

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

**DESARROLLO DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA LA
OPTIMIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN DE ALÚMINA
MEDIANTE EL PROCESO BAYER.**

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela
Por la Br. Paolini P., Ariadna P.
Para optar al Título
de Ingeniero Químico.

Caracas, 2009

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

DESARROLLO DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA LA OPTIMIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN DE ALÚMINA MEDIANTE EL PROCESO BAYER.

TUTOR ACADÉMICO: Prof. Alí Lara, Msc.
TUTOR INDUSTRIAL: Ing. Roco Mendoza

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela
Por la Br. Paolini P., Ariadna P.
Para optar al Título
de Ingeniero Químico.

Caracas, 2009

Caracas, Octubre de 2009.

Los abajo firmantes, miembros del jurado designado por el consejo de Escuela de Ingeniería Química, para evaluar el trabajo Especial de Grado presentado por el Bachiller Ariadna P. Paolini P., titulado:

“Desarrollo de un modelo matemático para la optimización de la producción de alúmina mediante el proceso Bayer”

Consideran que el mismo cumple con los requisitos exigidos por el plan de estudios conducente al Título de Ingeniero Químico y sin que ello signifique que se hacen solidarios con las ideas expuestas por el autor, lo declaran APROBADO.

Prof. José Sorrentino, PhD Ing.

Jurado

Prof. Andrés Rosales, M.Sc. Ing.

Jurado

Prof. Alf Lara, M.Sc. Ing.

Tutor Académico

Ing. Roco Mendoza

Tutor Industrial



AGRADECIMIENTOS

A Dios... por ser el creador y guiarme a lo largo de todo este recorrido.

A la Ilustre Universidad Central de Venezuela por brindarme la oportunidad de hacerme profesional, obtener conocimientos y experiencias; y por ser el hogar donde conocí a quienes me han hecho sentir su familia. Para mi será un honor ser egresada de esta ilustre institución. Espero poder dejar su nombre muy en alto en todo momento

A la Facultad de Ingeniería, madre de la Escuela de Ingeniería Química. La escuela que me formó académicamente como la profesional que a partir de hoy comenzará un nuevo camino. A mis Profesores (Yeyo, Leonardo, Mary Luz, Nolides, Johny, Ruben, Jaime, Luis G, Marzuka, Alida), en especial a mis jurados (Sorrentino y Andrés) quienes se portaron de manera excepcional conmigo dadas las circunstancias en las que me encuentro. Muchísimas gracias por su disposición, consejos y recomendaciones. Siempre las tendré en cuenta! Se nota que no han olvidado que hace algún tiempo estuvieron en mi lugar.

A las secretarias (Iraida y Kisbeth lindas y amables como pocas), a Leudith siempre dispuesta a ayudar, a todos mis preparadores por recibirme tarde las tareas y colaborar siempre en lo que podían y a todo el personal que día a día facilitaron e hicieron súper grata mi estadía por estos pasillos.

A CVG Bauxilum que me abrió sus puertas para realizar este trabajo, a todos los Ingenieros de Desarrollo y Procesos Lado Blanco quienes no solo me brindaron conocimientos técnicos sino me hicieron sentir una más de ellos. En especial a Juan Carlos y Cesar por sus memorables horas de tertulia, Omar siempre amable incluyéndome en todas las actividades y darme la cola cuando no había transporte (jeje), Osgli (egresada de esta escuela) quien siempre me prestó su ayuda, colaboración y hasta su amistad. Mis compañeras tesistas: Flor y Victoria, por su amistad y los momentos finos que pasamos juntas! Sé que por ahí nos reencontraremos. Muchas Gracias!

A mis tutores: Roco Mendoza, excelente ingeniero y persona. Siempre dispuesto a aclarar dudas y aportar grandes ideas. Su seguridad y destreza para impartir conocimientos me inspiraron en todo momento. Y Alí Lara, más que un excelente tutor, profesor consejero, Ingeniero, Magister, etc... un profesional admirable cuyo nivel de exigencia me hizo demostrarme que siempre se puede ser mejor. De verdad parte de este logro no hubiera sido posible sin su ayuda... No solo su calidad profesional sino también su calidad humana me han inspirado y motivado en todo momento. Las gracias no caben en estas líneas para usted.

A mi familia por darme la vida, confiar en mí y motivarme cuando las cosas no parecían fáciles. Sé que todos quisieran estar aquí pero se que juntos celebraremos

muy pronto. Mi madre (Reyna) la más luchadora, abnegada en todo momento. Nunca te has cansado de facilitarnos la vida a todos, algún día espero llegar a ser por lo menos $\frac{1}{4}$ de la madre que eres. Eres el eje de nuestro hogar... TE AMO MAMI. Mi padre con sus consejos y palabras, gran profesional, siempre te he admirado y lo seguiré haciendo mientras viva! Me enseñaste que para ser Ingeniero hay que quemarse.... Las pestañas! Y así fue! Gracias por inculcar en mi los valores ingenieriles que tengo hoy! Jeje. Mi hermano Carlos siempre tan alegre, no solo me has dado diversión y rumbas sino el apoyo incondicional de hermano cuando lo he necesitado. TE QUIERO HERMANO. Mi hermana Yri, la mejor hermana que alguien puede tener, mi talón de Aquiles, me has enseñado que para lograr las metas hay que trabajar duro y para mi eres un modelo a seguir. Gracias por todo lo que has hecho por mí. Gracias a mis hermanos mayores por apoyarme siempre y estar pendientes de mí. Ahora es mi turno de hacer lo mismo con las moros, Virginia y Valentina quienes son mi motivo para superarme, por ustedes haría y haré cualquier cosa, excelentes niñas y estudiantes. De ustedes aprendo algo nuevo cada día! Las Adoro. Mis tíos y tías, abuelas y abuelos primos y primas: ser parte de esta gran familia es un orgullo para mí. A todos, los amo y los adoro con el corazón.

A Davide Peri, quien siempre me apoyó y estuvo ahí en las buenas y en las malas, nunca decía que no a nada y sus palabras siempre me dieron fuerza para seguir adelante. Eres parte importante de mi vida, tengo innumerables cosas que agradecerte y este logro es una de ellas. Gracias por todo!! Te quiero muchísimo!!!

Por último, a quienes han hecho de estos 6 años, los mejores de mi vida y que sé que seguirán siendo más...

A mis amigas de la resi: Desireé y Joselin quienes aparte de ser mis compañeras de cuarto fueron como mis hermanas. Vivir con ustedes fue una gran experiencia. Nunca las olvidaré

A mis amigos Gabo, José (Mamer), Francisco y Otto. Los quiero y los extraño! (a José y Fran) Los momentos que hemos compartido juntos fueron y siguen siendo super especiales.

Y a quienes han formado parte de este lindo capítulo de mi vida que hoy termina pero cuya continuación espero que mantenga los mismos personajes y adicione muchos más: Jonamet (mojito... Visca Barça TQM), Denise gracias por abrir siempre las puertas de tu casa... tu familia es mi familia también! Gracias. Nancy también hiciste de tu casa mi casa, me alegra haber contado con tu amistad! Muchísimas gracias por todo. Volcán, Tommy, mi Comics (la comiquita más querida de la TV venezolana), Nachin, Bianca, Javier, Beto, Neglin, Luismi (el Zeñor, gracias por tu amistad! TQM y te aprecio un montón), Daniel Figueira (mi inolvidable compañero de diseño), Daniel R, Ana, Alicia, Janny, Cesar, Kathy, Mariana, René, Alvaro, Oscar (mi culion jeje TQM), Joan, Xuxa, Richard, Daniela, Octavio, Luis, Julia, Jaime (gracias por tu

apoyo moral a distancia), Nired. Si se me olvida alguien DISCULPEN!! Igual los quiero jeje... A todos muchas gracias...!

Y por último, pero no por esto menos importantes...

A mi combo AAA: Auri y Andrés! Son el mejor souvenir que me traje de Brasil! Aunque algo más que un año no parezca nada, es mucho si se disfruta al máximo cada momento. Con ustedes aprendí que el tiempo y la distancia se vuelven pequeños ante una verdadera amistad. Los quiero con todo mi corazón! Gracias por el apoyo incondicional que me han brindado y por ser la calidad de amigos que son!

A Goofy y Ramón, excelentes amigos! Con su alegría han sabido poner color a muchos momentos. Gracias ☺ los adoro! espero que sigamos añadiendo más vivencias a las que ya tenemos juntos!! Y espero que las próximas (es con todos) sean del otro lado del océano!

Y finalmente....

A quienes me acompañaron sin importar el lugar: salón de clases o parroquia, playa o montaña, parque central o chacao, el paraíso o el valle, aeropuerto o terminal, centro comercial o mercado, Brasil o Maracaibo, Positano o Casa del Llano.

Sin importar la hora: amaneciendo, atardeciendo o anocheciendo, temprano por la mañana o tarde de madrugada.

Sin importar el día: lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado, domingo, navidad, vacaciones, día de la amistad, semana santa, día de la madre, del padre y del niño, puentes, cumpleaños o feriados.

Sin importar el motivo: estudio o trabajo, diseño o proyectos, celebraciones o fiestas, despedidas o recibimientos.

Y sin importar el estado de ánimo: llorando de tristeza o riendo de felicidad, bailando de la emoción o gritando de la desesperación, celebrando o sufriendo, enamoradas o despechadas, con hambre o con sueño.

Es decir, a quienes simplemente SIEMPRE estuvieron ahí, gracias a Dios siguen estando aquí y siempre estarán en mi corazón (por orden alfabético): Ángela, Daye, Eli, Gaby y Nela. Gracias por todo, mi vida universitaria sin alguna de ustedes no hubiese sido la misma. Espero que estas palabras que he escrito para todas sean suficientes, aunque sé que se merecen mucho más... Las AMO!!!

Sin más que decir... Esto es para ustedes... Ariadna.

Paolini P., Ariadna P.

**DESARROLLO DE UN MODELO MATEMATICO PARA LA
OPTIMIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN DE ALÚMINA
MEDIANTE EL PROCESO BAYER**

Tutor Académico: Prof. Alí Lara. Tutor Industrial: Ing. Roco Mendoza. Tesis

**Caracas, U.C.V. Facultad de Ingeniería Escuela de Ingeniería Química. Año
2009, 79 p.**

Palabras Claves: Licor madre, alúmina, productividad, precipitación, regresión.

Resumen: El presente trabajo tiene por objeto el diseño de un modelo matemático que permita la optimización de la producción de alúmina en el área de precipitación de hidratos (A-41) de CVG Bauxilum mediante el proceso Bayer, tomando como parámetro de interés del proceso la productividad del licor madre, que no es más que la cantidad de alúmina que puede precipitar de él debido a la sobresaturación del mismo y teóricamente representa la cantidad de producto obtenido en el proceso.

En primer lugar fue necesario analizar la operación del área de precipitación de manera que se pudieran conocer las variables que presentan una mayor influencia sobre la productividad del circuito tanto en la fase de aglomeración como en la fase de crecimiento.

A continuación, mediante el uso del software comercial SYSTAT 12 y datos históricos del proceso se pudo realizar el modelado utilizando el método multivariante de regresión múltiple con el cual se obtienen ecuaciones lineales que permiten explicar y predecir el comportamiento de la productividad (variable dependiente) con respecto a variaciones en los parámetros del proceso (variables independientes) en presencia de dos escenarios: el primero que no incluía las impurezas del licor madre y el segundo que si lo hacía, ya que resultaba importante analizar la influencia que las mismas podría ejercer sobre la variable de interés. De igual forma se pudieron obtener el subconjunto óptimo de variables que influyen en la productividad mediante el uso de la regresión por pasos.

Luego de obtener las ecuaciones, se pudo estimar la productividad utilizando dichos modelos y se calculó la diferencia o desviación entre estos valores y los valores reales con la finalidad de verificar si se obtenía un ajuste adecuado de los mismos para realizar la evaluación estadística que determinaría si las ecuaciones eran validas matemáticamente y la validación con la sub-muestra de datos.

Finalmente las ecuaciones seleccionadas se utilizaron para predecir el comportamiento de la productividad con datos actuales del proceso con la finalidad de emprender acciones correctoras que eviten la fabricación de un producto de baja calidad.

ÍNDICE

LISTA DE TABLAS	3
LISTA DE FIGURAS	4
CAPÍTULO I. FUNDAMENTOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	5
I. 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	5
I. 2. ANTECEDENTES	7
I. 3. OBJETIVOS	8
I.3.1. Objetivo general.....	8
I.3.2. Objetivos Específicos	8
CAPÍTULO II. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	9
II. 1. GENERALIDADES DE LA EMPRESA.....	9
II. 2. PROCESO PRODUCTIVO	10
II.2.1. Manejo de materiales.....	10
II.2.2. Lado rojo	11
II.2.3. Lado Blanco.....	12
II. 1. CONSIDERACIONES DEL PROCESO DE PRECIPITACIÓN.....	14
II.1.1. Generalidades	14
II.1.2. Mecanismos de cristalización.....	14
II.1.3. Solubilidad de $Al(OH)_3$ en licores de NaOH	16
II.1.4. Productividad del licor	16
II.1.5. Influencia de las impurezas en la productividad del licor	19
II. 2. MODELOS Y MODELIZACIÓN	20
II. 3. ANÁLISIS MULTIVARIANTE.....	21
II.3.1. Análisis factorial.....	21
II.3.2. Análisis discriminante múltiple.....	21
II.3.3. Análisis de correlación canónica	22
II.3.4. Regresión múltiple.....	22
II. 4. MODELO DE REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE	23
II.4.1. Definición	23
II.4.2. Estimación de los coeficientes de regresión	24
II.4.3. Cálculo de coeficientes con el uso de matrices	25

II.4.4. Regresión por pasos.....	26
II.4.5. Supuestos en el análisis de regresión múltiple	26
II.4.6. Examen de significación estadística del modelo	27
II.4.7. Validación de modelos de regresión	30
II.4.8. Predicción con modelos regresión múltiple	30
CAPÍTULO III. MARCO METODOLÓGICO	32
III. 1. Conocer las características del proceso Bayer.	32
III. 2. Identificar las variables que inciden en la productividad del licor.....	32
III. 3. Generar ecuaciones de regresión.....	33
III. 4. Seleccionar las ecuaciones que mejor se adapten al proceso mediante pruebas estadísticas.	33
III. 5. Predecir con las ecuaciones encontradas, productividades durante un periodo de cuatro meses.	34
III. 6. Calcular la fracción molar cáustica del último tanque precipitador (FMC_{SUP}).....	34
CAPÍTULO IV. DISCUSIÓN DE RESULTADOS	36
IV. 1. Conocer las características del proceso Bayer, principalmente el área de precipitación de hidratos (A-41).	36
IV. 2. Identificar las variables que inciden en la productividad del licor.	38
IV. 3. Generar ecuaciones de regresión (modelo) entre las principales variables de proceso para la productividad del licor.	41
IV. 4. Seleccionar las ecuaciones de regresión que mejor se ajusten al proceso comprobando los supuestos de regresión y realizando pruebas estadísticas.....	49
IV. 5. Predecir con las ecuaciones seleccionadas, valores de productividad con datos actuales del proceso para un periodo de cuatro meses.	56
IV. 6. Calcular la fracción molar cáustica del último tanque precipitador (FMC_{SUP}) con la productividad calculada mediante las ecuaciones seleccionadas y compararlas con los valores reales.	57
CONCLUSIONES	59
RECOMENDACIONES	61
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	62
ANEXOS	63

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Resultados a obtener a partir del análisis de varianza.....	29
Tabla 2. Conjunto de variables dependientes consideradas en el modelado matemático.	40
Tabla 3. Clasificación de los modelos considerados.....	42
Tabla 4. Coeficientes de Regresión para modelos tipo I.....	45
Tabla 5. Coeficientes de Regresión para un modelo tipo II.....	48
Tabla 6. Coeficientes de Regresión para un modelo tipo III.....	48
Tabla 7. Coeficientes de determinación múltiple y ANOVA para modelos tipo I	54

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Ubicación geográfica de CVG Bauxilum	10
Figura 2. Esquema del proceso Bayer empleado en CVG Bauxilum	11
Figura 3. Solubilidad de hidróxido de aluminio en licores de soda cáustica.	18
Figura 4. Influencia del tiempo de residencia sobre la productividad.	19
Figura 5. Análisis gráfico de los residuos.	28
Figura 6. Esquema de metodología a utilizar durante el desarrollo del modelado matemático.	35
Figura 7. Esquema del área de precipitación de hidratos (A-41)	37
Figura 8. Diagrama de bloques del área de precipitación de hidratos (A-41).....	38
Figura 9. Variación de la productividad del licor madre en función de (a) FMC LMD y (b) Na ₂ O LMD.	39
Figura 10. Productividad del licor madre real y calculada a partir del modelo tipo I mediante RLM.	43
Figura 11. Productividad del licor madre real y calculada a partir del modelo tipo I utilizando RPP.....	44
Figura 12. Productividad del licor madre real y calculada a partir del modelo II.	47
Figura 13. Productividad del licor madre real y calculada a partir del modelo III	47
Figura 14. Gráficos residuales para modelo tipo I utilizando regresión lineal múltiple (RLM) y regresión por pasos (RPP).	50
Figura 15. Gráficos residuales para modelo tipo II utilizando regresión lineal múltiple (RLM) y regresión por pasos (RPP).	51
Figura 16. Gráficos residuales para modelo tipo III utilizando regresión lineal múltiple (RLM) y regresión por pasos (RPP).	53
Figura 17. Validación de productividad del licor madre.....	54
Figura 18. Productividad del licor madre real y predicha para el año 2009.	56
Figura 19. FMC del último precipitador calculadas a partir de las predicciones de productividad.....	57

CAPÍTULO I

FUNDAMENTOS DE LA INVESTIGACIÓN

En este capítulo se presentan las bases para la investigación que fundamentan este estudio, las cuales constan del planteamiento del problema, antecedentes, el objetivo general y los objetivos específicos que se desean alcanzar con la realización de este Trabajo Especial de Grado.

I. 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

CVG Bauxilum tiene como objetivo fundamental la producción de alúmina, partiendo de la extracción del mineral de bauxita a través del proceso Bayer. Este proceso está basado en la solubilidad de los minerales que contienen alúmina en la bauxita en presencia de soluciones calientes de hidróxido de sodio y en la insolubilidad del resto de los minerales. La instalación industrial de este proceso está conformada por varias etapas o áreas dentro de las cuales se destaca el área de precipitación de hidratos (A-41) en donde se utiliza la sobresaturación del óxido de aluminio (Al_2O_3) para la máxima recuperación por cristalización del hidrato contenido en el licor y el área de clasificación de hidrato (A-42).

En el proceso se observa que la cantidad de alúmina obtenida en el área de calcinación (producto) depende de la cantidad de hidrato que precipita en A-41 donde se alimenta licor madre (solución sobresaturada de aluminato de sodio) y una suspensión de semilla fina (cristales de hidrato) la cual fomenta la precipitación del hidrato e incrementa la productividad del licor madre alimentado. La productividad de un licor madre se define como la cantidad de Al_2O_3 que se puede recuperar del mismo en la etapa de precipitación expresada en gramos Al_2O_3/L y teóricamente representa la cantidad de producto obtenido en el proceso. Ésta depende, principalmente, de la sobresaturación, el tiempo de residencia, la carga de semilla, el perfil de temperatura y la concentración del licor (CVG Bauxilum, 1988).

Adicionalmente a las variables antes mencionadas, se ha observado en el proceso que variables, tales como la granulometría y la concentración de sólidos de la

suspensión de aglomeración y la temperatura del sistema de enfriamiento inter-etapas también inciden en el nivel de productividad del sistema.

En los últimos años, CVG Bauxilum no ha logrado cumplir el nivel de producción de 2,0 Mt/año de alúmina calcinada debido, principalmente, a las variaciones observadas en la productividad del licor madre alimentado al área de precipitación, lo cual afecta directamente la producción de alúmina. Es por esto que surge la necesidad de desarrollar una herramienta matemática numérica que, a partir de datos históricos, permita estimar la productividad de dicho licor en función de los cambios de las variables de proceso y llevar a cabo acciones que permitan optimizar el mismo.

Ahora bien, debido a que los cambios de las variables de operación del proceso son impredecibles, desde el punto de vista determinístico, no es posible conocer con exactitud los efectos sobre la productividad del licor basándonos en simples observaciones experimentales de cada una de las variables por separado. De esta manera, en el presente trabajo de grado se propone el modelado matemático del proceso utilizando el método de regresión lineal múltiple cuya resolución está basado en técnicas estadísticas que permiten obtener coeficientes (parámetros adimensionales) generando una ecuación lineal que incluiría todas las variables con el fin de obtener una mejor predicción del parámetro de interés antes mencionado.

I. 2. ANTECEDENTES

En el Laboratorio de Nabalco (1982) se calculó la velocidad de crecimiento para concentraciones diferentes de licor en función de la temperatura y la fracción molar y se aplicó a un licor de 125 g Na₂O/L, dando como resultado una correlación que permitió calcular la temperatura correspondiente al crecimiento máximo. Con esto, pudo obtenerse un perfil de temperatura óptimo analizando la fracción molar y la concentración del licor. Este resultado se reportó gráficamente para un tiempo de residencia de 45 h y una concentración de 125 g Na₂O/L y se comparó con el perfil obtenido en planta al igual que un perfil usando un enfriamiento inter-etapas de 10 °C siendo su resultado satisfactorio.

Varela (2001) llevo a cabo la evaluación del proceso de precipitación de partículas superfinas, mediante el reconocimiento de las variables que afectan la precipitación con un diagrama causa-efecto para predecir la generación de partículas finas. Como resultado obtuvo que las variables del proceso que más influyen en este hecho fueron: la temperatura del licor madre, la concentración caústica del licor madre, la carga de semilla y la temperatura del sistema de enfriamiento inter-etapas.

Por su parte, Blanco (2005) determinó como influían las variables del proceso en los cambios granulométricos dentro de la fase de aglomeración del circuito de precipitación de CVG Bauxilum. Para ello realizó un estudio estadístico de los datos operacionales del área de precipitación de hidratos desde enero del 2000 hasta marzo del 2004. El concluyó que las variables que más influyen en la etapa de aglomeración eran la granulometría de la semilla fina y el contenido de oxalatos en la misma, la temperatura del licor madre y el tiempo de residencia en la fase de aglomeración.

Finalmente, Den Hond y col. (2007) estudiaron la productividad de los licores de alúmina, en el proceso Bayer, mediante el uso de la tecnología M2M-Technology (Mud-to-Money Technology) la cual permitió incrementar la productividad por encima de 100 g/L utilizando un segundo paso de digestión ya que con éste último se recuperaba una cantidad mayor de alúmina del lodo. Las conclusiones más relevantes de este trabajo fueron que implementar esta tecnología reducían las

pérdidas de alúmina y la productividad, en el área de precipitación, podía ser aumentada: (a) reciclando cristales de semilla con alta área superficial en el circuito, (b) separando el licor agotado, (c) manteniendo controlada la formación de finos y (d) optimizando el perfil de temperatura incluyendo el uso de un sistema de enfriamiento interetapas.

I. 3. OBJETIVOS

En base al planteamiento del problema de este proyecto y los antecedentes bibliográficos relacionados con el mismo, se plantearon los siguientes objetivos:

I.3.1. Objetivo general

Desarrollar un modelo matemático que permita determinar la productividad del licor madre, en función de los principales parámetros de proceso, en el circuito de precipitación de hidrato de CVG Bauxilum.

I.3.2. Objetivos Específicos

1. Conocer las características del proceso Bayer y los sectores que conforman el área industrial de CVG Bauxilum, específicamente el área de precipitación (A-41).
2. Identificar, utilizando datos históricos e información de la literatura consultada, las variables que inciden en la productividad del licor.
3. Generar ecuaciones de regresión entre las principales variables de proceso para la productividad del licor utilizando un software comercial.
4. Seleccionar las ecuaciones que mejor se ajusten al proceso comprobando los supuestos de regresión y realizando pruebas estadísticas.
5. Predecir con las ecuaciones encontradas, valores de productividad con datos actuales del proceso durante un periodo de producción base determinado.
6. Calcular la fracción molar cáustica del último tanque precipitador (FMC_{SUP}) con la productividad calculada mediante las ecuaciones de regresión y compararla con los valores reales obtenidos en el proceso.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

En este capítulo se presenta la serie de conceptos teóricos que son necesarios para el entendimiento de los aspectos involucrados en el desarrollo de este proyecto.

II. 1. GENERALIDADES DE LA EMPRESA

CVG Bauxilum es una empresa integrada para la producción de alúmina, la cual incluye la extracción de la bauxita y su transformación en la alúmina a través del proceso Bayer. La participación accionaria de la compañía lo constituyen 99% de inversión venezolana, representada por la Corporación Venezolana de Guayana (CVG) y 1% de capital extranjero, correspondiente al consorcio Alussuise Lonza Holding.

CVG Bauxilum resultó de la fusión entre Bauxiven (fundada en 1979) e Interálumina (fundada en 1977) en Marzo de 1994. Está conformada por las operadoras de bauxita y alúmina.

La operadora de bauxita se encarga de la explotación de los yacimientos del mineral, tiene una capacidad instalada de 6 Mt/año. Inició sus operaciones oficialmente en 1983, enviando las primeras gabarras con mineral de bauxita, a través del río Orinoco, desde el puerto El Jobal hasta el muelle de la operadora de alúmina en Matanzas. Ésta se encuentra localizada al suroeste del estado Bolívar, en el campamento de Los Pijiguaos. Específicamente a 520 km de distancia de Puerto Ordaz medido en línea recta.

La operadora de alúmina tiene como objetivo transformar la bauxita, por medio del Proceso Bayer, en alúmina de grado metalúrgico. Inicialmente, con una capacidad instalada inicial de un Mt/año y en 1992, mediante la implementación del plan de ampliación, fue aumentada su capacidad a 2 Mt/año. Por su parte, la operadora de alúmina se encuentra ubicada en la zona industrial Matanzas, sobre el margen del Río Orinoco, a 550 km de la desembocadura del Océano Atlántico y a 17 km de su confluencia con el Río Caroní. En la Figura 1 se observa la ubicación de las plantas operadoras de CVG Bauxilum.

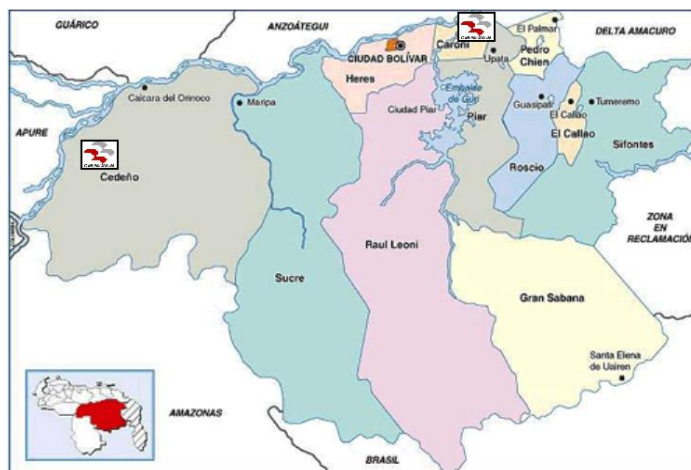


Figura 1. Ubicación geográfica de CVG Bauxilum

II. 2. PROCESO PRODUCTIVO

El proceso químico utilizado en la empresa para purificar la bauxita y obtener la alúmina es el Proceso Bayer, el cual fue desarrollado en Austria por el científico Karl Joseph Bayer en 1888. El Proceso Bayer consiste en la digestión de la bauxita, previamente molida, a una presión de 5 bar y 142 °C, con abundante dióxido de sodio, luego se realiza la separación física de los otros componentes de la bauxita y se hace cristalizar el hidróxido de aluminio, que luego se preseca y calcina para obtener el producto final, la alúmina calcinada en grado metalúrgico. En la Figura 2, se presenta el esquema del proceso Bayer empleado en CVG Bauxilum.

El proceso desarrollado en la operadora de alúmina puede dividirse en tres grandes secciones:

II.2.1. Manejo de materiales

Está conformada por los equipos que permiten el manejo de la bauxita, soda cáustica y la exportación del producto final. La planta de alúmina cuenta con unidades para el apilado y recuperación de la bauxita. Actualmente, posee una unidad con sistemas de cangilones que combina tanto el apilado como la recuperación, para garantizar una alimentación continua de bauxita desde Los Pijiguaos.

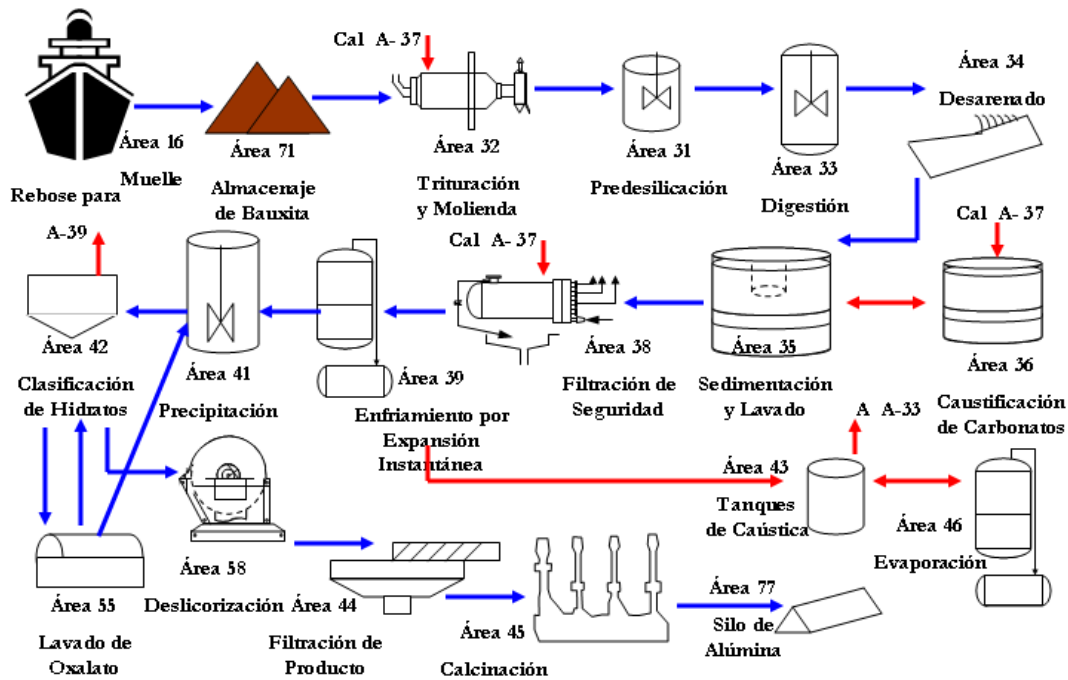


Figura 2. Esquema del proceso Bayer empleado en CVG Bauxilum (Varela, 2001)

II.2.2. Lado rojo

Permite la reducción del tamaño de las partículas de mineral, la extracción de la alúmina contenida en la bauxita y la separación de las impurezas que acompañan a la alúmina.

En el lado rojo, el proceso se realiza en dos etapas. Este comienza en el área de reducción del tamaño, compuesta por una serie de trituradores y molinos de bolas que permiten ajustar la bauxita a un tamaño específico de partícula con una distribución adecuada para su tratamiento posterior (80% menor a 0,3 mm). Seguidamente, se encuentra el área de predesilicación en la cual se incrementa la temperatura del lodo o pulpa de bauxita a 100 °C, manteniéndola durante ocho horas, al tiempo que se agita el material.

De manera de extraer la máxima cantidad de alúmina de la bauxita, el mineral (suspensión de bauxita) y la soda cáustica (licor precalentado) tienen que ser mezclados en una proporción adecuada en los digestores, cuyas dimensiones permiten el mayor tiempo de residencia a objeto de mejorar el proceso de desilicación. La suspensión resultante del lodo en digestión es reducida a la presión atmosférica a través de una serie de tanques de expansión, para su posterior bombeo al área de desarenado.

En el área de desarenado los hidrociclones, en combinación con tres clasificadores en espiral, se usan para el desarenado de la bauxita, las partículas sólidas en la suspensión mayores a 0,1 mm son denominadas como "arena".

Las partículas finas remanentes de la digestión de la bauxita, conocidas como lodo rojo, deben ser separadas de la suspensión de alúmina antes de que ésta pueda ser recuperada por precipitación. Esto se consigue por la decantación en los tanques espesadores y lavadores (clasificación y lavado de lodo) donde se añaden polímeros para incrementar la velocidad de asentamiento en las suspensiones de lodo.

Finalmente, se aplica la filtración de seguridad. El rebose proveniente de los tanques espesadores es filtrado a presión en una batería de ocho filtros batch, a fin de eliminar las partículas de lodo rojo que todavía permanezcan en la solución de aluminato de sodio.

II.2.3. Lado Blanco

En el lado blanco, después de haberse filtrado la suspensión de aluminato de sodio, pasa a una fase de enfriamiento por expansión que la acondiciona (sobresatura) para la fase de precipitación donde se obtiene el hidrato de alúmina. La precipitación del hidrato es promovida por la adición de semillas de hidrato, las cuales van a actuar como nucleadores y fomentadores del crecimiento de las partículas de trihidrato de aluminio. Las semillas de hidrato de alúmina pasan por un proceso de lavado y filtrado antes de que sean retornadas a los precipitadores, lo que se traduce en un incremento neto en la productividad en el orden de 500 t/día.

Los cristales de alúmina que van precipitando a partir del licor madre fluyen a la temperatura de 60 a 75 °C a través de la primera serie de nueve precipitadores (1.650 m³), los cuales están provistos de agitación mecánica. El proceso de precipitación es una reacción lenta que requiere de un tiempo de residencia de hasta 40 h.

Por cada etapa se tienen en el primer paso de precipitación doce precipitadores de 1.650 m³ y para el segundo paso quince precipitadores de 3.000 m³. Por último, se

tiene un tercer paso, común para ambas etapas, de diez precipitadores de 4.500 m³.

La preclasificación del hidrato se consigue en los últimos dos precipitadores de 4.500 m³. Del área de precipitación, los cristales del hidrato pasan al área de clasificación. Ésta ocurre por rangos de tamaño, separándose las partículas en tres fracciones, la más gruesa se envía a filtración y calcinación, mientras que la intermedia y fina se reciclan para ser empleadas como semillas. Los cristales de hidrato depositados en el fondo de los clasificadores primarios son enviados al área de filtración del producto, donde el hidrato es lavado y separado del licor cáustico agotado mediante filtración al vacío en filtros horizontales. El hidrato filtrado debe tener un contenido bajo de humedad libre, para minimizar el requerimiento calórico para el secado térmico en los calcinadores. Con el lavado se desea minimizar el contenido de soda cáustica en el hidrato para reducir aún más las pérdidas de dicha sustancia y evitar que el producto final esté contaminado con la misma.

El hidrato filtrado es descargado por medio de un tornillo sin fin hacia la tolva de alimentación de los secadores Venturi de los calcinadores. Posteriormente, es calcinado con el propósito de remover la humedad y el agua químicamente ligada mediante un calcinador de lecho fluidizado (dos por etapa) a una temperatura máxima de 1.100 °C.

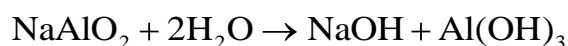
El agua es removida por intercambio de calor en los ciclones entre el hidrato y los gases de desecho. El material luego entra en el horno de lecho fluidizado y finalmente es enfriado en ciclones con intercambio de calor en contracorriente con el aire de combustión. Un enfriador de lecho fluidizado provee el enfriamiento final. La separación de los sólidos arrastrados en los ciclones se realiza con gases de desechos y la eficiencia de este proceso fue incrementada mediante la instalación de unos precipitadores electrostáticos. El ciclo de producción de la alúmina es un circuito cerrado en lo que respecta al licor cáustico el cual es manejado a diferentes niveles de concentración. Una planta de evaporación instantánea está instalada para restaurar la concentración original de la cáustica y reducir el consumo específico de vapor.

II. 1. CONSIDERACIONES DEL PROCESO DE PRECIPITACIÓN

II.1.1. Generalidades

En las condiciones de precipitación del Proceso Bayer, se forman cristales de hidrargilita, denominada en la industria como trihidrato de alúmina o simplemente hidrato, a partir de los licores sobresaturados de aluminato de sodio.

La reacción de precipitación ocurre en presencia de $\text{Al}(\text{OH})_3$ el cual actúa como semilla para inducir la formación de su propia especie y es la siguiente



II.1.2. Mecanismos de cristalización

La cristalización se lleva a cabo de la siguiente manera:

- **Nucleación.** Es la formación de partículas muy pequeñas dentro del licor, puede ser espontánea o inducida por la presencia de otras partículas. Ésta tiene lugar en licores con mucha sobresaturación y se ve bastante influenciada por la temperatura. Se deben evitar todas las causas que puedan iniciar una crisis aguda de nucleación o mantenerlas bajo control ya que las partículas ultrafinas son tan pequeñas que el equipo de clasificación las pasa por alto y siguen simplemente la fase líquida lo cual se puede lograr elevando el perfil de temperatura hasta que disminuya la nucleación o aumentando el grado de aglomeración.
- **Aglomeración.** Es un proceso en el cual se aumenta el tamaño de partícula de un material. Básicamente, el proceso consiste en la unión de dos o más partículas finas; las cuales, forman agregados débiles que posteriormente precipitan como una sola partícula. Esta aglomeración implica la formación de agregados sueltos que se cementan por la deposición de hidrato. Por lo tanto, parece que para la formación de aglomerados estables es necesario una cantidad mínima de crecimiento. Las condiciones que parecen favorecer la aglomeración de partículas son:
 - a) Baja velocidad de agitación, para reducir la fragmentación al mínimo.
 - b) Carga baja de semilla, para permitir un cementado más eficaz.

La temperatura parece intervenir a nivel de cementación del agregado. En realidad, una temperatura mayor en la velocidad de precipitación actúa favorablemente y, por ende, también en la velocidad de cementación permitiendo una cementación suficiente de los agregados en un período de tiempo relativamente corto. Por otra parte, el aumento de la temperatura hace disminuir la sobresaturación y, por lo tanto, la cantidad de cemento. De igual manera, la presencia de cristales de oxalato de sodio en la semilla fina puede evitar su aglomeración. (CVG Bauxilum, 1988)

- **Crecimiento.** Esta fase sigue a la aglomeración, su propósito es llevar la productividad al máximo. El mecanismo principal de precipitación es el crecimiento, es decir, la deposición lineal del hidrato sobre las partículas existentes asegurando una cementación adicional de las partículas aglomeradas de hidrato. Para incrementar la productividad evitando que la nucleación sea excesiva se debe:
 - a) Hacer máxima la adición de semilla gruesa, para incrementar la velocidad de precipitación.
 - b) Aumentar el tiempo de residencia ya que aún cuando se utilice enfriamiento intermedio, la productividad incrementa considerablemente en esta fase (últimas seis horas de la precipitación).
 - c) Optimizar el perfil de temperatura, es decir, mantener temperaturas relativamente bajas mediante el enfriamiento inter-etapas.
- **Atrición y rompimiento de las partículas de hidrato.** Se entiende por atrición el desprendimiento de un fragmento pequeño del cristal base. Por lo tanto, el efecto neto de la atrición es aumentar la velocidad de generación de partículas pequeñas. Por otra parte, el rompimiento implica una dislocación total del cristal base y es análoga al proceso de desmenuzamiento en la molienda. (CVG Bauxilum, 1988)

Por otra parte, en el proceso de precipitación se seleccionan cuidadosamente las condiciones de trabajo para evitar o reducir el rompimiento total. Sin embargo, los agregados relativamente frágiles formados en la etapa de aglomeración son vulnerables. Si la cementación es insuficiente es bastante posible la fragmentación por acción mecánica.

II.1.3. Solubilidad de $\text{Al}(\text{OH})_3$ en licores de NaOH

La operación de precipitación tiene como propósito utilizar la sobresaturación del Al_2O_3 como fuerza impulsora para la máxima recuperación de Al_2O_3 por cristalización del hidrato contenido en el licor. Estos cristales recuperados de hidrato deben cumplir ciertas especificaciones de calidad.

Para lograr un 100 % de recuperación haría falta un periodo infinito de tiempo. En la práctica, el tiempo de residencia que se considera adecuado para la planta es de 40 h.

II.1.4. Productividad del licor

La productividad de un licor madre es la cantidad de Al_2O_3 que se puede recuperar en la etapa de precipitación y se expresa en $\text{g Al}_2\text{O}_3/\text{L}$. La ecuación utilizada para el cálculo de productividad de CVG Bauxilum se deduce a partir de un balance de masa

$$\text{Al}_2\text{O}_{3\text{ENT}} = \text{Al}_2\text{O}_{3\text{SAL}} + \text{Al}_2\text{O}_{3\text{PREC}} \quad (\text{Ec. 1})$$

donde

$\text{Al}_2\text{O}_{3\text{ENT}}$: Alúmina que entra al circuito de precipitación, (g/L).

$\text{Al}_2\text{O}_{3\text{SAL}}$: Alúmina que sale del circuito de precipitación, (g/L).

$\text{Al}_2\text{O}_{3\text{PREC}}$: Alúmina que precipita, (g/L).

Sabiendo que

$$FMC = 1.645 \cdot \frac{[\text{Na}_2\text{O}]}{[\text{Al}_2\text{O}_3]} \quad (\text{Ec. 2})$$

donde

FMC: Fracción Molar cáustica.

$[\text{Na}_2\text{O}]$: Concentración de cáustica libre, (g/L).

$[\text{Al}_2\text{O}_3]$: Concentración de alúmina, (g/L).

Despejando la concentración de alúmina de Ec. 2

$$[\text{Al}_2\text{O}_3] = 1.645 \cdot \frac{[\text{Na}_2\text{O}]}{FMC} \quad (\text{Ec. 3})$$

La productividad se define como

$$PROD = Al_2O_3_{PREC} = Al_2O_3_{ENT} - Al_2O_3_{SAL} \quad (Ec. 4)$$

donde

PROD: Productividad del licor en el circuito de precipitación, (g/L).

Sustituyendo (3) en (4) se obtiene

$$PROD = 1.645 \cdot \left[\left(\frac{[Na_2O]}{[FMC]} \right)_{ENT} - \left(\frac{[Na_2O]}{[FMC]} \right)_{SAL} \right] \quad (Ec. 5)$$

Asumiendo que $[Na_2O]_{ENT} = [Na_2O]_{SAL}$ se obtiene la expresión

$$PROD = 1.645 \cdot [Na_2O] \cdot \left[\left(\frac{1}{[FMC]} \right)_{ENT} - \left(\frac{1}{[FMC]} \right)_{SAL} \right] \quad (Ec. 6)$$

La productividad óptima es la máxima que se puede conseguir con el equipo disponible y depende de los siguientes factores:

- **Sobresaturación.** Se define como la concentración de alúmina presente en el licor por encima del valor de la concentración de equilibrio. Este concepto constituye la herramienta fundamental para la optimización de la productividad y además influye marcadamente sobre la calidad del producto. Como se puede observar en la Figura 3, la sobresaturación aumenta si se enfría el licor madre antes y durante de la precipitación lo cual se lleva a cabo en el área de enfriamiento por expansión instantánea (A-39). Por consideraciones de calidad este enfriamiento tiene un límite, igualmente durante el proceso de precipitación la suspensión se enfría aún más debido a las pérdidas de calor al ambiente durante el proceso, al agregarse la semilla y por el enfriamiento interetapas. (CVG Bauxilum, 1988)
- **Tiempo de residencia.** La productividad del licor depende directamente del tiempo de residencia (ver Figura 4), lo cual implica que se tiene como meta la máxima disponibilidad de volumen instalado de precipitación. Como se puede observar, la tasa de precipitación disminuye rápidamente con el tiempo de residencia
- **Carga de semilla.** Es una técnica usada para fomentar la precipitación del hidrato. Se realiza añadiendo cristales de hidrato al licor madre (al comienzo del proceso de precipitación) y a la suspensión de precipitación (durante la

precipitación). Mientras la superficie de la semilla por unidad de volumen de licor sea mayor, mayor será la productividad.

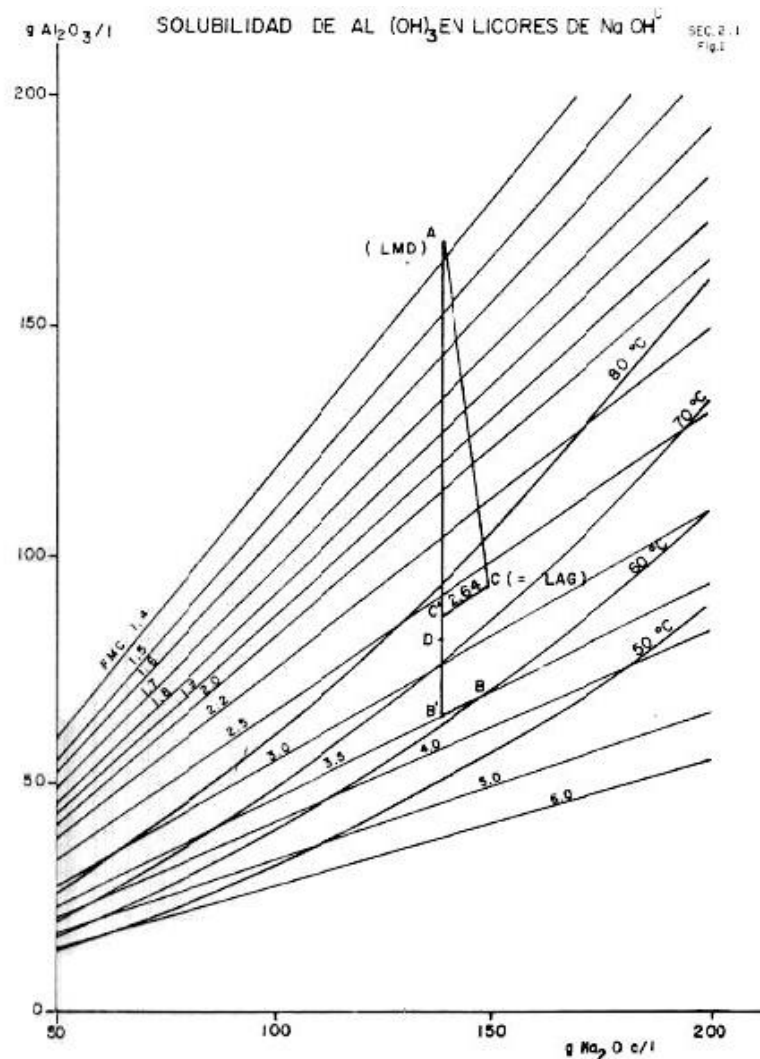


Figura 3. Solubilidad de hidróxido de aluminio en licores de soda cáustica. (CVG Bauxilum, 1988)

Si la semilla se introduce en forma de una suspensión de licor agotado, una gran cantidad de carga de semilla significaría el reciclaje de una gran cantidad de licor agotado; por ende una disminución significativa del tiempo de residencia. Para evitar esta disminución, debido a que demasiado licor acompaña a la semilla, es necesario filtrar la suspensión de semilla cuando la carga de ella que se introduce es grande.

- **Perfil de temperatura.** El enfriamiento interetapas favorece la precipitación del hidrato como se observa en la Figura 3 ya que la sobresaturación del licor aumenta a medida que la temperatura disminuye. A su vez en la Figura 4, se

muestra el aumento de velocidad de precipitación después del enfriamiento intermedio.

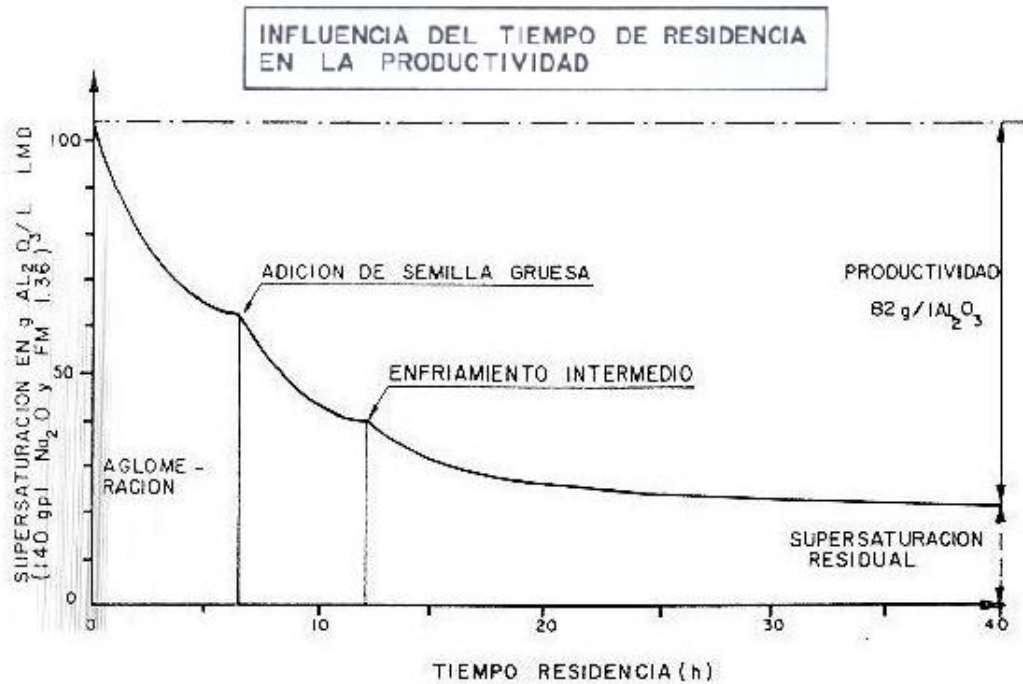


Figura 4. Influencia del tiempo de residencia sobre la productividad. (CVG Bauxilum, 1988)

El aumento de dicha velocidad se debe en parte al efecto del enfriamiento de la adición de suspensión de semilla gruesa a la suspensión de aglomeración.

- **Concentración del licor.** Mientras mayor sea la concentración del licor madre, mayor será la productividad (permaneciendo constantes las otras variables) por lo tanto, para el mismo caudal de licor una concentración mayor permite una producción mayor. Sin embargo, se debe fijar un límite superior de ésta (140 Na₂Oc/L) debido a que pueden generarse problemas en la recuperación de cáustica, el inventario de cáustica, la desilicación, la fisuración por cáustica del equipo, etc.

II.1.5. Influencia de las impurezas en la productividad del licor

La presencia de impurezas hace disminuir la sobresaturación de Al₂O₃ existente en el licor madre, por lo tanto disminuye la productividad del licor. La influencia de cada una de ellas sobre la productividad se relaciona con la naturaleza compleja de la misma bauxita.

- **Oxalatos.** La cristalización del oxalato de sodio en la etapa de precipitación disminuye la tasa de precipitación de hidrato y por ende, la productividad del licor. De igual manera se forman espuma e incrustaciones en los tanques, inhiben la aglomeración, favorecen la nucleación y así la formación de ultrafinos.
- **Impurezas inorgánicas.** Los aniones Cl^- , SO_4^- , etc. disminuirán la productividad en precipitación por cerca de 0,1 g Al_2O_3 /l por g de Na_2O asociada a estos iones (para una concentración de licor madre de 140 Na_2O /L y una relación molar dada).
- **Impurezas orgánicas.** Según un estudio de A. Lectard y F. Nicolas (1983) para un licor de planta con unos 140 Na_2O /L se puede suponer una disminución en la productividad de unos 0,4 g Al_2O_3 /L por g/L de carbono orgánico, aunque esto puede no ser cierto para los licores de bauxita de los Pijiguaos.

II. 2. MODELOS Y MODELIZACIÓN

Un modelo conceptual se puede definir como una construcción conceptual de un sistema real que se corresponde con un mundo percibido. (Paolini, 2007)

El modelo es un constructo ya que representa un sistema, bien sea natural o diseñado. Es un instrumento propositivo que permite, entre otras cosas, ayudar a tomar decisiones. El observador que realiza la modelización está orientado a responder ciertas preguntas que están asociadas al fin para el que se construye el modelo. El modelo no es una herramienta en sí misma, sino que bajo esa construcción subyace el fin de explicar y predecir alguna situación de interés.

El objeto de la modelización de sistemas es el diseño y estudio de modelos simbólicos para el análisis de alternativas o escenarios. Un modelo simbólico es aquel que describe las propiedades del sistema utilizando relaciones matemáticas. El uso de variables que reflejen la estructura del sistema se considera como objetivo esencial en el desarrollo de modelos simbólicos. Existen guías metodológicas para el diseño de modelos, tales como las técnicas del análisis multivariante las cuales están siendo ampliamente aplicadas en la industria ya que

a través de éstas se puede lograr una toma de decisiones completa y realista que permita la optimización de un proceso (Paolini, 2007).

II. 3. ANÁLISIS MULTIVARIANTE

Se refiere a todos los métodos estadísticos que analizan simultáneamente medidas múltiples de cada individuo u objeto sometido a investigación. De igual manera, cualquier análisis simultáneo de más de dos variables puede ser considerado aproximadamente un análisis multivariante (Hair, 1999).

El elemento esencial de análisis multivariante es el valor teórico, una combinación lineal de variables con ponderaciones determinadas empíricamente donde las variables son especificadas por el investigador y las ponderaciones (coeficientes) son determinadas por la técnica multivariante seleccionada. Un valor teórico de n variables ponderadas (X_1 a X_n) puede expresarse matemáticamente así:

$$\text{Valor teórico} = w_1 \cdot X_1 + w_2 \cdot X_2 + \dots + w_n \cdot X_n \quad (\text{Ec. 7})$$

Donde X_n es la variable observada y w_n es la ponderada determinada por la técnica multivariante. (Hair, 1999).

El análisis multivariante es un conjunto de técnicas de análisis de datos en expansión y el valor teórico es el punto central del análisis. En cada caso, el valor teórico capta el carácter multivariante del análisis. Entre las técnicas más conocidas tenemos:

II.3.1. Análisis factorial

Incluye todos los métodos estadísticos multivariantes cuyo propósito es definir la estructura subyacente en una matriz de datos. El análisis factorial es una técnica de interdependencia y tiene como objetivo encontrar un modo de condensar la información contenida en un número de variables originales en un conjunto más pequeño de variables (factores) con una pérdida mínima de información.

II.3.2. Análisis discriminante múltiple

Esta técnica se utiliza cuando la variable dependiente es dicotómica o multidicotómica y por tanto, no métrica. Este tipo de análisis es útil en situaciones donde la muestra total puede dividirse en grupos basándose en una variable dependiente caracterizada por varias clases conocidas. El análisis discriminante

permite generar reglas (función discriminante) con las que se puede clasificar una gran cantidad de datos y se desea poder determinar la pertenencia de una observación a una clase particular, basándose en un conjunto de variables predictoras. (Hair, 1999).

II.3.3. Análisis de correlación canónica

Es un modelo estadístico multivariante que facilita el estudio de las interrelaciones entre múltiples variables criterio (dependientes) y múltiples variables predictoras (independientes). El principio subyacente es desarrollar una combinación lineal de cada conjunto de variables para maximizar la correlación entre los dos conjuntos. La correlación canónica establece el menor número de restricciones sobre los tipos de datos con los que se trabaja. Dado que las otras técnicas imponen restricciones más rígidas, se acepta generalmente que la información obtenida a partir de ellas es de mayor calidad y que se puede interpretar más fácilmente (Hair, 1999).

II.3.4. Regresión múltiple

Es una técnica estadística de análisis multivariante utilizada para examinar las relaciones entre una variable criterio y un conjunto de variables independientes. Las crecientes aplicaciones de la regresión múltiple, se agrupan en dos amplias clases de problemas de investigación: predicción y explicación.

Cuando el objetivo de la regresión es predictivo, el propósito fundamental es predecir los cambios en la variable dependiente en respuesta a cambios en varias de las variables independientes. Así, esta técnica permite maximizar la potencia conjunta de predicción de las variables independientes tal y como se presentan en el valor teórico o comparar dos o más conjuntos de variables independientes para averiguar el poder predictivo de cada valor teórico.

Por otra parte, la regresión múltiple proporciona un medio de evaluar objetivamente el grado y carácter de la relación entre las variables dependientes e independientes al formar el valor teórico. De acuerdo a esto, la regresión múltiple puede ser:

- **Lineal.** Cuando la regresión da como resultado una ecuación lineal.

- **No lineal.** Es aquella regresión que posee en su estructura simbólica elementos cuadráticos, cúbicos y funciones no lineales (exponencial, logarítmica y trigonométrica). Para obtener el modelo se parte de una regresión lineal y se ensayan modelos no lineales utilizando modelos polinomiales y luego se intenta el ajuste con modelos logarítmicos y exponenciales.
- **Logit:** se aplica cuando las variables explicatorias no tienen una distribución conjunta normal multivariante y la variable dependiente es dicotómica.

A continuación se presentarán las bases teóricas del análisis de regresión lineal múltiple con mayor detalle.

II. 4. MODELO DE REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE

II.4.1. Definición

Es una técnica que permite calcular el valor de una variable denominada dependiente a partir de valores obtenidos de las variables independientes o variables de regresión. Esta relación que se ajusta a un conjunto de datos experimentales se puede expresar con una ecuación de predicción denominada ecuación de regresión (Walpole, 1999)

Cuando existe una sola variable de regresión, se dice que el modelo es una regresión lineal simple. Es decir, hay una sola Y y una sola x . En este caso, se define $Y|x$ como la variable aleatoria Y que corresponde a un valor fijo de x donde su media y su varianza se denotan $\mu_{Y|x}$ y $\sigma^2_{Y|x}$ respectivamente. El término regresión lineal implica que $\mu_{Y|x}$ se relaciona linealmente con x mediante la ecuación de regresión de población.

Cuando la complejidad del sistema a modelar es tal que se tienen k variables independientes, se habla en términos de Y sobre x_1, x_2, \dots, x_k y se denomina modelo de regresión lineal múltiple. La ecuación del modelo es de la forma

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \dots + \beta_n \cdot x_n \quad (\text{Ec. 8})$$

Es deseable que las variables explicatorias X_i sean independientes, es decir, que no exista colinealidad entre ellas:

$$b_0 \sum_{i=1}^n x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{ki} \cdot x_{2i} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{ki} \cdot x_{2i} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n x_{ki}^2 = \sum_{i=1}^n x_{ki} \cdot y_i \quad (\text{Ec. 16})$$

Estas ecuaciones se resolverán para b_0, b_1, \dots, b_k , utilizando un software estadístico el cual realiza sus cálculos mediante el álgebra de matrices.

II.4.3. Cálculo de coeficientes con el uso de matrices

Si se desea aplicar el álgebra de matrices al análisis de regresión, es preciso ordenar los datos en matrices siguiendo un patrón específico. Suponiendo que se tienen k variables independientes x_1, x_2, \dots, x_k y n observaciones y_1, y_2, \dots, y_n cada una de las cuales se pueden expresar por la ecuación

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_{1i} + \beta_2 \cdot x_{2i} + \dots + \beta_n \cdot x_{ni} + \varepsilon_i \quad (\text{Ec. 17})$$

Este modelo en esencia representa n ecuaciones que describen cómo se generan los valores de respuesta en el proceso científico. Con el uso de la notación matricial, se puede escribir la ecuación

$$y = \beta \cdot X + \varepsilon \quad (\text{Ec. 18})$$

Donde

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \dots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \dots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix}.$$

La matriz β se calcula mediante el método de mínimos cuadrados explicando anteriormente el cual implica encontrar el valor de β que minimice:

$$SSE = (y - X\beta)'(y - X\beta) \quad (\text{Ec. 19})$$

dando como resultado la siguiente expresión

$$(X'X)\beta = (X'y) \quad (\text{Ec. 20})$$

Despejando la matriz β , se obtiene como solución

$$\beta = (X'X)^{-1}(X'y) \quad (\text{Ec. 21})$$

Por lo tanto, para resolver la ecuación de matrices de mínimos cuadrados, la computadora calcula $(X'X), (X'X)^{-1}, X'y$. Por último, el producto $(X'X)^{-1}(X'y)$ y de esta manera se genera la matriz de coeficientes de regresión. (Walpole, 1999)

II.4.4. Regresión por pasos

Es un procedimiento estándar para buscar el “subconjunto óptimo” de variables en ausencia de ortogonalidad. Se basa en el procedimiento de introducir en forma secuencial las variables al modelo una por una. Los métodos en los que se pueden realizar son: adición progresiva y eliminación regresiva.

La adición progresiva se basa en la noción de que las variables se deben introducir una por una hasta que se encuentra una ecuación de regresión satisfactoria.

La eliminación regresiva involucra los mismos conceptos que la adición progresiva excepto que se comienza con todas las variables en el modelo. Se realiza la eliminación de variables hasta algún paso en que la variable con la suma de cuadrados de la regresión ajustada más pequeña tiene como resultado un valor f significativo para algún nivel de significancia predeterminado. Cabe destacar que una vez que se añade o elimina una variable en alguno de estos esquemas, no existe posibilidad de revertir la acción posteriormente (Walpole, 1999).

Los valores de los coeficientes obtenidos mediante la regresión por pasos se obtienen haciendo uso de las metodologías de cálculo explicadas anteriormente (mínimos cuadrados con el uso de matrices) utilizando el software comercial SYSTAT 12[®].

II.4.5. Supuestos en el análisis de regresión múltiple

En la regresión múltiple, luego de haber calculado el valor teórico (en este caso, la productividad) se deben evaluar ciertos supuestos del valor teórico en sí mismo. La necesidad de comprobar estos supuestos surge debido a la complejidad que puede existir en las relaciones entre una gran cantidad de variables, es decir, las distorsiones y los sesgos pueden ser más potenciales cuando se incumplan los mismos. Los supuestos que se van a examinar son los siguientes:

- **Normalidad:** La variable aleatoria e_i tiene una distribución normal.
- **La media o valor esperado de esta variable es cero:** $E(e_i)=0$.
- **Homocedasticidad:** La varianza Y_i de la variable aleatoria para todos los valores de X_i es la misma.
- **No existencia de autocorrelación:** Se produce cuando los valores de e_i de la variable aleatoria, no dependen o están influidos por valores anteriores de la misma variable.

La medida principal del error de predicción del valor teórico es el residuo, que no es más que la diferencia entre los valores observados y las predicciones de la variable criterio. El gráfico de residuos más habitual se forma con los residuos (r_i) frente a los valores de la predicción de la variable dependiente (y_i), permitiendo identificar el incumplimiento de los supuestos antes mencionados. La Figura 5 contiene algunos gráficos de residuos que muestran los supuestos básicos mencionados.

Cabe destacar que en el gráfico de no correlación de residuos se cumplen todos los supuestos. Los residuos se distribuyen aleatoriamente, con una dispersión relativamente igual a cero y una tendencia no muy fuerte a que sea mayor o menor que cero. Asimismo, no se encuentra ninguna pauta o regularidad para valores elevados o reducidos de las variables independientes. Los gráficos residuales restantes serán utilizados para ilustrar los métodos de examen de incumplimiento de los supuestos que subyacen el análisis de regresión (Hair, 1999)

II.4.6. Examen de significación estadística del modelo

Esta evaluación incluye un conjunto de pruebas que verifican la calidad de un modelo y permiten conocer si las estimaciones obtenidas son significativas. Se incluye el coeficiente de determinación múltiple, el análisis de varianza y la prueba de Durbin-Watson.

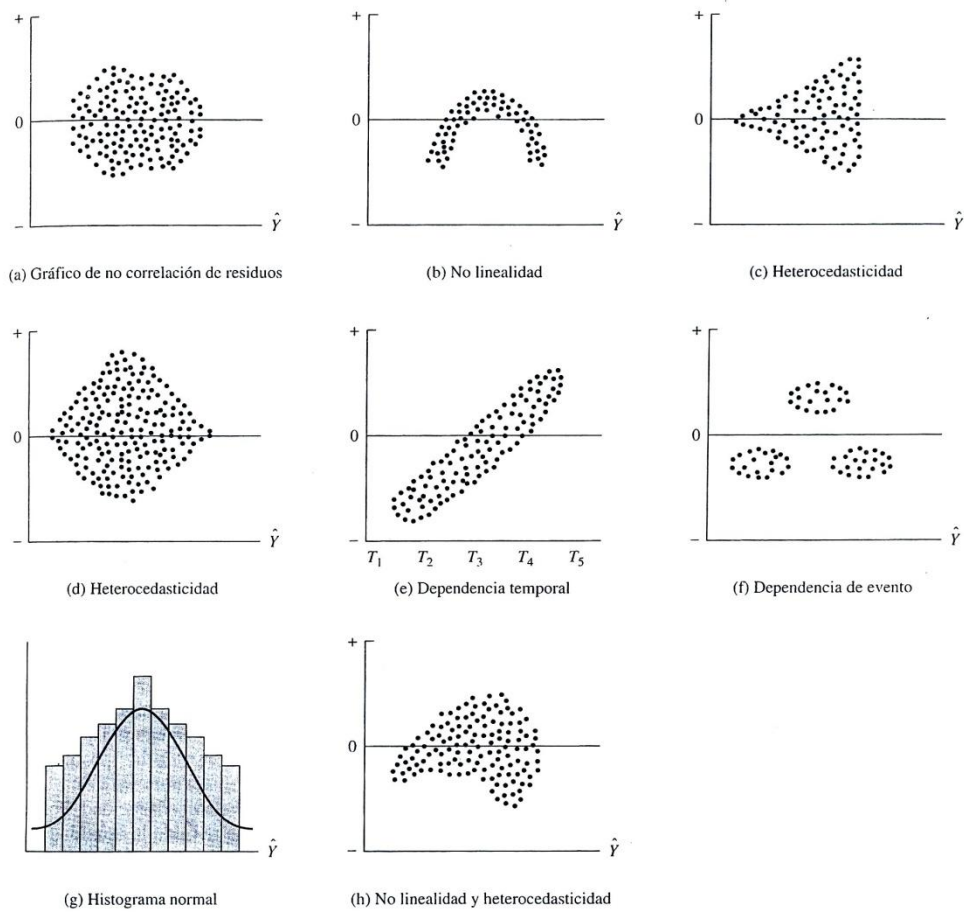


Figura 5. Análisis gráfico de los residuos. (Hair,1999)

Coefficiente de determinación múltiple

Este coeficiente representa la fracción de la variación de los valores y y de la muestra que se puede atribuir al modelo de regresión. Se define como:

$$R^2 = 1 - \frac{SS_R}{SS_T} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (\text{Ec. 22})$$

Donde

\hat{y}_i : Valor predicho de y_i

\bar{y} : Media de y_i

Por tanto, $R^2 = 0$ implica que el modelo no se ajusta en absoluto a los datos y $R^2 = 1$ implica un ajuste perfecto, es decir, que el modelo pasa por todos y cada uno de los puntos de datos (Walpole, 1999)

Análisis de varianza (ANOVA) en la regresión múltiple

La división de la suma de cuadrados en sus componentes, la regresión y suma de cuadrados del error juegan un papel importante. Se puede llevar a cabo un análisis de varianza para aclarar la calidad de la ecuación de regresión. Una hipótesis útil que determina si una cantidad significativa de la variación se explica mediante el modelo es

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_k = 0 \quad (\text{Ec. 23})$$

El rechazo de H_0 (hipótesis nula) implica que la ecuación de regresión es distinta de una constante, por lo que al menos una variable regresora es importante.

El análisis de varianza incluye una prueba F vía una tabla dada como a continuación:

Tabla 1. Resultados a obtener a partir del análisis de varianza

Fuente	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados Medios	F
Regresión	SS_R	k	$MS_R = \frac{SS_R}{k}$	$f = \frac{MS_R}{MS_E}$
Error	SS_E	n-(k+1)	$MS_E = \frac{SS_E}{n - (k + 1)}$	
Total	SS_T	n-1		

Cuando se rechaza la hipótesis nula, es decir, cuando f excede el valor crítico $f_{\alpha}(1, n-k-1)$ se concluye que hay una cantidad significativa de variación en la respuesta explicada por el modelo postulado. Si f está en el valor de aceptación, se puede concluir que los datos no reflejaron evidencia suficiente para apoyar el modelo postulado (Walpole, 1999)

Prueba Durbin-Watson (Gujarati, 1981)

Uno de los problemas de los modelos de regresión lineal es la autocorrelación, la cual se define como la correlación existente entre los miembros de una serie de valores ordenados en el tiempo y se determina a partir del estadístico d de Durbin-Watson

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} \quad (\text{Ec. 24})$$

Donde los e_i son los residuos $e_i = y_i - \hat{y}_i$.

La mecánica de la prueba Durbin-Watson es la siguiente:

- a) Realice la regresión y obtenga los residuos e_i ,
- b) Calcule el valor del estadístico d .
- c) Encuentre los valores críticos d_L y d_U para el tamaño de la muestra y el número de variables explicatorias dadas.
- d) Si la hipótesis nula H_0 es que no hay autocorrelación serial positiva o negativa, entonces

$d < d_L$: Rechace H_0

$d > 4 - d_L$: Rechace H_0

$d_U < d < 4 - d_U$: No rechace H_0

$d_L \leq d \leq d_U$ } la prueba no es concluyente
 $4 - d_U \leq d \leq 4 - d_L$ }

II.4.7. Validación de modelos de regresión

El paso final del modelado consiste en asegurarse si el modelo representa a la población general (generalización) y que sea apropiado para situaciones en las cuales será utilizado (transferibilidad). Una manera de determinar la validez del modelo, es dividir el conjunto de datos en dos partes: una submuestra de estimación para construir el modelo de regresión y una submuestra de validación utilizada para contrastar la ecuación. No se ha establecido una manera definitiva para dividir la muestra, si los datos no son categóricos el procedimiento más común es dividir el grupo ya sea 60-40 ó 75-25 entre los grupos de análisis (estimación) y validación (Hair, 1999)

II.4.8. Predicción con modelos regresión múltiple

Las predicciones del modelo se pueden llevar a cabo aplicando el modelo estimado para un nuevo conjunto de valores de las variables independientes y calculando los valores de la variable criterio. Sin embargo, se deben considerar

diversos factores que pueden tener cierto impacto en la calidad de las nuevas predicciones:

- Cuando se aplica un modelo a una nueva muestra, se debe recordar que las predicciones contienen ahora no solo las variaciones muestrales respecto a la muestra original sino también la muestra nuevamente extraída.
- Se debe verificar que las condiciones y relaciones medidas en el momento en que la muestra original fue tomada no han cambiado.
- Finalmente, no se debe utilizar el modelo para estimar más allá del rango de las variables independientes, es decir, no se puede suponer que las relaciones son las mismas para valores de las variables independientes sustancialmente superiores que aquellos de la muestra original.

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

En el presente capítulo se realiza una descripción de la metodología que fue dispuesta para el cumplimiento de los objetivos planteados en este trabajo de investigación.

III. 1. Conocer las características del proceso Bayer.

Inicialmente, se estudió el proceso productivo de la empresa CVG Bauxilum, utilizando los manuales del proceso de lado blanco y lado rojo, donde se especifican las áreas que lo conforman, materia prima, insumos empleados y las especificaciones del producto final. Se hizo énfasis en la operación del área de precipitación de hidratos (A-41) operación con la finalidad de esquematizar el proceso e identificar posteriormente las variables que inciden en la productividad del licor madre alimentado.

De igual manera, se revisó la bibliografía de modelos multivariantes y modelos de regresión múltiple.

III. 2. Identificar las variables que inciden en la productividad del licor.

Una vez definida el área de estudio, se procedió a seleccionar las variables a incluir en las regresiones de acuerdo a su influencia sobre la productividad, como se pudo verificar con los manuales de proceso y trabajos de grado desarrollados anteriormente en CVG Bauxilum. Luego se recolectaron los datos de las variables relevantes en el proceso, desde el año 2001 hasta el 2008 los cuales se utilizaron para generar los modelos de regresión definiendo las variables explicatorias y la variable de interés.

Por otra parte se tomó de cada base de datos una sub-muestra de validación la cual no será incluida para estimar el modelo pero utilizada al momento de validar el mismo.

III. 3. Generar ecuaciones de regresión.

Con las bases de datos ordenadas se calcularon los coeficientes de regresión utilizando el software comercial SYSTAT 12[®] obteniendo los valores de los coeficientes de cada ecuación, siendo la variable dependiente (respuesta) la productividad del licor. De igual forma se realizó la regresión por pasos de manera que se encontraran modelos que incluyeran únicamente las variables que contribuían significativamente en la predicción. Con los coeficientes de regresión se construyeron las ecuaciones que se utilizaron para el cálculo de la productividad.

Para calcular el valor teórico de la productividad se sustituyó en cada ecuación los datos de las variables independientes requeridos.

III. 4. Seleccionar las ecuaciones que mejor se adapten al proceso mediante pruebas estadísticas.

Con los valores teóricos, se procedió a verificar si los mismos cumplieron los supuestos de regresión mediante el uso de gráficos residuales. Así, solo continuaron en la evaluación aquellos modelos que cumplieron las mencionadas condiciones.

Seguidamente, se llevó a cabo un análisis de varianza (ANOVA) que aclara la calidad del modelo de regresión y es en primera instancia una prueba para el modelo. De igual manera se verificó si el modelo de regresión es significativo en su totalidad realizando la prueba F de Fisher (Walpole,1999).

Posteriormente se validó cada modelo utilizando la sub-muestra de datos extraída para tal fin, de manera que se escogieron los modelos que representaran mejor el comportamiento del circuito de precipitación de hidratos, haciendo una comparación entre la productividad real obtenida (teórica) y la productividad calculada con los modelos seleccionados.

III. 5. Predecir con las ecuaciones encontradas, productividades durante un periodo de cuatro meses.

Finalmente se aplicó(aron) la(s) ecuación(es) seleccionada(s) a datos del proceso obtenidos en un periodo de cuatro meses con la finalidad de conocer si los resultados son generalizables a la población y que no son específicos de la muestra utilizada para la estimación.

III. 6. Calcular la fracción molar cáustica del último tanque precipitador (FMC_{SUP}).

Por último se calculó el valor la fracción molar del último tanque precipitador con los valores estimados de productividad de manera que se podría verificar si las ecuaciones encontradas podrían describir con certeza el A-41 de CVG Bauxilum, realizando una segunda validación de las mismas.

En la Figura 6, se presenta el esquema de la metodología que se empleó en el presente Trabajo Especial de Grado.

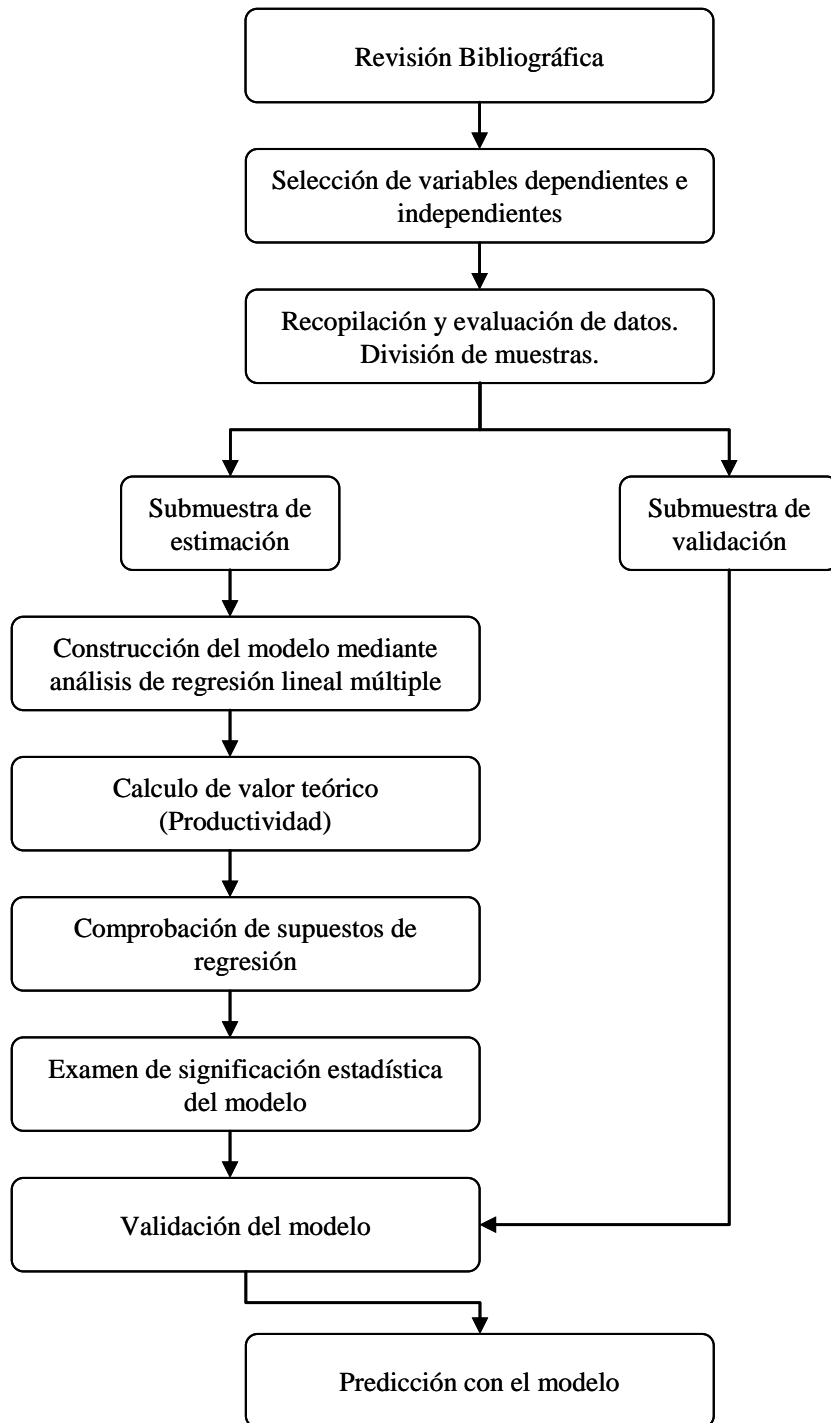


Figura 6. Esquema de metodología a utilizar durante el desarrollo del modelado matemático.

CAPÍTULO IV

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados obtenidos una vez aplicada la metodología explicada en el capítulo anterior.

IV. 1. Conocer las características del proceso Bayer, principalmente el área de precipitación de hidratos (A-41).

En el proceso de producción de alúmina desarrollado en CVG Bauxilum se encuentra el área de precipitación de hidratos (A-41) perteneciente a la superintendencia de proceso lado blanco. La función del A-41 es recuperar del licor madre los cristales de alúmina en solución, precipitándola en cristales de alúmina trihidratada. Para realizar el modelado matemático del comportamiento de este sistema fue necesario conocer el funcionamiento de la misma para establecer un esquema que permitiera identificar los parámetros del proceso que influían sobre el comportamiento de la variable de interés.

Como se puede observar en la Figura 7, el A-41 se divide en 2 etapas (I y II) cuyos equipos se distribuyen y operan de la misma manera. En primer lugar se encuentran doce tanques precipitadores de 1650 m^3 en los cuales se alimenta el licor madre (LMD I) y la suspensión de semilla fina (SSF) para que se lleve cabo la fase de aglomeración con un tiempo de retención de 6 horas.

Del último tanque de esta etapa se envía un 40 % de flujo (SPA) al A-58 y el restante 60 % rebosa al primer tanque de 1650 m^3 de la fase de crecimiento. Adicionalmente, este tanque recibe una suspensión de semilla gruesa (SSG) cuya finalidad es promover el crecimiento de las partículas de hidrato. Esta solución fluye por gravedad desde el último tanque de 1650 m^3 a los recipientes de expansión (SEE) donde la temperatura de la solución desciende $10 \text{ }^\circ\text{C}$ y luego es alimentada al primer tanque de 3000 m^3 continuando la fase de crecimiento e incrementándose el tiempo de residencia requerido para continuar la precipitación de las partículas de hidrato.

Del último tanque de 3000 m³ se envía la suspensión de hidrato a los precipitadores de 4500 m³ que, como se puede observar en la Figura 7, son diez tanques comunes para ambas etapas donde finaliza la etapa de crecimiento, completándose con todos los tanques de precipitación un total de 38 a 40 horas de tiempo de retención y obteniendo la solución saturada de hidrato (SUP) que se envía al área de clasificación de hidratos (A-42).

Cabe destacar que la Sala de Control Central de la empresa opera el sistema de instrumentación que mantiene controlado el proceso. Los flujos, los niveles de los tanques y las temperaturas de alimentación de licor madre y salida del sistema de enfriamiento inter-etapas son algunas de las variables controladas y monitoreadas en esta área.

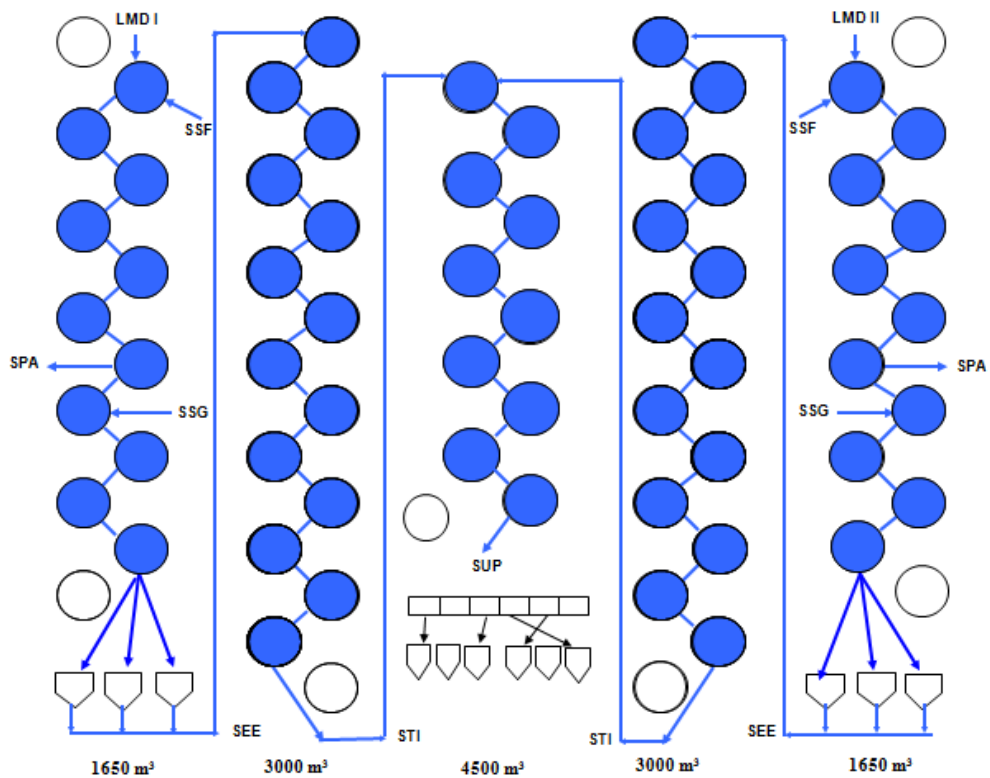


Figura 7. Esquema del área de precipitación de hidratos (A-41) de CVG Bauxilum (Bauxilum, 1999)

A partir de este esquema detallado, se pudo construir un diagrama de bloques que esquematiza todo el proceso de la etapa de precipitación de hidratos, muestra las corrientes principales del sistema y de esta manera tener un visual más clara del proceso para proceder a identificar las variables de mayor impacto que serían las

consideradas en el modelado matemático del mismo. Este diagrama se muestra en la Figura 8.

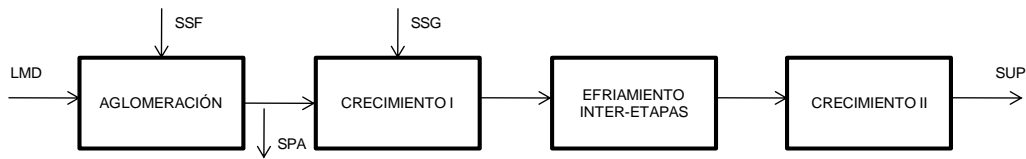


Figura 8. Diagrama de bloques del área de precipitación de hidratos (A-41) de CVG Bauxilum

IV. 2. Identificar las variables que inciden en la productividad del licor.

Una vez conocido la filosofía de operación del área e identificadas las corrientes principales de la misma (descrito en la sección anterior). Se procedió a delimitar los datos de producción que serían el insumo al modelo matemático.

Los datos disponibles para realizar el modelado comprendían el periodo iniciado en enero del año 2001 hasta el mes de diciembre del año 2008. Dicha base de datos fue suministrada por la Superintendencia de Proceso Lado Blanco de CVG Bauxilum.

Para la selección de las variables, en primer lugar se consideraron los parámetros independientes incluidos en el balance de masa del área (ver Ec. 6). Dichos parámetros son: (a) la fracción molar cáustica del licor madre (FMC_{LMD}) y (b) su concentración cáustica (Na_2O_{LMD}).

Ahora bien, para determinar cualitativamente el impacto de la variación de estos parámetros sobre la productividad del licor, se procedió a construir la gráficas de productividad del circuito con respecto a cada uno de los parámetros antes mencionados. Estas gráficas se muestran la Figura 9 y se consideraron los promedios de datos semanales de producción de enero a marzo del 2003.

Como se observa en la Figura 9, una variación tanto de la fracción molar cáustica del licor madre (FMC_{LMD}) (ver Figura 9 (a)) como de la concentración cáustica Na_2O_{LMD} (ver Figura 9 (b)) se evidencia una influencia directa sobre la productividad. En el primer caso, un aumento del 6% de la FMC_{LMD} produce una disminución del 12% en la productividad, mientras que un incremento del 3% en la Na_2O_{LMD} ocasiona un aumento del 3% en la misma.

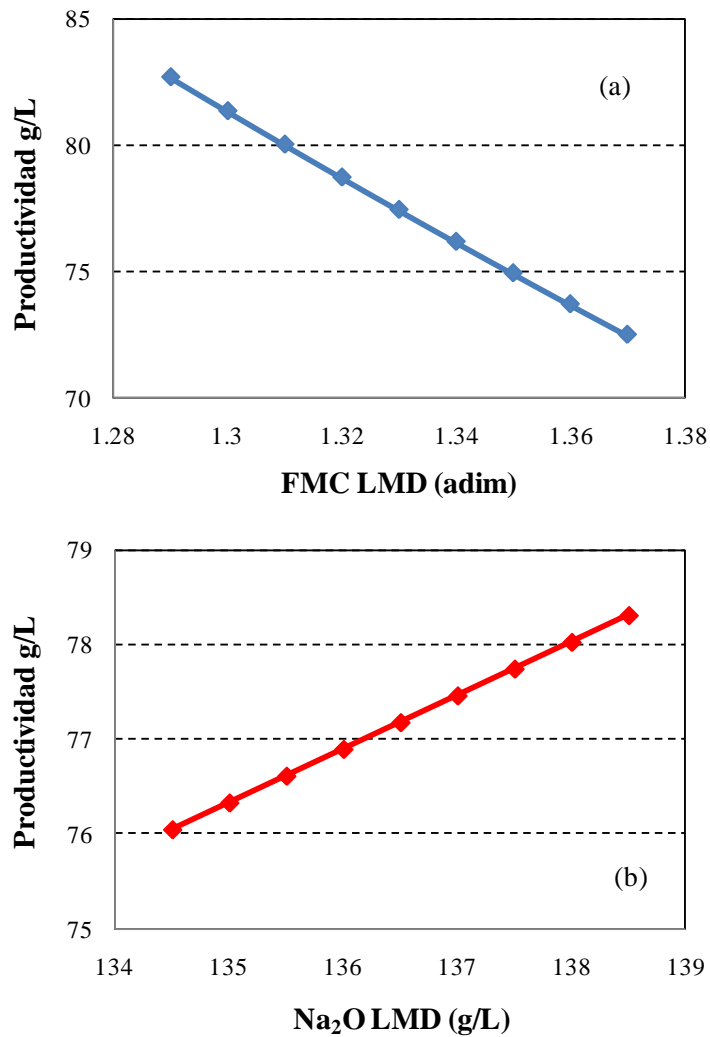


Figura 9. Variación de la productividad del licor madre en función de (a) FMC LMD y (b) Na₂O LMD.

Cabe destacar que para ambos parámetros se observa una funcionalidad aparentemente lineal y que la productividad del circuito es relativamente más sensible a los cambios de FMC_{LMD} que a la Na₂O_{LMD}. Es por esto que estas variables serán las primeras en incluirse en el modelado matemático.

Por otra parte, estudios proyectos elaborados anteriormente en CVG Bauxilum aportaron un conjunto de variables que fueron consideradas en el presente trabajo de modelado matemático. Por ejemplo, Lárez (2007) caracterizó la fase de aglomeración del circuito de precipitación de hidratos mediante la construcción de perfiles de cáustica, fracción molar y productividad obtenidos al realizar muestreos y pruebas de laboratorio. Dichos resultados les permitió visualizar la transformación de la suspensión en esta fase, demostrando que la granulometría

de la SPA, el porcentaje de partículas de menores a $45\mu\text{m}$ y el tiempo de residencia generan cambios en la formación de aglomerados los cuales influyen sobre la cantidad de alúmina que precipita aguas abajo en el último tanque precipitador.

De igual manera, Blanco (2005) determinó como influían las variables del proceso en los cambios granulométricos dentro la fase considerada por Lárez (2007), realizando un estudio estadístico de los datos operacionales del área de precipitación de hidratos desde enero del 2000 hasta marzo del 2004. En su estudio concluyó que las variables que más influían en dicha etapa eran: (a) la granulometría de la semilla fina, (b) el contenido de oxalatos en la misma, (c) la temperatura del licor madre y (d) el tiempo de residencia en la fase de aglomeración.

En base a lo anterior, se incluyeron dichas variables en el modelado, al igual que la temperatura a la salida del sistema de enfriamiento inter-etapas debido a que la sobresaturación del licor aumenta al enfriar el mismo tal y como se observa en la Figura 3 (Bauxilum 1988).

Aunado a esto, se incluyeron las impurezas contenidas en el licor madre ya que anteriormente solo se ha estudiado la influencia de los oxalatos en el proceso y no se ha verificado formalmente cómo el resto de los compuestos contenidos en el licor madre, clasificados como impurezas, afectan la productividad del mismo.

Finalmente, las variables consideradas para el modelado matemático y sus respectivos valores metas en el proceso se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Conjunto de variables independientes consideradas en el modelado matemático.

Nombre de variable	Valor objetivo (meta)
Temperatura del licor madre	76 °C
Concentración cáustica del licor madre	137 g/L
Fracción molar cáustica del licor madre	1,33
Concentración de sólidos en la suspensión de aglomeración	180 g/L
Concentración de sólidos en la suspensión del último tanque precipitador	330 g/L
Granulometría en la suspensión de aglomeración	8 %

Granulometría en la suspensión del último tanque precipitador	8 %
Nombre de variable	Valor objetivo (meta)
Temperatura en el sistema inter-etapas	62 °C
Tiempo de residencia total	38 h
Productividad del licor en la fase de aglomeración	40 g/L
Fracción molar cáustica en el último tanque precipitador	2,45
Impurezas del licor madre	%
Sílices.	<0,55
Oxido de Calcio.	<0,015
Fosfatos.	<0,3
Oxalatos.	<2
Carbono Orgánico.	5-6
Sulfato de Sodio.	<2

Cabe destacar, que se considera impureza cualquier compuesto no deseado en el licor madre, la cual puede contaminar el producto final alterando su pureza o que impida la formación de aglomerados haciendo más pequeño el tamaño de las partículas de hidrato que precipitan. Por otra parte, todas las variables son del tipo métricas siendo la variable dependiente del modelo la productividad total del licor madre y el resto las variables explicatorias o independientes.

IV. 3. Generar ecuaciones de regresión (modelo) entre las principales variables de proceso para la productividad del licor.

En base a que las variables independientes consideradas en el modelado del proceso son del tipo métricas y el mismo dispone de una sola variable dependiente, se utilizó el análisis de regresión múltiple como herramienta numérica empleada en el modelado matemático a fin de predecir los cambios en la variable dependiente en respuesta a cambios en varias de las variables independientes. Asimismo, la regresión fue del tipo lineal porque la misma cumple con el nivel de predicción requerida sobre la variable de interés.

De acuerdo a las variables seleccionadas, se tomaron los datos de los historiales de planta suministrados por la empresa, donde se hallaron sus valores diarios correspondientes en el periodo comprendido entre enero de 2001 y diciembre de 2008. Posteriormente, se organizaron las bases de datos y se procedió a definir el porcentaje a utilizar de la muestra como sub-muestra de estimación. De acuerdo a

lo recomendado por Walpole (2007) se dividió el grupo 85-15 entre los grupos de estimación y validación (ver Anexos A-G). Esta división se realizó de manera aleatoria.

Para calcular los coeficientes de regresión se utilizó el software comercial SYSTAT 12[®] para lo cual se promediaron los valores de las variables mes a mes para disminuir los sesgos de la muestra. Cabe destacar que para diferenciar la influencia de las impurezas sobre la productividad del licor, se construyeron dos escenarios: el primero no incluye las impurezas contenidas en el licor madre y un segundo donde se evaluó el efecto de las mismas sobre la productividad del licor.

Posteriormente, se decidió dividir los datos de manera arbitraria con la finalidad de conocer si es posible lograr una buena aproximación del proceso real con un menor número de datos. A su vez se puede diferenciar el uso de datos menos actuales (2001-2004) con los más actuales (2005-2008) para predecir el comportamiento de la productividad. En base a lo anterior, se consideraron tres tipos de modelos en base al histórico estudiado, los cuales se describen en la Tabla 3.

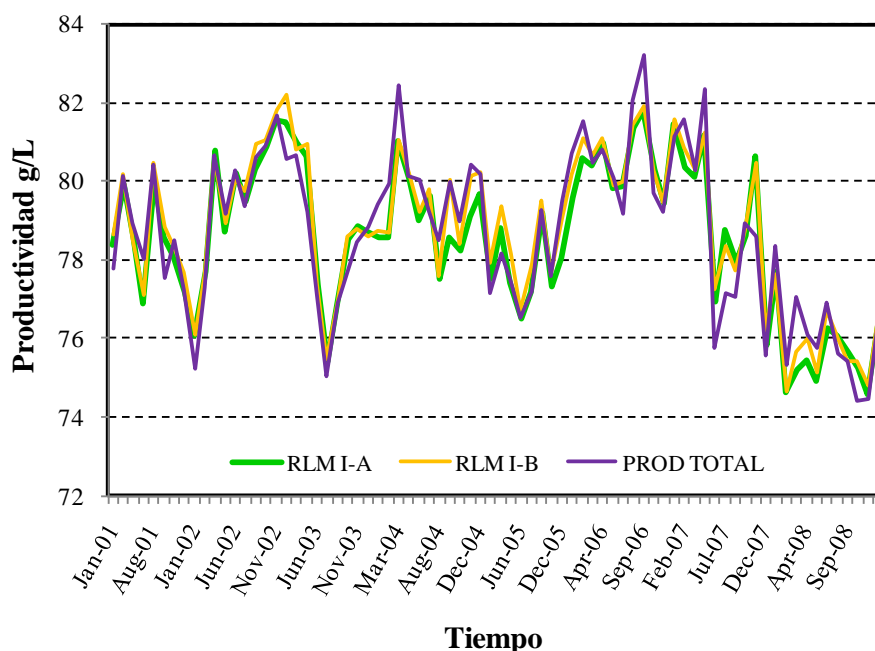
Tabla 3. Clasificación de los modelos considerados.

Clasificación del modelo	Periodo de estudio
Tipo I	2001 – 2008
Tipo II	2001 – 2004
Tipo III	2005 – 2008

Cada uno de estos modelos presenta dos escenarios, uno que no considera las impurezas contenidas en el licor madre denotado con la letra A y el segundo denotado con la letra B que incluye dichas impurezas.

Para el cálculo de la productividad utilizando las ecuaciones de regresión, se elaboró una hoja de Excel donde se insertó una fórmula que incluía los valores de los parámetros o coeficientes calculados y se sustituyeron los datos del proceso. Éstos valores calculados se graficaron conjuntamente con los valores de productividad que se encontraron en los historiales suministrados por la empresa.

En primer lugar se representaron gráficamente los valores realizando la regresión múltiple (ver Figura 10). Como se puede observar, el comportamiento de la productividad calculada utilizando las ecuaciones de regresión se aproxima bastante bien al comportamiento real.



Medias		Desviación Estándar	
PROD TOT	78,703	PROD TOT	2,05
RLM I-A	78,583	RLM I-A	1,92
RLM I-B	78,814	RLM I-B	1,91

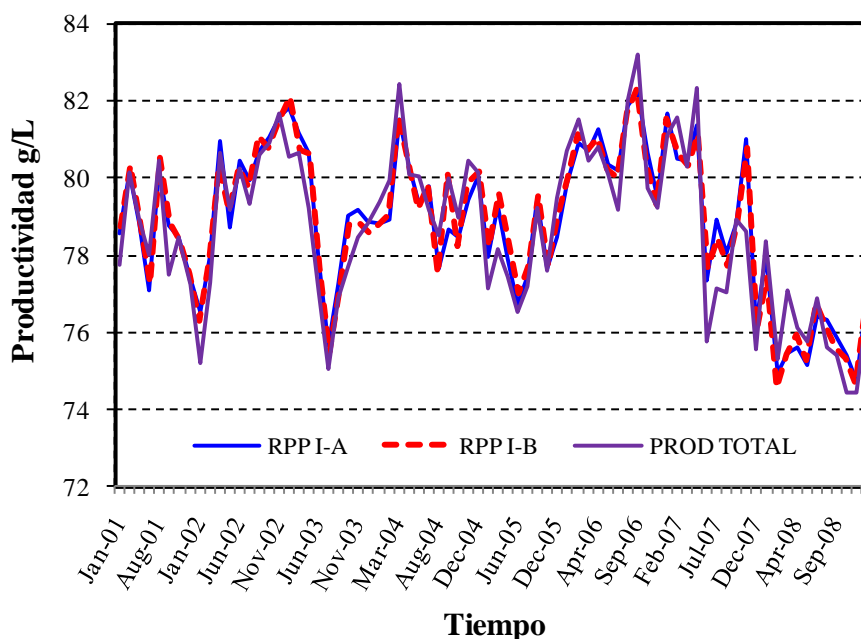
Figura 10. Productividad del licor madre real y calculada a partir del modelo tipo I mediante RLM.

La productividad media del proceso para el periodo es 78,703 g/L y su desviación estándar es 2,05. Las medias obtenida para la productividad calculada utilizando las ecuaciones I-A/B fueron 78,583 y 78,814 respectivamente, observándose que para ambos casos la desviación es menor del 1% con respecto a la media de la productividad real y la mejor estimación se obtuvo utilizando el modelo que incluyó las impurezas del licor madre. Sin embargo la diferencia es mínima por lo que se considera preferible utilizar la ecuación I-A debido a que el conjunto de variables que incluye es menor.

Posteriormente, se llevó a cabo la regresión por pasos, la cual permite encontrar el “subconjunto óptimo” de variables para cada caso, excluyendo aquellas que no

incrementen significativamente el coeficiente de determinación múltiple (R^2) obteniendo dos ecuaciones de regresión (RPP) adicionales con las cuales se calculó nuevamente la productividad. Los resultados se muestran en la

Figura 11.



Medias		Desviación Estándar	
PROD TOT	78,703	PROD TOT	2,05
RPP I-A	78,860	RPP I-A	1,93
RPP I-B	78,859	RPP I-B	1,93

Figura 11. Productividad del licor madre real y calculada a partir del modelo tipo I utilizando RPP

En la

Figura 11, se muestra que se obtuvieron resultados aproximados a los datos reales utilizando las ecuaciones obtenidas mediante regresión por pasos. En cuanto a las desviaciones con respecto a la productividad real se observó que no superó el 1%

tal y como sucedió en los casos anteriores aunque se encontró la particularidad de que la media de la productividad calculada para ambas ecuaciones fue 78,86 g/L por lo que se puede decir que la inclusión de las impurezas no ha generado un cambio significativo en la estimación de la productividad del circuito.

Las figuras anteriores permiten apreciar las fluctuaciones que presenta la productividad del circuito y aunque las ecuaciones se ajustan adecuadamente se observa que hay puntos en los cuales los valores calculados se encuentran ya sean por encima o por debajo de la productividad real.

Esto sucede debido a que se incluyen gran cantidad de variables y cada una presenta sus respectivas variabilidades, las cuales pueden ser debido a causas asignables tales como, materias primas defectuosas, errores de operadores o ajustes inadecuados de los equipos del proceso, entre otras.

Las diferencias máximas encontradas entre las productividades calculadas y la real las obtuvieron aquellas ecuaciones calculadas mediante regresión por pasos, por lo que se puede decir que los resultados obtenidos al utilizar ecuaciones de regresión múltiple presentan una mayor exactitud con respecto a las otras (RPP). No obstante, para conocer cuál de ellas estima la productividad con mayor exactitud se debe llevar a cabo la evaluación estadística más detallada.

Los coeficientes obtenidos tanto para la regresión múltiple como para la regresión por pasos a partir de los datos del proceso para los modelos tipo I se pueden ver en la Tabla 4. Las celdas rellenas en color gris representan las variables no incluidas tal y como sucede con las impurezas en las ecuaciones I-A y con las variables excluidas en las ecuaciones obtenidas mediante regresión por pasos.

Tabla 4. Coeficientes de Regresión para modelos tipo I

	Modelo I-A		Modelo I-B	
	RLM	RPP	RLM	RPP
Constante	20,222	-4,848	22,956	-9,599
T LMD	0,184	0,243	0,081	0,167
Na₂O LMD	0,257	0,311	0,31	0,403
FMC LMD	-12,183		-11,924	
SOL SPA	-0,047	-0,05	-0,046	-0,053
SOL SUP	0,016	0,018	0,019	0,021
GRAN SPA	0,251	0,255	0,101	
GRAN SUP	0,055		-0,003	
T-IE	-0,177	-0,224	-0,158	-0,193
TRES	0,147	0,129	0,163	0,146
PRODAGL	0,679	0,704	0,648	0,686
SiO₂			4,805	
CaO			-117,258	
P₂O₅			-1,915	
OXAL			-0,325	
CO₃			-0,15	-0,211
C.ORG			-0,145	
Na₂SO₄			0,25	0,255

Se puede apreciar que los coeficientes mantienen el mismo orden de magnitud para cada tipo de modelo (A, B) aunque comparándolos entre sí se pueden encontrar algunos que difieren no solo en magnitud sino en signo, tal como sucede con las constantes y la variable GRAN SUP. La variación del cambio de signo de las constantes sucede debido a que la cantidad de variables que se incluyen en cada modelo no es la misma.

En los modelos I-B, inicialmente consideraron diecisiete (17) variables las cuales se redujeron a diez (10) con la regresión por pasos. Igualmente los parámetros calculados se mantienen en orden y magnitud para ambas regresiones.

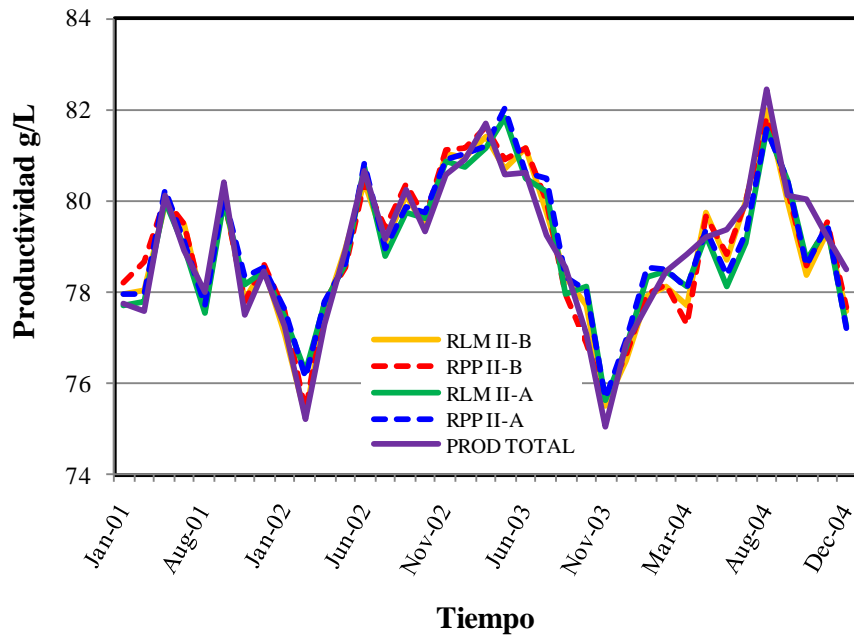
Con respecto a los coeficientes que acompañaban a las impurezas contenidas en el licor madre se observa que en su mayoría son de signo negativo, lo cual concuerda con su efecto sobre la productividad del licor. La presencia del signo positivo en alguna impureza indica que aunque esta puede incrementar la productividad del licor compromete la pureza del hidrato de alúmina precipitado lo cual resulta perjudicial en el proceso.

Al realizar la división de datos, se encontró que las ecuaciones igualmente se ajustan a las variaciones de la productividad para el periodo de tiempo seleccionado tal y como se evidencia en la

Figura 12. Los modelos tipo II generaron aproximaciones bastante cercanas a la realidad ya que las medias calculadas difirieron solo en 0,05 g/L del promedio real lo que quiere decir que la desviación de los valores estimados es despreciable con respecto a la productividad real. La diferencia máxima encontrada entre los valores estimados y reales fue 1,65 g/L.

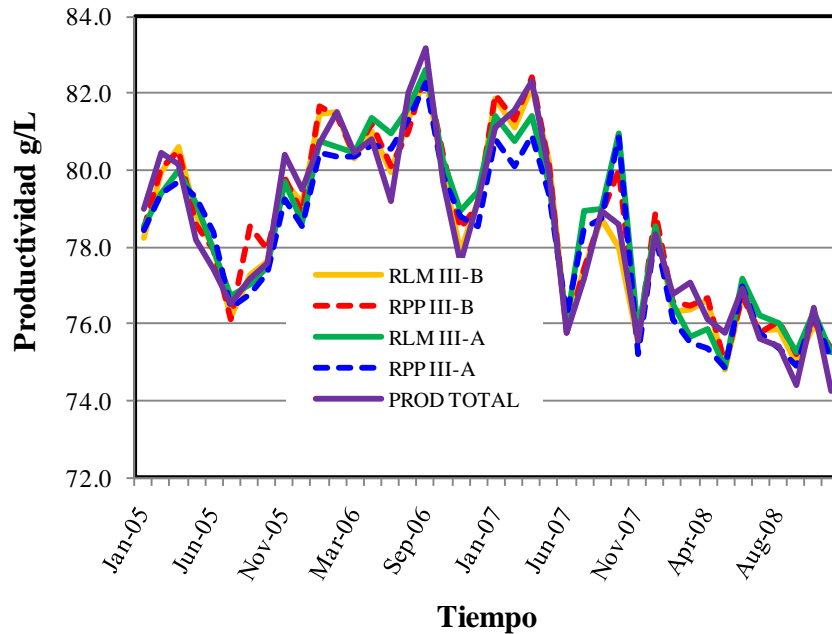
Los modelos tipo III (ver

Figura 13) presentaron un incremento en la diferencia entre los valores calculados y los reales siendo el máximo 2,35 g/L. Sin embargo se puede decir que al igual que las ecuaciones anteriores se obtuvo una estimación cercana al valor real reportado ya que a pesar de estos valores desajustados las medias se mantuvieron muy cercanas entre sí difiriendo solo en 0,4 g/L.



Medias		Desviación Estándar	
PROD TOT	78,98	PROD TOT	1,624
RLM II-A	78,93	RLM II-A	1,48
RPP II-A	79,05	RPP II-A	1,50
RLM II-B	78,92	RLM II-B	1,59
RPP II-B	79,00	RPP II-B	1,61

Figura 12. Productividad del licor madre real y calculada a partir del modelo II



Medias		Desviación Estándar	
PROD TOT	78,48	PROD TOT	2,32
RLM III-A	78,58	RLM III-A	2,17
RPP III-A	78,30	RPP III-A	2,24
RLM III-B	78,48	RLM III-B	2,13
RPP III-B	78,64	RPP III-B	2,25

Figura 13. Productividad del licor madre real y calculada a partir del modelo III

Aunque en los resultados obtenidos para el modelo III se encontró la mayor diferencia entre los promedios estimados y el promedio real, las ecuaciones se ajustaron adecuadamente al comportamiento del circuito.

A continuación se muestran los coeficientes obtenidos utilizando como datos de partida los valores de la variables en el periodo comprendido desde enero 2001 hasta diciembre 2004 (modelo tipo II)

Tabla 5. Coeficientes de Regresión para un modelo tipo II

	Modelo II-A		Modelo II-B	
	RLM	RPP	RLM	RPP
Constante	-24,983	-28,571	-19,758	-16,622
T LMD	0,454	0,51	0,696	0,674
Na2O LMD	0,309	0,385	0,382	0,474
FMC LMD	7,017		2,162	
SOL SPA	-0,086	-0,083	-0,089	-0,094
SOL SUP	0,027	0,024	0,002	
GRANSPA	-0,198		0,187	
GRAN SUP	0,301		-0,338	-0,275
T-IE	-0,247	-0,283	-0,344	-0,35
TRES	0,207	0,238	0,18	0,16
PRODAGL	0,672	0,678	0,804	0,798
SiO2			-15,433	-13,523
CaO			67,343	
P2O5			-20,779	-30,337
OXAL			-0,62	
CO3			-1,031	-1,13
C.ORG			1,028	
Na2SO4			-0,368	

Los coeficientes obtenidos a partir de los datos restantes (enero 2005-diciembre 2008) se muestran en la Tabla 6. En ambos casos, se pueden apreciar signos de algunos coeficientes que no coinciden con el comportamiento natural del proceso. Por ejemplo, la fracción molar cáustica del licor madre que está acompañada de coeficientes positivos, lo cual quiere decir que si se mantienen fijas las demás variables un incremento de la misma aumentaría la productividad del licor, lo cual no sucede en la realidad.

Tabla 6. Coeficientes de Regresión para un modelo tipo III

	Modelo III-A		Modelo III-B	
	RLM	RPP	RLM	RPP
Constante	74,652	29,849	70,471	92,119
T LMD	0,349	0,421	0,051	
Na2O LMD	-0,024		0,225	
FMC LMD	-29,479		-52,276	-51,585
SOL SPA	-0,025		-0,076	-0,062
SOL SUP	0,015	0,014	0,028	0,025
GRANSPA	0,698	0,564	0,577	0,611
GRAN SUP	-0,571	-0,532	-0,604	-0,629
T-IE	-0,433	-0,512	-0,13	
TRES	0,247	0,25	0,279	0,316
PRODAGL	0,793	0,765	0,915	0,884
SiO2			12,455	16,739
CaO			-298,011	-324,042
P2O5			3,261	
OXAL			3,419	3,652
CO3			-0,183	
C.ORG			-0,813	-1,273
Na2SO4			-0,756	

Con los resultados presentados hasta el momento, se puede construir las ecuaciones de regresión que representen el comportamiento del proceso, en términos estadísticos. Sin embargo, es necesario verificar la efectividad de estos parámetros en predecir los valores de productividad del licor madre registrados en las bases de datos de la empresa. Este paso se describe en la siguiente sección.

IV. 4. Seleccionar las ecuaciones de regresión que mejor se ajusten al proceso comprobando los supuestos de regresión y realizando pruebas estadísticas.

Para seleccionar las ecuaciones de regresión que mejor se ajustaron al circuito de precipitación se utilizó la metodología de las gráficas de residuales para verificar que los valores teóricos de productividad calculados cumplen con los supuestos de regresión y solo continuaron en la evaluación aquellos que así lo hicieron. Los gráficos de residuos para cada caso se muestran a continuación.

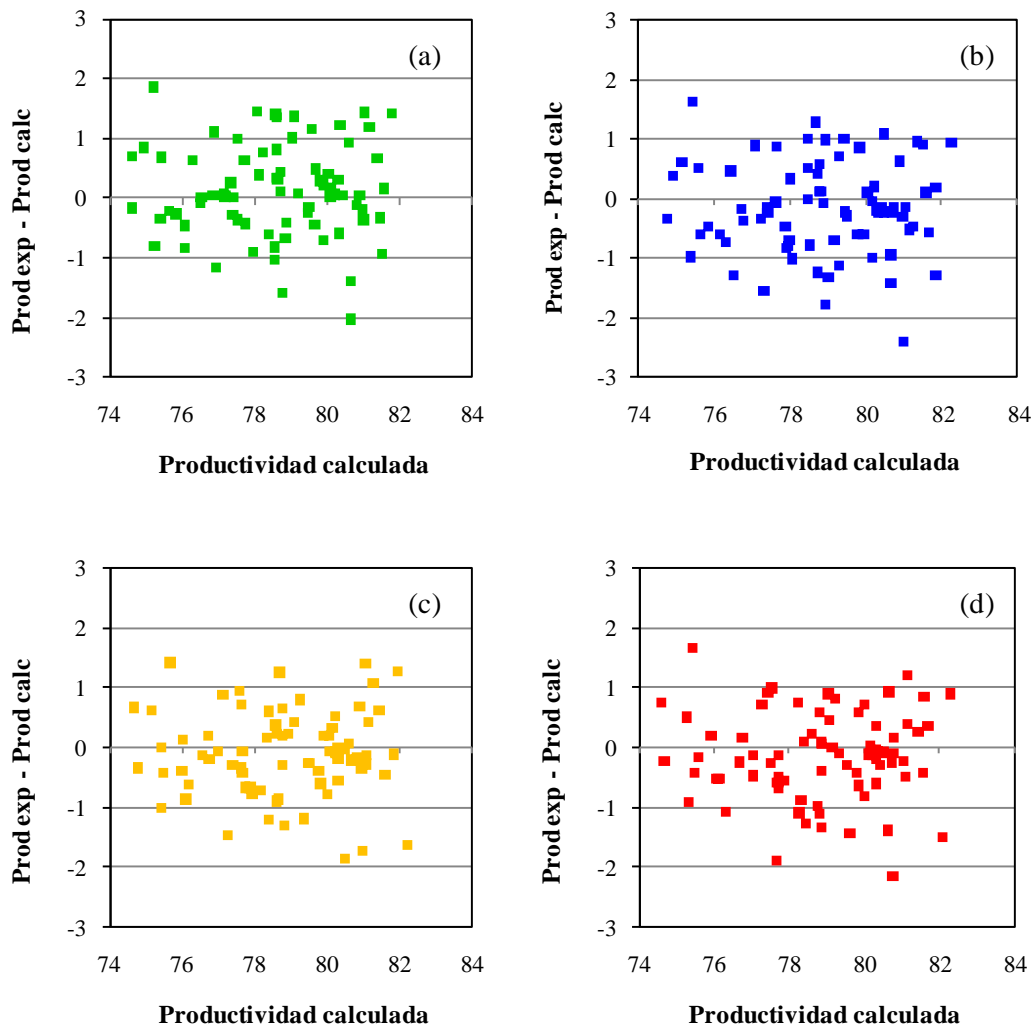


Figura 14. Gráficos residuales para modelo tipo I utilizando regresión lineal múltiple (RLM) y regresión por pasos (RPP): (a) RLM Modelo IA, (b) RPP Modelo IA, (c) RLM Modelo IB, (d) RPP Modelo IB.

Comparando estos gráficos con la Figura 5 mostrada anteriormente, se puede decir que los supuestos de regresión se cumplen debido a que los valores de los residuos se distribuyen aleatoriamente, con una dispersión relativamente igual a cero tal y como se evidencia en la Figura 5(a) pudiendo decir a su vez que en este caso no existe autocorrelación, es decir, los valores de productividad obtenidos no están influidos por valores anteriores de sí mismos. De igual manera, se puede decir que la variable aleatoria e_i tiene una distribución normal y los resultados son homocedásticos.

De igual manera, en la Figura 15 se presenta el estudio de residuales para el modelo II considerando ambos escenarios de impurezas y tipo de regresión a fin de verificar el cumplimiento de los supuestos estadísticos.

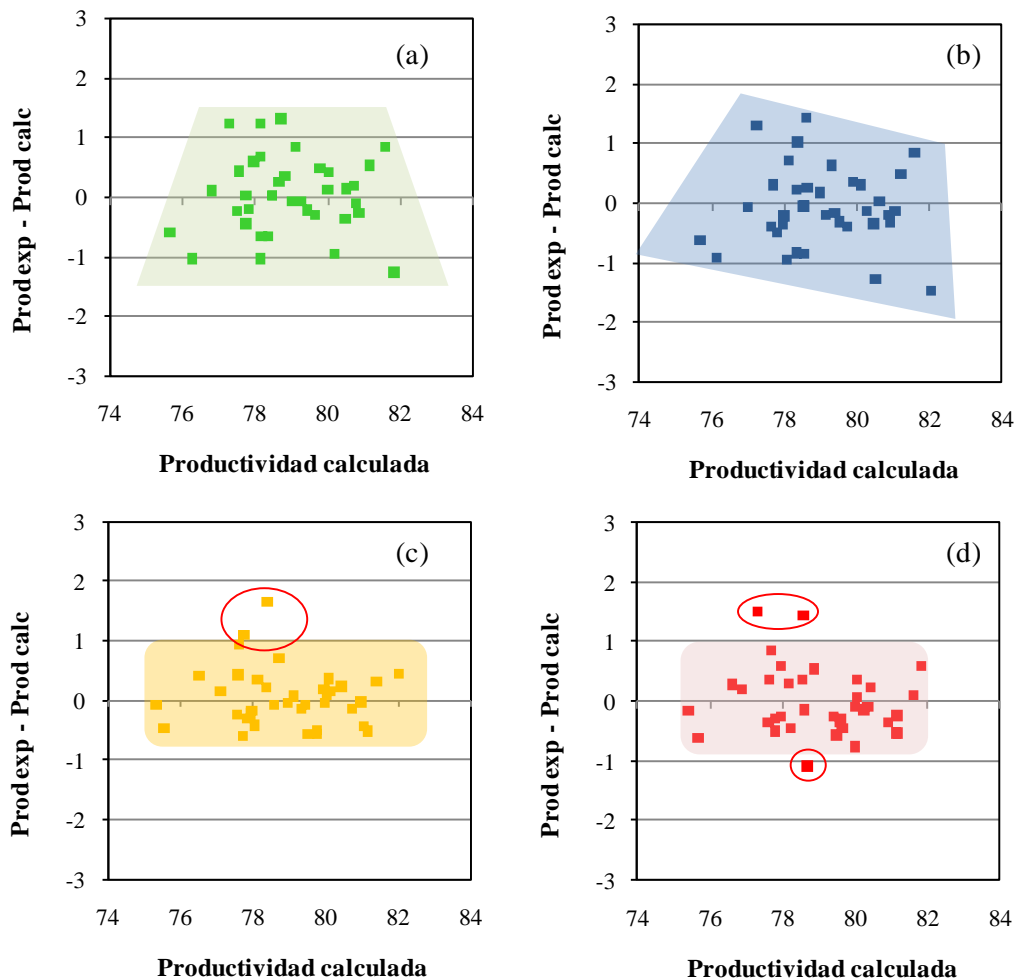


Figura 15. Gráficos residuales para modelo tipo II utilizando regresión lineal múltiple (RLM) y regresión por pasos (RPP): (a) RLM Modelo IIA, (b) RPP Modelo IIA, (c) RLM Modelo IIB, (d) RPP Modelo IIB.

En las Figura 15(a y b), se observa para ambas regresiones, de acuerdo a la distribución de los residuos, la factibilidad de un comportamiento no lineal en el sistema, lo mismo sucede en las Figura 15(c y d).

Particularmente, en estas dos últimas regresiones se observa que no hay aleatoriedad en la distribución de los residuos con lo cual se puede inferir que en estos datos puede haber correlación entre los mismos, debido a la dependencia de las variables o que existen errores sistemáticos durante el proceso productivo. Asimismo, se observa que existen eventos que presentan mayor diferencias y

parece que las mismas no corresponden a la tendencia de la mayoría de la muestra. Con la información disponible, no fue posible verificar las causas de estas desviaciones y establecer criterios que permitieran discriminar estos eventos y/o depurar la base de datos. Por esta razón, se consideró que los resultados pueden ser no lineales y heterocedásticos (ver Figura 5), con lo cual los modelos tipo II incumplen los supuestos de regresión y no es válida la inclusión de los mismos en el modelo matemático estadístico desarrollado en el presente trabajo de investigación.

Finalmente, en la Figura 16 se presenta el análisis de residuales para los modelos tipo III. En este caso se puede observar que solo en la Figura 16(c) se cumple con los supuestos de regresión, notándose una distribución aleatoria de los residuos. En cuanto a los modelos restantes se observa que los residuos se pueden clasificar como heterocedásticos, es decir, que la varianza de los mismos no es constante por lo que estos modelos se excluirán del presente estudio estadístico.

Aunque la regresión RLM III-B cumplió los supuestos de regresión y genera una estimación aproximada de la productividad del licor, si se observa la Tabla 6, los coeficientes de regresión obtenidos presentan algunas incoherencias tanto en signo como en magnitud. Por ejemplo, según los resultados obtenidos la impureza del licor madre CaO es la variable que mayor afecta el proceso productivo, lo cual no tiene sentido físico por lo tanto se consideró adecuado excluir este modelo de la evaluación. En base a toda la discusión anterior, para el presente modelado matemático se considerara los modelos del tipo I.

Una vez verificados los supuestos de las regresiones se procedió a realizar el análisis estadístico más formal a los modelos seleccionados. Para esto se calculó el coeficiente de determinación múltiple (R^2) y el Análisis de Varianza (ANOVA)

En la Tabla 7, se presenta los resultados obtenidos para los modelos tipo I. Como se puede observar mediante los coeficientes de determinación múltiple calculados se puede decir que todas las ecuaciones obtenidas predicen la variación de la productividad del licor madre del circuito de precipitación de hidratos con cerca de un 84% de exactitud. Con respecto a la comparación de los escenarios (A y B),

ambas regresiones ofrecen un buen ajuste a los datos históricos pero el modelo I-B solo mejora la estimación del modelo I-A en un 3%.

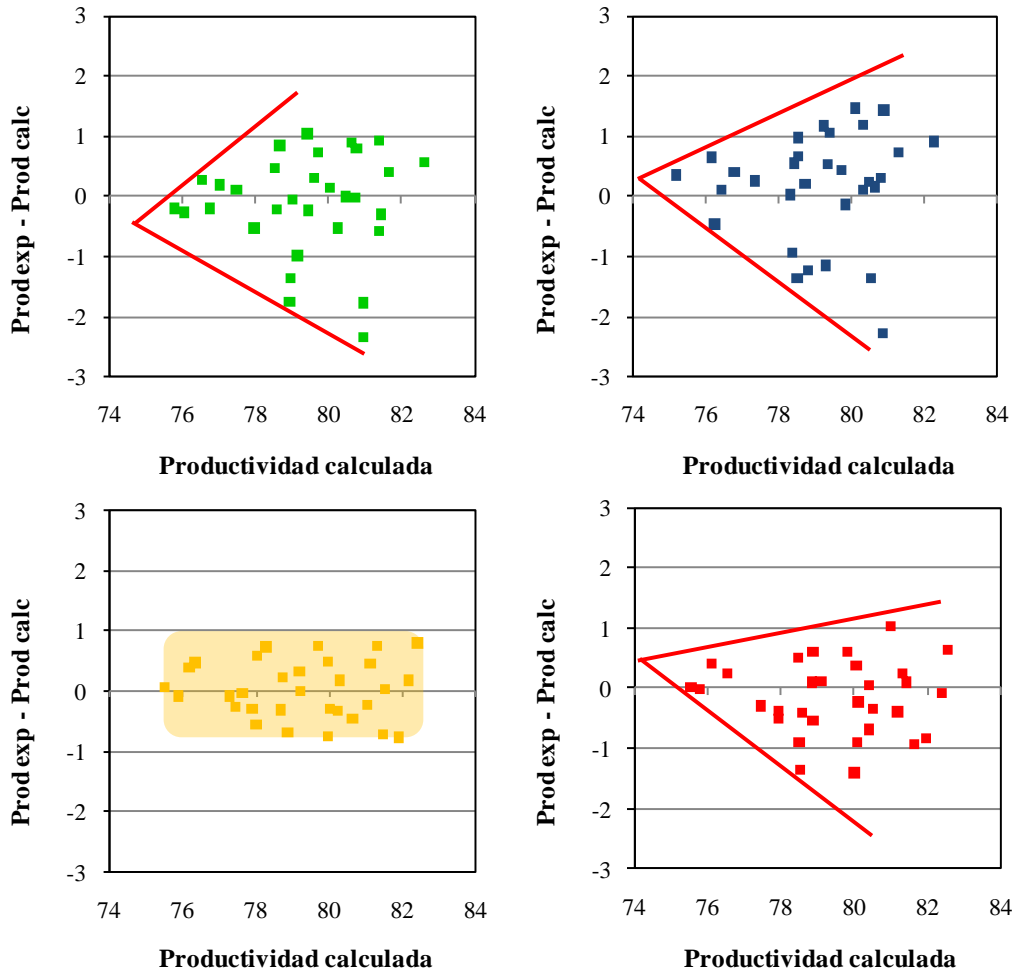


Figura 16. Gráficos residuales para modelo tipo III utilizando regresión lineal múltiple (RLM) y regresión por pasos (RPP): (a) RLM Modelo IIIA, (b) RPP Modelo IIIA, (c) RLM Modelo IIIB, (d) RPP Modelo IIIB.

En cuanto a los resultados arrojados por el Análisis de Varianza (ANOVA) para este caso, se pudo constatar que la hipótesis nula queda rechazada debido a que en todos los casos F se encuentra en la región de rechazo, es decir que $F > F_{\text{tab}}$ para un α de 0,05.

En base a esto, resulta conveniente utilizar aquellas ecuaciones obtenidas mediante regresión por pasos ya se obtienen bajas desviaciones con respecto al valor real ajustándose adecuadamente al comportamiento del circuito y se emplean una menor cantidad de variables independientes.

Tabla 7. Coeficientes de determinación múltiple y ANOVA para modelos tipo I

	Modelo I-A		Modelo I-B	
	RLM	RPP	RLM	RPP
R²	0,847	0,844	0,879	0,871
ANOVA				
<i>Regresión</i>				
Grados de Libertad	10	8	17	9
Suma de Cuadrados	259,212	258,336	280,717	278,064
<i>Error</i>				
Grados de Libertad	65	67	58	66
Suma de Cuadrados	46,863	47,741	38,601	41,255
F	35,954	35,319	24,811	49,427
F_{tab}	1,981	2,074	1,796	2,017

Asimismo, se observa que el coeficiente de determinación múltiple no aumenta considerablemente al agregar las impurezas contenidas en el licor madre alimentado al área de precipitación.

Posteriormente, se realizó la validación con la sub-muestra de datos destinada para tal fin solo en aquellas ecuaciones donde se cumplieron los supuestos de regresión y se rechazó la hipótesis nula tal. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 17.

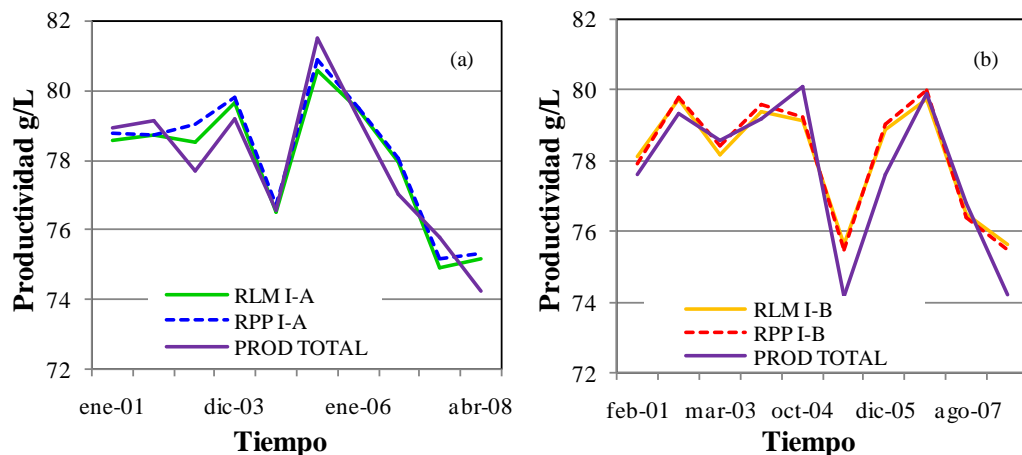


Figura 17. Validación de productividad del licor madre: (a) Modelo IA, (b) Modelo IB.

Como se puede observar en las Figura 17 (a) y (b), la validación indica que las ecuaciones encontradas se han ajustado correctamente al proceso.

Los modelos que no incluyeron las impurezas contenidas en el licor (Escenario A) presentaron una menor desviación del comportamiento real con respecto a los modelos B. Los errores de estimación para los primeros no superaron el 0,3% y los errores de los modelos I-B (en ambos casos) fueron de 0,5% lo cual evidencia claramente que la inclusión de las impurezas no mejora la aproximación sustancialmente.

También se puede decir que continúan evidenciándose en proceso variaciones de la productividad, disminuciones de hasta 8 g/L o incrementos de hasta 6 g/L que pueden haber sido generadas perturbaciones externas al normal desenvolvimiento del proceso productivo tales como: paradas no planificadas ocasionados, limpieza a tanques y eliminación de incrustaciones.

La primera ecuación seleccionada para la predicción de la productividad se obtuvo mediante regresión lineal múltiple y no contenía las impurezas del licor madre (I-A)

$$\begin{aligned} \text{PROD}_{\text{TOT}} = & 20,222 + 0,184 \cdot T_{\text{LMD}} + 0,257 \cdot Na_2O_{\text{LMD}} - 12,183 \cdot \text{FMC}_{\text{LMD}} \cdots \\ & - 0,047 \cdot \text{SOL}_{\text{SPA}} + 0,016 \cdot \text{SOL}_{\text{SUP}} + 0,251 \cdot \text{GRAN}_{\text{SPA}} - 0,055 \cdot \text{GRAN}_{\text{SUP}} \cdots \\ & - 0,177 \cdot T_{\text{I-E}} + 0,147 \cdot t_{\text{RES}} + 0,679 \cdot \text{PROD}_{\text{agl}} \end{aligned}$$

La segunda ecuación a utilizar para predecir el comportamiento de la productividad se obtuvo mediante regresión por pasos y tomó en cuenta solo algunas de las impurezas contenidas en el licor (RPP I-B) tal y como se muestra a continuación

$$\begin{aligned} \text{PROD}_{\text{TOT}} = & -9,599 + 0,164 \cdot T_{\text{LMD}} + 0,403 \cdot Na_2O_{\text{LMD}} - 0,053 \cdot \text{SOL}_{\text{SPA}} \cdots \\ & + 0,021 \cdot \text{SOL}_{\text{SUP}} - 0,193 \cdot T_{\text{I-E}} + 0,146 \cdot t_{\text{RES}} + 0,686 \cdot \text{PROD}_{\text{agl}} \cdots \\ & - 0,211 \cdot CO_3 + 0,255 \cdot Na_2SO_4 \end{aligned}$$

Este proceso de verificación permitió dar paso a la predicción para ver si se pueden extender los cálculos a muestras de datos pertenecientes a otras poblaciones acotando que las variables deben encontrarse en el mismo rango que fue considerado durante todo el modelado.

IV. 5. Predecir con las ecuaciones seleccionadas, valores de productividad con datos actuales del proceso para un periodo de cuatro meses.

Como ya se mencionó anteriormente, el cálculo de la productividad se obtuvo utilizando datos de producción generados desde el año 2001 hasta el 2008 y para verificar que el modelo es capaz de representar a otra población se realizó el cálculo de productividad con datos del año 2009 que fueron obtenidos y registrados durante la realización del presente trabajo y que no fueron incluidos en el modelado. Por esta razón, se dice que se realizó una verificación de la exactitud del modelo para predecir la productividad del licor madre.

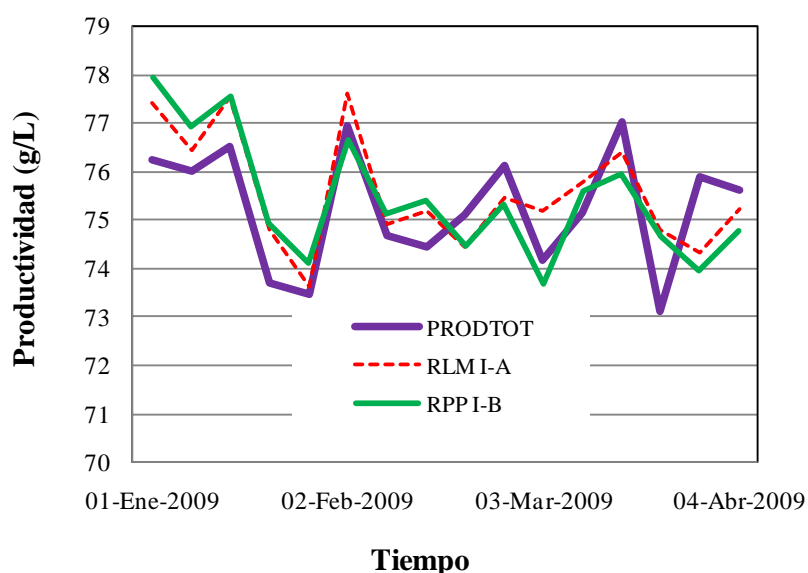


Figura 18. Productividad del licor madre real y predicha para el año 2009.

Como se observa en la Figura 18, las productividades calculadas mediante las ecuaciones de regresión siguen la tendencia de los valores de producción y en general presentan una buena aproximación con respecto a los mismos.

Asimismo, se evidencia que existen valores que no corresponden debido a que las predicciones contienen las variaciones muestrales respecto a la muestra original y respecto a la nueva muestra extraída.

Para la ecuación de RLM I-A la máxima diferencia observada es de 1,17 g/L entre el valor real y el valor estimado. La media durante el periodo para la productividad calculada es de 75,57 g/L superando solo en 0,3 g/L a la media de la productividad real que se situó en 75,27 g/L.

La media de la productividad calculada para la RPP I-B fue 75,45 g/L mejorando la primera aproximación obtenida. A pesar de que la diferencia máxima observada entre el valor real y el calculado para esta ecuación fue de 1,9 g/L. En base a esto se puede decir que conviene utilizar la ecuación de RLM cuando se quiere obtener una aproximación más cercana al valor real y la ecuación de RPP cuando se quiera observar el efecto de algunas impurezas sobre la productividad.

IV. 6. Calcular la fracción molar cáustica del último tanque precipitador (FMC_{SUP}) con la productividad calculada mediante las ecuaciones seleccionadas y compararlas con los valores reales.

Adicionalmente a los cálculos realizados, con las ecuaciones seleccionadas se procedió a calcular la FMC_{SUP} ya que esta es una manera de verificar mediante la definición teórica de productividad que los valores predichos arrojarán valores acertados de dicha variable.

Ésta tiene gran importancia en el proceso, ya que representa la relación entre la cantidad de cáustica y de alúmina contenida en el licor. A medida que aumenta su valor, la cantidad de alúmina que precipitó en el circuito es mayor. Por esto es necesario que se conozca su comportamiento a partir de las variaciones que se puedan generar en el circuito de variables como temperatura, concentración de sólidos, granulometrías, entre otras. Los resultados se muestran en la Figura 19.

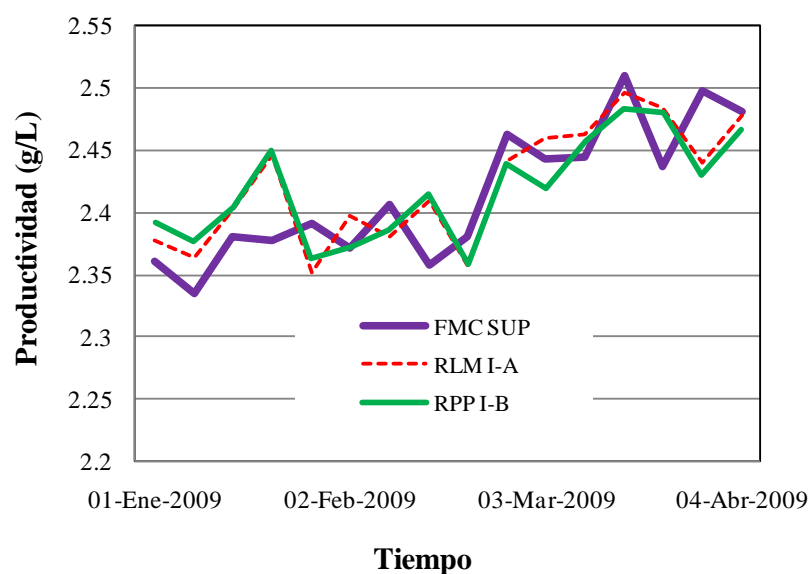


Figura 19. FMC del último precipitador calculadas a partir de las predicciones de productividad.

Como se puede observar en la Figura 19, los valores obtenidos presentan bajas desviaciones con respecto al valor real. La media de la FMC_{SUP} del proceso es 2,41 la cual coincide con la obtenida por las ecuación RLM I-B. Los promedios de los valores estimados tuvieron solo una variación de 0,01 con respecto al valor real por lo que se puede decir que por medio de las ecuaciones de regresión se puede calcular la productividad y la FMC_{SUP} asociada a la misma.

Las desviaciones máximas obtenidas con respecto a la FMC_{SUP} real nunca excedieron de 0,06 pero la desviación promedio fue 0,03 siendo un valor permisible para este parámetro dentro del circuito de precipitación.

Cabe destacar que en un proceso continuo como el desarrollado en CVG Bauxilum, se debería llevar a cabo un control estadístico sobre las variables del proceso para mantener estables sus variabilidades, de manera que se identifiquen las causas asignables para emprender acciones correctoras que eviten la fabricación de un producto de baja calidad.

CONCLUSIONES

A continuación se presentan las conclusiones obtenidas luego de discutir y analizar los resultados

- En el A-41 de CVG Bauxilum precipita alúmina trihidratada disuelta en el licor siguiendo un comportamiento típico de un sistema dominado por la transferencia de masa. En este caso la fuerza impulsora es la sobresaturación del licor.
- Según los datos obtenidos de enero a marzo de 2003, un aumento del 6% de la FMC_{LMD} produce una disminución del 12% en la productividad, mientras que un incremento del 3% en la Na_2O_{LMD} ocasiona un aumento del 3% en la misma.
- Las variables que más inciden en la productividad del licor madre se encuentran en la fase de aglomeración y son: la temperatura, la concentración caustica y la fracción molar del licor madre, así como también las granulometrías y sólidos suspendidos de la suspensión de aglomeración.
- Las impurezas disminuyen la productividad licor ya que modifican el tamaño de partícula y la pureza del producto de interés.
- Mediante el análisis de regresión múltiple se obtienen ecuaciones que permiten predecir los cambios en la variable dependiente en respuesta a cambios en las variables independientes, los cuales son impredecibles dado que el proceso es continuo.
- La regresión por pasos proporciona el “subconjunto óptimo” de variables de regresión excluyendo aquellas que no incrementen significativamente el coeficiente de determinación múltiple y permitió reducir hasta en 40% el conjunto de variables independientes.
- Las productividades estimadas mediante los modelos de regresión de tipo I permiten obtener desviaciones menores a 1% con respecto al valor real.
- Al tomar menor cantidad de datos para obtener las ecuaciones de regresión, la desviación entre el valor estimado y el real se incrementa en un 5% tal y como se evidenció en los modelos II y III en comparación con el modelo I.

- El incumplimiento de los supuestos de regresión indica la presencia de sesgos y distorsiones en los valores estimados de productividad.
- Las estimaciones obtenidas mediante ecuaciones de regresión por pasos permiten obtener desviaciones de 1% con respecto al valor real y coeficientes de determinación múltiple entre similares a los obtenidos con las ecuaciones de regresión.
- Matemáticamente incluir las impurezas contenidas en el licor madre no genera variaciones en la estimación de la productividad, ya que los coeficientes de determinación múltiple diferían solo en 3% entre los modelos A y B.
- Las variaciones de la productividad de hasta 8 g/L pueden generarse por paradas no planificadas o por limpieza de tanques y eliminación de incrustaciones.
- Las ecuaciones que mejor se ajustaron al comportamiento del circuito de precipitación fueron la ecuación I-A RLM y la I-B RPP, según la evaluación estadística y la validación.
- Las ecuaciones seleccionadas permitieron predecir el comportamiento de la productividad del licor madre con errores no superiores a 1,9 g/L.
- Las ecuaciones de regresión permiten estimar la FMCSUP con variaciones de 0,01 con respecto al valor real, el cual es un parámetro importante del proceso debido a que representa la relación entre la cantidad de cáustica y de alúmina contenida en el licor.

RECOMENDACIONES

Para posteriores estudios se recomienda

- Realizar modelos de regresión para cada una de las fases del área (aglomeración y crecimiento) por separado de manera que puedan incluirse variables específicas de cada una de ellas.
- Realizar pruebas de laboratorio a diferentes condiciones de FMC en el LMD, de granulometría, temperaturas, concentración de sólidos e impurezas, con el fin de generar una cantidad de datos tal que, se puedan desarrollar regresiones que permitan analizar el comportamiento de cada variable por separado.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CVG Bauxilum. (1988). Manual de Proceso Lado Blanco. (1era ed.). Matanzas
- CVG Bauxilum. (1988). Manual de Proceso Lado Rojo. (1era ed.). Matanzas
- HAIR, J. y otros (1999). Análisis Multivariante. Madrid: Prentice Hall Iberia. 5ta ed. 832 p.
- GUJARATI, D. (1981). Econometría Básica. Bogotá: Mc Graw Hill. 463 p.
- LÁRES, A. (2007). Caracterización de la fase de aglomeración del circuito de precipitación de CVG Bauxilum. Trabajo Especial de Grado. Universidad Simón Bolívar, Sartenejas.
- MADDALA, G. (1996). Introducción a la Econometría. México: Prentice Hall Hispanoamericana. 2da ed. 715 p.
- MENDELHALL, W. y SINCICH, T. (1997). Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias. México: Prentice Hall Hispanoamericana. 4ta ed. 1182 p.
- PAOLINI, J. (2007). Métodos multivariantes avanzados y pruebas no-paramétricas. Universidad Nacional Experimental de Guayana, Puerto Ordaz.
- VARELA, F. (2001). Mejoramiento del proceso de precipitación de partículas superfinas de alúmina de CVG Bauxilum. Trabajo Especial de Grado. Universidad de Carabobo, Valencia.
- WALPOLE, R. (1999). Probabilidad y Estadística para Ingenieros. México: Prentice Hall Hispanoamericana. 3era ed. 752 p.

ANEXOS

Anexo A. Sub-muestra de estimación año 2001-2008.

	T LMD	Na2O LMD	FMC LMD	SOL SPA	SOL SUP	GRANSPA	GRAN SUP	T-IE	TRES
1	75,76	136,74	1,32	199,73	370,06	8,53	6,55	62,45	39,00
2	76,34	135,46	1,32	193,39	370,35	7,66	5,77	62,44	40,90
3	75,55	135,62	1,33	172,50	323,73	7,83	6,33	61,92	40,83
4	75,95	136,37	1,33	161,87	314,97	7,97	6,13	64,08	39,83
5	74,33	135,61	1,32	180,67	350,40	7,52	5,93	61,97	40,70
6	75,45	135,39	1,33	190,17	360,55	8,17	5,79	63,95	39,93
7	76,29	135,47	1,33	176,79	347,10	8,52	6,48	61,48	37,74
8	74,62	135,57	1,33	166,67	319,97	8,02	6,03	61,34	40,28
9	74,71	137,23	1,35	165,61	313,68	9,18	7,16	62,87	36,67
10	75,33	137,08	1,32	163,97	322,40	8,32	6,73	61,38	33,53
11	75,30	134,86	1,36	179,72	325,89	10,98	8,37	64,00	48,85
12	74,33	136,15	1,33	170,10	323,27	7,38	5,69	64,98	42,69
13	75,44	136,20	1,34	182,56	331,35	8,90	6,71	64,50	39,65
14	75,43	136,48	1,34	174,28	332,72	8,88	6,62	63,07	39,03
15	74,32	137,26	1,35	174,20	354,63	8,52	6,43	64,47	43,60
16	75,78	136,83	1,31	168,02	340,50	9,80	7,27	62,33	39,23
17	76,24	136,66	1,31	174,56	340,90	9,52	7,77	64,98	38,16
18	76,02	137,23	1,33	171,37	356,17	8,65	6,40	64,70	39,40
19	76,19	135,69	1,32	175,21	329,90	9,64	7,38	64,07	38,00
20	75,98	137,98	1,31	174,65	327,77	9,18	7,29	64,71	39,35
21	77,08	135,90	1,38	179,12	314,68	9,44	7,08	67,36	44,04
22	76,60	136,33	1,34	172,63	314,83	8,87	6,83	64,78	38,53
23	76,20	136,69	1,34	178,46	310,64	8,63	6,43	63,61	38,04
24	76,53	138,73	1,34	185,16	321,65	9,29	7,32	63,68	37,29
25	77,05	138,49	1,32	188,65	331,50	9,60	8,30	62,88	35,33
26	76,97	138,01	1,33	198,60	321,23	9,47	8,60	64,20	38,73
27	76,02	138,42	1,33	187,11	328,03	9,47	7,65	64,06	39,87
28	77,45	138,18	1,33	177,61	334,81	8,53	7,03	63,85	38,13
29	76,30	137,83	1,34	177,57	366,68	8,98	7,00	65,41	39,43
30	76,73	137,73	1,33	188,06	348,71	8,65	7,77	65,10	42,26

Anexo A. Sub-muestra de estimación año 2001-2008 (continuación).

	PRODAGL	FMCSUP	SiO ₂	CaO	P ₂ O ₅	OXAL.	CO ₃	C.ORG	Na ₂ SO ₄
1	46,26	2,42	0,47	0,01343	0,11	1,84	10,70	5,88	1,16
2	48,44	2,52	0,47	0,01191	0,11	1,91	11,47	6,09	1,29
3	46,18	2,50	0,47	0,01343	0,11	1,91	11,68	6,31	1,24
4	43,60	2,46	0,48	0,01182	0,12	1,89	11,70	6,29	1,22
5	48,68	2,53	0,49	0,01217	0,11	1,86	11,47	6,39	1,20
6	47,26	2,49	0,48	0,01307	0,11	1,84	11,53	6,09	1,32
7	45,44	2,51	0,49	0,01158	0,10	1,87	11,51	6,36	1,39
8	44,07	2,50	0,49	0,01145	0,10	1,84	11,91	6,05	1,42
9	42,85	2,45	0,47	0,01176	0,11	1,81	12,63	6,28	1,43
10	44,88	2,41	0,47	0,01214	0,11	1,95	12,50	6,43	1,39
11	48,20	2,59	0,46	0,01074	0,09	2,02	11,89	5,94	1,31
12	46,92	2,50	0,46	0,01388	0,10	1,99	11,90	6,18	1,28
13	49,52	2,56	0,48	0,01281	0,09	2,12	11,95	6,19	1,34
14	47,69	2,55	0,48	0,00997	0,12	1,94	11,69	6,06	1,02
15	48,02	2,58	0,47	0,00966	0,10	1,97	11,04	6,31	0,86
16	47,75	2,50	0,52	0,01027	0,11	2,08	11,23	6,29	0,97
17	50,02	2,50	0,51	0,00944	0,11	2,05	10,91	6,39	1,13
18	49,58	2,52	0,53	0,01050	0,14	1,71	11,32	6,09	1,55
19	49,86	2,50	0,51	0,01230	0,10	2,10	11,30	6,36	1,17
20	48,35	2,41	0,51	0,01140	0,12	1,69	11,59	6,05	1,27
21	45,56	2,50	0,48	0,01190	0,13	1,64	11,88	6,43	1,37
22	42,22	2,45	0,47	0,01126	0,09	1,89	12,29	6,41	1,51
23	44,79	2,45	0,50	0,01113	0,12	2,12	11,92	6,30	1,13
24	46,42	2,47	0,50	0,01048	0,13	2,13	11,91	6,49	1,19
25	46,55	2,43	0,49	0,01065	0,13	1,99	11,64	6,39	1,24
26	47,22	2,43	0,47	0,01019	0,14	1,84	11,78	6,56	1,35
27	45,98	2,48	0,48	0,01232	0,10	1,75	11,19	6,20	1,29
28	45,53	2,48	0,48	0,01296	0,10	1,65	11,43	6,39	1,31
29	49,04	2,57	0,47	0,01296	0,08	1,77	11,78	6,52	1,29
30	47,91	2,51	0,48	0,01165	0,09	1,79	11,69	6,19	1,30

Anexo A. Sub-muestra de estimación año 2001-2008 (continuación).

	T LMD	Na2O LMD	FMC LMD	SOL SPA	SOL SUP	GRANSPA	GRAN SUP	T-IE	TRES
31	75,33	138,42	1,34	183,68	316,07	9,12	8,10	64,58	38,40
32	75,58	138,45	1,34	185,06	307,29	8,89	7,74	66,03	43,10
33	75,87	137,95	1,33	175,26	289,58	8,85	7,87	65,58	38,58
34	76,33	136,90	1,33	177,33	311,07	8,83	7,86	65,60	40,38
35	76,50	138,41	1,33	183,56	387,71	10,24	8,06	65,97	37,16
36	76,43	138,73	1,32	182,39	395,07	8,30	7,01	65,29	36,57
37	78,20	138,43	1,32	181,52	430,64	9,66	7,75	66,63	35,57
38	78,83	138,88	1,33	166,07	417,26	8,74	7,56	67,33	36,85
39	77,45	139,07	1,33	182,81	408,71	9,21	7,35	65,40	36,84
40	79,27	137,86	1,33	178,83	410,30	7,92	6,76	65,33	38,21
41	79,39	136,56	1,32	155,69	351,65	7,68	7,01	65,68	39,22
42	78,61	138,57	1,32	173,45	398,13	8,87	6,94	67,98	38,38
43	79,27	137,84	1,32	166,82	386,93	8,70	8,34	66,28	39,44
44	81,10	137,19	1,32	174,37	424,97	8,40	7,37	68,00	37,74
45	77,37	138,44	1,32	170,48	442,10	8,35	6,54	64,08	38,66
46	76,69	137,64	1,31	185,27	474,16	9,63	7,66	64,50	38,94
47	76,89	138,32	1,31	181,95	467,43	8,71	8,35	65,41	38,38
48	76,17	137,81	1,32	180,53	450,94	9,26	8,79	65,12	39,73
49	76,14	138,24	1,32	171,15	476,70	9,97	8,19	65,08	39,33
50	77,31	137,76	1,33	172,74	461,48	8,85	6,55	65,97	41,29
51	77,62	138,08	1,31	174,48	440,30	7,87	6,52	64,92	39,98
52	77,51	139,51	1,31	179,07	470,33	8,55	7,30	65,51	37,74
53	77,22	138,70	1,31	189,42	492,45	7,16	6,18	65,91	35,78
54	77,15	138,17	1,31	184,63	473,23	7,85	7,42	66,28	34,30
55	77,30	139,29	1,29	176,43	411,57	8,18	7,51	66,20	37,38
56	76,26	140,40	1,31	178,32	441,35	8,11	7,55	65,42	40,52
57	77,13	139,32	1,30	172,42	390,45	6,61	6,64	64,87	39,85
58	79,23	138,53	1,32	168,69	380,15	7,56	6,57	67,65	39,28
59	78,66	139,27	1,31	168,60	355,94	7,94	8,05	65,06	39,93
60	79,84	140,36	1,32	155,63	319,96	5,73	6,27	65,57	42,08

Anexo A. Sub-muestra de estimación año 2001-2008 (continuación).

	PRODAGL	FMCSUP	SiO ₂	CaO	P ₂ O ₅	OXAL.	CO ₃	C.ORG	Na ₂ SO ₄
31	47,57	2,53	0,47	0,01083	0,10	1,60	12,29	6,32	1,43
32	48,16	2,49	0,47	0,01125	0,09	1,89	12,31	6,41	1,51
33	45,68	2,47	0,47	0,01127	0,10	1,74	12,25	6,52	1,37
34	46,74	2,52	0,47	0,01100	0,10	1,93	12,39	6,60	7,69
35	44,39	2,46	0,53	0,01225	0,09	2,10	12,55	6,50	1,48
36	45,96	2,48	0,52	0,00829	0,10	1,95	12,28	6,62	1,89
37	45,52	2,46	0,52	0,00954	0,11	1,95	11,91	6,55	1,70
38	41,69	2,41	0,51	0,01126	0,12	1,94	12,53	6,62	1,68
39	44,61	2,43	0,52	0,01177	0,10	1,99	11,56	6,40	1,62
40	42,40	2,43	0,53	0,01063	0,10	2,08	11,57	6,28	1,45
41	41,13	2,40	0,52	0,01323	0,12	1,98	11,39	6,06	1,32
42	42,05	2,40	0,52	0,01044	0,09	2,00	11,84	5,86	1,31
43	44,18	2,47	0,51	0,01100	0,09	2,02	12,00	5,61	1,27
44	41,77	2,40	0,51	0,01135	0,10	1,96	12,14	5,81	1,30
45	41,60	2,45	0,53	0,01104	0,08	1,90	11,80	6,06	1,44
46	43,97	2,48	0,52	0,01223	0,10	1,97	12,20	5,70	1,43
47	45,75	2,48	0,53	0,01161	0,12	1,98	13,14	6,44	1,59
48	45,71	2,50	0,50	0,01179	0,11	1,95	13,50	6,50	1,64
49	44,83	2,45	0,49	0,01212	0,08	1,89	14,84	6,77	1,82
50	44,13	2,48	0,48	0,01163	0,13	1,83	15,07	6,77	1,80
51	44,62	2,41	0,53	0,01290	0,12	1,82	15,65	6,88	1,55
52	46,30	2,47	0,53	0,01295	0,12	1,82	15,54	6,90	1,54
53	48,48	2,49	0,54	0,01495	0,10	1,87	15,90	6,63	1,58
54	46,77	2,42	0,56	0,01365	0,11	1,91	16,57	6,94	1,59
55	44,85	2,35	0,51	0,01232	0,11	1,80	15,29	6,66	1,38
56	46,40	2,41	0,56	0,01361	0,11	1,91	16,57	6,96	1,59
57	46,24	2,42	0,52	0,01137	0,12	1,68	15,30	5,81	1,45
58	46,44	2,42	0,53	0,01163	0,12	1,83	14,56	5,90	1,48
59	47,18	2,47	0,55	0,01172	0,13	1,89	14,51	5,56	1,42
60	41,11	2,32	0,49	0,01071	0,12	1,96	14,90	5,83	1,37

Anexo A. Sub-muestra de estimación año 2001-2008 (continuación).

	T LMD	Na2O LMD	FMC LMD	SOL SPA	SOL SUP	GRANSPA	GRAN SUP	T-IE	TRES
61	79,75	140,01	1,30	177,18	394,93	9,13	8,09	65,75	39,45
62	80,15	139,59	1,30	178,24	387,68	8,16	7,52	66,15	39,69
63	79,57	139,26	1,31	168,72	345,00	6,55	6,29	66,13	41,17
64	79,71	139,64	1,31	178,00	384,20	7,60	7,50	65,73	39,68
65	81,82	140,42	1,30	159,37	391,19	7,31	5,63	66,52	38,47
66	81,37	138,65	1,31	171,53	380,13	8,30	7,01	65,40	38,46
67	81,2	138,9	1,32	150,4	308,8	7,8	6,3	66,5	37,1
68	80,4	139,0	1,31	169,1	336,3	7,5	6,1	65,5	37,4
69	80,7	139,5	1,31	152,3	321,9	6,9	5,2	66,3	42,4
70	79,4	140,7	1,33	165,9	322,7	8,1	5,5	67,6	43,1
71	77,3	139,4	1,32	165,5	334,1	7,9	5,3	65,4	43,0
72	78,9	139,8	1,31	166,1	354,4	8,6	6,2	65,5	35,5
73	78,6	137,1	1,32	148,5	324,9	8,6	5,9	66,5	36,8
74	78,1	138,1	1,32	162,1	336,8	7,5	5,7	66,5	37,7
75	76,1	138,2	1,32	176,9	344,1	7,4	5,7	66,0	33,7
76	76,6	138,7	1,33	174,8	349,3	8,3	6,4	66,4	34,7

Anexo A. Sub-muestra de estimación año 2001-2008 (continuación).

	PRODAGL	FMCSUP	SiO ₂	CaO	P ₂ O ₅	OXAL.	CO ₃	C.ORG	Na ₂ SO ₄
61	42,50	2,31	0,49	0,01198	0,14	1,89	15,48	6,38	1,69
62	42,00	2,31	0,48	0,01095	0,20	1,77	15,44	5,97	1,59
63	44,15	2,36	0,51	0,01095	0,24	1,67	15,01	5,59	1,51
64	46,45	2,38	0,52	0,01313	0,17	1,67	15,08	5,62	1,38
65	37,56	2,26	0,52	0,01124	0,15	1,63	15,31	5,31	1,33
66	41,58	2,36	0,51	0,00855	0,22	1,95	15,26	5,67	1,48
67	38,2	2,31	0,51	0,00855	0,206	1,99	14,65	5,80	1,55
68	39,5	2,34	0,53	0,00859	0,22	2,04	13,56	5,67	1,45
69	38,2	2,31	0,51	0,00932	0,18	2,01	13,49	5,99	1,53
70	38,3	2,31	0,51	0,01014	0,24	2,02	14,47	6,37	1,75
71	40,5	2,36	0,48	0,00985	0,22	1,93	13,64	6,49	1,84
72	40,2	2,29	0,48	0,00945	0,20	2,19	14,81	6,68	2,10
73	40,5	2,35	0,48	0,00865	0,27	2,16	14,30	6,89	2,13
74	40,5	2,33	0,49	0,00804	0,24	2,02	15,03	6,95	1,94
75	41,7	2,33	0,50	0,00926	0,22	2,19	15,13	6,76	1,72
76	43,5	2,38	0,49	0,01100	0,14	2,10	14,05	6,59	1,52

Anexo B. Sub-muestra de validación año 2001-2008.

	T LMD	Na2O LMD	FMC LMD	SOL SPA	SOL SUP	GRANSPA	GRAN SUP	T-IE	TRES
1	76,43	135,98	1,32	181,07	335,93	8,16	6,64	61,95	37,96
2	75,43	136,48	1,34	174,28	332,72	8,88	6,62	63,07	39,03
3	75,14	136,71	1,34	167,82	319,29	8,66	5,64	65,18	40,79
4	76,52	138,57	1,35	196,02	334,96	9,75	8,04	65,36	44,11
5	76,34	137,79	1,32	177,05	308,58	8,71	7,77	65,18	40,16
6	75,8	138,6	1,32	173,8	366,6	7,9	5,9	65,0	36,2
7	76,88	137,96	1,33	176,40	441,13	8,07	6,54	67,20	39,37
8	79,57	140,12	1,32	160,87	353,40	7,03	6,10	66,32	41,84
9	80,00	138,34	1,31	160,38	370,77	8,40	7,84	65,82	40,23
10	75,8	138,6	1,32	173,8	366,6	7,9	5,9	65,0	36,2

	PRODAGL	FMCSUP	SiO₂	CaO	P₂O₅	OXAL.	CO₃	C.ORG	Na₂SO₄
1	45,23	2,42	0,48	0,01052	0,10	1,91	11,33	5,94	1,17
2	47,69	2,55	0,48	0,00997	0,12	1,94	11,69	6,06	1,02
3	45,66	2,50	0,51	0,01548	0,12	1,58	11,73	6,28	1,39
4	46,91	2,45	0,46	0,01122	0,10	1,78	11,28	6,33	1,26
5	47,29	2,49	0,45	0,01050	0,08	1,99	12,33	6,85	1,28
6	40,7	2,31	0,51	0,01097	0,18	1,99	13,92	6,21	1,42
7	44,33	2,41	0,51	0,01298	0,12	1,83	15,95	6,84	1,72
8	44,22	2,42	0,52	0,01098	0,14	1,92	14,55	6,12	1,41
9	39,87	2,35	0,49	0,00932	0,24	1,94	15,70	5,99	1,58
10	40,7	2,31	0,51	0,01097	0,18	1,99	13,92	6,21	1,42

Anexo C. Sub-muestra de estimación año 2001-2004.

	T LMD	Na2O LMD	FMC LMD	SOL SPA	SOL SUP	GRANSPA	GRAN SUP	T-IE	TRES
1	75,76	136,74	1,32	199,73	370,06	8,53	6,55	62,45	39,00
2	76,43	135,98	1,32	181,07	335,93	8,16	6,64	61,95	37,96
3	76,34	135,46	1,32	193,39	370,35	7,66	5,77	62,44	40,90
4	75,95	136,37	1,33	161,87	314,97	7,97	6,13	64,08	39,83
5	74,33	135,61	1,32	180,67	350,40	7,52	5,93	61,97	40,70
6	75,45	135,39	1,33	190,17	360,55	8,17	5,79	63,95	39,93
7	76,29	135,47	1,33	176,79	347,10	8,52	6,48	61,48	37,74
8	74,71	137,23	1,35	165,61	313,68	9,18	7,16	62,87	36,67
9	75,33	137,08	1,32	163,97	322,40	8,32	6,73	61,38	33,53
10	74,53	136,55	1,33	169,19	331,74	8,76	7,06	61,08	37,10
11	75,30	134,86	1,36	179,72	325,89	10,98	8,37	64,00	48,85
12	74,33	136,15	1,33	170,10	323,27	7,38	5,69	64,98	42,69
13	75,44	136,20	1,34	182,56	331,35	8,90	6,71	64,50	39,65
14	75,43	136,48	1,34	174,28	332,72	8,88	6,62	63,07	39,03
15	75,78	136,83	1,31	168,02	340,50	9,80	7,27	62,33	39,23
16	76,24	136,66	1,31	174,56	340,90	9,52	7,77	64,98	38,16
17	76,02	137,23	1,33	171,37	356,17	8,65	6,40	64,70	39,40
18	76,19	135,69	1,32	175,21	329,90	9,64	7,38	64,07	38,00
19	75,98	137,98	1,31	174,65	327,77	9,18	7,29	64,71	39,35
20	75,14	136,71	1,34	167,82	319,29	8,66	5,64	65,18	40,79
21	77,08	135,90	1,38	179,12	314,68	9,44	7,08	67,36	44,04
22	76,60	136,33	1,34	172,63	314,83	8,87	6,83	64,78	38,53
23	76,53	138,73	1,34	185,16	321,65	9,29	7,32	63,68	37,29
24	77,05	138,49	1,32	188,65	331,50	9,60	8,30	62,88	35,33
25	76,97	138,01	1,33	198,60	321,23	9,47	8,60	64,20	38,73
26	76,52	138,57	1,35	196,02	334,96	9,75	8,04	65,36	44,11
27	77,45	138,18	1,33	177,61	334,81	8,53	7,03	63,85	38,13
28	76,30	137,83	1,34	177,57	366,68	8,98	7,00	65,41	39,43
29	76,73	137,73	1,33	188,06	348,71	8,65	7,77	65,10	42,26
30	75,33	138,42	1,34	183,68	316,07	9,12	8,10	64,58	38,40
31	75,58	138,45	1,34	185,06	307,29	8,89	7,74	66,03	43,10

Anexo C. Sub-muestra de estimación año 2001-2004 (continuación).

	PRODAGL	FMCSUP	SiO₂	CaO	P₂O₅	OXAL.	CO₃	C.ORG	Na₂SO₄
1	46,26	2,42	0,47	0,01343	0,11	1,84	10,70	5,88	1,16
2	45,23	2,42	0,48	0,01052	0,10	1,91	11,33	5,94	1,17
3	48,44	2,52	0,47	0,01191	0,11	1,91	11,47	6,09	1,29
4	43,60	2,46	0,48	0,01182	0,12	1,89	11,70	6,29	1,22
5	48,68	2,53	0,49	0,01217	0,11	1,86	11,47	6,39	1,20
6	47,26	2,49	0,48	0,01307	0,11	1,84	11,53	6,09	1,32
7	45,44	2,51	0,49	0,01158	0,10	1,87	11,51	6,36	1,39
8	42,85	2,45	0,47	0,01176	0,11	1,81	12,63	6,28	1,43
9	44,88	2,41	0,47	0,01214	0,11	1,95	12,50	6,43	1,39
10	45,97	2,48	0,48	0,02742	0,10	1,97	11,95	5,94	1,30
11	48,20	2,59	0,46	0,01074	0,09	2,02	11,89	5,94	1,31
12	46,92	2,50	0,46	0,01388	0,10	1,99	11,90	6,18	1,28
13	49,52	2,56	0,48	0,01281	0,09	2,12	11,95	6,19	1,34
14	47,69	2,55	0,48	0,00997	0,12	1,94	11,69	6,06	1,02
15	47,75	2,50	0,52	0,01027	0,11	2,08	11,23	6,29	0,97
16	50,02	2,50	0,51	0,00944	0,11	2,05	10,91	6,39	1,13
17	49,58	2,52	0,53	0,01050	0,14	1,71	11,32	6,09	1,55
18	49,86	2,50	0,51	0,01230	0,10	2,10	11,30	6,36	1,17
19	48,35	2,41	0,51	0,01140	0,12	1,69	11,59	6,05	1,27
20	45,66	2,50	0,51	0,01548	0,12	1,58	11,73	6,28	1,39
21	45,56	2,50	0,48	0,01190	0,13	1,64	11,88	6,43	1,37
22	42,22	2,45	0,47	0,01126	0,09	1,89	12,29	6,41	1,51
23	46,42	2,47	0,50	0,01048	0,13	2,13	11,91	6,49	1,19
24	46,55	2,43	0,49	0,01065	0,13	1,99	11,64	6,39	1,24
25	47,22	2,43	0,47	0,01019	0,14	1,84	11,78	6,56	1,35
26	46,91	2,45	0,46	0,01122	0,10	1,78	11,28	6,33	1,26
27	45,53	2,48	0,48	0,01296	0,10	1,65	11,43	6,39	1,31
28	49,04	2,57	0,47	0,01296	0,08	1,77	11,78	6,52	1,29
29	47,91	2,51	0,48	0,01165	0,09	1,79	11,69	6,19	1,30
30	47,57	2,53	0,47	0,01083	0,10	1,60	12,29	6,32	1,43
31	48,16	2,49	0,47	0,01125	0,09	1,89	12,31	6,41	1,51

Anexo D. Sub-muestra de validación año 2001-2004.

	T LMD	Na2O LMD	FMC LMD	SOL SPA	SOL SUP	GRANSPA	GRAN SUP	T-IE	TRES
1	75,55	135,62	1,33	172,50	323,73	7,83	6,33	61,92	40,83
2	74,62	135,57	1,33	166,67	319,97	8,02	6,03	61,34	40,28
3	74,71	137,23	1,35	165,61	313,68	9,18	7,16	62,87	36,67
4	74,32	137,26	1,35	174,20	354,63	8,52	6,43	64,47	43,60
5	76,20	136,69	1,34	178,46	310,64	8,63	6,43	63,61	38,04
6	76,02	138,42	1,33	187,11	328,03	9,47	7,65	64,06	39,87
7	75,9	137,9	1,33	175,3	289,6	8,9	7,9	65,6	38,6

	PRODAGL	FMCSUP	SiO₂	Ca0	P₂O₅	OXAL.	CO3	C.ORG	Na2SO4
1	46,18	2,50	0,47	0,01343	0,11	1,91	11,68	6,31	1,24
2	44,07	2,50	0,49	0,01145	0,10	1,84	11,91	6,05	1,42
3	42,85	2,45	0,47	0,01176	0,11	1,81	12,63	6,28	1,43
4	48,02	2,58	0,47	0,00966	0,10	1,97	11,04	6,31	0,86
5	44,79	2,45	0,50	0,01113	0,12	2,12	11,92	6,30	1,13
6	45,98	2,48	0,48	0,01232	0,10	1,75	11,19	6,20	1,29
7	45,7	2,47	0,47	0,01127	0,099	1,74	12,25	6,52	1,37

Anexo E. Sub-muestra de estimación año 2005-2008.

	T LMD	Na2O LMD	FMC LMD	SOL SPA	SOL SUP	GRANSPA	GRAN SUP	T-IE	TRES
1	76,50	138,41	1,33	183,56	387,71	10,24	8,06	65,97	37,16
2	76,43	138,73	1,32	182,39	395,07	8,30	7,01	65,29	36,57
3	78,20	138,43	1,32	181,52	430,64	9,66	7,75	66,63	35,57
4	77,45	139,07	1,33	182,81	408,71	9,21	7,35	65,40	36,84
5	79,27	137,86	1,33	178,83	410,30	7,92	6,76	65,33	38,21
6	79,39	136,56	1,32	155,69	351,65	7,68	7,01	65,68	39,22
7	78,61	138,57	1,32	173,45	398,13	8,87	6,94	67,98	38,38
8	81,10	137,19	1,32	174,37	424,97	8,40	7,37	68,00	37,74
9	78,83	136,90	1,32	173,37	457,07	9,60	7,42	66,26	37,32
10	77,37	138,44	1,32	170,48	442,10	8,35	6,54	64,08	38,66
11	76,69	137,64	1,31	185,27	474,16	9,63	7,66	64,50	38,94
12	76,89	138,32	1,31	181,95	467,43	8,71	8,35	65,41	38,38
13	76,17	137,81	1,32	180,53	450,94	9,26	8,79	65,12	39,73
14	76,14	138,24	1,32	171,15	476,70	9,97	8,19	65,08	39,33
15	77,62	138,08	1,31	174,48	440,30	7,87	6,52	64,92	39,98
16	77,51	139,51	1,31	179,07	470,33	8,55	7,30	65,51	37,74
17	77,22	138,70	1,31	189,42	492,45	7,16	6,18	65,91	35,78
18	77,15	138,17	1,31	184,63	473,23	7,85	7,42	66,28	34,30
19	76,88	137,96	1,33	176,40	441,13	8,07	6,54	67,20	39,37
20	77,30	139,29	1,29	176,43	411,57	8,18	7,51	66,20	37,38
21	76,26	140,40	1,31	178,32	441,35	8,11	7,55	65,42	40,52
22	77,13	139,32	1,30	172,42	390,45	6,61	6,64	64,87	39,85
23	78,66	139,27	1,31	168,60	355,94	7,94	8,05	65,06	39,93
24	79,57	140,12	1,32	160,87	353,40	7,03	6,10	66,32	41,84
25	79,84	140,36	1,32	155,63	319,96	5,73	6,27	65,57	42,08
26	79,75	140,01	1,30	177,18	394,93	9,13	8,09	65,75	39,45
27	79,57	139,26	1,31	168,72	345,00	6,55	6,29	66,13	41,17
28	79,71	139,64	1,31	178,00	384,20	7,60	7,50	65,73	39,68
29	81,82	140,42	1,30	159,37	391,19	7,31	5,63	66,52	38,47
30	81,37	138,65	1,31	171,53	380,13	8,30	7,01	65,40	38,46

Anexo E. Sub-muestra de estimación año 2005-2008 (continuación).

	PRODAGL	FMCSUP	SiO₂	CaO	P₂O₅	OXAL.	CO3	C.ORG	Na₂SO₄
1	44,39	2,46	0,53	0,01225	0,09	2,10	12,55	6,50	1,48
2	45,96	2,48	0,52	0,00829	0,10	1,95	12,28	6,62	1,89
3	45,52	2,46	0,52	0,00954	0,11	1,95	11,91	6,55	1,70
4	44,61	2,43	0,52	0,01177	0,10	1,99	11,56	6,40	1,62
5	42,40	2,43	0,53	0,01063	0,10	2,08	11,57	6,28	1,45
6	41,13	2,40	0,52	0,01323	0,12	1,98	11,39	6,06	1,32
7	42,05	2,40	0,52	0,01044	0,09	2,00	11,84	5,86	1,31
8	41,77	2,40	0,51	0,01135	0,10	1,96	12,14	5,81	1,30
9	43,07	2,46	0,51	0,01164	0,10	1,93	12,75	6,14	1,39
10	41,60	2,45	0,53	0,01104	0,08	1,90	11,80	6,06	1,44
11	43,97	2,48	0,52	0,01223	0,10	1,97	12,20	5,70	1,43
12	45,75	2,48	0,53	0,01161	0,12	1,98	13,14	6,44	1,59
13	45,71	2,50	0,50	0,01179	0,11	1,95	13,50	6,50	1,64
14	44,83	2,45	0,49	0,01212	0,08	1,89	14,84	6,77	1,82
15	44,62	2,41	0,53	0,01290	0,12	1,82	15,65	6,88	1,55
16	46,30	2,47	0,53	0,01295	0,12	1,82	15,54	6,90	1,54
17	48,48	2,49	0,54	0,01495	0,10	1,87	15,90	6,63	1,58
18	46,77	2,42	0,56	0,01365	0,11	1,91	16,57	6,94	1,59
19	44,33	2,41	0,51	0,01298	0,12	1,83	15,95	6,84	1,72
20	44,85	2,35	0,51	0,01232	0,11	1,80	15,29	6,66	1,38
21	46,40	2,41	0,56	0,01361	0,11	1,91	16,57	6,96	1,59
22	46,24	2,42	0,52	0,01137	0,12	1,68	15,30	5,81	1,45
23	47,18	2,47	0,55	0,01172	0,13	1,89	14,51	5,56	1,42
24	44,22	2,42	0,52	0,01098	0,14	1,92	14,55	6,12	1,41
25	41,11	2,32	0,49	0,01071	0,12	1,96	14,90	5,83	1,37
26	42,50	2,31	0,49	0,01198	0,14	1,89	15,48	6,38	1,69
27	44,15	2,36	0,51	0,01095	0,24	1,67	15,01	5,59	1,51
28	46,45	2,38	0,52	0,01313	0,17	1,67	15,08	5,62	1,38
29	37,56	2,26	0,52	0,01124	0,15	1,63	15,31	5,31	1,33
30	41,58	2,36	0,51	0,00855	0,22	1,95	15,26	5,67	1,48

Anexo E. Sub-muestra de estimación año 2005-2008 (continuación).

	TLMD	Na2O LMD	FMC LMD	SOL SPA	SOL SUP	GRANSPA	GRAN SUP	T-IE	TRES
31	80,00	138,34	1,31	160,38	370,77	8,40	7,84	65,82	40,23
32	80,43	139,03	1,31	169,12	336,28	7,52	6,05	65,48	37,40
33	80,73	139,48	1,31	152,27	321,87	6,90	5,16	66,32	42,38
34	79,39	140,74	1,33	165,85	322,74	8,09	5,52	67,65	43,12
35	77,27	139,38	1,32	165,52	334,07	7,90	5,30	65,35	43,04
36	78,89	139,81	1,31	166,06	354,39	8,62	6,17	65,45	35,50
37	78,61	137,09	1,32	148,48	324,86	8,61	5,87	66,54	36,84
38	78,05	138,14	1,32	162,10	336,75	7,50	5,73	66,51	37,71
39	76,56	138,67	1,33	174,75	349,31	8,34	6,38	66,38	34,72
40	75,83	138,61	1,32	173,83	366,57	7,85	5,92	65,04	36,23

	PRODAGL	FMCSUP	SiO₂	CaO	P₂O₅	OXAL.	CO3	C.ORG	Na2SO4
31	39,87	2,35	0,49	0,00932	0,24	1,94	15,70	5,99	1,58
32	39,53	2,34	0,53	0,00859	0,22	2,04	13,56	5,67	1,45
33	38,21	2,31	0,51	0,00932	0,18	2,01	13,49	5,99	1,53
34	38,30	2,31	0,51	0,01014	0,24	2,02	14,47	6,37	1,75
35	40,48	2,36	0,48	0,00985	0,22	1,93	13,64	6,49	1,84
36	40,25	2,29	0,48	0,00945	0,20	2,19	14,81	6,68	2,10
37	40,51	2,35	0,48	0,00865	0,27	2,16	14,30	6,89	2,13
38	40,46	2,33	0,49	0,00804	0,24	2,02	15,03	6,95	1,94
39	43,51	2,38	0,49	0,01100	0,14	2,10	14,05	6,59	1,52
40	40,69	2,31	0,51	0,01097	0,18	1,99	13,92	6,21	1,42

Anexo F. Sub-muestra de validación año 2005-2008.

	T LMD	Na2O LMD	FMC LMD	SOL SPA	SOL SUP	GRANSPA	GRAN SUP	T-IE	TRES
1	78,83	138,88	1,33	166,07	417,26	8,74	7,56	67,33	36,85
2	81,2	138,9	1,32	150,4	308,8	7,8	6,3	66,5	37,1
3	80,15	139,59	1,30	178,24	387,68	8,16	7,52	66,15	39,69
4	79,23	138,53	1,32	168,69	380,15	7,56	6,57	67,65	39,28
5	79,27	137,84	1,32	166,82	386,93	8,70	8,34	66,28	39,44
6	77,31	137,76	1,33	172,74	461,48	8,85	6,55	65,97	41,29
7	76,13	138,16	1,32	176,91	344,07	7,36	5,70	65,96	33,71

	PRODAGL	FMCSUP	SiO₂	Ca0	P₂O₅	OXAL.	CO3	C.ORG	Na2SO4
1	41,69	2,41	0,51	0,01126	0,12	1,94	12,53	6,62	1,68
2	38,2	2,31	0,51	0,00855	0,206	1,99	14,65	5,80	1,55
3	42,00	2,31	0,48	0,01095	0,20	1,77	15,44	5,97	1,59
4	46,44	2,42	0,53	0,01163	0,12	1,83	14,56	5,90	1,48
5	44,18	2,47	0,51	0,01100	0,09	2,02	12,00	5,61	1,27
6	44,13	2,48	0,48	0,01163	0,13	1,83	15,07	6,77	1,80
7	41,69	2,33	0,50	0,00926	0,22	2,19	15,13	6,76	1,72

Anexo G. Datos de validación año 2009.

	T LMD	Na2O LMD	FMC LMD	SOL SPA	SOL SUP	GRANSPA	GRAN SUP	T-IE	TRES
1	76,00	138,92	1,32	180,14	386,81	7,93	6,29	64,68	39,97
2	75,82	138,06	1,32	188,94	401,83	8,26	6,14	65,11	39,43
3	76,03	137,90	1,32	173,98	380,57	9,07	5,81	65,58	38,60
4	76,78	136,60	1,35	181,10	386,62	9,14	5,90	66,61	38,03
5	76,13	137,24	1,33	171,24	376,71	7,64	5,05	66,24	35,54
6	76,33	136,50	1,31	169,76	377,57	11,29	7,62	65,03	35,97
7	76,29	135,64	1,32	164,38	383,52	7,33	5,90	64,42	38,09
8	76,12	137,13	1,34	163,36	362,48	8,52	6,29	65,49	38,22
9	75,95	136,89	1,33	166,40	363,24	8,24	6,07	64,71	34,51
10	77,86	135,11	1,34	171,76	415,48	9,33	6,14	64,72	34,87
11	79,48	132,97	1,33	169,62	393,05	11,62	9,38	66,47	36,04
12	76,76	134,95	1,34	160,83	366,00	8,48	7,14	65,66	37,43
13	77,07	135,48	1,35	163,10	341,24	9,62	7,14	66,50	39,29
14	79,22	136,14	1,36	160,44	333,05	9,04	6,65	69,30	37,05
15	78,01	137,21	1,35	164,48	327,57	10,19	7,45	67,53	37,40
16	79,21	134,18	1,34	162,19	357,67	8,47	7,61	66,48	37,65

Anexo G. Datos de validación año 2009 (continuación).

	PRODAGL	FMCSUP	SiO₂	CaO	P₂O₅	OXAL.	CO₃	C.ORG	Na₂SO₄
1	43,54	2,36	0,49	0,00993	0,15	2,00	13,06	6,35	1,34
2	42,84	2,33	0,51	0,01050	0,14	1,95	12,68	6,36	1,57
3	44,00	2,38	0,52	0,01314	0,14	2,06	13,84	6,24	1,55
4	41,48	2,38	0,47	0,01057	0,14	2,04	13,72	6,49	1,46
5	40,02	2,39	0,47	0,01179	0,15	2,13	13,85	6,34	1,69
6	43,68	2,37	0,47	0,01221	0,15	2,09	14,01	6,35	1,47
7	40,70	2,41	0,47	0,01307	0,16	2,18	13,85	6,31	1,41
8	41,06	2,36	0,48	0,01114	0,18	2,14	13,91	6,27	1,53
9	40,80	2,38	0,47	0,01107	0,20	2,18	14,24	6,36	1,47
10	41,29	2,46	0,47	0,01136	0,20	2,11	13,85	6,36	1,42
11	40,70	2,44	0,46	0,01000	0,18	2,15	14,44	6,69	1,37
12	42,49	2,45	0,47	0,00988	0,17	2,13	14,01	6,46	1,43
13	43,38	2,51	0,48	0,01183	0,16	2,10	14,07	6,29	1,51
14	41,90	2,44	0,48	0,01317	0,18	2,10	14,02	6,47	1,43
15	40,42	2,50	0,47	0,01172	0,17	2,13	13,95	6,27	1,48
16	41,82	2,48	0,46	0,01535	0,18	2,16	14,38	6,50	1,41