

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

**INVERSIÓN GEOESTADÍSTICA DE AMPLITUDES SÍSMICAS
EMPLEANDO EL MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN
POR MÍNIMOS CUADRADOS**

Trabajo Especial de Grado
Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela
Por el Br. Rodrigues Teixeira, Juan Miguel
Para optar al título de Ingeniero Geofísico

Caracas, Octubre de 2006

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

**INVERSIÓN GEOESTADÍSTICA DE AMPLITUDES SÍSMICAS
EMPLEANDO EL MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN
POR MÍNIMOS CUADRADOS**

Tutor académico : Miguel Bosch

Trabajo Especial de Grado
Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de Venezuela
Para optar al título de Ingeniero Geofísico
Por el Br. Rodrigues Teixeira, Juan Miguel

Caracas, Octubre de 2006

DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado a toda mi familia, en especial a los que comparten junto a mí el día a día.

A mis hermanos por ayudarme económica y moralmente, a mi mamá, MI papá y mis tías por estar siempre pendientes de lo que necesitara y darme siempre consejos que sólo se pueden dar cuando se ha vivido tanto.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a todas las personas que me ayudaron en la elaboración de este trabajo, como fueron mi tutor el profesor Miguel Bosch, el Ing. Luis Cara, la Lic. Rosa Jiménez y todo el grupo de profesionales de la compañía PETROBRAS, que de forma desinteresada me prestaron apoyo.

También quiero agradecer a Mario Díaz, Douglas Betancourt, Ranier Navarro y Daniel Romero, por acompañarme a través de todo el proceso de realización de este trabajo y la carrera en general, y por ofrecerme su ayuda en los momentos en que la necesité.

Rodrigues T., Juan M

**INVERSIÓN GEOESTADÍSTICA DE AMPLITUDES SÍSMICAS
EMPLEANDO EL MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN
POR MÍNIMOS CUADRADOS**

Tutor Académico: Prof. Miguel Bosch.

Tesis de Ingeniería Geofísica, Caracas, U.C.V. Facultad de Ingeniería.

Escuela de Geología, Minas y Geofísica. 2006. n° de Pág. 78

Palabras Clave:

Inversión, Sísmica 3D, Método de optimización

RESUMEN

El objetivo básico de la exploración geofísica en áreas petroleras es hallar más y mejores yacimientos de petróleo, gracias a esto han nacido diversas técnicas de investigación, que toman enfoques variados sobre el mismo tema. La sísmica es la herramienta más importante y más utilizada, y en este trabajo se explica una técnica única de inversión sísmica.

La técnica consiste en la inversión de las amplitudes de las trazas sísmicas para predecir de manera conjunta tanto valores de impedancia acústica como de porosidad logarítmica. Lo que también hace importante este trabajo es que emplea información de fuentes variadas, como son la geología, la petrofísica y la geofísica. Dichas disciplinas trabajan el mismo problema a escalas distintas, por lo que fue necesario emplear una herramienta que hiciese ese paso, de una escala a otra, de forma sencilla; esto se logró con la fórmula de Backus (1962) para velocidades y la adaptación que se realizó en este trabajo.

Otra parte clave de este proyecto fue la mejor resolución que se logró obtener de las propiedades en los sectores cercanos a los pozos del área, donde se observan capas de hasta 1ms de espesor, característica imposible de ver en estudios basados únicamente en información sísmica. La técnica se validó mediante pruebas sintéticas empleando modelos simulados del subsuelo. También se aplicó la técnica a datos reales, proporcionados por la compañía PETROBRAS y estos resultados están contenidos en el documento.

ÍNDICE GENERAL

DEDICATORIA	i
AGRADECIMIENTOS	ii
RESUMEN.....	iii
ÍNDICE GENERAL	iv
ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS	vi
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I.....	5
EL PROBLEMA	5
1.1 Planteamiento del problema.....	5
1.2 Objetivos	7
1.2.1 Objetivos Generales	7
1.2.2 Objetivos Específicos.....	7
1.3 Justificación	8
CAPÍTULO II	10
MARCO TEÓRICO.....	10
2.1 Conversión y cambio de polaridad de la onda.	10
2.2 Velocidades sísmicas.	11
2.3 Fundamentos de trayectoria de rayos. Ley de Snell.....	14
2.4 Fenómeno de reflexión.....	16
2.5 Coeficientes de reflexión y transmisión.....	17
2.6 Convolución discreta.....	20
2.7 Transformada de Wyllie.....	21
2.8 Cambio de escala de Backus	23
2.9 Métodos de inferencia probabilística.	24
2.10 Inversión sísmica.....	28
2.11 Resolución de sistemas lineales.	29
2.12 Geoestadística.	31
CAPÍTULO III.....	34

MARCO METODOLÓGICO.....	34
3.1 Combinación de escalas.....	34
3.2 Modelo geoestadístico.....	35
3.3 Simulación de datos sísmicos.....	39
3.4 Problema inverso.....	39
CAPÍTULO IV.....	45
VALIDACIÓN NUMÉRICA.....	45
4.1 Datos sintéticos.....	45
4.2 Modelo de Kriging.....	48
4.3 Problema directo.....	49
4.4 Inversión.....	51
CAPÍTULO V.....	54
APLICACIÓN AL CAMPO LEONA.....	54
CONCLUSIONES.....	72
RECOMENDACIONES.....	73
BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS CITADAS.....	74
APÉNDICES.....	77

ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS

Figura N°

2.1. Incidencia de una onda elástica: i rayo incidente, r rayo reflejado, R rayo refractado. (Carvajal, 2004)	10
2.2. Medida de la traza en tiempo en cierto receptor. (Liner, 1999).....	11
2.3. La figura muestra la relación geométrica entre la trayectoria de rayos y los frentes de ondas. La trayectoria de rayo es normal al frente de onda y va en dirección contraria a la fuente de la onda sísmica. A continuación se describen las reglas que gobiernan la trayectoria de los rayos sísmicos. (Schmitt, 1966).....	14
2.4. (a) Modelo 1D del subsuelo para una simulación en 1D. (b) Cálculo de los tiempos de viaje, señalados por los puntos sobre la traza, los cuales son tiempos de eco entre interfases. (c) los coeficientes de reflexión son ubicados en sus posiciones de tiempo para formar una serie de coeficientes de reflexión. (Liner, 1999).....	17
2.5. Trayectoria de rayo en dos medios de diferentes velocidades y densidades. (Schmitt, 1966).....	17
2.6. (a). Modelo del subsuelo para una simulación en 1D. (b) detalle de dos capas en las cuales se muestran las características de cada una de ellas: espesor, velocidad y densidad. (c) detalle que muestra el concepto de onda incidente (I), onda reflejada (R) y transmitida (T). (Liner, 1999).	18
4.1. Registro de porosidad logarítmica del pozo sintético	45
4.2. Registro de pozo de la impedancia acústica.....	46
4.3. Gráfico cruzado Impedancia acústica Vs Porosidad Logarítmica.	46
4.4. Modelo de porosidades generado a partir del registro de pozo sintético..	47
4.5. Modelo de impedancias generado a partir del registro de pozo sintético.	47
4.6. Se presenta el modelo de interpolación de Kriging de la porosidad, predicho desde los valores del pozo.....	48
4.7. Se presenta el modelo de interpolación de Kriging de la impedancia, predicho desde los valores del pozo.....	49
4.8 y 4.9. Coeficientes de reflexión y Ondícula respectivamente.....	50
4.10. Línea sísmica producida por la convolución de la ondícula con la serie de reflectividad.	51

4.11. Error entre los datos sísmicos y la inversión a medida que avanzan las iteraciones.	51
4.12. Superposición de la inversión sobre los datos sísmicos.....	52
4.13. Resultado de la inversión para la porosidad.....	53
4.14. Resultado de la inversión para la impedancia.....	53
5.1. Línea sísmica real suministrada por la empresa PETROBRAS.....	54
5.2. Registro de porosidad logarítmica del pozo suministrado por PETROBRAS.....	55
5.3. Registro de impedancia acústica del pozo suministrado por PETROBRAS..	56
5.4. Gráfico que muestra los dos bloques que se forman debido a la falla normal en el área.	57
5.5. Gráfico donde se aprecia el ajuste de la curva de correlación con la función compuesta para la covarianza (porosidad).	59
5.6. Gráfico donde se aprecia el ajuste de la curva de correlación con la función compuesta para la covarianza (desviación de la impedancia).....	59
5.7. Gráfico cruzado de la porosidad logarítmica vs la impedancia acústica obtenidas de los registros de pozo y la transformada de Wyllie calibrada para ajustar a estos registros.	60
5.8. Modelo geoestadístico de la porosidad logarítmica.....	61
5.9. Modelo geoestadístico de la porosidad logarítmica (contorno).....	61
5.10. Modelo geoestadístico de la impedancia acústica.....	62
5.11. Modelo geoestadístico de la impedancia acústica (contorno).....	62
5.12. Serie de reflectividad del pozo.	63
5.13. Ondícula fuentes extraída del pozo.	64
5.14. Resultado de la convolución entre las ondícula hallada y las series de reflectividad. Modelo en azul y falla en negro.....	64
5.15. Comparación de los datos sísmicos con los resultados de la inversión, para el método sin el pozo.	65
5.16. Comparación de los datos sísmicos con los resultados de la inversión, para el método con el pozo.	66
5.17. Inversión de los datos sísmicos para la porosidad total sin emplear datos de pozo.....	67
5.18. Inversión de los datos sísmicos para la porosidad total empleando los datos de pozo.....	67
5.19. Inversión de los datos sísmicos para la impedancia acústica sin emplear los datos de pozo.....	70

5.20. Inversión de los datos sísmicos para la impedancia acústica empleando datos de pozo.....	71
5.21. Gráfico cruzado de la impedancia predicha vs la impedancia del pozo..	71

Tabla N°

5.1. Valores de los parámetros de la función de covarianza para la porosidad y la impedancia.....	58
5.2. Valores de los parámetros de la transformada de Wyllie.....	60

INTRODUCCIÓN

El objetivo básico de la industria petrolera es hallar más y mejores yacimientos de petróleo, gracias a esto han nacido diversas técnicas de investigación, que toman enfoques variados sobre el mismo tema. Una de las técnicas más importantes en la búsqueda de petróleo es la sísmica.

La sísmica utiliza, al igual que todas las demás técnicas geofísicas, fenómenos físicos que se pueden medir desde la superficie, pero que están influenciados por las propiedades del volumen en el subsuelo. El fenómeno que estudia la sísmica es la respuesta del medio al paso de una onda sísmica, esta respuesta puede ser analizada para permitir inferir un modelo del subsuelo. Un modelo es la representación de las variaciones de los materiales del subsuelo en el volumen que tiene influencia en los resultados de la experiencia sísmica realizada.

Los modelos son parte fundamental del estudio del subsuelo, por ello se debe tratar de hacer lo más exacto posible, porque un leve error podría ser causante de grandes pérdidas económicas, y aunque la sísmica provee gran parte de la información necesaria, es indispensable complementarla con información de otras fuentes, como los pozos perforados, que son datos muy confiables.

Cada vez se hace más evidente que integrar información de diversas fuentes es lo más adecuado para obtener resultados confiables y exploraciones exitosas. Pero realizar la integración de dicha información no es sencillo, por lo que

se ve justificado este proyecto, cuyo objetivo primordial es integrar información proveniente de distintas fuentes, para lograr obtener un modelo del subsuelo que se ajuste y concuerde con los datos sísmicos y de pozo.

Para obtener los valores de los parámetros que conforman el modelo, debe resolverse el problema *inverso*, esto significa que a partir de la respuesta del subsuelo a un estímulo, se propone un modelo que cumpla con las teorías físicas que lo explican. Las técnicas para resolver el problema *inverso* son variadas, pero en este proyecto se manejó la de *optimización*, que consiste en mejorar de forma iterativa, una configuración de parámetros, buscando la que maximice la densidad de probabilidad.

En este proyecto se trabajaron dos propiedades, que para la industria del petróleo tienen mucha relevancia, estas son la *impedancia acústica* y la *porosidad*. La medida de la porosidad en un yacimiento es muy importante, ya que de ella depende la posibilidad de hallar el hidrocarburo o no, y esta propiedad está relacionada con la impedancia a través de la transformada de Wyllie, la cual obedece a un modelo petrofísico de la velocidad de onda compresional en un medio poroso y se calibra con mediciones realizadas en los pozos.

La impedancia acústica es la propiedad de la sísmica que tiene mayor relevancia en este proyecto, por su relación con la porosidad y con la reflectividad sísmica. Si se lograra resolver el problema inverso a partir de los datos sísmicos para hallar valores de impedancia sísmica, sería posible obtener un estimado de los valores

de la porosidad con la transformada de Wyllie. Pero en este proyecto se plantea un procedimiento único, que consiste en realizar la inversión en conjunto, tanto de la impedancia como de la porosidad. Adicionalmente, con la ayuda de registros de pozo, se logra aumentar la resolución de la sísmica, a través de un cambio de escala que es también punto importante de este trabajo.

Este planteamiento innovador, que integra sísmica, registros de pozo e inversión conjunta, tiene la ventaja de que ofrece mayor grado de información y reduce considerablemente la incertidumbre que encierra este tipo de técnicas. La sísmica provee mucha información, pero también encierra un alto grado de incertidumbre, por ello es importante la integración de las dos informaciones (pozo-sísmica), ya que los registros de pozo son lo más confiable que se maneja.

En el trabajo realizado por Bosch (2004), se describe una técnica para realizar una inversión integrada de parámetros de reservorio (porosidad) y elásticos (impedancia) mediante un método de optimización. En este trabajo se estiman modelos a la resolución de la información sísmica y se emplean los registros de pozo para calibrar la transformada petrofísica que describe la relación entre la porosidad y la impedancia. En el presente trabajo se sigue esta metodología, desarrollándola para ajustar el modelo de porosidades e impedancia a los registros de pozo siguiendo un modelo geoestadístico.

La metodología tradicional para extraer parámetros de reservorio a partir de los datos sísmicos es a dos etapas, a diferencia de la planteada aquí: una de inversión sísmica y otra de inversión petrofísica. Como ejemplo se puede citar el trabajo que realizaron Calderón y Castagna (2005), en el campo El Balcón en Colombia, donde realizaron estudios de inversión sísmica. En este estudio determinaron que existía una buena relación entre la porosidad y la impedancia acústica, y usaron la impedancia acústica derivada de la inversión para estimar la distribución espacial de las propiedades de las rocas en El Balcón, Colombia.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

1.1 Planteamiento del problema.

En Geofísica existen dos tipos de problemas, el problema directo y el problema inverso (Tarantola, 2005). En el problema directo, se conoce la señal de entrada o el estímulo que se le aplica al terreno y las condiciones del subsuelo y, mediante la interacción de estos, se calcula una respuesta. De manera distinta, en el problema inverso se conocen tanto la señal como la respuesta y lo que se desconoce es el subsuelo (orientación de los estratos, espesores, buzamientos, presencia de fluidos, propiedades de las capas, etc). Este último tipo de problema, suele corresponder siempre con el propósito de tales estudios.

Con la intención de resolver este tipo de problema, se han empleado diferentes métodos de prospección, tales como el método gravimétrico y magnético (aplicados comúnmente para obtener una imagen del basamento y en ocasiones, el magnético para buscar minerales metálicos), así como las diferentes modalidades del método eléctrico (usualmente empleado para la búsqueda de agua) y el método sísmico que es el más usado en la industria petrolera, debido a que la señal penetra con mayor facilidad hasta las capas más profundas donde se halla el objetivo. Este último método (sísmico), es muy importante debido a que de él, se puede obtener información sobre las estructuras que se encuentran por debajo de la superficie, entre

ellas: capas de rocas en el subsuelo, su buzamiento y si existe alguna forma característica importante para la búsqueda de hidrocarburo.

Interpretar los resultados de una investigación sísmica no siempre es sencillo, porque dentro de estos estudios hay muchas variables que son difíciles de predecir e identificar en la sísmica. Con la intención de disminuir esta incertidumbre, surgen dos técnicas de investigación muy importantes, como lo son la geoestadística, que se basa en la aplicación de la teoría de funciones aleatorias al reconocimiento y estimación de fenómenos naturales (Journel y Huijbregts, 1978) y la inversión sísmica, que es todo aquel procedimiento que hace corresponder un modelo a una serie de datos dados (Bosch, 2003). Estas dos técnicas al emplearse de forma combinada son una buena fuente de información y de orientación para la búsqueda del petróleo. No obstante realizar tales tareas no es sencillo, debido a la gran cantidad de datos que se manejan; de allí que se hace imprescindible el uso de un programa de computación que logre manejar tal cantidad de datos en corto tiempo.

Por todo lo antes expuesto, en esta investigación se propone el diseño de un programa de computación en el lenguaje Fortran 90 que realice la inversión geoestadística de la amplitudes sísmicas mediante el método de optimización por mínimos cuadrados, utilizando datos sísmicos y registros de pozos cercanos, para lograr obtener un modelo de impedancias que se ajuste a los datos de pozo en los puntos cercanos al mismo y sea consistente con las observaciones sísmicas cercanas y lejanas al pozo.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos Generales

Diseñar un programa de computación con el lenguaje de programación Fortran 90, que realice la inversión de amplitudes sísmicas después de apilamiento por el método de optimización por mínimos cuadrados, dando como resultado un volumen de impedancias acústicas y porosidades conforme a los registros de pozo existentes.

Comparar el modelo resultante de la aplicación del programa con el modelo sintético al que se le realizó el estudio, y ejemplificar con un juego de datos reales proporcionados por la industria.

1.2.2 Objetivos Específicos

Analizar los registros de pozo disponibles en un área de prueba.

Generar un modelo sintético del subsuelo conforme a los datos y estadísticas de los pozos.

Obtener unos registros de pozo sintéticos.

Desarrollar el código de inversión geoestadística.

Correlacionar datos de pozo con la sísmica.

Aplicar el método de optimización en la búsqueda del modelo de impedancias y porosidades.

1.3 Justificación

Para la industria petrolera, es conveniente conocer la orientación de las capas en el subsuelo, el tipo de roca que existe en cada zona, para así identificar un posible reservorio y disminuir el factor de riesgo asociado a este tipo de investigaciones. Es una herramienta novedosa que aplica en conjunto la inversión geofísica y el análisis estadístico. El método que se aplica para este trabajo es el de optimización por mínimos cuadrados, debido a que éste encuentra el modelo que mejor se ajusta a los datos de la zona minimizando una función objetivo que depende de los datos sísmicos y los registros de pozo.

Hacer un estudio de datos sísmicos sería un trabajo poco práctico si se tratase de realizar sin la ayuda del computador; por eso es indispensable contar con una herramienta capaz de manipular esta información de manera rápida y cómoda; por lo que el desarrollo de este programa será una contribución para agilizar el manejo de los datos sísmicos y la eventual generación del modelo de impedancias, objeto del trabajo, sin menospreciar lo novedoso de aplicar la geoestadística y la inversión sísmica en forma conjunta.

El uso del programa ayudará al estudio de los campos petroleros y será de gran utilidad para los encargados de tomar la decisión de posicionar un pozo, debido

a que otorgaría una visión mucho más clara del subsuelo. También serviría para hacer predicciones y modelos geológicos a partir de los datos de pozos y para hacer ajustes en un posterior estudio sísmico. En general, el programa estaría orientado a disminuir la incertidumbre y el factor de riesgo, para realizar perforaciones exitosas.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Conversión y cambio de polaridad de la onda.

Cuando una onda corpórea que viaja a través de un medio, incide sobre una interfase (una superficie) que la separa de otro medio que posee propiedades elásticas diferentes, como se indica en la figura 2.1 en general parte de la energía es transmitida al segundo medio y parte es reflejada.

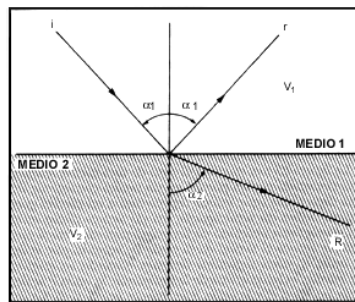


Figura 2.1. Incidencia de una onda elástica: i rayo incidente, r rayo reflejado, R rayo refractado. (Carvajal, 2004)

Si pensamos en una línea perpendicular a la interfase (la normal), y medimos los ángulos α_1 y α_2 que forman los distintos rayos con ella, podemos ver que están relacionados según la siguiente fórmula, conocida como ley de Snell,

$$\text{sen } \alpha_1 / \text{sen } \alpha_2 = V_1 / V_2, \quad (2.1)$$

donde V_1 es la velocidad (P o S) del rayo en el primer medio y V_2 su velocidad en el segundo medio.

2.2 Velocidades sísmicas.

La velocidad de onda es la velocidad con la cual se transmite la onda de energía en un medio. Ésta depende de las propiedades características del medio (figura 2.2), en el caso de ondas sísmicas depende de los parámetros y la densidad. La velocidad de onda se relaciona siempre con la frecuencia (f) y la longitud de onda (λ) por la ecuación,

$$v = f \lambda ; \quad (2.2)$$

la velocidad sísmica es la velocidad con la cual se propaga una onda elástica a través de un medio. Para ondas internas no dispersivas, la velocidad sísmica es igual a la velocidad de fase y a la velocidad de grupo.

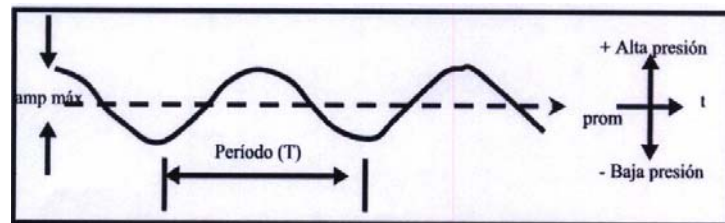


Figura 2.2. Medida de la traza en tiempo en cierto receptor. (Liner, 1999)

Para las ondas superficiales dispersivas, la velocidad sísmica se supone usualmente igual a la velocidad de fase. Entre los diferentes tipos de velocidades se encuentran:

Velocidad interválica (v_{int}). Es la velocidad de la onda sísmica sobre un intervalo de profundidad z . Si en el intervalo el tipo de roca es uniforme, entonces la

velocidad del intervalo es igual a la velocidad de formación. Cuando el intervalo de profundidad abarca un número de estratos de roca, de espesores comparables o superiores a la longitud de onda, entonces la velocidad de intervalo es igual a la velocidad promedio (V) calculada sobre la distancia z. Si z_i es el espesor del i-ésimo intervalo y t_i es el tiempo de recorrido de un camino a través de él, luego

$$V_{\text{int}} = z_i / t_i. \quad (2.3)$$

Velocidad promedio (v). Es el promedio de todas las velocidades interválicas desde la superficie hasta un horizonte en particular (Schmitt, 1966). Estas velocidades se miden en el momento en que se realiza un registro de velocidades en el pozo (checkshot), en donde un geófono es introducido en el pozo a diferentes profundidades, y se activa una fuente sísmica en la superficie. La velocidad es obtenida calculando los tiempos de viaje Δt , de las ondas sísmicas, desde la posición de la fuente hasta el geófono. La velocidad promedio desde la posición de la fuente hasta la profundidad del geófono, se calcula,

$$V = \frac{\sum V_i \Delta t_i}{\sum \Delta t_i}, \quad (2.4)$$

las medidas que se obtienen se utilizan para la construcción de las curvas de tiempo-profundidad, con las que es posible realizar la conversión a profundidad de los datos sísmicos en tiempo.

Bajo esta suposición, la aproximación que se utiliza para el cálculo de los tiempos de viaje en función del offset, es,

$$T^2(X)_n = t^2(0)_n + X^2/V_n^2 \quad (2.5)$$

Velocidad rms (V_{rms}). Se define como la raíz cuadrada de la velocidad promedio ponderada en tiempo, cuya expresión matemática es,

$$V_{rms_n}^2 = \frac{\sum Vi^2 \cdot \Delta ti}{\sum \Delta ti}, \quad (2.6)$$

esta velocidad corresponde al inverso del segundo término de una serie infinita definida por,

$$T(X)_n^2 = C_1 + C_2 \cdot X^2 + C_3 \cdot X^4 + \dots; \quad (2.7)$$

Taner (1969), señala que para los rangos de offsets usados en la práctica, existe una precisión de aproximada de 2% que viene dada por los primeros dos términos de la serie, el cual es adecuado para los objetivos de la exploración sísmica. Si se toman solo los dos primeros términos de la serie se obtiene

$$T(X)_n^2 = C_1 + C_2 \cdot X^2$$

$$C_1 = (\sum t(0)_i)^2$$

$$t(0)_i = \frac{2 \cdot ei}{Vi}$$

$$C_2 = \frac{\sum t_k}{\sum t_k \cdot V_k} = \frac{1}{V_{rms_n}^2}$$

$$t_k = t(0)_k, \quad (2.8)$$

en donde:

$T(X)_n$: es el tiempo de viaje de una reflexión proveniente del n-ésimo horizonte;

X: offset;

C_i : coeficientes que dependen de los espesores y velocidades de las capas por encima del horizonte de reflexión;

e_i : espesor de la i -ésima capa;

V_i : velocidad de la i -ésima capa.

2.3 Fundamentos de trayectoria de rayos. Ley de Snell.

Una forma sencilla de trabajar en sismica lo que sucede en una dirección (desde la fuente hasta el receptor) es considerando la trayectoria que sigue una pequeña porción del frente de onda, la cual forma un rayo. Los rayos son perpendiculares a los frentes de onda y viceversa (figura 2.3). La mayor parte de la teoría sismológica se desarrolla usando estos rayos debido a que son mucho más simples de manejar las ondas (Schmitt, 1966).

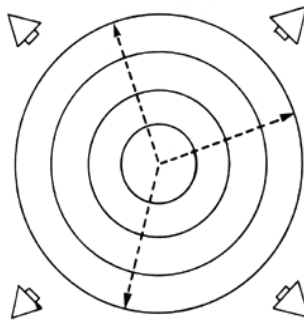


Figura 2.3. La figura muestra la relación geométrica entre la trayectoria de rayos y los frentes de ondas. La trayectoria de rayo es normal al frente de onda y va en dirección contraria a la fuente de la onda sísmica. A continuación se describen las reglas que gobiernan la trayectoria de los rayos sísmicos. (Schmitt, 1966)

(a) En un medio de velocidad constante los rayos presentan una trayectoria recta y en dirección contraria a la posición de la fuente hacia el centro del frente de onda circular.

(b) La trayectoria de rayos se inclina o se encorva en conformidad con la ley de Snell mientras se cruzan las velocidades en las interfases. Los frentes de ondas se asumen planos ya que son una porción local del frente de onda que es regionalmente esférico. La distancia entre frentes de onda sucesivos es mayor a medida que el medio se vuelve de mayor velocidad, esto significa que la distancia de viaje es mayor al incrementarse el tiempo Δt . Adicionalmente, el frente de ondas, y ellos la trayectoria de rayos, se doblan, o refractan, cuando se encuentran con medios de altas velocidades. (Schmitt, 1966)

La ley de Snell se expresa mediante las siguientes ecuaciones,

$$P = \frac{\text{sen } i}{V_1} = \frac{\text{sen } \theta_{p_1}}{V_{p_1}} = \frac{\text{sen } \theta_{s_1}}{V_{s_1}} = \frac{\text{sen } \theta_{p_2}}{V_{p_2}} = \frac{\text{sen } \theta_{s_2}}{V_{s_2}}, \quad (2.9)$$

en donde:

i : es el ángulo de incidencia de la onda sobre la interfase acústica.

$\theta_{p_1}, \theta_{s_1}$: ángulo de reflexión de las ondas P y S en el medio 1, respectivamente.

$\theta_{p_2}, \theta_{s_2}$: ángulo de refracción o transmisión de las ondas P y S en el medio 2, respectivamente.

V_{p_1}, V_{p_2} : velocidad de propagación de onda P en el medio 1 y 2, respectivamente.

V_{s_1}, V_{s_2} : velocidad de propagación de onda S en el medio 1 y 2, respectivamente.

P: parámetro de rayo.

2.4 Fenómeno de reflexión.

La reflexión es el rebote de un objeto u onda (luz, sonido, ondas sísmicas) desde una superficie lisa, con lo que queremos decir que las irregularidades de la superficie son mucho menores que la longitud de onda. Una reflexión sísmica ocurre en una interface como consecuencia de un contraste en la impedancia acústica entre dos medios. La sección sísmica es el resultado de registrar la reflexión sísmica, para detectar interfaces debajo de la superficie, llamadas reflectores (Carvajal, 2004). Esta constituye la técnica geofísica más cercana a una sección geológica. Sin embargo, a pesar de que una sección sísmica puede dar una figura directa de la estructura de sub-superficie, difiere de una sección geológica por las siguientes razones:

(a) esta da el tiempo de dos caminos (TWT, two-way time), en vez de la profundidad de los reflectores (Figura 2.4.b);

(b) las reflexiones desde un reflector inclinado están desplazadas;

(c) algunos reflectores aparentes se debe a reflexiones múltiples;

(d) los reflectores pueden no corresponder a límites litológicos, y viceversa.

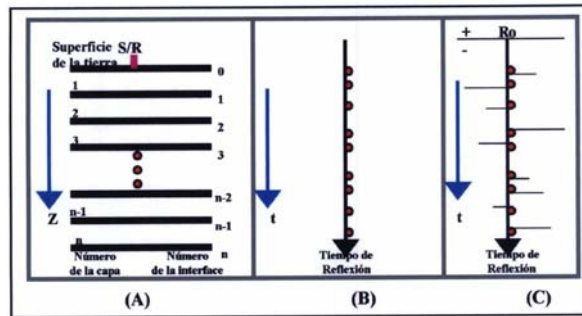


Figura 2.4. (a) Modelo 1D del subsuelo para una simulación en 1D. (b) Cálculo de los tiempos de viaje, señalados por los puntos sobre la traza, los cuales son tiempos de eco entre interfases. (c) los coeficientes de reflexión son ubicados en sus posiciones de tiempo para formar una serie de coeficientes de reflexión. (Liner, 1999).

2.5 Coeficientes de reflexión y transmisión.

Consideremos un rayo compresivo de amplitud A_0 , que incide normalmente en una superficie situada entre dos medios con diferente velocidad y densidad (figuras 2.5 y 2.6). Un rayo transmitido de Amplitud A_2 viaja a través de la superficie en la misma dirección del rayo incidente, y un rayo reflejado de Amplitud A_1 vuelve a lo largo de la trayectoria del rayo incidente (Schmitt, 1966).

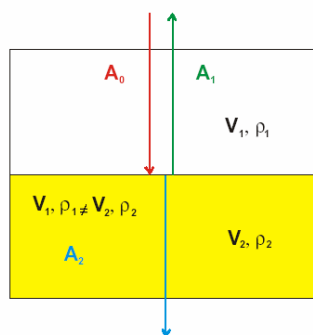


Figura 2.5. Trayectoria de rayo en dos medios de diferentes velocidades y densidades. (Schmitt, 1966).

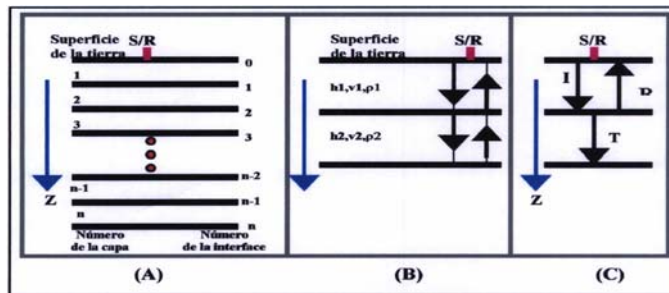


Figura 2.6. (a). Modelo del subsuelo para una simulación en 1D. (b) detalle de dos capas en las cuales se muestran las características de cada una de ellas: espesor, velocidad y densidad. (c) detalle que muestra el concepto de onda incidente (I), onda reflejada (R) y transmitida (T). (Liner, 1999).

La energía total de los rayos transmitidos y reflejados debe ser igual a la energía del rayo incidente. Las proporciones relativas de la energía transmitida y reflejada se determinan por el contraste en el valor de la Impedancia Acústica (Z) a través de la superficie. La Impedancia Acústica de una roca es el producto de su densidad y de su velocidad de las ondas compresivas (V_p),

$$Z = \rho \cdot V_p ; \quad (2.10)$$

el coeficiente de reflexión se expresa como la relación de la amplitud de un rayo reflejado A_1 , a la de un rayo incidente A_0 , tal que

$$R = \frac{A_1}{A_0} . \quad (2.11)$$

En el caso de un rayo incidente normalmente, R puede ser expresado en términos de la impedancia acústica de los dos medios por abajo y por encima del reflector, Z_1 y Z_2 , tal que, en función de las ecuaciones de Zoepritz se tiene,

$$R = \frac{\rho_2 \cdot v_2 - \rho_1 \cdot v_1}{\rho_2 \cdot v_2 + \rho_1 \cdot v_1} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad , \quad (2.12)$$

donde ρ_1 , v_1 y Z_1 y ρ_2 , v_2 y Z_2 son los valores de la densidad, velocidad de las ondas P e impedancia acústica del primer y segundo medio, respectivamente. Desde esta ecuación se deduce que el valor de R oscila entre -1 y +1. Un valor negativo de R significa un cambio de fase de (180°) en el rayo reflejado (Schmitt, 1966). Para agua / aire, R tiene un valor típico de -1 . Para las rocas, R tiene un valor promedio de 0,2 o menos. El coeficiente de reflexión puede ser expresado también en términos de la energía (R'), cuando $R' = R^2$. El Coeficiente de Transmisión T es la razón entre la amplitud A_2 del rayo transmitido y la Amplitud A_0 del rayo incidente

$$T = \frac{A_2}{A_0} \quad . \quad (2.13)$$

Para un rayo incidente normal dado, la solución de las ecuaciones de Zoeppritz proporcionan:

$$T = \frac{2 \cdot Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad . \quad (2.14)$$

Los coeficientes de Reflexión y Transmisión a veces se expresan en términos de energía, en lugar de en términos de amplitud de las ondas (Aki, 1980). La intensidad de energía (I) se define como la cantidad de energía que fluye a través de una unidad de área normal a la dirección de propagación de las ondas en la unidad de tiempo, dado que I_0 , I_1 e I_2 son las intensidades de los rayos incidente, reflejado y transmitido, entonces,

$$R' = \frac{I_1}{I_0} = \left[\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right]^2 \quad (2.15)$$

y

$$T' = \frac{I_2}{I_0} = \frac{4 \cdot Z_1 \cdot Z_2}{(Z_2 + Z_1)^2} \quad (2.16)$$

donde R' y T' son los coeficientes de reflexión y de transmisión expresados en términos de energía. Si R o $R' = 0$, entonces toda la energía incidente es transmitida. Este caso se produce cuando no hay contraste de impedancia acústica a través de la superficie ($Z_1 = Z_2$), incluso si los valores de densidad y de velocidad son diferentes en las dos capas. Si R o $R' = +1$ o -1 , toda la energía incidente es reflejada. Los valores del coeficiente de reflexión R para interfases entre diferentes tipos de rocas raramente superan los ± 0.5 , y son típicamente menores de ± 0.2 . De este modo, la mayor parte de la energía sísmica incidente en una interfase rocosa se transmite, y sólo una pequeña proporción es reflejada. (Gardner, Gardner y Gregory, 1974)

2.6 Convolución discreta.

Cuando se realiza procesamiento digital de señales, sólo se cuenta con valores en instantes discretos de tiempo, por lo tanto no es posible aplicar de manera estricta la definición integral de la operación de convolución y se hace necesario emplear otro método como lo es la convolución discreta (Cara, 2005).

Para la convolución entre dos señales discretas se evalúa primero el área de la función $x(\lambda)h(t-\lambda)$. Ambas señales deben estar muestreadas a nt_s instantes de tiempo y se llamarán $x_s[k]$ y $h_s[n-k]$ (donde n y k son enteros). El área es,

$$y_s[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} t_s \cdot x_s[k] h_s[n-k] = t_s \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_s[k] h_s[n-k]. \quad (2.17)$$

Es importante destacar que el índice de comienzo de la convolución discreta es la suma de los índices de comienzo de las dos señales. De igual manera la duración de la convolución para señales de duración N y M es N + M-1 muestras. (Cara, 2005)

2.7 Transformada de Wyllie.

El modelo de Wyllie para velocidades sísmicas, asume la roca como una composición de su matriz y el fluido que ocupa los poros (Bosch, 2003). Bajo esta concepción la fórmula resulta

$$\frac{1}{V} = (1-\phi)/V_{mat} + \phi/V_{flu}, \quad (2.18)$$

donde V_{mat} es la velocidad de la onda en la matriz, V_{flu} es la velocidad de la onda en el fluido y ϕ y V son la porosidad y velocidad de la roca respectivamente. La anterior expresión conocida como la formula de Wyllie para la velocidad, calcula la velocidad de un medio poroso como el promedio ponderado según la porosidad de las lentitudes

(inverso de las velocidades) de la onda para un medio sin poros (matriz) y otro sin matriz (fluido).

Para la densidad propone una fórmula equivalente

$$\rho = (1 - \phi) \rho_{mat} + \phi \rho_{flu}, \quad (2.19)$$

donde ρ es la densidad de la roca, ρ_{mat} la densidad de la matriz, ρ_{flu} la densidad del fluido y ϕ la porosidad de la roca.

Realizando el producto de la velocidad por la densidad se obtiene la fórmula para la impedancia acústica como

$$Z(\phi) = V_{mat} \rho_{mat} \frac{\left[1 - \phi \left(\frac{1 - \rho_{flu}}{\rho_{mat}} \right) \right]}{\left[1 - \phi \left(\frac{1 - V_{mat}}{V_{flu}} \right) \right]}, \quad (2.20)$$

donde $Z(\phi)$ es la impedancia acústica de la roca en función de la porosidad. Sin embargo, la porosidad total no es la propiedad más adecuada para realizar cálculos estadísticos, ya que no está distribuida de forma Gaussiana. Por lo tanto, es importante transformar esta propiedad en una que sí cumpla con los requerimientos necesarios. Una mejor propiedad es la porosidad logarítmica, que se define como el logaritmo natural de la relación entre el volumen de poro y el volumen de la matriz,

$$\phi^* = \ln\left(\frac{\phi}{(1-\phi)}\right), \quad (2.21)$$

es una propiedad de distribución normal que está definida en todos los números reales (Bosch, 2003) y su relación inversa es

$$\phi = \exp[\phi^*] / (1 + \exp[\phi^*]). \quad (2.22)$$

Sustituyendo la fórmula (2.22) en la (2.20), se obtiene la transformada de Wyllie para la porosidad logarítmica como

$$Z(\phi^*) = V_{mat} \rho_{mat} (1 + \exp[\phi^*] \rho_{flu} / \rho_{mat}) / (1 + \exp[\phi^*] V_{mat} / V_{flu}). \quad (2.23)$$

2.8 Cambio de escala de Backus.

Cuando una onda sísmica plana pasa a través de una secuencia de capas cuyo espesor es comparable a su longitud de onda, la onda atraviesa esta secuencia casi independiente por cada capa. Pero cuando una onda con mayor longitud pasa a través de la misma secuencia, ésta promedia las variaciones. La explicación a este fenómeno se encuentra en la relación entre la longitud de onda y el espesor de la capa (λ/L) y no en cada una por separado. Para valores pequeños de λ/L , las ondas planas definen bien los valores de los parámetros, mientras que para valores pequeños de λ/L , la onda promedia los valores (Thomsen, 2002).

Tomando en cuenta las características señaladas anteriormente, Backus (1962) propone el promedio de la velocidad como

$$V_{\text{capa-gruesa}} = \left[\frac{\langle (\rho V^2)^{-1} \rangle_z^{-1}}{\langle \rho \rangle_z^{-1}} \right]^{1/2}, \quad (2.24)$$

donde ρ es la densidad y V la velocidad (puede ser P o S). Este no es un promedio aritmético, se conoce con el promedio de Backus y es la manera adecuada para calcular la velocidad sísmica de una capa gruesa equivalente a un medio constituido de varias capas de longitudes inferiores a la longitud de onda. En la notación anterior el subíndice z indica que las propiedades están descritas en profundidad (no en tiempo de reflexión) y la barra doblada indica el promedio ponderado según el espesor.

2.9 Métodos de inferencia probabilística.

Estos métodos consisten en describir el medio material que se explora con la propagación de las ondas sísmicas a través de un modelo de parámetros, si se fijan todos los valores de los parámetros de dicho modelo se fija entonces el modelo del subsuelo. Se conoce como espacio de parámetros del modelo al conjunto de combinaciones posibles de valores de los parámetros. Si se definen las funciones de densidad de probabilidad se puede describir el subsuelo, o dicho de otra manera el conocimiento que tengamos del subsuelo lo podemos describir mediante una densidad de probabilidad definida en el espacio de parámetros.

Supongamos una densidad de probabilidad $\rho(m)$, que está definida en un espacio de parámetros \mathbf{M} , siendo m un punto en dicho espacio, la probabilidad de que la configuración verdadera del medio se encuentre en un subconjunto cualquiera del espacio de modelos, $\Omega \subset M$, se calcula integrando la probabilidad de densidad sobre Ω ,

$$P = \int_{\Omega} \rho(m) dm. \quad (2.25)$$

En los problemas de inferencia estadística existen dos tipos de conocimientos acerca del estado del medio, el primero se refiere al conocimiento que se tiene del medio antes de la realización e implementación de las observaciones físicas (densidad de probabilidad previa) y el segundo el conocimiento que se tiene después de dichas observaciones (densidad de probabilidad posterior). Según Tarantola (2005) la densidad de probabilidad posterior se puede calcular como

$$\sigma(m) = cL(m)\rho(m), \quad (2.26)$$

donde $\sigma(m)$ es la densidad de probabilidad posterior, $\rho(m)$ la densidad de probabilidad previa, $L(m)$ la función de verosimilitud, c es la constante de normalización y m el arreglo de parámetros del modelo. Se puede ver claramente que la densidad de probabilidad posterior combina la información previa y las observaciones físicas, y lo hace a través de la función de verosimilitud que mide la probabilidad del modelo con la información de las observaciones realizadas.

A partir de las leyes de la física se puede disponer de una función que permite calcular, dada una configuración de datos del subsuelo, la respuesta física esperada, $g : m_{phys} \rightarrow d$. Esta es la función que define el problema directo en geofísica. Se define entonces la función de verosimilitud para una configuración del modelo del subsuelo, considerando que los errores debidos a la medición y cálculo de los datos son Gaussianos como,

$$\mathbf{L}(m) = \exp(-1/2 \|\mathbf{g}(m) - \mathbf{d}_{obs}\|^2), \quad (2.27)$$

donde \mathbf{d}_{obs} son los datos observados y la distancia representada por la norma cuadrática de la expresión anterior se define como,

$$\|\mathbf{g}(m) - \mathbf{d}_{obs}\|^2 = (\mathbf{g}(m) - \mathbf{d}_{obs})^t \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{g}(m) - \mathbf{d}_{obs}), \quad (2.28)$$

con \mathbf{C}_d matriz de covarianza de los datos y describe la variabilidad (tamaño y correlación) de los errores.

Para la densidad previa en el espacio de parámetros materiales se emplea un modelo Gaussiano multivariado definiendo una distancia mediante la norma cuadrática similar a la expresión anterior como,

$$\|\mathbf{m} - \mathbf{m}_{prior}\|^2 = (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{prior})^t \mathbf{C}_{mod}^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{prior}), \quad (2.29)$$

donde C_{mod} es la matriz de covarianza que describe la variabilidad y correlación entre los parámetros materiales del medio, los elementos de la diagonal principal de esta matriz son la varianzas de cada parámetro e indican la variabilidad de las desviaciones del valor central del parámetro, los valores que no pertenecen a esta diagonal son las covarianzas, estas indican como se correlacionan cada par de parámetros en el modelo previo. \mathbf{m}_{prior} es la configuración central o más probable de la información previa. Empleando esta norma la densidad de probabilidad previa queda de la siguiente forma en atención al modelo Gaussiano multivariado como,

$$\rho(\mathbf{m}) = c_1 \exp(-1/2 \|\mathbf{m} - \mathbf{m}_{prior}\|^2). \quad (2.30)$$

Finalmente la densidad de probabilidad posterior en este caso queda definida como,

$$\sigma(\mathbf{m}) = c \exp(-S), \quad (2.31)$$

donde S es la semisuma de las normas cuadráticas,

$$S = 1/2 \|\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{obs}\|^2 + 1/2 \|\mathbf{m} - \mathbf{m}_{prior}\|^2, \quad (2.32)$$

es decir, cada uno de los términos de la semisuma de normas cuadráticas proporciona una medida del ajuste o proximidad del modelo a la información geofísica y geoestadística disponible. (Bosch, 2003)

2.10 Inversión sísmica.

La meta de un proceso de inversión es encontrar la distribución de las propiedades físicas (las cuales se describen mediante un modelo paramétrico del medio). La dificultad primaria es la no unicidad. Los datos suministran sólo un número finito de coacciones sobre el modelo, por lo que existen infinitas soluciones. Para encontrar una respuesta específica, que sea geológicamente interpretable, se procede primero a definir un modelo objetivo que mida la cantidad de irregularidades horizontales o verticales del modelo, o la distancia de un modelo de referencia. Entonces, de todos los modelos donde aceptablemente encajan los datos, se escoge el que reduce al mínimo esta función objetivo. Si la función objetivo es convenientemente escogida, entonces al menos los rasgos de escala más grandes del modelo construido deberían reflejar los rasgos principales de la tierra. (Phillips et al., 2001)

Uzcategui (1989) concluyó que en condiciones favorables, como: pequeños buzamientos, bajo nivel de ruido y ausencia de reflexiones múltiples, las secciones sísmicas con amplitud preservada pueden utilizarse para realizar perfiles de pseudo impedancia acústica o de pseudo velocidades; esta misma información de amplitudes relativas proveniente de la aplicación del método sísmico, puede convertirse en velocidades y densidades para ofrecer un mejor estimado de la litología.

Existen gran cantidad de técnicas de inversión y entre ellas se encuentran las de optimización, cuyo objetivo es mejorar, en cada iteración, un modelo en particular para maximizar la densidad de probabilidad. Los métodos de optimización, no proporcionan mucha información sobre la variabilidad de la solución pero necesitan de pocas iteraciones para presentar un resultado.

La densidad de probabilidad posterior que se define en la fórmula (2.26) es una función exponencial de semisuma cuadrática, que se considera *función objetivo*. Queda claro que la configuración de parámetros que maximiza la densidad de probabilidad es la misma que minimiza la función objetivo. Bajo este señalamiento el problema de optimización es encontrar la configuración que minimice la función objetivo. La función objetivo es un campo escalar, de valor real positivo, definida como un espacio de muchas dimensiones, puede verse como una hiper-superficie. Para la búsqueda del mínimo, más precisamente de un mínimo local de esta superficie, el método de Newton resulta muy práctico, ya que converge en pocas iteraciones. Este método utiliza información sobre pendientes y curvaturas de la función objetivo, requiriendo del cálculo del gradiente (primeras derivadas parciales) y una aproximación del Hessiano (segundas derivadas parciales) de la función objetivo (Bosch, 2003).

2.11 Resolución de sistemas lineales.

El método de descomposición LU supone que una matriz cuadrada puede describirse como el producto de otras dos matrices,

$$\mathbf{L} \mathbf{U} = \mathbf{A}, \quad (2.33)$$

donde \mathbf{L} es una matriz triangular inferior y \mathbf{U} es una matriz triangular superior. (Press et al., 1997)

Esta descomposición se puede usar para resolver el sistema de ecuaciones

$$\mathbf{A} \mathbf{x} = (\mathbf{L} \mathbf{U}) \mathbf{x} = \mathbf{L} (\mathbf{U} \mathbf{x}) = \mathbf{b}, \quad (2.34)$$

resolviendo primero el vector \mathbf{y} como

$$\mathbf{L} \mathbf{y} = \mathbf{b}, \quad (2.35)$$

y luego resolviendo

$$\mathbf{U} \mathbf{x} = \mathbf{y}. \quad (2.36)$$

Existe una aplicación especial de la descomposición LU, que se emplea en matrices cuadradas positivas y simétricas que se llama descomposición de Cholesky. Esta descomposición construye una matriz triangular inferior \mathbf{L} cuya transpuesta \mathbf{L}^T sirve como la matriz triangular superior. Se puede escribir como

$$\mathbf{L} \mathbf{L}^T = \mathbf{A}; \quad (2.37)$$

la matriz \mathbf{L} se puede considerar como la raíz cuadrada de la matriz \mathbf{A} . (Press et al., 1997)

2.12 Geoestadística.

Función de covarianza. La estadística básica para medir la relación entre dos variables aleatorias es la covarianza. Dados los valores de dos variables, X_n y Y_n , en una población de N datos la covarianza se define como,

$$Cov_{xy} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N - 1}, \quad (2.38)$$

donde Cov_{xy} es la covarianza entre las variables, \bar{x} e \bar{y} son los promedios de las variables X e Y respectivamente, y N es el número de muestras.

La varianza de cada una de las variables se calcula como,

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N - 1}, \quad (2.39)$$

donde σ_x^2 es la varianza de la variable X , \bar{x} es el promedio de la variable y N el número de muestras.

La correlación entre la variable X e Y es igual a la covarianza dividida entre la desviación estándar de cada variable,

$$Corr_{xy} = \frac{Cov_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (2.40)$$

donde $Corr_{xy}$ es la correlación entre las variables X e Y , Cov_{xy} es la covarianza entre las variables señaladas y $\sigma_x\sigma_y$ son las desviaciones estándar de las variables X e Y respectivamente.

Cuando se tienen variables distribuidas espacialmente o temporalmente, podemos calcular la correlación o covarianza según sea la distancia h de separación entre ellas. Para cada distancia h habrá una covarianza, lo que define la covarianza como una función de la separación h entre los dos puntos del espacio. Estas funciones se ajustan a modelos conocidos.

Los modelos de funciones de covarianza más comunes son *normal* o *Gaussiano* y el *exponencial*. El *normal* se presenta como,

$$C(h) = \sigma^2 \exp(-3h^2 / a^2), \quad (2.41)$$

donde h es la distancia entre los puntos, σ^2 es la varianza y a es el rango de covarianza, o rango de correlación.

Por otra parte el modelo *exponencial* de covarianza se define como,

$$C(h) = \sigma^2 \exp(-3h / a), \quad (2.42)$$

donde h es la distancia entre el punto conocido y el desconocido, σ^2 es la varianza y a es el rango de covarianza, o rango de correlación. (Deutsch y Journal, 1998)

Simulaciones de campos Gaussianos. Se realiza con el método de la raíz de la matriz de covarianza. Esta es una técnica bien establecida, entre muchas que permiten generar campos Gaussianos multivariados, que consiste en: (1) generar una secuencia o arreglo de números derivados de manera independiente de una distribución Gaussiana univariada de desviación tipo unitaria, y (2) multiplicar este arreglo por la raíz de la matriz de covarianza. La demostración que soporta este método es la siguiente. (Bosch, 2003)

Dada, una variable aleatoria \mathbf{x} , distribuida de manera Gaussiana con matriz de covarianza \mathbf{I} (la identidad), es decir \mathbf{x} es una muestra de valores Gaussianos independientes de desviación estandar 1, entonces la variable $\mathbf{y} = \mathbf{C}^{1/2} \mathbf{x}$, es una variable Gaussiana multivariada de matriz de covarianza \mathbf{C} , como puede verse,

$$\exp[-1/2 \mathbf{y}^t \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y}] = \exp[-1/2 (\mathbf{C}^{1/2} \mathbf{x})^t \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{C}^{1/2} \mathbf{x})] = \exp[-1/2 \mathbf{x}^t \mathbf{I} \mathbf{x}]. \quad (2.43)$$

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo se explica de forma detallada, la ruta que se siguió para realizar este proyecto, así como todos los cálculos que fueron necesarios, las variables que se definieron y que criterio se usó para ello.

3.1 Combinación de escalas.

Uno de los objetivos fundamentales de este proyecto era obtener la mayor cantidad de información del subsuelo, juntando información de diferentes fuentes, como es la geología, la geofísica y los pozos. Por ejemplo la resolución de los datos geofísicos depende directamente de la longitud de onda de la señal, mientras que la resolución del pozo es mucho mayor, ya que pueden trabajar capas de hasta medio pie. Dicho problema hizo de vital importancia encontrar una herramienta que permitiera el cambio de una escala a otra sin mayor problema.

Es en este punto cuando los estudios de Backus (1962), y más precisamente su fórmula para promediar velocidades (2.24), fueron de gran ayuda. El parámetro al que se debía cambiar la escala era la impedancia acústica, por lo que la fórmula de Backus para velocidades, tuvo que ser ajustada para impedancia. Lo que se usó para realizar dicho ajuste fue

$$Z = V \rho, \quad (3.1)$$

donde Z es la impedancia acústica, V es la velocidad del estrato y ρ la densidad.

Sustituyendo la fórmula de Backus (2.24) en esta fórmula y realizando algunos arreglos se obtiene

$$Z_{BR} = \sqrt{\frac{\sum Z_i}{\sum Z_i^{-1}}}, \quad (3.2)$$

donde Z_{BR} es la impedancia de baja resolución o el resultado del promedio y Z_i es la impedancia de las capas más pequeñas de espesor temporal unitario. De esta manera, se logró pasar de la alta resolución de los pozos a la baja resolución de la sísmica sin mayor dificultad. (Se explica de forma detallada en el Apéndice A)

3.2 Modelo geoestadístico.

El modelo estadístico que se empleó en este proyecto fue un modelo Gaussiano multivariado, debido a que es el más estudiado, además de su gran practicidad. Este modelo Gaussiano multivariado se puede escribir como

$$f(\mathbf{p}) = c \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{p} - \bar{\mathbf{p}}_{prev})' \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{p} - \bar{\mathbf{p}}_{prev})\right], \quad (3.3)$$

donde \mathbf{p} es el arreglo de parámetros desconocido, $\bar{\mathbf{p}}_{prev}$ es el arreglo de parámetros que se tiene conocimiento previo, c es la constante de normalización y \mathbf{C}_D^{-1} es la matriz de covarianza.

El llenado de la matriz de covarianza se logra empleando una fórmula de covarianza que se extrae de los datos. Aquí se muestra la función de covarianza para un modelo Gaussiano que es el más común y conocido,

$$C(h) = \sigma^2 \exp(-3h^2 / a^2), \quad (3.4)$$

donde h es la distancia entre el punto conocido y el desconocido, σ^2 es la varianza y a es el rango de covarianza, o rango de correlación. Es la distancia máxima hasta donde los datos tienen correlaciones inferiores a $\exp(-3)$. El valor de a se define a partir de la geología de la zona y mediante la caracterización de registros.

Ahora bien, suponiendo que se conocen los valores de la propiedad en algunos puntos del volumen ($\mathbf{y}^0 = \{y_1^0, y_2^0, y_3^0, y_4^0, \dots\}$), es posible estimar un valor de la propiedad en otro punto (x_1) del volumen, aplicando una interpolación de Kriging, de la forma que se muestra a continuación,

$$y_{krig}^1 = \mathcal{G}_1 + \mathbf{c}_{12} \mathbf{C}_{22}^{-1} (\mathbf{y}^0 - \mathcal{G}_2), \quad (3.5)$$

donde \mathcal{G}_1 es la media previa de la propiedad en el punto x_1 , \mathcal{G}_2 es la media de la propiedad para los datos conocidos (en este proyecto \mathcal{G}_1 y \mathcal{G}_2 se considera que son iguales, porque los valores conocidos provienen de pozos y los puntos donde se desconocen los valores están en el mismo área), \mathbf{c}_{12} es el vector de covarianza entre el

punto desconocido y los puntos conocidos y \mathbf{C}_{22}^{-1} es la matriz inversa de la matriz de covarianza de los puntos conocidos (Deutsch y Journel,1998).

Las propiedades que se manejan en este proyecto son la impedancia acústica y la porosidad logarítmica. Como se señaló en el marco teórico, se decidió usar la porosidad logarítmica porque esta propiedad no está acotada y se ajusta mejor al modelo Gaussiano que la porosidad total. Si en la fórmula (3.5) se dice que los parámetros conocidos son las porosidades en el pozo ($\boldsymbol{\varphi}^{*0} = \{\phi_1^{*0}, \phi_2^{*0}, \phi_3^{*0}, \phi_4^{*0}, \dots\}$) y el valor desconocido es la porosidad en un punto del volumen, entonces la fórmula resultaría,

$$\phi_{krig}^{*1} = \vartheta_1 + \mathbf{c}_{12} \mathbf{C}_{22}^{-1} (\boldsymbol{\varphi}^{*0} - \vartheta_2), \quad (3.6)$$

donde ϕ_{krig}^{*1} es la estimación de la porosidad por Kriging en el punto del volumen.

Del mismo modo se emplea la fórmula la interpolación por Kriging para la estimación de la impedancia acústica. En lugar de interpolar la impedancia en si como una propiedad independiente de la porosidad, se interpolan las desviaciones de la impedancia respecto a la impedancia predicha por la formula de Wyllie. De esta manera se incluye en el modelo estadístico la relación petrofísica entre la impedancia y la porosidad, descrita por la relación de Wyllie. Esto se puede representar como,

$$\mathbf{Z}_{krig} = \mathbf{Z}_{wk} + \mathbf{c}_{12} \mathbf{C}_{22}^{-1} (\mathbf{Z}_p - \mathbf{Z}_{wp}), \quad (3.7)$$

donde \mathbf{Z}_{wk} es la transformada de Wyllie de la porosidad de Kriging, \mathbf{Z}_p es la impedancia del pozo, \mathbf{Z}_{wp} es la transformada de Wyllie de la porosidad del pozo y \mathbf{Z}_{krig} es la estimación de la impedancia del Kriging.

La varianza asociada a la interpolación está definida por la expresión,

$$\text{var}_{krig} = (1 - \mathbf{c}_{12} \mathbf{C}_{22}^{-1} \mathbf{c}_{21}) \sigma^2, \quad (3.6)$$

donde var_{krig} es la varianza del Kriging en el punto desconocido y σ es la desviación estándar de la porosidad o de la desviación de la impedancia con respecto a la transformada de Wyllie. Los valores de las dos desviaciones se extraen de los datos conocidos. Nótese en la fórmula de la varianza que el valor que se estima para el punto desconocido se parece más al del pozo, mientras más cerca está de él. En este caso los valores de la covarianza \mathbf{c}_{12} son altos. Pero si el punto se encuentra alejado del pozo, en cuyo caso los valores de la covarianza \mathbf{c}_{12} son bajos, el valor estimado es igual o aproximadamente igual (dependiendo de cuan alejado esté) a la media.

Con base en lo antes expuesto, se interpolaron la porosidad y la impedancia a partir de los registros de pozos, obteniendo así modelos geoestadísticos del subsuelo en los puntos de las trazas sísmicas. Por la condición que se mencionó de la varianza, estos modelos son idénticos al del pozo si la traza se sitúa sobre él y son iguales a la media si la traza se ubica más allá de la distancia de correlación.

3.3 Simulación de datos sísmicos.

Para lograr simular los datos sísmicos fue necesario hallar los componentes necesarios, como son la ondícula y la serie de reflectividad. Para obtener la serie de reflectividad, era indispensable disminuir la resolución con la que se estaba trabajando, ya que como se dijo, la sísmica depende de paquetes litológicos de mayor espesor que los registros de pozo. Por tanto se aplicó la fórmula modificada de Backus (3.2), para promediar la impedancia acústica de los registros de pozo y formar paquetes litológicos más gruesos, comparables a los de la sísmica. Al final del proceso de promediar se tenían menos capas, pero de más espesor, a los que se les calcularon tanto los coeficientes de transmisión como de reflexión.

Realizando la convolución discreta entre las dos señales (ondícula y coeficientes de reflexión), se logró obtener las trazas simuladas a partir del modelo de Kriging.

3.4 Problema inverso.

Como se explicó con anterioridad, la inversión por optimización pretende hallar un arreglo de parámetros tal que minimice la función objetivo. Para este proyecto que integra información geológica, geofísica y petrofísica se presenta una función objetivo de la forma siguiente,

$$S = \frac{\sum_i (g(\mathbf{Z}) - \mathbf{d}_i^{obs})^2}{2\sigma_d^2} \quad \longleftarrow S_1$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} (\mathbf{Z} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi}^*) - \mathbf{Z}_{krig} + \mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi}_{krig}^*))' \mathbf{C}_{z/\phi}^{-1} (\mathbf{Z} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi}^*) - \mathbf{Z}_{krig} + \mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi}_{krig}^*)) \longleftarrow S_2 \\
& + \frac{1}{2} (\boldsymbol{\varphi}^* - \boldsymbol{\varphi}_{krig}^*)' \mathbf{C}_{\phi}^{-1} (\boldsymbol{\varphi}^* - \boldsymbol{\varphi}_{krig}^*), \quad \longleftarrow S_3 \quad (3.7)
\end{aligned}$$

donde el término S_1 corresponde a los datos y mide la proximidad entre los datos observados y los calculados, el término S_2 corresponde a la proximidad entre las impedancias y su valor, y el último término a la porosidad logarítmica. σ_d^2 la varianza de los datos, $\mathbf{g}(\mathbf{Z})$ es la función que resuelve el problema directo, \mathbf{d}^{obs} son los datos observados, \mathbf{Z} es el modelo de impedancia, $\mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi}^*)$ es la transformada de Wyllie, $\boldsymbol{\varphi}^*$ es el modelo de porosidad, \mathbf{Z}_{krig} es el modelo de impedancia de Kriging, $\boldsymbol{\varphi}_{krig}^*$ es el modelo de porosidad de Kriging, $\mathbf{C}_{z/\phi}^{-1}$ es la inversa de la matriz de covarianza para la impedancia y \mathbf{C}_{ϕ}^{-1} es la inversa de la matriz de covarianza para la porosidad. \mathbf{Z}_{krig} y $\boldsymbol{\varphi}_{krig}^*$ son constantes. La función objetivo es similar a la descrita en el trabajo de Bosch (2004) para la inversión conjunta de porosidad e impedancia, salvo en el segundo término que incluye la información de los registros de pozos.

Como se dijo en el marco teórico, el método de Newton o mínimos cuadrados emplea tanto el gradiente como el Hessiano. El cálculo del gradiente resulta como,

$$\nabla_{\phi} S = \mathbf{C}_{\phi}^{-1} (\boldsymbol{\varphi}^* - \boldsymbol{\varphi}_{krig}^*) - \mathbf{F}' \mathbf{C}_{z/\phi}^{-1} (\mathbf{Z} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi}^*) - \mathbf{Z}_{krig} + \mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi}_{krig}^*)), \quad (3.8)$$

$$\nabla_z S = \mathbf{C}_{z/\phi}^{-1} (\mathbf{Z} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi}^*) - \mathbf{Z}_{krig} + \mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi}_{krig}^*)) + \mathbf{G}^t \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{g}(\mathbf{Z}) - \mathbf{d}^{obs}), \quad (3.9)$$

donde $\mathbf{G} = (\partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{z})$ y $\mathbf{F} = (\partial \mathbf{f} / \partial \boldsymbol{\varphi}^*)$ son los gradientes de $\mathbf{g}(\mathbf{Z})$ y $\mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi}^*)$ respectivamente. Los operadores ∇_z y ∇_ϕ representan la diferenciación respecto a la impedancia y a la porosidad respectivamente.

En los puntos minimales de la función el gradiente es cero. Esta condición se usó para obtener las ecuaciones normales, para el problema de inversión. Expandiendo el gradiente de la función S,

$$\nabla S[\mathbf{m}_{n+1}] \approx \mathbf{H}(S)[\mathbf{m}_n] \Delta \mathbf{m} + \nabla S[\mathbf{m}_n], \quad (3.10)$$

e igualando el lado izquierdo de la igualdad a cero, se obtienen las ecuaciones normales como,

$$\mathbf{H}(S)[\mathbf{m}_n] \Delta \mathbf{m} = -\nabla S[\mathbf{m}_n]. \quad (3.11)$$

En las dos últimas expresiones, $\Delta \mathbf{m}$ es el paso de optimización en el espacio de modelos, $\Delta \mathbf{m} = \mathbf{m}_{n+1} - \mathbf{m}$, adecuado para minimizar la función S, $\mathbf{H}(S)[\mathbf{m}_n]$ es el Hessiano de S evaluado en la configuración vigente del modelo, y $\nabla S[\mathbf{m}_n]$ es el gradiente de S evaluado en el modelo vigente. Resolviendo $\Delta \mathbf{m}$ en este sistema de ecuaciones lineales, es posible calcular el paso óptimo para minimizar la función objetivo.

Si la función fuera lineal en el espacio de parámetros, la expansión del gradiente sería exacta, pero por lo general no se cumple, esto hace que la configuración actualizada, $\Delta \mathbf{m} = \mathbf{m}_{n+1} - \mathbf{m}$, sea una configuración más cercana mas no la configuración mínima. Por lo tanto el procedimiento se vuelve a repetir iterativamente hasta la convergencia al mínimo.

Multiplicando a ambos lados por la matriz de covarianza conjunta \mathbf{C}_m , se produce el sistema,

$$\underbrace{\mathbf{C}_m \mathbf{H}(S)[\mathbf{m}_n]}_{\text{Curvatura}} \Delta \mathbf{m} = - \underbrace{\mathbf{C}_m \nabla S[\mathbf{m}_n]}_{\text{Dirección de máxima pendiente}}, \quad (3.12)$$

donde la matriz del lado izquierdo es la curvatura de la función objetivo y el arreglo del lado derecho es la dirección de máxima pendiente. Después de incluir la curvatura en la expresión del Hessiano y la matriz de covarianza conjunta, el sistema toma una estructura triangular por bloques de la manera siguiente (Bosch, 2004),

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{C}_\phi \mathbf{F}' \mathbf{G}' \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{G} \\ 0 & \mathbf{I} + (\mathbf{C}_{z/\phi} + \mathbf{F} \mathbf{C}_\phi \mathbf{F}') \mathbf{G}' \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{G} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{m}_\phi \\ \Delta \mathbf{m}_z \end{pmatrix} = -\mathbf{C}_m \nabla S. \quad (3.13)$$

De esta forma, el sistema de ecuaciones conjunta para las dos propiedades se reduce a la de dos sistemas de ecuaciones menores. La segunda línea en la última fórmula es un sistema independiente de la primera línea, que permite resolver $\Delta \mathbf{m}_z$.

Esta solución para el paso de la actualización de la impedancia, se puede usar para resolver el paso, $\Delta \mathbf{m}_\phi$, en el sistema de la primera línea.

Haciendo las sustituciones para la parte derecha del sistema con las expresiones para la dirección de máxima pendiente y la matriz de covarianza conjunta, el paso de la optimización para el modelo de impedancia es,

$$\mathbf{A}\Delta \mathbf{m}_z = \mathbf{b}, \quad (3.14)$$

con,
$$\mathbf{A} = \mathbf{I} + (\mathbf{C}_{z/\phi} + \mathbf{F}\mathbf{C}_\phi\mathbf{F}^t)\mathbf{G}^t\mathbf{C}_d^{-1}\mathbf{G}, \quad (3.15)$$

y
$$\mathbf{b} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi}^*) - \mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi}_{krig}^*) + \mathbf{Z}_{krig} - \mathbf{Z} + \mathbf{F}(\boldsymbol{\varphi}_{krig}^* - \boldsymbol{\varphi}^*) + (\mathbf{C}_{z/\phi} + \mathbf{F}\mathbf{C}_\phi\mathbf{F}^t)\mathbf{G}^t\mathbf{C}_d^{-1}(\mathbf{d}^{obs} - \mathbf{g}(\mathbf{Z})). \quad (3.16)$$

Para la resolución de este sistema lineal se aplico el método de descomposición LU, que se explica con anterioridad en el marco teórico. También podrían aplicarse otros métodos, pero debe tomarse en cuenta que el lado izquierdo de la igualdad, comúnmente no es simétrica.

Para la actualización del modelo de porosidad, la ecuación que se obtiene de la primera línea del sistema lineal conjunto es,

$$\Delta \mathbf{m}_\phi = \boldsymbol{\varphi}_{krig}^* - \boldsymbol{\varphi}^* + \mathbf{C}_\phi\mathbf{F}^t\mathbf{G}^t\mathbf{C}_d^{-1}(\mathbf{d}^{obs} - \mathbf{g}(\mathbf{Z}) - \mathbf{G}\Delta \mathbf{m}_z). \quad (3.17)$$

El paso de actualización de los modelos para una iteración provienen de las expresiones (3.14) y (3.17). Como el problema es no lineal, $\mathbf{g}(\mathbf{Z})$, \mathbf{G} y \mathbf{F} son dependientes del modelo vigente, es decir, de la iteración.

CAPÍTULO IV

VALIDACIÓN NUMÉRICA

4.1 Datos sintéticos.

Para realizar la validación numérica, se generaron valores de porosidad e impedancia sintéticos para un pozo ubicado sobre una línea sísmica (sintética también), cuya configuración era la siguiente: primer CDP a 100m del origen, separación entre CDPs es de 25m, cantidad de canales 33, último CDP a 900m del origen, tiempo de grabación 763ms e intervalo de muestreo 6ms. El pozo se posicionó a 500m del origen, exactamente sobre el CDP 17, los registros de porosidad e impedancia se muestran en las figuras 4.1 y 4.2 respectivamente, con un muestreo en tiempo de 1ms.

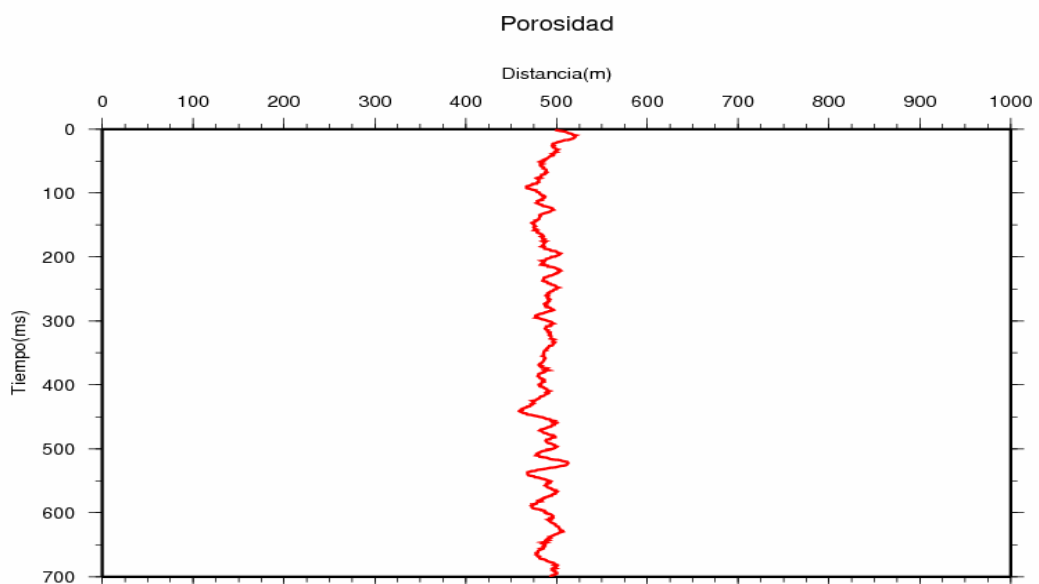


Figura 4.1. Registro de porosidad logarítmica del pozo sintético

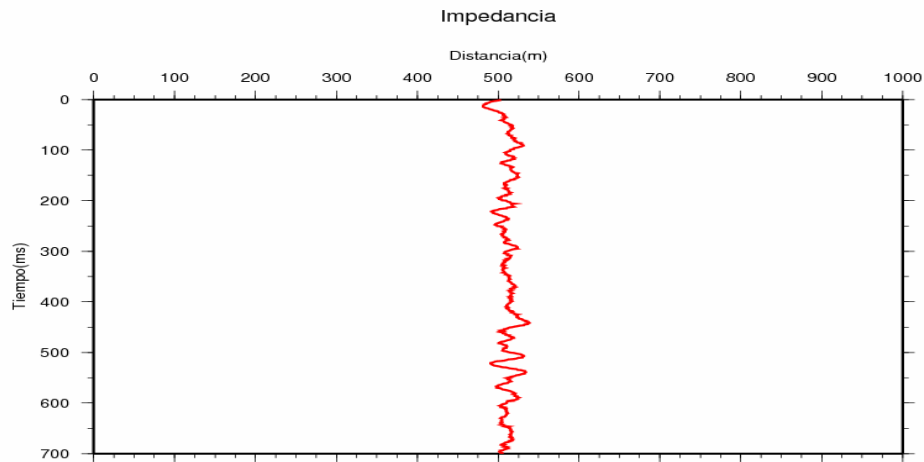


Figura 4.2. Registro de pozo de la impedancia acústica.

En la figura 4.3 se puede apreciar como los valores de porosidad e impedancia están relacionados mediante la transformada de Wyllie, también existe una pequeña dispersión de la media, agregada intencionalmente para hacer más reales los datos. En color naranja se muestran los valores del pozo y en verde los valores predichos por la transformada de Wyllie.

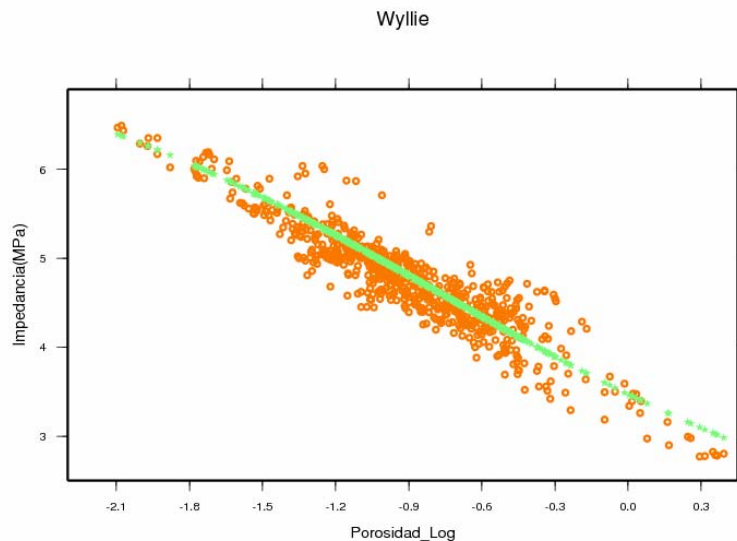


Figura 4.3. Gráfico cruzado Impedancia acústica Vs Porosidad Logarítmica.

A partir de los datos generados para los pozos y con la matriz de covarianza, se procedió a generar datos sintéticos de alta resolución para las trazas. Estos datos sintéticos eran necesarios para poder realizar el cálculo de los coeficientes de reflexión y la posterior convolución. En las figuras 4.4 y 4.5 se muestra el modelo de porosidad e impedancia respectivamente.

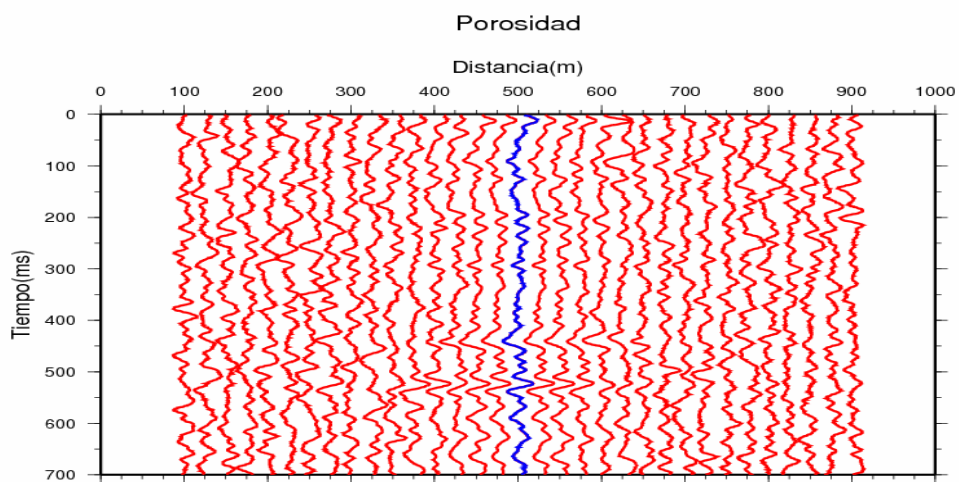


Figura 4.4. Modelo de porosidades (rojo) generado a partir del registro de pozo sintético (azul).

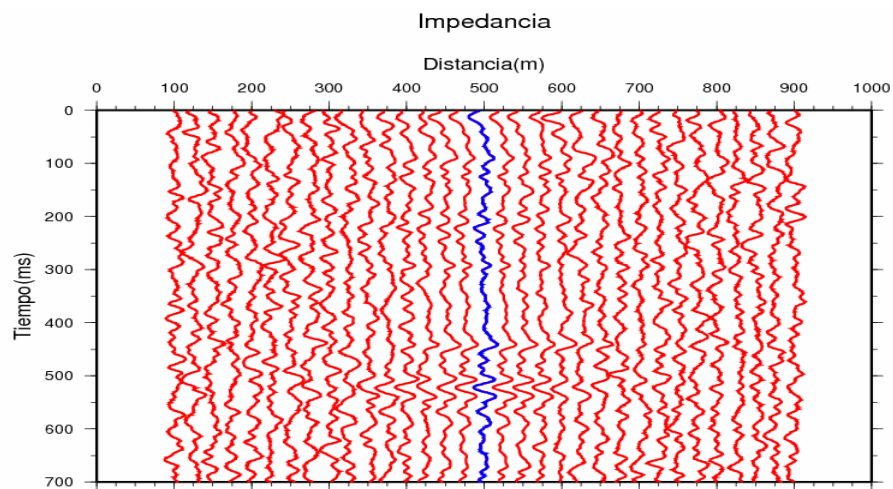


Figura 4.5. Modelo de impedancias (rojo) generado a partir del registro de pozo sintético (azul).

4.2 Modelo de Kriging.

A partir de los valores del pozo se propusieron modelos para las trazas a partir de una interpolación de Kriging. En las figuras 4.6 y 4.7 se muestran dichos modelos en rojo y en azul el modelo del pozo (porosidad e impedancia respectivamente). Es importante resaltar que tanto en la interpolación de Kriging como en los modelos para el problema directo, los valores de las propiedades son muy parecidos a los del pozo mientras más cerca se encuentra, siendo idénticos en el propio punto del pozo, mientras que si el punto está lejos del pozo entonces es más cercano a la media. Las distancias de correlación que se usaron fueron, en la horizontal 300m y en la vertical 50m.

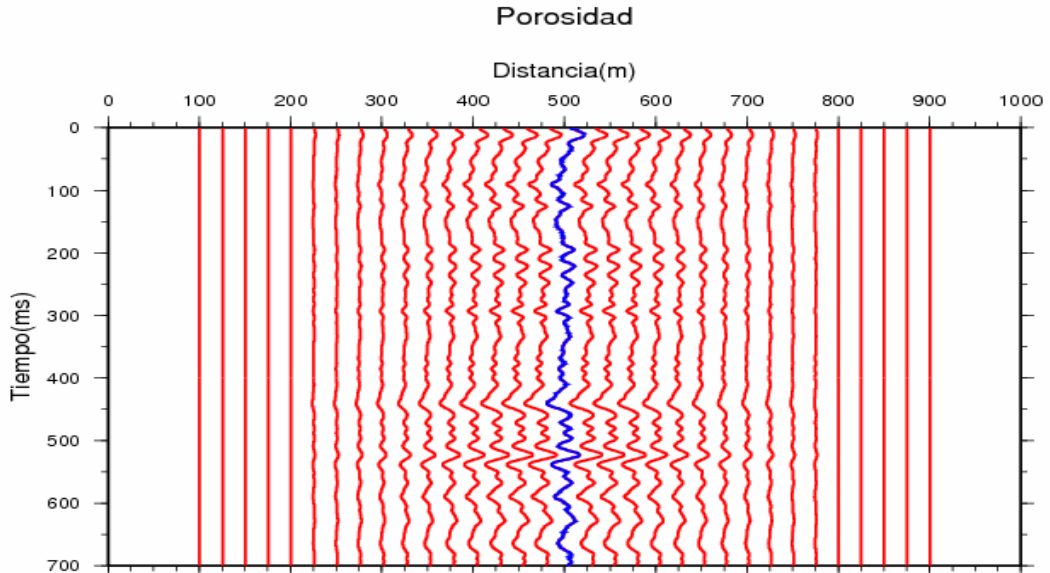


Figura 4.6. Se presenta el modelo de interpolación de Kriging de la porosidad (rojo), predicho desde los valores del pozo (azul).

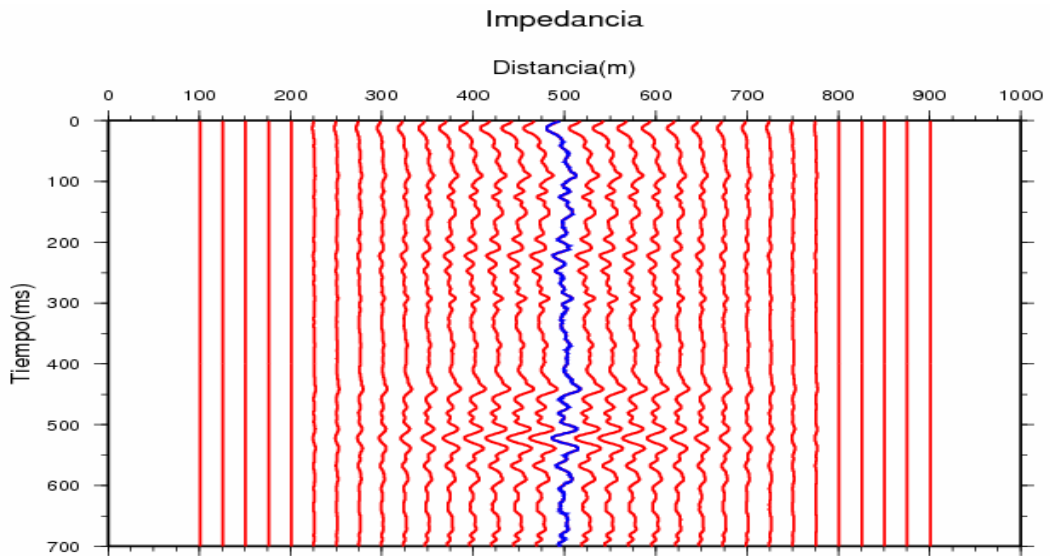


Figura 4.7. Se presenta el modelo de interpolación de Kriging de la impedancia (rojo), predicho desde los valores del pozo (azul).

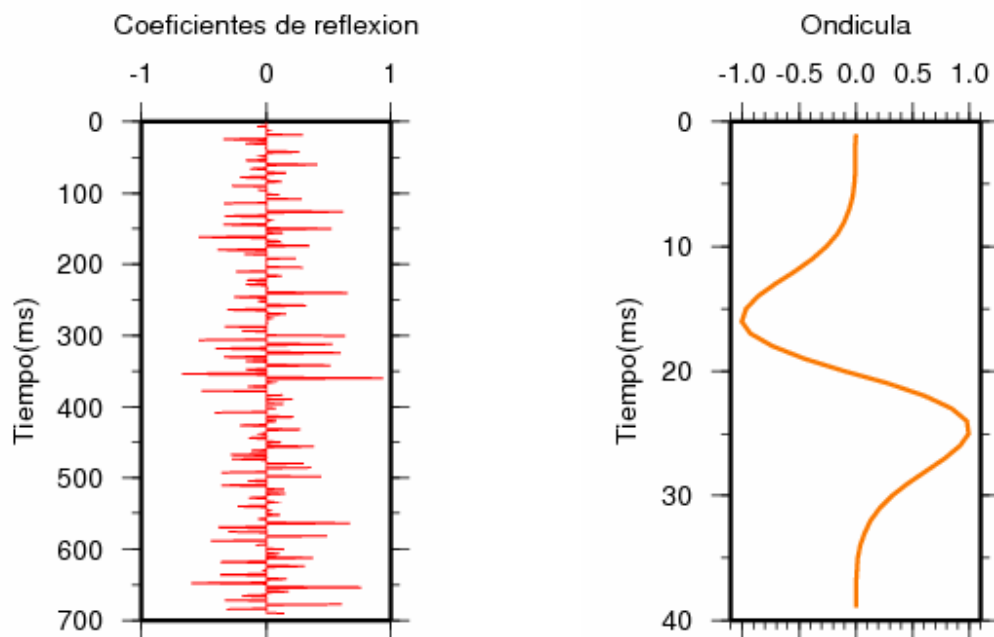
4.3 Problema directo.

El problema directo consistió en tres pasos, el primero era disminuirle la resolución al modelo de impedancia, para que tuviese la resolución de la sísmica, el segundo obtener la serie de reflectividad y el tercer paso realizar la convolución de la serie de reflectividad con la ondícula.

Con la fórmula de Backus se disminuyó la resolución de los registros de pozo de 1ms (originalmente) hasta 6ms, luego con estas capas de baja resolución se calculó la serie de reflectividad (figura 4.8). Se usó una ondícula analítica para realizar la convolución; esta ondícula se calculó como la segunda derivada de la función de Gauss (figura 4.9),

$$f(t) = \frac{2(t + 3\Delta t)}{\Delta t^2} e^{-\left(\frac{t + 3\Delta t}{\Delta t}\right)^2}, \quad (4.1)$$

donde t es el tiempo, Δt es el intervalo de muestreo y $f(t)$ es la función de la ondícula dependiente del tiempo.



Figuras 4.8 y 4.9. Coeficientes de reflexión y Ondícula respectivamente.

Realizando la convolución se obtuvieron las trazas sísmicas sintéticas que se usaron como datos para realizar la inversión. El resultado de la convolución se muestra en la figura 4.10, donde se muestran las trazas localizadas en los puntos de los canales.

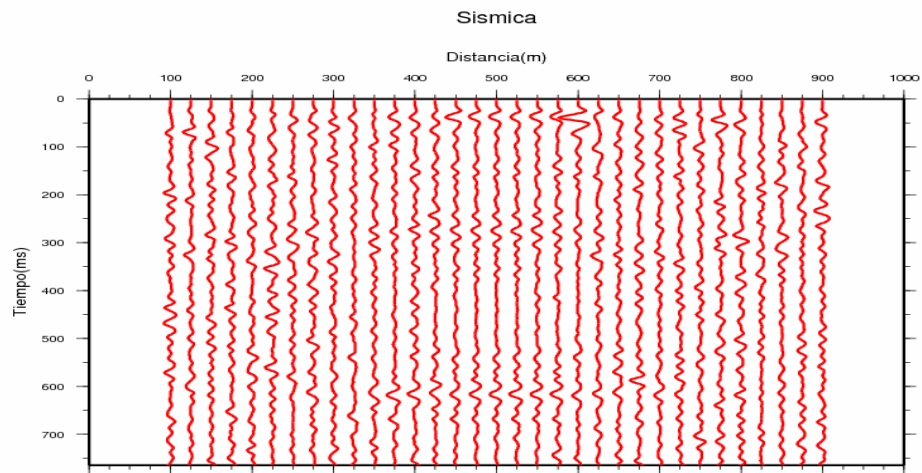


Figura 4.10. Línea sísmica producida por la convolución de la ondícula con la serie de reflectividad.

4.4 Inversión.

El modelo que se empleó como modelo a priori fue el proveniente del Kriging, para ello hubo que disminuirle la resolución, calcularle los coeficientes de correlación y convolucionarlos con la ondícula. Empleando las fórmulas ya mostradas se realizó la inversión y se calculó el error de los datos a medida que pasaban las iteraciones como se muestra en la figura 4.11.

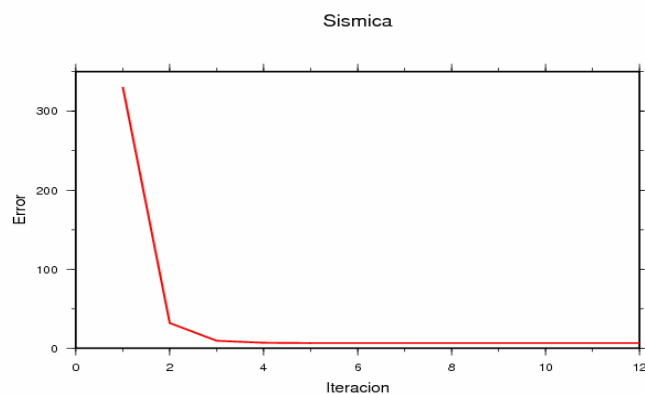


Figura 4.11. Error entre los datos sísmicos y la inversión a medida que avanzan las iteraciones.

El error que existe entre los datos sísmicos “observados” de esta prueba sintética y los datos sísmicos calculados a partir del modelo estimado con la inversión son tan pequeños que al superponer ambos gráficos casi no se nota la diferencia. En la figura 4.12 se aprecia esta característica, donde la inversión son las líneas azules y los datos sísmicos las líneas rojas.

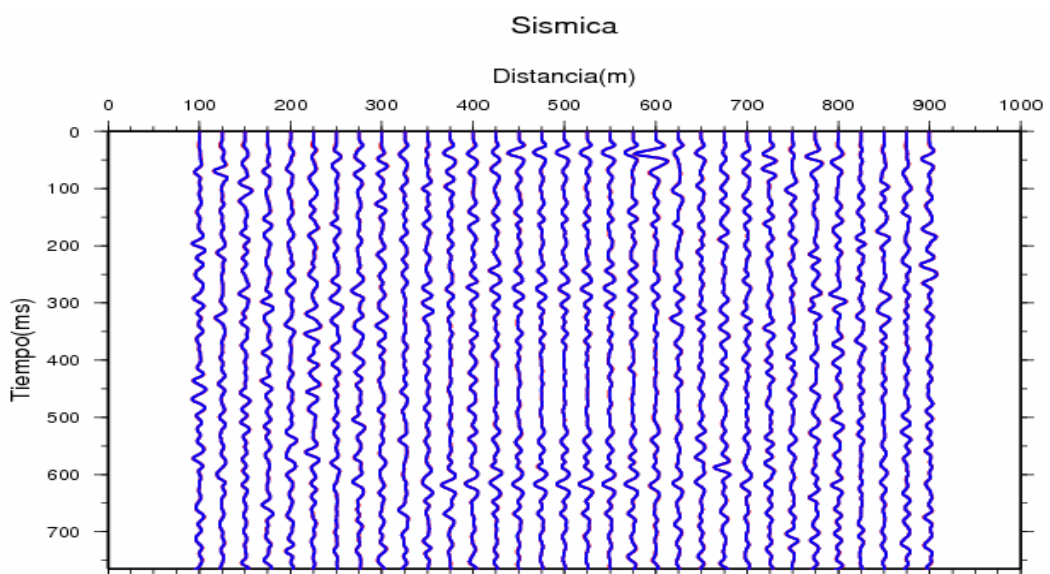


Figura 4.12. Superposición del resultado de la inversión (azul) sobre los datos sísmicos observados (rojo).

El objetivo de la inversión es predecir los valores de porosidad e impedancia a partir de los datos sísmicos, en las figuras 4.13 y 4.14 se muestra el resultado de la inversión en la impedancia y la porosidad respectivamente. En color rojo se presentan los valores del modelo tomado por “verdadero” en esta prueba numérica, en azul se muestran los valores del pozo y en verde los valores de provenientes de la inversión.

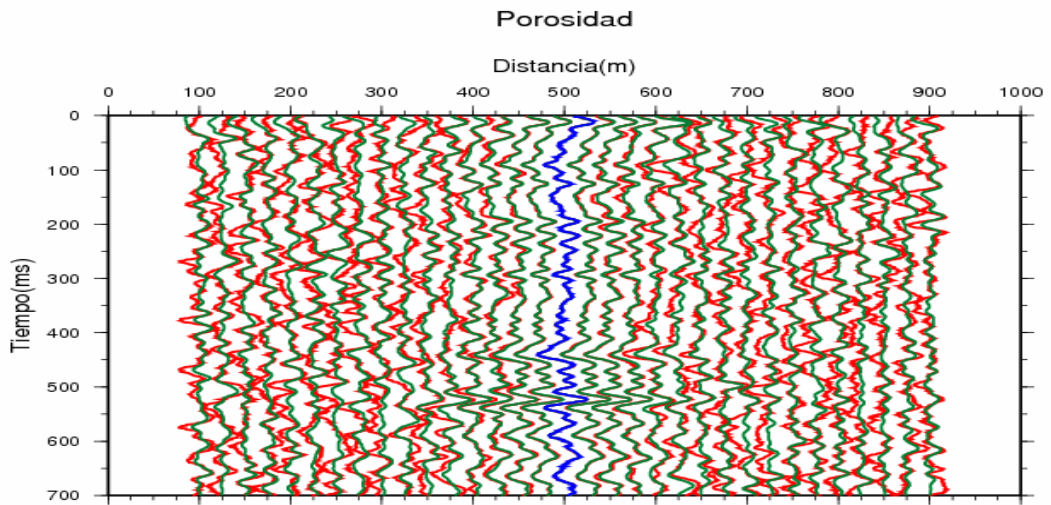


Figura 4.13. Superposición del resultado de la inversión para la porosidad (verde), sobre el modelo sintético (rojo). Pozo en azul.

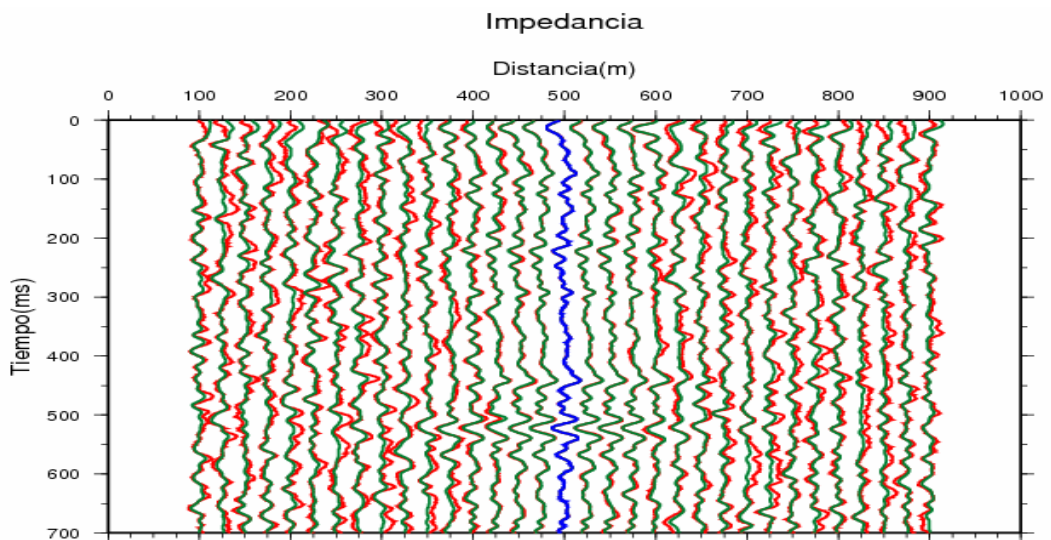


Figura 4.14. Superposición del resultado de la inversión para la impedancia (verde), sobre el modelo sintético (rojo). Pozo en azul.

En estos dos últimos gráficos se puede observar que la inversión es mejor en los sectores cercanos al pozo, aunque en los puntos lejanos también hay una buena estimación de la propiedad.

CAPÍTULO V

APLICACIÓN AL CAMPO LEONA

El estudio del Campo Leona se realizó a una línea sísmica suministrada por la compañía PETROBRAS. Esta línea sísmica contenía 81 canales, con una distancia entre ellos de 30m. La señal sísmica fue muestreada cada 2ms, el tiempo total de medición fue de 3s, en la figura 5.1 se muestra la línea analizada, donde se pueden apreciar las características señaladas. También suministraron los registros de resistividad, volumen de agua, velocidad de onda P y onda S, rayos gamma, neutrónico, porosidad efectiva, densidad, saturación de agua, volumen de arcilla y volumen de carbón, de un pozo ubicado casi sobre la línea, a una distancia de 1313m del primer canal y a 20m de la línea.

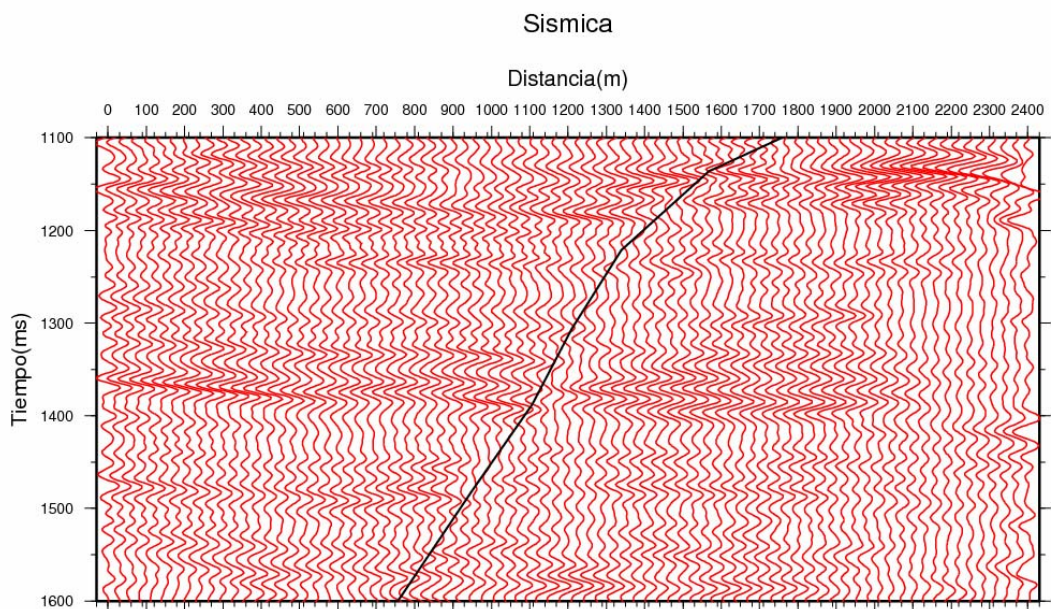


Figura 5.1. Línea sísmica real suministrada por la empresa PETROBRAS. Trazas sísmicas en rojo y en negro la falla.

A partir de estos registros mencionados, se obtuvieron los de porosidad logarítmica y de impedancia acústica, que luego se usaron para realizar la inversión. No se necesitó de todo el pozo, sólo se usó una sección de interés, ubicada entre los 1100 y 1600ms de profundidad; se escogió dicha sección porque contenía a la Formación Oficina. En las figuras 5.2 y 5.3 se muestran los registros calculados de porosidad logarítmica y de impedancia acústica respectivamente.

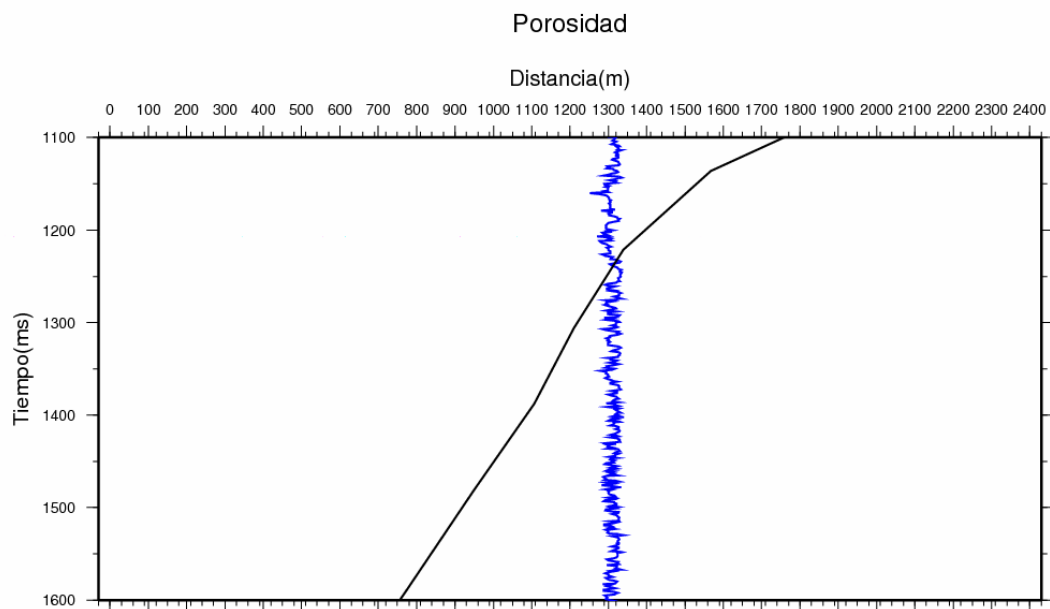


Figura 5.2. Registro de porosidad logarítmica del pozo suministrado por PETROBRAS. Pozo en azul y falla en negro.

La línea objeto del estudio es seccionada por una falla normal con buzamiento al sur y divide el campo en dos grandes bloques (que en este trabajo serán bloque A y bloque B). La presencia de dicha falla provocó un estudio adicional, donde se identificó a qué bloque pertenece cada punto de la línea. Para ello la compañía PETROBRAS proporcionó los puntos de la falla, además se diseñó un programa en Fortran 90 que con la ubicación de los canales y la información de la

falla, identificase a qué bloque pertenecía el punto, si al bloque A o al bloque B. El pozo también está seccionado por dicha falla, por lo que también se le debió aplicar el estudio. Los resultados se muestran en la figura 5.4, donde se puede observar en color azul el bloque A y en rojo el boque B, también aparece dibujada la falla en color negro. Para destacar el pozo se invirtieron los colores, en este caso el bloque A está de color azul mientras que el bloque B se presenta en color rojo.

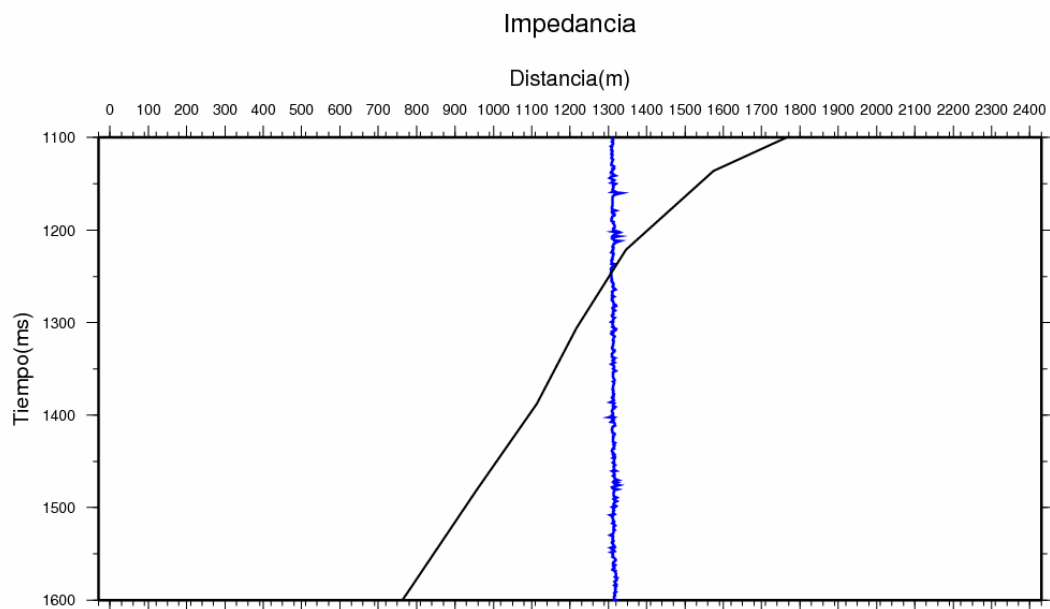


Figura 5.3. Registro de impedancia acústica del pozo suministrado por PETROBRAS. Pozo en azul y falla en negro.

Esta división se realizó con el propósito de evitar correlacionar datos que estén en distintos bloques, ya que por ser una falla la causante de esta separación, las capas a un lado y otro de la falla a la misma altura no deben ser la misma y los valores de los parámetros no estarían correlacionados. En otras palabras, la matriz de correlación para un punto a una altura h cualquiera, que se encuentra en el bloque A, presenta correlación cero con los valores que están en el bloque B.

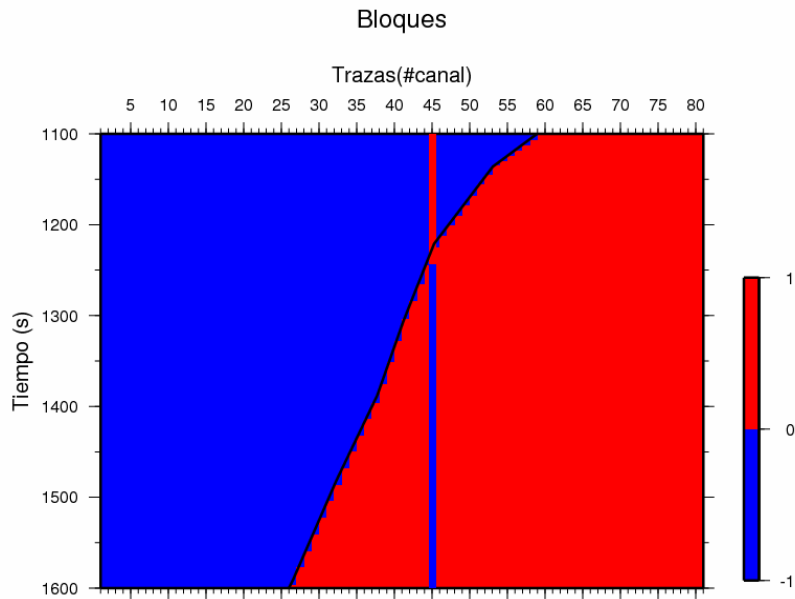


Figura 5.4. Gráfico que muestra los dos bloques que se forman debido a la falla normal en el área. Falla en negro y bloques en azul y rojo.

Para la adecuada descripción de la dependencia temporal de la porosidad y desviación de la impedancia acústica, se caracterizaron estadísticamente los registros de pozos, para adecuar las estadísticas al área en estudio. En particular se calcularon valores medios, varianzas y se elaboraron modelos de la función de covarianza la cual entra en los cálculos mediante las matrices de covarianza. Para esto se diseñó un programa de computación en lenguaje Fortran 90 que calculase la correlación de los datos, y otro programa de computación, también en Fortran 90, que realizase la regresión de los valores de correlación a una función compuesta, de la forma,

$$f(h) = a_0 + a_1 e^{\frac{-3h^2}{r_1^2}} + a_2 e^{\frac{-3h}{r_2}}, \quad (5.1)$$

donde a_0 es el efecto nugget, $a_1 e^{-\frac{3h^2}{r_1^2}}$ es la componente Gaussiana y $a_2 e^{-\frac{3h}{r_2}}$ la componente exponencial de la función de covarianza. Las constantes a_1 y a_2 corresponden a los términos Gaussiano y exponencial respectivamente, y r_1 y r_2 son las distancias de correlación, que en este caso se midieron en tiempo. Con estos programas se estimaron las funciones de covarianza para la porosidad y la impedancia que mejor ajustaran los datos, y los valores que resultaron para los parámetros se presentan en la tabla 5.1. En las figuras 5.5 y 5.6 se presentan los gráficos correspondientes a los modelos de la función de covarianza, tanto para la porosidad como para la desviación de la impedancia respectivamente.

Tabla 5.1. Valores de los parámetros de la función de covarianza para la porosidad y para la impedancia.

Parámetros	Porosidad	Impedancia
a_0	0.060	7.57e-4
a_1	0.050	3.50e-4
a_2	0.049	3.50e-4
r_1	4ms	15ms
r_2	40ms	8ms

Otros valores importantes que se estimaron fueron los de la velocidad de la matriz (vm), la velocidad del fluido (vf), la densidad de la matriz (dm) y la densidad del fluido (df), que eran necesarios para poder aplicar la transformada de Wyllie. Para ello se diseñó un programa de computación en el lenguaje Fortran 90, que fuera capaz de realizar la regresión de los valores de impedancia en función de la transformada de Wyllie para porosidad logarítmica.

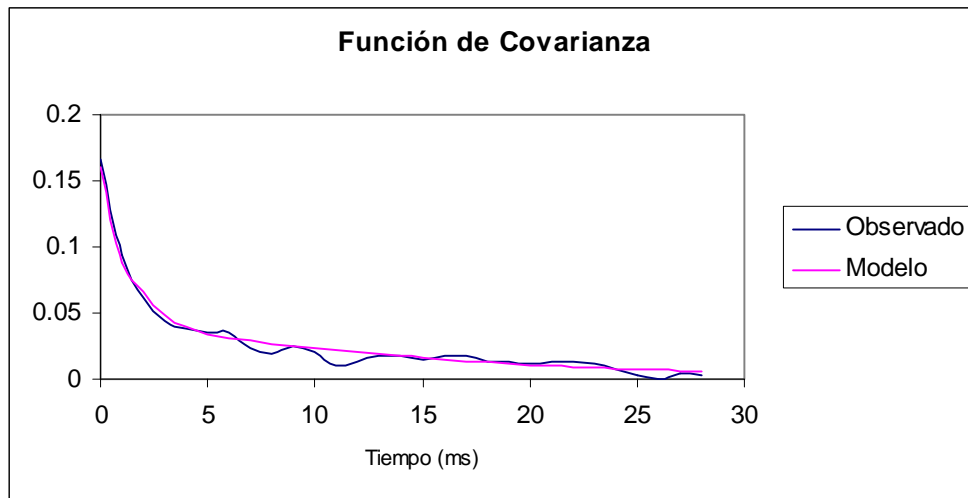


Figura 5.5. Gráfico donde se aprecia el ajuste de la curva de correlación con la función compuesta para la covarianza (porosidad).

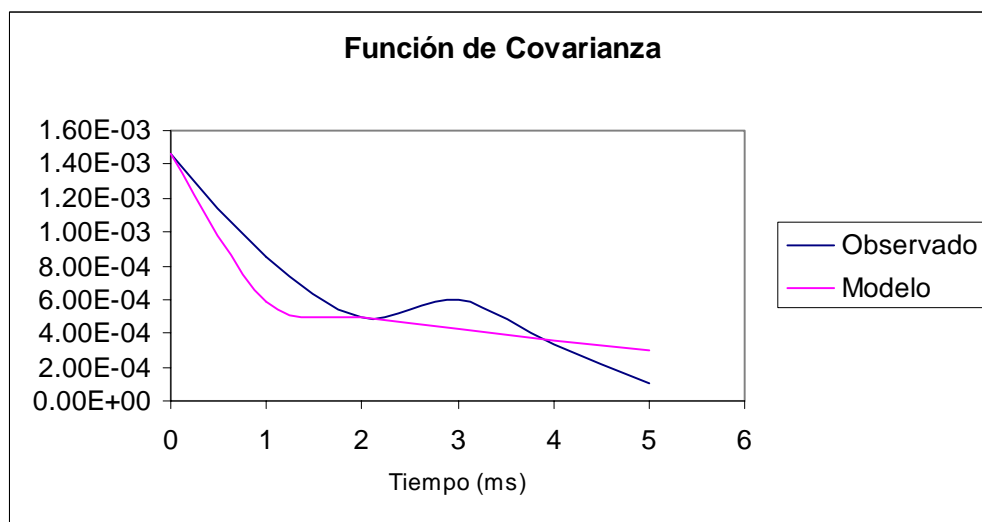


Figura 5.6. Gráfico donde se aprecia el ajuste de la curva de correlación con la función compuesta para la covarianza (desviación de la impedancia).

Los valores que se obtuvieron después de empleado el programa aparecen en la tabla 5.2 y la curva donde se muestra el resultado se presenta en la figura 5.7, donde se aprecia que la transformada de Wyllie se encuentra sobre la nube de puntos que forman los valores del pozo.

Tabla 5.2. Valores de los parámetros de la transformada de Wyllie.

Parámetro	Valor
vm	5.728 m/ms
vf	1.622 m/ms
dm	2.952 kg/m ³
Df	1.284 kg/m ³

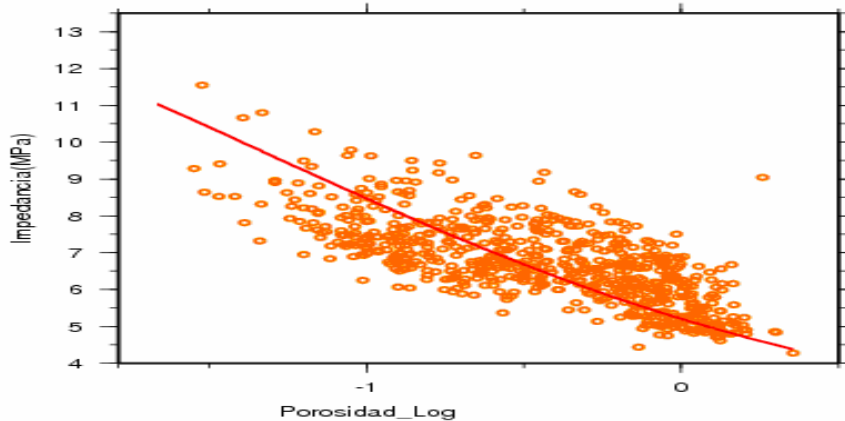


Figura 5.7. Gráfico cruzado de la porosidad logarítmica vs la impedancia acústica obtenidas de los registros de pozo (naranja) y la transformada de Wyllie calibrada para ajustar a estos registros (rojo).

Con estos pasos ya concluidos se procedió a realizar el modelado geoestadístico, con lo que se obtuvieron varios pozos virtuales en los puntos donde se ubican las trazas. Considerando que el contraste lateral de la zona en estudio era bajo, se fijó una distancia de correlación lateral de 600m.

En las figuras 5.8 y 5.9 se presentan los modelos de porosidad a manera de registros de pozo y de contorno respectivamente, mientras que en las figuras 5.10 y 5.11 se presentan los modelos de impedancia a manera de registros de pozo y de contorno respectivamente, generados a partir de la geoestadística; en estos modelos se puede notar, que cuando la traza está cerca del pozo el modelo es muy parecido al mismo, mientras que más lejos tiende a la media. A partir del pozo se extrajo la media de la porosidad logarítmica que resultó igual a -0.464, con una desviación

estándar de 0.408; el otro valor que se calculó fue la desviación de la diferencia entre la impedancia observada y la impedancia predicha por la fórmula de Wyllie, cuyo valor fue 1.037 MPa.

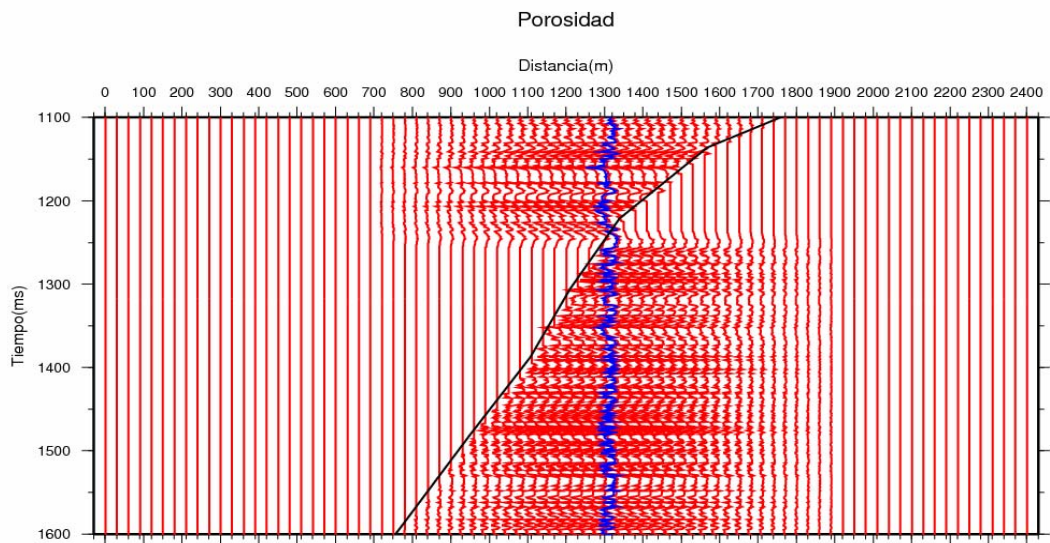


Figura 5.8. Modelo geostatístico de la porosidad logarítmica. Modelo en rojo, pozo en azul y falla en negro.

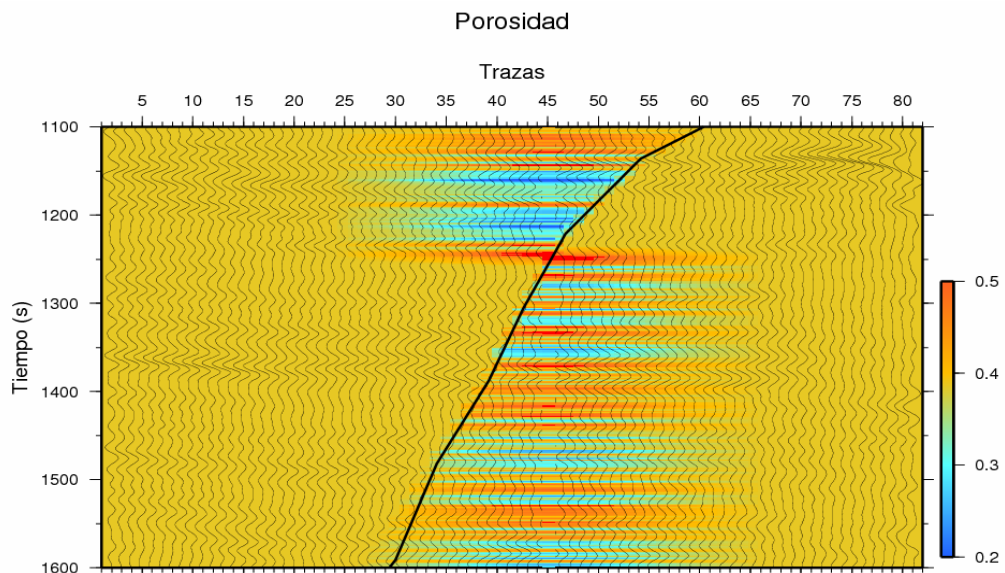


Figura 5.9. Modelo geostatístico de la porosidad logarítmica (contorno). Las líneas negras finas representan las trazas, la más gruesa la falla. El pozo esta superpuesto en la misma escala de colores.

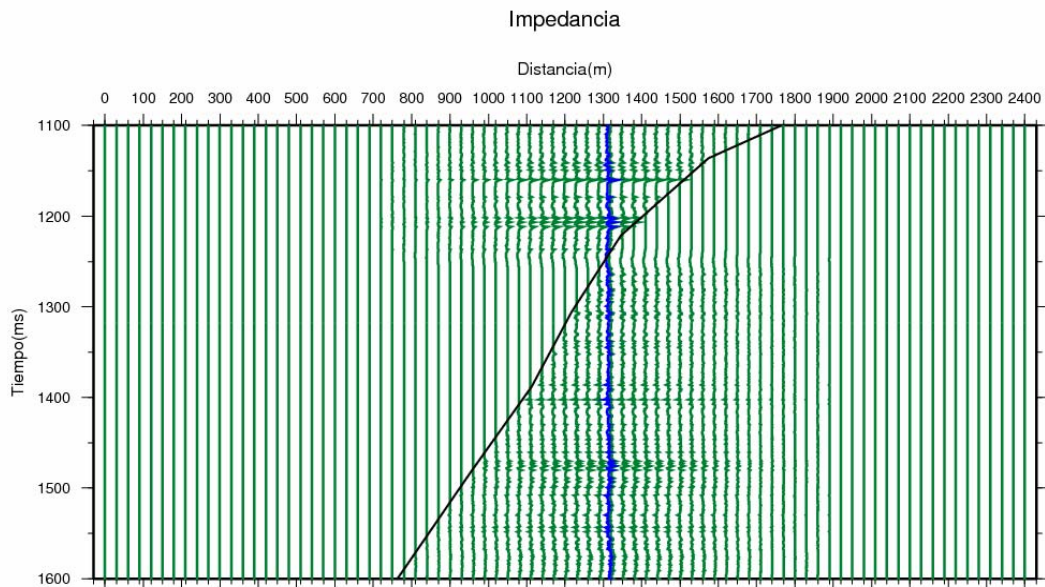


Figura 5.10. Modelo geostatístico de la impedancia acústica. Modelo en verde, falla en negro y pozo en azul.

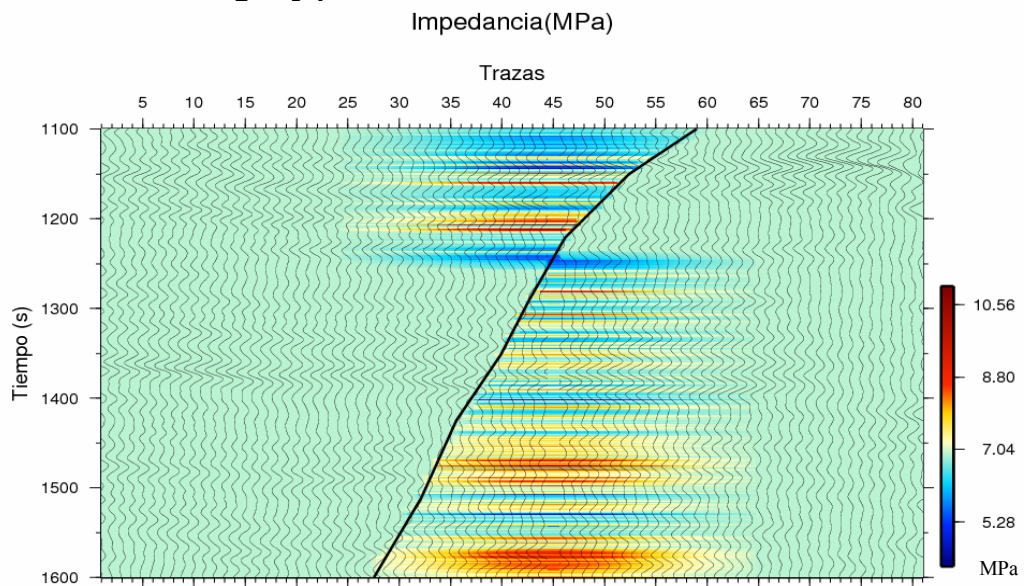


Figura 5.11. Modelo geostatístico de la impedancia acústica (contorno). Las líneas negras finas representan las trazas, la más gruesa la falla. El pozo esta superpuesto en la misma escala de colores.

Tomando como modelo a priori el modelo geostatístico, el siguiente paso consistió en realizar la simulación de los datos. Para completar este paso se promediaron las capas del pozo real y las capas de los pozos virtuales, ya que éstos

estaban muestreados a 1ms (que era demasiada resolución para compararla con la sísmica), mediante la fórmula adecuada para el cambio de escala de la impedancia (3.2) y se obtuvieron capas más gruesas de 6ms de espesor, con las que se calcularon los coeficientes de reflexión, como en la figura 5.12, donde se muestra la serie de reflectividad del pozo.

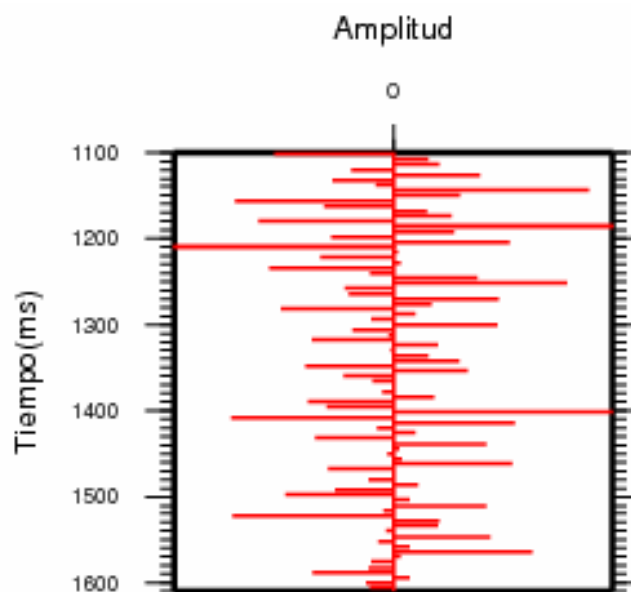


Figura 5.12. Serie de reflectividad del pozo.

El siguiente paso fue extraer la ondícula fuente (figura 5.13), mediante un programa (cuyo fundamento es similar a el empleado en la inversión de los datos sísmicos), donde se estiman los valores de la ondícula que mejor ajusten los valores de la convolución con los datos sísmicos, para realizar luego la convolución discreta entre los coeficientes de reflexión y dicha ondícula. En la figura 5.14 se presenta el resultado de dicha convolución, donde se observa que los sismogramas sintéticos, más allá de la distancia de correlación, son líneas rectas, debido a que los valores de todas las capas son iguales a la media y los coeficientes de reflexión son cero al igual

que la convolución; diferenciándose de los sismogramas que están dentro de la distancia de correlación, que se parecen más a los datos reales mientras más cerca están del pozo.

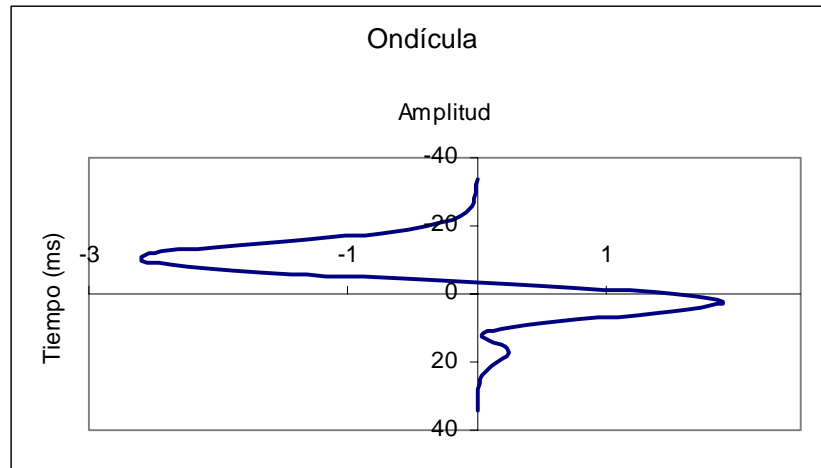


Figura 5.13. Ondícula fuentes extraída del pozo.

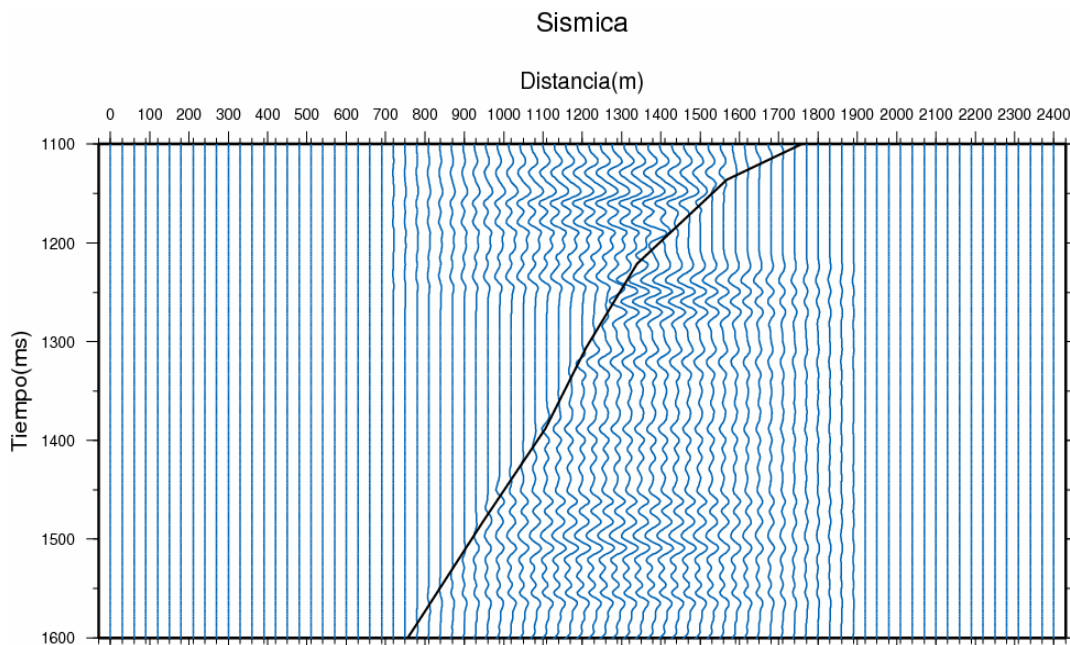


Figura 5.14. Resultado de la convolución entre las ondícula hallada y las series de reflectividad. Modelo en azul y falla en negro.

Con la interpolación de los datos de pozo ya terminada, se procedió a realizar la inversión de los datos sísmicos, tal y como se explicó en el capítulo 3 de este trabajo. También se realizó la inversión de los parámetros sin tomar en cuenta el pozo, de tal manera que la única fuente de información fueran los datos sísmicos, tal y como lo hacen los métodos comúnmente aplicados. Se practicó este estudio con la intención de lograr observar las estructuras a mayor escala y verificar el aumento de la resolución con la presencia del pozo. Los resultados de la inversión poseen un error del ajuste de los datos menor del uno por ciento y esto se logra ver en las figuras 5.15 (sin el pozo) y 5.16 (con el pozo), donde se dibuja en rojo los datos sísmicos y en azul el resultado de la inversión, los dos gráficos son muy parecidos.

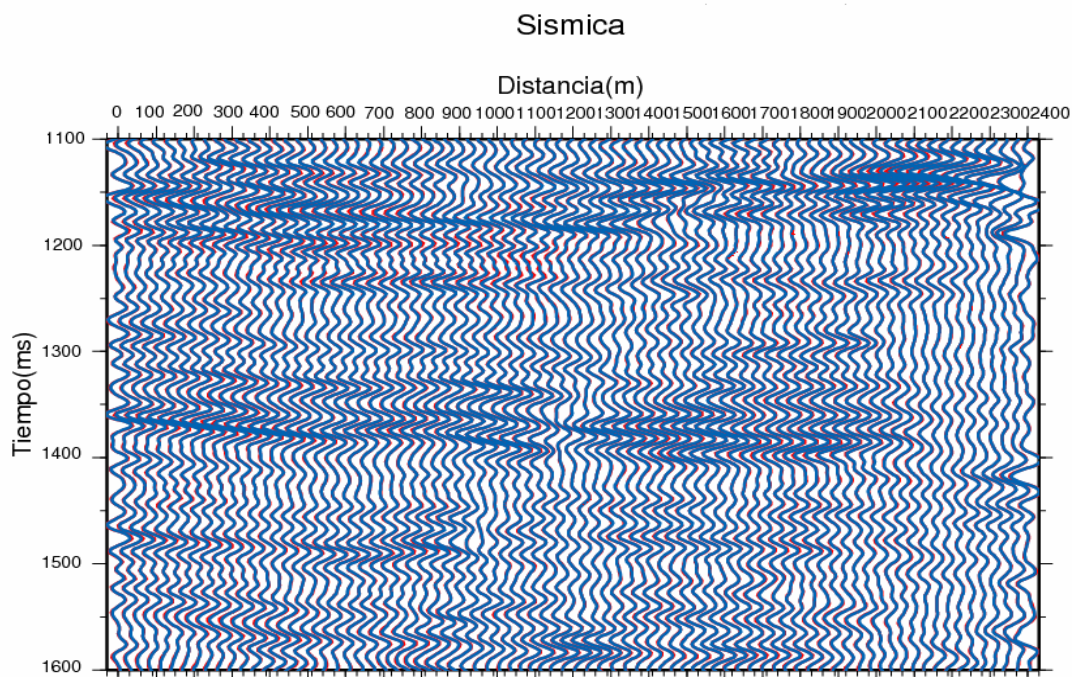


Figura 5.15. Comparación de los datos sísmicos (rojo) con los resultados de la inversión (azul), para el método sin el pozo.

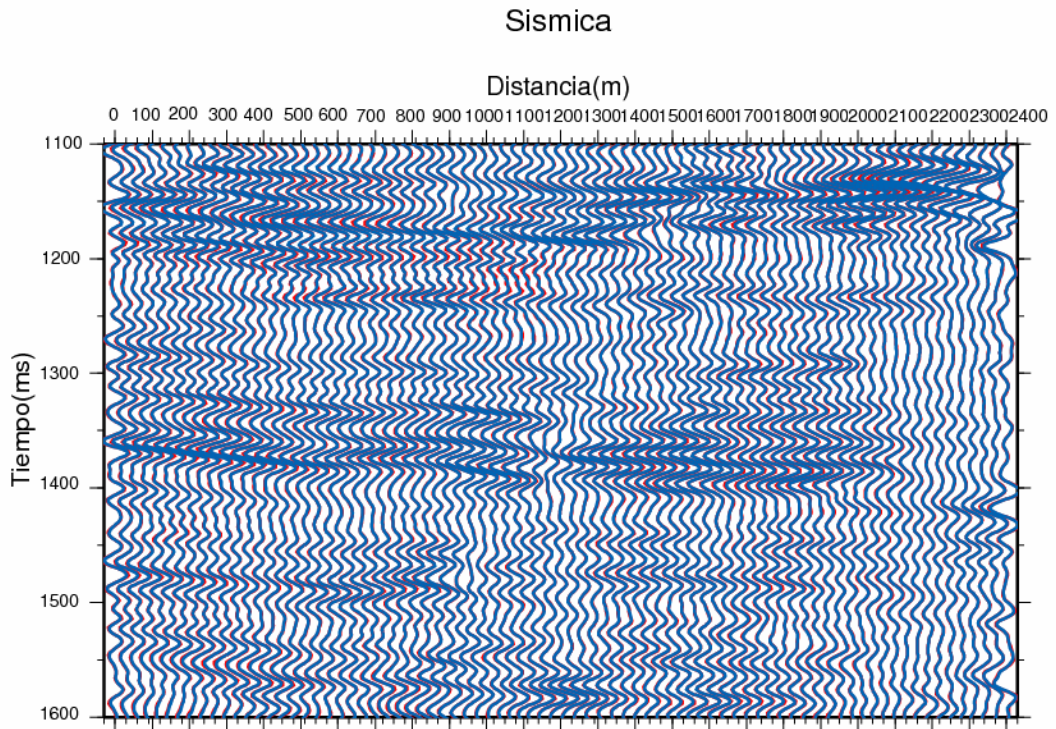


Figura 5.16. Comparación de los datos sísmicos (rojo) con los resultados de la inversión (azul), para el método con el pozo.

En las figuras 5.17 y 5.18 se presentan los resultados de la inversión para la porosidad total, la porosidad total se calcula a partir de la correspondiente logarítmica mediante la transformación (2.22), a baja y alta resolución respectivamente. Comparando las figuras 5.17 y 5.18 se puede observar que evidentemente, la resolución aumenta en las zonas cercanas al pozo y a medida que se aumenta la distancia al pozo la resolución es mucho menor. La alta resolución no se extiende más de lo que se observa, debido a la distancia de correlación que se fijó al principio. También se logra apreciar al comparar estas imágenes, que son idénticas en los sectores donde no existe correlación con el pozo, como en las zonas más allá de la distancia de correlación y los puntos donde el pozo y los datos no están en el mismo bloque.

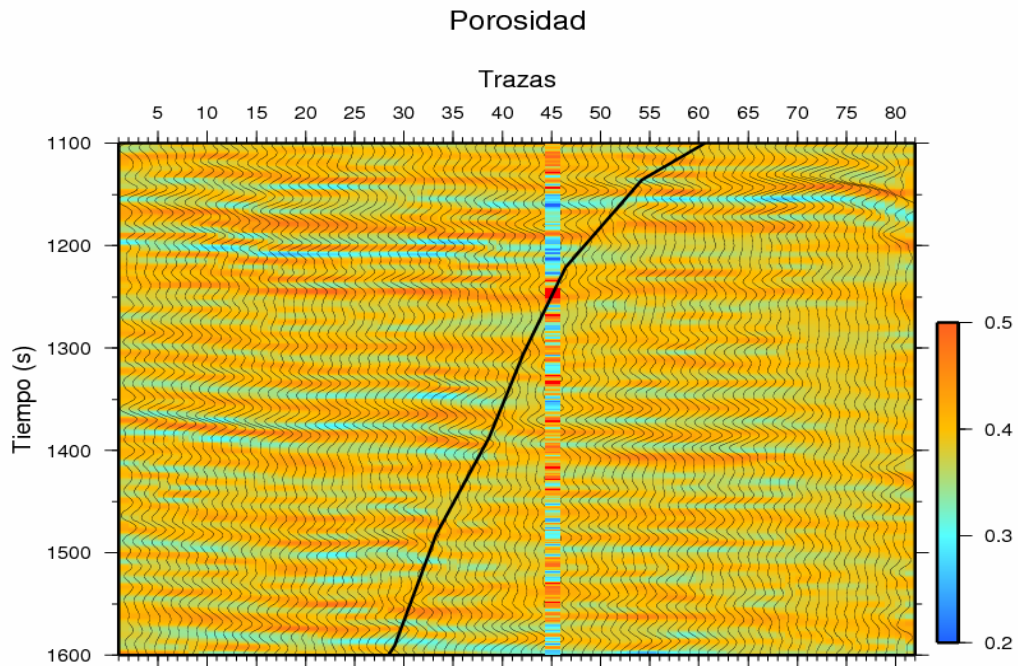


Figura 5.17. Inversión de los datos sísmicos para la porosidad total sin emplear datos de pozo. Las líneas negras finas representan las trazas, la más gruesa la falla. El pozo está superpuesto en la misma escala de colores.

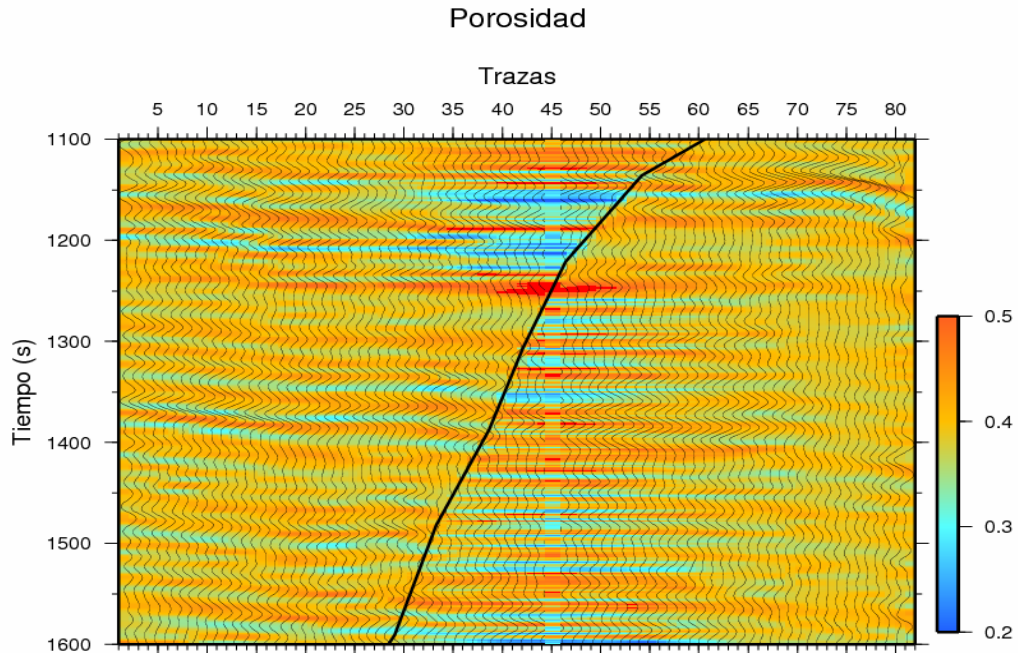


Figura 5.18. Inversión de los datos sísmicos para la porosidad total empleando los datos de pozo. Las líneas negras finas representan las trazas, la más gruesa la falla. El pozo está superpuesto en la misma escala de colores.

Las dos figuras presentan como color predominante el color asignado a la media, lo que es normal, ya que a partir del mencionado valor, se generan los valores para realizar la inversión en cuestión. Aunque las imágenes tienen la misma tendencia hacia el color de la media, la imagen 5.18 (correspondiente a la alta resolución) posee una variedad mayor que la figura 5.17 (correspondiente a la baja resolución), esto es debido a que la inversión sin pozo o lejos del pozo, trabaja sólo con la información sísmica y esta última tiene intrínsecamente asociado un promedio, que se debe al paso de la onda sísmica de baja frecuencia, mientras que en las zonas cercanas al pozo, la información que toma más peso son los registros de pozo, donde pueden haber valores bastante alejados de la media y que generan colores que se ubican en los extremos de la escala de colores.

Por otro lado se realizó la inversión para la impedancia acústica tanto para baja como para alta resolución, que se presentan en la figuras 5.19 y 5.20 respectivamente. Los análisis comparativos que se realizaron para las imágenes de porosidad son válidos también para la impedancia. Con estas dos nuevas imágenes, correspondientes a la impedancia, se logra apreciar que la resolución que se obtiene empleando los registros de pozo, es mucho mayor que en el caso de la inversión con sólo datos sísmicos. Al igual que en la porosidad, los dos gráficos son idénticos en las zonas donde la correlación es igual a cero, mientras que en los sectores donde aumenta la correlación, es decir cerca del pozo y en el mismo bloque, las figuras son totalmente distintas, debido al cambio de resolución. El color predominante en las figuras es el correspondiente al de la media y la gama de colores que se pueden

observar es mucho mayor en la figura correspondiente a la alta resolución, debido a los mismos factores que lo causan en el gráfico de porosidad.

El último estudio que se realizó a los datos, consistió en estudiar la correlación lineal entre los valores del pozo y los predichos por el programa, con lo que se buscaba estimar, qué tan buenos y veraces eran los resultados.

El coeficiente de correlación entre dos variables x y y , se calcula aplicando la siguiente fórmula,

$$r = \frac{1/n \sum (x_i - x_m)(y_i - y_m)}{((1/n \sum (x_i - x_m)^2)(1/n \sum (y_i - y_m)^2))^{1/2}}, \quad (5.2)$$

donde el numerador es la covarianza entre las dos propiedades y el denominador es el producto de las desviaciones estándar de cada propiedad. El factor de correlación r toma valores entre -1 y 1. Cuando vale 1 la correlación, mientras que cuando vale -1 la correlación es inversa y cuando vale cero no existe correlación entre los valores. (Deutsch y Journel, 1998)

Los coeficientes de correlación entre la impedancia estimada por la inversión y la registrada en pozo que se hallaron en este estudio fueron, para la inversión sin pozo $r=0.681$, para el modelo de Kriging $r=0.998$ y para la inversión con información de registros de pozo $r=0.876$. El modelo que mejor ajusta los datos es el de Kriging y es obvio ya que éste se genera a partir de los valores del pozo y ajusta al mismo. Por otro lado realizando la comparación entre la inversión que

combina información de pozo y sísmica, y la inversión basada en sísmica solamente, se puede apreciar que la primera es mucho menor que la del método con pozo, esto es fácil de ver en los gráficos directamente y también es signo de que la inversión funciona de la manera esperada. En la figura (5.21) se muestra el gráfico cruzado de la impedancia predicha contra la impedancia del pozo, donde se logra ver que, los valores con mayor coeficiente de correlación tienen menos dispersión con respecto a la media que los valores con menor coeficiente de correlación. En rojo el modelo sin pozo, en azul el modelo con pozo y en negro el modelo de Kriging.

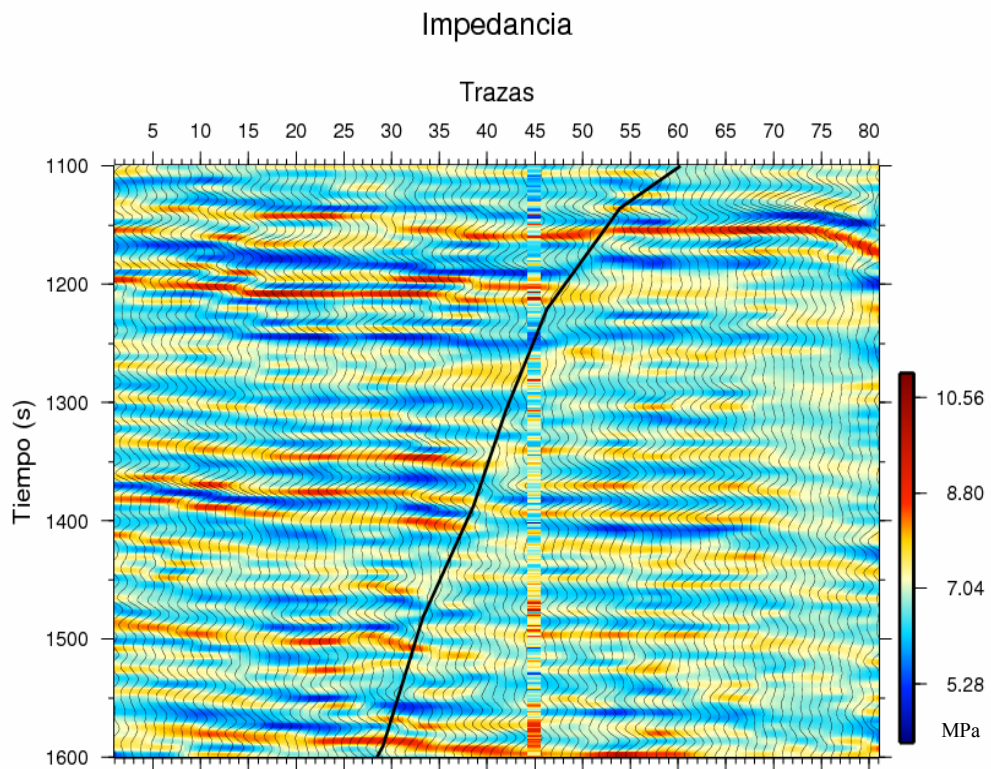


Figura 5.19. Inversión de los datos sísmicos para la impedancia acústica sin emplear los datos de pozo. Las líneas negras finas representan las trazas, la más gruesa la falla. El pozo está superpuesto en la misma escala de colores.

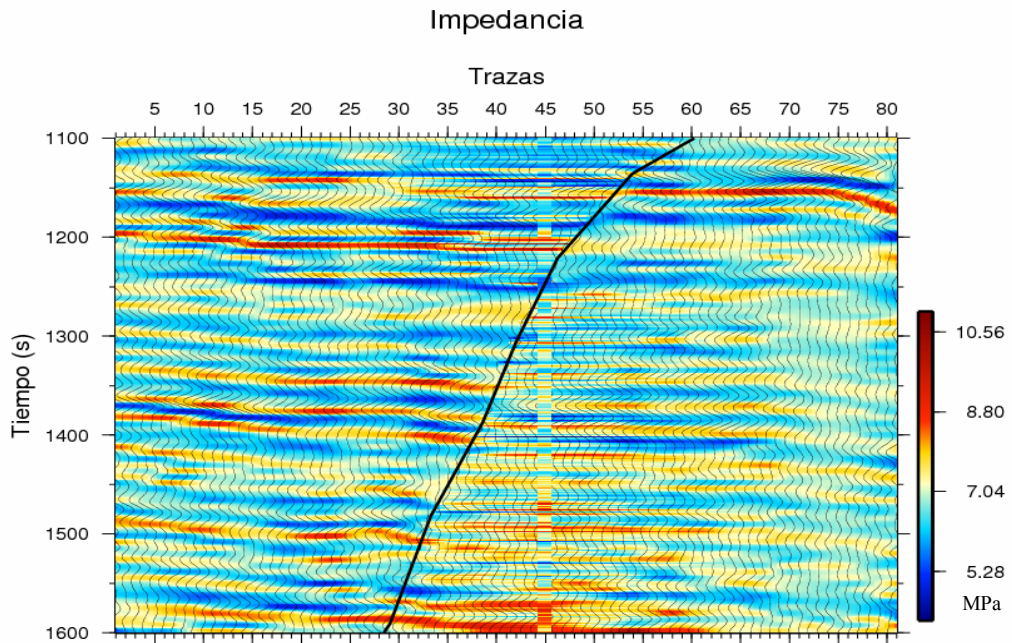


Figura 5.20. Inversión de los datos sísmicos para la impedancia acústica empleando datos de pozo. Las líneas negras finas representan las trazas, la más gruesa la falla. El pozo esta superpuesto en la misma escala de colores.

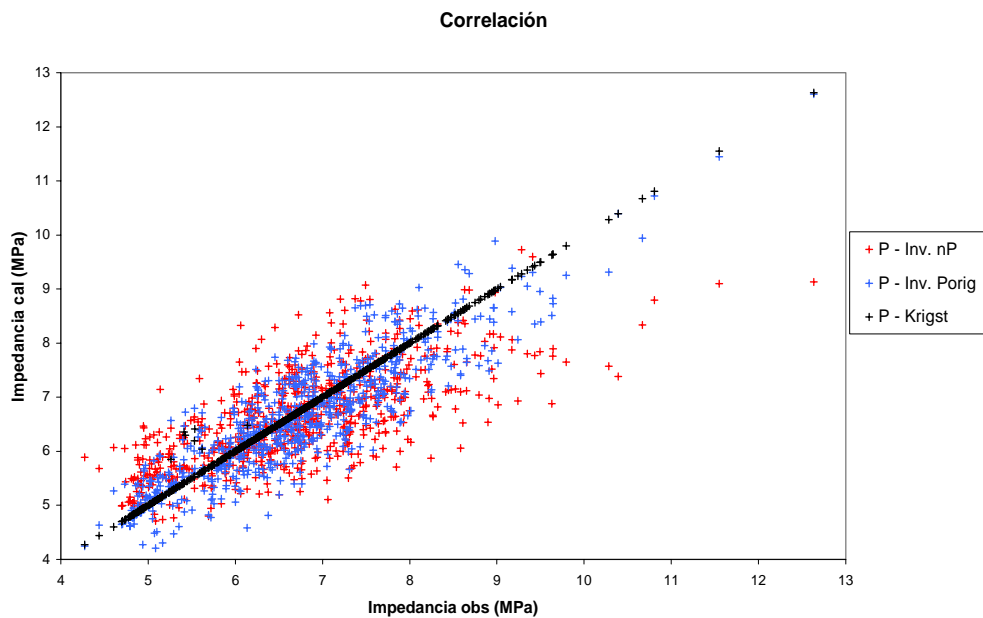


Figura 5.21. Gráfico cruzado de la impedancia predicha vs la impedancia del pozo. En rojo los puntos correspondientes a la inversión sin datos de pozo, en azul la inversión con datos de pozo y en negro los puntos correspondientes al Kriging.

CONCLUSIONES

En este trabajo se desarrolló una metodología para la inversión de amplitudes sísmicas, que teniendo como base las técnicas de optimización y en especial la de Newton, genera de forma iterativa, un modelo del subsuelo que cumple tanto con los datos sísmicos como con los registros de pozo. Este modelo es el que maximiza la función de probabilidad, por tanto se constituye como el más probable y real para el área.

Aunque el programa maneja un gran volumen de datos, el tiempo de ejecución de todo el programa no es muy largo. Para el ejemplo que se manejó, la inversión no tarda más de 60 minutos, en una computadora sencilla y con componentes convencionales.

Gracias a que los valores de los registros de los pozos son muy precisos y su cercanía a la línea es importante, se puede tener un alto grado de seguridad en torno a los resultados. Además es importante acotar que esta metodología arroja resultados que expresan un alto grado de detalle en las zonas cercanas al pozo, punto que distingue a este proyecto de los anteriores trabajos.

Todos los estudios realizados a los datos de pozo y a la sísmica, fueron parte fundamental para obtener la confiabilidad de los resultados, que era un objetivo importante dentro del proyecto y que quedó demostrado con la gran correlación entre la inversión y los registros del pozo real.

RECOMENDACIONES

Para mejorar la confiabilidad de los datos, sería provechoso aumentar la información previa del área, mediante la adición de más registros de pozos del área, lo que proporcionaría más seguridad en la estimación y menos espacio para los errores.

Para obtener mejor información del subsuelo, se pueden trabajar varias líneas sísmicas que estén cercanas al pozo, para así generar una imagen del subsuelo mucho más completa y, empleando técnicas avanzadas de graficación, gráficos en tercera dimensión.

Para estimar mejor los valores de la media y la desviación estándar, podría ser útil usar líneas sísmicas que contengan o pasen cerca de varios pozos, para manejar más datos y realizar mejores estudios estadísticos.

Por último, se podría extender este trabajo para hallar otras propiedades que estén asociadas a estos parámetros y que sirvan en la predicción de yacimientos nuevos o en el aumento de la producción en yacimientos ya existentes.

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS CITADAS

Aki, K. y P. Richard (1980) Quantitative seismology-Theory and Methods, W. H. Freeman and Co., San Francisco.

Backus, M. (1962) Long-wave elastic anisotropy produced by horizontal layering, Journal of Geophysical Research, 67, 4427-4430.

Bosch, M. (2003) Inferencia estadística de porosidad e impedancia a partir de ondas sísmicas vía métodos de Monte Carlo y optimización. Trabajo de ascenso. Inédito. Universidad Central de Venezuela, Caracas.

Bosch, M. (2004) The optimization approach to lithological tomography: Combining seismic data and petrophysics for porosity prediction. Geophysics 69(5):1272-1276.

Calderón, J. y J. Castagna (2005) Porosity and lithologic estimation using rock physics and multiattribute transform in the Balcom Field, Colombia – South America. Geophysics 24(3):444-446.

Cara, L. (2005) Inversión de amplitudes sísmicas a offset variable mediante técnicas de Monte Carlo. Trabajo Especial de Grado. Inédito. Universidad Central de Venezuela, Caracas.

Carvajal, A. (2004) Simulación de parámetros de adquisición en zonas de capas de alta velocidad en la superficie. Trabajo Especial de Grado. Inédito. Universidad Central de Venezuela, Caracas.

Deutsch, C.V. y A.G. Journel (1998) Geostatistical Software Library and User's Guide. New York, USA, 363pp.

Gardner, G., L. Gardner y A. Gregory (1974) Formation velocity and density – The diagnostic basics for stratigraphic traps. *Geophysics*, 39(6):770-775.

Journel, A. G. y C. J. Huijbregts (1978) Mining Geostatistics. Academic Press, New York, 600 pp.

Liner, C. (1999) Elements of 3D – Seismology. Penn well publishing. Tulsa, USA, 1650 pp.

Phillips N., D. Oldenburg y J. Chen (2001) Cost Effectiveness of geophysical inversions in mineral exploration: Applications at San Nicolas. *The Leading Edge*, 20(12):1351-1354.

Flannery, B., W. Press, S. Teukolsky y W. Vetterling (1997) Numerical Recipes in Fortran 77. Press Syndicate of the University of Cambridge, Cambridge, Inglaterra, 1447 pp.

Schmitt, A. (1966) Propagation of elastic waves in layered media: Masters Thesis, Department of Electrical Engineering, The University of Texas.

Taner, M. T., y F. Koehler (1969) Velocity spectra-digital computer derivation and applications of velocity functions: *Geophysics*, 31(8):859-881.

Tarantola, A. (2005) Inverse problem theory and methods for model parameter estimation, Society for Industrial and Applied Mathematics, París, Francia, 341 pp.

Thomsen, L. (2002) Understanding seismic anisotropy in exploration and exploitation. Society of Exploration Geophysicists. Tulsa, USA. 154 pp.

Uzcategui, O. (1989) Predicción de porosidad y espesores mediante el uso de inversión sísmica y técnicas geoestadísticas. Caracas, 121 pp.

APÉNDICE

Apéndice A: Fórmula de Backus para la impedancia acústica.

$$v = \left\{ \frac{1}{\left[\frac{\sum z_i (\rho_i v_i^2)^{-1}}{\sum z_i} \right] \left[\frac{z_i \rho_i}{\sum z_i} \right]} \right\}^{1/2},$$

con el cambio de variable ,

$$\begin{aligned} z_i &= v_i t_i \\ Z_i &= v_i \rho_i \end{aligned}$$

$$v = \left\{ \frac{t_i \sum v_i t_i \sum v_i}{t_i \left[\sum v_i (\rho_i v_i^2)^{-1} \right] t_i \left[\sum v_i \rho_i \right]} \right\}^{1/2},$$

como t_i es constante se cancela y resulta,

$$v = \left\{ \frac{(\sum v_i)^2}{\sum z_i^{-1} \sum z_i} \right\}^{1/2} \implies v = \frac{\sum v_i}{\left[\sum z_i^{-1} \sum z_i \right]^{1/2}},$$

por otra parte,

$$D = \frac{\sum z_i \rho_i}{\sum z_i} = \frac{t_i \sum v_i \rho_i}{t_i \sum v_i} = \frac{\sum Z_i}{\sum v_i},$$

entonces, aplicando todo lo anterior se obtiene la ecuación para el cambio de escala de Backus para la impedancia de la forma,

$$Z = VD = \frac{\sum v_i}{\sum v_i} \frac{\sum z_i}{\left(\sum z_i^{-1} \sum z_i\right)^{1/2}} \implies$$
$$\implies Z = \left(\frac{\sum z_i}{\sum z_i^{-1}}\right)^{1/2}$$