



## ENSEÑANZA INTEGRADA DEL CALCULO Y LA FISICA EN LA CARRERA DE INGENIERIA DE LA UCV

Yolanda Serres<sup>1</sup> y Pedro Garcia<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> Dpto. Educación para Ingeniería. Facultad de Ingeniería. Universidad Central de Venezuela.

<sup>2</sup> Laboratorio de Sistemas Complejos, Departamento de Física Aplicada, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela.

[\\*pedro@fisica.ciens.ucv.ve](mailto:*pedro@fisica.ciens.ucv.ve)

### RESUMEN

El objetivo de este trabajo es proponer un diseño instruccional que integre la enseñanza de los cursos de Cálculo I y de Física I, los cuales son asignaturas obligatorias del primer semestre en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela (FIUCV). Las motivaciones de la propuesta son epistemológicas, curriculares y didácticas. La propuesta está estructurada en tres etapas: 1) Revisión curricular de ambas asignaturas y establecimientos de las relaciones entre ambas. 2) Diseño instruccional integrando ambas asignaturas, con especial atención a las aplicaciones. 3) Ejecución y evaluación del diseño instruccional integrado

*Palabras Clave: análisis curricular, diseño instruccional, enseñanza del cálculo, enseñanza de la física, aplicaciones.*

### ABSTRACT

The aim of this paper is to propose an instructional design that integrates the teaching of the courses Calculus I and Physics I, which are required subjects in the first semester in the Faculty of Engineering of the Universidad Central de Venezuela (FIUCV). The motivation of the proposal are epistemological, curriculum and teaching. The proposal is structured in three stages: 1) Curriculum revision of both subjects and local relations between them. 2) Instructional Design integrating both subjects, with special attention to applications. 3) Implementation and evaluation of instructional design integrated.

*Keywords: curriculum analysis, instructional design, teaching of calculus, physics education, applications.*

## INTRODUCCIÓN

La creación y el desarrollo inicial del cálculo es usualmente atribuido a Isaac Newton y Gottfried Leibniz. De manera casi simultánea e independiente estos dos científicos echaron las bases sobre las que se sustenta el cálculo diferencial moderno. Sin embargo, estos primeros conceptos fueron desarrollados a partir de ideas bastante diferentes: mientras que Newton consideraba las variables cambiando con el tiempo, Leibniz pensaba las variables como secuencias de valores infinitamente próximos. Este último introdujo las cantidades  $dx$  y  $dy$  como las diferencias entre los valores sucesivos de estas secuencias y a pesar de que sabía que  $dy/dx$  era la tangente, no lo usó como propiedad definitoria. A diferencia de Leibniz, Newton utiliza cantidades  $x$  e  $y$ , como velocidades finitas, para calcular la tangente. Ambas estrategias resultaron exitosas, tanto en la mecánica desarrollada por Newton, como en el cálculo diferencial desarrollado a partir de las ideas de ambos.

A pesar de este origen y desarrollo común, según Cui, Sanjay y Bennett (2006) los estudiantes afirman que aunque la mayor parte de las clases de cálculo proveen destrezas y conocimientos adecuados y requeridos para física, la resolución de problemas de cálculo no ayuda a resolver problemas de física semejantes. Las dificultades para establecer soluciones a problemas de física basados en cálculo incluyen:

1. Decidir apropiadamente la variable y los límites de integración.
2. Falta de claridad en los criterios que determinan que cálculo es aplicable a un problema de física dado.
3. La tendencia a sobresimplificar las relaciones algebraicas para evitar usar cálculo por falta de comprensión.
4. De manera que un esquema integrado de enseñanza de cálculo y física puede usar ejemplos comunes a las asignaturas junto con una reorganización adecuada del orden cronológico de dictado de los contenidos, podría ser de utilidad en el proceso de transferencia de conocimientos entre ambas asignaturas.

En el caso de Cálculo I, esta reorganización puede ser justificada con el trabajo de Schroder (2006), donde se muestra como un curso de cálculo puede ser organizado con éxito de acuerdo a las necesidades particulares de una carrera.

### Objetivo general

Proponer un diseño instruccional coordinado entre un curso de Cálculo I y un curso de Física I, con las siguientes características:

1. **Objetivos** coordinados explícitamente y basado en aplicaciones.
2. Conexión entre **contenidos** (atención a la notación y a las aplicaciones).
3. Discusión de **estrategias de enseñanza y de aprendizaje** que promuevan la transferencia.
4. **Evaluación** cónsona con los objetivos.

**SECRETARÍA DE LAS JORNADAS.** Coordinación de Investigación .Edif. Física Aplicada. Piso 2. Facultad de Ingeniería. Universidad Central de Venezuela. Ciudad Universitaria de Caracas. 1053

Tel.: +58 212-605 1644 / 1645. Telfax: +58 212 - 6628927

Correo electrónico: [jifi.eai.2012.ucv@gmail.com](mailto:jifi.eai.2012.ucv@gmail.com) <http://www.ing.ucv.ve>



## Objetivos específicos

1. Revisar los programas vigentes de ambas asignatura para establecer relaciones.
2. Revisar libros de textos y las guías de apoyo utilizadas actualmente para establecer relaciones.
3. Establecer coordinadamente la notación común.
4. Discutir las aplicaciones entre los docentes para decidir las más pertinentes y que muestren la relación entre ambas disciplinas.
5. Discutir las estrategias de enseñanza y aprendizaje que promuevan la transferencia.
6. Realizar y evaluar una prueba piloto durante un semestre en una sección.
7. Ajustar la propuesta y extenderla paulatinamente.

## METODOLOGÍA

### La matemática en el contexto de la ingeniería

Camarena y Escalante desde el 2005 plantean una teoría llamada “matemática en contexto” que se fundamenta en el hecho de que la matemática en carreras como ingeniería es una herramienta y no un fin en si misma. Basada en este fundamento y en los elementos claves del hecho educativo a saber: conocimientos, estudiantes y docentes; y en sus interacciones plantea cinco fases de estudio: 1.- La fase curricular. 2.- La fase cognitiva. 3.- La fase didáctica. 4.- La fase epistemológica. 5.- La fase de formación de docentes

En la **fase curricular** está planteada una metodología de trabajo particular, denominada metodología de Diseño de Programas de estudio de las Ciencias básicas en Ingeniería (DIPCING), para diseñar programas de estudio de matemática en carreras de ingeniería (Camarena, 2005). Esta metodología analiza los currícula de las carreras a lo interno, vinculando la matemática con otras asignaturas de las ciencias básicas (como física y química); la matemática y las ciencias básicas de la ingeniería, así como entre la matemática y las especialidades de la ingeniería. Para efectos de este trabajo se analiza la relación de la matemática particularmente con la física, y el análisis interno del currículo considera los programas de las asignaturas, los libros de textos utilizados en el dictado de las mismas y otros materiales instruccionales como guías, las evaluaciones y las estrategias de aprendizaje y enseñanza utilizadas por estudiantes y docentes respectivamente.

Como en la mayoría de las carreras de ingeniería, en la Facultad de Ingeniería de la UCV los cursos de física general están basados en cálculo, según los textos que recomienda el programa de la asignatura; a pesar de esto el programa de Cálculo I dedica las primeras seis semanas a la revisión de tópicos de precálculo.

En la **fase cognitiva** nos planteamos analizar las estrategias de aprendizaje que poseen las y los estudiantes para abordar el estudio de la matemática. El desarrollo del pensamiento matemático, la construcción de la base conceptual y la transferencia entre las distintas representaciones de un objeto matemático, son los puntos claves a evaluar en esta fase. Este análisis nos permitirá orientar la didáctica hacia las necesidades cognitivas propias de los estudiantes que atendemos.

En la **fase didáctica** la matemática en contexto vincula la matemática con otras áreas del conocimiento (la física en este trabajo) para determinar cómo utilizan la matemática en los problemas de su propio contexto y contempla seis etapas: 1.- Planteamiento del problema. 2.- Determinación de variables y constantes del problema. 3.- Identificación de los conceptos matemáticos necesarios para resolver el problema. 4.- Determinación del modelo matemático. 5.- Solución matemática del problema. 6.- Contextualización de la solución en la física. Las cuales se corresponden con una didáctica centrada en el proceso de modelación matemática, y que incluye el proceso de solución de problemas, yendo más allá de este enfoque en el sentido que trabaja con problemas reales.

La **fase epistemológica** ha puesto a la luz cómo gran parte de la matemática que se incluye en los cursos de carreras de ingeniería nace en el contexto de problemas específicos de la misma profesión, para el caso de este trabajo, de la misma física, y a través del tiempo pierden ese contexto para abstraerse en la propia matemática que se lleva a las aulas de clase sin sentido para los estudiantes (Camarena, Escalante; 2005).

En la **fase de formación de docentes** se busca que a través de la formación permanente el profesorado (docentes y preparadores en este caso) tenga la oportunidad de reflexionar, discutir y aportar sus propios puntos de vista para construir una educación matemática en contexto, en carreras específicas de ingeniería.

Para efectos de esta investigación, se trabajará en el siguiente orden:

**Etapa I:** fase epistemológica y fase curricular, donde se explicará las aplicaciones de la física directamente relacionadas con los contenidos que se abordan en Cálculo I, y se analizará los currícula de ambas asignaturas.

**Etapa II:** fase didáctica, de manera de diseñar la instrucción centrada en las relaciones entre ambas asignaturas, prestando especial atención a las aplicaciones, la notación y el lenguaje común, y la sincronización de ambas asignaturas.

**Etapa III:** la fase cognitiva, una vez que se ejecute el diseño instruccional habrá oportunidad para analizar cómo aprenden los estudiantes con esta nueva propuesta integrada.

Por último, la fase de formación de docentes podrá ejecutarse una vez que se haya evaluado la ejecución del diseño instruccional.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Revisión de programas

En cuanto a los objetivos generales, los programas de las asignaturas Cálculo I y Física I se relacionan en: en el programa de Cálculo I uno de los objetivos declarados es: *“Analizar y resolver algunos problemas sencillos, típicos de aplicaciones en la ingeniería, mediante su modelación con funciones reales de variable real, tales como movimiento de partículas, velocidad y/o aceleración instantánea, tasas de cambios relacionados, vaciado de tanques, optimización de procesos, etc.”* Lo cual presenta una relación directa con temas de física. En el programa de Física I, se declara como una habilidad a desarrollar: *“Capacitar al estudiante en la realización de cálculos y resolución de problemas relacionados con las cantidades físicas que describen movimiento de los cuerpos o las propiedades físicas de los mismos.”* Donde se evidencia la necesidad del cálculo para lograr el desarrollo de tal habilidad, específicamente de los conceptos de límite, derivada e integración, para definir la velocidad instantánea, la aceleración y el trabajo respectivamente.

En cuanto a los contenidos, a continuación se presenta el cronograma de trabajo de ambas asignaturas, semestre 3-2011, organizado por tema a tratar cada semana y por bloque de contenido, ver figura 1.

Sem	BLOQUES	CÁLCULO	FÍSICA	BLOQUES
1	PRECÁLCULO ARITMÉTICA. ÁLGEBRA. GEOMETRÍA	Números Reales y Geometría analítica. Inecuaciones	Mediciones. vectores	Conocimientos básicos
2		Plano cartesiano. Recta	Movimiento rectilíneo uniforme	CINEMÁTICA
3		Rectas. Lugares geométricos. Elipses.	Cinemática bidimensional. Movimiento parabólico	
4		Hipérbola. Parábola	<b>Repaso</b>	
5		<b>Repaso</b>	Movimiento circular y movimiento relativo	
6	FUNCIONES	Funciones reales de variable real	Fuerza. Masa. Leyes de Newton	DINÁMICA
7		Funciones exponenciales, logarítmicas, trigonométricas	Aplicaciones Leyes de Newton	
8		Tipos y operaciones funciones	Dinámica en sistemas referenciales acelerados	
9		<b>Repaso</b>	Trabajo. Fuerzas. Energía cinética y potencial	ENERGÍA
10	CÁLCULO	Límite y continuidad	Teorema trabajo y energía. Conservación.	
11		Derivadas	Movimiento lineal. Impulso de una fuerza.	DINÁMICA
12		<b>Repaso</b>	Choques	
13	APLICACIONES	Aplicaciones de la derivada	<b>Repaso</b>	
14		Aplicaciones físicas de la derivada	Rotación	
15				
16		<b>Repaso</b>	Torque. Movimiento de rodamiento cuerpo rígido.	

Figura 1. Cronograma de Cálculo I y Física I, tema a tratar por semana y bloques de contenido.

Como se puede apreciar en la Figura 1, en el curso de Cálculo I se dedica ocho semanas a temas de precálculo, sólo dos semanas a los temas centrales de la asignatura como tal: límite y derivada, y dos semanas más a las aplicaciones (el tiempo dedicado a las aplicaciones es dudoso según las opinión de varios docentes de la asignatura, los comentarios tienden a la idea de que no hay tiempo para hacer aplicaciones). De esta forma los principales objetivos que cumple la asignatura de Cálculo I son: .- Reconocer y manipular algebraicamente funciones reales elementales; y .- Desarrollar habilidades para el estudio de funciones reales de variable real. Lo cual lo convierte en un curso de Precálculo y no de Cálculo I.

En cuanto al curso de Física I, el programa dedica 5 semanas a cinemática de la partícula que incluye una semana al repaso de vectores y una introducción a las mediciones, 3 semanas al estudio de la dinámica de una partícula, 3 semanas a las leyes de conservación de la energía y la cantidad de movimiento, 2 semanas a la cinemática y dinámica de rotación de cuerpos rígidos. La distribución de estos contenidos en ningún caso coincide con el estudio de temas afines en el curso de cálculo. Sumado a esto hay un tema al final del programa (Oscilaciones) que no ha sido dictado durante mucho tiempo, según lo afirman muchos de los profesores de la cátedra.

Física I	Cálculo I
<b>Descripción del movimiento:</b> Desplazamiento y aceleración, velocidad promedio e instantánea, aceleración.	<b>Vectores, funciones y límites:</b> sistemas de coordenadas, componentes de vectores, producto escalar, funciones e introducción a los límites.
<b>Movimiento en una dimensión:</b> Diagramas de movimiento, movimiento con aceleración constante.	<b>Derivada y ajuste de curvas:</b> Reglas de diferenciación simples, líneas tangentes, modelos y ajustes de curvas.
<b>Movimiento en dos dimensiones:</b> Movimiento en un plano, aceleración radial y tangencial, movimiento circular, movimiento de proyectiles.	<b>Derivada y curvas paramétricas:</b> Derivadas y forma de una curva, valores máximos y mínimos de una función, curvas paramétricas.
<b>Leyes de movimiento:</b> el concepto de fuerza, marcos de referencia inerciales, leyes de Newton, diagramas de cuerpo libre.	<b>Límites y continuidad:</b> límite, continuidad y límites infinitos, uso de la definición de derivada.
<b>Aplicaciones de las Leyes de Newton:</b> movimiento circular uniforme y no uniforme, fricción, fuerzas fundamentales, modelos numéricos.	<b>Derivada:</b> funciones exponenciales, reglas de derivación, derivación de productos y cocientes de funciones, regla de la cadena.
<b>Trabajo y energía:</b> Trabajo hecho por fuerzas constantes y	<b>Función primitiva:</b> Función primitiva, integración simple, ratas

variables, energía cinética, fuerzas conservativas y no conservativas, conservación de energía.	de cambio, conservación de energía.
<b>Cantidad de movimiento:</b> Conservación de la cantidad de movimiento, impulso, choques elásticos e inelásticos, centro de masa.	<b>Teorema del valor medio:</b> Teorema del valor medio, optimización, método de Newton.
<b>Movimiento rotacional:</b> Cinemática rotacional, torque, momento angular, movimiento de sólidos rígidos.	<b>Funciones trigonométricas:</b> Producto vectorial, funciones trigonométricas y coordenadas polares, derivada de funciones trigonométricas, regla de Hospital.

El programa de cálculo tiene esencialmente el contenido de Cálculo I del programa original, reordenado de manera ligeramente diferente más el tópico referente a la función primitiva, necesario para desarrollar el tópico de Trabajo y energía en el programa de Física I.

Se ha intentado con esta propuesta que el desarrollo del curso de Física I se sincronice con el desarrollo del curso de Cálculo I, de manera que las herramientas necesarias para representar los conceptos en Física I sean tratadas al mismo tiempo en Cálculo I.

Hay que señalar, que un aspecto vital de esta propuesta es el que se refiere a la notación y al diseño de los ejemplos que se usarán para ilustrar cada uno de los conceptos, ya que para que se refuercen mutuamente ambos cursos es necesario desarrollar un lenguaje, al menos parecido, en ambos.

Como un resultado preliminar se tienen los programas presentados anteriormente más una sugerencia, que aparece naturalmente en este planteamiento, que se refiere al diseño de un curso de precálculo, aparte, para atender las necesidades de aprendizaje de estos temas por parte de los estudiantes de nuevo ingreso (en la Facultad existe un Curso Introdutorio que tiene un curso de Matemática, donde se estudia precálculo; pero este curso no lo hacen todos los estudiantes inscritos en Cálculo I).

## CONCLUSIONES

En este trabajo se desarrolla la primera fase del desarrollo de un diseño instruccional que integra los cursos de Cálculo I y Física I. El diseño expone la necesidad de la implementación de un curso introductorio que abarque los tópicos que han sido eliminados del curso actual y que son necesarios tanto para el curso de Cálculo I como para el de Física I.

La propuesta de los programas es hecha a partir de los objetivos de Física I y supeditando a ellos los objetivos del Curso de Cálculo I, sin embargo, consideramos necesaria una posterior revisión de este aspecto.



25 al 28 de noviembre 2014 <http://jifi-eai.ing.ucv.ve>

La evolución de este trabajo debe pasar primero por una discusión de los objetivos actuales del curso de Física I y de los programas propuestos además de una revisión de la bibliografía disponible, para luego encarar el problema del diseño de los ejemplos antes de la implementación de cursos piloto.

Esta investigación se lleva a cabo con apoyo financiero del CDCH UCV a través del Proyecto de Grupo código PG 08-8823-2013/1

## REFERENCIAS

- [1] Camarena P., Escalante H. (2005). “La Matemática en el Contexto de las Ciencias”, II encuentro Participación de la Mujer en la Ciencia, México. Disponible en: [http://www.cio.mx/2\\_enc\\_mujer/Extenso/Posters/S1-EN02.doc](http://www.cio.mx/2_enc_mujer/Extenso/Posters/S1-EN02.doc)
- [2] Camarena, P. (Nov. 13, 2007). “La metodología DIPCING como campo de conocimiento innovador”, memorias del 2do congreso internacional de innovación educativa. Zacatenco, México. Disponible en: [http://www.cecyt14.ipn.mx/Memorias%20CIIE/documents/c/c13/c13\\_24.pdf](http://www.cecyt14.ipn.mx/Memorias%20CIIE/documents/c/c13/c13_24.pdf)
- [3] Cui, L., Sanjay, N., Bennett, A. (2005). College students’ transfer from Calculus to Physics. Proceedings of the Physics Education Research Conference. 37-40. Disponible en: <http://web.phys.ksu.edu/papers/2005/Cui-PERC2005.pdf> . Consultado el 2 de noviembre de 2011.
- [4] Pendergrass, N. et al. (2001). Improving First-Year Engineering Education. *Journal of Engineering Education*. Volume 90(1). 33-41. Disponible en: <http://www.jee.org/2001/january/348.pdf>. Consultado el 2 de noviembre de 2011.
- [5] UCV. Facultad de Ingeniería Ciclo Básico. Departamento de Física Aplicada. (2011). Programa de la asignatura Física I. Disponible en: [www.ing.ucv.ve](http://www.ing.ucv.ve), consultado el 29 de septiembre de 2014.
- [6] UCV. Facultad de Ingeniería Ciclo Básico. Departamento de Matemática Aplicada. (2011). Programa de la asignatura Cálculo I. Disponible en: [www.ing.ucv.ve](http://www.ing.ucv.ve), consultado el 28 de septiembre de 2014.