación en la resolución de problemas de dinámica.

2.2.3. Incorporación de las tecnologías de información y comunicación. La tecnología realza el aprendizaje y apoya la enseñanza de la matemática

Francisco Martínez Sánchez (2003) en su trabajo titulado “El profesorado ante las nuevas tecnologías” precisa de unas necesidades previas, sin las cuales no puede hablarse de su incorporación a ningún ámbito de la enseñanza el uso de las TIC estas son:

- El *acceso técnico*: Tiene que ver con la posibilidad material de disponer de acceso a estas tecnologías a los medios y servicios que proporcionan.
- El *acceso práctico*: Se relaciona con la disponibilidad del tiempo necesario para el empleo de las tecnologías, al igual que con preparar el proceso de su uso como soporte para la enseñanza y como medio para el aprendizaje.

- *El acceso operativo*: Referido a los conocimientos que van a permitir el manejo de la herramienta tecnológica.
- *El acceso criterial*: La utilización de las tecnologías precisa de una actitud previa crítica con la propia tecnología y que facilita la toma de decisiones sobre su utilización. La posibilidad de responder a la pregunta de porque esta tecnología aquí y ahora es una cuestión fundamental.
- *El acceso relacional científico tecnológico*: Vinculado con los requisitos previos que necesitan tener del proceso de enseñanza en que se pretende incidir con las tecnologías.

Sandra Castillo (2008) agrega que a tales necesidades, se encuentran los principios que instituye el Consejo Estadounidense de Profesores de Matemática (NCTM), los cuales atañen a:

- *Equidad*: La excelencia en matemática educativa requiere de equidad, expectativas altas y un fuerte apoyo para todos los estudiantes.
- *Currículo*: Es mucho más que una colección de actividades. Debe ser coherente y centrado en temas matemáticos importantes que estén bien articulados en los diferentes grados escolares.
- *Enseñanza*: La enseñanza efectiva de las matemáticas requiere de entender qué saben los estudiantes y qué necesitan aprender. A partir de ello, hay que retarlos y apoyarlos para que logren una buena formación.
- *Aprendizaje*: Los estudiantes necesitan aprender matemáticas entendiéndolas e interpretándolas cognitivamente, deben construir conocimientos de manera activa, a partir de sus experiencias y el saber anterior.

- *Evaluación:* La evaluación tiene que apoyar el aprendizaje de conceptos matemáticos importantes, además de suministrar información útil tanto a los docentes como a los estudiantes.
- *Tecnología:* En su sentido más amplio, resulta esencial en la enseñanza y el aprendizaje, ya que influye en las matemáticas que se enseñan y mejora el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Las tecnologías específicas como, por ejemplo, las electrónicas (calculadoras y computadoras) son herramientas muy útiles para enseñar, aprender y hacer matemáticas. De igual manera, ofrecen representaciones de instrucciones basadas en axiomas, teoremas y leyes matemáticas, facilitan la organización y análisis de los datos y permiten que se hagan cálculos de manera eficiente y exacta.

Las TIC pueden apoyar a las investigaciones de los alumnos en varias áreas de las matemáticas, como números, medida, geometría, estadística, álgebra, pues se espera que cuando dispongan de ellas logren concentrarse en tomar decisiones, razonar y resolver problemas. La existencia, versatilidad y poder de las TIC hacen posible y necesario reexaminar qué matemáticas deben aprender los alumnos, así como examinar la mejor forma en que puedan aprenderlas.

En síntesis, Sánchez (2000) enuncia que las TIC funcionan:

– Como herramientas de apoyo al aprender, con las cuales se pueden realizar actividades que fomenten el desarrollo de destrezas cognitivas superiores en los alumnos.

– Como medios de construcción que faciliten la integración de lo conocido y lo nuevo.

– Como extensoras y amplificadoras de la mente, a fin de que expandan las potencialidades del procesamiento cognitivo y la memoria, lo cual facilita la construcción de aprendizajes significativos.

– Como medios transparentes o invisibles al usuario, que hagan visible el aprender e invisible la tecnología.

– Como herramientas que participan en un conjunto metodológico orquestado, lo que potencia su uso con metodologías activas como proyectos, trabajo colaborativo, mapas conceptuales e inteligencias múltiples, donde aprendices y facilitadores co-actúen y negocien significados y conocimientos, teniendo a la tecnología como socios en la cognición.

El conocer y el aprender lo hacen y construyen los aprendices Sánchez precisa que la tecnología sólo es una herramienta con una gran capacidad que, cuando es manejada con una metodología y diseño adecuado, puede ser un buen medio para construir y crear.

Al conocer los beneficios del uso de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, surge otra interrogante: ¿Se puede construir conocimiento matemático usando las TIC? Si bien es cierto que los individuos adquieren información desde los ámbitos de la familia, la escuela y los medios de comunicación (Cebrián de la Serna, 1999), la función del educador será ayudar al individuo a que encarne estas tres corrientes de influencias en un mismo caudal, lo cual hará que potencie y desarrolle su personalidad (afectiva, social y cognitiva) en forma más equilibrada e integral con el mundo que lo rodea.

Por ello, se pretende que el conocimiento que los alumnos construyan en las aulas esté formado bajo la reflexión y fórmulas de trabajo colaborativo, así como que tenga miras hacia el surgimiento de un pensamiento racional y científico (Cebrián de la Serna, 1999). Esto parte del conocimiento previo,

que abarca al que trae el alumno al aula producto de sus experiencias previas, donde residen muchos conocimientos que obtuvieron a través de medios de comunicación y otros recursos tecnológicos. El conocimiento previo tiene como característica:

- Implicación directa del alumnado en el aprendizaje y en la enseñanza al estar en contacto con situaciones del mundo real y cercano donde utilizan recursos tecnológicos.

- Surgimiento de nuevas temáticas en la investigación que despiertan el interés y la motivación del alumnado.

- Desarrollo de procesos y capacidades mentales de niveles superiores en proyectos informáticos.

Dichos rasgos implican la concepción de las TIC no sólo como medios, sino como elementos motivadores, creadores, que facilitan los procesos cognitivos de manera integrada con los demás elementos del currículo.

Por otro lado, es relevante el contenido matemático que desarrollará el docente al ocupar las TIC. Esto concierne a qué se debe abordar desde el punto de vista de los contenidos para que haya una comprensión del conocimiento matemático, mientras el docente usa las tecnologías de información y comunicación en sus prácticas pedagógicas.

Al respecto, Gallardo y González (2006) expresan que la comprensión del conocimiento matemático es un objeto de investigación que tiene un interés creciente en matemática educativa. No obstante, su elevada complejidad hace que los avances más recientes aún resulten insuficientes, lo cual implica la necesidad de ir adoptando enfoques más operativos y que se preocupen menos por el estudio directo de sus aspectos internos.

Esto conduce a los docentes que incorporan las TIC a determinar y clasificar el tipo de situaciones que propicien el aprendizaje y la comprensión del conocimiento matemático. Por tanto, la valoración precisa de un análisis situacional que inicia con una búsqueda de aquellas situaciones donde tiene sentido el uso del conocimiento matemático considerado, para lo cual se aconseja que se lleve a cabo una labor de categorización y selección de situaciones que organice, simplifique y haga más manejable el conjunto asociado.

Con base en argumentos de esta índole, algunos autores como Rojano (2006), opinan que para la enseñanza de la matemática se necesita de modelos específicos con tecnología, bajo los siguientes principios:

- *Didáctico*, mediante el cual se diseñan actividades para el aula siguiendo un tratamiento fenomenológico de los conceptos que se enseñan.

- *De especialización*, por el que se seleccionan herramientas y piezas de software de contenido. Los criterios de selección se derivan de la didáctica de la matemática.

- *Cognitivo*, por cuyo conducto se seleccionan herramientas que permiten la manipulación directa de objetos matemáticos y de modelos de fenómenos mediante representaciones ejecutables. Empírico, bajo el cual se seleccionan herramientas que han sido probadas en algún sistema educativo.

- *Pedagógico*, por cuyo intermedio se diseñan las actividades de uso de las TIC para que promuevan el aprendizaje colaborativo y la interacción entre los alumnos, así como entre profesores y alumnos.

- *De equidad*, con el que se seleccionan herramientas que permiten a los alumnos de secundaria el acceso temprano a ideas importantes en ciencias y matemáticas.

Entre el conjunto de la toma de decisiones para el diseño de los modelos, una de las más complejas reside en la selección de herramientas, ya que sus principios permiten formular criterios para elegir qué instrumentos deberían:

- Estar relacionados con un área específica de la matemática escolar.
- Contar con representaciones ejecutables de objetos, conceptos y fenómenos de la matemática.
- Permitir un tratamiento fenomenológico de los conceptos matemáticos y científicos.
- Ser útiles para abordar situaciones que no pueden abordarse con los medios tradicionales de enseñanza.
- Poder utilizarse con base en el diseño de actividades que promuevan un acercamiento social del aprendizaje.
- Permitir que se promuevan prácticas en el aula donde el profesor guía el intercambio de ideas y las discusiones grupales, a la vez que actúa como mediador entre el estudiante y la herramienta.

El hecho de conocer e identificar el conjunto de entornos tecnológicos de aprendizaje que cumplan con tales criterios hace posible el diseño de los modelos pedagógicos, de los tratamientos didácticos pertinentes en los temas de enseñanza, al igual que del aula, con la tecnología apropiada. Los diseños necesariamente se encuentran ligados al *conocimiento didáctico*, que el profesor pone en juego cuando realiza el análisis didáctico (Gómez y Rico, 2006). Asimismo, dicho saber tiene unos conocimientos disciplinares de referencia que se estructuran en tres ejes: noción de currículo, fundamentos de las matemáticas escolares y organizadores del currículo.

Si se toman en cuenta la descripción técnica de estos conocimientos de referencia, la planificación y estructuración del uso de las TIC y la forma como se espera que entren en juego al hacer el análisis didáctico, se podrá identificar y fundamentar los contenidos y objetivos de la asignatura. Por otra parte, la reflexión de cómo el profesor construye el conocimiento didáctico en la práctica y la postura sociocultural con respecto al aprendizaje de los futuros profesores permiten sentar las bases en las que se diseñan los esquemas metodológicos y de evaluación (Gómez y Rico, 2006).

2.2.4. Software GeoGebra como herramienta didáctica

¿Qué es GeoGebra?

GeoGebra es un Programa Dinámico para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas para educación en todos sus niveles. Combina dinámicamente, geometría, álgebra, análisis y estadística en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente.

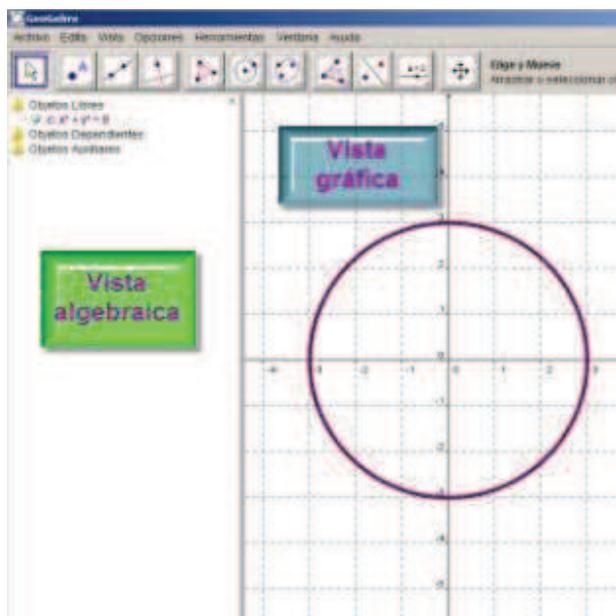
Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en tablas y planillas, y hojas de datos dinámicamente vinculadas.

Geogebra es en su origen la tesis de Markus Hohenwarter, con el objeto de crear una calculadora de uso libre para trabajar el Álgebra y la Geometría. Fue un proyecto que se inició en el 2001 en un curso de Matemática en la Universidad de Salzburgo (Austria). Actualmente, Geogebra continúa su desarrollo en la Universidad de Boca Raton, Florida Atlantic University (USA). Pero no tenemos que olvidar que GeoGebra está diseñado con mentalidad colaborativa. Desde la página oficial disponemos de acceso a ayudas,

recursos, foros y wikis que usuarios de todo el mundo mantienen en constante renovación.

¿Por qué es interesante utilizar GeoGebra?

- Además de la gratuidad y la facilidad de aprendizaje, la característica más destacable de GeoGebra es la doble percepción de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica (**Geometría**) y otra en la Vista Algebraica (**Álgebra**). De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos y las gráficas geométricas.
- Todos los objetos que vayamos incorporando en la zona gráfica le corresponderá una expresión en la ventana algebraica y viceversa.



- Posee características propias de los programas de Geometría Dinámica (DGS) pero también de los programas de Cálculo Simbólico (CAS). Incorpora su propia Hoja de Cálculo, un sistema de distribución

de los objetos por capas y la posibilidad de animar manual o automáticamente los objetos.

- Facilidad para crear una página web dinámica a partir de la construcción creada con Geogebra, sin más que seleccionar la opción correspondiente en los menús que ofrece..
- Permite abordar la geometría y otros aspectos de las matemáticas, a través de la experimentación y la manipulación de distintos elementos, facilitando la realización de construcciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa.
- Es gratuito y de código abierto (GNU GPL).
- Está disponible en español, incluido el manual de ayuda.
- Presenta foros en varios idiomas, el castellano entre ellos.
- Ofrece una wiki en donde compartir las propias realizaciones con los demás.
- Usa la multiplataforma de Java, lo que garantiza su portabilidad a sistemas de Windows, Linux, Solaris o MacOS X.

Formas de trabajar con GeoGebra

GeoGebra permite abordar la geometría desde una forma dinámica e interactiva que ayuda a los estudiantes a visualizar contenidos matemáticos que son más complicados de afrontar desde un dibujo estático.

También permite realizar construcciones de manera fácil y rápida, con un trazado exacto y real, que además, revelarán las relaciones existentes entre la figura construida; también permitirá la transformación dinámica de los objetos que la componen.

Debido a estas dos características el profesorado y el alumnado pueden acercarse a GeoGebra de varias maneras, no excluyentes entre sí pero que a menudo están relacionadas con el nivel de capacitación que se tenga del programa.

Herramienta del profesor

Se pueden utilizar construcciones ya creadas por otras personas o las realizadas por nosotros mismos para:

- Crear **materiales educativos estáticos** (imágenes, protocolos de construcción) o **dinámicos** (demostraciones dinámicas locales, applets en páginas web), que sirvan de apoyo a las explicaciones de la materia.
- Crear **actividades** para que los alumnos manipulen dichas construcciones y así deduzcan relaciones, propiedades y resultados a partir de la observación directa.

Herramienta del estudiante:

- **Manipular** construcciones realizadas por otras personas y deducir relaciones, resultados y propiedades de los objetos que intervienen.
- Para **realizar** construcciones desde cero, ya sean dirigidas o abiertas, de **resolución** o de **investigación**.

¿Por qué se escoge GeoGebra?

Existen muchísimos software matemático para ser implementados en un aula de clase con la finalidad hacer más interactivo el proceso de enseñanza-aprendizaje, entre ellos se pueden nombrar los siguientes:

- MathGraph
- Cabri Geometry Plus

- Graphmatica
- JMath
- Entre otros...

Todos ellos son muy versátiles pero se consideró el programa GeoGebra porque además de ser un software libre se puede descargar de manera gratuita en la red, es que cada vez sus nuevas versiones son mejoradas e incluyen nuevos procesos lo cual hace de esta herramienta mucho más útil para cualquier nivel de la educación no solo en el área de la Geometría sino en el Cálculo, Probabilidad y Estadística, una muestra de ello es la última versión 4.0 la cual involucra nuevas alternativas tales como:

- Análisis de datos, cálculo de probabilidades, inspección de funciones; polígonos rígidos, poli líneas.
- Desigualdades, inecuaciones, ecuaciones implícitas y funciones de varias variables.
- Logaritmos en cualquier base.
- Entre otros...

Además de todas las aplicaciones en la parte geométrica.

En cuanto al enfoque didáctico esta herramienta cuenta con una plataforma escrita en Java que es muy sencilla y fácil de utilizar, GeoGebra permite el trazado dinámico de construcciones geométricas de todo tipo así como la representación gráfica, el tratamiento algebraico y el cálculo de funciones reales de variable real, sus derivadas, integrales, etc. Esto hace concluir que no solo puede ser implementado en el área de matemática sino en otras asignaturas pues también puede ser usado en física, proyecciones comerciales, estimaciones de decisión estratégica y otras disciplinas.

2.2.5. Teoría Didácticas

En el marco de la búsqueda de teorías didácticas matemáticas, se encontraron ciertas teorías influyentes en la Educación Matemática, una de ellas es La Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud, en donde los invariantes operatorios (conceptos y teoremas en acto) son entidades cognitivas, no epistémicas, al igual que la noción de esquema de la cual son constituyentes.

Luego se consiguió la teoría de la Educación Matemática Realista fundada por Hans Freudenthal (matemático y educador alemán) que realizó la mayor parte de su trabajo en Holanda. Esta corriente didáctica nace en los años 60 como reacción al enfoque mecanicista de la enseñanza de la aritmética que se sustentaba en Holanda y a la aplicación en las aulas de la matemática moderna o “conjuntista”. Una idea central, sino la más importante de la EMR, es que la matemática debe ser conectada con la realidad, permanecer cercana a los alumnos y ser relevante para la sociedad en orden a constituirse en un valor humano.

Otra teoría es La Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD) de Chevallard (1999), sitúa la actividad matemática, y en consecuencia la actividad del estudio de las matemáticas, en el conjunto de actividades humanas y de instituciones sociales, y por eso es que se habla de teoría “antropológica”. Este concepto incluye oponerse a la visión particular del mundo en que se excluyen los objetos, conceptos, temas, que se establecen como no pertinentes a la matemática porque aparecen culturalmente alejados de los temas considerados como emblemáticos de las cuestiones de didáctica de las matemáticas. La teoría antropológica de la didáctica es

contraria a esta visión, que considera a la didáctica de la matemática como una actividad humana, y admite que “toda actividad humana regularmente realizada puede describirse con un modelo único, que se denomina aquí con la palabra de praxeología”.

También se encuentra la teoría de la Educación Matemática Crítica, en ella la educación debe asumir un papel activo en la identificación de las desigualdades de la sociedad, en el señalamiento de las causas del surgimiento de crisis sociológicas y ecológicas, y en la explicación y el esbozo de maneras para abordar estos problemas. En este sentido, la educación matemática, entendida como disciplina científica en formación, debe situarse en este ámbito. Skovsmose (su creador) asigna como objetivo a la Educación Matemática, propiciar la alfabetización matemática de los individuos. Esto significa, atribuirle el propósito de formar ciudadanos críticos, mediante un empoderamiento que permita tanto a profesores como estudiantes reorganizar y reconstruir sus interpretaciones relativas a las instituciones sociales. Es decir, capacitarlos para discutir críticamente la utilización de la matemática en diseño tecnológico y, por esta vía, las condiciones a la que se ve sometida su vida por la aplicación de esta tecnología.

Siguiendo con la búsqueda se consiguió que la principal influencia didáctica en la Educación Matemática en Venezuela proviene de la Escuela Francesa, por ende, a continuación se presenta más a profundidad su contenido.

2.2.5.1. La Didáctica De La Matemática De La Escuela Francesa

La denominada “escuela francesa de Didáctica de la Matemática” nació en los años setenta, de las preocupaciones de un grupo de investigadores - en su mayoría matemáticos de habla francesa-, por descubrir e interpretar los fenómenos y procesos ligados a la adquisición y a la transmisión del conocimiento matemático. En esta escuela se destacan dos convicciones epistemológicas. Por un lado, la de que la identificación e interpretación de fenómenos y procesos objeto de interés supone el desarrollo de un cuerpo teórico, y no puede reducirse a observaciones realizadas a partir de experiencias aisladas ni a cuestiones de opinión; por otro lado, la convicción de que ese cuerpo teórico debe ser específico del saber matemático, y no puede provenir de la simple aplicación de una teoría ya desarrollada en otros dominios (como la psicología o la pedagogía).

2.2.5.2 La Teoría De Situaciones Didácticas

Dentro de esta disciplina (la Didáctica de la Matemática de la escuela francesa), Guy Brousseau desarrolla la “Teoría de Situaciones”. Se trata de una teoría de la enseñanza, que busca las condiciones para una génesis artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea. Guy Brousseau (1999) afirma, y nosotros pensamos con él que:

“(…) La descripción sistemática de las situaciones didácticas es un medio más directo para discutir con los maestros acerca de lo que hacen o podrían hacer, y para considerar cómo éstos podrían tomar en cuenta los resultados de las investigaciones en otros campos. La teoría de las situaciones aparece entonces como un medio privilegiado, no solamente para comprender lo que hacen los

profesores y los alumnos, sino también para producir problemas o ejercicios adaptados a los saberes y a los alumnos y para producir finalmente un medio de comunicación entre los investigadores y con los profesores.”

La Teoría de Situaciones está sustentada en una concepción constructivista –en el sentido piagetiano- del aprendizaje, concepción que es caracterizada por Brousseau (1986) de esta manera:

“El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje.”

2.2.5.2.1. Situaciones didácticas. Situaciones a-didácticas. Devolución

El rol fundamental que esta teoría otorga a la “situación” en la construcción del conocimiento se ve reflejado en la descripción que tomamos de Brousseau (1999):

“Hemos llamado ‘situación’ a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas “situaciones” requieren de la adquisición ‘anterior’ de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso “genético”.”

La situación didáctica es una situación construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado.

La perspectiva de diseñar situaciones que ofrecieran al alumno la posibilidad de construir el conocimiento dio lugar a la necesidad de otorgar

un papel central - dentro de la organización de la enseñanza-, a la existencia de momentos de aprendizaje, concebidos como momentos en los cuales el alumno se encuentra solo frente a la resolución de un problema, sin que el maestro intervenga en cuestiones relativas al saber en juego.

El reconocimiento de la necesidad de esos momentos de aprendizaje dio lugar a la noción de situación a-didáctica (o fase a-didáctica dentro de una situación didáctica), definida así por Brousseau (1986):

“El término de situación a-didáctica designa toda situación que, por una parte no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego.”

2.2.5.2.2. Tipología de situaciones

La teoría distingue tres tipos de situaciones didácticas: son las situaciones de acción, de formulación y de validación:

- Situaciones de acción: el alumno debe actuar sobre un medio (material, o simbólico); la situación requiere solamente la puesta en acto de conocimientos implícitos.
- Situaciones de formulación: un alumno (o grupo de alumnos) emisor debe formular explícitamente un mensaje destinado a otro alumno (o grupo de alumnos) receptor que debe comprender el mensaje y actuar (sobre un medio, material o simbólico) en base al conocimiento contenido en el mensaje.
- Situaciones de validación: dos alumnos (o grupos de alumnos) deben enunciar aserciones y ponerse de acuerdo sobre la verdad o falsedad de las mismas. Las afirmaciones propuestas por cada grupo son

sometidas a la consideración del otro grupo, que debe tener la capacidad de “sancionarlas”, es decir ser capaz de aceptarlas, rechazarlas, pedir pruebas, oponer otras aserciones.

Para ello, hay que tener presente que una situación es de acción cuando lo que requiere de los alumnos es que pongan en juego medios de acción; lo que es propio de las situaciones de formulación es el carácter de necesidad que posee la formulación de un mensaje; las situaciones de validación requieren necesariamente no sólo la formulación sino también la validación de juicios por parte de los alumnos.

Naturalmente, durante el desarrollo de una situación de acción, ¡los chicos también hablan! Pueden incluso llegar a formular lo que hay que hacer para resolver el problema. Pero no es en las participaciones espontáneas de los alumnos donde se debe buscar identificar el tipo de situación de la que se trata.

La situación no es de formulación por el hecho de que los alumnos formulen: la situación es una construcción teórica que demanda un tipo particular de funcionamiento que la caracteriza. Entonces, si la situación demanda que los alumnos actúen, se trata de una situación de acción, aunque los alumnos intercambien informaciones en el momento de resolver el problema. Esta diferencia es precisada por Brousseau (1986) al analizar los distintos tipos de situaciones a-didácticas desde el punto de vista de las interacciones con el medio:

“(…) Si el intercambio de información no es necesario para obtener la decisión, si los alumnos comparten las mismas informaciones sobre el medio, la componente “acción” es preponderante.”

Un análisis similar puede realizarse en relación a la emisión de juicios por parte de los alumnos en situaciones de acción o de formulación, en la

medida en que los juicios no son requeridos por esos tipos de situaciones, sino solamente por las situaciones de validación. Brousseau (ibidem) afirma:

“(…) Ciertamente la mayoría de las informaciones están implícitamente acompañadas por una afirmación de validez. Pero en la medida en que el emisor no indique explícitamente esta validez, si él no espera ser contradicho o llamado a verificar su información, si el contexto no da una cierta importancia a la cuestión de saber si la información es verdadera, cómo y por qué o si esta validez es susceptible de ser establecida sin dificultad, entonces el mensaje será clasificado como simplemente informativo. (...)”

Otra cuestión importante a retener para evitar uno de los malentendidos habituales en la interpretación de la teoría se refiere a la validación. A menudo se interpreta que la existencia de una “instancia de validación” es específica de las situaciones a didácticas de validación. Esto no es así: como hemos visto⁶, la posibilidad de que la situación “sancione” las decisiones que toma el alumno es intrínseca a la noción de a-didáctico y está ligada a la importancia de que el alumno acceda a una información que le permita juzgar por sí mismo la adecuación o inadecuación de su respuesta. En las situaciones de acción se validan acciones; en las situaciones de formulación se validan mensajes; en las situaciones de validación se validan afirmaciones.

2.2.5.3 Institucionalización

El último concepto que presentamos aquí es el de institucionalización, definido así por Brousseau (1994):

“La consideración “oficial” del objeto de enseñanza por parte del alumno, y del aprendizaje del alumno por parte del maestro, es un fenómeno social muy importante y una fase esencial del proceso didáctico: este doble reconocimiento constituye el objeto de la institucionalización.”

La institucionalización es de alguna manera complementaria a la devolución. Brousseau (1986) reconoce en estos dos procesos los roles principales del maestro, y afirma:

“(…) En la devolución el maestro pone al alumno en situación a-didáctica o pseudo a-didáctica. En la institucionalización, define las relaciones que pueden tener los comportamientos o las producciones “libres” del alumno con el saber cultural o científico y con el proyecto didáctico: da una lectura de estas actividades y les da un status. (…)”

Esta descripción pone a la luz uno de los aspectos teóricos y prácticos más delicados de la articulación entre ambos procesos: los comportamientos o las producciones “libres” del alumno durante las fases a- didácticas de aprendizaje son constitutivos del sentido de los conocimientos⁸ que los alumnos construyen; definir las relaciones entre esos comportamientos o producciones y el saber cultural o científico significa que la institucionalización supone preservar el sentido de los conocimientos construidos por los alumnos en las fases a- didácticas de aprendizaje.

Desde el punto de vista teórico el concepto de institucionalización no parece en sí mismo ser más complejo que otros. Sin embargo, es habitual observar en el docente que se inicia en esta disciplina, mayores dificultades en la gestión de la institucionalización, que al llevar a la práctica otros conceptos de la teoría.

Una explicación posible de este fenómeno puede encontrarse en el análisis de Brousseau (1994):

“Por supuesto, todo puede reducirse a la institucionalización. Las situaciones de enseñanza tradicionales son situaciones de institucionalización pero sin que el maestro se ocupe de la creación del sentido: se dice lo que se desea que el niño sepa, se le explica y se verifica que lo haya aprendido. Al principio los investigadores estaban un poco obnubilados por las situaciones a-didácticas porque era lo que más le faltaba a la enseñanza tradicional.”

Debe comprenderse que la institucionalización supone establecer relaciones entre las producciones de los alumnos y el saber cultural, y no debe reducirse a una presentación del saber cultural en sí mismo desvinculado del trabajo anterior en la clase. Durante la institucionalización se deben sacar conclusiones a partir de lo producido por los alumnos, se debe recapitular, sistematizar, ordenar, vincular lo que se produjo en diferentes momentos del desarrollo de la secuencia didáctica, etc., a fin de poder establecer relaciones entre las producciones de los alumnos y el saber cultural.

2.3. Bases Legales

Para la realización de esta investigación se encontraron algunas leyes, artículos y/o decretos que ubican dentro del ámbito legal el objeto de estudio de esta investigación, esta son:

Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (1999):

- Art 108 “...El Estado garantizará servicios públicos de radio, televisión y redes de bibliotecas y de informática, con el fin de permitir el acceso universal a la información...”
- Art 109 “El Estado reconocerá la autonomía universitaria como principio y jerarquía que permite a los profesores, profesoras, estudiantes, estudiantas, egresados y egresadas de su comunidad dedicarse a la búsqueda del conocimiento a través de la investigación científica, humanística y tecnológica, para beneficio espiritual y material de la Nación...”

- Art 110“...El Estado destinará recursos suficientes y creará el sistema nacional de ciencia y tecnología de acuerdo con la ley. El sector privado deberá aportar recursos para los mismos...”

Ley Orgánica de Telecomunicaciones (2000)

- Art 2“...Promover el desarrollo y la utilización de nuevos servicios, redes y tecnologías cuando estén disponibles y el acceso a éstos, en condiciones de igualdad de personas e impulsar la integración del espacio geográfico y la cohesión económica y social...”
- Art 208 numeral 10 “...Las disposiciones previstas en materia de contenido de transmisiones y comunicaciones cursadas a través de los distintos medios de telecomunicaciones...”

Ley Orgánica de Ciencias, Tecnologías e Innovación (2005)

Decreto 1290: Administración y Funcionamiento de la Tecnología: Estipula la organización del Sistema Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación y la definición de los lineamientos que orientarán las políticas y estrategias para la actividad científica, tecnológica y de innovación.

Ley Orgánica de Educación (2009)

- Art. N°9“...Los medios de comunicación social, como servicios públicos, son instrumentos esenciales para el desarrollo del proceso educativo y como tales deben cumplir funciones informativas, formativas y recreativas que contribuyan con el desarrollo de valores y principios establecidos en la Constitución de la República y la presente Ley, con conocimientos, desarrollo del pensamiento crítico y actitudes para fortalecer la convivencia ciudadana, la territorialidad y la nacionalidad...”

**Ley Orgánica para la Protección de Niños, Niñas y Adolescentes
(2007)**

- Artículos 68 y 69. Todos los niños y adolescentes tienen derecho a recibir educación, buscar y utilizar toda la información que sea necesaria para recibir, buscar, acorde con su desarrollo y a utilizar y seleccionar libremente el apropiadamente la medio y la información adecuada a su recibir desarrollo.
- Artículos 72 y 73. El Estado debe "...Las fomentar la creación, emisoras de producción y difusión de radio y materiales informativos, televisión tienen libros, publicaciones, la obligación de obras artísticas y presentar producciones programaciones audiovisuales, de la más alta radiofónicas y calidad..." multimedia dirigidas a los niños y adolescentes..."
- Artículo 76. "...Acceso a Espectáculos Públicos, Sala y Lugares de Exhibición. Todos los niños y adolescentes pueden tener acceso a los espectáculos públicos, salas y lugares que exhiban producciones clasificadas como adecuadas para su edad..."
- Artículo 77 "...Ningún programa televisivo o radiofónico será presentado o exhibido sin aviso de su clasificación, antes de su transmisión o presentación".

Ley Nacional de Juventud

- Art 28 "El Estado, a fin de preservar el acceso ya permanencia de los jóvenes y las jóvenes en el sistema educativo, fortalecerá la educación nocturna y la educación a distancia mediante el uso de la informática, y de cualquier otro instrumento que fortalezca los estudios no presenciales."

- Art 38 “Los jóvenes y las jóvenes tienen derecho a que le-sean reconocidas como propias todas las invenciones, creaciones científicas, tecnológicas y culturales que realicen, de conformidad con la ley respectiva.”

Plan Nacional Simón Bolívar y Plan Nacional de Tecnología de Información

En estos planes plantean:

- Incorporar las tecnologías de la información y la comunicación en Líneas el proceso educativo (Suprema Felicidad Social) Enfoques
- Universalizar el acceso a los Objetivos diferentes tipos de comunicación.
- Fortalecer la práctica de las Estrategias información veraz y oportuna. (Democracia protagónica Políticas revolucionaria)
- Infraestructura tecnológica

Plan Nacional De Tecnología de la Información

Tiene como objetivos:

- Incorporar una Plataforma Nacional de Tecnologías de Información
- Formar recursos humanos en cuanto a las tecnologías de la información.
- Propiciar una visión prospectiva, voluntad política y toma de decisiones.
- Decreto N° 3390 (Software Libre)

Artículo N° 10 “El Ministerio de Educación y Deportes, en coordinación con el Ministerio de Ciencia y Tecnología, establecerá las políticas para

incluir el Software Libre desarrollado con Estándares Abiertos, en los programas de educación básica y diversificada”.

Decreto N° 825 (Acceso Internet)

“Se declara el acceso y el uso de Internet como política para el desarrollo cultural, económico, social y político Artículo de la República Bolivariana de Venezuela.”

- Art. N° 1 “El Ministerio de Educación, Cultural y Deportes dictará las directrices tendentes a instruir sobre el uso Artículo de Internet, el comercio electrónico, la interrelación y la sociedad del conocimiento.”
- Art.N° 5 “En un plazo no mayor de tres (3) años, el cincuenta por ciento (50%) de los programas educativos de Artículo educación básica y diversificada deberán estar disponibles en formatos de Internet...”
- Art. N° 8 “El Sistema Educativo Bolivariano Introduce las TIC como herramienta fundamental en la formación integral del individuo, incorporándose como práctica pedagógica.”

CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

El marco metodológico es el procedimiento que se siguió para alcanzar el objetivo de la investigación, está compuesto por el diseño, tipo, y la modalidad de la investigación, fases de la investigación, población y muestra, técnica e instrumento de recolección de datos, validación del instrumento y análisis de los resultados. Arias (2012) expone que “la metodología del proyecto incluye el tipo de investigación, las técnicas y los procedimientos que serán utilizados para llevar a cabo la indagación. Es el “como” se realizará el estudio para responder al problema” (p.110)

3.1. Tipo y diseño de investigación:

Es preciso conocer el tipo de investigación a realizar ya que existen muchas estrategias para su procedimiento metodológico. Esto se refiere al tipo de estudio que se llevará a cabo con la finalidad de recoger los fundamentos necesarios de la investigación. Por tal razón, la actual investigación, se enfocó dentro de la modalidad de proyecto factible, en donde el Manual De Trabajo De Grado De Especialización, Maestría y Tesis Doctorales de la Universidad Experimental Libertador (UPEL, 2011), dispone que:

La modalidad de proyecto Factible, consiste en la investigación, elaboración y desarrollo de una propuesta de un modelo operativo viable para solucionar problemas, requerimientos o necesidades de la organización o grupos sociales; puede referirse a la formulación de políticas, programas, tecnologías, métodos o procesos. (p.21).

En consecuencia, este trabajo estuvo apoyado en una investigación de campo, tipo descriptivo con apoyo documental. Que según el manual de la UPEL (2011) destaca que:

La investigación de campo es el análisis sistemático de problemas en la realidad con el propósito, bien sea de describirlos, interpretarlos, entender su naturaleza y factores constituyentes, explicar sus causas y efectos o producir su ocurrencia, haciendo uso de métodos característicos de cualquier paradigma o enfoques de investigaciones conocidas o en desarrollo. (p.18).

Esto explica, que el diseño de investigación constituye el plan general a seguir por el investigador para obtener respuestas a sus interrogantes o comprobar la hipótesis de investigación. El diseño de investigación desglosa las estrategias básicas que el investigador acoge para generar información exacta e interpretable. En este sentido, Arias (2012), define el diseño de la investigación como “la estrategia que adopta el investigador para responder al problema planteado” (p.110).

Entonces, en el marco de la investigación planteada, referido a Propuesta para la Enseñanza de Vectores en el Plano basada en el uso de GeoGebra en estudiantes de 4º año de la Educación Media en la Unidad Educativa Fe y Alegría Colegio Monterrey del municipio Baruta, y atendiendo a los objetivos delimitados, la investigación se orienta tipo proyecto factible apoyado en una investigación de campo tipo descriptiva con apoyo documental. Por cuanto, este diseño de investigación permite no solo observar, sino recolectar los datos directamente de la realidad del objeto de estudio, para posteriormente analizar y/e interpretar los resultados de estas indagaciones.

3.2. Población y muestra:

Según Ballén, Pulido y Zúñiga (2007) definieron la población como... “la totalidad de un conjunto de elementos, seres u objetos que se desea investigar y de la cual se estudiara una fracción (la muestra) que se pretende que reúna las mismas características en igual proporción” (p. 51)

Para el desarrollo de esta investigación, se necesitó realizar un estudio de la población de la institución, para poder saber ¿cómo aplicar la propuesta? y ¿cómo afectaba y beneficiaba a cada integrante de la misma? por consiguiente, la población de la presente investigación estuvo integrada por el docente de matemáticas y los estudiantes del 4º año y de la Educación Media de la Unidad Educativa Fe y Alegría Colegio Monterrey, ubicado en la Urbanización Monterrey de Baruta, dicho grupo está distribuido de la siguiente manera: 30 estudiantes en la sección “A” (21 hembras y 9 varones); 29 estudiantes en la sección “B” (19 hembras y 10 varones), y 1 docente, dando un total de 59 estudiantes y 1 profesor de matemáticas.

Para esta investigación se utilizó un grupo interviniente seleccionado intencionalmente (muestreo por conveniencia), dicha selección se realizó por accesibilidad, apoyo institucional y existencia de los recursos. En vista de que la población es pequeña se tomó toda para el estudio.

3.3. Técnicas e instrumentos de recolección de datos:

Las técnicas de recolección de datos, son definidas por Tamayo (2005), como “la expresión operativa del diseño de investigación y que especifica concretamente como se hizo la investigación” (p. 126). Así mismo Arias (2012) define las técnicas de recolección de datos como “el procedimiento o forma particular de obtener datos o información” (p. 67).

Una de las técnicas que se empleó para recoger la información en la institución fue la observación directa, que según Tamayo (2005), “es aquella en el cual el investigador puede observar y recoger los datos mediante su propia observación”. (p.122). y que para Ballén, Pulido y Zúñiga (2007) “consiste en un procedimiento de recopilación de información en el que utilizamos los sentidos para captar acontecimientos y realidades”. La observación directa se usó con el fin de estudiar a las personas en sus actividades de grupo y como miembros de la organización, permite al analista determinar que se está haciendo, como se está haciendo, quien lo hace, cuando se lleva a cabo, cuánto tiempo toma, donde se hace y porque se hace.

Para obtener información se tomó en cuenta la entrevista, la cual según Arias (2012) “más que un simple interrogatorio, es una técnica basada en un diálogo o conversación “cara a cara”, entre el entrevistador y el entrevistado acerca de un tema previamente determinado, de tal manera que el entrevistador pueda obtener la información requerida” (p.73)

Otra de las técnicas utilizadas para obtener datos en esta investigación fue la encuesta, que según Arias (2012) “se define la encuesta como una técnica que pretende obtener información que suministra un grupo o muestra de sujetos acerca de si mismos, o en relación con un tema particular” (p. 72).

La otra técnica empleada fue la sesión de grupo, la cual consiste en reunir a todos los participantes del proyecto para generar alternativas de solución ante un determinado problema, aquí se obtiene la información a través de la lluvia de ideas, la cual es una de las técnicas más utilizada en estos casos donde cada miembro hace su aporte y al final se decide por votación cuales serán las alternativas más adecuadas frente al problema planteado.

Los instrumentos para recolectar datos según Galán M. (2009) “son los mecanismos que utiliza el investigador para recolectar y registrar la información obtenida.” (p.s/n). Así mismo Arias (2012) indica que “Un instrumento de recolección de datos es cualquier recurso, dispositivo o formato (en papel o digital), que se utiliza para obtener, registrar o almacenar información” (p. 68).

Así que para registrar los datos empleó un cuestionario para las encuestas y otro para la entrevista, así como una libreta de anotaciones para las observaciones.

3.4. Técnicas para el análisis de datos:

Según Arias (2012), contempla: "en lo referente al análisis se definirán las técnicas lógicas (inducción, deducción, análisis y síntesis) o técnicas estadísticas (descriptivas o inferenciales), que serán empleadas para descifrar lo que revelan los datos que se han recogido" (p. 111). De acuerdo a esto, los datos obtenidos, serán objeto de tabulación, análisis e interpretaciones con el fin de fortalecer el diagnóstico que sustenta la propuesta.

3.5. Procedimiento metodológico:

La investigación se desarrolló en 4 fases:

3.5.1. Fase 1: Análisis de los aspectos teóricos de la propuesta.

En esta fase se desarrolló una revisión de diversos software educativos, para mostrar aspectos comparativos de los programas más usados

actualmente en el ambiente educativo. Posteriormente se precedió a una revisión bibliográfica para determinar la manera o forma en el que los libros actuales de matemáticas abordan el tema de vectores en el plano.

Además se revisó el currículo de educación vigente y posibles propuestas metodológicas para su aprendizaje teórico-pedagógico.

3.5.2. Fase 2: Trabajo de Campo.

Esta fase comprendió en obtener los datos necesario para poder diseñar la propuesta, para empezar se aplicó una entrevista al docente y luego una encuesta a los estudiantes, para determinar aspectos relacionados con el manejo de contenidos y usos de las Tics en el área de las matemáticas especialmente al tema de vectores, posteriormente se desarrolló una intervención didáctica bajo la estructura de la teoría de Brousseau en forma de conjunto de actividades que luego se ejecutaron tanto el aula de clases como en el laboratorio de computación; esta constó de 3 momentos:

- **Momento 1:** (diseño de las intervenciones didácticas) consistió en elaborar un plan de actividades respecto al tema de vectores en el plano dentro del salón de clases, para ello se estructuró de la siguiente manera:

- 1) Introducción a los vectores en el plano.
- 2) Operaciones con vectores en el plano.
- 3) Aplicaciones de vectores en el plano.

En cada intervención didáctica se desarrolló una serie de actividades que estuvieron estructuradas de la siguiente manera:

1. Presentación de la tarea matemática: aquí se les planteó una situación problemática, previamente organizados en pequeños grupos de tres a cuatro integrantes, para luego ser presentado en el pizarrón un problema.
2. Desarrollo de la actividad: se solicitó a cada grupo que discutieran entre ellos cómo cree que se podría hacer para resolver el problema planteado y, pasado unos minutos se invitó que un exponente de cada grupo indicara las posibles maneras de resolverlo. Escuchadas las ideas se pidió a los equipos que resolvieran el problema.
3. Formulación de ideas: un relator de uno de los grupos plantea como resolver el problema. Se pidió al resto de los grupos que se expresaran si estaban de acuerdo o no con lo presentado.
4. Institucionalización: Resuelto el problema planteado se hizo énfasis en los aspectos teóricos, es decir, se les dio la formalidad a los contenidos desarrollados.
5. Actividad de evaluación. Se le planteo a los estudiantes un problema para ser resuelto individualmente.
 - **Momento 2:** (ejecución de la intervención didáctica) consistió en presentar a los distintos grupos los instrumentos o herramientas que se utilizaran durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, esto con la finalidad de que sea más eficiente en el uso de los mismos, por ejemplo, se mostró el programa Geogebra, junto con una presentación (en láminas digitales) introductoria para empezar a manejar y asociarse con el interfaz del software, para finalmente llevar a cabo el plan previamente diseñado dentro del aula de clases.

- **Momento 3:** (evaluación): una vez desarrollada las intervenciones didácticas empleando dichas series de actividades se procedió a la aplicación de una evaluación escrita, esta fue una prueba sumativa individual construida a partir de las láminas y ejercicios resueltos en clases.

3.5.3. Fase 3: Diseño de la Propuesta

Luego de haber obtenido y analizado los datos necesarios, se procedió a elaborar la propuesta, desde la información preliminar, pasando por una planificación de estrategias didácticas, hasta llegar a la elaboración de una guía dirigida al docente con la finalidad de poder desarrollar el tema de vectores en el plano empleando el software Geogebra como soporte en las clases.

3.5.4. Fase 4: Validación de la propuesta

En esta fase se buscó validar a través de juicio de expertos las estrategias didácticas y el uso de software educativo para estudiar la viabilidad de la propuesta, es decir el grado de factibilidad de la propuesta.

Para la validación de la propuesta se tuvo que acudir a la búsqueda de instrumentos para evaluar materiales instruccionales, y como resultado se obtuvo una serie de instrumentos elaborados por Elena Dorrego y Ana María García en un libro titulado “Dos modelos para la producción y evaluación de materiales instruccionales”. El instrumento que se utilizó para validar la propuesta didáctica fue elaborado seleccionando algunos aspectos

evidenciados en los modelos presentados por las profesoras mencionadas anteriormente.

El instrumento fue presentado a varios docentes que se encuentran relacionados con el tema del uso de TIC, guías instruccionales y educación matemática, permitiendo validar de forma objetiva y sistemática la coherencia interna de los elementos estructurales de la propuesta, igualmente se permitió validar los elementos de forma tales como: presentación, organización, diseño y las secuencias entre las estrategias de acción propuestas.

CAPÍTULO IV: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Este capítulo tiene por objetivo exponer el análisis de los resultados obtenidos en la investigación. Los resultados corresponden al cumplimiento de los objetivos propuestos y las fases mencionadas en el capítulo anterior, los cuales permitieron desarrollar empleando el software interactivo educativo Geogebra y otras herramientas tecnológicas como soporte, el tema de vectores en el plano. Este producto final se derivó de una serie de reflexiones acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje, y de un proceso de producción junto con el uso de la plataforma computacional (Geogebra), acompañado de materiales tecnológicos con los cuales el docente y los estudiantes cuentan en el aula.

A continuación se presenta los resultados obtenidos según las fases de ejecución señaladas en el capítulo anterior:

4.1. Análisis teórico de la propuesta

De acuerdo a los objetivos planteados en esta investigación y unido a las bases teóricas, se procede a presentar brevemente los siguientes resultados en distintos aspectos que conforman teóricamente la propuesta.

4.1.1 Análisis curricular:

En el capítulo 2 se acudió a explorar los programas actuales para la enseñanza de vectores en el plano, y de acuerdo a nuestra investigación hay dos propuestas, la primera es el **programa de articulación del nivel de educación media diversificada y profesional** emanada por el ministerio de educación en julio de 1990, este programa está fundamentado en tres grandes finalidades de la enseñanza de las matemáticas según Gerard Vergnaud:

- La transmisión del patrimonio científico.
- La formación de una diversidad de competencias matemáticas útiles a una diversidad de usos profesionales.
- La contribución a la conceptualización de lo real en los niños, los adolescentes y los adultos.

Dividen los temas por unidades, en el caso de vectores en el plano se encuentra en la unidad III de primer año, dicha unidad ya está descrita en el capítulo dos de esta investigación.

La otra propuesta es la del **currículo bolivariano** de septiembre del 2007. En el mismo se describe la estructura, misión, visión y perfil de los liceos bolivarianos, se fundamentan en el desarrollo endógeno del ciudadano, Se asumen en el contexto cotidiano los conceptos sobre derechos humanos, la importancia de la ética y la moral en el ser humano, así como su posterior comportamiento ante la sociedad para el beneficio común.

Con respecto al tema de vectores en el plano no hacen mención alguna en el componente de procesos matemáticos y su importancia en la comprensión del entorno de la mención de ciencias naturales de cuarto año, solo en segundo año en donde se indica lo siguiente:

- Estudio y comprensión del concepto de vector, sus operaciones y propiedades y su utilidad en aeronáutica.

4.1.2 Análisis de los Software Educativos que trabajan con Vectores en el Plano

Respondiendo a otro de los objetivos de esta investigación se procedió a buscar algunos programas informáticos educativos donde se puede trabajar

el tema de Vectores en el Plano, luego los consultamos y a continuación se muestra un resumen de los que programas que más llamaron la atención aparte de Geogebra:

- **Cabri Géomètre:** Programa para geometría interactiva más utilizado en el mundo. Incluye geometría analítica, transformacional y Euclidiana. Sus funciones abarcan la construcción de puntos, líneas, triángulos, polígonos, cálculos y otros objetos geométricos básicos. Permite traslación, dilatación y rotación de objetos geométricos alrededor de centros geométricos o puntos específicos; además de reflexión, simetría e inversión. Posibilita el manejo de coordenadas cartesianas y polares. Muy adecuado para la exploración de conceptos avanzados en geometría proyectiva e hiperbólica. La versión de prueba es totalmente funcional, pero solo trabaja 15 minutos en cada sesión, al menos que se compre la licencia.
- **Wiris cas:** es una plataforma en línea para **cálculos matemáticos** pensada para usos educativos. Puedes acceder a una potente barra de herramientas a través de una página HTML que incluye el cálculo de integrales y límites, representación de funciones en 2D o 3D y la manipulación de matrices simbólicas, entre otros. WIRIS cas abarca **todos los temas de matemáticas** desde la primaria hasta la universidad (cálculo, álgebra, geometría, ecuaciones diferenciales...). WIRIS desktop es la **versión local** de WIRIS cas (para poder usarlo hay que obtener una licencia sino solo se podrá usarlo un periodo de prueba) el cual puede utilizarse sin acceso a Internet y es compatible con Windows, Linux y Mac.

- **MathGraph:** es una práctica herramienta que te permite representar gráficamente el resultado de cualquier función matemática que le indiques. En MathGraph sólo debes indicarle el intervalo de la X (por ejemplo desde 1 hasta 25) y los pasos entre ese intervalo, y a partir de ahí aplicarle la función que desees y podrás ver en un gráfico el desarrollo de dicha función.
- **Maple:** es un programa orientado a la resolución de problemas matemáticos, capaz de realizar cálculos simbólicos, algebraicos y de álgebra computacional. Fue desarrollado originalmente en 1981 por el Grupo de Cálculo Simbólico en la Universidad de Waterloo en Waterloo, Ontario, Canadá. Maple es un lenguaje de programación interpretado, por lo tanto hay que conocer sus comandos para poder trabajar con él. Las expresiones simbólicas son almacenadas en memoria como grafos dirigidos sin ciclos.
- **MATLAB:** (abreviatura de *MATrix LABoratory*, “laboratorio de matrices”) es una herramienta de software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M). Está disponible para las plataformas Unix, Windows, Mac OS X y GNU/Linux. Entre sus prestaciones básicas se hallan: la manipulación de matrices, la representación de datos y funciones, la implementación de algoritmos, la creación de interfaces de usuario (GUI) y la comunicación con programas en otros lenguajes y con otros dispositivos hardware. El paquete MATLAB dispone de dos herramientas adicionales que expanden sus prestaciones, a saber, Simulink (plataforma de simulación multidominio) y GUIDE (editor de interfaces de usuario – GUI). Además, se pueden ampliar las capacidades de MATLAB con las *cajas de herramientas (toolboxes)*; y las de Simulink con los

paquetes de bloques (blocksets). Es un software muy usado en universidades y centros de investigación y desarrollo. En los últimos años ha aumentado el número de prestaciones, como la de programar directamente procesadores digitales de señal o crear código VHDL.

4.1.3 Análisis Bibliográfico:

Esta revisión consistió en examinar una serie de libros que son empleados actualmente en la educación matemática venezolana, en esta búsqueda se consiguió gran variedad de propuestas didácticas para la enseñanza, algunos más interactivos que otros, en algunos se ofrecían más ejercicios prácticos con la finalidad de desarrollar más dominio de problemas que contenidos, sin embargo la gran mayoría de estos textos ajustan sus temarios a lo expuesto en el **programa de articulación del nivel de educación media diversificada y profesional** emanada por el ministerio de educación en julio de 1990, excepto el libro de la Colección Bicentenario, el cual enfoca sus contenidos de manera distinto a los demás y basado en la contextualización del país. Entonces se tomaron en cuenta alguna de las estrategias y forma de enfocar los contenidos para el desarrollo de la propuesta.

4.2 Trabajo de campo:

Esta fase consiste en mostrar los resultados obtenidos mediante la aplicación de instrumentos de recolección de datos a la población objeto de esta investigación.

Inicialmente se desarrolló una etapa previa de encuentro con el docente y los estudiantes en donde se lograron los siguientes resultados:

De la entrevista realizada al docente de matemáticas de 4to año de Educación Media de la institución se obtuvo lo siguiente:

1. ¿Tiene usted conocimientos de software educativos interactivos matemáticos?

R. Si.

2. ¿Cuáles software conoces?

R. Matlab, Maple, Cabrid y Geogebra.

3. ¿Cómo conoces de esos software?

R. A través de la universidad, por ejemplo, Matlab lo conocí en una materia que se llama procesamiento digital de imágenes y ahí había que trabajar con matrices y con este programa trabajábamos las imágenes como matrices, Maple me lo mostraron en laboratorios de ecuaciones diferenciales para hacer cálculos de integrales y otras cosas. Cabrid y Geogebra los conocí en otra materia que se llama resolución de problemas en la Educación media, técnica y profesional venezolana.

4. ¿Qué tanto domina esos software?

R. Bueno tendría que repasar, sin embargo Cabrid y Geogebra son muy sencillos e intuitivos.

5. ¿Se pueden aplicar dentro de algunas de sus clases?

R. Si vale, solo que hay que planificarse bien para poder hacer una buena clase.

6. ¿Ha aplicado anteriormente alguna clase con material interactivo?

R. Si.

7. ¿Qué tal fue su experiencia?

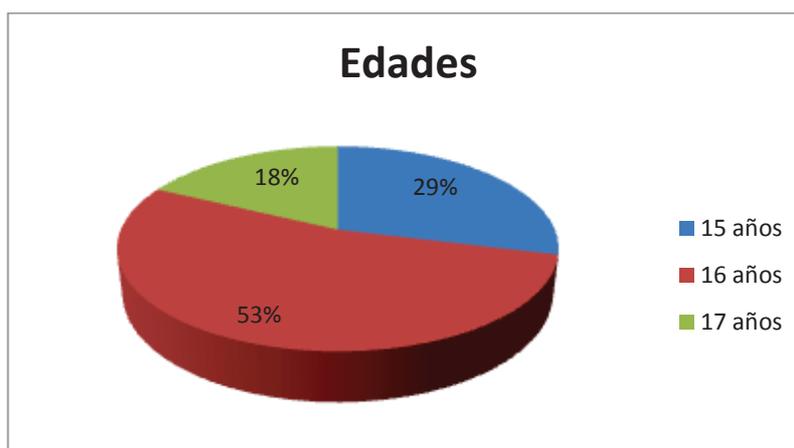
R. Muy positiva, aplique videos con un poco de música en donde se muestra como se construyen fracciones.

8. Entonces ¿Podría desarrollar una clase de algún tema de matemático del nivel de educación media con alguno de los software que conoce?

R. Si vale, como dije anteriormente, solo que hay que sentarse a planificar la clase o por lo menos organizar lo que se va presentar y como se hará, aparte hay que repasar los programas, aparte hay que pedir con tiempo las salas disponibles en el colegio que son 2 pero a veces están ocupadas.

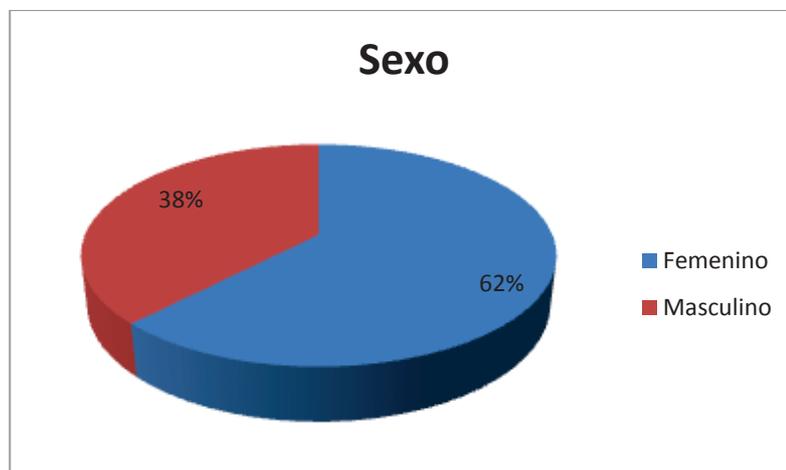
De la encuesta realizada a 45 estudiantes de 4to año de la Educación Media del plantel se obtuvo lo siguiente:

Gráfico 1



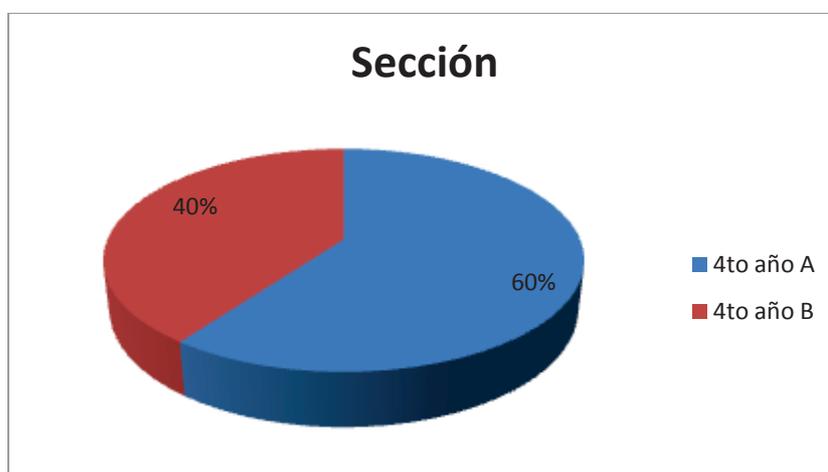
Aquí se aprecia que las edades de los estudiantes están comprendidas entre 15 a 17 años, con una mayoría de 53% con 16 años, seguido por un 29% con 15 años y por último un 18% con 17 años.

Grafico 2



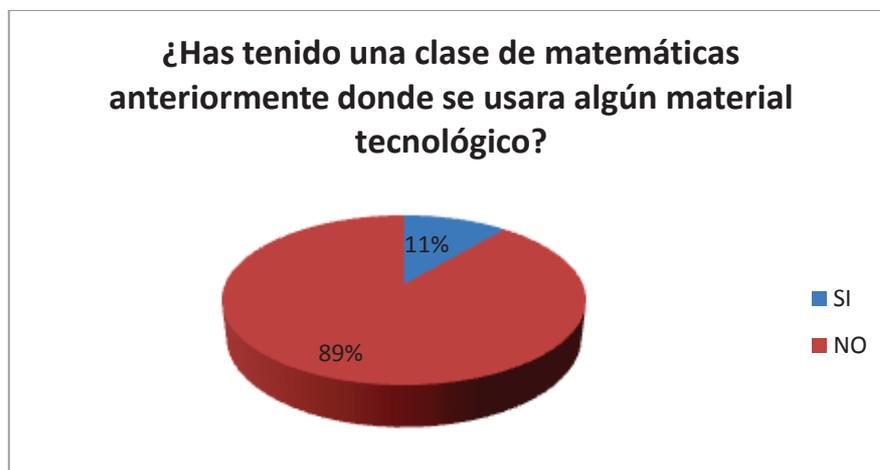
En esta grafica se aprecia que en la población de estudiantes predomina el sexo femenino con un 62% frente a un 38% de sexo masculino.

Grafico 3



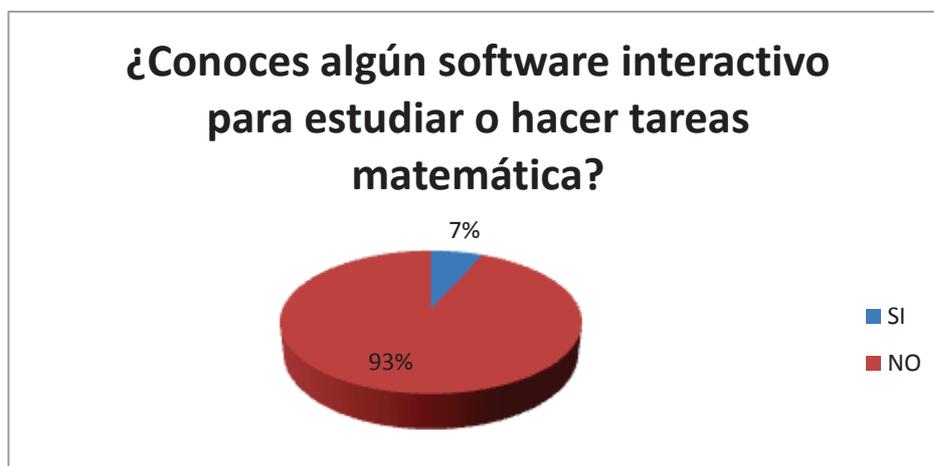
Aquí se observa que de la población total encuestada la mayoría fueron estudiantes de 4to año sección "A" con un 60% y el resto fueron estudiantes de 4to año "B" con un 40%.

Grafico 4



De la población encuestada solo el 11% respondió afirmativamente, dando como mayoría una respuesta negativa, por lo tanto, muy pocos estudiantes han tenido una clase de matemáticas anteriormente donde se empleara algún material tecnológico.

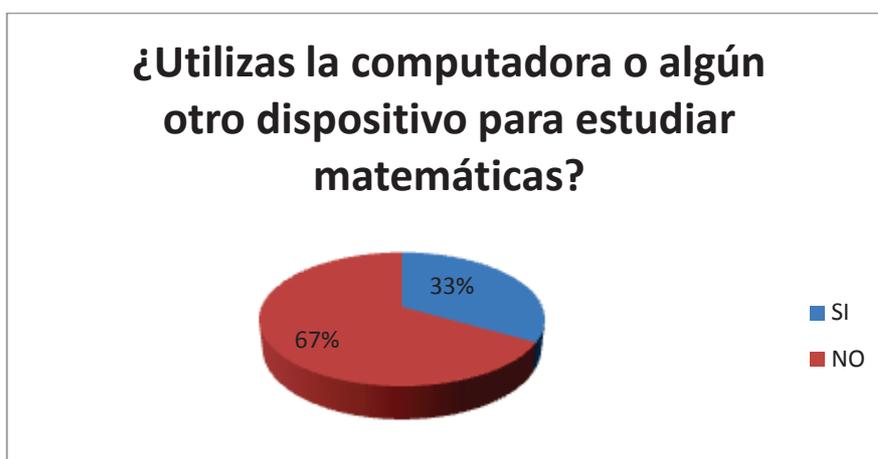
Grafico 5



Luego se les pregunta si conocen algún software interactivo para estudiar o realizar tareas matemáticas y solo el 7% de los encuestados respondieron afirmativamente, vuelve a predominar la negativa con un 93%, es decir, muy

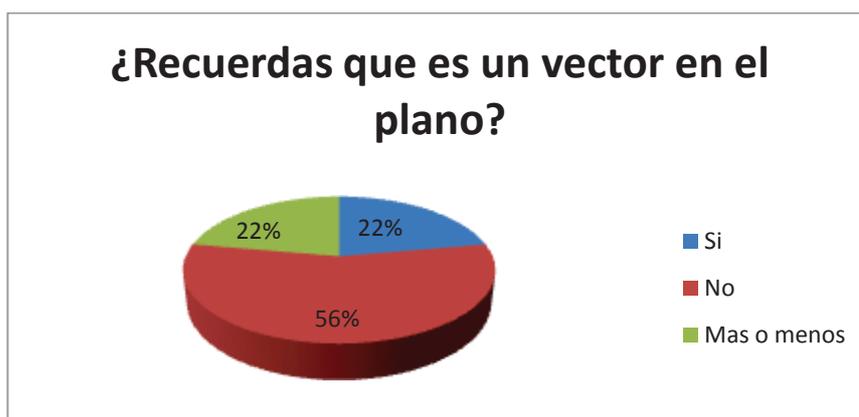
pocos estudiantes conocen software interactivos para estudiar o hacer tareas matemáticas.

Grafico 6



En la siguiente pregunta se obtuvo una mayor respuesta positiva (33%) frente a una negativa que sigue siendo mayoría (67%) dando como resultado que algunos estudiantes utilizan la computadora o algún dispositivo para estudiar matemáticas.

Gráfico 7



Por último se les pregunta si recuerdan que es un vector en el plano, y la mayoría respondieron con un NO (56%), y la otra parte de la población se

encuentra dividida en igual parte entre un Si y más o menos como respuesta, por lo tanto la mayoría desconocen el tema.

Luego se desarrollo la intervención didáctica como se expuso en el capitulo anterior, que terminó en la aplicación de una evaluación escrita, esta fue una prueba sumativa individual que presentaron 45 estudiantes, 24 de 4to "A" y 21 de 4to "B" en una escala del 1 a 20.

4to "A"		4to "B"	
Nro	Nota	Nro	Nota
1	14	1	5
2	10	2	4
3	12	3	12
4	9	4	10
5	11	5	6
6	16	6	9
7	8	7	5
8	9	8	12
9	5	9	17
10	17	10	6
11	13	11	11
12	3	12	7
13	6	13	8
14	5	14	9
15	10	15	11
16	14	16	16
17	11	17	7
18	7	18	12
19	11	19	5
20	11	20	10
21	4	21	7
22	19		
23	6		
24	13		

Se aprecia que las notas varían mucho sin embargo el promedio en 4to año "A" es de 10,166 pts y en 4to año "B" es de 9 pts, presentan debilidades a nivel de operaciones con vectores, ubicación de los mismos y errores de conceptos, es un grupo que a pesar de la intervención didáctica su aprendizaje fue deficiente.

En resumen, muy pocos estudiantes han tenido una clase de matemáticas anteriormente donde se empleara algún material tecnológico, adicionalmente muy pocos conocen software interactivos para estudiar o hacer tareas matemáticas, algunos utilizan la computadora o algún dispositivo para estudiar matemáticas y la mayoría desconocen el tema a pesar de que se vio en octavo grado.

4.3 Diseño de la Propuesta:

Tomando en cuenta los resultados obtenidos anteriormente en la investigación documental y de campo, sobre todo en las fallas y/o debilidades, se estableció elaborar una guía instruccional para enseñar el tema de vectores en el plano empleando el Software Educativo Interactivo GeoGebra con la finalidad de guiar, orientar y apoyar el aprendizaje en los estudiantes.

La estructura de la guía se plantea en tres módulos, el objetivo es dar a conocer el software educativo GeoGebra, desde su instalación hasta el uso de sus aplicaciones en el área de vectores en el plano, luego integrar el área de matemáticas con las TIC, y por último poder aplicar las actividades sugeridas en la propuesta dentro del aula de clases, utilizando el software educativo Geogebra y demás recursos multimedia disponibles.

La guía elaborada como consecuencia de esta investigación se encuentra presentada en el siguiente capítulo.

4.4 Validación de la Propuesta:

A continuación se presenta un cuadro en donde se refleja el resultado de la validación realizada por 5 docentes, ellos son: El profesor Edgar Rivas, docente especialista en el área de electricidad con más de 30 años de experiencia en aula dictando clases de matemática y física; el profesor Vicente Gómez que es TSU en Informática con componente docente y especializado en el uso de TIC en el área de matemática, inglés e informática; el profesor Javier González el cual es el coordinador académico de Educación Media de la institución donde se realizó el estudio y es docente en el área de informática con mucha experiencia en uso de TIC; el profesor Jaime Fonseca quien es Licenciado en educación mención matemática y física (Upel); y el profesor Frank Solórzano que se encuentra culminando sus estudios de educación superior en el área de matemática.

Cada uno de estos docentes revisó la guía propuesta para luego poder llenar el instrumento de evaluación, a continuación se muestra una tabla que reúne las respuestas de los 5 profesores:

ASPECTO		Totalmente en desacuerdo	desacuerdo	indeciso	acuerdo	Totalmente de acuerdo
Consideraciones Pedagógicas						
a. Adecuación de los objetivos						
1	Los módulos facilitan en forma efectiva el logro de los objetivos de aprendizajes				2	3

	previstos en la propuesta.					
2	Los objetivos que se especifican en la propuesta sirven de guía para desarrollar el proceso de aprendizaje.				3	2
b. Organización						
3	Los módulos evidencian una secuencia didáctica en la información.				3	2
4	La información en los módulos está claramente dividida en secciones o partes para facilitar su asimilación				1	4
5	Los contenidos desarrollados en los módulos se articulan con los contenidos desarrollados en asignaturas precedentes.				3	2
c. Contenido						
6	La cantidad de contenido desarrollado en los módulos permite el logro de los objetivos propuestos.				3	2
7	El contenido está vigente				4	1
8	El contenido carece de errores de tipo conceptual				1	4
9	La información es relevante y necesaria para el logro de los objetivos.				2	3
10	El estilo es directo, no rebuscado.				3	2
11	Se utilizan adecuadamente ejemplos concretos y situaciones reales para aclarar las ideas o conceptos importantes.				4	1
12	Los nuevos términos que se introducen en los módulos quedan definidos claramente.				4	1
13	El grado de abstracción es apropiado al medio (material impreso)				4	1
14	Cada idea importante es bien explicada en los módulos, antes de pasar a otra idea.				4	1
15	Las ideas se expresan con claridad.				3	2
16	Se observan las normas gramaticales y sintácticas.				4	1
17	Los módulos presentan claramente definidos y segmentados los contenidos que permiten un aprendizaje significativo y fácil de entender				4	1
d. Actividades						

18	El nivel de complejidad de las actividades desarrolladas en los módulos se corresponde al nivel expresado en los objetivos.				2	3
19	Las actividades presentadas en los módulos permiten desarrollar, al mismo tiempo, la creatividad, reflexión y criticidad.				3	2
20	Las ejercitaciones desarrolladas en los módulos son suficientes para permitirles posteriores aplicaciones.				4	1
e. Recursos						
21	La cantidad de información que contienen los módulos es fácilmente asimilable en el tiempo propuesto.				3	2
22	El número de lecturas asignadas y su distribución durante el desarrollo de los módulos instruccionales permite el logro de los objetivos.				2	3
23	La bibliografía utilizada está vigente y/o actualizada.				4	1
f. Evaluación						
24	Los módulos presentan evaluaciones iniciales o de entradas para detectar el nivel de competencia de los participantes.				5	
25	Los procedimientos y/o instrumentos de evaluación presentados en los módulos poseen correspondencia con los objetivos instruccionales.				2	3
Aspectos técnico-gráficos						
a. Composición						
26	Los módulos presentan una distribución adecuada en los párrafos de igual longitud.				4	1
27	Los módulos presentan una separación adecuada entre párrafo y párrafo, el espacio correspondiente a un reglón o línea.				3	2
b. Diseño Gráfico						
28	Los módulos instruccionales presentan ilustraciones nítidas.				4	1
29	Las ilustraciones presentadas en los módulos son veraces, es decir, reflejan				3	2

	los contenidos e ideas que se desean transmitir.					
30	Las ilustraciones presentadas en los módulos son sencillas, ya que eliminan detalles innecesarios.				4	1
31	Las ilustraciones en los módulos se adaptan al nivel al cual se están destinadas				3	2
c. Formato						
32	Lo módulos presentan el tamaño que permiten la fácil manipulación del material.				2	3
33	Los módulos presentan una adecuada distribución de los elementos que conforman cada página.				4	1
d. Impresión						
34	Los módulos están impresos con nitidez			1	2	2
35	Los módulos presentan uniformidad de precisión y buen contraste de la letra sobre el fondo.			1	3	1
36	Los módulos utilizan letras sencillas sin adornos para facilitar la legibilidad.				4	1
37	Los módulos utilizan negrillas, subrayado y/o comillas al destacar palabras nuevas o importantes para el lector.				2	3

Como se aprecia en el instrumento conformado por 37 ítems, los 5 docentes centraron sus respuestas entre “acuerdo” con 62.16% y “totalmente de acuerdo” con 36, 76%, solo hubo dos ítems que tuvieron como respuesta “indeciso” conformando 1.08% restante de las respuestas.

CAPITULO V: LA PROPUESTA

Luego de realizar una revisión documental, de software, curricular, bibliográfica y de teorías didácticas, además de una recopilación de datos en el trabajo de campo y su posterior análisis, se procedió a desarrollar la propuesta referida a la enseñanza de vectores en el plano, basada en el uso de el software interactivo educativo GeoGebra en estudiantes de 4º año de la Educación Media.

La presente es una propuesta para docentes con la finalidad de brindar ayuda para impartir clases de vectores en el plano empleando recursos didácticos tecnológicos.

Esta idea surgió para satisfacer la necesidad de material didáctico para el uso de TIC en la enseñanza de matemáticas. También pretende estimular una secuencia de actividades dentro del aula de clase integrando educación y tecnología.

La presente guía instruccional es resultado de un trabajo de campo realizado dentro de un aula de clases, respaldada por una investigación documental y haciendo uso de tecnología, información y comunicación.



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
ESCUELA DE EDUCACIÓN
COMPONENTE DOCENTE

Enseñanza de Vectores en el Plano Basada en el Uso de Geogebra en Estudiantes de 4º Año de la Educación Media

Autores: Gabriel Hernández

Germán Miranda

Tutora: Adelfa Hernández

Caracas, Febrero del 2015.

Enseñanza de Vectores en el Plano Basada en el Uso de Geogebra en Estudiantes de 4º Año de la Educación Media

Propósito Educativo de la Propuesta

Orientar a cualquier docente en el área de matemática de la Educación Media a emplear tecnología en la enseñanza del tema vectores en el plano, utilizando principalmente GeoGebra como soporte dentro del salón de clases.

Objetivos Instruccionales

Objetivo General

Proponer un ambiente de enseñanza y aprendizaje de Vectores en el Plano basado con el uso de Geogebra como soporte tecnológico.

Objetivos Específicos

- Conocer el software educativo GeoGebra, desde su instalación hasta el uso de sus aplicaciones en el área de vectores en el plano.
- Identificar los aspectos funcionales u operativos, así como las potencialidades del software educativo GeoGebra para la enseñanza de vectores en el plano.
- Integrar las TIC al área de matemática con actividades apoyadas en el software educativo GeoGebra.
- Aplicar las actividades sugeridas en la propuesta dentro del aula de clases, utilizando el software educativo Geogebra y demás recursos multimedia disponibles.

Contenidos de los Módulos

- Módulo 1: Conociendo el software educativo GeoGebra.
- Módulo 2: Vectores en el plano con Geogebra.
- Módulo 3: Actividades para ser aplicadas en el aula de clases.

MÓDULO 1: CONOCIENDO EL SOFTWARE EDUCATIVO GEOGEBRA

¿Qué es GeoGebra?

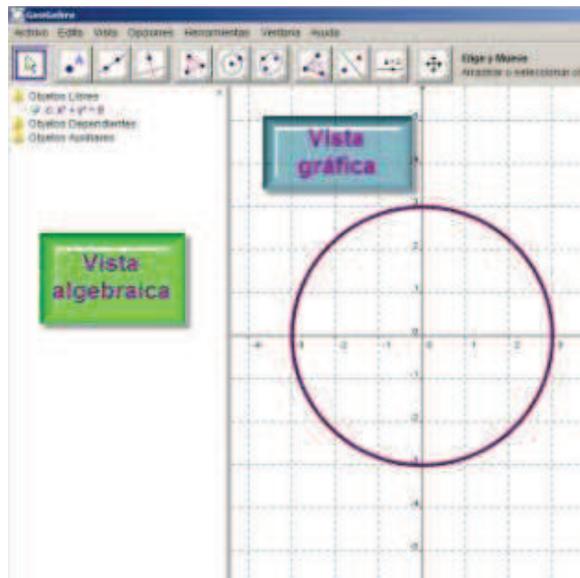
GeoGebra es un Programa Dinámico para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas para educación en todos sus niveles. Combina dinámicamente geometría, álgebra, análisis y estadística en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente.

Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en tablas y planillas, y hojas de datos dinámicamente vinculadas.

Geogebra es en su origen la tesis de Markus Hohenwarter, con el objeto de crear una calculadora de uso libre para trabajar el Álgebra y la Geometría. Fue un proyecto que se inició en el 2001 en un curso de Matemática en la Universidad de Salzburgo (Austria).

¿Por qué es interesante utilizar GeoGebra?

- Además de la gratuidad y la facilidad de aprendizaje, la característica más destacable de GeoGebra es la doble percepción de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica (**Geometría**) y otra en la Vista Algebraica (**Álgebra**). De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos y las gráficas geométricas. A todos los objetos que se vayan incorporando en la zona gráfica les corresponderá una expresión en la ventana algebraica y viceversa.



- Posee características propias de los programas de Geometría Dinámica (DGS), pero también de los programas de Cálculo Simbólico (CAS).
- Incorpora su propia Hoja de Cálculo, un sistema de distribución de los objetos por capas y la posibilidad de animar manual o automáticamente los objetos.
- Brinda facilidad para crear una página web dinámica a partir de la construcción creada con Geogebra, sin más que seleccionar la opción correspondiente en los menús que entrega.
- Permite abordar la geometría y otros aspectos de las matemáticas, a través de la experimentación y la manipulación de distintos elementos, facilitando la realización de construcciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa.
- Es gratuito y de código abierto (GNU GPL).
- Está disponible en español, incluido el manual de ayuda.
- Presenta foros en varios idiomas, el castellano entre ellos.
- Ofrece una wiki en donde compartir las propias realizaciones con los demás.
- Usa la multiplataforma de Java, lo que garantiza su portabilidad a sistemas de Windows, Linux, Solaris o MacOS X.

¿Cómo instalar GeoGebra?

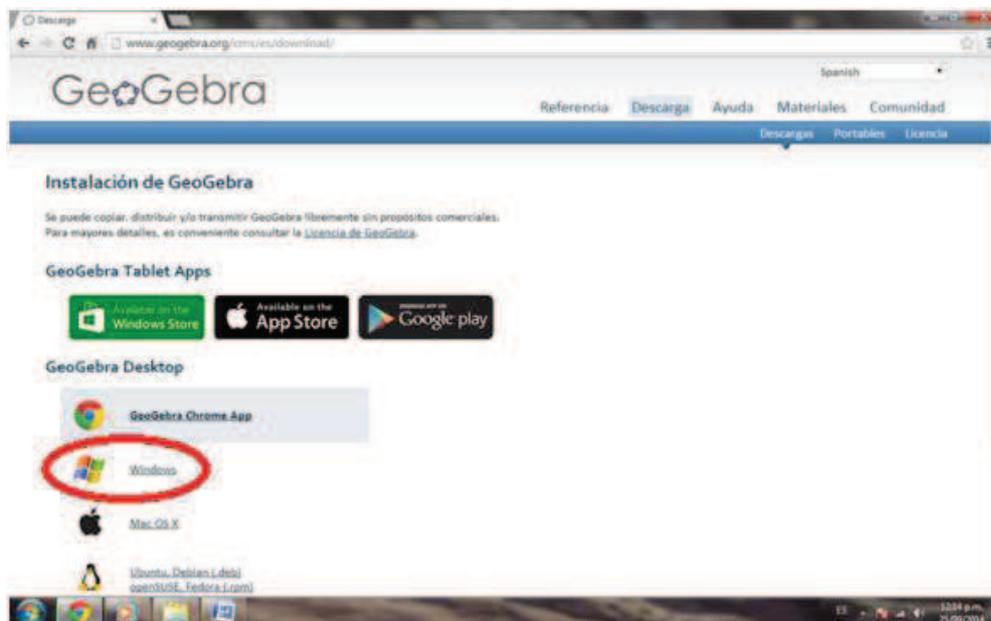
Para la instalación de GeoGebra se necesita una computadora (portátil o de escritorio) que tenga como mínimo los siguientes requerimientos:

- 512 Mb de memoria ram.
- Procesador Intel Pentium 4 o Amd Athlon.
- 10 Gb de disco duro.
- Tener instalado Windows XP, Seven o 8, Linux o Mac OS.

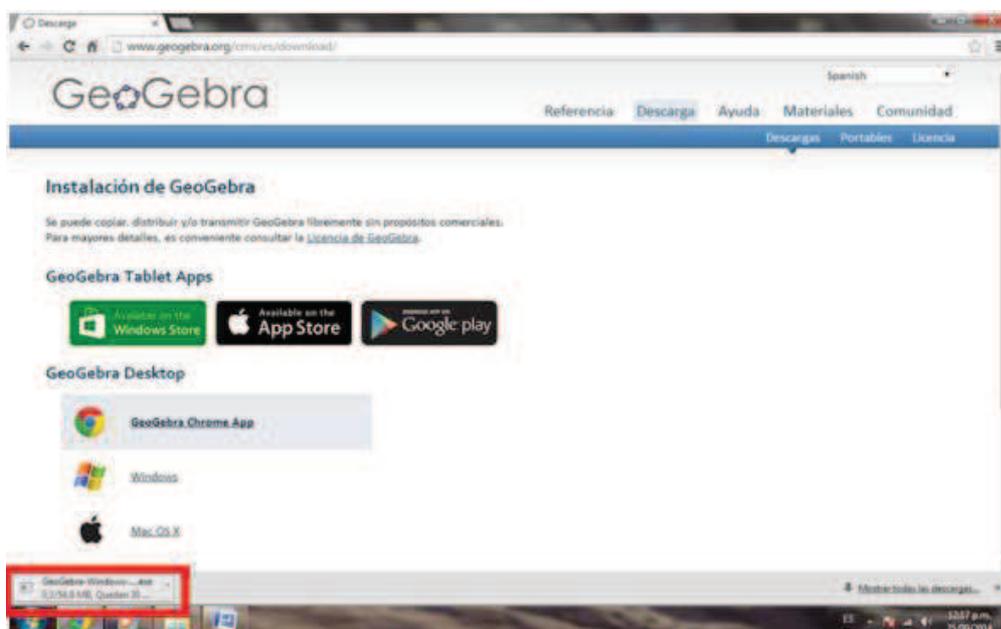
Para comenzar la instalación, acceder al sitio web oficial www.geogebra.org, una vez en la página, dirigirse a la zona de descarga:



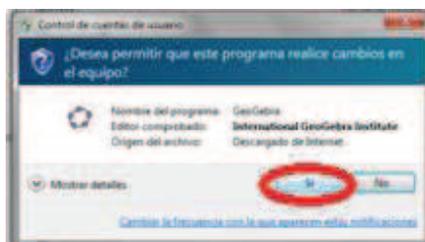
Seleccionar el sistema operativo del computador (en este caso ha sido seleccionado Windows):



Automáticamente se comenzará a descargar el archivo en la computadora:



Al terminar la descarga, hacer clic sobre el archivo y comienza la instalación:



Aparecerá un cuadro dando bienvenida a la instalación, seleccionar el idioma y luego presionar siguiente:



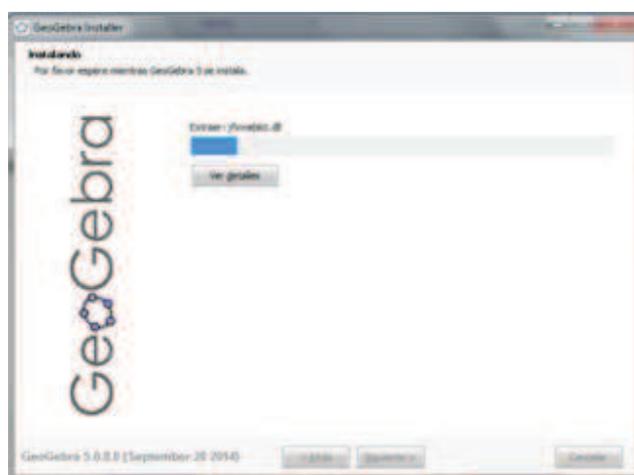
A continuación sale otro cuadro con el acuerdo de licencia, seleccionar "Acepto":



El siguiente cuadro indica el tipo de instalación que se quiere, seleccionar “Standard” y luego instalar:



En el siguiente cuadro se muestra el progreso de la instalación:

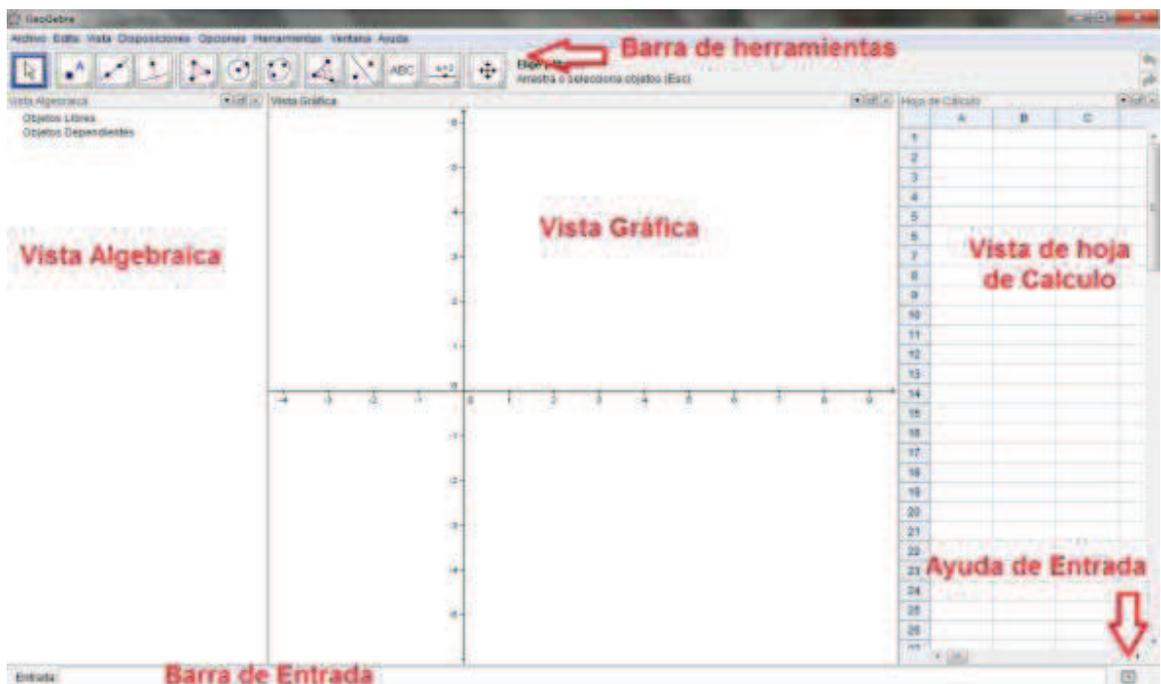


Una vez finalizada la instalación, seleccionar “Terminar” y el programa está listo para usar.



¿Cómo usar GeoGebra?

Lo primero que se debe conocer es la distribución del área de trabajo, la cual tiene una barra de herramientas, la vista algebraica, la vista gráfica, la vista de hoja de cálculo (opcional), la barra de entrada y la ayuda de entrada.

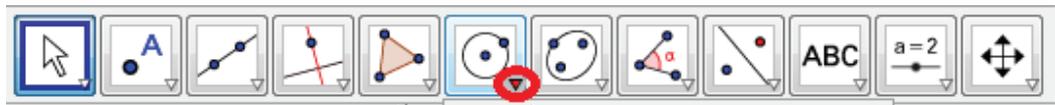


En la **barra de herramientas** se encuentran varias opciones, se debe desplegar el menú para seleccionar alguna.

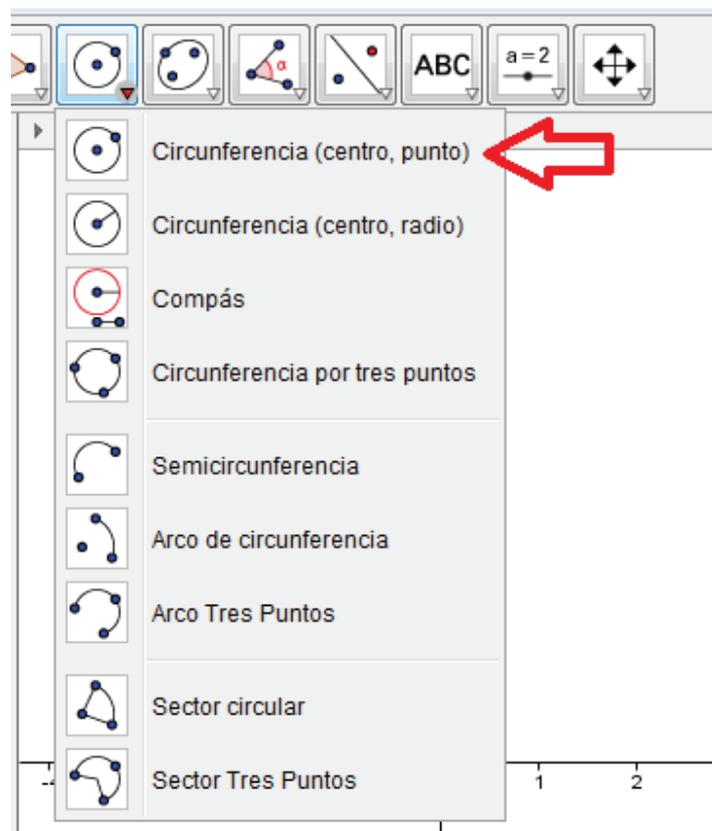


Por ejemplo, para crear una circunferencia a partir de un centro y otro punto, debe seguir los siguientes pasos:

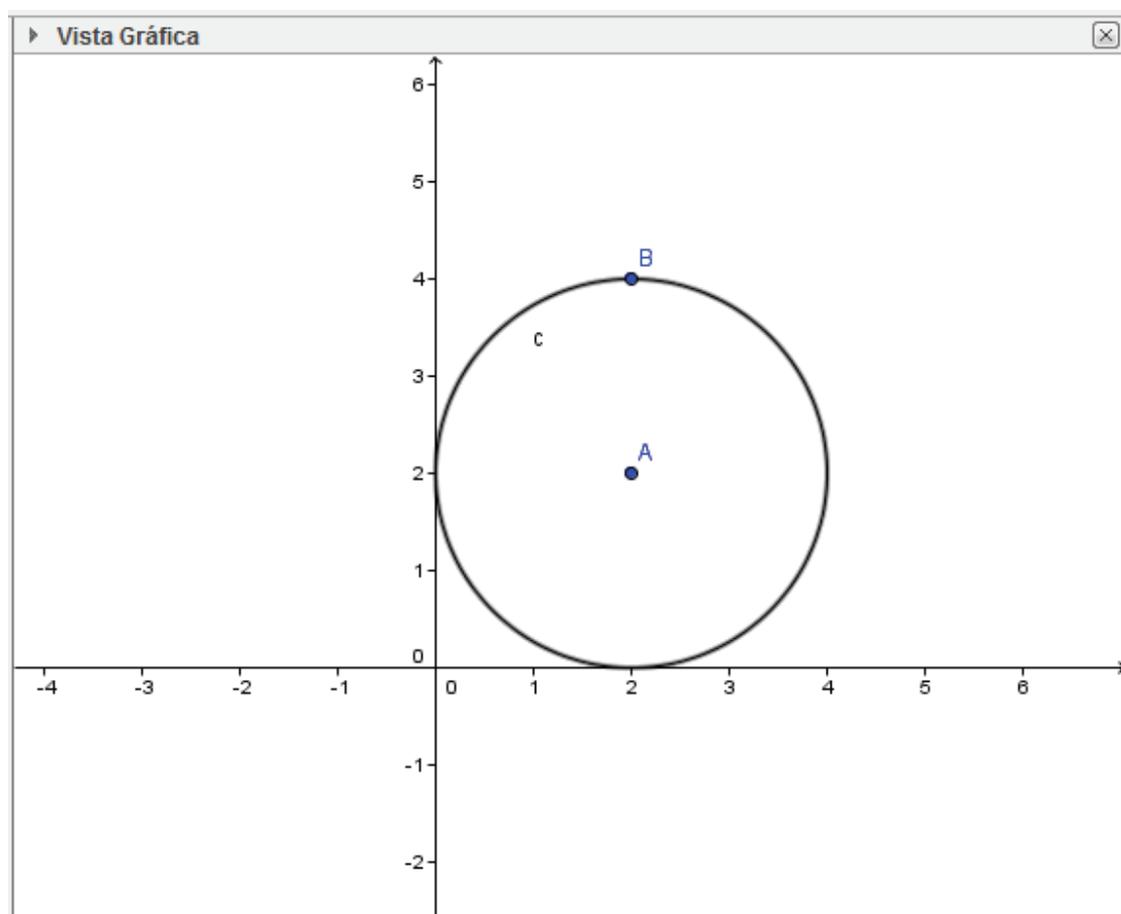
1. Buscar en la barra de herramientas la opción de circunferencia y desplegar haciendo clic en la parte de abajo y a la izquierda:



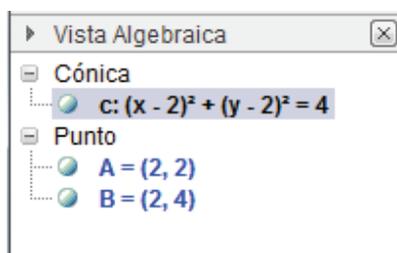
2. Seleccionar de la lista desplegada la opción Circunferencia (centro, punto)



Una vez seleccionada la herramienta, trazar en la **vista gráfica**, señalando con el primer clic el centro y el segundo clic el punto que va en el arco de la circunferencia.



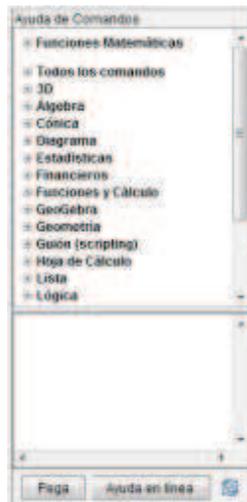
Como se puede apreciar, hay un punto A con coordenadas (2,2) el cual es el centro, y un punto B con coordenadas (2,4), esta información se puede verificar en la **vista algebraica**.



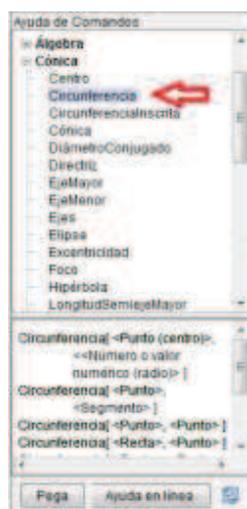
En la sección "Vista algebraica" se encuentran los datos algebraicos de los trazos existentes en la vista gráfica.

Otra manera de realizar esta figura es a través de la **barra de entrada**, en la cual se ingresan comandos específicos que se pueden visualizar en la **ayuda de entrada**.

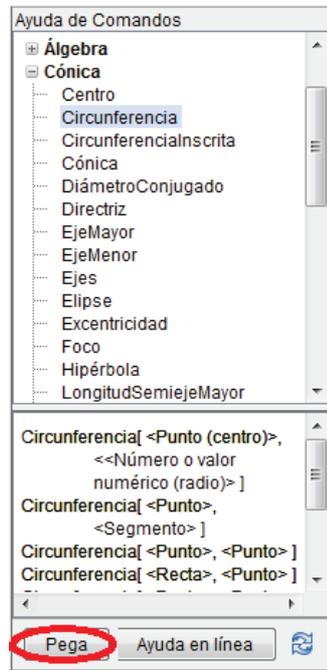
El primer paso es activar la ayuda de comandos:



Seleccionar en la lista los comandos para construir la circunferencia, la cual se encuentra en la sección de cónicas.



Una vez seleccionado “Circunferencia”, aparece un recuadro donde se muestran varias maneras de programar el comando, presionar “Pega”:



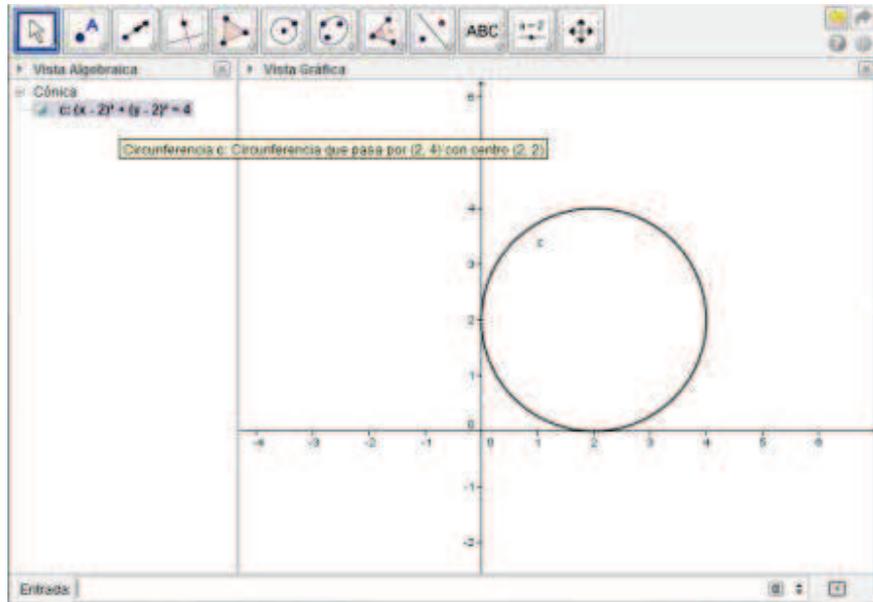
En la barra de entradas aparecerá lo siguiente:



Escribir dentro de los corchetes las coordenadas de dos puntos en el plano separados por una coma, el primer punto será el centro y el segundo se encontrará en el arco de la circunferencia.

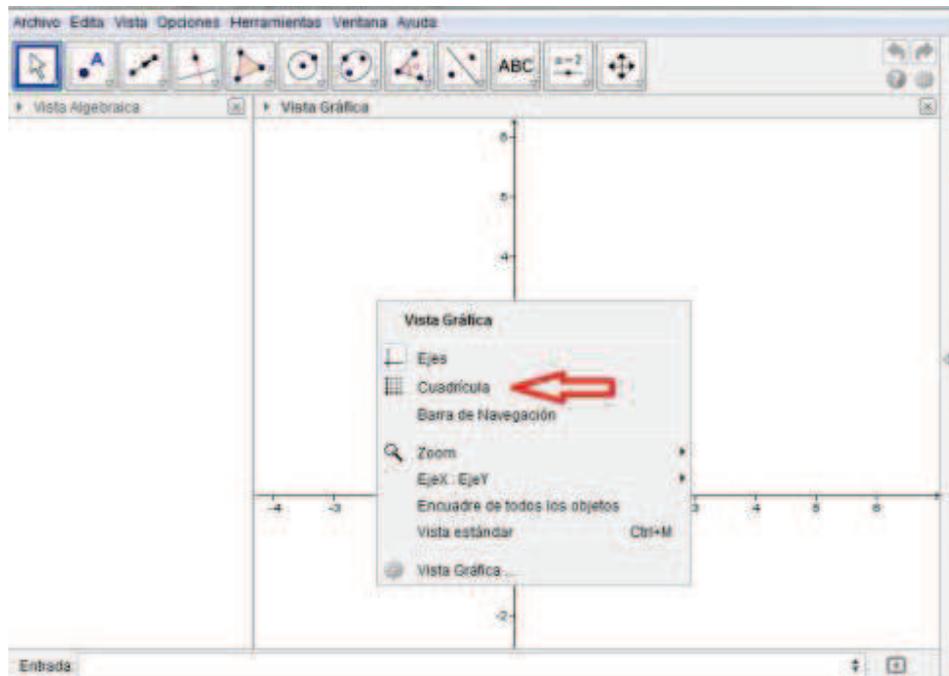


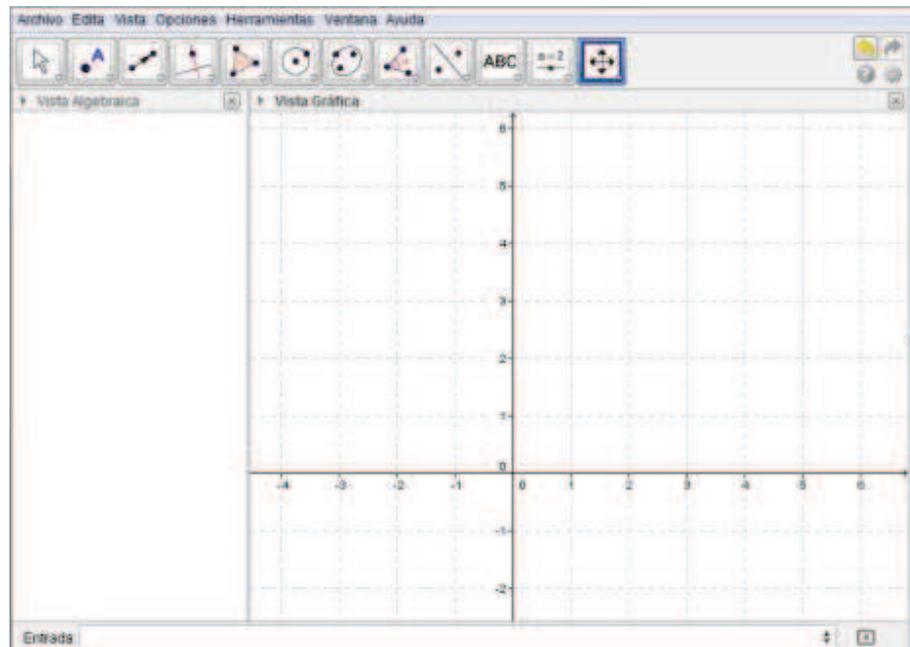
A continuación, presionar la tecla enter y en la vista gráfica aparecerá una circunferencia que pasa por el punto (2,4) y centro (2,2).



Tips de ayuda en GeoGebra:

1. Para trabajar con cuadrícula, colocar el cursor sobre la vista gráfica, presionar clic con el botón derecho y seleccionar cuadrícula.





2. Para mover los ejes y poder ajustar mejor la figura a elaborar sobre la vista gráfica, desplegar la última opción en la barra de herramientas y seleccionar la opción "Desplaza Vista Gráfica", luego colocar el cursor sobre la vista gráfica, dejar el clic presionado y mover el mouse a donde se requiera.
3. Para mover las figuras, puntos o rectas que se hayan elaborado, desplegar la primera opción en la barra de herramientas y seleccionar "Elige y Mueve", luego dirigirse a lo que se quiere desplazar, hacer clic sobre el objeto, mantener pulsado y deslizar.

MÓDULO 2: VECTORES EN EL PLANO CON GEOGEBRA

¿Qué es un vector en el plano?

El plano cartesiano permite asociar a cada punto P del plano, un par ordenado (a, b) de números reales, que son sus coordenadas rectangulares. Ahora bien, si se considera el segmento de recta que une el origen de coordenadas (el punto O) con el punto P y se supone que representa el desplazamiento de un objeto cualquiera desde O hasta P , puede también representarse gráficamente este desplazamiento en el plano cartesiano.

El segmento de recta OP tiene una **magnitud** (la medida del segmento OP), una **dirección** (la inclinación del segmento con respecto al eje de las abscisas) y tiene un **sentido** u orientación (desde O hacia P).

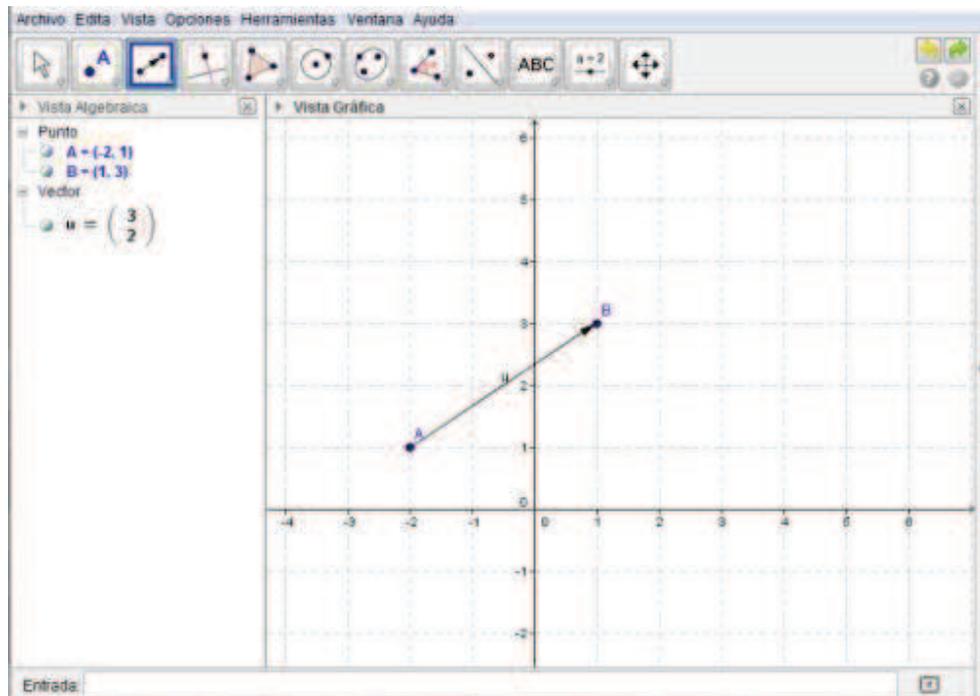
Estas tres cualidades: magnitud, dirección y sentido definen lo que es un **vector** en el plano.

¿Cómo representar vectores en el plano con GeoGebra?

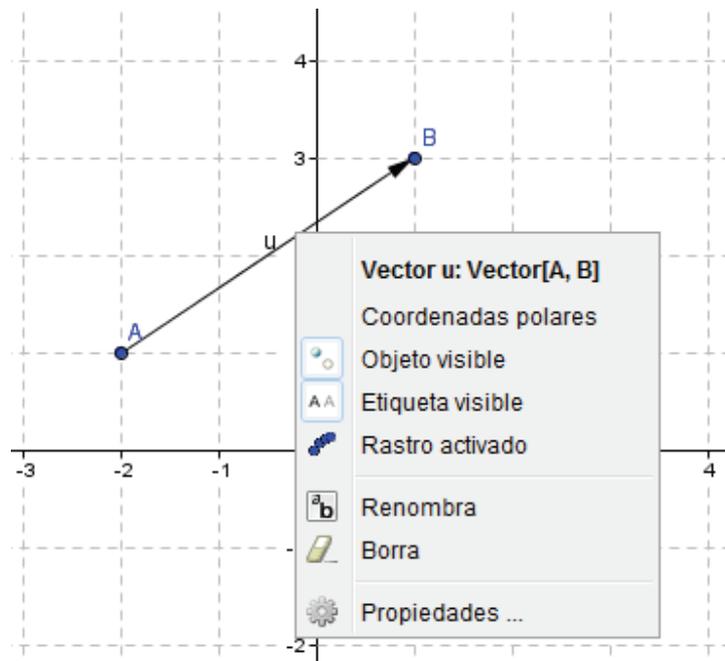
Desplegar la barra de herramientas, escoger la opción de rectas, desplegar y seleccionar "Vector".



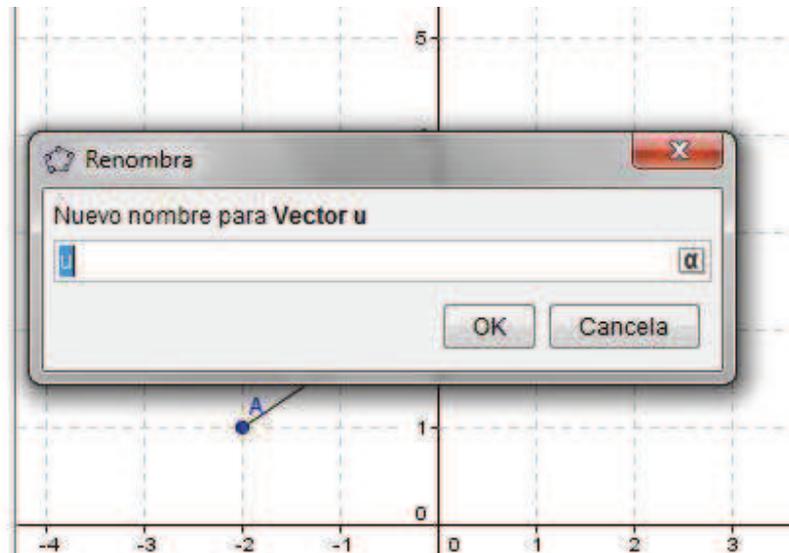
Para construir el vector debe marcar doble clic en la vista gráfica, el primero corresponderá al punto inicial y el segundo al punto final, una vez realizado ese proceso aparecerá el vector automáticamente.



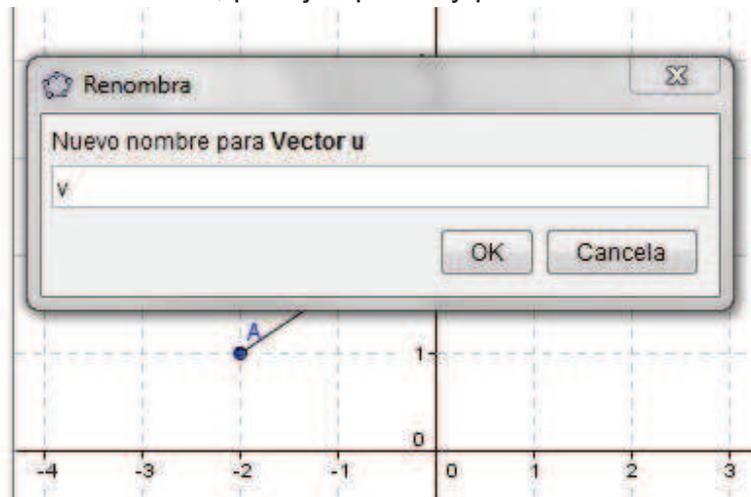
En la imagen anterior se aprecia un ejemplo de un vector libre que tiene como punto inicial A con coordenadas (-2,1) y punto final B con coordenadas (1,3). A dicho vector el programa lo ha nombrado automáticamente “u”, sin embargo es posible cambiar el nombre colocando el cursor sobre el vector y luego presionando el botón derecho del mouse.



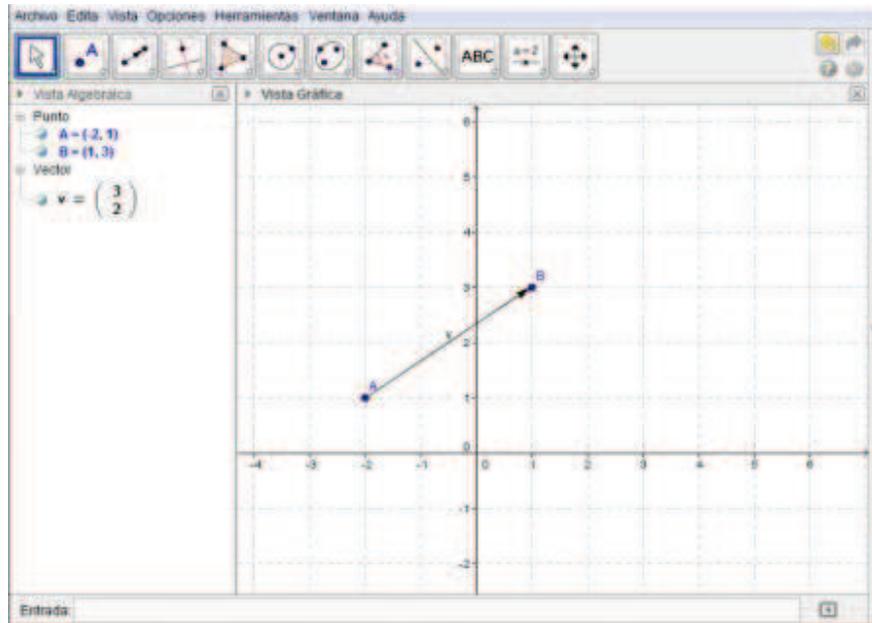
En la lista que aparece, hacer clic en “Renombra”.



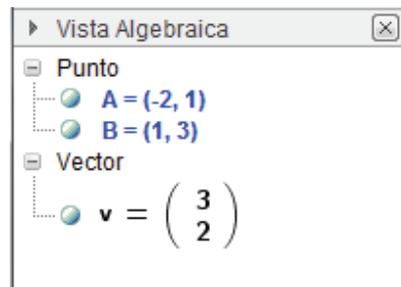
Colocar el nuevo nombre, por ejemplo “v” y presionar “OK”.



Al finalizar los pasos se obtiene la siguiente vista gráfica:



Ahora el vector “u” pasó a ser “v”, tanto en la vista gráfica como en la vista algebraica. Esta última se muestra a continuación:



Se encuentran indicados los dos puntos A y B, y el vector v con coordenadas (3,2), las cuales corresponden a las componentes del vector v. Si las coordenadas de A y B son (-2,1) y (1,3) respectivamente, las **coordenadas o componentes del vector AB** son las coordenadas del extremo menos las coordenadas del origen.

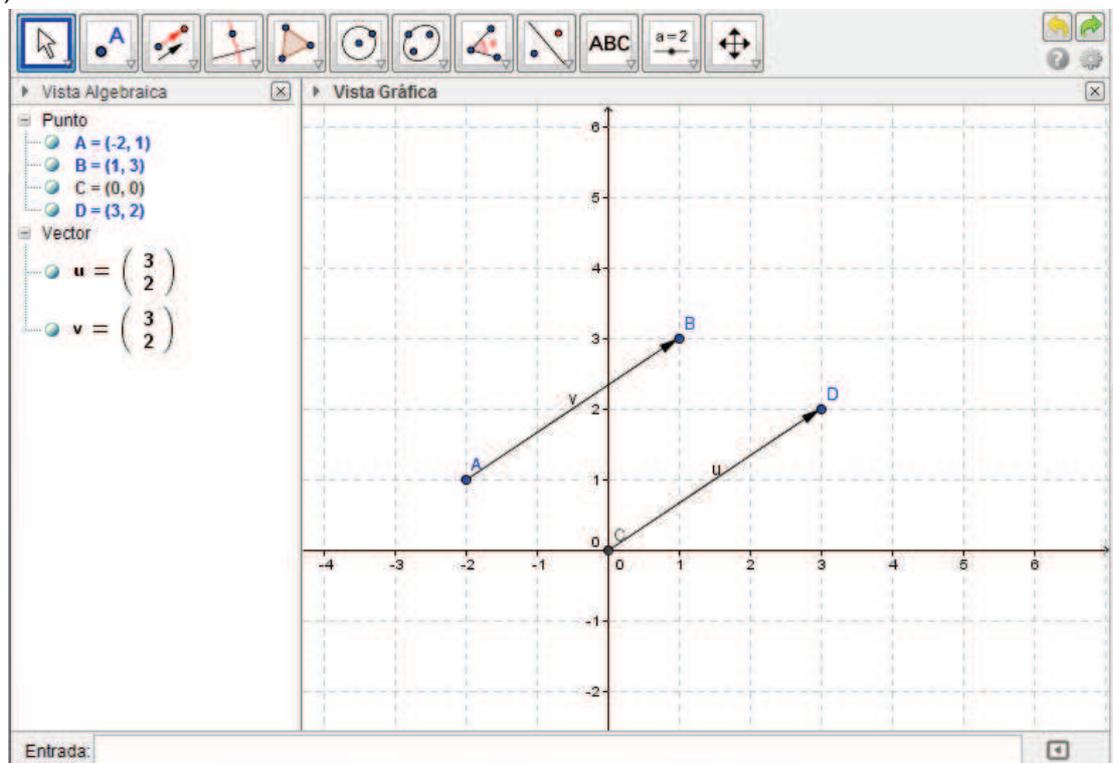
$$AB = (\text{punto final} - \text{punto inicial})$$

$$AB = (1 - (-2), 3 - 1)$$

$$AB = (3, 2)$$

$$v = (3, 2)$$

Estas coordenadas corresponden a las del **vector fijo**, el cual es un representante del **vector libre** v y tiene como punto inicial o de origen el $(0,0)$.



Tanto el vector v como el u son vectores **equipolentes**, es decir, tienen igual dirección, sentido y tamaño. La **dirección** es la inclinación del vector y el **sentido** es la manera como se recorre el vector desde el punto inicial al punto final.

Para hallar el módulo o tamaño del vector hay dos maneras:

1. Cuando el vector es libre: sean dos puntos A (x_1, y_1) y B (x_2, y_2) , el vector \overrightarrow{AB} va de A a B, y el módulo se halla calculando la distancia de A a B entonces:

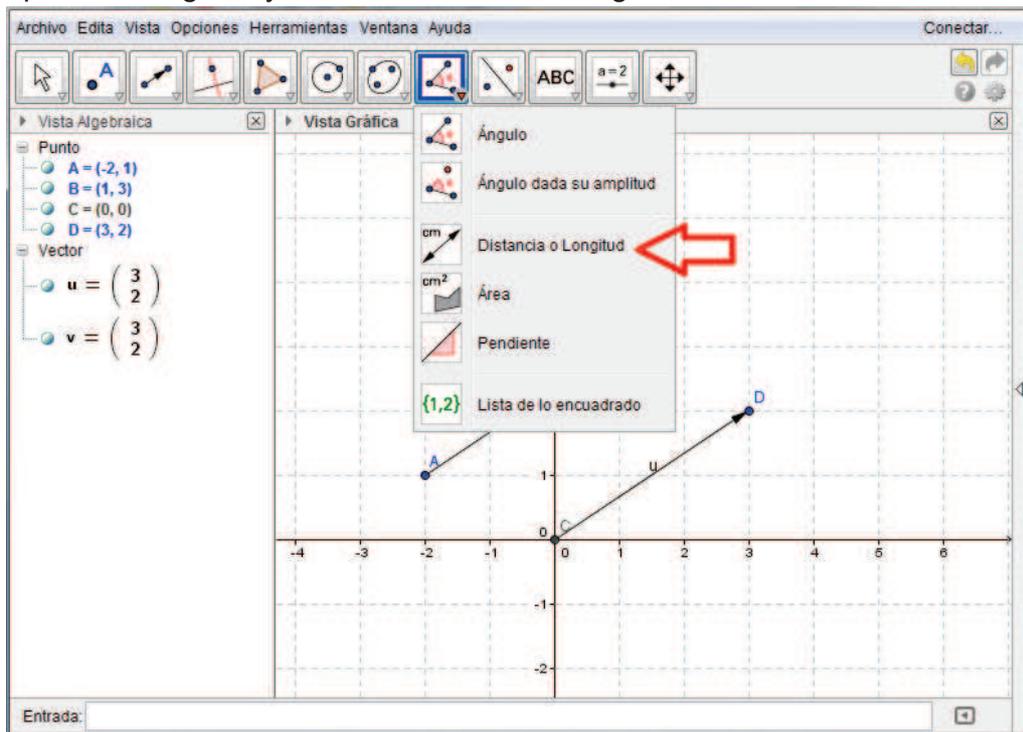
$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

2. Cuando el vector es fijo: un vector fijo solo tiene coordenadas de su componente, y el mismo va desde el $(0,0)$ a esas coordenadas, de manera que para hallar el módulo se calcula la distancia desde

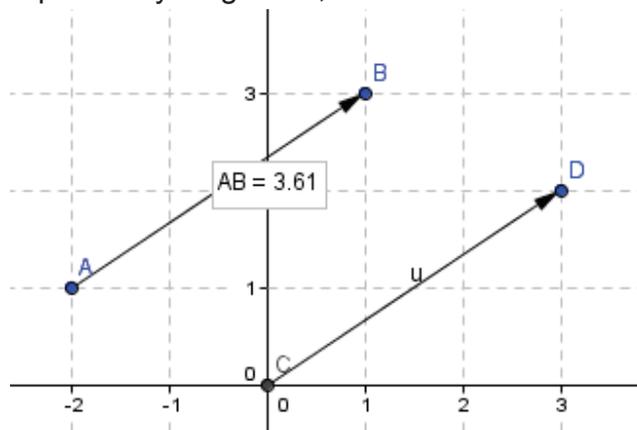
el origen a las coordenadas de su componente. Sea $\vec{v} = (v_1, v_2)$,
 el módulo de \vec{v} se calcula de la siguiente manera:

$$|\vec{v}| = \sqrt{(v_1)^2 + (v_2)^2}$$

Con GeoGebra el módulo se halla dirigiéndote a la barra de herramienta
 en la parte de ángulos y activas Distancia o Longitud:



Seleccionar del punto A y luego el B, el resultado sería $AB=3.61$.



Es decir, el módulo del vector \overrightarrow{AB} (la distancia de A a B) es $\sqrt{13} \cong 3.61$, ya que:

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (1 - 3)^2}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{9 + 4}$$

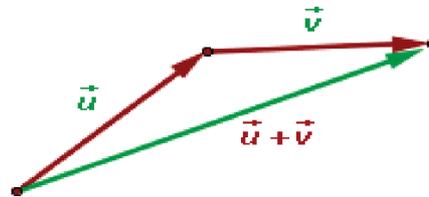
$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{13}$$

$$|\overrightarrow{AB}| \cong 3.61$$

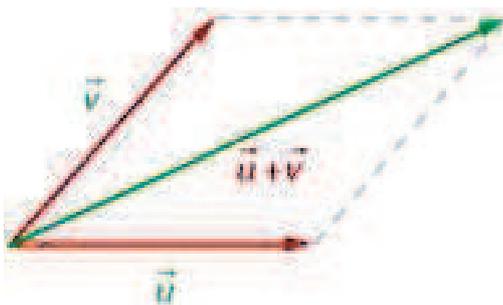
¿Cómo realizar operaciones con vectores en el plano?

Adición de Vectores:

Para sumar dos vectores libres y se escogen como representantes dos vectores tales que el extremo final de uno coincida con el extremo origen del otro vector.



Para sumar dos vectores gráficamente se conoce un método llamado la **regla del paralelogramo**.



Se toman como representantes dos vectores con el origen en común, se trazan rectas paralelas a los vectores obteniéndose un paralelogramo cuya diagonal coincide con la suma de los vectores.

Para sumar dos vectores analíticamente se suman sus respectivas componentes:

$$\vec{u} = (u_1, u_2) \qquad \vec{v} = (v_1, v_2)$$

$$\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$$

Por ejemplo:

$$\vec{u} = (5, 4) \qquad \vec{v} = (-3, 7)$$

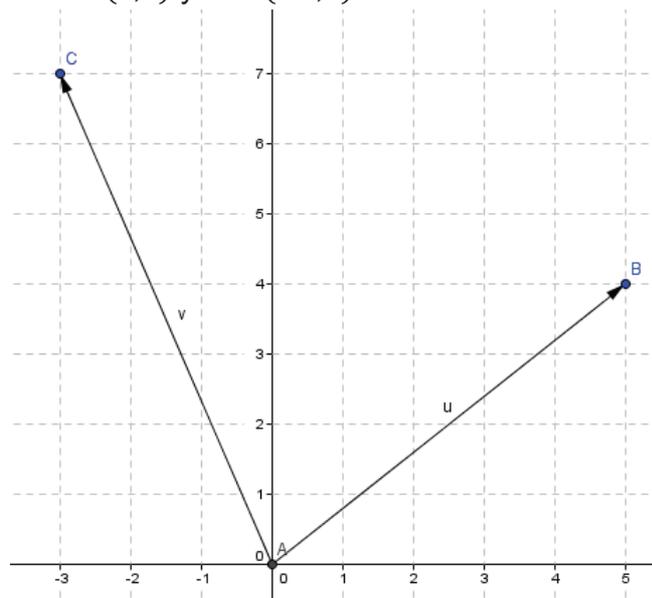
$$\vec{u} + \vec{v} = (5 + (-3), 4 + 7)$$

$$= (5 - 3, 4 + 7)$$

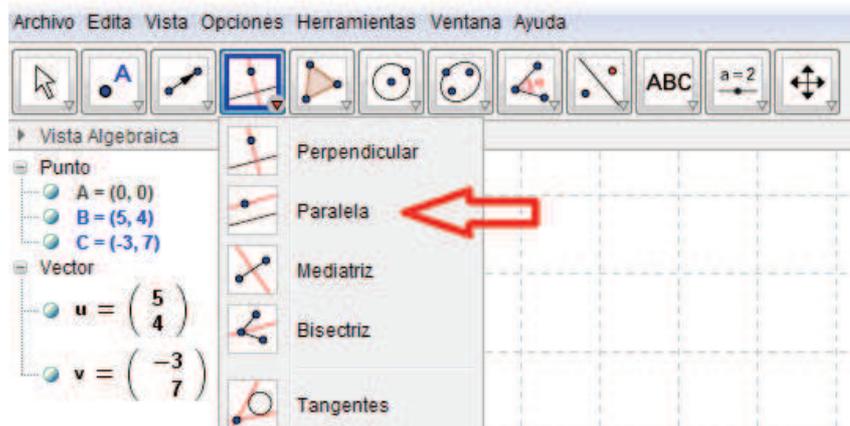
$$= (2, 11)$$

¿Cómo comprobarlo en GeoGebra?

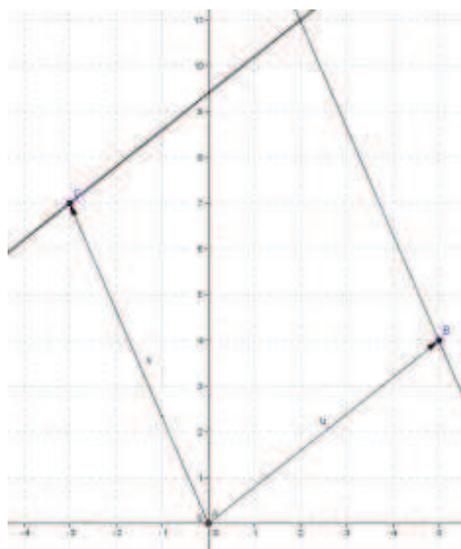
Se hará empleando la regla del paralelogramo en el cual primero se grafica los vectores $\vec{u} = (5,4)$ y $\vec{v} = (-3,7)$.



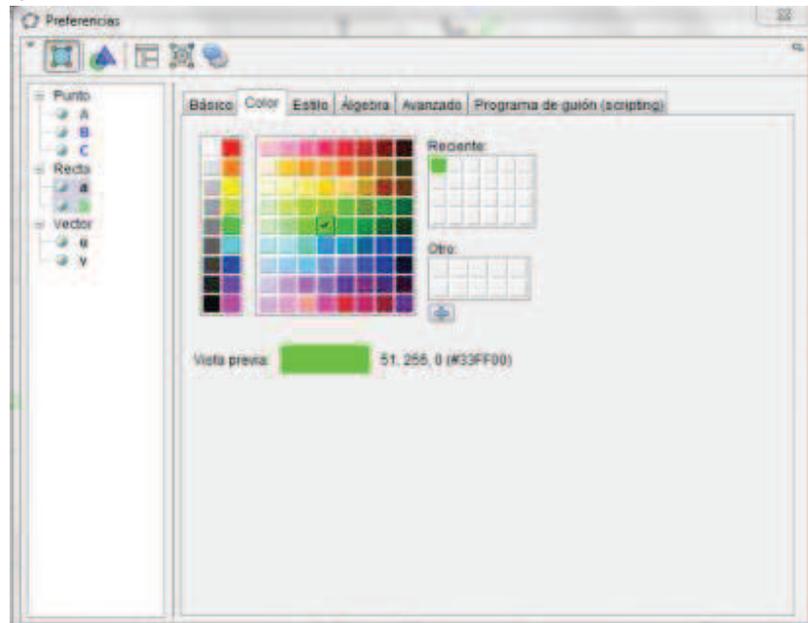
Luego se trazan rectas paralelas a los vectores obteniéndose un paralelogramo, estas rectas paralelas se construyen dirigiéndose a la barra de herramientas, desplegando la opción de rectas y seleccionando "Paralela".



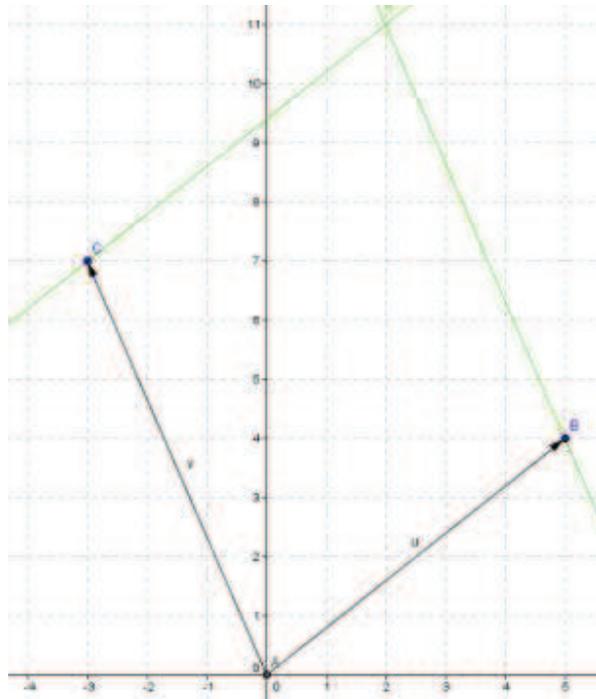
Las rectas paralelas se construyen seleccionando una recta o vector y luego un punto para fijar, en este caso se construirán dos rectas paralelas, la primera puede ser seleccionando el vector \vec{u} y luego el punto final del vector \vec{v} que en este caso es $(-3,7)$, la segunda recta paralela puede ser seleccionando el vector \vec{v} y luego el punto final del vector \vec{u} que en este caso es $(5,4)$. El orden de selección puede ser también al revés.



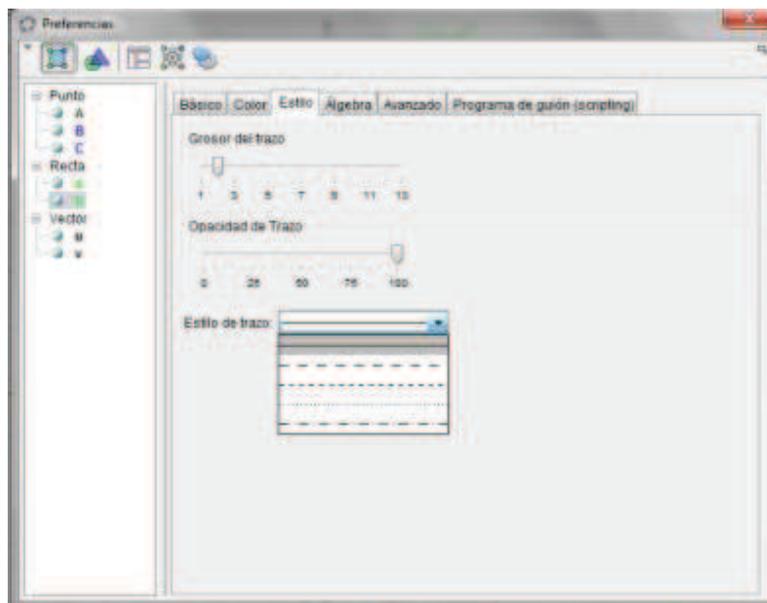
Si se quiere cambiar de color las rectas paralelas se tiene que hacer clic derecho encima de la recta y seleccionar propiedades, después desplegar la pestaña "color", elige el color y listo. El procedimiento hay que repetirlo para la otra recta paralela.



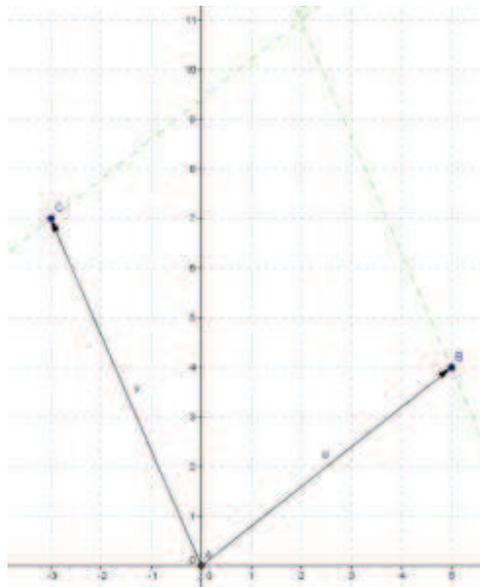
Quedarían de la siguiente manera:



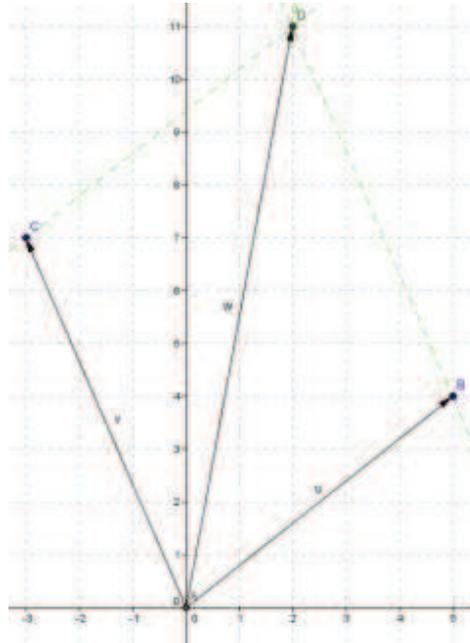
Si se quiere cambiar el estilo de las rectas paralelas a punteadas por ejemplo se tiene que hacer clic derecho encima de la recta y seleccionar propiedades, después desplegar la pestaña “estilo”, elige el estilo de trazo y listo. El procedimiento hay que repetirlo para la otra recta paralela.



El nuevo trazo quedaría de la siguiente manera:



Ahora se traza un vector nuevo desde el origen del sistema hasta la intersección de las rectas paralelas. Dicho vector es el resultado de sumar gráficamente los vectores $\vec{u} = (5,4)$ y $\vec{v} = (-3,7)$.



A nivel algebraico se obtiene lo siguiente:

▶ Vista Algebraica □ ×

- ▢ Punto
 - A = (0, 0)
 - B = (5, 4)
 - C = (-3, 7)
 - D = (2, 11)
- ▢ Recta
 - a: $-7x - 3y = -47$
 - b: $-4x + 5y = 47$
- ▢ Vector
 - $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$
 - $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix}$
 - $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 11 \end{pmatrix}$

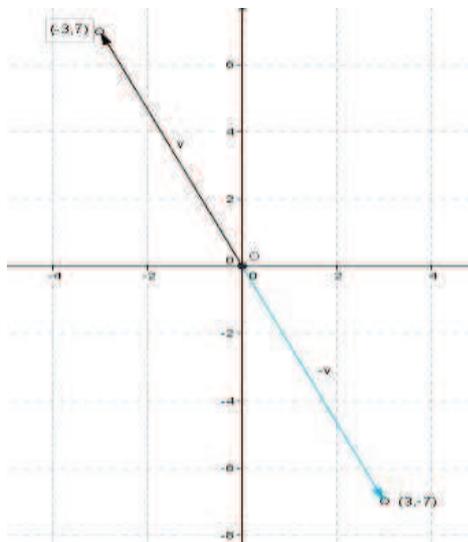
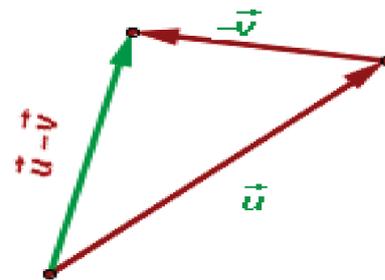
El punto A es el origen del sistema, el punto B son las componentes de \vec{u} , el punto C son las componentes de \vec{v} , el punto D son las coordenadas de

la intersección de las rectas paralelas, luego siguen las dos ecuaciones de las rectas paralelas en verde y por último los tres vectores, cada uno con sus componentes.

Entonces el resultado de la suma de los vectores $\vec{u} = (5,4)$ y $\vec{v} = (-3,7)$ generó el vector $\vec{w} = (2,11)$, coincidiendo con el resultado en la suma analítica.

Sustracción de Vectores:

Para restar dos vectores libres y se suma \vec{u} con el opuesto de \vec{v} . Las componentes del vector resta se obtienen restando las componentes de los vectores.



El Vector opuesto es aquel vector donde las componentes son las mismas que las del vector original pero con signos distintos.

Para restar dos vectores se suman las componentes del primer vector con la del opuesto del segundo vector:

$$\vec{u} = (u_1, u_2) \qquad -\vec{v} = (-v_1, -v_2)$$

$$\vec{u} + \vec{v} = (u_1 - v_1, u_2 - v_2)$$

Por ejemplo:

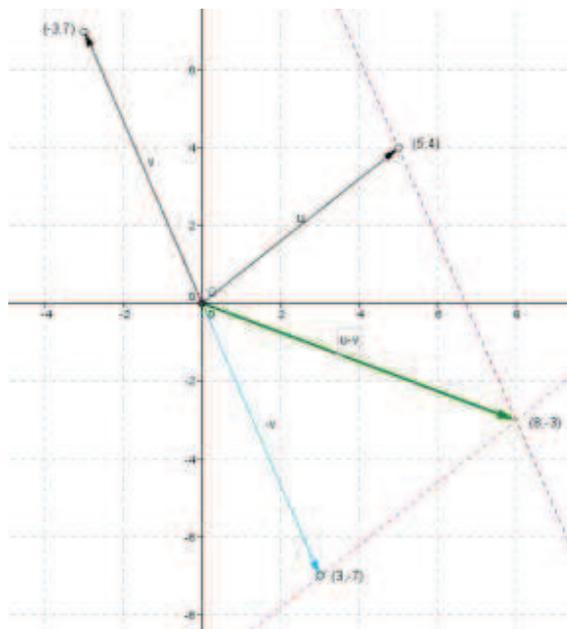
$$\vec{u} = (5, 4) \qquad -\vec{v} = (3, -7)$$

$$\vec{u} + \vec{v} = (5 - (-3), 4 - 7)$$

$$= (5 + 3, 4 - 7)$$

$$= (8, -3)$$

Gráficamente se realiza igual que en la suma pero usando el opuesto de $\vec{v} = (-3, 7)$ que en este caso sería $-\vec{v} = (3, -7)$



Producto de un vector por un escalar:

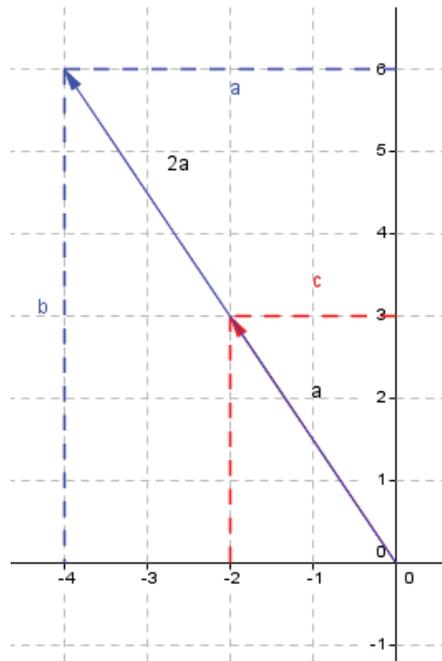
Se llaman escalares a los números reales, cuando se está trabajando con vectores en el plano cartesiano. Todo vector (a,b) se puede multiplicar por un escalar, es decir por un número real, de la siguiente manera:

$$h(a, b) = (ha, hb)$$

Por ejemplo: Si $\vec{a} = (-2,3)$ y $h=2$, entonces:

$$h\vec{a} = 2 * (-2,3) = (-4,6)$$

Gráficamente se aprecia de la siguiente manera:



En la figura se observa que el vector $2\vec{a}$ es un vector con igual dirección y sentido que \vec{a} , pero con el doble de la magnitud que \vec{a} .

Producto escalar de 2 vectores:

El producto escalar de dos vectores es un número real que resulta al **multiplicar el producto de sus módulos por el coseno del ángulo que forman.**

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \alpha$$

La expresión analítica del producto escalar es:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2$$

Ejemplo sea $\vec{u} = (5,4)$ y $\vec{v} = (-3,7)$, el producto escalar de ambos vectores sería:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (5,4) \cdot (-3,7) = (5 \cdot (-3) + 4 \cdot 7) = -15 + 28 = 13$$

¿Qué podemos saber con este valor?

Juntando la definición inicial de producto escalar con el resultado del ejemplo se puede obtener el ángulo de separación entre ambos vectores, para ello hay que despejar α de la definición:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \alpha$$

$$\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|} = \cos \alpha$$

$$\arccos\left(\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}\right) = \alpha$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}\right)$$

Entonces para hallar el ángulo de separación se necesita $\vec{u} * \vec{v}$, $|\vec{u}|$ y $|\vec{v}|$, falta los dos últimos.

$$|\vec{u}| = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(-3)^2 + 7^2} = \sqrt{9 + 49} = \sqrt{58}$$

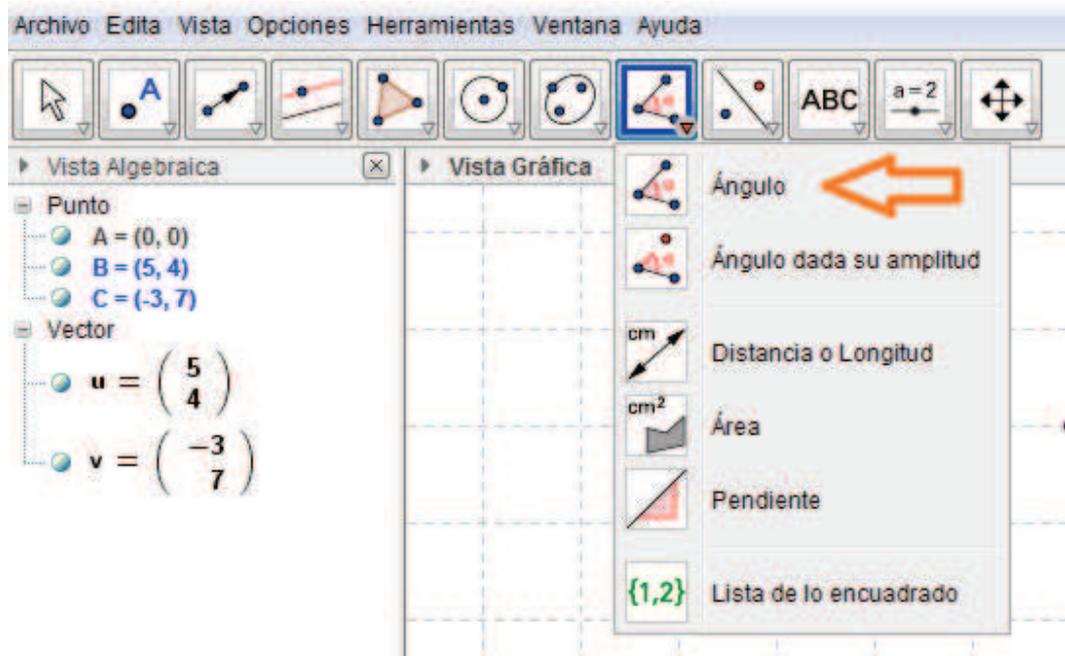
Ahora sustituyendo los valores respectivos en la fórmula despejada se obtiene:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{13}{\sqrt{41}\sqrt{58}}\right)$$

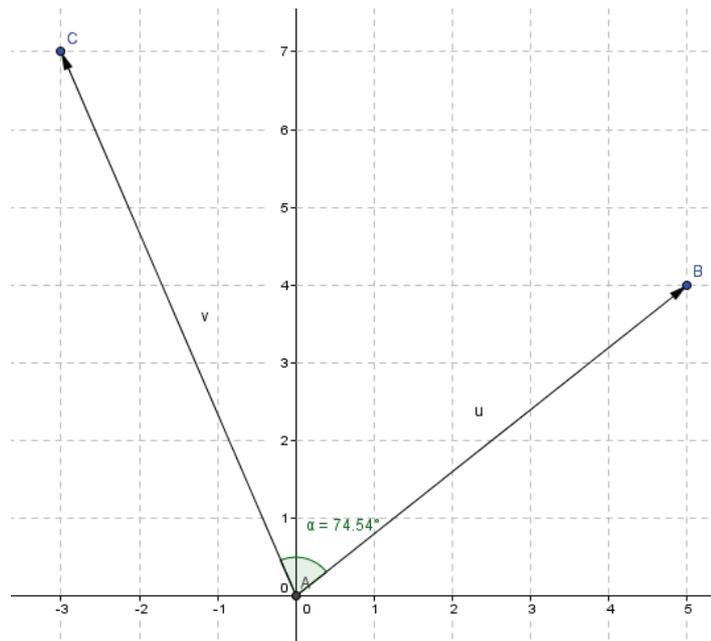
$$\alpha = \arccos(0.26658 \dots)$$

$$\alpha \cong 74.53878^\circ$$

Para verificar con Geogebra hay que tener graficado ambos vectores \vec{u} y \vec{v} , luego buscar en la barra de herramientas “Ángulos” y seleccionar.



La herramienta “Ángulos” se aplica seleccionando o haciendo clic inicialmente al vector que se encuentre primero en sentido anti horario o contrario a las agujas del reloj, y luego se selecciona el siguiente vector. Para este caso se selecciona el vector \vec{u} y luego el vector \vec{v} .



En la figura se obtuvo que el ángulo de separación entre los vectores \vec{u} y \vec{v} es de 74.54° .

MÓDULO 3: ACTIVIDADES PARA SER APLICADAS EN EL AULA DE CLASES.

Antes de comenzar a trabajar el tema de vectores en el plano con los estudiantes es conveniente repasar algunas de las aplicaciones que contiene el software educativo interactivo Geogebra en los siguientes temas:

- Plano cartesiano.
- Construcción de rectas.
- Características y propiedades de rectas.
- Construcción de figuras geométricas planas.
- Características y propiedades de figuras geométricas planas.
- Distancia entre puntos.
- Ángulos.

A continuación se presentan dos fichas de actividades como propuesta para ser desarrolladas en el aula de clases y que tienen como finalidad desarrollar el tema de vectores en el plano y sus operaciones:

Ficha de actividades N° 1: Introducción de Vectores en el plano

Curso: 4to año

Competencia a desarrollar: Comprende el concepto de vector y la diferencia entre dirección y sentido, así como las diferentes características de un vector en el plano

Contenidos		Indicadores
Conceptuales	<ul style="list-style-type: none">• Vector fijo en el plano• Dirección y sentido de un vector• Vectores equipolentes• Vectores libres• Componentes de un vector• Magnitud o módulo de un vector	<ul style="list-style-type: none">• Reconoce las características de un vector en el plano• Emplea vectores en el plano en situaciones reales

procedimentales	<ul style="list-style-type: none"> • Representación de vectores fijos • Representación de vectores libres • Halla componentes de un vector • Calcula magnitud o módulo de un vector 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica vectores en el plano • Representa vectores fijos y vectores libres • Halla las componentes de un vector en el plano • Calcula la magnitud o el módulo de un vector
-----------------	---	--

Desarrollo de la Clase:

6. Presentación de la situación problemática (tarea): aquí se les plantea una situación problemática, Previamente organizados en pequeños grupos de tres a cuatro integrantes, se presenta en el pizarrón y/o en la lámina digital el siguiente problema:

Supongamos que viajas en un vehículo por la autopista Francisco Fajardo, estando por Plaza Venezuela deseas ir hacia Petare. ¿Qué dirección tomamos? ¿Qué sentido tenemos? ¿Cómo se representaría el movimiento que vas a realizar?

7. Desarrollo de la Actividad: se solicita a cada grupo que discutan entre ellos cómo creen que se podría resolver el problema planteado y, pasados unos minutos se les solicita que un representante de cada grupo indique las posibles maneras de resolverlo. Escuchadas las ideas se les pide a los equipos que resuelvan el problema dándoles un tiempo aproximado de 20 a 30 minutos.
8. Formulación de ideas: un relator de uno de los grupos plantea como resolvieron el problema. Se les pide al resto de los grupos que expresen si están de acuerdo o no con lo presentado. Es importante que en las intervenciones se argumente cada posición. Si otros grupos tienen propuestas diferentes deben también exponerse.

9. Institucionalización: resuelto el problema planteado, se hace énfasis empleando el software interactivo educativo Geogebra y láminas digitales en los siguientes aspectos:

- Vector fijo en el plano
- Dirección y sentido de un vector
- Vectores libres
- Vectores equipolentes
- Componentes de un vector
- Magnitud o Módulo de un vector

10. Actividades de evaluación: se plantea a los estudiantes en la siguiente clase estos ejercicios:

Dados los puntos: A (4,5), B (-3,3), C (2,-7), D (4,-2) y E (3,-4) ;

- Grafique los siguientes vectores:

$$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{CA}$$

- Halla los componentes o coordenadas de los vectores anteriores y graficarlos
- Calcular el módulo o tamaño de los vectores anteriores.

Ficha de actividades N° 2: Operaciones con vectores en el plano

Curso: 4to Año

Competencia a desarrollar: opera con vectores en el plano

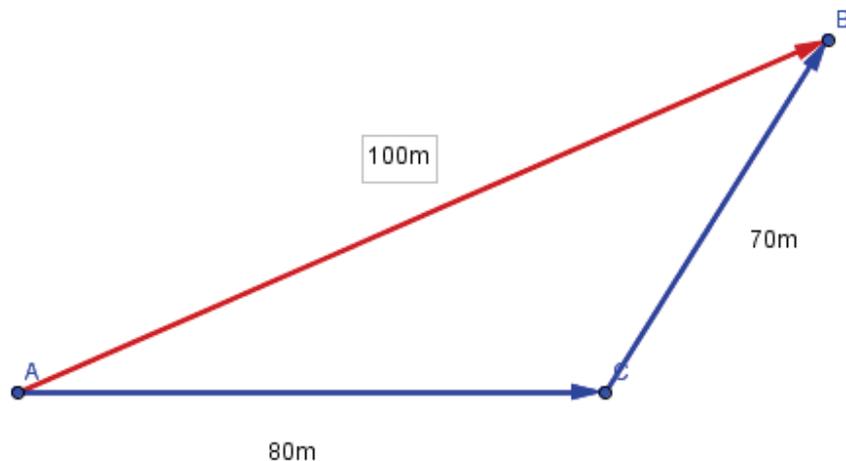
Contenidos		Indicadores
Conceptuales	<ul style="list-style-type: none">• Adición o suma de vectores• Resta de vectores• Producto de un vector por un escalar• Producto escalar de 2 vectores en el plano	<ul style="list-style-type: none">• Identifica los factores para realizar las distintas operaciones con vectores en el plano• Reconoce los diferentes pasos para realizar las distintas operaciones con vectores en el plano
Procedimentales	<ul style="list-style-type: none">• Cálculo de suma y resta de vectores en el plano• Resolución gráfica de suma y resta de vectores en el plano (regla del paralelogramo)• Cálculo del producto de un vector por un escalar• Cálculo del producto escalar de vectores	<ul style="list-style-type: none">• Establece el cálculo de suma y resta de vectores en el plano• Resuelve la suma y resta de vectores en el plano gráficamente• Calcula el producto de un vector por un escalar• Calcula el producto escalar de dos vectores en el plano

Desarrollo de la clase

1. Presentación de la situación problemática (tarea): Previamente organizados en pequeños grupos de tres a cuatro integrantes, se les presenta en el pizarrón y/o en la lámina digital el siguiente problema:

Se encuentran Juan y Andrés en la entrada de un estacionamiento, cada uno en su vehículo y compiten por llegar a un puesto que se encuentran a 100 metros de la entrada, si Juan va a 20Km/h yendo directamente y Andrés a 30Km/h tomando 2 calles a 80m y 70m respectivamente, ¿Quién llega primero?

Utiliza como referencia la siguiente imagen:



2. Desarrollo de la Actividad: se solicita a cada grupo que discutan entre ellos cómo cree que se podría resolver el problema planteado y, pasados unos minutos se les solicita que un representante de cada grupo indique las posibles maneras de resolverlo. Escuchadas las ideas se les pide a los equipos que resuelvan el problema dándoles un tiempo aproximado de 20 a 30 minutos.
3. Formulación de ideas: un relator de uno de los grupos plantea como resolvieron el problema. Se pide al resto de los grupos que se expresen si están de acuerdo o no con lo presentado. Es importante que en las intervenciones se argumente cada posición. Si otros grupos tienen propuestas diferentes también deben exponerse.

4. Institucionalización: resuelto el problema planteado se hace énfasis empleando el software interactivo educativo Geogebra y láminas digitales en los siguientes aspectos:

- Adición o suma de vectores
- Regla del paralelogramo
- Vectores opuesto
- Resta de vectores
- Producto de un vectores por escalar
- Producto escalar de dos vectores en el plano

5. Actividad de evaluación: se plantea a los estudiantes en la siguiente clase estos ejercicios:

Sean los siguientes Vectores:

$$\vec{U} = (5,3); \vec{V} = (2,7); \vec{W} = (-3,5)$$

Realizar las siguientes operaciones analítica y gráficamente:

- $\vec{U} + \vec{V}$
- $\vec{W} + \vec{V}$
- $\vec{V} - \vec{W}$
- $\vec{U} - \vec{V}$

Realizar los siguientes productos:

- $3\vec{V} - 2\vec{U}$
- $-4\vec{W} + 5\vec{V}$
- $\vec{V} * \vec{W}$
- $\vec{U} * \vec{V}$
- e) Grado de separación entre los vectores

Referencias Bibliográficas y Sitios web de interés:

Paredes, B., Salcedo A. (2006). Matemática 4to. Caracas, Santillana.

Sarmiento, Mariela (2007). Vectores en R2. Consultado en <http://pierocondor26.blogspot.com/p/vectores-en-r2.html>

Bartolí, Jaume. (2011). Actividades sobre vectores en el plano (Manual de Aplicación) [Documento en línea]. Xarxa Telemàtica Educativa de Catalunya. Disponible en <http://www.xtec.cat/~jbartrol/vectores/manual/vectores.html>

RENA. Vectores en el plano. En *Red Escolar Nacional*. (s.f). [Pagina web en línea]. Disponible: <http://www.rena.edu.ve/cuartaEtapa/matematica/tema3/tema3.html>

GEOGEBRA. (2014). [Pagina web en línea]. Disponible en: <http://www.geogebra.org/>

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

Tomando en cuenta el primer objetivo específico de esta investigación el cual está dirigido a caracterizar la propuesta curricular oficial para la enseñanza de vectores en el plano en la Educación Media venezolana, puede decirse que no ha habido una actualización, y se sigue proponiendo la misma forma de enseñar desde principio de los años 90 por parte de ministerio de educación, y esto afecta directamente la calidad educativa ya que nos encontramos ante un atraso tecnológico, muchas investigaciones del uso de TIC muestran el avance que trae la inclusión de la misma en la educación matemática.

El siguiente objetivo específico que consistió en analizar los aspectos o potencialidades didácticas y tecnológicas del software GeoGebra, se puede decir que es un software versátil, fácil de instalar y utilizar, muy intuitivo, muy bien elaborado con gran variedad de herramientas, accesible a cualquier persona que tenga una computadora y conexión a internet, sin embargo, también podemos decir que actualmente existe una gran variedad de software educativos que son muy competitivos actualmente en el área de geometría.

Sobre el tercer y último objetivo específico que fue diseñar y validar una guía educativas basadas en las situaciones didácticas de Brousseau adaptadas para la enseñanza de vectores en el plano empleando el software educativo interactivo GeoGebra se puede mencionar que la guía instruccional está muy completa, sin embargo el docente que quiera usarla no se debe limitar solo a lo que se propone en la guía, puede agregar otros ejemplos o formas de ofrecer los contenidos; con respecto a la validación los

profesores evaluadores, indicaron que están mayormente “de acuerdo” con lo presentado, sin embargo, hay aspectos que ajustar si se quiere usar en otras escuelas, ya que no todas las escuelas están bajo el mismo contexto, por ejemplo, si se aplica la actividad de la autopista Francisco Fajardo en una escuela en Valencia estaremos hablando de una ubicación que a lo mejor muchos estudiantes no conozcan, mejor es adaptarlo a otra vía o ajustar un nuevo ejemplo donde se pueda aprovechar mejor los conceptos.

Recomendaciones

A continuación se presentan un conjunto de recomendaciones a tomar en cuenta para el área de investigación:

- Se deben impartir talleres teórico-prácticos en las escuelas por personal capacitado tomando en cuenta la importancia de la formación del docente en el área de las matemáticas y las Tic.
- Hay que incorporar propuestas didácticas, como por ejemplo, la Enseñanza de Vectores en el Plano Basada con el Uso de software educativos en Estudiantes de 4º Año de la Educación Media en la actualización del currículo matemático.
- Se deben seguir desarrollando diseños o materiales computacionales que aporten una alternativa de innovación en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Considerando que hoy en día la mayoría de las aplicaciones estudiantiles giran alrededor de las TIC.
- Se deben seguir originando y promocionando materiales instruccionales, que sean producto de un proceso continuo de

investigación en función de cubrir las necesidades y expectativas a las cuales el sistema educativo Venezolano está sujeto.

- Por último, hacer énfasis en la creación de herramientas para los docentes que sirvan de apoyo, y de esta manera guiarlos e incentivarlos a que incursionen en el área de las aplicaciones tecnológicas, para que de esta manera se puedan aprovechar efectivamente las potencialidades didácticas de estos materiales.

REFERENCIAS

- Arias, F. (2012). *El proyecto de Investigación*. 6ta edición. Caracas, Venezuela: Editorial Episteme.
- Ávila, H. (2006). *Introducción a la metodología de la investigación*. Recuperada el 3 de mayo del 2012, del sitio web de Enciclopedia y Biblioteca Virtual de las Ciencias Sociales, Económicas y Jurídicas (EUMEDNET) de la Universidad de Málaga: <http://www.eudmed.net/libros/2006c/203/index.htm>
- Balestrini A., Mirian (2006). *Como se elabora el proyecto de investigación*. (7ma Edición). Caracas, Venezuela: Consultores Asociados.
- Ballén M., Pulido R., Zúñiga F. (2007). *Abordaje hermenéutico de la investigación cualitativa*. Bogotá, Colombia: Editorial UNIVERSIDAD COOPERATIVA DE COLOMBIA.
- Bartrolí, Jaume. (2011). *Actividades sobre vectores en el plano (Manual de Aplicación)* [Documento en línea]. Xarxa Telemàtica Educativa de Catalunya. Disponible en <http://www.xtec.cat/~jbartrol/vectores/manual/vectores.html>
- Bizquera, R. (2009). *Métodos de Investigación Educativa*. (2da Edición) Madrid, España: Editorial LA MURALLA, S.A.
- Brousseau G. (1998): *Théorie des Situations Didactiques, Grenoble, La Pensée Sauvage*. Recuperado el 3 de octubre del 2012, del sitio web del

departamento de matemáticas e informática de la universidad de Palermo: http://math.unipa.it/~grim/brousseau_montreal_03.pdf

- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las tic en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(2) .[Revista en línea]. Consultado el 8 de octubre de 2014 en: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362008000200002&script=sci_arttext&tIng=en
- Dorrego E. y García A. (1991). *Dos modelos para la producción y evaluación de materiales instruccionales*. Facultad de Humanidades y Educación. Universidad Central de Venezuela. Caracas: Fondo Editorial.
- Galán M. (2009). *Metodología de la investigación*. Recuperado 13 de septiembre del 2012, del sitio web del Blog de Manuel Galán: <http://manuelgalan.blogspot.com/2009/03/recoleccion-de-datos-en-la.html>
- García, Érika. (2008). *Diseño, producción y evaluación de un material instruccional didáctico (MDC) para la enseñanza de las ecuaciones trigonométricas en el cuarto año del ciclo diversificado en la asignatura de matemática*. Trabajo especial de grado publicado, Universidad Central de Venezuela, Caracas.
- Gamboa Araya, Ronny. (2007). *Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas*. Recuperada el 18 de Agosto del 2012, del sitio web del Centro de Investigaciones de Matemática y Meta-matemática de la Universidad de Costa Rica Vicerrectorado de investigación:

http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno3/cuaderno3_c1.pdf

- GEOGEBRA. (2014). [Pagina web en línea]. Disponible en: <http://www.geogebra.org/>
- González, M. (2013, 1 de enero). GEOGEBRA [sites.google.com] de: <https://sites.google.com/site/geogebra1112/>
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista P. (2006). *Metodología de la investigación*. (4ta Edición) México D.F., México: Mc graw Hill.
- Hernández, Víctor. (2007). *Diseño y validación de un modelo de evaluación de software educativo para la enseñanza de la matemática*. Trabajo especial de grado publicado, Universidad Central de Venezuela, Caracas.
- Hurtado, Jacqueline. (2010). *El Proyecto de investigación* (6ta edición). Caracas, Venezuela: Ediciones Quirón-Sypal.
- Iranzo, N; y Fortuny, J.M. (2009). *La influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado*. Recuperado del sitio web del Deposito Digital de la Universidad Autónoma de Barcelona: <http://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v27n3p433.pdf>
- Lombardo, Graciela. Caronía, Silvia. Operuk, Roxana. y Abildgaard, Edith. (2012). *La enseñanza de las matemáticas con Geogebra*. Recuperado el 10 de septiembre del 2012, del sitio web del Instituto Sao Paulo de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología del la Universidad

Pontificia Católica de Sao Paulo.:

revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/download/8394/6589

- Maquès, P. (1998). *Software Educativo*. Recuperado el 3 de mayo de 2012 del sitio web de la Xarxa telemática Educativa de Catalunya: <http://www.xtec.es/~pmarques/edusoft.htm#inci>
- Ministerio de Educación (1990). Programas de articulación de la tercera etapa y de la Educación Media Diversificada y profesional. Asignatura: Matemática. Caracas.
- Paredes, B., Salcedo A. (2006). Matemática 4to. Caracas, Santillana.
- Peraza, Mileidys. (2012). *Propuesta de actividades para la enseñanza de la geometría mediante el recurso multimedia*. Trabajo especial de grado publicado, Universidad Central de Venezuela, Caracas.
- Piaget, J.; Beth, E.W.; Dieudonné, J.; Thom, R. y Otros. (1986). *La enseñanza de las Matemáticas Modernas*. Madrid: Alianza Editorial.
- RENA. Vectores en el plano. En *Red Escolar Nacional*. (s.f). [Pagina web en línea]. Disponible: <http://www.rena.edu.ve/cuartaEtapa/matematica/tema3/tema3.html>
- Sabino, C. (2007). *El proceso de investigación*. Caracas. Panapo.
- Santandreu Pascual, M. Mercè. (2005). *Recursos TIC en la enseñanza y aprendizaje del área de matemáticas*. Recuperado el 12 de septiembre del 2012, del sitio web de apoyo académico del Instituto de Ciencia y Tecnología del D.F.:

http://machtiani.icyt.df.gob.mx/pluginfile.php/1802/mod_forum/attachment/15738/santandreu.pdf

- Sarmiento, Mariela (2007). Vectores en R2. Consultado en <http://pierocondor26.blogspot.com/p/vectores-en-r2.html>
- Tamayo Y Tamayo, M. (2005). *Metodología formal de la Investigación Científica*. (2da Edición) México D.F., México: Editorial Limusa.
- Úbeda, Laura M. (2009) *Uso del Geogebra en el Aprendizaje de las Transformaciones*. Recuperado del sitio web de la Asociación Catalana de Geogebra: <http://acgeogebra.cat/2jornades/comunicacions/laura/laura.pdf>
- UPEL (2011). Manual de Trabajos de Grado de Especialización y Maestría y Tesis Doctorales. (4ta edición) Caracas, Venezuela: Autor.

ANEXO A

Encuesta aplicada a los Estudiantes

A continuación se presenta la encuesta presentada a Estudiantes de 4º Año de la Educación Media.

**Encuesta sobre el uso de las TIC en la enseñanza de Matemática en
Estudiantes de 4to año de Educación Media**

1. Edad: _____

2. Sexo: _____

3. Año y sección: _____

A continuación conteste con una equis o encerrando la opción de preferencia con un círculo:

4. ¿Has tenido una clase de matemática anteriormente donde se usara algún material tecnológico?

- a. SI
- b. NO

5. ¿Conoces algún programa interactivo para estudiar matemática?

- a. Si. ¿Cuál? _____
- b. No

6. ¿Utilizas la computadora o algún otro dispositivo para estudiar matemáticas?

- a. Si
- b. No

7. ¿Recuerdas que es un vector en el plano?

- a. Si
- b. No
- c. Más o menos.

ANEXO B

Prueba aplicada a los Estudiantes

A continuación se presenta la prueba presentada a Estudiantes de 4º Año de la Educación Media.

República Bolivariana de Venezuela
Ministerio del Poder Popular para la Educación
Colegio Fe y Alegría Monterrey
Baruta. Edo. Miranda

PRUEBA CORTA

NOMBRE Y APELLIDO: _____

C.I.: _____ AÑO Y SECCIÓN: _____

Indicaciones: recuerde utilizar lápiz o portaminas, sacapuntas, borrador, calculadora y regla; debe leer detenidamente cada ítem de la prueba antes de comenzar a responder, cualquier duda que surta consulte a su profesor; no se permite el uso de teléfonos, reproductores Mp3, etc.

1º Parte: Selección Simple. Coloque la letra X sobre la respuesta correcta y justifique la misma (1 pto c/u)

- Dados los vectores $\vec{v} = (-2, 3)$ y $\vec{u} = (4, 5)$; el resultado correspondiente al vector suma $\vec{v} + \vec{u}$ es igual a
 - () (6 , 8)
 - () (-8 , 15)
 - () (2 , 8)
 - () (-2 , 8)
- Un vector fijo $\vec{w} = (-3, 4)$ posee las siguientes características:
 - () $|\vec{w}| = 7$, dirección inclinada y sentido sureste
 - () $|\vec{w}| = 5$, dirección inclinada y sentido noreste
 - () $|\vec{w}| = 25$, dirección inclinada y sentido noroeste
 - () $|\vec{w}| = 5$, dirección inclinada y sentido noroeste
- El vector opuesto de $\vec{w} = (-3, 4)$ es:
 - () $-\vec{w} = (-3, -4)$
 - () $-\vec{w} = (3, -4)$
 - () $-\vec{w} = (-4, 3)$
 - () $-\vec{w} = (3, 4)$

- El módulo de un vector es:
 - () la recta que lo contiene
 - () un segmento de recta orientado
 - () la longitud medida desde el origen hasta el extremo
 - () el recorrido que hay desde el origen al extremo

2º Parte: Desarrollo. Dado el siguiente mapa político de Venezuela insertado en un plano cartesiano:



Si una persona ubicada en el Estado Bolívar se desplaza con un vector $\vec{v} = (3,1)$, $\vec{w} = (-5, 3)$, $\vec{z} = (1, 7/2)$ y $\vec{u} = (-4, -3)$.

Determine:

- ¿En qué lugar del mapa se ubicará en los cuatro casos? (2 pts)
- Si se desplaza utilizando el vector $-\vec{v}$ ¿en cuál estado se ubicaría? (2 pts)
- La magnitud del vector desplazamiento \vec{u} . (2 pts)
- El vector suma $\vec{w} + \vec{v}$. (utilice el método analítico y la regla del paralelogramo y compare los resultados) ¿donde se ubicaría? (4 pts)
- El producto escalar $\vec{z} \cdot \vec{w}$ (3pts)
- En qué lugar se ubicará si duplicamos el vector \vec{v} ? (2pts)

ANEXO C

Instrumento para Validar la Propuesta Didáctica.

A continuación se presenta el instrumento empleado para validar la propuesta didáctica referente a la Enseñanza de Vectores en el Plano Basada en el Uso de Geogebra en Estudiantes de 4º Año de la Educación Media.



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
ESCUELA DE EDUCACIÓN
COMPONENTE DOCENTE

**Instrumento para Validar las Etapas de Diseño y Realización de la
Propuesta Didáctica**

A continuación se presenta el instrumento que permitirá validar la propuesta didáctica referente a la enseñanza del tema vectores en el plano en estudiantes de 4to año de la Educación Media empleando el software educativo Geogebra como soporte didáctico.

- Nombres y Apellidos:
- Cedula de identidad:
- Fecha:
- Nivel Académico:
- Cargo:
- Teléfono:
- Email:
- Firma:

Instrucciones:

Este instrumento ha sido diseñado para evaluar las etapas de diseño y realización de la propuesta didáctica. A continuación usted encontrará una serie de enunciados referidos a las consideraciones pedagógicas, de organización, de contenido, de actividades, de recursos, de evaluaciones, de aspectos técnico-gráficos y de apreciación académica en los módulos instruccionales. Por favor responda a cada enunciado utilizando la escala

que se presenta la cual consta de cinco (5) alternativas de respuestas basadas en un continuo de acuerdo o desacuerdo, según el enunciado en que se trate, así: 1= totalmente en desacuerdo, 2= desacuerdo, 3= indeciso, 4= de acuerdo, 5= totalmente de acuerdo. Coloque una “x” al número de la escala que mejor responda a su apreciación sobre cada uno de los enunciados considerados.

ASPECTO		Totamente en desacuerdo	desacuerdo	indeciso	acuerdo	Totamente de acuerdo
		1	2	3	4	5
Consideraciones Pedagógicas						
g. Adecuación de los objetivos						
1	Los módulos facilitan en forma efectiva el logro de los objetivos de aprendizajes previstos en la propuesta.					
2	Los objetivos que se especifican en la propuesta sirven de guía para desarrollar el proceso de aprendizaje.					
h. Organización						
3	Los módulos evidencian una secuencia didáctica en la información.					
4	La información en los módulos está claramente dividida en secciones o partes para facilitar su asimilación					
5	Los contenidos desarrollados en los módulos se articulan con los contenidos desarrollados en asignaturas precedentes.					
i. Contenido						
6	La cantidad de contenido desarrollado en los módulos permite el logro de los objetivos propuestos.					
7	El contenido está vigente					
8	El contenido carece de errores de tipo conceptual					
9	La información es relevante y necesaria para el logro de los objetivos.					
10	El estilo es directo, no rebuscado.					

ASPECTO		Totalmente en desacuerdo	desacuerdo	indeciso	acuerdo	Totalmente de acuerdo
		1	2	3	4	5
11	Se utilizan adecuadamente ejemplos concretos y situaciones reales para aclarar las ideas o conceptos importantes.					
12	Los nuevos términos que se introducen en los módulos quedan definidos claramente.					
13	El grado de abstracción es apropiado al medio (material impreso)					
14	Cada idea importante es bien explicada en los módulos, antes de pasar a otra idea.					
15	Las ideas se expresan con claridad.					
16	Se observan las normas gramaticales y sintácticas.					
17	Los módulos presentan claramente definidos y segmentados los contenidos que permiten un aprendizaje significativo y fácil de entender					
j. Actividades						
18	El nivel de complejidad de las actividades desarrolladas en los módulos se corresponde al nivel expresado en los objetivos.					
19	Las actividades presentadas en los módulos permiten desarrollar, al mismo tiempo, la creatividad, reflexión y criticidad.					
20	Las ejercitaciones desarrolladas en los módulos son suficientes para permitirles posteriores aplicaciones.					
k. Recursos						
21	La cantidad de información que contienen los módulos es fácilmente asimilable en el tiempo propuesto.					
22	El número de lecturas asignadas y su distribución durante el desarrollo de los módulos instruccionales permite el logro de los objetivos.					

ASPECTO		Totamente en desacuerdo	desacuerdo	indeciso	acuerdo	Totamente de acuerdo
		1	2	3	4	5
23	La bibliografía utilizada está vigente y/o actualizada.					
I. Evaluación						
24	Los módulos presentan evaluaciones iniciales o de entradas para detectar el nivel de competencia de los participantes.					
25	Los procedimientos y/o instrumentos de evaluación presentados en los módulos poseen correspondencia con los objetivos instruccionales.					
Aspectos técnico-gráficos						
e. Composición						
26	Los módulos presentan una distribución adecuada en los párrafos de igual longitud.					
27	Los módulos presentan una separación adecuada entre párrafo y párrafo, el espacio correspondiente a un reglón o línea.					
f. Diseño Gráfico						
28	Los módulos instruccionales presentan ilustraciones nítidas.					
29	Las ilustraciones presentadas en los módulos son veraces, es decir, reflejan los contenidos e ideas que se desean transmitir.					
30	Las ilustraciones presentadas en los módulos son sencillas, ya que eliminan detalles innecesarios.					
31	Las ilustraciones en los módulos se adaptan al nivel al cual se están destinadas					
g. Formato						
32	Lo módulos presentan el tamaño que permiten la fácil manipulación del material.					

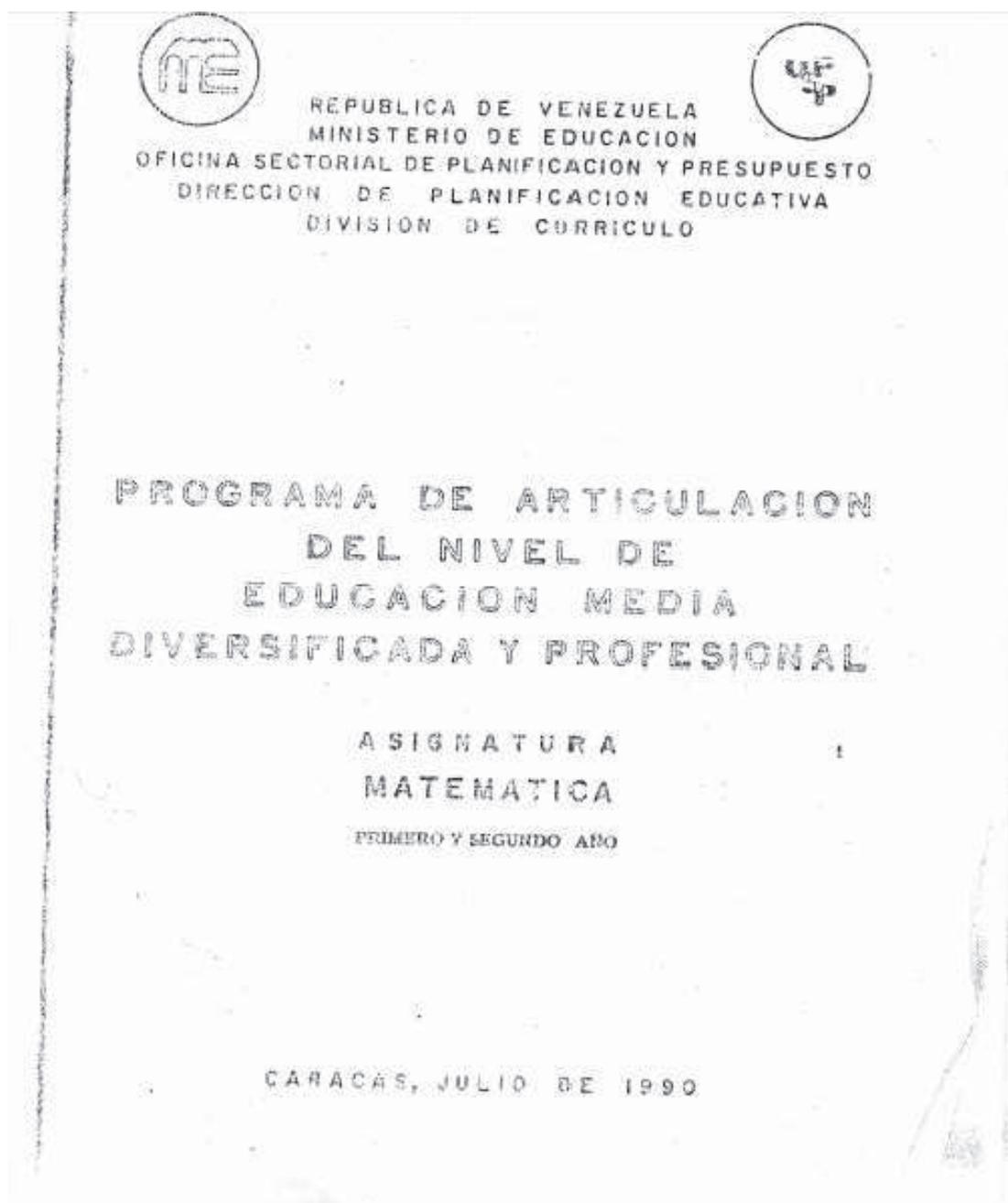
ASPECTO		Totamente en desacuerdo	desacuerdo	indeciso	acuerdo	Totamente de acuerdo
		1	2	3	4	5
33	Los módulos presentan una adecuada distribución de los elementos que conforman cada página.					
h. Impresión						
34	Los módulos están impresos con nitidez					
35	Los módulos presentan uniformidad de precisión y buen contraste de la letra sobre el fondo.					
36	Los módulos utilizan letras sencillas sin adornos para facilitar la legibilidad.					
37	Los módulos utilizan negrillas, subrayado y/o comillas al destacar palabras nuevas o importantes para el lector.					

OBSERVACIONES:

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

ANEXO D

Programa de Articulación del nivel Educación Media Diversificada y Profesional
Asignatura Matemática (vectores en el plano)



La Enseñanza de la Matemática constituye un hecho fundamental en todo el proceso educativo y en el contexto de la sociedad misma. En la actualidad se distinguen, según Gerard Vergraud (*), tres grandes finalidades de la Enseñanza de la Matemática:

1. La transmisión del patrimonio científico.
2. La formación de una diversidad de competencias matemáticas útiles a una diversidad de usos profesionales.
3. La contribución a la conceptualización de lo real en los niños, los adolescentes y los adultos.

Sin duda alguna estas tres finalidades no son independientes entre sí, pero cada una de ellas tiene su propio peso específico en una sociedad caracterizada por cambios que se producen a velocidad vertiginosa tanto en lo científico como en lo tecnológico y que hacen surgir como una necesidad inaplazable, el desarrollo de una concepción integral que permita una comprensión de los fenómenos que se presentan en el eje Ciencia-Tecnología-Sociedad.

En las vías que llevan a esa comprensión, juega un papel preponderante el aprendizaje de la matemática, tanto desde el punto de vista cultural, de la formación intelectual del individuo, de la comprensión de los fenómenos científicos y en la adquisición de actitudes y valores. En este orden de ideas, la matemática proporciona el lenguaje, los métodos y los modelos que permiten cuantificar fenómenos naturales y sociales para su adecuada interpretación y, por otra parte, ha hecho aportes importantes para el desarrollo y enriquecimiento de Ciencias como la Física, Química, Biología, así como también ha permitido el surgimiento de novedosos espacios científicos, tales como la computación, que nos lleva a considerar la matemática como un instrumento fundamental para la creación de síntesis culturales.

Atendiendo a la necesidad de la formación intelectual del hombre, podemos afirmar que, uno de los tipos característicos del pensamiento humano es el matemático, que día a día crece y alcanza niveles de abstracción cada vez mayores. Por esto constituye, un instrumento igualmente importante para la formación del pensamiento crítico, lógico, ordenado adecuadamente, que capacita al individuo para la toma de decisiones, de acuerdo con las exigencias actuales de la sociedad.

En lo que respecta a la importancia social, que reviste la Enseñanza de la Matemática, tenemos que su contribución en la formación del joven es decisiva en el sentido de que a medida que transcurre el aprendizaje de esta disciplina se van desarrollando actitudes y valores como los siguientes:

- Valorar la verdad, la objetividad y la equidad.
- Valorar la importancia de ser crítico.
- Aprender a separar lo importante de lo secundario.
- Comprender la necesidad y la importancia de la formalidad científica y del desarrollo de la capacidad para discernir.

(*)Réflexion sur les finalités de l'enseignement des Mathématiques. Gazette des Mathématiciens. Société Mathématique de France. Janvier 1997. N° 32.

En el primero y segundo año de Educación Media Diversificada y Profesional se estudian un total de diez unidades que retoman, como prerrequisito, los contenidos ya tratados en Educación Básica.

En primer año se hace un repaso de las funciones y se estudia de manera específica las funciones exponencial y logarítmica; luego se estudia trigonometría para continuar con el estudio de la estructura vectorial en \mathbb{R}^2 . En una unidad siguiente se estudia el conjunto de los números complejos y se aprende a operar con ellos. Termina el programa de primer año con el estudio de una unidad referida a progresiones aritméticas y geométricas.

En segundo año se retoman los vectores para ser tratados ahora en \mathbb{R}^3 , formando una unidad que presente al estudiante los vectores en el espacio, las transformaciones lineales, las matrices y los determinantes. Como segunda unidad se ven los polinomios y todas las condiciones de divisibilidad. En la siguiente unidad se estudian las ecuaciones y luego una unidad de geometría donde se hace el estudio de las cónicas y de sus ecuaciones canónicas, como parte correspondiente a la geometría del plano. En la parte referida a la geometría del espacio se ven los teoremas fundamentales sobre puntos, rectas y planos de manera intuitiva. Una última unidad integra los conocimientos de probabilidad, estadística y teoría combinatoria, dándole a esta última su carácter de técnica de conteo particularmente útil para el cálculo de probabilidades.

En estos programas, se hace especial énfasis en las interpretaciones geométricas, aplicación de conocimientos, deducción de fórmulas y en las demostraciones de teoremas y de propiedades. La metodología usada se centra en la resolución de problemas. Se trata que el docente presente al estudiante una secuencia lógica que lo motive a la consolidación de su formación científica.

Se hace esta presentación que resume todos los contenidos indispensables en el Nivel de Educación Media, Diversificada y Profesional para hacer notar que ésta es una etapa terminal integradora de los conocimientos adquiridos en Matemática.

RESUMEN GENERAL DE LAS UNIDADES

Primer Año:

Unidad I	Funciones Reales
Unidad II	Trigonometría
Unidad III	Vectores en el plano
Unidad IV	El conjunto \mathbb{C} de los números complejos
Unidad V	Progresiones

Segundo Año:

Unidad I	El espacio vectorial \mathbb{R}^3
Unidad II	Polinomios
Unidad III	Inecuaciones
Unidad IV	Geometría
Unidad V	Probabilidad, estadística y teoría combinatoria

OBJETIVOS GENERALES

Al finalizar el Primer Año del nivel de Educación Media Diversificada y Profesional, el estudiante tendrá una formación integral en Matemática que le permitirá:

- Adquirir las destrezas necesarias para resolver problemas donde aplique los conocimientos adquiridos sobre funciones exponenciales, funciones logarítmicas, trigonometría y funciones trigonométricas.
- Manejar con habilidad los vectores en el plano y aplicarlos en la resolución de problemas tanto en Matemática como en Física.
- Resolver ecuaciones que no tienen solución en \mathbb{R} , pero sí en el conjunto \mathbb{C} de los números complejos.
- Operar en el conjunto de los números complejos y representarlos gráficamente.
- Adquirir las destrezas necesarias para resolver problemas sobre progresiones aritméticas y geométricas.
- Desarrollar una estrategia metodológica centrada en la resolución de problemas.
- Comprender la secuencia lógica y el desarrollo del conocimiento abstracto que le proporciona la Matemática.
- Motivar y consolidar su formación científica.
- Lograr una actitud favorable hacia la Matemática.
- Valorar la importancia del aprendizaje de la Matemática en todas las áreas del conocimiento humano.

DESCRIPCION DE LA UNIDAD

UNIDAD III. VECTORES EN EL PLANO

En esta unidad se hace un estudio de los vectores en el plano, tanto gráfica como analíticamente, sus operaciones y propiedades. Luego se estudia la dependencia e independencia lineal y el vector combinación lineal, dándole la respectiva interpretación geométrica a cada uno de los contenidos de la unidad.

OBJETIVOS

3.1. Vectores en el plano

Que el estudiante, después de finalizado el repaso de vectores fijos, sea capaz de definir vectores libres, operar con ellos y determinar su dependencia o independencia lineal teniendo presente su interpretación geométrica.

CONTENIDOS

- 3.1. Vectores en el plano
- 3.1.1. Vectores fijos.
- 3.1.2. Componentes de un vector.
- 3.1.3. Vectores equipolentes.
- 3.1.4. Vectores libres.
- 3.1.5. Magnitudes vectoriales y escalares. \rightarrow Norma de un vector
- 3.1.6. Adición de vectores. Interpretación geométrica. Demostración de las propiedades.
- 3.1.7. Multiplicación de un número real por un vector. Interpretación geométrica. Demostración de las propiedades.
- 3.1.8. Vector combinación lineal. Interpretación geométrica.
- 3.1.9. Dependencia e independencia lineal. Interpretación geométrica.
- 3.1.10. La Base Canónica del Espacio Vectorial \mathbb{R}^2 .
- 3.1.11. Producto escalar de dos vectores. Demostración de las propiedades.
- 3.1.12. Vectores perpendiculares.
- 3.1.13. Norma de un vector.
- 3.1.14. Vector unitario.

SUGERENCIAS METODOLOGICAS

- Para desarrollar la presente unidad, se recomienda al profesor tener en cuenta que los conocimientos que, sobre este tema, tienen los alumnos, se limitan a los vectores fijos. Se considera importante la exploración y revisión de todos estos conceptos, los cuales fueron estudiados en el 8º grado de Educación Básica.
- Es igualmente importante, que al estudiar los contenidos de esta unidad, se le de la correspondiente interpretación geométrica y al estudiar las propiedades de las operaciones, éstas sean demostradas.
- En general, el estudio de los vectores en el plano, debe facilitar al alumno la aplicación de estos conceptos al estudio de la Física. En este sentido se recomienda insistir de nuevo en la resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos donde se trabaje con descomposición de vectores y su aplicación en la resolución de problemas de dinámica.

