

***AVANCES EN SIMULACIÓN COMPUTACIONAL  
Y MODELADO NUMÉRICO***



MEMORIAS DEL XI CONGRESO INTERNACIONAL DE  
MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS  
**CIMENICS'2012**  
ISLA DE MARGARITA, VENEZUELA, 26 al 28 de marzo de 2012

# AVANCES EN SIMULACIÓN COMPUTACIONAL Y MODELADO NUMÉRICO

*Editores*

**E. DÁVILA, G. UZCÁTEGUI, M. CERROLAZA**  
*Instituto Nacional de Bioingeniería*  
*Universidad Central de Venezuela*



**SOCIEDAD VENEZOLANA DE  
MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA**  
*Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela*

# AVANCES EN SIMULACIÓN COMPUTACIONAL Y MODELADO NUMÉRICO

Primera edición: marzo de 2012

© 2012 **SVMNI**

© 2012 **Los Editores**

Diseño de la portada: Vanessa Duarte/Liseth Valencia  
Instituto Nacional de Bioingeniería  
Universidad Central de Venezuela

Solicitud de ejemplares a: Sociedad Venezolana de Métodos Numéricos en Ingeniería  
Universidad Central de Venezuela  
Caracas, Venezuela  
☎: +58 (0)212 285.2827 / 285.9608 / 286.8094 / 286.4534

Impresión: Miguel Ángel García, Caracas, Venezuela

La figura en la portada del libro es cortesía de R. Torrealba, L. Zambrano y G. Messingher, y corresponde a optimización del chasis de una exoprótesis de rodilla utilizando la interacción directa entre programas de diseño en 3D y análisis de esfuerzos por el MEF.

Nada de este libro puede ser reproducido, almacenado en un sistema de información mecánico o electrónico, fotocopiado, grabado ó transmitido sin la autorización escrita de la **SVMNI** o de los editores.

**ISBN:** 978-980-7161-03-9

*Avances en simulación computacional  
y modelado numérico*

## PREFACIO

Una vez más hemos podido realizar otro congreso *CIMENICS*. En esta oportunidad, se celebró organizado por la Universidad Central de Venezuela, bajo el auspicio de la Sociedad Venezolana de Métodos en Ingeniería. Arribamos a la onceava edición, es decir, más de 20 años de continua labor, alimentada por el esfuerzo y entusiasmo de un gran número de personas que creen en esta actividad académica y científica.

Las anteriores ediciones de *CIMENICS* han tenido amplia repercusión en el escenario científico nacional e internacional. Muchos investigadores venezolanos, latinoamericanos y de otros países han acudido a la cita. A modo de recuento histórico, se puede decir que el primer congreso se celebró en Caracas en el año 1993, llamándose *Seminario de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas*. A partir de allí, el crecimiento de *CIMENICS* ha sido sostenido e imparable. De una reunión a la que concurrieron unos 40 investigadores hemos pasado a un evento internacional al que asiste un promedio de 150 investigadores de toda la geografía nacional e internacional. El II Congreso se celebró en la ciudad de Maracaibo, en el año 1994. A partir de esa fecha, se acordó realizar el congreso con una frecuencia bienal. Se organizaron, de forma periódica, subsiguientes eventos en las ciudades de Mérida (1996), Puerto Ordaz (1998), Puerto La Cruz (2000), Caracas (2002), San Cristóbal (2004), Porlamar (2006) y Porlamar (2008). En el año 2010, la décima edición del congreso vuelve a la ciudad de Mérida, mientras que esta onceava edición la realizamos de nuevo en Porlamar, en marzo de 2012. Se recibieron alrededor de 220 trabajos, enviados por investigadores nacionales y de cerca de 20 países.

Los autores contribuyeron con investigaciones teóricas y prácticas, las cuales abarcaron muchas áreas del quehacer de los métodos numéricos, pudiéndose mencionar: Modelos Matemáticos, Mecánica de Fluidos, Mecánica de Sólidos y de Materiales, Técnicas Computacionales y Gráficas, Geomecánica y Geología, Electrónica y Control, Bioingeniería y Sistemas Biológicos, Procesamiento de Señales, Procesamiento de Imágenes, entre otras no menos interesantes. Estamos en deuda con los autores por sus excelentes aportes y, sobre todo, por haber creído en *CIMENICS* como un foro científico de calidad y por haber contribuido a su consolidación y crecimiento como un evento de impacto nacional e internacional.

Igualmente queremos hacer llegar el reconocimiento y agradecimiento del Comité Organizador a todos los revisores y al Comité Científico, quienes contribuyeron a mantener el nivel de excelencia del congreso. También, extendemos el agradecimiento a los autores y participantes en el evento, quienes asistieron de manera entusiasta a exponer sus trabajos y a discutir con sus pares los resultados de sus investigaciones.

No queremos cerrar este prefacio sin agradecer a todas aquellas personas que, de forma desinteresada, contribuyeron con su esfuerzo y dedicación al éxito del congreso, pasando por la organización, la celebración del evento y la edición de las memorias. También, es necesario mencionar que los editores declinan asumir cualquier responsabilidad sobre las opiniones y conceptos emitidos por los autores en sus respectivos trabajos.

*Los Editores*  
Isla de Margarita, marzo de 2012

## ORGANIZADORES

**Y. González**

**M. Cerrolaza**

Instituto Nacional de Bioingeniería

Universidad Central de Venezuela, Caracas, Venezuela

☎: +58 (0)212 285.2827 / 285.9608 / 286.8094 / 286.4534

Email: {yomar.gonzalez|miguel.cerrolaza}@inabio.edu.ve

## COMITÉ ORGANIZADOR LOCAL

**E. Dávila** (Presidenta)

**G. Uzcátegui, J. Del Río, J. Vivas, E. Salinas**

Universidad Central de Venezuela

## COMITÉ CIENTÍFICO

M. Aliabadi, *Queen Mary College, UK*

G. Larrazábal, *Texas University, USA*

P. Delage, *Ecole Nationale des Ponts et Chaussees, Francia*

J. Rincón, *Universidad del Zulia, Venezuela*

E. Alarcón, *Universidad Politécnica de Madrid, España*

R. Callarotti, *Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas, Venezuela*

E. Fancello, *Universidad Federal de Santa Catarina, Brasil*

R. Chacón, *Universidad de Los Andes, Venezuela*

M.C. Rivara, *Universidad de Chile, Chile*

A. Maure, *Universidad Nacional del Cuyo, Argentina*

S. Buitrago, *Universidad Católica Andrés Bello, Venezuela*

E. Rank, *Technical University of Munich, Alemania*

V. Griffiths, *Colorado School of Mines, USA*

M. Doblaré, *Universidad de Zaragoza, España*

C. Müller-Karger, *Universidad Simón Bolívar, Venezuela*

J. Sulem, *Ecole Nationale des Ponts et Chaussees, Francia*

E. Divo, *University of Central Florida, USA*

G. Buscaglia, *Universidad de Sao Paulo, Brasil*

A. Larretguy, *Universidad Argentina de la Empresa, Argentina*

M. Martínez, *Universidad Central de Venezuela, Venezuela*

A. Salvadori, *Universidad de Brescia, Italia*

## PATROCINADORES

Universidad Central de Venezuela, UCV

Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico, CDCH-UCV

FONACIT

ÍNDICE	pág.
<b>CONFERENCIAS INVITADAS (CI)</b>	
Biomechanical imaging, tissue microstructure and pathology <i>A. Oberai</i>	1
On a purely numerical approach to model turbulence in incompressible flows <i>R. Codina</i>	7
Reliability based design of shallow foundations subjected to combined loading with application to wind turbine foundations <i>J. Ben-Hassine, D.V. Griffiths</i>	17
Multi-scale computational analysis of left ventricular assist device surgical implantation adjustment to minimize stroke risk <i>A. Osorio, R. Osorio, A. Ceballos, R. Tran, W. Clark, A. Kassab, E. Divo, I. Argueta, W. De Campi</i>	25
The critical size of micro and nano-structures against the most dangerous defect <i>A. Salvadori</i>	37
<b>MECÁNICA DE SÓLIDOS Y DE MATERIALES (MSM)</b>	
Usos de los métodos de "IKP" y "E <sub>2</sub> function" para evaluar la estabilidad térmica y posibles mecanismos de degradación de nano-compuestos PEAD-HA <i>C. Albano, M. Covis, K. Romero, V. Hermán, A. Karam, G. González</i>	1
Cordón de soldadura mediante el proceso de fricción agitación en aluminio AA 1100-0 <i>R. Valdivé, S. Blanco</i>	7
Relación entre el daño y la razón de rigidez $\alpha$ para edificios de concreto armado de mediana altura <i>R. Torres, J. González, A. López</i>	13
Análisis de falla de un eje de piñón cónico de maquinaria agrícola usando la metodología de elementos finitos <i>R. Chacón, M. Díaz, D. Fuenmayor, F. Bongiorno, L. Andueza</i>	19
Estudio numérico de estructuras tubulares fabricadas con láminas de metal expandido sometidas a impacto axial <i>E. Saavedra, C. Graciano, G. Martínez</i>	25
Estudio mecánico comparativo de la zirconia como biomaterial en aplicaciones odontológicas mediante el uso de herramientas computacionales <i>E. Dávila, G. Uzcátegui, M. Cerrolaza</i>	31
Diseño de una herramienta para el análisis de tuberías sometidas a vibración forzada por flujo interno de fluido (Parte I) <i>F. León, R. Santos, C. Ramírez, M. Velazco</i>	37
Efecto de la interacción suelo-tubería de un gasoducto submarino en el modo de pandeo <i>P. Teixeira, M. González, N. Lorenzo</i>	43
Estudio numérico-experimental de la pretensión en estructuras de membrana <i>J. León, C. Graciano, C. Hernández, J. Romero</i>	49
Estudio de deformaciones transversales sobre la estructura de una compuerta radial <i>A. Noguera, C. Graciano</i>	55

## **MECÁNICA DE FLUIDOS (MF)**

Modelación numérica 2D en flujo estable para una turbina Gorlov <i>G. Marturet, C. Torres</i>	1
Modelación numérica del desempeño de un colector perforado para la remoción de sedimentos en el canal de aducción a la microcentral hidroeléctrica de Arautamerú–Venezuela <i>P. Castillo, M. Toscano</i>	7
Estudio de las posibles condiciones de frontera en un modelo de flujo para la detección de fugas en tuberías <i>M. Guillén, J. Dulhoste, R. Santos, G. Besançon</i>	13
Estudio del ángulo de entrada de un medidor de flujo tipo cono <i>J. Montenegro, J. Dulhoste, M. Guillén, R. Santos</i>	19
Assessment study of the RNG turbulence model for steady state swirling flow analysis in a draft tube <i>S. Galván, L. Ibarra, G. Solorio, M. Cervantes</i>	25
Modelado del sistema cardiovascular <i>B. Sánchez, R. Rojas</i>	31
Estudio de modelos de turbulencia para el análisis de un perfil aerodinámico NACA 0015 <i>G. Montaña, J. Rueda, F. González</i>	37
Estimación numérica de la caída de presión para flujo con deslizamiento en microcanales con obstrucciones <i>A. Blanco, M. Campello, A. Ferreira, J. García, B. Onsaló</i>	43
Olas y corrientes en el Puerto de Ensenada, Baja California, México <i>C. Torres, A. Martínez, O. Delgado</i>	49
Modelos de válvulas cardíacas de parámetros concentrados en el modelado del sistema cardiovascular <i>J. Del Río, M. Cerrolaza, P. Blanco,</i>	55
Simulación computacional de la hidrodinámica en la Bahía de El Tablazo del sistema hidráulico Lago de Maracaibo <i>C. Araujo, J. Rincón, J. Flores</i>	61
Coupled evolution of damage and fluid flow in brittle rock: a BEM formulation <i>E. Lima, W.S.Venturini, A. Benallal</i>	67

## **GEOMECAÁNICA Y GEOLOGÍA (GG)**

Strain localization analysis of cemented sands by Distinct Element Method <i>J. Mingjing, Z. Fuguang, S. Yugang, L. Fang</i>	1
Análisis de la dispersión de ondas superficiales en el subsuelo del área metropolitana de Mérida <i>N. Valera, I. Linares, M. Cerrada, J. Choy</i>	9
Análisis numérico de la orogénesis del Himalaya <i>J. Gutiérrez, M. Elberg</i>	15
Determinación de la orientación de los esfuerzos principales de la falla de Valera. Estado Trujillo- Venezuela <i>F. Bongiorno, N. Belandria, Y. González, M. Quintero, R. Chacón</i>	21
Simulation of pit excavation with varying wall stiffness by the Discrete Element Method <i>J. Mingjing, S. Zhifu, L. Fang, Z. Min</i>	27



Modelo numérico de la meseta de Mérida utilizando el método de los elementos espectrales	35
<i>G. Sosa, S. Klarica, D. Komatitsch, R. Martin</i>	
Análisis numérico de la interacción presa-talud del Complejo Hidroeléctrico José Antonio Páez	41
<i>M. Elberg, N. Ogaya</i>	
Estudio geomecánico del eoceno del Alto de Ceuta y área 2 Norte Bloque VII del Lago de Maracaibo – Venezuela	47
<i>A. Peña, M. Peñuela, N. Belandria, F. Bongiorno, C. Lobo</i>	
Redes neuronales artificiales aplicadas a la estimación del comportamiento de la falla de Boconó	53
<i>M. Elberg, F. Rivas, W. Andrade, J. Aguilar</i>	
<b>TÉCNICAS COMPUTACIONALES Y GRÁFICAS (TCG)</b>	
Estrategia metodológica para la multiplicación matriz dispersa – vector, mediante el lenguaje de programación paralela ZPL	1
<i>E. Vargas, E. Flores, D. Rey</i>	
OLUM: An approach to optimizations links utilization in MPLS networks	7
<i>M. Huerta, R. Clotet, R. González, R. García, R. Alvizu, L. Rodríguez, F. Lara, X. Heselbach</i>	
Búsqueda de modelos para el reconocimiento de patrones de uso de un sitio web a través de la minería de datos	13
<i>H. Fortoul, E. Darghan, G. Colmenares, M. Molina</i>	
A method for the estimation of stenosis measurements on CT angiography	19
<i>W. Hernández, S. Grimm, O. Rodríguez, R. Surós</i>	
Sistema basado en el reconocimiento de caracteres en fotografías de placas de vehículos venezolanos	25
<i>L. Méndez, M. Valero, J. Mantilla, J. Clemente</i>	
A low-cost data glove for virtual reality	31
<i>P. Temoche, E. Ramírez, O. Rodríguez</i>	
Point-based deformable body simulation through GPGPU	37
<i>M. Santos, V. Teichrieb, J. Andrade</i>	
<b>MODELOS MATEMÁTICOS (MM)</b>	
Aplicación de técnicas <i>wavelets</i> en los sistemas de ecuaciones lineales resultantes de la aproximación numérica de solución de ecuaciones diferenciales usando discretizaciones miméticas	1
<i>E. Flores, E. Vargas, D. Rey</i>	
Una técnica de aceleración en la convergencia de la función de Green para estructuras radiantes periódicas bidimensionales basado en una combinación de desdoblamiento de Ewald y la transformación de Shank	7
<i>F. Martínez, L. Fernández, F. Brito</i>	
Cálculo de matrices de conductividad de elementos finitos en problemas de transferencia de calor por conducción	13
<i>H. Godoy, I. Lozada, J. Osorio</i>	

Selección de funciones de aproximación en el método de elementos de contorno y reciprocidad dual para poroelasticidad lineal	19
<i>Y. González, F. Nieto</i>	
Caos polinomial utilizando polinomios de Legendre aplicado a ecuaciones diferenciales aleatorias	25
<i>J. Cayama, G. González, I. Peña</i>	
Numerical study of vortex-induced vibration in slender structures	31
<i>B. Bossio, A. Blanco, E. Casanova</i>	
Algebraic multigrid solver: an <i>out-of-core</i> approach	37
<i>J. Castellanos, G. Larrazábal</i>	
An explicit mimetic method for transient beam equations	43
<i>F. Solano, J. Guevara, O. Rojas</i>	
Solución numérica de las ecuaciones de Stokes en 2D	49
<i>J. Orozco, C. Cadenas</i>	
Uso de métodos tipo gradiente espectral proyectado para generar mallas 2D de cuadriláteros alineadas a fronteras internas complejas de yacimientos petrolíferos	55
<i>J. Valido, O. Jiménez, S. Buitrago</i>	
El método de gradiente conjugado proyectado preconditionado (PPGC) en optimización con restricciones	61
<i>L. Valera, M. Argáez, B. Molina</i>	
Solução da equação transiente de transporte advectivo usando SUPG/SD e GLS/ST	67
<i>N. Lopes, P. Laerte, R. Sanabria.</i>	
Integración simbólica para elementos lineales isoparamétricos en elementos de contorno aplicado a conducción de calor	73
<i>F. Nieto, Y. González</i>	
A nonstandard finite difference scheme for an epidemic model of fractional order	79
<i>G. González, M. Díaz, V. Comezaquirá</i>	
Integración semi-analítica de la matriz de rigidez para un elemento finito lagrangiano cuadrilátero de nueve nodos usando matemática simbólica	85
<i>L. Valencia, J. Osorio</i>	
Distribución de círculos sobre una cíclice	91
<i>F. Tovar, J. Otero</i>	
Primitives intersection with conformal 5D geometry	97
<i>E. Roa, V. Theoktisto</i>	
 <b>PROCESAMIENTO DE SEÑALES (PS)</b>	
Implementación de una arquitectura basada en regresiones de mediana ponderada (RMP) para la reconstrucción de señales poco densas usando computación reconfigurable	1
<i>R. Celaya, L. Vega, J. Paredes, J. Ramírez</i>	
Aplicación de la transformada de <i>wavelet</i> y máquinas de vectores de soporte para el diagnóstico de señales de voz	7
<i>C. Jiménez, J. Jiménez, J. Díaz</i>	
Detección de Zonas de Activación en fMRI mediante modelos temporal-espacial que promueven la representación poco densa de la señal BOLD	13
<i>B. Guillén, J. Paredes, R. Medina</i>	
Análisis automático de señales electrocardiográficas usando alineamiento local	19
<i>G. Ceballos, A. Molina</i>	

Síntesis en FPGA de filtros reconfigurables de mediana ponderada de frecuencia selectiva <i>D. García, J. Paredes, J. Ramírez, L. Vega, R. Celaya</i>	25
Sistema de adquisición multicanal y análisis de la señal electrocardiográfica de alta resolución aplicado a pacientes chagásicos <i>N. Dugarte, J. Cuadros, R. Medina, R. Rojas, D. Jugo, T. Núñez</i>	31
Análisis de la eficiencia del algoritmo de reconstrucción de señales basado en la mediana ponderada a través de la regresión de Cox <i>G. Jabbour, J. Paredes</i>	37
 <b><i>ELECTRÓNICA Y CONTROL (EC)</i></b>	
Diseño metodológico para el dimensionamiento electromagnético en grandes hidrogenadores <i>L. Vizcaya, P. Carvajal, F. Navarro, V. Mercado, P. Castellano, J. Toledo, J. Pedroza, J. Ñañez</i>	1
Diseño de la arquitectura de un microprocesador RISC modular de 8 bits <i>Y. Moreno, J. Ramírez, I. Alzuru, C. Fuguet, G. Páez</i>	7
Forward position problem of a 2R1T parallel robot using Gröbner basis <i>M. Díaz, R. Chacón, S. Provenzano, G. González</i>	13
Desarrollo de un sistema SCADA para una columna de destilación benceno-tolueno <i>M. Inciarte</i>	19
Estrategia de control por modo deslizante en cascada <i>M. Coronel, R. Rojas</i>	25
Control de estructura variable por modo deslizante para sistemas multivariables <i>R. Orellana, R. Rojas</i>	31
The optimisation problem in the enhancement of railway vehicles performance using novel suspension systems <i>A. Matamoros, R. Goodall</i>	37
Desarrollo de un controlador para un robot trazador de líneas con visión artificial <i>J. Angulo, J. García, A. Gil</i>	43
Diagnóstico de sistemas a eventos discretos controlados: un enfoque basado en crónicas y análisis modular temporizado <i>O. González, M. Cerrada</i>	49
An encryption model based on the multilayer random neural network <i>J. Aguilar, C. Molina</i>	55
Librería para la utilización de redes neuronales de tipo perceptrón multicapa con listas multinivel en C++ <i>S. Tovar, J. Mantilla, M. Valero, J. Clemente</i>	61
Simulador de tareas para un sistema multi-robots compuesto por manipuladores <i>A. Zambrano, A. Gil, M. García</i>	67
Simulador de sistemas multi-robots utilizando modelos de enjambre para la coordinación de tareas <i>W. Pérez, A. Gil, Y. Collado</i>	73
Respuesta del motor de inducción trifásico ante fluctuaciones de tensión con índices de PST superiores a la unidad <i>C. Cruz, J. Molina</i>	79

Determinación de la confiabilidad o tiempo promedio entre fallas (TPEF) en transformadores de distribución	85
<i>M. Mago, L. Valles, J. Olaya, M. Zequera</i>	
Desarrollo de un sistema de control de nivel empleando visión artificial	93
<i>O. Camacaro, C. Prieto, D. Ramírez</i>	
Sistema de detección y seguimiento de puntos luminosos para la obtención de información de vuelo en vehículos aéreos no tripulados (UAVs)	99
<i>G. Pagano, O. Chang</i>	
Modelo y programa para el análisis energético y exergético del ciclo Brayton	105
<i>C. Villamar, Y. Valera, Rondón, R. Santos</i>	
Solución de cinemática inversa empleando <i>ANFIS Edit</i> de <i>MATLAB</i>	111
<i>C. Prieto, M. Cerrolaza</i>	
Consideraciones en el uso de sensores inalámbricos industriales	117
<i>F. Corso, O. Avilés, D. Amaya</i>	
 <b><i>BIOINGENIERÍA Y SISTEMAS BIOLÓGICOS (BSB)</i></b>	
Optimización del chasis de una exoprótesis inteligente de rodilla utilizando la interacción directa entre programas de diseño 3D y de análisis de esfuerzos por MEF	1
<i>R. Torrealba, L. Zambrano, G. Messingher</i>	
Regulación de glucosa en pacientes con diabetes tipo I mediante el método de lazo de fase bloqueada ( <i>phase- locked loop</i> )	7
<i>O. Pérez, R. Rojas</i>	
Comparación del comportamiento biomecánico de un diseño de implante dental de titanio y zirconia	13
<i>G. Uzcátegui, E. Dávila, M. Cerrolaza</i>	
Desarrollo de una metodología para la generación de modelos representativos de estructuras óseas	19
<i>M. Ortiz, L. Zambrano, G. Martínez, A. Vidal</i>	
Metabolic network reconstruction of <i>Tripanosoma cruzi</i>	25
<i>A. Álvarez, C. Sanz, J. Cabrera</i>	
Herramienta de clasificación aplicada a imágenes de células de Purkinje	31
<i>R. Medina, F. Durán, M. Vera, A. Balza</i>	
Consideraciones para el diseño <i>in silico</i> de una matriz tridimensional para la formación de tejidos	37
<i>J. Vivas, M. Cerrolaza</i>	
Transient stabilization of unstable states with extreme perturbations	43
<i>E. Gutiérrez, J. Cabrera</i>	
Detección de fallas en el juego de infusión de insulina	49
<i>R. Rojas, W. García, B. Bequette</i>	
Brain tumors: a scaling analysis approach	55
<i>F. Torres, M. Martín</i>	
Sistema para el conteo y análisis morfológico de espermatozoides para muestras vacunas	61
<i>J. Arias, J. Clemente, M. Valero, J. Mantilla</i>	
Activity avalanches in Morris-Lecar neuronal networks	67
<i>J. Hoenicka, J. Cabrera</i>	

Cálculo y análisis del número básico de reproducción $R_0$ para modelos matemáticos epidemiológicos mediante computación simbólica	73
<i>M. Bermúdez, G. González</i>	
Survival statistics in an activator-repressor genetic circuit	79
<i>G. Herrera, J. Cabrera</i>	
<b>PROCESAMIENTO DE IMÁGENES (PI)</b>	
Segmentación de los ventrículos cardíacos, en imágenes de tomografía, usando realce por similaridad y crecimiento de regiones	1
<i>M. Vera, R. Medina, A. Bravo, F. Durán</i>	
Realce y visualización de microcalcificaciones en mamografías de mama densa	7
<i>C. Ariza, R. Medina, F. Moreno</i>	
La matriz de co-ocurrencia como herramienta para la detección de la esteatosis hepática en imágenes tomográficas	13
<i>E. Rivas, R. Medina, F. Moreno, J. Ortiz</i>	
<b>VARIOS (VA)</b>	
Minimización de desperdicios en el proceso de aserrado de madera utilizando una aproximación numérica	1
<i>S. Yépez, V. Calderón, P. Ninin, M. Vela</i>	
Diseño e implementación de un algoritmo genético para la generación automática de horarios académicos	7
<i>G. Colmenares, D. Contreras, M. Galvis</i>	
Implementación de un agente conversacional (CBOT) aplicado a la página web de control de estudios UNET	13
<i>M. Molina, C. Colmenares, L. Velandria, H. Fortoul, G. Colmenares</i>	
Modelo de conocimiento para el hallazgo de indicadores de gestión en una unidad académica, utilizando técnicas de descubrimiento en base de datos	19
<i>M. Bernal, R. Timaure</i>	
Categorización automática de documentos mediante el uso de técnicas de aprendizaje no supervisado	25
<i>G. Colmenares, M. Tovar, H. Fortoul, M. Molina</i>	

### **LISTA DE AUTORES**



## BIOMECHANICAL IMAGING, TISSUE MICROSTRUCTURE AND PATHOLOGY

**Assad A Oberai**

*oberaa@rpi.edu*

Mechanical Aerospace and Nuclear Engineering

Scientific Computation Research Center

Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY 12180, USA

**Abstract.** *Certain types of diseases lead to changes in the microstructural organization of tissue. Altered microstructure in turn leads to altered macroscopic tissue properties, which are often easier to infer and quantify than the microstructure itself. Thus the measurement of macroscopic properties offers a window into tissue microstructure and health. In biomechanical imaging (BMI) we aim to utilize this association between macroscopic mechanical properties of tissue and its health by generating images of the mechanical properties and using these to infer tissue microstructure and pathology. Current applications of this technique include detection and diagnosis of breast and prostate cancer, and detection and characterization of liver cirrhosis and atherosclerosis.*

**Keywords:** Biomechanical Imaging, Inverse Problems, Tissue Microstructure, Tumorigenesis.

### 1. INTRODUCTION

It is now well recognized the process of tumorigenesis is accompanied by the reorganization of tissue microstructure. In the case of breast cancer this reorganization involves increased collagen fiber bundle density, decreased tortuosity of these bundles, and in some cases re-arrangement of these bundles along a preferred direction [1]. Remarkably, it has also been demonstrated that these changes provide a positive feedback to tumorigenic processes, such as metastasis. For example, a cell placed in a region of higher collagen density is more likely to display cancer-like characteristics. These observations have lead to the following intriguing possibilities

- (1) It might be possible to detect, diagnose and monitor cancer by monitoring the tissue microstructure, and

- (2) It might be possible to treat cancer by reversing some of the microstructural properties that promote tumorigenesis.

Imaging tissue microstructure in-vivo is a daunting task. There are very few imaging modalities that attempt to do this, and most of these are limited to imaging a few millimeters below the tissue surface. One way to get around this difficulty is to create images of quantities that are closely linked to the microstructure, but are easier to quantify. For example, it is reasonable to expect that increased collagen density would imply increased stiffness. As a result images of the stiffness of tissue may be used to detect regions of higher collagen density, and hence cancerous tumors. This is precisely the role we envisage for biomechanical imaging (BMI), which refers to a collection of techniques that are used to image the mechanical properties of tissue via standard (like ultrasound, or MRI) imaging modalities [2].

In the sections below we first describe BMI and the computational methods that make this technique a reality. Thereafter we describe some of our recent efforts in using BMI to infer tissue microstructure.

## 2. BIOMECHANICAL IMAGING (BMI)

Most approaches to BMI include the following steps:

1. Image the tissue using standard imaging modality such as ultrasound.
2. Deform the tissue, using gentle compression for example.
3. Acquire images in this deformed state.
4. Use the undeformed and deformed images determine the intervening displacement field everywhere in the imaging volume.
5. Using the measured displacement field solve an inverse problem to create images of mechanical properties everywhere in the imaging volume.

The final step above, one of determining the distribution of the mechanical properties from an estimate of the displacement field, involves the solution of an inverse problem. This is an atypical inverse problem though, in that in contrast to most other inverse problems, it uses interior data. Furthermore, the requirements on the solution are also stringent. In particular, in the absence of any noise we would like to achieve a unique solution to this problem. This is because in creating medical images it is not much use to a physician or a patient, if we were to supply one of many possible images. What they require is a definitive answer. Indeed, since some diagnosis or medical treatment is likely to be based on these images, we would like to be sure that they represent the ground truth.

Over the years we have analyzed this class of inverse problems and also designed efficient numerical methods for solving them in clinically relevant time. Our current understanding of the uniqueness for linear, isotropic, incompressible elasticity is summarized in the statements below:

- 1) In plane stress one displacement field is sufficient to determine the Young's modulus everywhere up to a multiplicative constant.
- 2) In plane strain two independent displacement fields determine the Young's modulus up to four parameters.
- 3) In three-dimensions two independent displacement fields determine the Young's modulus up to five parameters.



For nonlinear elasticity with two-material parameters (Young’s modulus and a nonlinear parameter, for example) we have recently demonstrated that roughly two sets of measurements of the type described above are necessary: one at a small overall strain and another at a large (say around 20%) strain.

The most robust numerical methods for solving this inverse problem rely on posing it as a constrained optimization problem. Here the objective function to be minimized is the difference between the measured and predicted displacement fields, and the constraint is that the predicted displacement fields satisfy the equations of equilibrium for the appropriate constitutive model. The optimization parameters are the spatial values of the material parameters that appear in this constitutive model. Our approach to solving this inverse problem relies on using a gradient-based optimization method and a total-variation diminishing (TVD) regularization term. The dominant cost in this method is the evaluation of the gradient term at every iteration of the algorithm. We reduce this cost by employing an adjoint-equation based approach, a continuation strategy in the material parameters, and a specialized preconditioning method. Using these methods the overall cost of solving inverse nonlinear elasticity problem is only a few (say 2-6) times that of solving the forward problem. In Figs. 1 and 2, we have presented some of recent results obtained using the method described above [2].

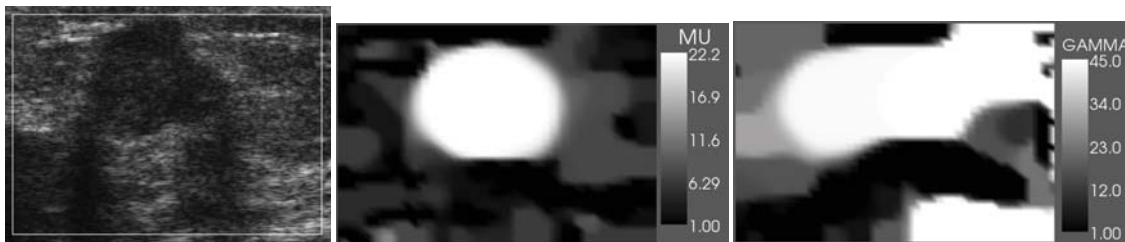


Figure 1. Left: B-mode ultrasound image of a cancerous tumor. Center: corresponding image of the shear modulus, where the tumor can be seen clearly. Right: corresponding image of the nonlinear parameter, which is also elevated within the tumor, indicating that the region within the tumor stiffens at a faster rate with increasing strain.



Figure 2. Left: B-mode ultrasound image of a benign tumor. Center: corresponding image of the shear modulus, where the tumor can be seen clearly. Right: corresponding image of the nonlinear parameter indicating that the region within the tumor does not stiffen at a faster rate than the background with increasing strain.

### 3. INFERRING TISSUE MICROSTRUCTURE VIA BMI

Our approach to utilizing BMI in order to infer tissue microstructure relies on developing constitutive models that are derived from homogenization of microstructural tissue models, and using them in the inverse elasticity problem.

As an example we have started to examine the effect of tortuosity of collagen fiber bundles on the macroscopic elastic properties of tissue. We believe that this is an important microstructural parameter to target because recent studies [3] have demonstrated that collagen fiber bundles in cancerous tumors tend to be less tortuous than their counterparts in benign tumors. As a result one would anticipate that it would take very little strain to fully elongate these fibers in a cancerous tumor. Further recognizing that once they are elongated, they will strongly resist any further deformation, this implies that it would take very little strain to cause these cancerous tumors to stiffen with increasing strain. This is precisely what is observed in the images displayed in Figs. 1 and 2. In these figures we observe that the nonlinear parameter, which is inversely proportional to the strain corresponding to the onset of nonlinearity, is higher for the cancerous tumor. What is lacking in Figs. 1 and 2 is a quantitative estimate of the tortuosity of the fibers.

Motivated by these results we have developed a new macroscopic constitutive model based on a microstructural model of stiff fibers that are bonded to a compliant matrix. In this case the fibers represent the collagen and the matrix represents the cells and the extra-cellular matrix. We have considered fibers with varying tortuosities and performed numerical homogenization to produce an expression for the strain energy density function for this composite material. The uniaxial stress-stretch response of homogenized material is shown in Figure 3. We can clearly see that for materials with fibers that are less tortuous the onset of nonlinearity occurs at small strains. The advantage of this constitutive model is that the material parameters that appear in it are explicit functions of the tortuosity of fibrous microstructure. Thus when images of these parameters are made, one may directly create images of the averaged microstructure from them.

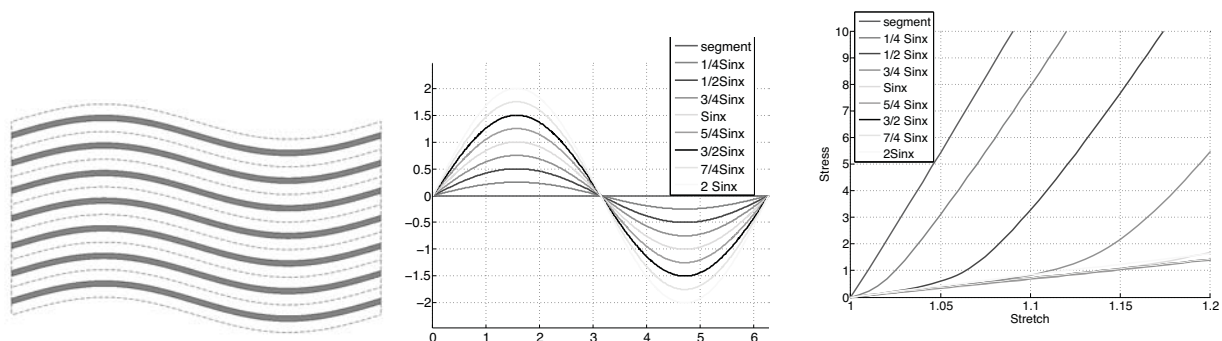


Figure 3. Left: Image of the fibrous microstructure used for homogenization. Center: Fibers with varying tortuosities considered during homogenization. Right: Stress versus stretch curve for the homogenized material corresponding to different fiber tortuosity.

#### 4. SUMMARY

Biomechanical imaging and homogenization offer the promise of imaging tissue microstructure in-vivo, which can in turn be directly linked to different types of pathology. In this paper we have presented a brief description of the techniques required to accomplish this. Much more work still needs to be done in this promising area of biomechanical research.

#### *Acknowledgements*

Financial support from NIH NCI through NIH grants R21CA133488 and R01CA140271 is gratefully acknowledged. This work has been made possible through contributions from numerous collaborators including Paul Barbone, Nachiket Gokhale, Sevan Goenezen, Elizabeth Rodrigues Ferreira and Timothy Hall and his group.

#### REFERENCES

- [1]. Schedin, P., & Keely, P. J., Mammary gland ECM remodeling, stiffness, and mechanosignaling in normal development and tumor progression. *Cold Spring Harbor perspectives in biology*, 3(1), 2011.
- [2]. Oberai, A. a, Gokhale, N. H., Goenezen, S., Barbone, P. E., Hall, T. J., Sommer, A. M., & Jiang, J., Linear and nonlinear elasticity imaging of soft tissue in vivo: demonstration of feasibility. *Physics in medicine and biology*, 54(5), 1191-207, 2009.
- [3]. Falzon, G., Pearson, S., & Murison, R., Analysis of collagen fibre shape changes in breast cancer. *Physics in medicine and biology*, 53(23), 6641-52, 2008.



## ON A PURELY NUMERICAL APPROACH TO MODEL TURBULENCE IN INCOMPRESSIBLE FLOWS

**Ramon Codina**

*ramon.codina@upc.edu*

Universitat Politècnica de Catalunya

Jordi Girona 1-3, Edifici C1, 08034 Barcelona, Spain

**Abstract** *We summarize here the finite element formulation advocated in our group to solve incompressible flow problems. It is based on the so called Variational Multiscale Method, with the particular features of taking the subgrid scales orthogonal to the finite element space, dynamic, and considering their effect in all the nonlinear terms. Apart from allowing for a stable approximation to the problem, we favor the idea that turbulent flows can be also modelled with this approach.*

### 1 INTRODUCTION

Our objective here is to summarize the finite element formulation for incompressible flows that has been developed in our group during the last years, starting with [7], and also to present some of the latest results [12, 10, 22, 14, 2]. Our purpose is to explain the main ideas without technicalities, even at the expense of some occasional lack of precision. Likewise, we do not pretend to be exhaustive in the bibliographical references. The reader is addressed to the bibliography included in the papers listed above for more details.

The formulation we will present can be framed within the variational multiscale concept introduced in [16, 17]. In fact, the starting point is a *two scale* decomposition of the unknowns, the velocity  $\mathbf{u}$  and the pressure  $p$ , defined in a spatial domain  $\Omega$  and in a time interval  $[0, T]$ , including the possibility to let  $T \rightarrow \infty$ . The original motivation of this type of formulations was to justify the so called *stabilized finite element methods*. In the case of the incompressible Navier-Stokes equations, stabilization is required to avoid the need for using velocity-pressure interpolations satisfying the inf-sup condition and to deal with convection-dominated flows (see, for example, [5] for an overview of different methods and background).

Let  $V$  and  $Q$  be the spaces where velocities and pressures must belong for  $t \in [0, T]$ . Let

also  $V_h \subset V$  and  $Q_h \subset Q$  be finite element spaces to approximate the velocity and the pressure, respectively, *in space*.

The starting idea of the formulation to be presented is to split the velocity and the pressure as

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_h + \tilde{\mathbf{u}}, \quad p = p_h + \tilde{p}, \quad (1)$$

where  $\mathbf{u}_h, p_h$  belong to the finite element spaces and  $\tilde{\mathbf{u}}$  and  $\tilde{p}$  are what we will call the subgrid scales or, simply, *the subscales*. The way these are modeled defines the particular numerical approximation. We can identify the finite element components of the solution as the *resolved* scales, whereas the subscales are the *unresolved* scales.

Splitting (1) is usually used together with several approximations when stabilized finite element methods need to be justified. However, our approach is to accept the multiscale decomposition with *all its consequences* and, in particular:

- To consider the subscales to be time dependent.
- To keep the nonlinear terms involving  $\tilde{\mathbf{u}}$  in the Navier-Stokes equations.

Both items will be described in what follows. Some of the rewards are

- The dependence of the subscales with the time step size of the time integration scheme becomes clear.
- Global conservation of momentum can be obtained.
- Modeling of the subscales defines automatically a model for the extra stresses appearing in a LES-like approach .

The first two issues are discussed in detail in [12] (see also references therein). The third item will be also discussed here.

Let us analyze the implications of keeping the nonlinear terms involving  $\tilde{\mathbf{u}}$  in the Navier-Stokes equations. Using (1), the convective term will lead to

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) &= \nabla \cdot (\mathbf{u}_h \otimes \mathbf{u}_h) + \nabla \cdot (\mathbf{u}_h \otimes \tilde{\mathbf{u}}) + \nabla \cdot (\tilde{\mathbf{u}} \otimes \mathbf{u}_h) + \nabla \cdot (\tilde{\mathbf{u}} \otimes \tilde{\mathbf{u}}) \\ &\equiv \text{(I)} + \text{(II)} + \text{(III)} + \text{(IV)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Obviously, (I) would be the only term appearing in a Galerkin approximation, whereas the rest are the contributions from the velocity subscale. It can be shown that when this subscale is modeled, the term that provides numerical stability is (II), in the sense that it allows control of the convective derivative and the pressure gradient, in order to deal with convection dominated flows. One can also show that (III) leads to global momentum conservation [12].

Because of its resemblance with similar terms in turbulence models, (IV) in (2) raises the question of whether keeping the contribution from the subscales in the convective term could be viewed as a turbulence model or not. This possibility was mentioned in [7], which contrasts with the option in [18], where a large-eddy-simulation (LES) model is used to represent the subgrid scales. In [3] the possibility to model turbulence using only numerical ingredients within the variational multiscale context is fully and successfully exploited. The role of numerical stabilization terms as turbulence models was also envisaged in [13, 15], for example.

By analogy with LES models, the different terms appearing in (2) could be termed as follows:

$$\begin{aligned}
 \text{(II)+(III)} &= \mathbf{u}_h \otimes \tilde{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{u}} \otimes \mathbf{u}_h : && \text{Cross stress} \\
 \text{(IV)} &= \tilde{\mathbf{u}} \otimes \tilde{\mathbf{u}} : && \text{Reynolds stress} \\
 \text{(II)+(III)+(IV)} &= \mathbf{u}_h \otimes \mathbf{u}_h - \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} : && \text{Subgrid scale tensor}
 \end{aligned}$$

Some comments in the line of viewing an approximation to the subscales in (2) as an effective LES model will be provided in the following.

The other crucial point of our approach is to keep the time dependency of the velocity subscale. Thus, the velocity time derivative can be split as

$$\partial_t \mathbf{u} = \partial_t \mathbf{u}_h + \partial_t \tilde{\mathbf{u}}. \quad (3)$$

The first term would be the only one kept if the time derivative of the subscales is neglected. In this situation, the subscales were termed *quasi-static* in [7], in contrast to *dynamic subscales* if they are considered to be time-dependent. As shown in [12], the second term leads to a correct behavior of time integration schemes and better accuracy. In particular, in [1] stability and convergence for the Stokes problem is proved without any restriction on the time step size and the stabilization parameters on which the formulation depends.

The third crucial ingredient does not follow from assuming the consequences of the two-scale decomposition, but from the choice of the space for the subscales. As explained later, our analysis relies heavily on the fact that we consider this space orthogonal to the finite element space.

Let us summarize the main results to be explained. Assuming that

- orthogonal subgrid scales are used,
- the finite element mesh is capable of capturing (part of) the inertial range,
- the assumptions of classical statistical fluid mechanics apply,

one can show that *the dissipation introduced by (II) + (III) in (2) is proportional to the molecular dissipation of the physical subgrid scales*. The meaning of the assumptions listed and the above conclusion is explained in Section 3.

Also in Section 3 we will state the energy budget presented in [22]. We will show that *the finite element component and the subgrid component have a proper scale separation only if they are orthogonal*, in the sense that the total kinetic energy is the sum of the kinetic energy of  $\mathbf{u}_h$  plus the kinetic energy of  $\tilde{\mathbf{u}}$ .

## 2 FORMULATION

In this section we summarize the formulation we propose. For more details, including bibliographical references, see [7, 12].

The Navier-Stokes problem for an incompressible fluid consist of finding a velocity  $\mathbf{u}$  and a pressure  $p$  solution of the initial and boundary value problem

$$\begin{aligned}
 \partial_t \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \nu \Delta \mathbf{u} + \nabla p &= \mathbf{f} && \text{in } \Omega, t > 0, \\
 \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 && \text{in } \Omega, t > 0, \\
 \mathbf{u} &= \mathbf{0} && \text{on } \Gamma, t > 0, \\
 \mathbf{u} &= \mathbf{u}^0 && \text{in } \Omega, t = 0.
 \end{aligned}$$

In these equations,  $\nu$  is the kinematic viscosity,  $\mathbf{f}$  is the vector of body forces,  $\mathbf{u}^0$  is the initial condition and  $\Gamma = \partial\Omega$ .

Let  $V = H_0^1(\Omega)^d$  and  $Q = L_0^2(\Omega)$  ( $L^2$  functions with zero mean),  $d$  being the number of space dimensions. Let us denote by  $(\cdot, \cdot)$  the  $L^2$  inner product in  $\Omega$  and by  $\langle f, g \rangle$  the integral of two functions  $f$  and  $g$  over  $\Omega$ , whenever this integral makes sense. When the integral is computed over a region  $\omega$ , we will denote it as  $\langle f, g \rangle_\omega$ . Let also  $L^2(0, T; V)$  be the set of functions whose  $V$ -norm in space is  $L^2$  in time and  $\mathcal{D}'(0, T; Q)$  the set of “functions” whose  $Q$ -norm in space is a distribution in time. The weak form of the Navier-Stokes equations can be written as follows: find  $[\mathbf{u}, p] \in L^2(0, T; V) \times \mathcal{D}'(0, T; Q)$  such that

$$(\partial_t \mathbf{u}, \mathbf{v}) + \langle \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle + \nu(\nabla \mathbf{u}, \nabla \mathbf{v}) - (p, \nabla \cdot \mathbf{v}) = \langle \mathbf{f}, \mathbf{v} \rangle, \quad \forall \mathbf{v} \in V, \quad (4)$$

$$(q, \nabla \cdot \mathbf{u}) = 0, \quad \forall q \in Q. \quad (5)$$

Let us consider a finite element partition  $\{K\}$  of the computational domain  $\Omega$ . As explained earlier, the starting point of the formulation to be presented is the splitting (1). For simplicity, we will not consider pressure subscales (see [6, 7] for an analysis of their inclusion). Thus, if  $\tilde{\mathbf{u}}$  is a certain approximation to the exact velocity subscale, the splitting we consider is  $\mathbf{u} \approx \mathbf{u}_* := \mathbf{u}_h + \tilde{\mathbf{u}}$ ,  $p \approx p_h$ . When inserted into (4)-(5) this yields:

$$\begin{aligned} & (\partial_t \mathbf{u}_h, \mathbf{v}_h) + \langle \mathbf{u}_* \cdot \nabla \mathbf{u}_h, \mathbf{v}_h \rangle + \nu(\nabla \mathbf{u}_h, \nabla \mathbf{v}_h) - (p_h, \nabla \cdot \mathbf{v}_h) + (q_h, \nabla \cdot \mathbf{u}_h) \\ & + (\partial_t \tilde{\mathbf{u}}, \mathbf{v}_h) - \sum_K \langle \tilde{\mathbf{u}}, \mathbf{u}_* \cdot \nabla \mathbf{v}_h + \nu \Delta \mathbf{v}_h + \nabla q_h \rangle_K \\ & + \sum_K \langle \tilde{\mathbf{u}}, \nu \mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{v}_h + q_h \mathbf{n} \rangle_{\partial K} = \langle \mathbf{f}, \mathbf{v}_h \rangle, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & (\partial_t \tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\mathbf{v}}) + \sum_K \langle \mathbf{u}_* \cdot \nabla \tilde{\mathbf{u}} - \nu \Delta \tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\mathbf{v}} \rangle_K + \sum_K \langle \nu \mathbf{n} \cdot \nabla \tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\mathbf{v}} \rangle_{\partial K} \\ & + \sum_K \langle \partial_t \mathbf{u}_h + \mathbf{u}_* \cdot \nabla \mathbf{u}_h - \nu \Delta \mathbf{u}_h + \nabla p_h, \tilde{\mathbf{v}} \rangle_K \\ & + \sum_K \langle \nu \mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{u}_h - p_h \mathbf{n}, \tilde{\mathbf{v}} \rangle_{\partial K} = \langle \mathbf{f}, \tilde{\mathbf{v}} \rangle. \end{aligned} \quad (7)$$

These discrete variational equations must hold for all test functions  $[\mathbf{v}_h, q_h] \in V_h \times Q_h$  and  $\tilde{\mathbf{v}} \in \tilde{V}$ , where  $\tilde{V}$  is the space of subscales to be defined. It is observed that some terms have been integrated by parts within each element.

Apart from taking the pressure subscale to be zero, no approximations have been made to arrive at (6)-(7). Different approximations will lead precisely to different formulations within the same framework. As mentioned in Section 1, one usually considers  $\partial_t \tilde{\mathbf{u}} \approx \mathbf{0}$  and takes  $\mathbf{u}_* \approx \mathbf{u}_h$  as advection velocity in (6)-(7). However, these are precisely approximations that *we do not necessarily assume*.

Firstly, let us describe the *space of subscales*  $\tilde{V}$ , that is, the space where  $\tilde{\mathbf{u}}$  belongs for  $t$  fixed. A particular feature of our approach is to take it  $L^2$  orthogonal to the finite element space, that is to say,  $\tilde{V}$  is taken as a subspace of  $V_h^\perp$ . As it will be mentioned later, this choice has important theoretical consequences.

Next, we will use the approximation  $\tilde{\mathbf{u}} \approx \mathbf{0}$  on  $\partial K$  for each element domain  $K$  of the finite element partition. That could be understood as approximating the velocity subscale by a space



of bubble functions. However, the heuristic Fourier argument proposed in [7] also allows us to explain why the effect of the subscales on the element boundaries can be neglected compared to the effect in the element interiors. Nevertheless, this approximation can be relaxed following the ideas suggested in [11].

Finally, the essential approximation is

$$\sum_K \langle \mathbf{u}_* \cdot \nabla \tilde{\mathbf{u}} - \nu \Delta \tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\mathbf{v}} \rangle_K \approx \sum_K \tau_K^{-1} \langle \tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\mathbf{v}} \rangle_K, \quad (8)$$

where  $\tau_K$  is a set of algorithmic parameters computed within each element  $K$  as

$$\tau_K^{-1} = \frac{c_1 \nu}{h_K^2} + \frac{c_2 \|\mathbf{u}_*\|_{L^\infty(K)}}{h_K}. \quad (9)$$

Here,  $h_K$  is a characteristic length of  $K$  and  $c_1$  and  $c_2$  are algorithmic constants that depend only on the degree of the finite element approximation being used.

Expression (9) can be motivated also by a heuristic Fourier analysis [7]. In fact, what is important is its asymptotic behavior in terms of  $h_K$ ,  $\nu$  and  $\|\mathbf{u}_*\|_{L^\infty(K)}$ . We also would like to stress that the introduction of  $\tau_K$  comes from the approximation of a *spatial* operator, as it is clearly seen from (8). Therefore, we never include a dependence of  $\tau_K$  on the temporal discretization.

The approximations described allow us to formulate a method that can be effectively implemented and that is the formulation we propose. It consists of finding  $\mathbf{u}_h \in L^2(0, T; V_h)$  and  $p_h \in \mathcal{D}'(0, T; Q_h)$  such that

$$\begin{aligned} & (\partial_t \mathbf{u}_h, \mathbf{v}_h) + \langle \mathbf{u}_* \cdot \nabla \mathbf{u}_h, \mathbf{v}_h \rangle + \nu (\nabla \mathbf{u}_h, \nabla \mathbf{v}_h) - (p_h, \nabla \cdot \mathbf{v}_h) + (q_h, \nabla \cdot \mathbf{u}_h) \\ & - \sum_K \langle \tilde{\mathbf{u}}, \mathbf{u}_* \cdot \nabla \mathbf{v}_h + \nu \Delta \mathbf{v}_h + \nabla q_h \rangle_K = \langle \mathbf{f}, \mathbf{v}_h \rangle, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & (\partial_t \tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\mathbf{v}}) + \sum_K \tau_K^{-1} \langle \tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\mathbf{v}} \rangle_K \\ & + \sum_K \langle \mathbf{u}_* \cdot \nabla \mathbf{u}_h - \nu \Delta \mathbf{u}_h + \nabla p_h, \tilde{\mathbf{v}} \rangle_K = \langle \mathbf{f}, \tilde{\mathbf{v}} \rangle. \end{aligned} \quad (11)$$

These equations must hold for all  $[\mathbf{v}_h, q_h] \in V_h \times Q_h$  and  $\tilde{\mathbf{v}} \in \tilde{V}$ .

A complete numerical analysis of (10)-(11) would include stability and convergence estimates as well as a qualitative analysis of the associated dynamical system. Moreover, in the context of stabilized finite element methods this analysis should be conducted in *norms that do not explode as  $\nu \rightarrow 0$  and allow for any velocity-pressure interpolation*. Whereas the second requirement could be considered not essential by those that favor the use of inf-sup stable velocity-pressure interpolations, the first is a must. From the numerical point of view, estimates that explode with  $\nu$  are *completely useless* if the formulation is intended to be applied to large Reynolds number flows and, obviously, to model turbulence.

We are still far from the objective described and, in fact, we are not aware of any numerical formulation even close to the target. Certainly, we have some partial (and minor) results. If convection is not an issue and the only concern is the pressure interpolation, we have stability and convergence estimates for the stationary counterpart of (10)-(11) in [9] and for a first order time discretization in [4]. The linearized stationary problem, accounting also for convection, is analyzed in full detail in [8], whereas the transient Stokes problem is analyzed in [1].

### 3 DISSIPATIVE STRUCTURE

In this section we describe the dissipative structure of the proposed formulation. First, a local balance of energy will allow us to investigate the flow of energy between the finite element component and the subscales (that is to say, between the resolved and the unresolved scales). We will then present a global balance of energy which shows that it is not necessary to use a LES model apart from the one inherent to the numerical approximation described.

In order to highlight the importance of taking  $\tilde{V}$  orthogonal to  $V_h$ , we will also consider the possibility of using (8) in (6)-(7) without this orthogonality enforcement. The  $L^2$  projection from  $V$  to  $\tilde{V}$  will be denoted by  $\tilde{P}$ .

Let  $R$  be a region formed by a patch of elements, and let  $\mathbf{t}_R$  be the flux on  $\partial R$ , which may include both the flux of stresses (tractions) and convective fluxes. For simplicity, suppose that  $\tau$  is constant. If  $\mathcal{L}_u \mathbf{v} := \mathbf{u}_* \cdot \nabla \mathbf{v} - \nu \Delta \mathbf{v}$ , taking  $\mathbf{v}_h = \mathbf{u}_h$ ,  $q_h = p_h$  and  $\tilde{\mathbf{v}} = \tilde{\mathbf{u}}$  in (6)-(7), using (8) and neglecting the subscales on the interelement boundaries, we get:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|\mathbf{u}_h\|_R^2 + \nu \|\nabla \mathbf{u}_h\|_R^2 + (\partial_t \tilde{\mathbf{u}}, \tilde{P}(\mathbf{u}_h))_R \\ & + \sum_{K \subset R} \langle \tilde{\mathbf{u}}, \tilde{P}(\mathcal{L}_u^* \mathbf{u}_h - \nabla p_h) \rangle_K = W_R(\mathbf{u}_h), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|\tilde{\mathbf{u}}\|_R^2 + \tau^{-1} \|\tilde{\mathbf{u}}\|_R^2 + (\tilde{P}(\partial_t \mathbf{u}_h), \tilde{\mathbf{u}})_R \\ & + \sum_{K \subset R} \langle \tilde{\mathbf{u}}, \tilde{P}(\mathcal{L}_u \mathbf{u}_h + \nabla p_h) \rangle_K = \langle \mathbf{f}, \tilde{\mathbf{u}} \rangle_R, \end{aligned} \quad (13)$$

where  $W_R(\mathbf{u}_h) = \langle \mathbf{f}, \mathbf{u}_h \rangle_R + \langle \mathbf{t}_R, \mathbf{u}_h \rangle_{\partial R}$  and  $\mathcal{L}_u^* \mathbf{v} := -\mathbf{u}_* \cdot \nabla \mathbf{v} - \nu \Delta \mathbf{v}$ . In (12) we have neglected the term  $\langle \mathbf{u}_* \cdot \nabla \mathbf{u}_h, \mathbf{u}_h \rangle$ . If  $\mathbf{u}_*$  is not divergence free (and it is not in the approximated problem), the term  $\langle \mathbf{u}_* \cdot \nabla \mathbf{u}_h, \mathbf{v}_h \rangle$  in (6) can be replaced by the skew-symmetric form

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \langle \mathbf{u}_* \cdot \nabla \mathbf{u}_h, \mathbf{v}_h \rangle - \frac{1}{2} \langle \mathbf{u}_* \otimes \mathbf{u}_h, \nabla \mathbf{v}_h \rangle \\ & = \langle \mathbf{u}_* \cdot \nabla \mathbf{u}_h, \mathbf{v}_h \rangle + \frac{1}{2} \langle \nabla \cdot \mathbf{u}_*, \mathbf{u}_h \cdot \mathbf{v}_h \rangle - \frac{1}{2} \langle \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}_*, \mathbf{u}_h \cdot \mathbf{v}_h \rangle_\Gamma \end{aligned}$$

without altering the stability and consistency of the formulation. The last term in this expression has been kept to show that only the definition of the flux  $\mathbf{t}_R$  will change if the integral is performed in a region  $R$  interior to  $\Omega$ .

From (12)-(13) we may draw the first important conclusion. Suppose that  $\nu \Delta \mathbf{u}_h$  is negligible (because  $\mathbf{u}_h$  is linear within each element or because  $\nu$  is very small or because  $\tilde{P}(\Delta \mathbf{u}_h) \approx \mathbf{0}$ , as we will see below). Let us define

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_h &:= \frac{1}{2} \|\mathbf{u}_h\|_R^2, & \tilde{\mathcal{K}} &:= \frac{1}{2} \|\tilde{\mathbf{u}}\|_R^2 && \text{Kinetic energy of } \mathbf{u}_h \text{ and of } \tilde{\mathbf{u}} \\ \mathcal{M}_h &:= \nu \|\nabla \mathbf{u}_h\|_R^2, & \tilde{\mathcal{M}} &:= \tau^{-1} \|\tilde{\mathbf{u}}\|_R^2 && \text{Dissipation of } \mathbf{u}_h \text{ and of } \tilde{\mathbf{u}} \\ \mathcal{P}_h &:= W_R(\mathbf{u}_h), & \tilde{\mathcal{P}} &:= \langle \mathbf{f}, \tilde{\mathbf{u}} \rangle_R && \text{External power on } \mathbf{u}_h \text{ and on } \tilde{\mathbf{u}} \\ \mathcal{T} &:= \sum_{K \subset R} \langle \tilde{\mathbf{u}}, \tilde{P}(\mathcal{L}_u^* \mathbf{u}_h - \nabla p_h) \rangle_K && && \text{Energy transfer} \end{aligned}$$

Note that the energy transfer term  $\mathcal{T}$ , when considered in the equation for the finite element component, can be thought as the *numerical dissipation of the formulation*.

From (12)-(13) we see that only if  $\tilde{V}$  is a subspace of  $V_h^\perp$  the energy balance in region  $R$  can be written as

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathcal{K}_h + \mathcal{M}_h + \mathcal{T} &= \mathcal{P}_h \\ \frac{d}{dt}\tilde{\mathcal{K}} + \tilde{\mathcal{M}} - \mathcal{T} &= \tilde{\mathcal{P}} \end{aligned}} \quad (14)$$

Therefore, *there is a scale separation in the kinetic energy balance only if the subscales are orthogonal to the finite element space*.

Our thesis that the numerical approximation of the velocity subscales defines a LES model is sustained not only by numerical experiments, but also by some physical reasoning. We present one of these physical arguments next.

For the following discussion we may assume quasi-static subscales and no body forces applied to the fluid. Neglecting  $\nu\Delta\mathbf{u}_h$  and calling  $\tilde{P} = P_h^\perp$  the projection orthogonal to the finite element space  $V_h$ , from (11) it follows that

$$\tilde{\mathbf{u}} = -\tau P_h^\perp(\mathbf{u}_* \cdot \nabla\mathbf{u}_h + \nabla p_h),$$

so that the energy balance equation (12) when  $R = \Omega$  yields

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|\mathbf{u}_h\|^2 + \nu \|\nabla\mathbf{u}_h\|^2 + \int_{\Omega} \varepsilon_{\text{num}} = 0, \quad (15)$$

where

$$\varepsilon_{\text{num}} := \tau |P_h^\perp(\mathbf{u}_* \cdot \nabla\mathbf{u}_h + \nabla p_h)|^2 \geq 0 \quad (16)$$

is the global numerical dissipation at each point. We may now compare the energy budget (15) with what would be obtained for the continuous problem, using a LES model and approximating numerically a LES model. Let  $\varepsilon_{\text{LES}}$  be the pointwise dissipation associated to a certain LES model (see [21]) and  $\bar{\mathbf{u}}$  the filtered velocity field resulting from this model. If the LES model is approximated numerically, let  $\bar{\mathbf{u}}_h$  be the approximation to  $\bar{\mathbf{u}}$ ,  $\varepsilon_{\text{LES}}^h$  the approximation to the LES dissipation and  $\bar{\varepsilon}_{\text{num}}$  the numerical dissipation inherent to the scheme, for example (16) replacing  $\mathbf{u}_h$  by  $\bar{\mathbf{u}}_h$  if the formulation we propose is used.

The counterpart of (15) for the continuous problem, a LES model and a numerical approximation of a LES model would respectively be:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|\mathbf{u}\|^2 + \int_{\Omega} \varepsilon_{\text{mol}} = 0, \quad \varepsilon_{\text{mol}} = \nu |\nabla\mathbf{u}|^2, \quad (17)$$

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|\bar{\mathbf{u}}\|^2 + \nu \|\nabla\bar{\mathbf{u}}\|^2 + \int_{\Omega} \varepsilon_{\text{LES}} = 0, \quad (18)$$

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|\bar{\mathbf{u}}_h\|^2 + \nu \|\nabla\bar{\mathbf{u}}_h\|^2 + \int_{\Omega} \bar{\varepsilon}_{\text{num}} + \int_{\Omega} \varepsilon_{\text{LES}}^h = 0. \quad (19)$$

Let us discuss Lilly's argument [19]. Suppose that the flow is turbulent, with fully developed and isotropic turbulence, and that a LES model is used to capture the main flow features. In the

inertial range of the Kolmogorov spectrum one may assume that all the kinetic energy of the flow is contained in the large scales, and that the molecular dissipation of these scales is negligible, that is,

$$\frac{d}{dt} \|\mathbf{u}\|^2 \sim \frac{d}{dt} \|\bar{\mathbf{u}}\|^2, \quad \nu \|\nabla \bar{\mathbf{u}}\|^2 \sim 0.$$

Comparing the localized versions of (17) and (18) it turns out that these assumptions imply

$$\varepsilon_{\text{LES}}(\bar{\mathbf{u}}) \sim \varepsilon_{\text{mol}}(\mathbf{u}). \quad (20)$$

This is the basic requirement of a LES model: the dissipation it introduces must be proportional (equal, in the best case) to the molecular dissipation.

The question now is whether the numerical dissipation (16) satisfies this requirement. It is shown in [14] that *if the mesh size  $h$  belongs to the inertial range and the classical assumptions of statistical fluid mechanics apply (as described for example in [20]), then*

$$\varepsilon_{\text{num}}(\mathbf{u}_h) \sim \varepsilon_{\text{mol}}(\mathbf{u}). \quad (21)$$

Furthermore, like in LES models we may consider that  $\mathbf{u}_h$  carries all (or most of) the kinetic energy of the flow. In this case, the energy balance equations (15) and (18) are formally identical. Moreover, if (20) and (21) both hold, from (19) it follows that *approximating a LES model with a numerical scheme with a dissipation satisfying (21) is clearly redundant*. Of course the numerical approximation is unavoidable. Hence, what is unnecessary is the use of a LES model.

## 4 SUMMARY

We have summarized the formulation we have been developing to approximate the incompressible Navier-Stokes equations. The key ingredients of our formulation are

- time dependent subgrid scales,
- contribution from the subscales in the advection velocity,
- subgrid scales orthogonal to the finite element space,

together with a certain definition of the stabilization parameter. These ingredients are essential to obtain analytically:

- the correct dissipative structure (balance of energy between resolvable and subgrid scales),
- a numerical dissipation proportional to the molecular one (which poses the question on the need to use LES models),
- the possibility to model backscatter (not discussed),
- correct weak and strong stability estimates in the long term (not discussed).

Numerical experiments show that:

- the numerical solution is stable in the long term,
- backscatter can certainly be found,
- the  $-7/3$  pressure spectrum slope in the inertial range can be observed *without* using any LES model.

## References

- [1] S. Badia and R. Codina. On a multiscale approach to the transient Stokes problem. Transient subscales and anisotropic space-time discretization. *Applied Mathematics and Computation*, 207:415–433, 2009.
- [2] S. Badia, R. Codina, and J.V. Gutiérrez-Santacreu. Long term stability estimates and existence of global attractors in a finite element approximation of the Navier-Stokes equations with numerical sub-grid scale modeling. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 48:1013–1037, 2010.
- [3] Y. Bazilevs, V.M. Calo, J.A. Cottrell, T.J.R. Hughes, A. Reali, and G. Scovazzi. Variational multiscale residual-based turbulence modeling for large eddy simulation of incompressible flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197:173–201, 2007.
- [4] J. Blasco and R. Codina. Space and time error estimates for a first order, pressure stabilized finite element method for the incompressible Navier-Stokes equations. *Applied Numerical Mathematics*, 38:475–497, 2001.
- [5] R. Codina. Comparison of some finite element methods for solving the diffusion-convection-reaction equation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 156:185–210, 1998.
- [6] R. Codina. A stabilized finite element method for generalized stationary incompressible flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190:2681–2706, 2001.
- [7] R. Codina. Stabilized finite element approximation of transient incompressible flows using orthogonal subscales. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191:4295–4321, 2002.
- [8] R. Codina. Analysis of a stabilized finite element approximation of the Oseen equations using orthogonal subscales. *Applied Numerical Mathematics*, 58:264–283, 2008.
- [9] R. Codina and J. Blasco. Analysis of a pressure-stabilized finite element approximation of the stationary Navier-Stokes equations. *Numerische Mathematik*, 87:59–81, 2000.
- [10] R. Codina and J. Principe. Dynamic subscales in the finite element approximation of thermally coupled incompressible flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 54:707–730, 2007.

- [11] R. Codina, J. Principe, and J. Baiges. Subscales on the element boundaries in the variational two-scale finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 198:838–852, 2009.
- [12] R. Codina, J. Principe, O. Guasch, and S. Badia. Time dependent subscales in the stabilized finite element approximation of incompressible flow problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196:2413–2430, 2007.
- [13] P.A.B. de Sampaio, P.H. Hallak, A.L.G.A. Coutinho, and M.S. Pfeil. A stabilized finite element procedure for turbulent fluid-structure interaction using adaptive time-space refinement. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 44:673–693, 2004.
- [14] O. Guasch and R. Codina. A heuristic argument for the sole use of numerical stabilization with no physical LES modelling in the simulation of incompressible turbulent flows. *UPCommons*, <http://hdl.handle.net/2117/3021>, Submitted.
- [15] J. Hoffman and C. Johnson. A new approach to computational turbulence modeling. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195:2865–2880, 2006.
- [16] T.J.R. Hughes. Multiscale phenomena: Green’s function, the Dirichlet-to-Neumann formulation, subgrid scale models, bubbles and the origins of stabilized formulations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 127:387–401, 1995.
- [17] T.J.R. Hughes, G.R. Feijóo, L. Mazzei, and J.B. Quincy. The variational multiscale method—a paradigm for computational mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 166:3–24, 1998.
- [18] T.J.R. Hughes, L. Mazzei, and K.E. Jansen. Large eddy simulation and the variational multiscale method. *Computing and Visualization in Science*, 3:47–59, 2000.
- [19] D.K. Lilly. The representation of small-scale turbulence theory in numerical simulation experiments. In H.H. Goldstine, editor, *Proc. IBM Scientific Computing Symp. on Environmental Sciences*, 1967.
- [20] A.S. Monin and A.M. Yaglom. *Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence. Volume I*. Cambridge, MA: MIT Press., 1971.
- [21] S.B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000.
- [22] J. Principe, R. Codina, and F. Henke. The dissipative structure of variational multiscale methods for incompressible flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199:791–801, 2010.

## RELIABILITY BASED DESIGN OF SHALLOW FOUNDATIONS SUBJECTED TO COMBINED LOADING WITH APPLICATION TO WIND TURBINE FOUNDATIONS

**Jomâa Ben Hassine and D. V. Griffiths**

*jbenhass@mines.edu*

*d.v.griffiths@mines.edu*

Division of Engineering, Colorado School of Mines, Golden, CO 80401, USA

**Abstract.** *This paper examines the application of direct reliability-based design (d-RBD) to shallow foundations subjected to highly eccentric (MVH) loading. Even though the method can account for multiple limit states (ultimate, serviceability, fatigue, etc) as well as design optimization, only the ultimate limit state combined with design optimization is considered in this paper. The d-RBD design approach involves a Monte Carlo process with an “adequate” number of realizations. Loading and soil shear strength parameters are treated as random variables. Design decision parameters such as foundation size and depth are treated as uniformly distributed variables. Each Monte Carlo simulation is evaluated against limit state criteria. The results of the simulation are then used to calculate conditional probabilities of failure and to select the optimal design which meets target reliability indices. The approach is flexible in that it offers a choice of combinations of deterministic and random variables, probability distributions and calculation models, enabling engineers to exercise judgment without the need to re-write the underlying probabilistic models. This paper illustrates the application of the d-RBD procedure to the design of shallow foundations supporting utility-scale wind energy converter structures. Foundation loads for these structures are highly eccentric, consisting mostly of a large moment component. As shown in this paper, the method can be used directly in the design of such foundations. The method can also be used to develop partial material and load factors for design code calibrations.*

**Keywords:** Reliability based design, combined loading, wind turbine foundations, code calibration

## 1. INTRODUCTION OF THE d-RBD PROCEDURE

Contemporary design codes, such as Limit State Design (LSD) and Load and Resistance Factor Design (LRFD), use partial factors to assign uncertainty separately to material resistance and loads. This is a great improvement over classical Allowable Stress Design (ASD) where all uncertainty is lumped into one global factor of safety. Partial factor design methods also have the additional advantage of producing designs with known levels of reliability which are consistent for the superstructure and its foundation. In comparison, reliability delivered through ASD methods is inconsistent across different parts of the structure and is often hard to quantify.

Factors used in partial factor design methods, also known as Reliability-Based Design (RBD) methods, have probabilistic underpinnings. They are calculated using First Order Second Moment (FOSM), First Order Reliability Method (FORM), or Monte Carlo Simulation (MCS) techniques, [1]. The factors are published in design codes to simplify and harmonize the design process across markets and industries. A drawback of this simplification is that it leaves little room for extracting benefit from local knowledge or engineering judgment.

The RBD method presented in this paper, Fig. 1, does not use load or material factors. Loads and material parameters affecting the design are modeled as random variables. Design decision parameters, such as those associated with geometry, are modeled as uniformly distributed variables. After defining the limit states and their associated target reliabilities, Monte Carlo Simulations are performed. Each simulation in the MC process involves the generation of the various random input variables and computation of the output quantities of interest. When an “adequate” number of simulations of the chosen computational model have been performed, statistical analysis of the output quantities is performed to identify the optimal realization. The optimal realization is the least cost combination of design decision parameters that meets the reliability requirements of all enforced limit states. In this design method, risk is modeled separately for each load or material parameter and engineering judgment can be applied at any step of the process, e.g. in the choice of the random and deterministic variables, in the choice of their probability distributions and in the selection of the computational models. Because parameters are incorporated as random variables directly, the procedure is termed a direct Reliability-Based Design (d-RBD) procedure. The d-RBD approach is essentially the same as the “Expanded RBD,” described in [2], with the exception of the procedure’s extension to foundations subjected to highly eccentric combined loading.

This paper describes the application of the d-RBD procedure to the design of shallow foundations subjected to combined Moment-Vertical-Horizontal (MVH) loading. A realistic example of a shallow foundation supporting a wind turbine is used to arrive at an optimal design and to compare results from this procedure to those obtained using state-of-practice methods which involve the use of various international and national-level standards and guidelines [3, 4]. Typically, limit states that are appropriate for this application include ultimate limit states (ULS) under normal and abnormal extreme loads, serviceability limit states (SLS) to check for minimum foundation stiffness, tolerable settlement/tilt, and fatigue limit states (FLS) to verify adequate longevity of the foundation under cyclic loading. In this paper, the d-RBD procedure is applied only to the ULS verifying bearing capacity under extreme loading using a total stress analysis approach ( $\phi_u=0$ ).



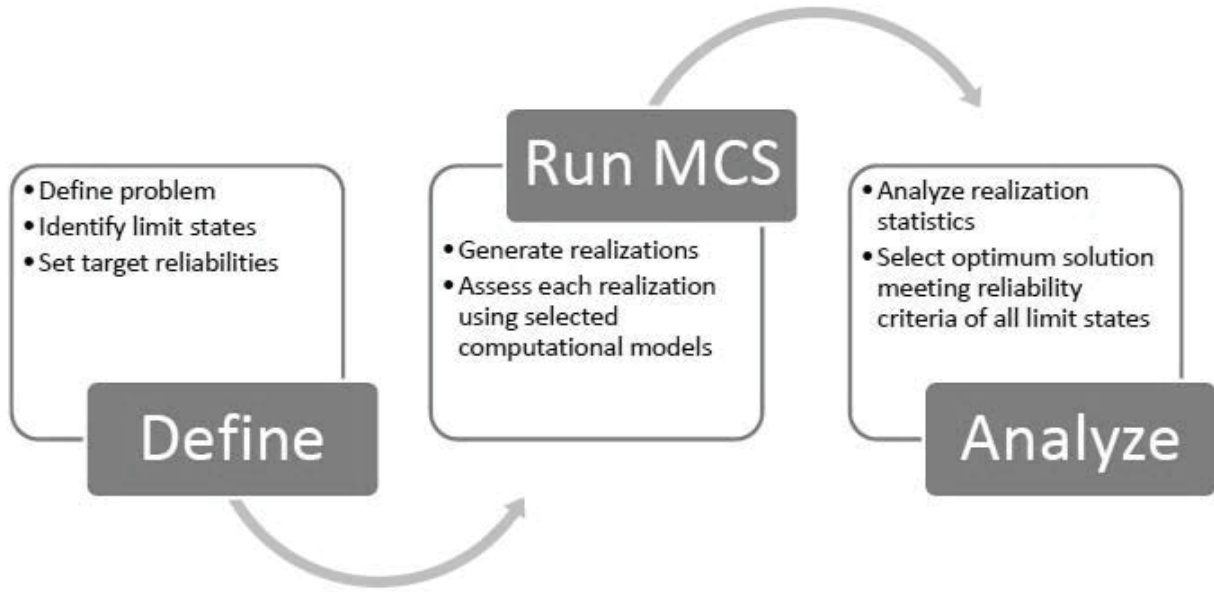


Figure 1- Reliability Based Design Procedure using MCS.

## 2. APPLICATION OF THE d-RBD PROCEDURE

As illustrated in Fig. 1, the d-RBD approach is a non-iterative MCS process that yields an optimal design meeting the specified reliability requirements. In this section, the three steps identified in Fig. 1 are described in more detail and the specifics of the example problem are provided. The example problem consists of an octagon-shaped spread foundation used to support a utility-scale wind turbine, Fig. 2. The foundation system relies on gravity to resist overturning and it must be sized to meet multiple limit states (ultimate, serviceability and fatigue). Typical foundation width for common contemporary turbine sizes ranges from 12 to over 25 meters and the foundation volume can exceed 500 m<sup>3</sup>.

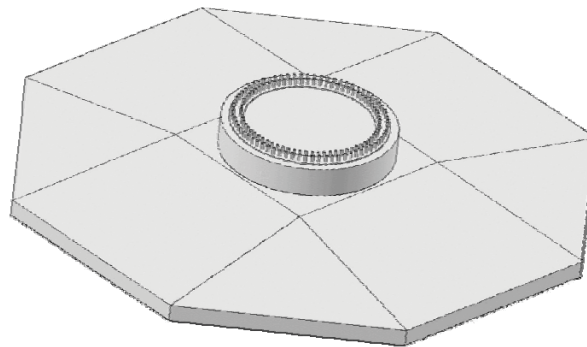


Figure 2- Wind Turbine Gravity Base Foundation.

## 2.1 Problem Definition

Problem definition and setup involves identifying the limit states of interest, selecting their associated target reliabilities, selecting the computational models for each limit state, identifying the random variables and selecting their probability distributions. For the example problem, a wind turbine foundation is to be designed for bearing capacity ULS (one limit state). The target probability of failure is selected at  $p_T = 0.001$  which is equivalent to a target reliability index of about  $\beta=3.0$ . The selected bearing capacity computational model is for a total stress analysis ( $\phi_u=0$ ) where the ultimate bearing capacity can be calculated using the Brinch-Hansen equation:

$$q_{ult} = 5.14s_u(1 + s_c + d_c) \quad (1)$$

where  $s_u$  is the undrained shear strength which is treated as a normally distributed random variable, and  $s_c$  and  $d_c$  are correction factors that are functions of the foundation depth and effective dimensions, [5].

Design decision parameters are treated as uniformly distributed variables to be selected randomly from discrete values covering reasonable ranges. In the wind turbine foundation example, foundation width,  $B$ , and depth,  $D$ , are such design decisions. For the octagonal foundation, width is the distance between flats. The selected range of foundation width is from 15 to 24 meters (10 discrete values). The selected range of foundation depth is from 1.8 to 2.6 meters at 0.2 meter interval (5 discrete values). Selected random variables are the undrained shear strength,  $s_u$ , and applied MVH loading. Normal distributions, summarized in Table 1, are assumed. Remaining parameters such as unit weights and depth of design water table are assumed to be deterministic, even though they can easily be treated as random variables if justified.

**Table 1.** Random & Deterministic Variables

Parameter	Distribution	Distribution Parameters
Undrained shear strength, $s_u$ (kPa)	Normal	mean=170, std=40
Load – Moment (kN.m)	Normal	mean=79400, std=10000
Load – Vertical (kN)	Normal	mean=3600, std=400
Load – Horizontal (kN)	Normal	mean=890, std=250
Foundation width (m)	Uniform	15 to 24
Foundation depth (m)	Uniform	1.8, 2.0, 2.2, 2.4, 2.6
Groundwater depth (m)	Deterministic	0.0
Saturated unit weight (kN/m <sup>3</sup> )	Deterministic	21.5

## 2.2 Monte Carlo Simulation

Monte Carlo Simulation consists of generating a large number of realizations (or simulations),  $n_{sim}$ , and evaluating each realization using the selected computation models to decide if limit states are violated. The total number of failure,  $n_F$ , is determined. For each

combination of design decision parameters, the number of violations (failures) is counted. An acceptable combination of design decision parameters is a combination that has an acceptable conditional failure probability; namely, its conditional failure probability must be less than the target failure probability,  $p_T$ :

$$p(\text{Failure}|B, D) \leq p_T \quad (2)$$

The conditional probability  $p(\text{Failure}|B, D)$  is calculated using Bayes' Theorem as:

$$p(\text{Failure}|B, D) = \frac{p(B, D|\text{Failure})}{p(B, D)} p_F \quad (3)$$

where:

- $p_F$  is the probability of failure for the entire MCS run:  $p_F = n_F/n_{sim}$  where  $n_F$  is the total number of failures.
- $p(B, D|\text{Failure})$  is the conditional joint probability of  $B$  and  $D$  given failure:  $p(B, D|\text{Failure}) = n_{fBD}/n_F$  where  $n_{fBD}$  is the number of failures for combination  $B$ - $D$ .
- $p(B, D)$  is the probability of discrete, uniformly distributed design decision parameters, in this case,  $p(B, D) = 1/(n_B * n_D)$  where  $n_B$  and  $n_D$  are the numbers of discrete  $B$  and  $D$  values.

Combining the above definitions into Eqn. 3, the  $n_F$  term drops out and conditional probability  $p(\text{Failure}|B, D)$  can be calculated using:

$$p(\text{Failure}|B, D) = \frac{n_{fBD}}{n_{sim}} n_B * n_D \quad (4)$$

The accuracy of the MCS results depends on the number of realizations. A rule of thumb suggested is [6] is that the minimum number of realizations is 10 times the reciprocal of the target probability:

$$NR_{min} = \frac{10 * n_B * n_D}{p_T} \quad (5)$$

In the case of the foundation design example, the suggested minimum number of realizations is  $10 * 5 * 10 / 0.001 = 500000$  realizations. A 64-bit laptop computer with Intel® Core™ i5 CPU running at 2.53 GHz performs this MCS in a few minutes using calculation software MathCAD Prime 1.0, [7].

### 2.3 Analysis of MCS Results

Figures 3 and 4 show the conditional probability of failure, computed per Eqn. 4, for all combinations of design decision parameters  $B$  and  $D$ . Figure 3 illustrates the effect of foundation width and Fig. 4 illustrates the effect of depth. As expected, foundation width has the greatest impact, especially for combined loading where the effective area shrinks very quickly with increased eccentricity.

The conditional probability for each  $B$ - $D$  combination is compared to the target probability,  $p_T$ . Those combinations meeting the reliability requirement (i.e., probability of failure less than the target probability) are acceptable designs. The foundation with smallest volume of concrete is selected as the optimal solution. Note that a different criterion can be used in this selection. For example, at rocky sites where excavation is costly, the foundation with the smallest width or depth may be selected from the pool of acceptable solutions. In the example problem, the optimal foundation obtained with an MCS of 5 million realizations (10 times the suggested minimum), is 20 m wide and 2.2 m deep. The volume of concrete in this optimal foundation is  $357 \text{ m}^3$ . For this example problem, the d-RBD procedure produces a more economical design than that obtained by state-of-practice methods using a variety of non-calibrated codes.

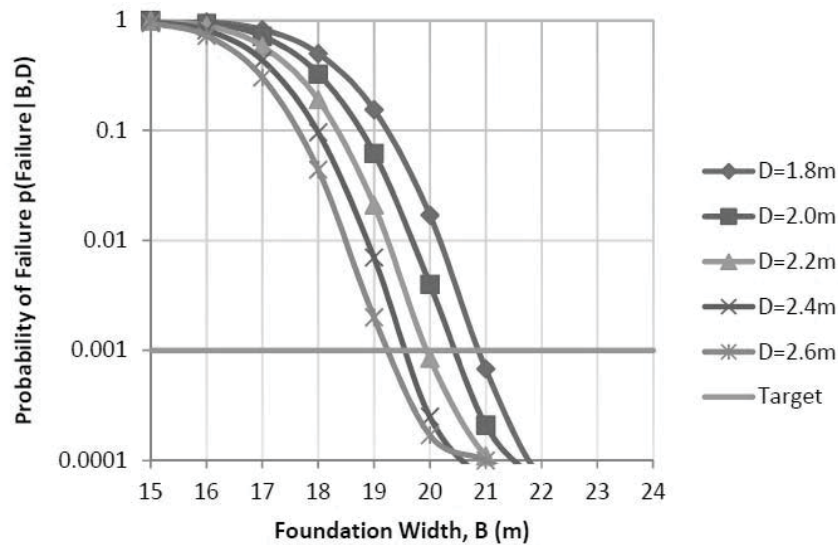


Figure 3- Conditional Probability of Failure as a Function of  $B$ .

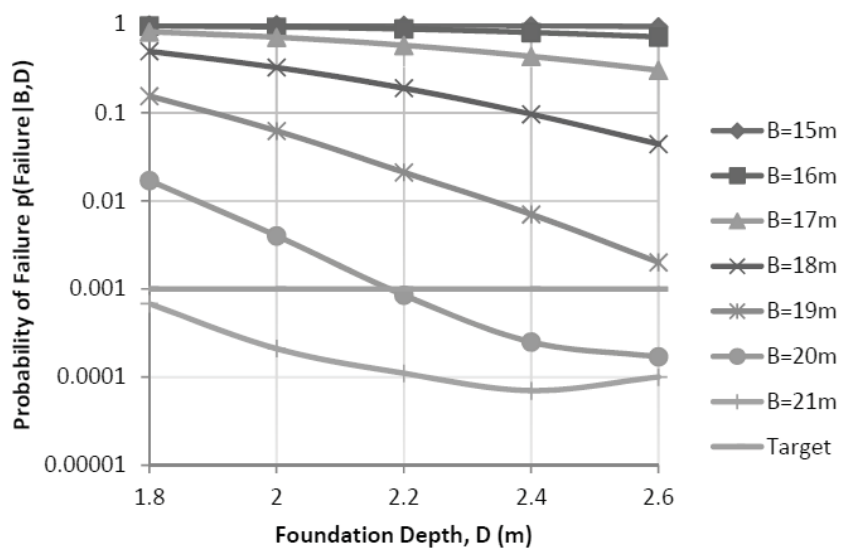


Figure 4- Conditional Probability of Failure as a Function of  $D$ .

### 3. CONCLUDING REMARKS

This paper presents a direct reliability-based design procedure (d-RBD) which can be used in a broad range of engineering design applications. The method is flexible and frees the designer to focus on the development of better problem inputs. With further guidance and educational emphasis on random variables and risk assessment, the method has potential as an improved alternative to partial factor methods outlined in design codes. The method has been illustrated in this paper for a total stress ( $\phi_u=0$ ) ULS bearing capacity design of a wind turbine shallow foundation subjected to combined loading. In addition to its potential as a design tool, the method should prove to be a suitable vehicle for calibrating multiple codes used currently in wind turbine structural and foundation design.

### REFERENCES

- [1]. Fenton, G. A. and Griffiths, D. V., *Risk Assessment in Geotechnical Engineering*. John Wiley & Sons, Inc., 2008.
- [2]. Wang, Y., *Reliability-Based Design of Spread Foundations by Monte Carlo Simulations*, Géotechnique, Volume 61, Issue 8, pp. 677-685, 2011.
- [3]. International Electrotechnical Commission, *International Standard IEC 61400-1: Wind Turbines- Part 1: Design Requirements*, Edition 3.0, 2005-08.
- [4]. Det Norske Veritas (DNV/Riso), *Guidelines for Design of Wind Turbines*, 2<sup>nd</sup> Edition, 2002.
- [5]. Hansen, J. B., *A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity*. Geoteknisk Inst., Bulletin 28, pp. 5-11, 1970.
- [6]. Roberts, C. and Casella, G., *Monte Carlo Statistical Methods*. Springer, 1999.
- [7]. PTC, MathCAD Prime 1.0 (<http://www.ptc.com>).



## **MULTI-SCALE COMPUTATIONAL ANALYSIS OF LEFT VENTRICULAR ASSIST DEVICE SURGICAL IMPLANTATION ADJUSTMENT TO MINIMIZE STROKE RISK**

**Andres F. Osorio, Ruben Osorio, Andres Ceballos, Reginald Tran, William Clark**

**Alain J. Kassab**

*Alain.Kassab@ucf.edu*

College of Engineering and Computer Science, University of Central Florida, Orlando, FL, USA

**Eduardo A. Divo**

*Eduardo.Divo@ucf.edu; DivoE@daytonastate.edu*

College of Engineering and Computer Science, University of Central Florida, Orlando, FL, USA

School of Engineering Technology, Daytona State College, Daytona Beach, Florida, USA

**I. Ricardo Argueta-Morales**

**William M. DeCampli**

*ricardo.argueta@orlandohealth.com*

*william.decampli@orlandohealth.com*

Congenital Heart Institute at Arnold Palmer Hospital for Children, Orlando, FL, USA

**Abstract.** *The most devastating complication in patients carrying a Left Ventricular Assist Device (LVAD) for cardiac mechanical support is caused by embolization of thrombi formed within the LVAD or inside the heart into the brain. Prevention of thrombi formation is attempted through anticoagulation management and by improving LVADs design; however there is still significant occurrence of thromboembolic events with reports showing rates from 14% to 47% over a period of 6-12 months. An alternative method to reduce the incidence of cerebral embolization is proposed by the authors. The hypothesis is that it is possible to minimize the number of thrombi flowing to the brain by an optimal placement of the LVAD outflow conduit, and/or by the addition of an alternative aortic bypass connecting the ascending aorta (AO) and the innominate artery (IA), or left carotid artery (LCA). This paper presents the computational fluid dynamics (CFD) analysis of the aortic arch hemodynamics using a representative geometry of the human aortic arch. In order to study the trajectory of the thrombi within the aortic arch, a Lagrangian particle-tracking model is coupled to a multi-scale CFD-Lumped Parameter model. Results are presented in the form of percentage of thrombi embolization as a function of LVAD conduit placement and aortic bypass implantation, revealing promising improvement.*

**Keywords:** LVAD, Hemodynamics, CFD, Thromboembolism.

## 1. INTRODUCTION

Heart failure is a major public health problem affecting over 5 million people in the United States. Orthotopic heart transplantation is the best treatment option for patients with end-stage heart failure; however, the number of patients awaiting heart transplantation far exceeds the number of donor hearts available [1]. At the present time, mechanical circulatory support is the most promising alternative to cardiac transplantation. Ventricular Assist Devices (VADs) were originally used to provide mechanical circulatory support in patients awaiting planned heart transplantation (“bridge-to-transplantation” therapy). The success of short-term bridge devices led to clinical trials evaluating the clinical suitability of long-term support with left ventricular assist devices (LVADs). The first large-scale, randomized trial that tested long-term support with an LVAD reported a 44% reduction in the risk of stroke or death in patients treated with an LVAD [2]. The results of this study provided evidence for the Food and Drug Administration (FDA) approval of an LVAD for so-called “destination” therapy in 2002. LVADs have now become a well-established therapy for adults and children [3].

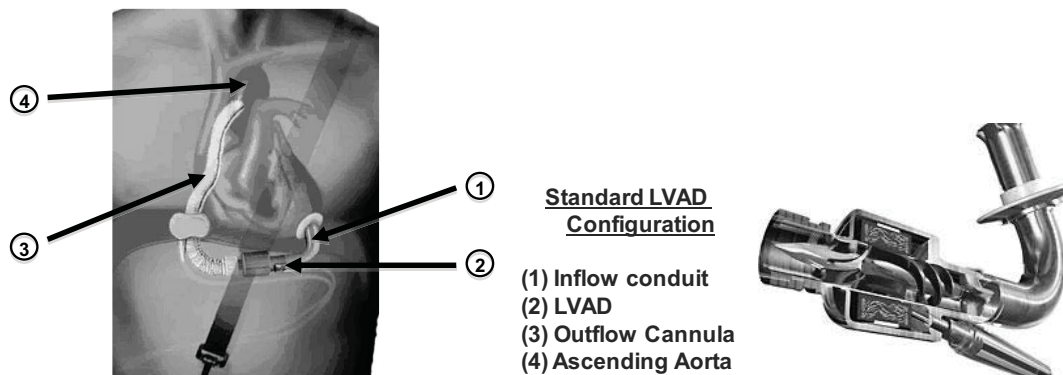


Figure 1: DeBakey LVAD and associated nomenclature.

Preservation of organ function using continuous flow LVADs has been demonstrated in a long term study [4]. It is this second and newest generation of continuous flow LVADs that is the subject of the proposed investigation. Survival with LVADs is currently in the range of 50% at 1 year. Furthermore, follow up studies have reported that patients, children or adults, requiring pre-transplantation VAD support have long-term survival similar to that of patients not requiring mechanical circulatory support. However, there are numerous adverse events that may occur following initiation of circulatory support that can substantially diminish the benefit of this life-saving technology. Bleeding, right-sided heart failure, air embolism, and progressive multisystem organ failure are the most common causes of early morbidity and mortality after placement of an LVAD. The most common complications in the late postoperative period are infection, thromboembolism, and failure of the device. The most devastating complications are neurologic, and are caused by embolization of particulate matter or air into the brain. Particulate matter can come from a thrombus that enters the LVAD from the atrium or ventricle, or a thrombus that forms within the LVAD. Systemic thrombo-embolization has been reported to occur considerably less often than cerebral. This risk factor has been addressed, mainly, by improving the device design and attempting adequate anticoagulation. Despite all of these efforts, investigators have reported that the incidence of thromboembolic cerebral events ranges from 14% to 47% over a period of 6 to 12 months [5].



Thrombogenesis in LVADs is attributed to various mechanisms including platelet activation associated with non-physiological flow patterns such as stagnation and re-circulating flows. Consequently, several research groups [6], [7] have sought to characterize the hemodynamics of flows induced by LVADs utilizing powerful simulation capabilities afforded by computational fluid dynamics (CFD). In this paper we seek to test the hypothesis that there is an optimal LVAD outflow conduit insertion angle and location, as well as an optimal implantation of an aortic-to-innominate or aortic-to-left-carotid bypass graft that reduces the incidence of thromboembolism to the vertebral and carotid arteries in LVAD patients. To accomplish this, we employ well-established computational fluid dynamics tools coupled with a lumped parameter model of the circulation system and a particle tracking model to predict the trajectory of thrombi.

## 2. COMPUTATIONAL MODELS

### 2.1 The Aortic Arch Model

The aortic arch connects the ascending aorta (AO) with the descending aorta (DA). The most common aortic arch branching pattern in humans consists of three great vessels originating from the arch of the aorta as shown in Figure 2. Progressing along the dorsal portion of ascending aorta, the first branch is the innominate artery (IA), which branches into the right subclavian artery (RSA) and the right common carotid artery (RCA). The second branch in the most common pattern [8] is the left common carotid artery (LCA), followed by the left subclavian artery (LSA). Measurements of the diameter of the aortic arch at select locations were used to reconstruct a 3D representative solid model of an adult human aortic arch vasculature. Figure 2 shows the locations where diameter measurements were available. A three-dimensional solid model was generated utilizing SolidWorks® (Dassault Systèmes S.A., Vélizy, France) and the model includes the vertebral arteries as well as the coronary arteries.

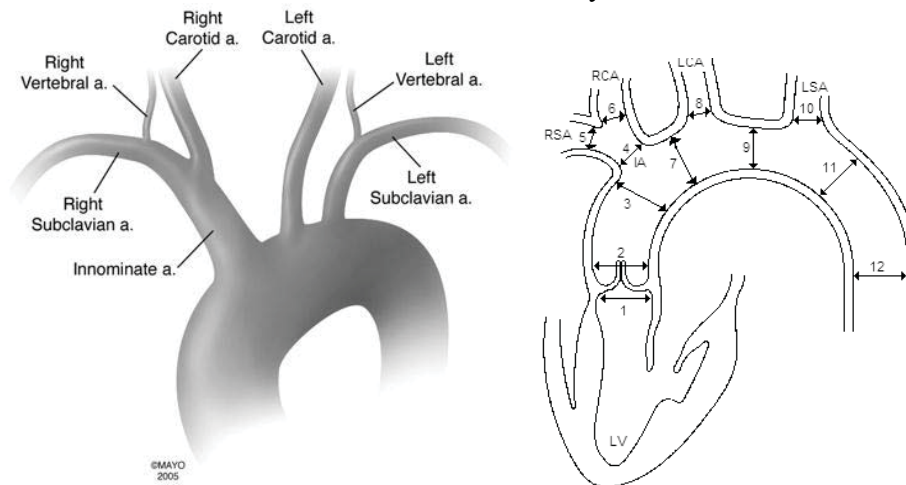


Figure 2: Most common form of aortic arch in humans [8] and locations where artery diameter measurements were taken to build synthetic model.

The artery diameters employed in the synthetic model are as follows: 1-24.80, 2-29.00, 3-25.00, 4-12.40, 5-8.00, 6-7.40, 7-21.80, 8- 7.40, 9-21.80, 10-7.40, 11-21.40, and 12-20.00. All units are in *mm* referenced to the locations in Figure 2.

## 2.2 Standard LVAD Configuration

LVADs are implanted by means of surgical procedure. The procedure consists of connecting an inflow cannula from the apex of the left ventricle to the LVAD, and connecting an outflow cannula from the pump to the ascending aorta. In adults, the LVAD outflow cannula is typically 12mm diameter polytetrafluoroethylene graft that is sutured to the right lateral wall of the ascending aorta. The LVAD outflow conduit was modeled in as anastomosed perpendicular to the lateral wall of the ascending aorta. This model is hereon referred to as the standard configuration, and it is illustrated in Figure 3. In this study we refer to several parameters that are varied and these are: the LVAD implantation angle ( $\beta$ ) measured relative to the normal to the right lateral ascending aortic wall at the location of implantation, the angle along the coronal plane ( $\theta$ ) measured from the location of the LVAD conduit implantation under the standard configuration, and the distance of the LVAD conduit implantation from the IA ( $\delta$ ). We keep the distance of the anastomosis of the LVAD cannula from the IA to be fixed at  $\delta=15\text{mm}$ , however, we consider three angles of incidence of the LVAD conduit,  $\beta=0^\circ$ ,  $30^\circ$  and  $60^\circ$ , and consider varying the location along the coronal plane from an angle  $\theta=0$  to  $45^\circ$ .

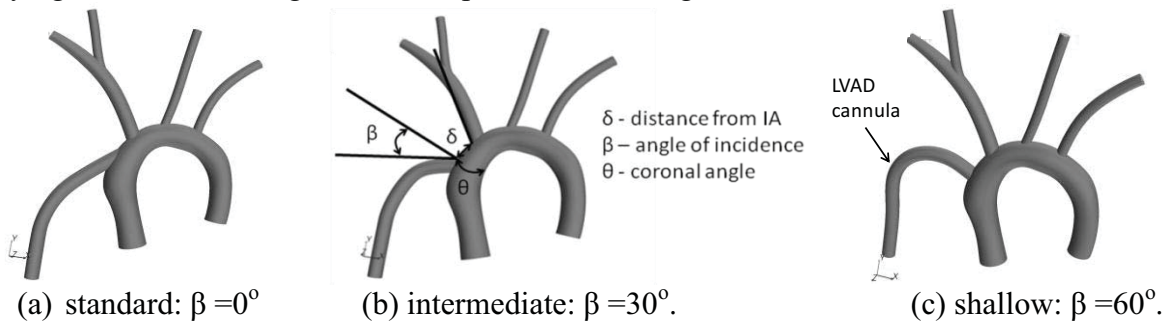


Figure 3: LVAD cannula anastomosed to the ascending with coronal angle at  $\theta=0^\circ$ .

## 2.3 Bypass LVAD Configurations

Two variations of the Standard LVAD configuration, as seen in Figure 4, are proposed as an alternate method to help reduce the incidence of thrombi flow into the left and right carotid arteries. The two variations consist of adding an alternative aortic bypass between the aortic and innominate (AO-IA bypass), or between the aortic and left carotid (AO-LCA bypass). In the AO-IA bypass LVAD configuration, an 8mm bypass graft is anastomosed 10mm below the LVAD conduit with proximal ligation of the IA. The rationale of this option is that such a procedure would be surgically feasible and would allow nearly complete prevention of thrombi to the RCA. In the AO-LCA bypass LVAD configuration, an 8mm bypass graft is proximally anastomosed to the ascending aorta below the LVAD outflow conduit anastomosis, and the distal section of the bypass is anastomosed to the proximal LCA which is ligated at its origin.

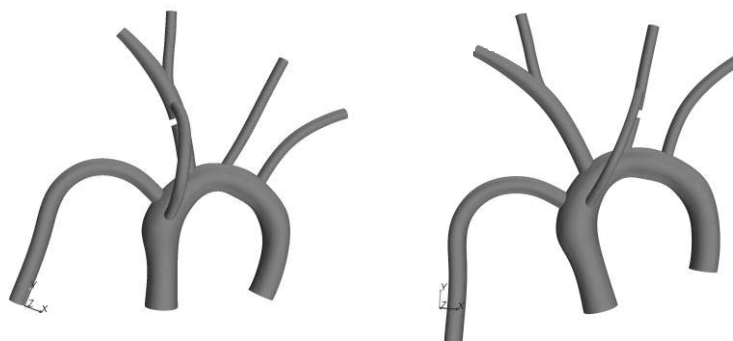


Figure 4: (a) AO-IA and (b) AO-LCA bypass LVAD Configuration models.

### 2.4 CFD Model

The CFD analyses reported in this paper were conducted with the commercially available CFD software Fluent 6.3 (ANSYS Corp., Canonsburg, PA, USA). The flow field is resolved by numerically solving the mass and momentum conservation equations, which neglecting gravitational and other body forces, are:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0$$

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho(\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V} = -\nabla p + \nabla \cdot \tau \tag{1}$$

Where,  $\rho$  is the mass density,  $V$  is the velocity, and  $\tau$  is the viscous stress tensor. Blood is effectively an incompressible fluid. We utilized a density of  $\rho = 1060 \text{ kg/m}^3$  and a dynamic viscosity of  $\mu = 0.04 \text{ Ns/m}^2$ . The models were meshed utilizing typically approximately 2 million tetrahedral cells. This level of discretization was determined to be adequate to ensure grid independence as established in a mesh convergence study. The  $k-\omega$  SST model was utilized to account for turbulence with 5% turbulence imposed at the inlet of the LVAD and 5% turbulence at the inlet of the ascending aorta. For the outlets, flow-split boundary conditions were applied to the different arteries assigning values obtained from the coupled lumped parameter model described in the next section.

### 2.5 Lumped Parameter Model

The lumped parameter (LP) model is used to represent the circulatory system and to provide appropriate boundary conditions to the localized CFD model. The LP model is based on Greenfield-Fry’s electrical analogy, where the viscous drag is modeled as a resistor ( $R$ ), flow inertia as an inductor ( $L$ ), vessel compliance as a capacitor ( $C$ ). (See Figure 5).

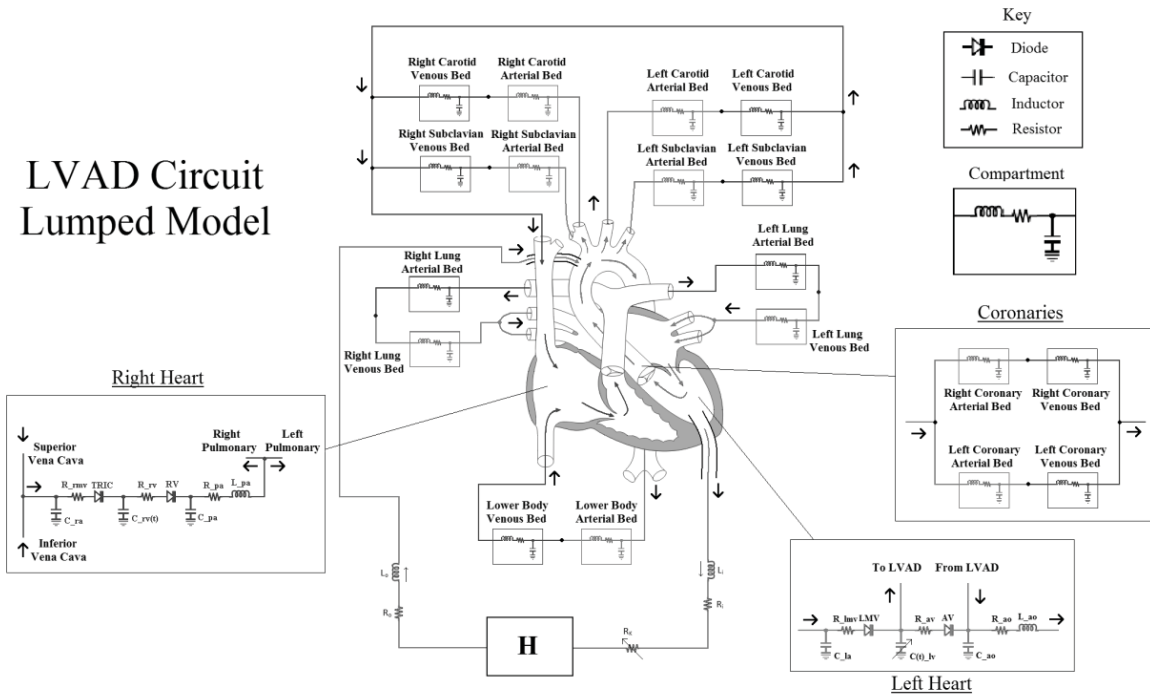


Figure 5: Multi-DOF electric circuit used to generate the boundary condition waveforms.

The action of the tricuspid and pulmonary valves in the present case is taken to be analogous to ideal diodes, modeled with a Heaviside step function. The electrical analogy can be derived from the Navier-Stokes equations assuming Newtonian and laminar flow and integrating across the planes of a cylindrical coordinate system aligned in the direction of the vessel centerline and supplemented with the definition of the vessel wall compliance modeled in terms of a capacitance. This leads to the following pair of differential equations for each RLC compartment model of a vascular bed:

$$\Delta p = L \frac{dQ}{dt} + RQ \quad (2)$$

$$\Delta Q = C \frac{dp}{dt} \quad (3)$$

Where, nominally for a fluid of density  $\rho$  and viscosity  $\mu$  flowing in a vessel of radius  $R_o$ ,  $L = c_1 \rho / \pi R_o^2$ ,  $R = c_2 8\mu / \pi R_o^4$ , and  $C = dV / dp$ . In the present study,  $L$ ,  $R$ , and  $C$ , are adjusted iteratively to approach waveforms from catheterization studies performed on a “typical” LVAD patient. It is worthwhile noting that such an approach has been successfully applied to supply the requisite time-varying boundary conditions in several previous CFD studies [9].

The last component of the model considers a functional left ventricle as a time varying capacitor defining a time-dependent capacitance,  $C(t)$ , the reciprocal of which is called elastance,  $E(t)$ . The elastance provides the pulsatile nature of the cardiac output and is the driving function of the circuit. It provides the relationship for ventricular pressure and volume at a given point during the cardiac cycle. Mathematically it is given by:

$$E(t) = \frac{VP(t)}{VV(t) - V_0} \quad (4)$$

Where  $E(t)$  is the time varying elastance,  $VP(t)$  is the ventricular pressure,  $VV(t)$  is the ventricular volume, and  $V_0$  is the theoretical volume of the ventricle at zero pressure. Numerous formulations have been developed to obtain  $E(t)$ , in the present study a formulation similar to that employed in [10] was chosen, where:

$$E(t) = (E_{max} - E_{min}) \cdot E_n(t_n) + E_{min} \quad (5)$$

The term  $E_n(t_n)$  is the “double hill” function:

$$E_n(t_n) = \left[ \frac{\frac{t_n^{1.32}}{0.303}}{1 + \frac{t_n}{0.303}} \right] \left[ \frac{1}{1 + \frac{t_n^{21.9}}{0.508}} \right] \quad (6)$$

Where  $E_n(t_n)$  is the normalized time varying elastance,  $t_n = t/t_c$ ,  $t_c = 60/HR$  the cardiac cycle period, and  $HR$  is the heart rate. The values for  $E_{max}$ ,  $E_{min}$ , and the exponential coefficients were tuned iteratively to provide a physiologically correct cardiac output for the nominal model of 4liters/min. These values were held constant for subsequent simulations. The systemic and pulmonary circulations were divided into different arterial and venous beds modeled as RLC compartments. The flow from the venous beds is fed back to the heart and thus form a closed loop representation of the entire circulation. The resulting circuit contains 32 state variables, and the ensuing system of coupled ordinary differential equations is solved using a 4th Order Runge-Kutta integrator with adaptive time stepping. In Figure 6 we display a comparison of the waveforms for the ventricular and descending aorta pressures produced by the developed lumped circulation model and the corresponding waveforms from a patient.

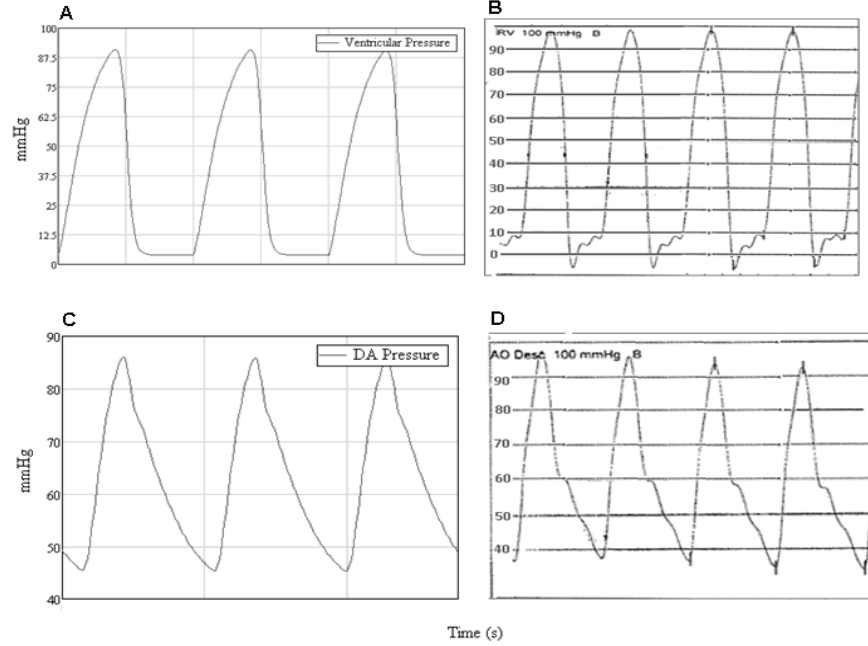


Figure 6: Ventricular and Descending Aorta pressures from lumped circuit model as compared to catheterization study of a patient.

The coupling of the CFD-LP model is achieved in the following manner: 1) the initial circuit is tuned to produce target flows and pressure waveforms obtained from catheter data when available supplemented with surgical knowledge of nominal values for a typical LVAD patient when data were not available such as was the case for the carotid, subclavian and coronary arteries, 2) flow splits and inlet boundary conditions are imposed to the CFD from the circuit, 3) CFD simulation is carried out to obtain pressure waveforms, 4) the CFD equivalent parameters within the circuit are modified to match those derived from the CFD solution, 5) impose new flow splits from circuit to CFD, 6) iterate until convergence. Once this iterative process is complete, the CFD simulation is run for 3 cardiac cycles and post-processing is performed.

## 2.6 Lagrangian Particle Tracking Model

In order to analyze the trajectory of the blood clots in the different aortic-arch LVAD models, the trajectories of particles with similar properties to those of thrombi are computed using a mixed Eulerian-Lagrangian approach where thrombi trajectories are predicted using a Lagrangian model in a Newtonian Fluid. In this approach, the discrete phase (particles/thrombi) is uncoupled from the continuous phase (carrier/blood). Particles with properties analogous to the blood clots are introduced in the computational domain (at the LVAD conduit inlet plane) and their trajectories are governed by the momentum conservation equation (Newton's second law of motion) in terms of the particle velocity,  $\vec{v}_p$ , and sum of the forces acting on the particle:

$$m_p \frac{d\vec{V}_p}{dt} = \sum \vec{F}_{body} + \sum \vec{F}_{surface} \quad (7)$$

The only body force that is accounted is that due to added mass effect, with the buoyancy force neglected due to the fact the density ratio between blood and the thrombus particle is  $\rho_{particle}/\rho_{blood}=1.097$ , with the density of thrombi taken from the literature to be  $\rho_p = 1117 \text{ kg/m}^3$ .

For a particle of density,  $\rho_p$ , diameter,  $d_p$ , entrained by a fluid of viscosity,  $\mu_f$ , flowing at a mean velocity,  $U$ , within a conduit of diameter,  $D$ , the Stokes number (St) defined as the ratio of the particle response time,  $\tau_p = \rho_p d_p^2 / \mu_f$ , to the convective time scale,  $\tau_f = D / U$ , that  $St = \tau_p / \tau_f = \rho_p d_p^2 D / 18 \mu_f U$ . The Stokes number is an indicator as to whether the surface forces entraining the particle dominate over the particle momentum and the particle essentially follows the streamlines ( $St < 1$ ) or the momentum of the particle dominates over the forces acting on the particle and the particle can deviate from the streamlines ( $St > 1$ ) as these bend around an obstacle or in a conduit. With a diameter of 30mm in the ascending aorta and a total flow of 4liters/min, the Stokes number for the particles in the range of 1mm-6mm span the ranges of  $St=0.051-1.828$  while in the VAD conduit with a flow rate of 3 liters/min and a diameter of 12mm, the Stokes number range is  $St=0.595-21.45$ . Thus, in general, the paths of thrombi of size greater than 2mm deviate significantly from the streamlines in this model.

The main surface force in the model is that due to viscous drag force caused by the relative velocity of the particles with respect to the continuous phase. The drag force for a given particle is given by:

$$\vec{F}_d = \frac{1}{2} C_d \rho_p A_p \left| \vec{V}_s \right| \vec{V}_s \quad (8)$$

Where  $C_d$  is the drag coefficient,  $A_p$  is the particle cross section, and the particle slip velocity is  $\vec{V}_s$ . The drag coefficient can be estimated using correlations for drag on spherical particles. Such a correlation is available in Fluent, or alternatively, user defined functions can be utilized to implement a desired correlation. The other surface forces, such as the Saffman lift force and the Faxen correction due to pressure are neglected as they are not expected to significantly affect the thrombi trajectories.

There is little known about the size distribution of thrombi encountered in VAD-induced thrombi. Clinical experience however suggests that thrombi encountered in such events have diameters that range from 2mm-5mm. Moreover, interaction between thrombi and arterial walls are due to a complex set of biochemical and biophysical factors such as arterial wall roughness, chemical bond formation, surface reactivity, and re-suspension. In our analysis, we assume that the collisions between thrombi and arterial walls are elastic (restitution coefficients equal to unity). Three different thrombi diameters were used as the particle diameters, 2mm, 4mm, and 5mm in the simulation. Ultimately, our model allows us to predict the general pattern as to what type of thrombus possesses a higher chance of flowing into the carotid and vertebral arteries and causing cerebral embolisms.

### 3. RESULTS AND DISCUSSION

The main objective of the CFD simulations is to determine whether changing the LVAD outflow cannula angle, and/or adding an aortic bypass significantly affected the trajectory of thrombi emanating from the LVAD conduit. That is we aim to establish that the geometric configuration of the LVAD conduit anastomoses is an important consideration in determining eventual stroke events, thus establishing the possibility of searching for an optimal LVAD conduit implantation configuration that reduces stroke. No research had attempted to study trajectory of thrombi inside the aortic arch bed and how these trajectories change depending on the implant geometry and thrombi diameter. In our work, we utilized CFD to investigate the trajectories of representative 2mm, 4mm, and 5mm diameter randomly released particles at the LVAD cannula inlet plane over a series of 5 trials for each particle diameter. We then computed

the percentage of released particles of a given diameter reaching the critical arteries as well as the pooled statistics.

Figure 7 shows velocity vectors of the Standard LVAD Configuration for values of  $\beta$  of  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ , and  $60^\circ$  for a sagittal plane as well as 3D streamlines produced by these flows. Increasing the value of  $\beta$  obviously reduced the impingement on the contra-lateral wall of the ascending aorta, as well as the observed re-circulation where thrombi have a tendency to get captured by the large recirculation zones, increasing their potential to be captured by the inflow to the IA. It is also interesting to note the nature of the complex 3D flow field generated by the confluence of the jet emanating from the LVAD cannula and the flow ejected by the left ventricle, the complex nature of the impingement flow at the contra-lateral wall of the ascending aorta, as well as the rotational flow observed in the descending aorta. A large recirculation zone is observed on the ventral aortic arch and this feature also has the tendency to trap particles that may subsequently be ingested by the left carotid or innominate arteries. It is also worth noting that the level of the impingement flow at the ascending aorta is reduced with an accompanying reduction in the recirculation close to the IA take-off and that the recirculation at the proximal aortic arch is also reduced. At a large angle of  $\beta$ , the features of re-circulating flow patterns and impingement flow are essentially eliminated.

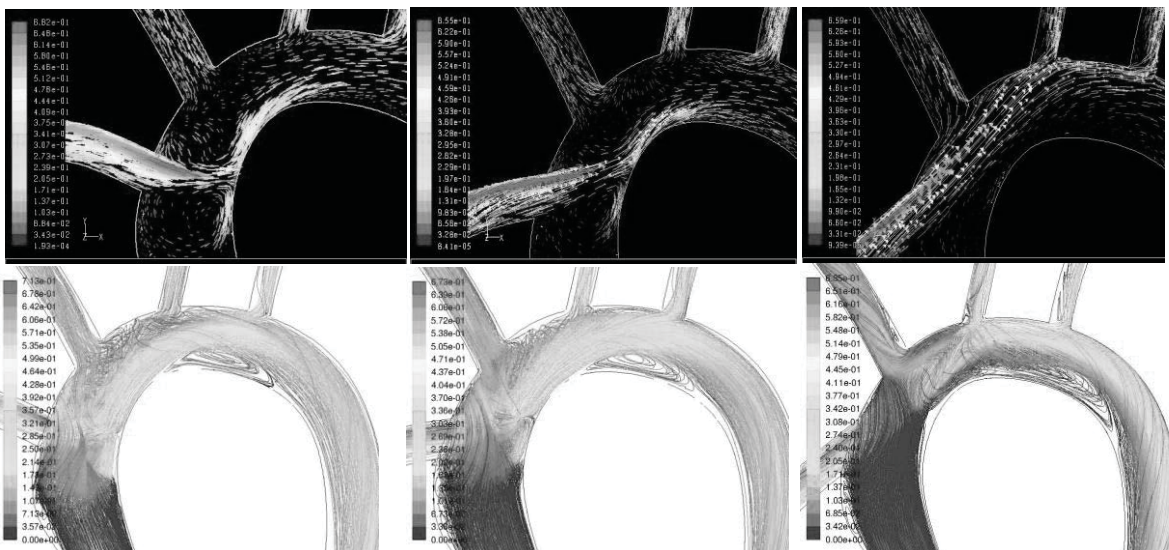


Figure 7: Close up of the LVAD cannula anastomosis and velocity vectors of the cannula jet for standard LVAD configuration at various incidence angles of: (a)  $\beta = 0^\circ$ , (b)  $\beta = 30^\circ$  and (c)  $\beta = 60^\circ$ .

The possibility of adding an alternative aortic bypass was considered as a way to capitalize on the benefits of higher values of  $\beta$ , while still reducing the number of thrombi flowing through the RCA and LCA. Models with the IA and LCA bypasses suggested that it was possible to reduce the number of thrombi flowing into these arteries by routing some of the blood flow from the aortic root into the IA and LCA, respectively. This blood has a lower chance of containing thrombi in comparison to the blood being pumped by the LVAD. However, the addition of the IA Bypass, or the LCA Bypass did not necessarily reduce overall the number of thrombi flowing through the RCA and LCA. The reason is that the behavior of thrombi changes greatly as the thrombi diameter changes: smaller thrombi have Stokes numbers based on the aorta diameter that is less than one and tend to follow the flow, while larger diameter particles have Stokes numbers that are larger than one and their trajectory can deviate from that of the mean flow as the mean

flow changes direction. Therefore a particular configuration might be an optimal configuration that minimizes  $2mm$  thrombi flow to the carotid and vertebral arteries, while allowing a large number of  $5mm$  thrombi to flow through these same arteries.

We randomly released nearly 300 particles at the inlet plane of the LVAD cannula and for each particle diameter. This was repeated five times for each particle diameter. The mean and standard deviation of the percentage of released particles reaching the LCA, RCA and VA were computed for each diameter using a 95% confidence level. Moreover, an overall (pooled) static of the mean and standard deviation was also computed so as to better characterize an overall assessment of a given configuration. If a particular thrombus diameter has a high embolization probability, this will be reflected in a high overall probability, while a low overall probability will reflect consistently low embolization probabilities across all thrombus diameters. The computed statistics for the predicted rates of embolization of the particles for a given diameter as well as pooled statistics are provided in Table 1 for several configurations we investigated in this paper.

Table 1: Resulting statistics of model for AO bed with vertebrals and coronary arteries with statistics computed at a 95% level of confidence.

Configuration	2mm Thrombi [% Embolization]	4mm Thrombi [% Embolization]	5mm Thrombi [% Embolization]	Overall [% Embolization]
Standard $\beta=0^\circ$ , $\theta=0^\circ$ , no bypass	18.14 $\pm$ 3.69	21.24 $\pm$ 2.66	25.05 $\pm$ 3.18	21.48 $\pm$ 3.2
Standard $\beta=20^\circ$ , $\theta=0^\circ$ , no bypass	24.4 $\pm$ 1.1	14.24 $\pm$ 0.79	13.3 $\pm$ 1.08	17.31 $\pm$ 1
Standard $\beta=30^\circ$ , $\theta=0^\circ$ , no bypass	22.12 $\pm$ 1.27	15.37 $\pm$ 2.85	14.92 $\pm$ 4.71	17.47 $\pm$ 3.26
IA Bypass $\beta=30^\circ$ , $\theta=0^\circ$	23.8 $\pm$ 3.32	16.83 $\pm$ 1.87	16.6 $\pm$ 0.77	19.07 $\pm$ 2.24
LCA Bypass $\beta=30^\circ$ , $\theta=0^\circ$	23.25 $\pm$ 5.97	12.76 $\pm$ 2.88	12.87 $\pm$ 1.03	16.28 $\pm$ 3.87
LCA Bypass $\beta=30^\circ$ , $\theta=45^\circ$	17.86 $\pm$ 3.48	15.58 $\pm$ 1.75	17.4 $\pm$ 4.24	16.94 $\pm$ 3.32
Standard $\beta=60^\circ$ , $\theta=0^\circ$ , no bypass	12.91 $\pm$ 1.95	10.45 $\pm$ 1.43	9.63 $\pm$ 1.13	11 $\pm$ 1.54

The CFD simulations provide insight into the overall and particular rates of thromboembolization. In what we refer to as the standard configuration with an angle of  $\beta=0^\circ$ , a major feature of the flow is a large recirculation zone and a stagnation flow region as the jet emanates from the LVAD cannula. Thrombi of all diameters are trapped in that zone and are susceptible to ingestion at the IA take-off. This is clearly seen in the statistics where the predominant path taken by all thrombi is that leading to the highest embolization rates across diameters for all the configurations under consideration. Clearly, this is not a desirable manner to implant the LVAD cannula. As the angle of implantation is increased to  $20^\circ$  and  $30^\circ$ , the rate of embolization is reduced as the recirculation and impingement features of the flow field are reduced. With  $\beta=30^\circ$ , with proximal ligation of the IA and with the addition of an  $8mm$  diameter aortic-to-innominate artery bypass graft, with a proximal anastomosis located  $10mm$  below the LVAD conduit anastomosis, the overall incidence of thromboembolization was not reduced significantly. This is due to the fact that the recirculation feature, although somewhat reduced, was still present at  $\beta=30^\circ$  and thrombi caught in the recirculation zone were still prone to be ingested by the inflow to the bypass ultimately reaching the RCA and RVA. An alternative bypass to the LCA with ligation of the LCA at the aortic arch did reduce the overall rate of embolization further down nearly 25%. Locating the LVAD conduit anastomosis at an angle of  $\theta=45^\circ$  along the coronal plane with  $\beta=30^\circ$  and with an LCA bypass did not significantly alter the overall thromboembolization rate reduction obtained by an LCA bypass with  $\beta=30^\circ$



configuration, however, the rates of thromboembolization across all diameters were more uniformly reduced with an overall reduction of  $\sim 20\%$  over the standard configuration. Further increase of the angle of incidence of the cannula anastomosis to  $\beta=60^\circ$  reduced the predicted overall rate of thromboembolization by 50%. In this configuration, the jet from the cannula is generally oriented to impinge just past the take-off of the LCA from the dorsal wall of the aorta.

Comparative rates of predicted thromboembolization between the carotids and vertebral arteries provided in Figure 8 reveal that the predicted rates of embolization to the vertebral arteries remain fairly constant over all the configurations under consideration while the embolization rates to the carotids are higher ranging from nearly 18% in the nominal configuration to a low of nearly 7% in the best configuration. Of the two, the predicted embolization to the carotids is the most affected by the geometric configuration of the LVAD conduit implantation perhaps due to their proximity to the inlet of the IA and LSA.

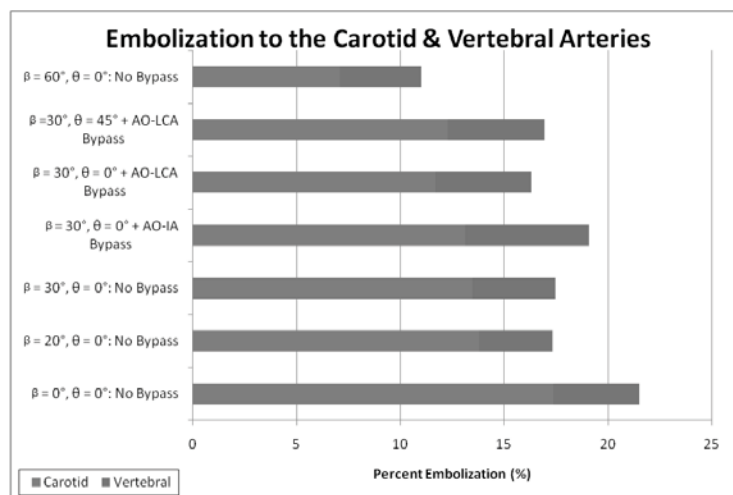


Figure 8: Comparative rates of embolization to the carotids and vertebral arteries.

#### 4. CONCLUSIONS

In summary, CFD models of a representative human aortic arch with a LVAD implant were used to establish that the geometric configuration of the LVAD conduit implantation affects possible thromboembolic events leading to stroke. Furthermore, our study establishes that the concept of an optimal LVAD implant configuration that reduces the number of thrombi flowing through the RCA and LCA is a viable engineering solution to the present problem posed by thrombus formation in VAD-outfitted patients. By adjusting the angle at which the LVAD outflow cannula is sutured, and the presence, or lack of an alternative aortic bypass, it was possible to quantify the probability of embolization for 2mm, 4mm, and 5mm diameter thrombi. In addition, an overall thromboembolization probability was calculated from the individual probabilities, and used to assess each LVAD implant configuration. Individual results showed that the behavior of 2mm thrombi differs from the behavior of 4mm, or 5mm thrombi due to the range of Stokes numbers spanned by these particles over the various flow configurations. Our simulations on a representative aortic arch geometry reveals that it is possible to reduce the overall rate of embolization of thrombi by nearly 50% with as much as a 60% reduction of incidence for larger thrombi. The results of this line of research may ultimately lead to techniques that can be used to estimate the optimal LVAD configuration in a patient specific manner by pre-operative imaging.

## REFERENCES

- [1] Pal JD, Piacentino V, Cuevas AD, Depp T, Daneshmand MA, Hernandez AF, Felker GM, Lodge AJ, Rogers JG, Milano CA., “Impact of left ventricular assist device bridging on post-transplant Outcomes,” *Ann Thorac Surg.*, 2009 Nov;88(5):1457-61; discussion 1461.
- [2] Lazar RM, Shapiro PA, Jaski BE, Parides MK, Bourge RC, Watson JT, Damme L, Dembitsky W, Hosenpud JD, Gupta L, Tierney A, Kraus T, Naka Y., “Neurological events during long-term mechanical circulatory support for heart failure: the Randomized Evaluation of Mechanical Assistance for the Treatment of Congestive Heart Failure (REMATCH) experience,” *Circulation*, 2004 25;109(20):2423-7.
- [3] Laufer G, Noon GP, DeBakey M, Wolner E, Wieselthaler GM, Schima H, Hiesmayr M, Pacher R., “First Clinical Experience With the DeBakey VAD Continuous-Axial-Flow Pump for Bridge to Transplantation,” *Circulation* 2000;101;356-359.
- [4] Radovancevic B, Vrtovec B, de Kort E, et al., “End-organ function in patients on long-term circulatory support with continuous- or pulsatile-flow assist devices,” *J. Heart Lung Transplant.*, 2007; 26: 815– 8.
- [5] Schmid C, Weyand M, Nabavi DG, Hammel D, Deng MC, Ringelstein EB, Scheld HH., “Cerebral and systemic embolization during left ventricular support with the Novacor N100 device,” *Ann. Thorac Surg.*, 1998 Jun;65(6):1703-10.
- [6] N. Shahcheraghi, N. et al., “Unsteady and Three-Dimensional Simulation of Blood Flow in the Human Aortic Arch,” *ASME Journal of Biomechanical Engineering*, 2002, 124: pp. 378-387.
- [7] Osorio AF, Osorio R, Ceballos A, Tran R, Clark W, Divo EA, Argueta-Morales IR, Kassab AJ, and DeCampli WM, "Computational Fluid Dynamics Analysis of Surgical Adjustment of Ventricular Assist Device Implantation to Minimize Stroke Risk, " *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, (in print).
- [8] Layton K., Kallmes, D., Cloft, H., Lindell E., Cox, V. “Bovine Aortic Arch Variant in Humans: Clarification of a Common Misnomer,” *American Journal of Neuroradiology*. 2006; 27: pp. 1541-1542.
- [9] Migliavacca F, Balossino R, Pennati G, Dubini G, Hsia TY, de Leval MR, Bove EL. Multiscale modelling in biofluidynamics: application to reconstructive paediatric cardiac surgery. *J Biomech*. 2006;39(6):1010-20.
- [10] Simaan MA, Ferreira A, Chen S, Antaki JF, Galati DG. A dynamical state space representation and performance analysis of a feedback-controlled rotary left ventricular assist device. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2009;17(1):15-28.

## THE CRITICAL SIZE OF MICRO AND NANO-STRUCTURES AGAINST THE MOST DANGEROUS DEFECT.

**A. Salvadori**

*alberto.salvadori@ing.unibs.it*

DICATA, Università di Brescia, via Branze 43, 25123 Brescia, Italy

**Abstract.** *The critical size of micro and nano-structures, for instance nano-wires and nano-particles in Li-ions battery electrodes, is often evaluated after the definition of the “most dangerous defect”. Intuition suggests that it lies orthogonally to the major load axis. In the light of recently proposed investigations on the crack kinking process in brittle materials [1, 2], this paper will show that such an assumption appears to be incorrect.*

**Key words:** Fracture mechanics, Quasi-static crack growth.

### 1 INTRODUCTION

The elongation of a flaw and its propagation as a macroscopic crack has been extensively investigated in the last three decades. The present note aims at investigating which is the most unfavorable direction of a given defect in a brittle material, in the light of recently proposed investigations on the crack kinking process in brittle materials [1, 2]. A large amount of literature was devoted to investigate critical sizes of components in order to avoid defects propagation due to diffusion of species in solids, particularly of Li-ions into silicon-based electrodes [3, 4, 5]. The critical size of nanowires and particles was evaluated after the definition of the worst possible nano-crack, which has always been assumed to be orthogonal to the major load axis. In the light of recently proposed investigations on the crack kinking process in brittle materials [1, 2], this paper will show that such an assumption appears to be incorrect.

Time  $t$  represents any variable which monotonically increases in physical time and merely orders events; the mechanical phenomena to study are time-independent. The global incremental quasi-static fracture propagation problem at time  $t$  depends on the geometry at time  $t$  as well as on the external actions that drive the problem itself. Monotonic external loads are only considered here: propagation by reason of temperature, fatigue, or environment changes are not taken into account. Actions are all assumed to be *proportional*, i.e. that

they vary only through multiplication by a time-dependent scalar  $\kappa(t)$ , termed load factor, taken to be zero at initial time when the flaw attained its initial length. If  $\kappa(t)$  is “sufficiently small”, then flaws remain stationary. As the load increases, it may reach a value that allows the crack growth propagation phase to begin at one or more flaws. Such a transition point is termed *onset of crack propagation*, whereas loading without crack growth happens in the *safe equilibrium domain*. The propagation can then be stable or unstable. The direction of propagation, see figure 1, as well as the critical load for propagation have been studied in previous publications [1, 2].

When the idealizations of infinitesimally small scale yielding and linear elasticity are assumed, making use of Hooke’s law without limitation of stress and strain magnitudes, the stress-strain fields in the crack tip vicinity are uniquely determined by the stress intensity factors (SIFs). These factors govern the safe equilibrium domain and the onset of propagation, too.

The present paper aims at investigating which is the most unfavorable direction of a given defect in brittle materials. Such a direction is defined as one at which elongation happens at a minimal external action. Of course, it is unclear if the most unfavorable direction is unique in general, whereas mechanics suggests that it should exist. The well known Muskhelishvili’s problem, described in figure 2, is analyzed to this aim. The angle of elongation  $\bar{\theta}(\omega)$  and the critical load factor  $\bar{\kappa}(\omega)$  are sought for a given unit flaw slanted by angle  $\omega$ . The angle  $\bar{\omega}$  at which the critical load factor  $\bar{\kappa}(\omega)$  is minimal will be the most unfavorable direction for Muskhelishvili’s problem. Numerical analysis show that the critical load  $\bar{\kappa}(\omega)$  is minimum along two directions well separated from the major normal stress axis. Moreover, numerics suggest that  $\bar{\kappa}(\omega)$  is locally maximum at a vanishing slant angle. The latter property is confirmed by the analysis carried out in section 3. One is tempted to conclude that the global elastic stress-strain fields favor cracks to enucleate from a flaw directed away from the major normal stress axis. This statement seems to be quite surprising, because of the prevailing view [2, 6, 7] of propagation of cracks in mode I. It is confirmed though by some experimental tests on metallic glasses [8].

SIFs in a homogeneous linear elastic isotropic material will be denoted with  $K_1, K_2$  as usual in the actual Frenet frame and with  $K_1^*, K_2^*$  right after an infinitesimal elongation in a Frenet frame rotated by the kinking angle  $\theta$ ; see figure 1 for notation. The onset of crack propagation is governed theoretically by a local condition that describes when the process region reaches a critical state. In most cases of engineering interest, it is independent of loading and geometry: this property is termed autonomy (see [9, 10]). Several expressions for onset of crack propagation have been proposed in the literature since the early days of fracture mechanics. They can be cast in an abstract formalism [1]:

$$\varphi(K_1, K_2, \theta) = \hat{\varphi}(K_1, K_2, \theta) - \hat{\varphi}(K_1^C, 0, \theta^C) = 0 \quad (1)$$

whereas the safe equilibrium domain reads:

$$\varphi(K_1, K_2, \theta) < 0 \quad (2)$$

In (1),  $K_1^C$  is the fracture toughness of the homogeneous material and  $\theta^C$  is the propagation angle attained when  $K_2 = 0$  and  $K_1 = K_1^C$  (which is normally zero, apart from the maximum

shear stress criterion). Function  $\hat{\varphi}$  is characteristic of any criterion and  $\hat{\varphi}(K_1^C, 0, \theta^C)$  connotes the critical state. One sees from (1) that the onset of crack propagation is always related to a prediction of the kinking angle  $\theta$  in the eventuality of a crack elongation. In other words, the safety of a configuration at *time*  $t$ , no matter how far away it is from the critical state, depends on the angle the crack is going to kink into at the time it grows. It has been recently argued [2] that the onset of crack propagation cannot be disjoint from the criterion to evaluate  $\theta$  and that all of the criteria are ruled out but the Maximum Energy Release Rate [11, 12]:

$$\varphi(\mathbf{K}^*) = \frac{1}{2} \frac{1 - \nu^2}{E} \left( \|\mathbf{K}^*\|^2 - K_1^{C2} \right) \quad (3)$$

shortened here to MERR. In equation (3),  $E$  is Young modulus and  $\nu$  Poisson's coefficient. Vector  $\mathbf{K}^*$  comes out from [13]. In this paper, Amestoy and Leblond established the general form of the expansion of SIFs in powers of the crack extension length  $s$ , for a crack propagating in a two-dimensional homogeneous isotropic linear elastic body along an arbitrary kinked (by an angle  $\theta = m\pi$ ) and curved path - see figure 1. They also evaluated the detailed form of the functions of the geometric and mechanical parameters which appear in the expansion. One of them is vector  $\mathbf{K}^*$ , that is going to be detailed in formulae (4-5), below.

Denoting with  $\mathbf{K} = \{K_1, K_2\}$  the SIFs vector at time  $t$ , the expansion of  $\mathbf{K}$  at the extended crack tip in powers of  $s$  takes the general form:

$$\mathbf{K}(\kappa(\tau), s(\tau)) = \mathbf{K}^*(\kappa(\tau)) + O(s^{1/2}) \quad (4)$$

where  $\tau \geq t$ . Vector  $\mathbf{K}^*$  is given componentwise (using the Einstein summation convention) by

$$K_p^* = F_{pq}(m) K_q \quad (5)$$

Matrix  $\mathbb{F}$  has been defined in terms of the ratio  $m = \frac{\theta}{\pi}$  as a series approximation of integral equation (39) pag. 476 in reference [13]. Component-wise it reads:

$$\begin{aligned} F_{11}(m) &= 4.1m^{20} + 1.63m^{18} - 4.059m^{16} + 2.996m^{14} - 0.0925m^{12} - 2.88312m^{10} \\ &\quad + 5.0779m^8 + \left( \frac{\pi^2}{9} - \frac{11\pi^4}{72} + \frac{119\pi^6}{15360} \right) m^6 + \left( \pi^2 - \frac{5\pi^4}{128} \right) m^4 - \frac{3\pi^2 m^2}{8} + 1 \\ F_{12}(m) &= 4.56m^{19} + 4.21m^{17} - 6.915m^{15} + 4.0216m^{13} + 1.5793m^{11} - 7.32433m^9 \\ &\quad + 12.313906m^7 + \left( -2\pi - \frac{133\pi^3}{180} + \frac{59\pi^5}{1280} \right) m^5 + \left( \frac{10\pi}{3} + \frac{\pi^3}{16} \right) m^3 - \frac{3\pi m}{2} \\ F_{21}(m) &= -1.32m^{19} - 3.95m^{17} + 4.684m^{15} - 2.07m^{13} - 1.534m^{11} + 4.44112m^9 \\ &\quad - 6.176023m^7 + \left( -\frac{2\pi}{3} + \frac{13\pi^3}{30} - \frac{59\pi^5}{3840} \right) m^5 - \left( \frac{4\pi}{3} + \frac{\pi^3}{48} \right) m^3 + \frac{\pi m}{2} \\ F_{22}(m) &= 12.5m^{20} + 0.25m^{18} - 7.591m^{16} + 7.28m^{14} - 1.8804m^{12} - 4.78511m^{10} \\ &\quad + 10.58254m^8 + \left( -\frac{32}{15} - \frac{4\pi^2}{9} - \frac{1159\pi^4}{7200} + \frac{119\pi^6}{15360} \right) m^6 \\ &\quad + \left( \frac{8}{3} + \frac{29\pi^2}{18} - \frac{5\pi^4}{128} \right) m^4 - \left( 4 + \frac{3\pi^2}{8} \right) m^2 + 1 \end{aligned}$$

Inequality (2) in homogeneous materials has to be understood as follows: there exists a region around the origin in the  $\{K_1, K_2\}$  plane such that for all  $\theta \in \mathbb{R}$  there does not exist any vector  $\mathbf{K}$  which leads  $\varphi$  to vanish, whatever the relationship between the angle of propagation  $\theta$  and the SIFs might be. This idea has been given a mathematical picture in [2]. At a given time  $t$ , values of  $\mathbf{K}$  can be evaluated as a linear function of  $\kappa$ , as the geometry is given:

$$\mathbf{K} = \kappa(t) \mathbf{K}_0 \quad (6)$$

where obviously  $\mathbf{K}_0$  defines the SIF vector for a unit load factor  $\kappa = 1$ ; mode mixity ratio  $\alpha = \frac{K_2}{K_1}$  is fixed;  $\theta(t)$  is unknown as well as  $\kappa(t)$  such that  $\varphi = 0$ . The pair  $\{K_1, K_2\}$  is in fact equivalent to the pair  $\{\kappa, \alpha\}$ . The onset of propagation:

$$\varphi(\kappa, \alpha, \theta) = 0 \quad (7)$$

implicitly defines a function  $\kappa(\theta, \alpha)$  with  $\alpha$  as a given parameter. The actual kinking angle  $\bar{\theta}$  is associated to the lowest value of  $\kappa$ , denoted with  $\bar{\kappa}$  and termed ‘‘critical’’. If the hypotheses of the implicit function theorem are fulfilled, it turns out that this condition implies maximizing  $\varphi$ , see [2] for details. In its complete form, the problem of finding  $\{\bar{\kappa}, \bar{\theta}\}$  reads:

$$\text{find } \{\bar{\kappa}, \bar{\theta}\} \quad \text{s. t.} \quad \varphi(\bar{\kappa}, \bar{\theta}) = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}(\bar{\kappa}, \bar{\theta}) = 0, \quad \varphi(\bar{\kappa}, \theta) \leq 0 \quad \forall \theta \quad (8)$$

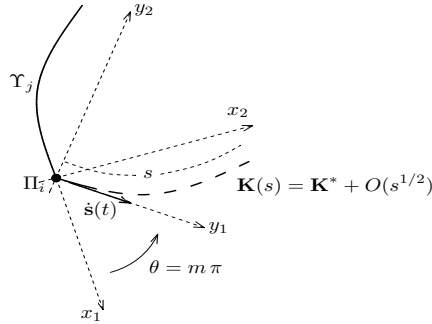


Figure 1: Definition of the global incremental quasi-static fracture propagation problem in a homogeneous material. At time  $t$  a linear elastic problem is defined on a set of rigidly connected domains  $\Omega_n$ , with Dirichlet data on  $\Gamma_u$  and Neumann data on the complementary boundary  $\Gamma_p$ . A set of loci  $\Upsilon_j$ ,  $j = 1, 2, \dots$ , of possible displacement discontinuities is given at time  $t$ , as a result of the history of propagation of crack tips  $\Pi_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , since the initial time up to  $t$ . The problem admits a unique solution in terms of displacements, strains, and stresses. Accordingly, a unique value of SIFs  $K_1(t)$ ,  $K_2(t)$  is given. The kinking angles  $\theta_i(t)$  and the scalar velocities  $\dot{s}_i(t)$  are the unknowns of the problem under consideration. Their values are supposed to exist and to be unique.

## 2 NUMERICAL EVIDENCES

Consider an instance of the plane stress Muskhelishvili’s problem. Namely, a homogeneous, isotropic linear elastic material occupying an unbounded domain  $\Omega = \mathbb{R}^2$  and a line

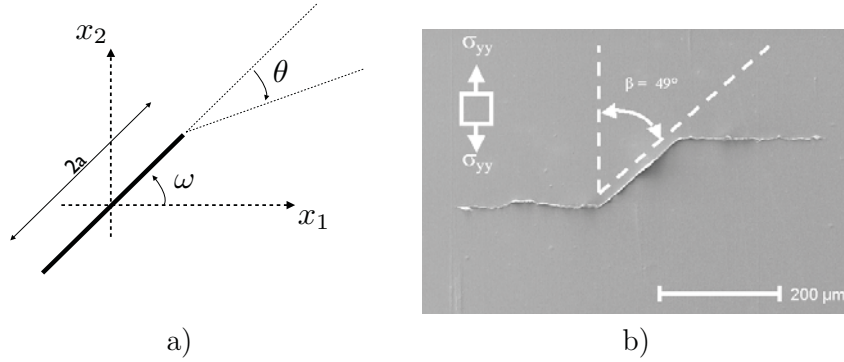


Figure 2: The model problem, namely a plane stress Muskhelishvili's problem with crack of length  $2a$ , and an experimental evidence in amorphous metals (taken from [http://dauskardt.stanford.edu/people/bmenzel\\_research.html](http://dauskardt.stanford.edu/people/bmenzel_research.html)). Slant angle  $\omega$  is considered to be a given fixed parameter.  $\theta$  is the angle of propagation. The system is loaded at infinity by a vertical load, with amplitude  $\kappa(t)$ , oriented as the outer normal, or equivalently the crack can be pressurized by a traction  $\bar{\mathbf{p}}(\mathbf{x}, t) = -\kappa(t)(\mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}))\mathbf{e}_2$ . The problem admits a unique solution, given in (9).

flaw of length  $2a$  slanted by angle  $\omega$  from  $x_1$  axis as in figure 2-a. Assume that the crack is pressurized by a traction  $\bar{\mathbf{p}}(\mathbf{x}, t) = -\kappa(t)(\mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}))\mathbf{e}_2$ , acting at time  $t$  and at point  $\mathbf{x}$  onto each one of the two lips. Here  $\mathbf{e}_2$  is the unit vector that defines axis  $x_2$  and  $\mathbf{n}(\mathbf{x})$  is the outward normal at  $\mathbf{x}$  on a lip of the crack. Traction  $\bar{\mathbf{p}}(\mathbf{x}, t)$  opens the crack for any  $\kappa(t) > 0$ .

Suppose that at the initial time, say  $t = 0$ ,  $\kappa(0) = 0$ . Then load factor increases, so that crack does not grow. Solution is given in closed form. Stress intensity factors hold:

$$K_1(t) = \kappa(t) \sqrt{\pi a} \cos^2(\omega) \quad K_2(t) = \kappa(t) \sqrt{\pi a} \cos(\omega) \sin(\omega) \quad (9)$$

and are independent on the material. The mode-mixity ratio  $\alpha = \tan(\omega)$  is thus a given parameter, independent on time.

Consider the instance  $\omega = 0$ , namely a mode 1 problem for homogeneous materials with toughness  $K_1^C$ . The mode 1 load factor at the onset of fracture (3), say  $\bar{\kappa}_I$ , amounts at:

$$\bar{\kappa}_I = \frac{K_1^C}{\sqrt{\pi a}} \quad (10)$$

equation (10) is generally used in experimental tests to measure  $K_1^C$ , the toughness of the interface, which is taken as a material property.

For any given  $\omega \neq 0$ , the onset of propagation (3):

$$\varphi(\kappa, \alpha, \theta) = 0$$

implicitly defines a function  $\bar{\kappa}(\theta(\omega))$  that cannot be overcome by  $\kappa(t)$  in order to comply with Griffith's criteria. One can then plot curve  $\varphi = 0$  with respect to  $\theta$ , parametrized in  $\kappa$ , as done in figure 3 where it has been taken  $\omega = 2/5 \pi$ . One envisages from figure 3 that:

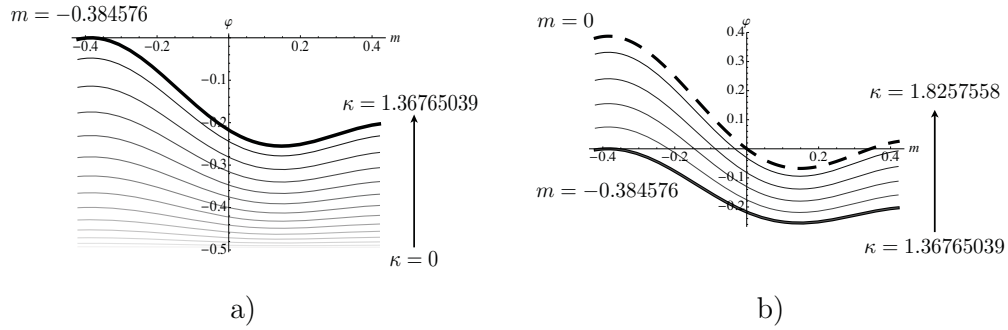


Figure 3: A plot of curves  $\varphi(\kappa, \alpha, \theta) = 0$ . Here  $-0.4208699 < m = \theta/\pi < 0.4208699$ ,  $\omega = 2/5 \pi$ . A fictitious material has been selected in the numerical simulations, with  $\nu = 0.1$ ,  $E = 1$ ,  $K_1^C = 1$ . a) It emerges that function  $\varphi < 0$  for all  $\theta$  and any  $\kappa < 1.36765$ . The pair  $\kappa = 1.36765$ ,  $m = -0.384576$  is the first such that  $\varphi = 0$ . Higher values for  $\kappa$  imply a region along the  $m$  axis in which  $\varphi > 0$ . It seems to contradict Griffith's criteria. b) This is clearly the case of a smooth propagation, with  $m = 0$ .

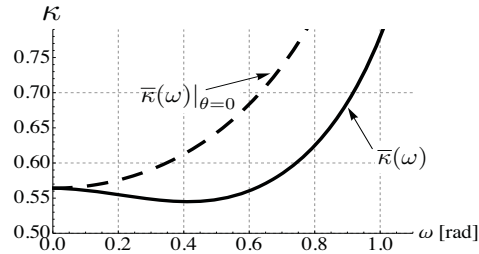


Figure 4: Curve  $\kappa(\omega)$  as a function of slant angle  $\omega$  for Muskhelishvili's problem - figure 2. The continuous curve has been derived from equation (8), the dashed one from the constraint  $\theta = 0$  for MERR. One notices that the load required to propagate the crack straight ahead (dashed curve) is higher than the one required for a "natural" kink in homogeneous materials. The plot is symmetric with respect to  $\omega$ , only the half part  $\omega \geq 0$  has been depicted. The presence of two local minimums implies that for two flaws slanted by an angle of about  $\pm 23^\circ$  in a set of randomly distributed ones, the onset of propagation is reached at a minimal value of the external load  $\kappa(\omega)$ .

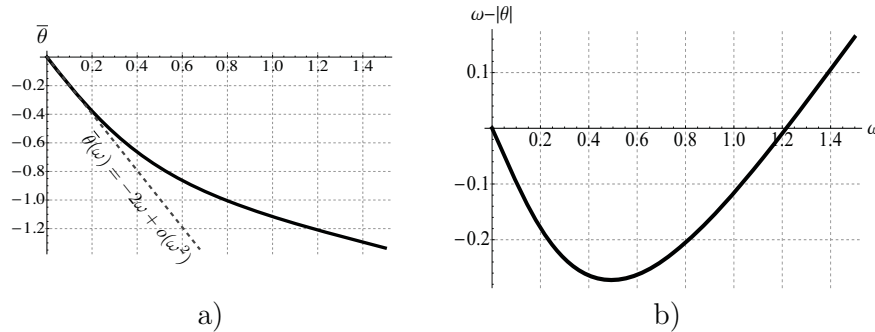


Figure 5: a,b) A plot of curves  $\theta(\omega)$  and  $\omega - \theta(\omega)$  as a function of slant angle  $\omega$  for Muskhelishvili's problem - figure 2. One sees from b) that at about  $\omega = 67.5$  degrees the crack kink is horizontal. Up to that value the crack kinks downward, towards the horizontal line passing through the initial crack centroid. For larger values of  $\omega$  the crack kinks upward.



i) for any  $\kappa < 1.36765$  function  $\varphi < 0$  for all  $\theta$ ; ii) the pair  $\bar{\kappa} = 1.36765$ ,  $m = -0.384576$  is the first one such that  $\varphi = 0$ ; iii) such a value of  $m$  seems to be a maximum point for curve  $\varphi(\bar{\kappa}, \tan(2/5 \pi), m \pi) = 0$ ; iv) for any  $\kappa > \bar{\kappa}$  a region on the  $m$  axis in which  $\varphi > 0$  shows up.

If problem (8) is solved, the pair  $\{\bar{\kappa}, \bar{\theta}\}$  is dependent on  $\omega$ . Figure 4 plots load factor  $\bar{\kappa}$  as a function of  $\omega$ : the continuous curve has been derived numerically from equation (8). One envisages from Figure 4 that  $\bar{\kappa}(\omega)$  is stationary at  $\omega = 0$ . This is expected, due to the symmetry of the problem with respect to the slanted angle. According to Figure 4, function  $\bar{\kappa}(\omega)$  attains a local maximum at  $\omega = 0$ . This fact - which will be proved in the next few lines - is quite unexpected and has a deep physical content. According to the prevailing view of fracture propagation, a crack grows in mode 1, following a Local Symmetry criterion  $K_2^* = 0$ . The mathematical consequences of this assumption have been investigated recently in [14]. One would therefore expect that the most favorable flaw would be the one at which  $K_2 = 0$ , i.e. perpendicular to the major stress axis at  $\omega = 0$ : the crack itself would “initiate its growth” with no kink. On the contrary, at such a slant angle, the load factor is locally maximum, thus showing the tendency never to grow in such a way.

As at  $\omega \rightarrow \frac{\pi}{2}^-$  one needs a very large load  $\bar{\kappa} \gg \bar{\kappa}_I$  to elongate the crack, one or more local minima are expected. Numerically, only one local minimum at about  $\omega = \pm 23^\circ$  comes out. A rigorous proof of uniqueness of minima is still lacking. The local maximality of function  $\bar{\kappa}(\omega)$  at  $\omega = 0$  can be proved as follows.

### 3 LOCAL MAXIMALITY OF $\bar{\kappa}(0)$ .

Consider the Maximum Energy Release Rate [11, 12] function - in Irwin's formalisms [15]:

$$\varphi(\mathbf{K}^*) = \frac{1}{2} \frac{1 - \nu^2}{E} \left( \kappa^2(t) \|\mathbf{K}_0^*\|^2 - K_1^{C2} \right) \quad (11)$$

where: i)  $\mathbf{K}_0^* = \mathbb{F}(\theta) \mathbf{K}_0$  according to (5); ii)  $\mathbf{K}_0$  defines the SIF vector for a unit load factor  $\kappa = 1$ , i.e.

$$\mathbf{K}_0(\omega) = \sqrt{\pi a} \cos(\omega) \begin{pmatrix} \cos(\omega) \\ \sin(\omega) \end{pmatrix} \quad (12)$$

From (3-7) one has:

$$\varphi(\kappa \mathbb{F}(\theta) \mathbf{K}_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad \kappa^2(t) \|\mathbb{F}(\theta(\omega)) \mathbf{K}_0(\omega)\|^2 - K_1^{c2} = 0 \quad (13)$$

whence:

$$\bar{\kappa}(\omega) = \frac{K_1^c}{\|\mathbb{F}(\bar{\theta}(\omega)) \mathbf{K}_0(\omega)\|} \quad (14)$$

By direct derivation, noting that problem (8) implies:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \theta}(\bar{\kappa}, \bar{\theta}) = \left( \frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \theta}(\bar{\theta}(\omega)) \mathbf{K}_0(\omega) \right) \cdot (\mathbb{F}(\bar{\theta}(\omega)) \mathbf{K}_0(\omega)) = 0$$

one has:

$$\frac{\partial \bar{\kappa}}{\partial \omega}(\omega) = - \frac{K_1^c}{\|\mathbb{F}(\bar{\theta}(\omega)) \mathbf{K}_0(\omega)\|^3} \left( \mathbb{F}(\bar{\theta}(\omega)) \frac{\partial \mathbf{K}_0}{\partial \omega}(\omega) \right) \cdot (\mathbb{F}(\bar{\theta}(\omega)) \mathbf{K}_0(\omega)) \quad (15)$$

Assuming a vanishing slant angle  $\omega = 0$ , one has  $K_2 = 0$  in the solution (12). Therefore,  $\bar{\theta} = 0$  and  $\mathbb{F}(\bar{\theta}(\omega)) = \mathbf{1}$ . Equation (15) becomes therefore:

$$\frac{\partial \bar{\kappa}}{\partial \omega}(0) = -\frac{K_1^c}{\|\mathbf{K}_0(0)\|^3} \left( \frac{\partial \mathbf{K}_0}{\partial \omega}(0) \cdot \mathbf{K}_0(0) \right) = 0$$

in view of (12). Accordingly, the critical load factor  $\bar{\kappa}$  is stationary at  $\omega = 0$  as expected.

Equation (15) can be further derived:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{\kappa}}{\partial \omega^2}(\omega) &= -\frac{K_1^c}{\|\mathbb{F} \mathbf{K}_0\|^5} \left\{ -3 \left[ \left( \mathbb{F} \frac{\partial \mathbf{K}_0}{\partial \omega} \right) \cdot (\mathbb{F} \mathbf{K}_0) \right]^2 + \|\mathbb{F} \mathbf{K}_0\|^2 \frac{\partial}{\partial \omega} \left[ \left( \mathbb{F} \frac{\partial \mathbf{K}_0}{\partial \omega} \right) \cdot (\mathbb{F} \mathbf{K}_0) \right] \right\} \\ &= -\frac{K_1^c}{\|\mathbb{F} \mathbf{K}_0\|^5} \left\{ -3 \left[ \left( \mathbb{F} \frac{\partial \mathbf{K}_0}{\partial \omega} \right) \cdot (\mathbb{F} \mathbf{K}_0) \right]^2 + \|\mathbb{F} \mathbf{K}_0\|^2 \right. \\ &\quad \times \left\{ \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \omega} \left[ \left( \frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \theta} \frac{\partial \mathbf{K}_0}{\partial \omega} \right) \cdot (\mathbb{F} \mathbf{K}_0) + \left( \mathbb{F} \frac{\partial \mathbf{K}_0}{\partial \omega} \right) \cdot \left( \frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \theta} \mathbf{K}_0 \right) \right] \right. \\ &\quad \left. \left. + \left( \mathbb{F} \frac{\partial^2 \mathbf{K}_0}{\partial \omega^2} \right) \cdot (\mathbb{F} \mathbf{K}_0) + \|\mathbb{F} \frac{\partial \mathbf{K}_0}{\partial \omega}\|^2 \right\} \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

where dependency on  $\omega$  is left implicit for paucity of space. At  $\omega = 0$ , they turn out to be:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \theta} \frac{\partial \mathbf{K}_0}{\partial \omega} \right) \cdot (\mathbb{F} \mathbf{K}_0) &= -\frac{3}{2} \pi a, & \left( \mathbb{F} \frac{\partial \mathbf{K}_0}{\partial \omega} \right) \cdot \left( \frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \theta} \mathbf{K}_0 \right) &= \frac{1}{2} \pi a, \\ \left( \mathbb{F} \frac{\partial^2 \mathbf{K}_0}{\partial \omega^2} \right) \cdot (\mathbb{F} \mathbf{K}_0) &= -2\pi a, & \|\mathbb{F} \frac{\partial \mathbf{K}_0}{\partial \omega}\|^2 &= \pi a \end{aligned}$$

whence:

$$\frac{\partial^2 \bar{\kappa}}{\partial \omega^2}(0) = \frac{K_1^c}{\sqrt{\pi a}} \left( 1 + \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \omega}(0) \right) \quad (17)$$

The closed form of  $\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \omega}(0)$  is not available. Numerical approximation shows that  $\bar{\theta}(\omega) = -2\omega + 3.08076\omega^3 + o(\omega^3)$ . Accordingly,  $\frac{\partial^2 \bar{\kappa}}{\partial \omega^2}(0) < 0$  as numerics suggests.

## 4 DISCUSSION

Figure 4 plots load factor  $\kappa$  as a function of  $\omega$  for Muskhelishvili's problem of figure 2. The continuous curve has been derived from equation (8) and represents  $\bar{\kappa}$ ; the dashed one from the constraint  $\theta = 0$  for MERR. Function  $\bar{\kappa}$  attains a local maximum at  $\omega = 0$  and a local minimum at about  $\omega = \pm 23^\circ$ . As a major consequence, in the Griffith small scale yielding scenario of fracture applied to Muskhelishvili's problem, the  $K$ -dominant region of small strain elasticity about the crack tip seems to favor an initiation of brittle microcracks at an angle far away from the principal stress direction. In other words, in the presence of randomly distributed homogenous flaws crack enucleation from a defect orthogonal to the maximum

normal stress axis appears not to be the preferred one. The evolution is likely to begin at flaws slanted by the angles that correspond to the minimum value of the load factor  $\bar{\kappa}$ . For Muskhelishvili's problem, they amount at about  $\pm 23^\circ$ : in order to propagate a horizontal flaw of unit half length in the unbounded media a load factor  $\kappa = 0.56419$  is required, whereas  $\kappa = 0.544928$  is sufficient to elongate a similar flaw slanted by  $\omega = 0.407$ . A similar behavior has been observed experimentally in metallic glass [8] during fatigue testing, where damage initiation sites were mostly associated with pre-existing defects such as surface roughness. Damage was observed to initiate after only a few stress cycles which propagated far away from the maximum normal stress axis (see figure 2-b). As the exact nature of the initial damage evolution, shear bands or mixed mode crack, is uncertain, outcomes in figure 4 may stimulate further research.

The continuous curve in figure 4 has been obtained numerically and its stationary point approximated. A closed form for  $\bar{\kappa}$  is not currently available. The properties of matrix  $\mathbf{F}$  in the Amestoy-Leblond expansion - whose closed form, to the best of my knowledge, is not yet available - seem to play a major role in the iterative solution of (8), as discussed in [2].

The crack kinking angle  $\theta$  as a function of  $\omega$  is depicted in Figure 5. One sees from b) that up to about  $\omega = 67^\circ$  the crack kinks downward, towards the horizontal line passing through the initial crack centroid. For larger values of  $\omega$  the crack kinks upward. An upward direction of the kink appears to be in agreement with the crack path observed experimentally in [8] and shown in figure 2-b.

## 5 CONCLUSION

It has been shown that in the Griffith small scale yielding scenario of fracture applied to Muskhelishvili's problem in homogeneous materials, the K-dominant region of small strain elasticity about the crack tip seems to favor an initiation of brittle microcracks at an angle far away from the principal stress direction, at a load level denoted with  $\bar{\kappa}$  which is higher than the mode I critical load. This seems to be in agreement with experimental observations [8] and other theoretical analysis [16]. Critical sizes of components in order to avoid defects propagation due to diffusion of species in solids, particularly of Li-ions into silicon-based electrodes [3, 4, 5], were evaluated after the definition of the worst possible nano-crack, which has always been assumed to be orthogonal to the major load axis. This paper shown that such an assumption is incorrect.

### *Acknowledgements*

This paper is part of a larger work in cooperation with Dr. A. Giacomini. I am gratefully indebted to him. My highest gratitude goes to Prof. M. Cerrolaza, for his kind invitation to CIMENICS 2012.

## REFERENCES

- [1] A. Salvadori. A plasticity framework for (linear elastic) fracture mechanics. *J. Mech. Phys. Solids*, 56:2092–2116, 2008.

- [2] A. Salvadori. Crack kinking in brittle materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 58:1835–1846, 2010.
- [3] I. Ryu, J. W. Choi, Y. Cui, and W.D. Nix. Size-dependent fracture of si nanowire battery anodes. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 59:1717–1730, 2011.
- [4] S. Kalnaus, K. Rhodes, and C. Daniel. A study of li-ion intercalation induced fracture of silicon particles used as anode material in li-ion battery. *Journal of Power sources*, 196:8116–8124, 2011.
- [5] K.E. Aifantis, T. Huanga, S.A. Hackney, T. Sarakonsri, and A. Yua. Capacity fade in snc nanopowder anodes due to fracture. *Journal of Power Sources*, 197:246252, 2012.
- [6] B. Bourdin, G. Francfort, and J.J. Marigo. *The variational approach to fracture*. Springer, 2008.
- [7] R.V. Goldstein and R.L. Salganik. Brittle fracture of solids with arbitrary cracks. *Int. J. Fract.*, 10:507–523, 1974.
- [8] B. Menzel and R.H. Dauskardt. Fatigue damage initiation and growth from artificial defects in zr-based metallic glass. *Acta Materialia*, 56:2955–2965, 2008.
- [9] G.I. Barenblatt. On equilibrium cracks forming during brittle fracture (in russian). *Prikladnaya Matematika i Mekhanika*, 23:434–444, 1959. See also, *The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture*, Advances in appl. mech., **7** 55-129 (1962).
- [10] K.B. Broberg. *Cracks and fracture*. Academic Press, 1999.
- [11] A.A. Griffith. The phenomena of rupture and flow in solids. *Phil. Trans. R. Soc.*, 221:163–198, 1921.
- [12] M. Ichikawa and S. Tanaka. A critical analysis of the relationship between the energy release rate and the sifs for non-coplanar crack extension under combined mode loading. *International Journal of Fracture*, 18:19–28, 1982.
- [13] M. Amestoy and J.B. Leblond. Crack paths in plane situations - ii. detailed form of the expansion of the stress intensity factors. *International Journal of Solids and Structures*, 29:465–501, 1992.
- [14] A. Chambolle, G.A. Francfort, and J.J. Marigo. When and how do cracks propagate? *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 57(9):1614–1622, 2009.
- [15] G. Irwin. Fracture. In S. Fluegge, editor, *Handbuch der Physik, Bd. 6. Elastizitaet und Plastizitaet.*, pages 551–590. Springer Verlag, 1958.
- [16] S. Melin. Which is the most unfavourable crack orientation? *International Journal of Fracture*, 51:255–263, 1991.

## USOS DE LOS MÉTODOS DE “IKP” Y “E<sub>2</sub> FUNCTION” PARA EVALUAR LA ESTABILIDAD TÉRMICA Y POSIBLES MECANISMOS DE DEGRADACIÓN DE NANO-COMPUESTOS PEAD-HA

**Carmen Albano**

**María Covis**

**Karina Romero**

*carmen.albano@ucv.ve*

*mcovis@gmail.com*

*karina.romeroc@gmail.com*

Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Química, UCV, Caracas, Venezuela.

**Vanessa Hermán**

**Arquímedes Karam**

*vherman@ivic.gob.ve*

*akaram@ivic.gob.ve*

Laboratorio de Polímeros, Centro de Química, IVIC, Caracas, Venezuela.

**Gema González**

*gemagonz@gmail.com*

Departamento de Ingeniería. IVIC, Caracas, Venezuela.

**Resumen.** *Los modelos matemáticos IKP y E<sub>2</sub> Function permitieron estudiar la estabilidad térmica de los compuestos PEAD-HA sintetizados mediante la polimerización in situ de etileno, variando el volumen de solvente y la temperatura de reacción. El análisis térmico de estos compuestos se realizó a cinco diferentes velocidades,  $\beta = 3, 5, 7, 10$  y  $13^{\circ}\text{C}/\text{min}$ , bajo atmósfera de  $\text{N}_2$ . Los parámetros cinéticos invariantes calculados por el método IKP mostraron un ligero aumento en la energía de activación al incluir la HA. La misma tendencia fue observada por el método E<sub>2</sub> Function, donde la energía de activación de los compuestos incrementó 100 KJ/mol (420-460KJ/mol) en relación al polímero sin carga. Los resultados obtenidos por ambos métodos pueden indicar que está ocurriendo un incremento en la estabilidad del compuesto debido a la incorporación de la HA, lo cual pudiera atribuirse a una buena dispersión de la misma alcanzada por la metodología de obtención de los compuestos. Adicionalmente, se observó que al variar las condiciones de polimerización los parámetros cinéticos no varían significativamente. El proceso de degradación fue modelado a través del análisis de las probabilidades que está asociada con las diferentes funciones de degradación. Este proceso de*

*degradación de los compuestos PEAD y PEAD con HA es un fenómeno complejo y está representado por un grupo de mecanismos, los cuales son: el modelo de “nucleación y crecimiento de núcleos” con aproximadamente 23% de probabilidad (S3) y “orden de reacción” con 16% of probabilidad (S5). También, ocurren mecanismos como “reacción en la interfase” (11-14%, S6, S7 y S8), y “ley de potencia” (3%), cuyas probabilidades son bajas.*

**Palabras claves:** Modelos matemáticos, Compuestos, PEAD, Hidroxiapatita.

## 1. INTRODUCCION

Las poliolefinas son materiales con un amplio espectro de aplicaciones debido a sus propiedades, versatilidad y bajo costo. Por otra parte, compuestos de polietileno de alta densidad (PEAD) con hidroxiapatita (HA) presentan un eficiente comportamiento mecánico, así como un incremento en su potencial de aplicación en el área de biomedicina, debido a las similitudes con las propiedades físicas del hueso [1-2]

Por otra parte, el estudio de los mecanismos de degradación que sufren los compuestos PEAD-HA es importante con el fin de dilucidar como la HA puede influenciar la estabilidad térmica del polímero y/o alterar los procesos de degradación que sufre la matriz polimérica. Por lo tanto, en el presente trabajo se evaluó el comportamiento térmico y los posibles mecanismos de degradación de los compuestos de PEAD-HA, para ello se utilizaron dos modelos matemáticos: IKP [3-5] y E<sub>2</sub>Function [6]. Estos métodos simulan modelos teóricos de la cinética de degradación, obteniendo valores aproximados del triple cinético (E<sub>a</sub>, A y f(α)) que pueden describir los cambios físicos y químicos que sufre la muestra en el periodo de descomposición. Este análisis cinético de la data no isotérmica se rige por la siguiente Ec (1) [7] :

$$\frac{d\alpha}{dt} \equiv \beta \frac{d\alpha}{dT} = Af(\alpha)e^{(-E_a/RT)} \quad (1)$$

donde α es el grado de conversión, t es el tiempo, T es la temperatura, β es la velocidad de calentamiento, f(α) es la función del modelo cinético, R la constante de gases. De acuerdo a la ley de Arrhenius A es el factor pre-exponencial y E<sub>a</sub> es la energía de activación.

## 2. PARTE EXPERIMENTAL

Los compuestos PEAD-HA se sintetizaron mediante la polimerización *in situ* de etileno empleando Cp<sub>2</sub>ZrCl<sub>2</sub>/MAO como sistema catalítico, manteniendo fijo el porcentaje de carga (15%), variando la temperatura (10-75 °C) y volumen de solvente (100-300 mL). Para ello, primero se suspendió la HA en 30 ml de tolueno, se sonicó por 20 min y posteriormente se agregó al reactor empleando las técnicas de Schlenck. Seguidamente, se adicionó el co-catalizador (MAO) disuelto en tolueno. Luego de 10 min de agitación se agregó finalmente 3mg de pre-catalizador (Cp<sub>2</sub>ZrCl<sub>2</sub>) disuelto en 10 ml de tolueno. La polimerización se realizó a una presión constante de etileno (1 bar) por 30 min. Transcurrido este tiempo se detuvo la reacción con una solución ácida etanólica (HCl-EtOH). El compuesto PEAD-HA obtenido, se lavó 3 veces con etanol técnico y finalmente secado a 60°C por 8h. Una vez secos los compuestos fueron analizados en TGA bajo las siguientes condiciones: aproximadamente 9-10 mg de muestra fueron

calentadas desde temperatura ambiente hasta 700 °C bajo atmósfera de N<sub>2</sub>, a cinco diferentes velocidades de calentamiento:  $\beta = 3, 5, 7, 10$  y 13 °C/min.

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los termogramas obtenidos (Fig. 1) muestran que el proceso de descomposición de los compuestos PEAD-HA ocurre en un solo paso y en un rango de temperatura entre 445-505°C. Adicionalmente, se observó un ligero aumento en la estabilidad térmica del polímero cuando la HA fue incluida, ya que la temperatura inicial de descomposición incrementa. Por otra parte, dicha estabilidad no se ve afectada de manera significativa al variar las condiciones de polimerización.

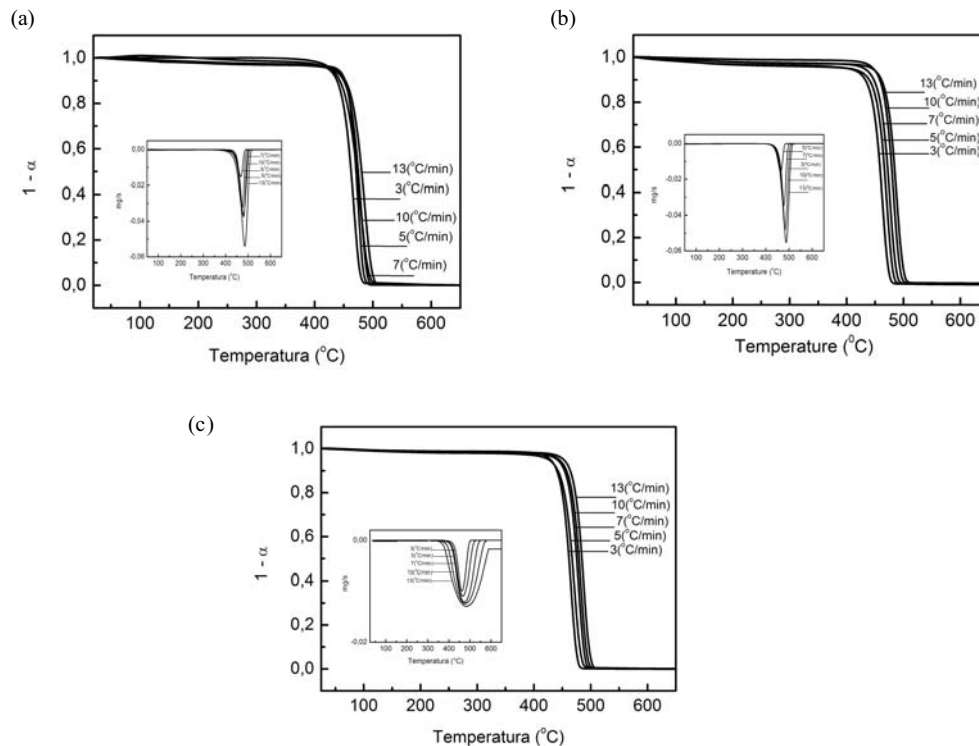
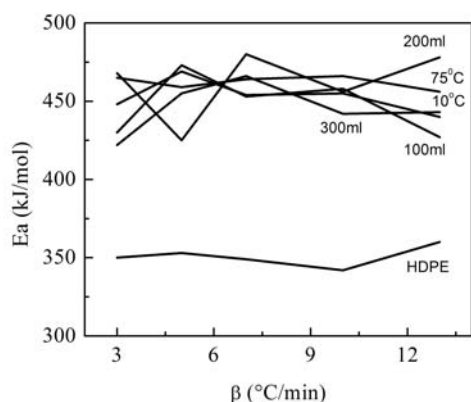


Figura 1: Termogramas y derivadas de los diferentes compuestos sintetizados: a) PEAD; b) Compuesto sintetizado a 10 °C; c) Compuesto sintetizado con 200ml.

Al analizar los resultados obtenidos por los modelos matemáticos IKP y E<sub>2</sub> Function, ambos resultados mostraron un aumento en la energía de activación de los compuestos PEAD-HA respecto al PEAD solo (Tabla 1 y Fig. 2, respectivamente), lo que puede estar indicando que la inclusión de la carga en la matriz polimérica produce un incremento en la estabilidad del polímero, pudiendo retrasar los procesos termodegradativos que sufre el PEAD. Adicionalmente, este incremento en la energía de activación observada por ambos métodos podría indicar que se obtuvo una mejor dispersión de la carga en la matriz polimérica.

**Tabla 1.** Energía de activación ( $E_a$ ) calculadas por IKP.

Muestra	$E_{a_{inv}}$ (kJ/mol)
PEAD	303
PEAD-HA_100ml	320
PEAD-HA_200ml	325
PEAD-HA_300ml	323
PEAD-HA_10C	327
PEAD-HA_75C	318

Figura 2. Energía de activación ( $E_a$ ) calculada por  $E_2$  Fucntion.

Por otra parte, las probabilidades asociadas a los posibles 18 mecanismos de degradación propuestos en la literatura se muestran en la Figura 3. Tanto la degradación del PEAD como la de los compuestos PEAD-HA es un proceso complejo y está representado por un grupo de posibles mecanismos de descomposición. Los mecanismos que presentaron la mayor probabilidad fueron: el mecanismo de “nucleación y crecimiento de núcleos” (S3) con un 23% de probabilidad, con un 10% de probabilidad los correspondientes a S1, S2 y S4, y el mecanismo de “orden de reacción” (S5) con un 16% de probabilidad. También ocurren mecanismos de “reacción en la interfase” con una menor probabilidad, 11-14% correspondientes a S6, S7 y S8, finalmente, la “ley de potencia” con probabilidades muy bajas del orden de 3%.

De estos resultados se puede inferir que la degradación térmica inicialmente se inicia en el polímero fundido, esto ocurre tanto en el PEAD solo como en los compuestos. Por lo tanto en esta etapa se pueden estar consolidando el modelo correspondiente a nucleación y crecimiento de núcleos (S1, S2, S3, S4), que sería la formación de los radicales libres que al principio se encuentran aislados y luego comienzan a formar grupos de radicales muy cercanos (denominados clusters). Cuando una parte del polímero se encuentra carbonizado y forma un sólido, el modelo de degradación puede ser alterado, debido a que el PEAD en la primera etapa, se degrada a través de dos vías: a) rompimiento de la cadena principal formando moléculas de bajo peso molecular que podrían difundir en la interface y continuar el proceso de descomposición. Como se observa en la Fig. 3, no ocurren procesos de difusión, lo que implica que aparentemente el PEAD carbonizado muestra una alta resistencia a la difusión; b) reacciones de entrecruzamiento, que tendrían lugar en la interface entre el fundido, el material degradado y los gases de



descomposición. Estos procesos están determinados por el mecanismo de reacción en la interfase correspondiente a S6, S7 y S8. Por otra parte, debido a que en la primera etapa de descomposición se pueden formar moléculas de bajo peso molecular, éstas dan lugar a la formación de una nueva fase que correspondería principalmente a reacciones del modelo de orden de reacción (S5) y ligeramente al modelo de ley de potencia (S14, S17). Resultados similares han sido reportado por Albano y col [8]. También, se aprecia en la Fig. 3 que no ocurren variaciones significativas en los mecanismos que rigen la degradación del polímero y la de éste una vez que contiene hidroxiapatita.

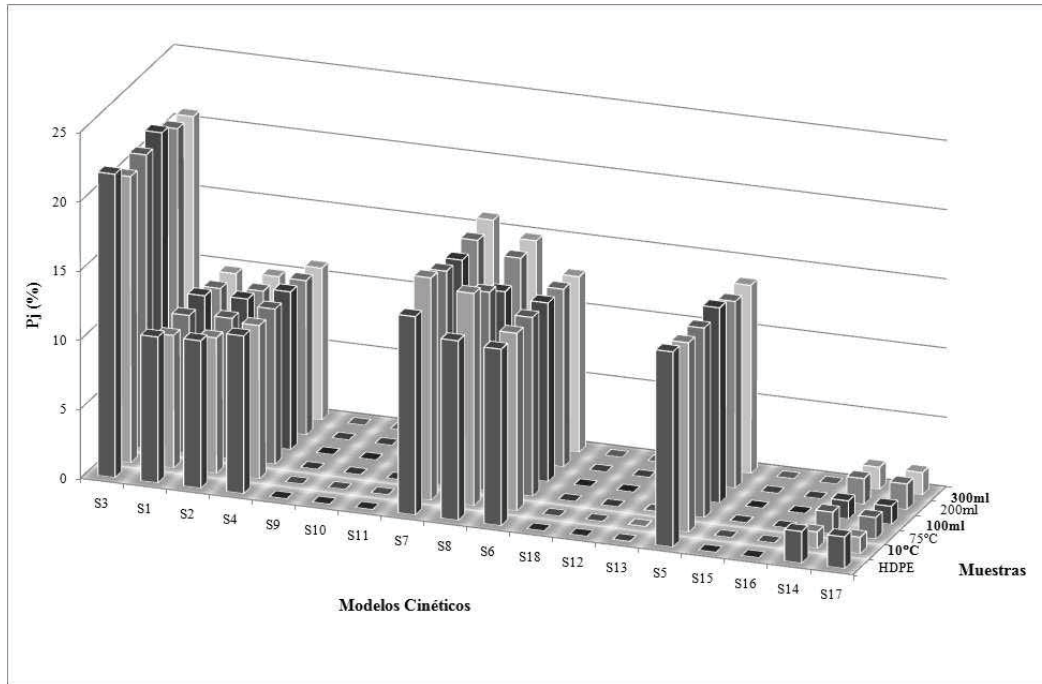


Figura 3. Modelos cinéticos que rigen el proceso de degradación térmica del PEAD y los materiales compuestos PEAD-HA.

#### 4. CONCLUSIONES

De los resultados mostrados, se puede concluir que la energía de activación,  $E_a$ , calculada a partir de los modelos matemáticos: IKP y  $E_2$  Función presentaron la misma tendencia: un aumento en dicho parámetro cinético cuando se incluyó la carga en la matriz polimérica; produciendo así un incremento en la estabilidad del PEAD, ya que se requiere de una mayor energía para iniciarse el proceso de degradación. Finalmente, los posibles mecanismos de degradación que sufre el polímero no se ven alterados por la presencia de la HA. Siendo los siguientes mecanismos los más probables: “nucleación y crecimiento de núcleos” (S3) con un 23% de probabilidad, “orden de reacción” (S5) con un 16% de probabilidad y con un 10% de probabilidad los correspondientes a S1, S2 y S4.

*Agradecimientos*

Los autores agradecen al IVIC por la colaboración prestada en la realización del presente trabajo.

## REFERENCIAS

- [1] G. M. Bonfield W, Tully AE, Bowman J. Abram J, Hydroxyapatite reinforced polyethylen - a mechanically ompatible implant material for bone replacement. *Biomaterials*, vol. 1-2, pp. 185-186, 1981.
- [2] R. N. D. K. E Tanner, and W. Bonfield, Clinical applications of hydroxyapatite reinforced materials. *British Ceramics Transitions*, vol. 93, n. 3, pp. 104-107, 1994.
- [3] L. S. Lesnikovich AJ, A method of finding invariant values of kinetic parameters. *Journal of Thermal Analysis*, vol. 27, pp. 89-93, 1983.
- [4] G. F. L. Sergei C. Levchik, Anatolli I. Lesnikovich, Analysis and development of effective invariant kinetic parameters finding method based on the non-isothermal data. *Thermochimica Acta*, vol. 92, pp. 157-160, 1985.
- [5] L. S. Lesnikovich AJ, Isoparametric kinetic relations for chemical transformations in condensed substance. *Journal of Thermal Analysis*, vol. 30, pp. 677-702, 1985.
- [6] H. L. Chen, K.; Lin, Y. , Methods for Determining the Kinetic Parameters from Nonisothermal Thermogravimetry: A Comparison of Reliability. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, vol. 37, n. 9, pp. 1172-1178, 2004.
- [7] B. A. Bojan Jankovic, The use of the IKP method for evaluating the kinetic parameters and the conversion function of the thermal decomposition of NaHCO<sub>3</sub> from nonisothermal thermogravimetric data. *International Journal of Chemical Kinetics*, vol. 39, n. 8, pp. 462-471, 2007.
- [8] C. L. Albano C, Figuera L, Perera R, Karam A, González G, Noris K, Evaluation of a composite based on high-density polyethylene filled with surface-treated hydroxyapatite. *Polymer Bulletin*, vol. 64, pp. 45-55, 2009.

## CORDÓN DE SOLDADURA MEDIANTE EL PROCESO DE FRICCIÓN AGITACIÓN EN ALUMINIO AA 1100-0

**Rafael R. Valdivé F.**

**Samuel A. Blanco P.**

*rafvaldive@hotmail.com*

*samuelblancomec\_1@hotmail.com*

Universidad Nacional Experimental Politécnica “Antonio José de Sucre”

Av. Corpahuaico, El Obelisco, Barquisimeto-Venezuela

**Resumen.** *El trabajo que se presenta se hizo con el objetivo de obtener cordones de soldadura mediante el proceso de fricción agitación (FSW) en aluminio AA 1100-0. El estudio permitió encontrar la temperatura óptima a nivel experimental la cual requiere de varios ensayos termográficos. Estos ensayos consisten en producir imágenes de la radiación infrarroja emitida en forma de calor por algún cuerpo, a través de una cámara llamada detector de barrido de infrarrojos. Asimismo, para obtener un cordón de soldadura que no presente defectos en cuanto a material residual alrededor del mismo (conocido como rebaba) se realizaron pruebas de ensayo y error, modificando factores como la velocidad de rotación del pin y la velocidad de traslación de la herramienta, así como también el esfuerzo o fuerza que ejerce la herramienta sobre las placas. La investigación se realizó en dos (2) fases. En la fase diagnóstica se detectan las herramientas y máquinas disponibles para poder realizar las pruebas, se determina el pin a usar para la obtención efectiva del cordón mediante FSW. En la segunda fase se realizaron los experimentos obteniendo los cordones de soldadura con excelentes características y con llenado total. Con estos experimentos piloto se obtuvieron intervalos de prueba para velocidades de rotación y avance del pin, así mismo permitieron comprobar las condiciones de los cordones de soldadura.*

**Palabras claves:** Soldadura por Fricción Agitación (FSW), cordón de soldadura, pin.

## 1. INTRODUCCIÓN

La soldadura nace por la necesidad del hombre de unir los materiales; siendo un proceso de fabricación en donde se realiza la unión de dos materiales, usualmente logrado a través de la coalescencia, en la que las piezas son soldadas fundiéndolas, luego se agrega un material de relleno fundido que tiene un punto de fusión menor al de la pieza a soldar, para conseguir un baño de material que, al enfriarse, se convierte en una unión fuerte. A veces la presión es usada conjuntamente con el calor, para producir la soldadura. Esto está en contraste con la soldadura blanda y la soldadura fuerte, que implican el derretimiento de un material de bajo punto de fusión entre ellos para formar un enlace, sin fundir las piezas de trabajo [1].

A medida que pasa el tiempo y avanza la tecnología, se ha dado la necesidad de realizar nuevos desarrollos en cuanto a soldadura, y esto permite el nacimiento de métodos innovadores, como es el caso de la soldadura por fricción y agitación. Este es un proceso automático que permite soldar juntas a tope y a solape de gran longitud y por consiguiente supera la mayor limitación del proceso convencional por fricción que consiste precisamente en la restricción de su aplicación a piezas con simetría de revolución. Se basa esencialmente en la utilización de una herramienta cilíndrica de un perfil especial, la cual se inserta entre las superficies de encuentro de los materiales a unir, con una cierta velocidad de rotación y bajo una fuerza determinada. Las piezas deben estar rígidamente vinculadas a tope o superpuestas para evitar su movimiento cuando avanza la herramienta a lo largo de la junta, produciendo la dispersión de los óxidos, la plastificación localizada del material y la soldadura [2].

## 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La soldadura FSW es un proceso automático que permite soldar juntas a tope, siendo esto la unión de dos piezas realizada por simple acoplamiento sin tener que llevar a cabo algún tipo de corte especial en las piezas, de gran longitud, superando así la limitación del proceso convencional por fricción. Se basa esencialmente en la utilización de una herramienta cilíndrica de un perfil especial para soldar en fase sólida [2]. El propósito de este trabajo es la obtención de cordones de soldadura por fricción agitación en láminas de aluminio AA 1100-0, variando la velocidad de rotación de la herramienta y manteniendo constante la composición del material base [3].

La soldadura por fricción agitación (FSW), se basa esencialmente en la utilización de una herramienta cilíndrica de un perfil especial, la cual se inserta entre las superficies de encuentro de los materiales a unir (más fácil con materiales de bajo punto de fusión, alrededor de 600° C como el aluminio) con una cierta velocidad de rotación y bajo una fuerza determinada. Las piezas deben estar rígidamente vinculadas a tope o superpuestas para evitar su movimiento cuando avanza la herramienta a lo largo de la junta produciendo la dispersión de los óxidos, la plastificación localizada del material y la soldadura. Esta herramienta cilíndrica que se encuentra conformada por un pin y un hombro en su parte superior como se muestra en la Fig. 1.

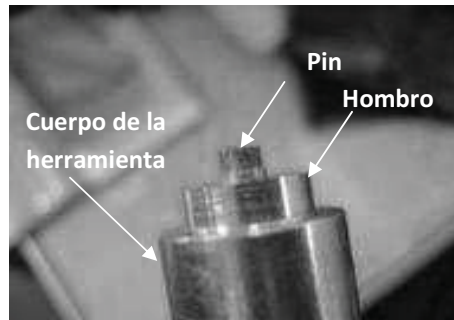


Figura 1. Partes de herramienta utilizada en FSW.

La misión del hombro es precalentar por fricción la zona que va a atravesar el pin, quien es el que realiza la agitación, y la unión se produce sin aportación, por la transferencia de material caliente y por lo tanto reblandecido, de la zona frontal de la herramienta a la zona posterior gracias a la forja producida por el contacto entre el hombro de la herramienta y el pin. El material no llega a fundirse en ningún instante del proceso. Gracias a que la gravedad no influye en el proceso de soldadura en estado sólido, se puede utilizar en todas las posiciones: horizontal, vertical y orbital.

La FSW es un proceso totalmente mecánico. Es limpio, ecológico y produce cordones de soldadura de la más alta calidad y aporta la ventaja adicional de resultar apropiado para unir materiales metálicos distintos y otros que son difíciles de soldar con métodos convencionales de fusión. La FSW no se limita a planchas y placas: puede soldar tubos, depósitos, uniones en T y uniones en ángulo. El proceso de FSW puede utilizar la tecnología actual de máquinas y herramientas, es posible de automatizar y hace muy poco se ha adaptado para su utilización por robots. La fricción, agitación y presión generada por dicha herramienta consolida la unión. Las bajas tensiones relativas residuales y la zona deformada por la agitación, de grano fino, dan como resultado unas excelentes propiedades de resistencia y ductilidad, características de importancia clave en las aplicaciones de la industria aeroespacial. Las velocidades de soldado varían entre los 100 y los 2.000 mm/minuto, lo que es comparable con procesos de soldadura por fusión. Las piezas deben estar sólidamente fijadas y es precisa una fuerte barra de respaldo. Al final de cada cordón de soldadura queda un agujero maestro.

El Aluminio AA 1100-0 es la aleación comercial más trabajable y utilizada, aún cuando no es tratable en caliente, la aleación 1100 tiene poca fuerza pero una alta resistencia a la corrosión, permite un anodizado satisfactorio, tiene buena soldabilidad y es apropiado para ser utilizado con latón o soldadura, cuando es maquinado tiende a la gomosidad. Los usos típicos para este material son el finstock, almacenamiento de químicos, equipo de proceso, utensilios de cocina y trabajo general en hoja.

Cabe destacar que este aluminio puede trabajarse fácilmente por todos los métodos convencionales, tales como repujado, estampado o forjado donde es posible ejecutar la mayor parte del trabajo en frío antes de requerirse un nuevo recocido debido a la buena ductilidad del aluminio puro. En la soldadura, el aluminio AA 1100-0 es fácilmente soldable por técnicas comerciales tales como resistencia eléctrica, metálica con arco eléctrico y gas, preferiblemente con gas inerte y arco protegido. El metal de aporte que se debe usar es de la aleación de aluminio 1100. Si se desea soldar aluminio 1100 a un aluminio de alta aleación, tales como 6063 o 5052 entonces el alambre metálico deberá ser de la aleación de aluminio 4043, y en cuanto a los

tratamientos térmicos este no responde a ninguno debido a su alta pureza, por lo que se trabaja en frío donde adquiere un elevado endurecimiento.

### **3. METODOLOGÍA APLICADA**

#### **3.1 Cortes de las láminas de aluminio**

Las láminas de aluminio fueron cortadas a un tamaño de 20cm de largo y 7cm de ancho en la guillotina de tal manera que el corte fuese aceptable y no presentase problemas en el sistema de sujeción y mordazas de la máquina fresadora.

#### **3.2 Acondicionamiento de la máquina fresadora**

A la máquina fresadora se le realiza un mantenimiento para lograr los ensayos con éxito. Cabe destacar que esta máquina es la más parecida a la que se utiliza en el proceso FSW debido a que posee las condiciones necesarias para este proceso, los cuales son potencia, movimientos de avance y velocidad rotación variable necesarias para la obtención del cordón de soldadura. Además posee un sistema para el montaje de la herramienta, bridas de sujeción, prensas y mordazas que se posicionan en la bancada de la mesa de trabajo de la máquina.

El sistema de montaje de herramientas consiste en un husillo portaherramientas en el cual se introducen las mismas y se van ajustando paulatinamente para evitar que exista vibración alguna durante la realización de los cordones. El sistema de sujeción consta de un soporte (barras de acero), y sujeción a la mesa de la fresadora mediante una prensa de banco fija.

#### **3.3 Herramienta utilizada para la soldadura**

Para la realización de los ensayos de FSW, no se realizó diseño y construcción de la herramienta, se trabajó con una configuración de herramienta ya establecida, solo se procedió a tornearla para llevar la herramienta previamente construida a la altura adecuada del hombro y a la relación hombro-pin adecuada para lograr cordones con las condiciones más favorables.

#### **3.4 Unión de las láminas de aluminio**

Una vez seleccionados los parámetros y variables del proceso como: velocidad de avance, velocidad de rotación, configuración de la herramienta, sentido de avance, se ajustan a la fresadora y se comienza el proceso de unión de la dos láminas de aluminio AA 1100-0.

Este proceso inicia al encender la máquina fresadora y al acercar la herramienta lentamente hacia la junta a tope de las láminas de aluminio que se desean soldar. Aunado a ello al existir el contacto íntimo entre el pin de la herramienta y las láminas se ha determinado el cero. Una vez logrado el cero se mueve la mesa de trabajo de tal manera que el pin de la herramienta quede fuera de contacto de las láminas a ser soldadas y luego se sube la mesa de trabajo hasta la altura del pin quedando así el contacto de las láminas con el hombro de la herramienta. Luego se enciende la rotación de la herramienta y se hace la puesta en marcha del movimiento de avance horizontal de la bancada con el automático obteniéndose el cordón de soldadura.

#### 4. Resultados

Las condiciones de trabajo mínimas obtenidas en el experimento piloto [4] para lograr las uniones con bastante sanidad, según el caso estudiado, son las siguientes: (a) velocidad de rotación igual o superior a 1280 r.p.m., (b) velocidad de avance de 92 mm/min, (c) un buen sistema de sujeción que posea un soporte con conductividad térmica similar a la del aluminio, (d) un buen separador que soporte altas temperaturas y un precalentamiento, y (e) la utilización de la herramienta cilíndrica roscada. Se puede señalar que aunque la unión de las láminas se logra a 1280 rpm, es necesario trabajar con 1700 rpm para obtener un cordón de soldadura con llenado transversal total, con una presión adecuada para obtener una buena unión ya que de esta depende el esfuerzo mecánico aplicado sobre el cordón.

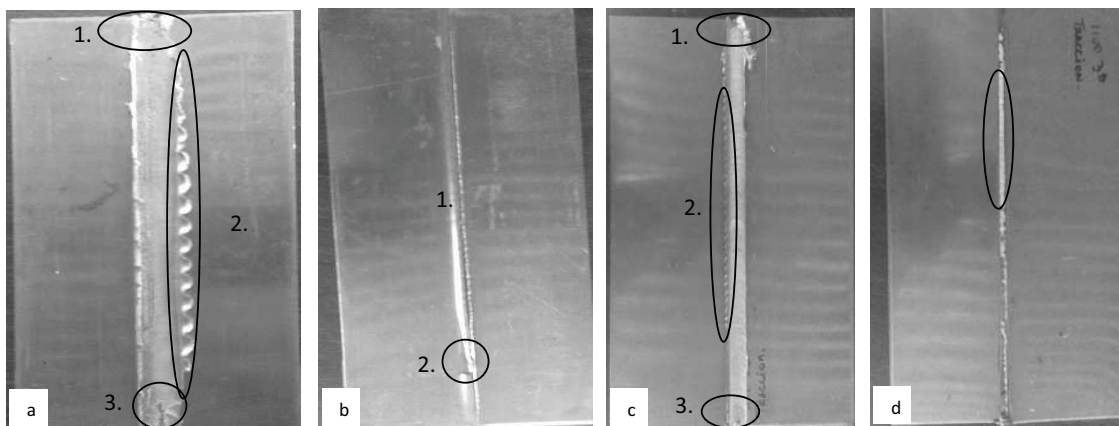


Figura 2. (a) Superficie cordón obtenido a 1280rpm donde: (1) Hueco de entrada, (2) Rebaba y (3) Hueco de salida. (b) Raíz cordón obtenido a 1280 rpm donde: (1) Línea de unión abierta y (2) Pliegue. (c) Superficie Cordón obtenido a 1700rpm donde: (1) Hueco de entrada, (2) Rebaba y (3) Hueco de salida. (d) Pérdida de material en la Raíz Cordón obtenido a 1700rpm

En la Fig. 2(a) se observa en la superficie, un cordón superficial de bajo defecto, con un espesor constante, exceptuando en la salida y entrada del pin, con rebaba a lo largo del cordón, producida por el uso de un pin cilíndrico roscado y una velocidad de 1280rpm. No siendo esta suficiente velocidad para que el material extraído por la condición roscada del pin se acomodara dentro del cordón. Se pueden notar dos agujeros, uno a la entrada y otro a la salida, esto se debe al pin. En la raíz se puede observar que la línea de unión que está en la raíz del cordón está abierta. Esto nos lleva a intuir que dentro del cordón se produjo el defecto conocido como túnel, que no es más que una cavidad producida lo largo de todo el cuerpo interno del cordón. También se puede observar un pliegue en la zona final del cordón debido a falta de soporte en el momento de la soldadura.

En la Fig. 2(c) se observa un buen cordón de soldadura, con un atractivo acabado, libre de poros, pliegues o discontinuidades. Se observa al inicio del cordón una rebaba producida, por un desplazamiento del material debido a las altas temperaturas producidas entre el contacto inicial del pin roscado y el material precalentado. A su vez se observa a lo largo del cordón una pequeña rebaba producto de la remoción de material por la condición roscada del pin. En este cordón no se produjo un agujero a la entrada, a la salida del pin. La raíz de este cordón es uniforme y carece

de defectos. Se puede notar una pequeña pérdida de material producto del desprendimiento, el cual se debe probablemente a la adherencia del aluminio cuando se encontraba en estado pastoso a la lámina de fundición utilizada como soporte en el sistema de sujeción.

Con estos experimentos pilotos se obtuvieron intervalos de prueba para velocidades de rotación y avance del pin, así como también permitieron comprobar las condiciones de los cordones de soldadura.

## 5. Conclusiones

Los resultados obtenidos evidencian en la zona de la sección transversal de las uniones un porcentaje de llenado por encima del 95%, y en casos del 100%, además de buen acabado superficial y en la raíz del cordón. No obstante, aunque con la herramienta cilíndrica roscada a 1280 rpm fueron arrojados muy buenos resultados, el porcentaje de llenado promedio obtenido por la misma en los ensayos, no fue superior a los de la herramienta cilíndrica roscada a 1700 rpm. Las velocidades de rotación utilizadas eran las más altas que proporcionaba la máquina fresadora y por lo tanto eran las que se podían utilizar de acuerdo a la teoría. Estas velocidades de rotación influyeron de manera notable y con muy buenos resultados sobre la sanidad del cordón, ya que las mismas van relacionadas directamente con la transferencia de calor que genera la pastosidad en el aluminio, debido a la fricción existente entre el hombro de la herramienta y las láminas de aluminio a soldar. Se realizaron numerosas pruebas variando la velocidad de avance hasta encontrar que 92 mm/min era el parámetro más adecuado para obtener cordones de soldadura con muy buenos resultados.

## REFERENCIAS

- [1]. Horwitz, H., Soldadura. Aplicaciones y Práctica. Ediciones Alfaomega S. A. de R. México. 1990.
- [2]. Cabot, P., Soldadura por Fricción Agitación (FSW) de AA 6061 T6. Volumen 8, Revista Materia. Buenos Aires, Argentina. 2003.
- [3]. Valdivé, R., & Blanco, S., Obtención de Cordón de Soldadura Mediante el Proceso de Fricción Agitación en Aluminio AA 1100-0. Trabajo Especial de Grado. UNEXPO. 2009.
- [4]. Álvarez, R., Evaluación de la cantidad de precipitados y tamaño de grano en un aluminio AA 6063 soldado por FSW a diferentes velocidades de avance. Trabajo Especial de Grado. UNEXPO. 2005.



## RELACIÓN ENTRE EL DAÑO Y LA RAZÓN DE RIGIDEZ $\alpha$ PARA EDIFICIOS DE CONCRETO ARMADO DE MEDIANA ALTURA

**Torres Rafael**

**González José**

**López Alexis**

*rafaeltorres@ula.ve*

*venezuela@gmail.com*

*alexis@ula.ve*

Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería, Cubículo 2E09, Mérida-Venezuela.

**Resumen.** *Se realizó el análisis elástico e inelástico de seis edificios simétricos de concreto armado, de seis a veintiún niveles, tomando en cuenta dos pórticos tipificados por edificio, uno interno y otro externo. Todos los pórticos fueron diseñados con la normativa actual, con el objetivo de determinar la relación existente entre el Daño y la Razón de Rigidez  $\alpha$ , obtenida de la Curva de Comportamiento de las estructuras. Basados en la teoría del daño concentrado, implementada a través del programa Portal de Pórticos PDP desarrollado en la Universidad de Los Andes, se logró cuantificar y localizar el daño en las estructuras de concreto armado estudiadas y se obtuvo una relación entre la Razón de Rigidez  $\alpha$  y el Daño, siendo esta relación de gran utilidad para el Diseño Sísmico Basado en Desempeño DSBD de edificaciones de concreto armado de mediana altura.*

**Palabras claves:** Daño, Rigidez de post-fluencia, Diseño Sísmico Basado en Desempeño.

### 1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el diseño de estructuras resistentes a sismos es generalmente llevado a cabo mediante métodos que suponen la incursión de la estructura en el rango inelástico de su comportamiento, permitiendo la disipación de energía y generando regiones de la estructura con comportamiento altamente no lineal. Estos métodos permiten la obtención de diseños estructurales seguros y resistentes, pero no cuantifican la ocurrencia de fenómenos claves como el daño.

El desarrollo e implementación de procedimientos de Diseño Sísmico Basado en Desempeño DSBD, permite al diseñador estructural obtener, de forma sistemática, configuraciones estructurales específicas para alcanzar niveles de desempeño esperados, garantizando un

comportamiento estructural deseado durante la ocurrencia de sismos extraordinarios. En el documento Vision 2000 [1] se formalizaron los procedimientos de DSBD en los Estados Unidos. En este documento, los niveles de desempeño, conocidos como estados límite en los reglamentos actuales, están asociados al estado de daño máximo aceptado en una estructura.

El estudio del daño está basado en la mecánica de la fractura y la teoría del daño continuo; hacia finales de los años ochenta y principio de los noventa aparecieron las primeras aplicaciones de la teoría del daño continuo a la teoría de vigas. La adaptación de la mecánica de la fractura y del daño continuo a la teoría de pórticos se inició en la Universidad de los Andes en Venezuela, a principios de los noventa, cuando Flores [2] escribe la primera monografía dedicada a la mecánica de la fractura para pórticos.

El daño representa la densidad de micro grietas alcanzadas por las vigas y columnas que conforman los pórticos y se mide con un índice de daño. Valores de índice de daño menores a 0,1 corresponden a una estructura sin daño o con poco agrietamiento; entre 0,10 y 0,30 son considerados como nivel de daño bajo y representa un comportamiento estructural adecuado; de 0,30 a 0,50 representa un daño moderado reparable, la estructura presenta zonas vulnerables; entre 0,5 y 0,7 daño severo, se considera un comportamiento estructural inadecuado, irreparable, la estructura permanece en pie aunque con colapso incipiente, mientras que valores mayores que 0,70 en los elementos del pórtico son considerados daños graves que conllevan al colapso de la estructura, se considera inestabilidad estructural y representa un comportamiento inaceptable.

Se define la Razón de Rigidez  $\alpha$  como el cociente entre la rigidez del edificio con daño  $K_i$  y la rigidez del edificio sin daño  $K_e$ ,  $\alpha=1,0$  representa un edificio con comportamiento completamente elástico, sin daño, valores de  $\alpha<1,0$  corresponden a edificios que presentan cierto nivel de daño. La Razón de Rigidez  $\alpha$  se determina en el ajuste Bilineal realizado a la Curvas de Comportamiento mediante la Ec. (1).

$$\alpha = K_i / K_e \quad (1)$$

Para el presente estudio se realizó el análisis elástico e inelástico de seis edificios de concreto armado simétricos, de dos vanos, variando el número de pisos de tres en tres, desde seis hasta los veintiún niveles, con el objetivo de determinar la relación entre el Daño y la Razón de Rigidez  $\alpha$ .

Aplicando procedimientos de análisis estático no lineal, como lo método del empujón (pushover), se determinan las Curvas de Capacidad de las estructuras estudiadas, obteniéndose posteriormente las rigideces inicial  $K_e$  y de post-fluencia  $K_i$  mediante el empleo del método bilineal propuesto por FEMA-273 [3]. Con base en la Teoría del Daño Concentrado fundamentada en la Mecánica del Daño Continuo, la Mecánica de la Fractura y el concepto de rótula plástica, implementada a través del programa Portal de Pórticos PDP desarrollado en la Universidad de Los Andes y disponible en la página Web <http://portaldepoticos.ula.ve>, se localiza y cuantifica el daño en las estructuras estudiadas, y de esta forma se obtiene la relación entre la Razón de Rigidez  $\alpha$  y el Daño. Dicha relación puede ser de gran utilidad para el DSBD de edificaciones de concreto armado.

Torres, et al.[4], obtuvieron con carácter preliminar la Ec. (2) en pórticos de concreto armado con alturas que variaron entre uno a cinco niveles, la expresión permite determinar la Razón de Rigidez  $\alpha$  en función del Daño  $d$ , en el trabajo realizaron varios ajustes: lineal, exponencial, potencial y logarítmico, siendo el mejor ajuste el logarítmico.

$$\alpha = - 0,30 \ln [ d(\%) ] + 1,25 \quad (2)$$

## 2. TEORÍA DEL DAÑO CONCENTRADO

Una descripción detallada de este modelo se encuentra en Flores [2]. Cada miembro del pórtico es considerado como un ensamblaje de una viga-columna elástica, entre dos rótulas inelásticas donde se consideran concentrados todos los efectos de disipación (agrietamiento del concreto y deformaciones plásticas). Se define el daño como una fracción disminuida de la rigidez, después de haber sucedido cierto agrietamiento. Cuando un elemento de pórtico está sometido a cargas que cambian de signo (histeréticas) aparecen dos conjuntos de grietas distintas, una debido al momento positivo (daño positivo) y otras producidas por el momento negativo (daño negativo). Estos parámetros de daño pueden tomar valores entre 0 y 1, tal que 0 representa una rótula intacta y 1 una rótula totalmente dañada sin ninguna rigidez.

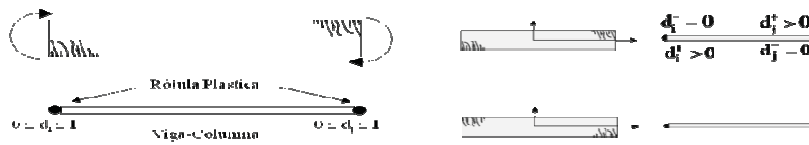


Figura 1- Representación del daño en un miembro de concreto armado

La determinación de los desplazamientos, deformaciones, esfuerzos internos, daño positivo y negativo, rotaciones plásticas y fuerzas en los extremos de los miembros, es lograda resolviendo el sistema que conforman las ecuaciones de compatibilidad, las ecuaciones de equilibrio y la ley de comportamiento del miembro degradable. Numéricamente el problema se resuelve empleando el programa PDP.

## 3. METODOLOGÍA

El trabajo fue realizado considerando seis edificios regulares de concreto armado, de dos vanos de 8 m en cada sentido, variando la altura: 6, 9, 12, 15, 18 y 21 niveles. La losa de entrepiso es nervada, armadas en dos direcciones de 30 cm de espesor.

Debido a que cada edificio presenta una configuración de dos tramos por sentido, el análisis de empujón (pushover) se realizó de manera separada en los pórticos internos (pórticos centrales) y los pórticos externos (pórticos laterales) de cada edificio, tal como se muestran en la Fig. 2.

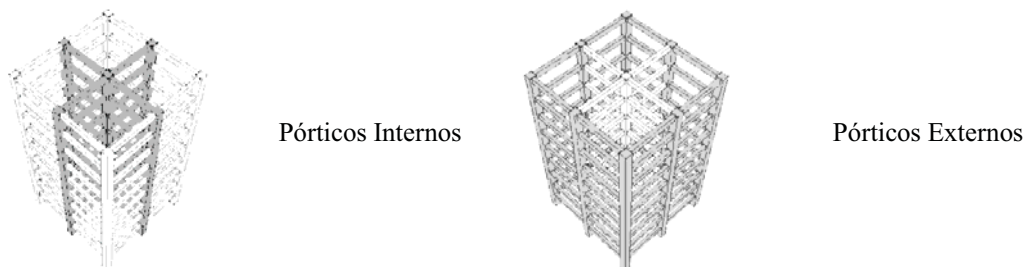


Figura 2- Tipos de pórticos analizados en cada edificio: Pórticos Internos y Pórticos Externos

Las secciones de los elementos estructurales de los edificios regulares fueron diseñadas conforme a las normas venezolanas 1753-2006 [5] y 1756-2001 [6], las áreas de acero de refuerzo fueron optimizadas para minimizar la sobre-resistencia. Los datos se introdujeron en el programa PDP imponiéndose una configuración triangular de fuerzas distribuida en todos los

niveles, se graficó la historia Desplazamiento del último nivel  $U_1$  vs. Fuerza Cortante Basal  $f_1$  y el mapa de daño de la estructura asociado a la historia de fuerzas, obteniéndose para cada pórtico la Curva de Capacidad relacionada directamente con el daño acumulado. El método es repetido para cada pórtico hasta alcanzar el colapso del mismo (daño incipiente) o hasta perder convergencia en el cálculo matricial que realiza el procesador del programa PDP, simultáneamente, se obtiene el mapa de daño del pórtico analizado.

El procedimiento se ilustra con el Pórtico Interno del edificio de seis niveles, siendo el elemento #8 de este pórtico el que acumuló el mayor daño (43,9%). El mapa de daño generado por el programa PDP se muestra en la Fig. 3 izquierda. Se puede observar que el comportamiento de los pórticos fue viga débil-columna fuerte, tal como lo establece el diseño sismorresistente; comportamientos similares fueron obtenidos en los restantes pórticos. En la Fig. 3 derecha, se muestra la historia del daño asociado a la historia de desplazamientos en el último nivel (azotea); los elementos más afectados del Pórtico Interno del edificio de seis niveles son la viga del tercer nivel (elemento #8) y la columna central de planta baja (elemento #16).

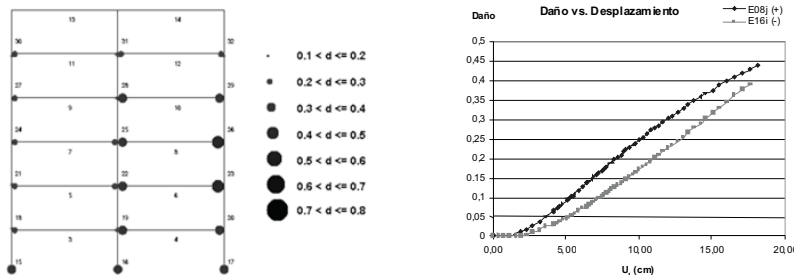


Figura 3- Izquierda: mapa de Daño del Pórtico Interno del edificio de seis niveles. Derecha: Daño vs. Desplazamiento de los elementos más dañados #8 y #16.

Posteriormente se transformó la Curva de Capacidad en Curva de Comportamiento, empleando procedimientos conocidos de la dinámica estructural; esta transformación se realizó para diferentes niveles de daño del elemento más dañado. La representación Bilineal de la Curva de Comportamiento permite definir las pendientes correspondientes a la rigidez inicial elástica  $K_e$  y a la rigidez final inelástica  $K_i$ ; para obtenerlas es necesario definir el punto de cedencia y el punto de agotamiento de la capacidad o desempeño de la estructura, manteniendo la rigidez elástica en cada nivel de daño. En la Fig. 4, se muestran las Curvas de Comportamiento y sus respectivas representaciones Bilineales para dos niveles de daño: 25,6% y 43,9% del Pórtico Interno del edificio de seis niveles.

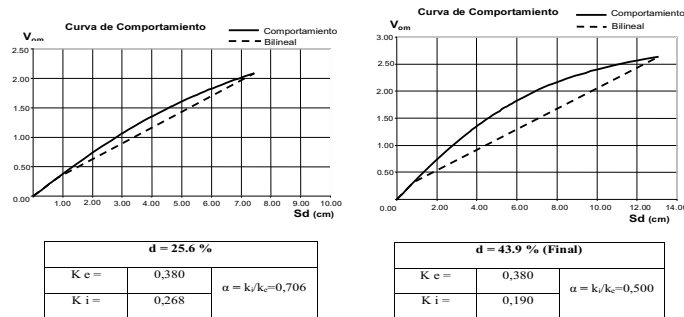


Figura 4- Curvas de Comportamiento del Pórtico Interno de seis niveles y representaciones bilineales para dos niveles de daño acumulado de 25,6% y 43,9%

En la Tabla 1, se muestran los resultados de Daño vs. Razón de Rigidez  $\alpha$  obtenidos para todos los Pórticos Internos y Externos de los seis edificios estudiados, estos resultados permiten observar el comportamiento del Daño frente a la Razón de Rigideces  $\alpha$  para cada pórtico.

**Tabla 1.** Razón de Rigidez  $\alpha$  para diferentes valores de daño en los pórticos analizados

d(%) \ Pórtico	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	100
06-I	1,00	0,93	0,87	0,82	0,76	0,72	0,65	0,60	0,54	0,49	0,45	0,40	0,36	0,31	0,00
06-E	1,00	0,86	0,80	0,72	0,64	0,59	0,55	0,48	0,41	0,35	0,30	0,27	0,24	0,21	0,00
09-I	1,00	0,96	0,93	0,89	0,85	0,81	0,75	0,68	0,60	0,52	0,47	0,42	0,37	0,33	0,00
09-E	1,00	0,88	0,81	0,73	0,65	0,60	0,55	0,50	0,45	0,41	0,37	0,34	0,30	0,26	0,00
12-I	1,00	0,93	0,87	0,81	0,71	0,60	0,53	0,49	0,46	0,42	0,38	0,34	0,30	0,27	0,00
12-E	1,00	0,90	0,83	0,74	0,65	0,56	0,54	0,48	0,43	0,37	0,31	0,26	0,20	0,15	0,00
15-I	1,00	0,93	0,85	0,78	0,71	0,65	0,59	0,55	0,50	0,47	0,43	0,39	0,34	0,30	0,00
15-E	1,00	0,90	0,83	0,75	0,66	0,60	0,54	0,50	0,46	0,42	0,39	0,35	0,31	0,27	0,00
18-I	1,00	0,92	0,85	0,80	0,74	0,69	0,64	0,58	0,53	0,49	0,45	0,41	0,37	0,33	0,00
18-E	1,00	0,91	0,85	0,77	0,69	0,63	0,57	0,53	0,48	0,42	0,38	0,34	0,33	0,27	0,00
21-I	1,00	0,92	0,85	0,78	0,70	0,65	0,60	0,55	0,51	0,47	0,43	0,38	0,32	0,27	0,00
21-E	1,00	0,88	0,81	0,74	0,66	0,60	0,55	0,50	0,47	0,43	0,39	0,35	0,31	0,27	0,00

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para establecer una ecuación preliminar que permita predecir la relación entre el porcentaje de daño y la Razón de Rigidez  $\alpha$ , se tomaron como datos para un análisis de regresión el porcentaje de daño,  $d$  (%) y la Razón de Rigidez  $\alpha$ . Se aplicó un modelo teórico preestablecido y un análisis de regresión que permitió obtener los parámetros de la misma, fueron considerados los ajustes lineal, cuadrático, logarítmico, potencial y exponencial para cada pórtico, para observar tendencias. Con los resultados obtenidos de los ajustes para cada pórtico, se observó que el valor del coeficiente de determinación  $R^2$  mayor o más cercano a la unidad correspondió al polinomio cuadrático. En tal sentido, se decidió utilizar este tipo de ajuste para establecer una función que represente las tendencias de todos los pórticos. Este ajuste presenta la forma  $y = ax^2 + bx + c$ , de donde  $x$  representa el porcentaje de daño  $d$  (%),  $y$  representa el valor de la Razón Rigidez  $\alpha$ .

Tomando los datos de todos los pórticos para un nuevo análisis de regresión, se cumplió de igual forma con los requerimientos estadísticos y las pruebas de hipótesis, por lo que en definitiva se propone la Ec. (3) polinómica cuadrática, para establecer la relación entre el Daño y la Razón de Rigidez  $\alpha$ . En la Fig. 5 se muestra el ajuste polinómico de segundo grado propuesto y un resumen de las características de la regresión. El valor del coeficiente de determinación  $R^2$  al aproximarse a la unidad, indica que el modelo matemático pronosticado posee una confiabilidad aceptable.

$$\alpha = 0,00007404 [d(\%)]^2 - 0,01521 [d(\%)] + 0,98634 \tag{3}$$

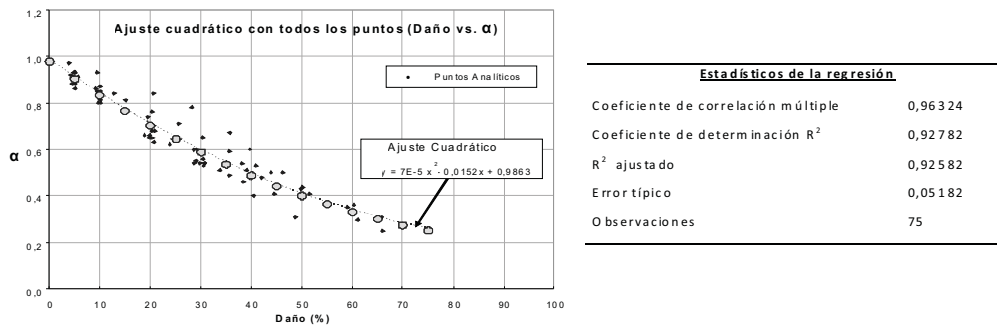


Figura 5- Ajuste cuadrático para la base de datos total y Estadísticos de la Regresión

## CONCLUSIONES

El presente trabajo permitió establecer una relación entre el Daño y la Razón de Rigidez  $\alpha$ , en una muestra de edificios modelo de dos vanos y altura intermedia, entre seis y veintiún niveles. Se realizó el análisis de empujón (pushover) aplicando a los modelos estructurales, de manera incremental, una configuración de fuerzas distribuida en cada nivel de forma triangular, hasta presentarse pérdida de convergencia en el cálculo computacional ó colapso. La relación obtenida puede ser usada en el DSBD de edificaciones de concreto armado.

Se observó que los valores de  $\alpha$  en todos los casos disminuyen a medida que crece el porcentaje de daño  $d$  (%). Mediante regresión lineal múltiple se obtuvo una expresión polinómica de segundo grado que representa el mejor ajuste para todos los pares ordenados de (Daño,  $\alpha$ ). El dominio de la expresión está limitada entre  $0 < d (\%) < 1$ , se sugiere restringir su uso hasta un índice de daño máximo del 70%, valor a partir del cual el comportamiento estructural del pórtico presenta inestabilidad al existir grandes valores de daño, por consiguiente los resultados estimados por la expresión podrían alejarse del comportamiento real.

La distribución de cargas utilizada para el análisis de pushover es la típica distribución triangular que supone una vibración asociada al primer modo, lo cual no es necesariamente cierto en edificios altos.

Dado que el programa PDP está limitado al análisis de pórticos planos, los resultados obtenidos no toman en cuenta efectos torsionales, haciendo que las rotulas plásticas en las columnas se originen solo debido a efectos de flexión; para futuros trabajos se recomienda la aplicación de análisis tridimensionales, así como modelos que consideran el acoplamiento de la flexión y la torsión. Este trabajo de investigación puede ser ampliado mediante el estudio, bajo el uso de la misma metodología, en edificios con geometrías irregulares, o en edificios de gran altura. En tal sentido la ecuación propuesta debe considerarse como preliminar.

## REFERENCIAS

- [1]. SEAOC, “*Vision 2000, Performance Based Seismic Engineering of Buildings*”, Structural Engineers Association of California, Sacramento, Cal. 1995.
- [2]. Flórez L., Julio, “*Plasticidad y fractura en estructuras aporricadas*”. Monografías de Ingeniería Sísmica CIMNE IS-35. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, España, 1999.
- [3]. FEMA-273, Federal Emergency Management Agency, “*The NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings*”, Washington, D.C., Federal Emergency Management Agency, 1997.
- [4]. Torres, R., León, Z. y Flórez, J., “*Correlación daño vs. Razón de Rigideces  $\alpha$  para edificios de concreto armado basados en Curvas de Capacidad*”. Modelos Computacionales en Ingeniería. Memorias del X Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas, CIMENICS’2010, pp.AD-49-54. Mérida, Venezuela, 2010.
- [5]. Norma Venezolana 1753:2006. “*Proyecto y Construcción de Obas de Concreto Estructural*”, Ministerio de Industrias Ligeras y Comercio – FONDONORMA, Caracas, Venezuela.
- [6]. Norma COVENIN 1756:2001. “*Edificaciones Sismorresistentes*”, Ministerio de Desarrollo Urbano – FUNVISIS, Caracas, Venezuela.

## ANÁLISIS DE FALLA DE UN EJE PIÑÓN DE MAQUINARIA AGRÍCOLA USANDO LA METODOLOGÍA DE ELEMENTOS FINITOS

**Rubén Chacón**

**Miguel Díaz**

**David Fuenmayor**

*rdchacon@ula.ve*

*dmiguel@ula.ve*

*davidfc21@gmail.com*

Grupo DIMMA, Escuela de Ingeniería Mecánica, Universidad de Los Andes,  
Núcleo la Hechicera, Av. Alberto Carnevalli, Mérida-Venezuela

**Francisco Bongiorno**

*frabon@ula.ve*

Grupo GIGA, Escuela de Ingeniería Geológica, Universidad de Los Andes  
Núcleo la Hechicera, Av. Alberto Carnevalli, Mérida-Venezuela

**LuisAndueza**

*anduezal@ula.ve*

Escuela de Diseño Industrial, Universidad de Los Andes  
Núcleo la Hechicera, Av. Alberto Carnevalli, Mérida-Venezuela

**Abstract.** *The main goal of this work is to evaluate the stresses state of a splined shaft using a finite elements method. The shaft belongs to an agriculture machine, and it is evaluated simulating an abrupt start of the tractor. The stresses state study was done for static forces and assuming that the shaft critical point works on pure torsion, because a conical bearing absorbs axial and radials loads. A 3D model of the splined shaft was done and used in the Finite Elements Method study. A first meshing was done to the model and then refined several times until a result could be compared with an analytical study. The FEM study shows maximum share stress of 1834 MPa, with a safety factor of 1,23; this factor is dangerously under the recommendations for fragile materials.*

**Keywords:** Finite elements, Stress in shafts, Failure analysis, Stress concentration, Stress analysis

## 1. INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo se utiliza el método de elementos finitos para estudiar el estado de esfuerzos de un eje de piñón cónico de la caja de velocidades de un tractor agrícola; la conexión para la transmisión del torque se realiza mediante ranuras. Este tipo de conexiones se encuentran bien documentadas en la literatura; sin embargo, los factores de concentración de esfuerzo múltiples no han sido determinados con precisión. Los factores de concentración de esfuerzo por lo general están basados en esfuerzos máximos determinados mediante la teoría de elasticidad o el análisis experimental de esfuerzos. [1]

El eje utilizado en el presente trabajo fue objeto de un estudio previo [2] para analizar los factores metalúrgicos y de diseño que condujeron a la falla del mismo. Evidenciando que la superficie de fractura principal era típica de materiales frágiles sometidos a torsión pura. Adicionalmente se realizó una comprobación matemática de factores de concentración de esfuerzo para ranuras axiales y ranuras circulares obtenidos de Peterson's Stress Concentration Factors [3], demostrando que la falla ocurrió por una elevada concentración de esfuerzos en la intersección de las ranuras.

## 2. GEOMETRÍA DEL EJE PIÑÓN

El eje en estudio posee un engranaje cónico hipoidal y seguido de un rodamiento cónico. Se acoplan al eje el engranaje de la reversa y el engranaje accionado de la velocidad baja, ambos mediante ranuras axiales con perfil de evolvente. El eje posee tres ranuras circulares que sirven de asidero a las arandelas de freno que mantienen a los engranajes en sus posiciones. En el extremo opuesto al engranaje cónico hipoidal se encuentra un rodamiento de bolas de contacto angular. La Fig. 1 muestra el eje piñón original del tractor.

Con la ayuda de un paquete CAD se procedió a modelar la geometría básica del eje. A continuación se procede a generar las ranuras según el perfil evolvente ANSI B92.2M, con ángulo de presión de  $30^\circ$ . Por último se realiza el redondeo de las ranuras circulares cuyo radio de curvatura es  $487,75 \mu\text{m}$  ( $0,48775 \text{ mm}$ , aprox.  $0,5 \text{ mm}$ ). Ver Fig 2.

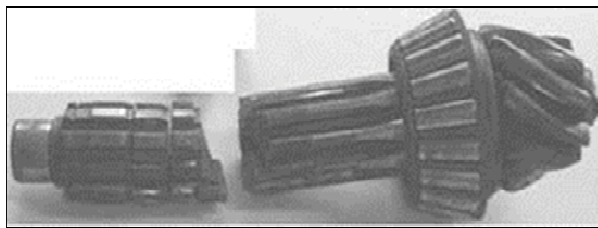


Figura 1 Piñón original del tractor

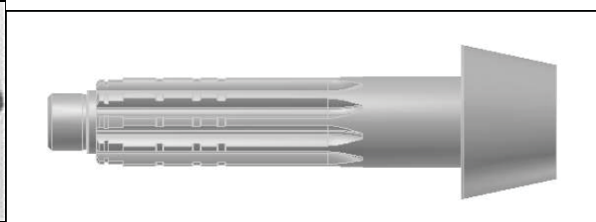


Figura 2 Eje piñón modelado

## 3. MATERIAL

Los estudios realizados por Tolosa [2] revelan que el eje fue fabricado con un acero aleado cuyo contenido de carbono es de  $0,27 \%$ , que fue sometido a tratamiento termoquímico de cementación, templado y revenido para elevar la dureza en la superficie. En la tabla 1 se muestra



la composición química del eje piñón. En la tabla 2 se muestran las durezas encontradas en el eje piñón.

Tabla 1 Composición química % en peso

Elemento	C	Si	Mn	Cr	S	P	Fe
Superficie	1,00	0,41	1,18	1,23	0,03	0,035	Resto
Interior	0,27	0,36	1,19	1,33	0,025	0,032	Resto

Tabla 2 Valores promedio de Dureza Rc

Superficie	63
Interior	34

Los valores de las tabla 1 y tabla 2 parecen estar acordes con los valores teóricos recomendados. Llama la atención la presencia de martensita revenida en el interior del eje que puede presentar fragilización. Los resultados de las pruebas fractográficas mostraron clivaje y cuasiclivaje características que comúnmente se presentan en la fractura de aceros fragilizados. El valor del módulo de Young E utilizado es el del acero estructural 200 GPa, una relación de Poisson de 0,3 y una resistencia última a la tensión de 250 MPa.

#### 4. CONDICIONES DE FRONTERA

El modelado geométrico se exportó al programa de análisis de elementos finitos AnsysWorkbench. El estado de carga se determina con base en los manuales suministrados por el fabricante. Dado que la falla ocurrió durante el arranquey tras pocos ciclos de trabajo el estudio a realizar será de carácter estático. El estudio considera sólo cargas de torsión debido a que el rodamiento cónico absorbe las cargas radiales y axiales originadas en el engranaje cónico hipoidal. De acuerdo con los datos técnicos recopilados del manual del fabricante, se realiza la tabla 3, y se utiliza el momento torsor mostrado en la misma, para el análisis.

Tabla 3 Características técnicas de la potencia del motor

Parámetros de la maquinaria	Magnitud
Potencia Neta	58.8 KW
Torque en el cigüeñal	350 N.m/1600-1800 RPM
Torque en el eje de piñón cónico	1540 N.m/360RPM

Para las restricciones se utiliza en la base del engranaje cónico hipoidal un apoyo sin fricción “A”, limitando los desplazamientos axiales. El rodamiento cónico se simula empleando un apoyo cilíndrico “B” con las direcciones tangencial y axial libres y la dirección radial fija. Las caras de las ranuras axiales fueron delimitadas de la misma manera. Los desplazamientos de dichas caras fueron restringidos usando un soporte cilíndrico “C” con las direcciones axial y radial libres y la tangencial fija. El momento torsor de 1540 N.m se aplica sobre el engranaje cónico hipoidal “D”. El estado total de cargas se muestra en la Fig. 3.

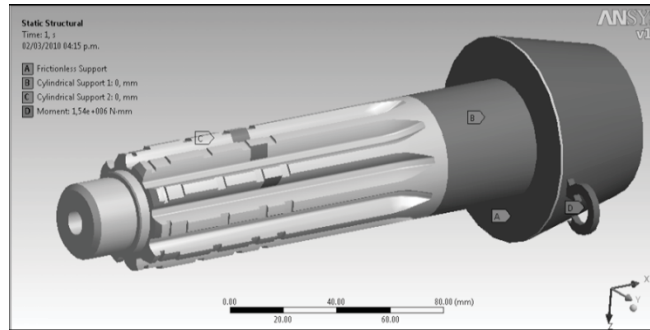


Figura 3 Estado total de las cargas

## 5. METODOLOGÍA DE DISCRETIZACIÓN

Para los cálculos se realiza una primera discretización del modelo con la configuración que trae por defecto el programa, consiguiendo una primera solución. A continuación se realiza un estudio de convergencia, efectuando tres refinamientos sobre la malla original, usando como criterio una discrepancia con respecto a la última solución no mayor al 5%. En la figura 4 se puede observar el último grado de refinamiento obtenido. En la Tabla 4 se observan el número de nodos y elementos para cada uno de los refinamientos.

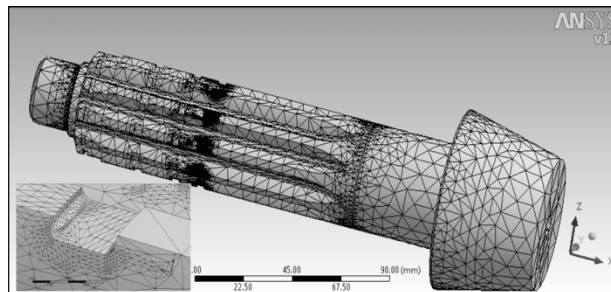


Figura 4 “Grado de refinamiento 3”. Con detalle del área crítica.

Tabla 4 Número de elementos y nodos en función del refinamiento

Grado de Refinamiento	Nodos	Elementos
0	72.134	42.467
1	88.671	52.460
2	137.865	84.673
3	224.104	147.188

## 6. RESULTADOS

En la tabla 5 se pueden observar los esfuerzos cortantes para los distintos refinamientos de las mallas. Según Tolosa [2], el  $\tau_{\max} = 1.997,56$  MPa y el FS = 1,13, calculados en la intersección de una ranura longitudinal y una circular. La tabla 6 muestra la discrepancia entre el valor analítico y los valores obtenidos del MEF (método de elemento finitos) para los distintos refinamientos de mallas.

Tabla 5 Esfuerzos cortantes obtenidos con MEF en función del refinamiento de la malla.

Grado de refinamiento	Esfuerzo cortante máximo [MPa]
0	1031
1	1483
2	1773
3	1834

Tabla 6 Discrepancia entre los valores de esfuerzo cortante máximo obtenidos por MEF y los obtenidos analíticamente en el caso estático.

Grado de Refinamiento	Esfuerzo cortante máximo		
	MEF [MPa]	Analítico [MPa]	Discrepancia
0	1031	1997,00	48,37%
1	1483		25,74%
2	1773		11,22%
3	1834		8,16%

La discrepancia entre el valor del esfuerzo cortante máximo y el obtenido tras el último refinamiento es de 8,16 %, atribuible a las suposiciones del estudio analítico: al uso de un concentrador de esfuerzo para ejes nervados de 8 ranuras; perfil distinto al del eje estudiado; a la determinación del factor de concentración de esfuerzo combinado.

En la figura 5 se pueden observar los puntos donde se producen los esfuerzos cortantes máximos, que se produce en una de las entallas en forma de anillo sobre el eje piñón, que coincide con los concentradores de esfuerzos.

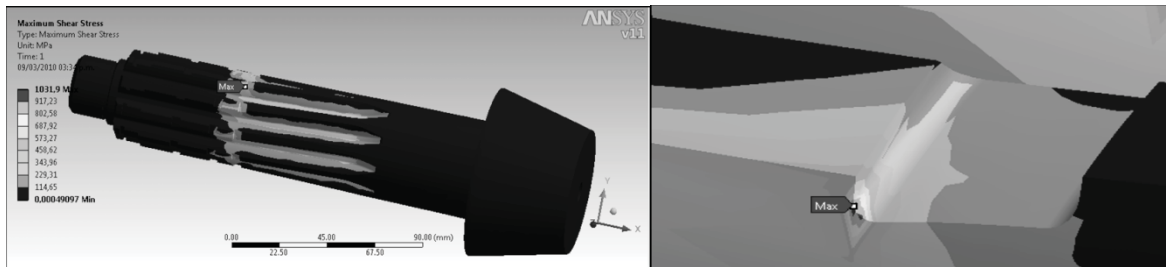


Figura 5 Posición donde se producen los esfuerzo cortantes máximos en el eje piñón

Tabla 7 Valores del Factor de Seguridad obtenidos a través del MEF, el asumido Analíticamente en el caso Estático y el porcentaje de discrepancia

Grado de Refinamiento	Factor de seguridad		
	MEF	Analítico	Discrepancia
0	2,18	1,13	93,68%
1	1,52		34,66%
2	1,27		12,70%
3	1,23		8,97%

Los factores de seguridad obtenidos en las simulaciones se aproximan al valor analítico conforme se refina la malla. Tras el tercer y último refinamiento de la malla la discrepancia es de cerca del 9 %; la discrepancia obtenida es aun apreciable, y se atribuye nuevamente a las suposiciones hechas anteriormente en el estudio analítico.

## 7. CONCLUSIONES

Las simulaciones realizadas para el eje de piñón cónico mostraron un estado de esfuerzos similar al predicho en el estudio analítico. La discrepancia entre los valores de esfuerzo cortante máximo obtenidos mediante MEF y métodos analíticos se redujo hasta poco más del 8 % con los refinamientos realizados a la malla, y representa una diferencia de 160 MPa en el valor del esfuerzo cortante máximo teórico con respecto al determinado a partir de la simulación. Esta diferencia puede ser atribuida a varios factores: 1) Poca información disponible referente a la combinación de concentradores de esfuerzo, las expresiones sugeridas por Peterson [3] utilizadas en el cálculo analítico, son preferentemente para diseño de piezas y no para análisis de falla. 2) El factor de concentración de esfuerzo usado en el estudio analítico fue el determinado por Yoshitake [4] a un eje nervado de 8 dientes, geometría que no coincide del todo con la del eje de piñón cónico motivo este trabajo.

El análisis realizado para el factor de seguridad es análogo al que se realizó para el esfuerzo cortante máximo. La discrepancia mínima observada entre el valor producto del estudio analítico y los obtenidos en la simulación ocurre para el tercer refinamiento de la malla y es del 9 %. Dado que el valor del factor de seguridad está relacionado directamente con el del esfuerzo máximo, las causas de la discrepancia registrada son las mismas comentadas anteriormente.

El análisis mediante elementos finitos muestra esfuerzos que convergen hacia 1834 MPa, este esfuerzo resulta en un factor de seguridad de 1,23 peligrosamente por debajo de los factores de seguridad recomendados para materiales frágiles que se encuentran entre 2,5 y 8 [2].

La ubicación del esfuerzo máximo coincide con el punto donde se combinan el concentrador de esfuerzo de las ranuras circulares con el resultante de las ranuras axiales, que junto a la elevada dureza superficial y martensita revenida fragilizada, hicieron posible la falla.

## REFERENCES

- [1]. Norton, R. *Diseño de máquinas*. México : Prentice Hall, 1999. 970-17-0257-3.
- [2]. Tolosa, R. Chacón, R. y Briceño, R. *Análisis de Falla de un Eje de Piñón Cónico de Maquinaria Agrícola*. Mérida, Venezuela: CONIM, 2005.
- [3]. Pilkey, Walter D. *Peterson's stress concentration factors*. New York : JOHN WILEY & SONS, INC., 1997. 0-471-53849-3.
- [4]. Yoshitake, H. *Photoelastic Stress Analysis of the Spline Shaft*. 17, Japan : Japan Society of Mechanical Engineers, 1962, Vol. 5. 620.171.5.

## ESTUDIO NUMÉRICO DE ESTRUCTURAS TUBULARES FABRICADAS CON LÁMINAS DE METAL EXPANDIDO SOMETIDAS A IMPACTO AXIAL

**E. Saavedra**

saavedra.edwar@gmail.com

**C. Graciano**

cgracian@usb.ve

**G. Martínez**

gabrielamb@usb.ve

Departamento de Mecánica, Universidad Simón Bolívar, Valle de Sartenejas, Apartado 89000 - Caracas Venezuela.

**Resumen.** Aunque muchas investigaciones se han realizado en el área de absorción de energía de estructuras ante situaciones de impacto, pocas se han enfocado en el uso de láminas de metal expandido. Las mallas de metal expandido son estructuras livianas, económicas, con gran capacidad de deformación plástica y además presentan una gran capacidad para la absorción de energía. Cuando se expande el metal en el proceso de corte y estirado, se genera un patrón de celdas en forma de diamante, caracterizado por dos (2) ejes geométricos. En esta investigación será presentada una metodología numérica para estudiar la respuesta dinámica y absorción de energía de estructuras tubulares fabricadas con metal expandido sometidas a carga de impacto axial, con variaciones en las dimensiones de las venas, en la velocidad de impacto y en la orientación de los ejes geométricos, usando dos (2) modelos de material: 1) bilineal elasto-plástico con endurecimiento por deformación y 2) material sensible a los efectos de la velocidad de deformación. Se encontró que la respuesta de las probetas de estudio es sensible a los cambios en la orientación de los ejes geométricos. Incrementar las dimensiones de las venas aumenta la inercia, lo cual a su vez produce un incremento en la respuesta y mejora la energía absorbida por unidad de masa. Los efectos de la velocidad causan un retraso en la respuesta de los especímenes.

**Palabras clave.** Absorción de energía, Respuesta dinámica, Metal expandido, impacto axial.

### 1. INTRODUCCIÓN.

En las últimas décadas se ha observado un incremento en el estudio de estructuras sometidas a cargas de impacto, donde la energía debe ser disipada de una manera controlada. Se han llevado a cabo muchas investigaciones en dispositivos diseñados para absorber energía durante un escenario de impacto y por lo tanto proteger a la estructura en consideración [1]. Un disipador de energía es un sistema que convierte, total o parcialmente, la energía cinética en otra forma de

energía, reversible o irreversible [2]. Las mallas de metal expandido cumplen con estas condiciones y además se ha demostrado que presentan una gran capacidad para la disipación de energía según pruebas experimentales [3-6]. Esta investigación tiene como objetivo general determinar la capacidad de absorción de energía de estructuras fabricadas con láminas de metal expandido sometidas a carga de impacto, utilizando el método de elementos finitos.

Para lograr este objetivo se desarrolló una metodología para obtener un modelo de elementos finitos con el uso del software de análisis explícitos ANSYS LS-DYNA [7] y se validó con estudios anteriores realizados por Nagel y Thambiratnam [1]. Por último, se hizo un estudio paramétrico aplicando la metodología mencionada sobre las estructuras de sección circular fabricadas con metal expandido, con el fin de conocer con mayor profundidad su respuesta ante escenarios de carga dinámica.

## 2. MODELO NUMÉRICO.

Se simuló numéricamente la situación en que uno de los extremos de la probeta está empotrado mientras que el otro extremo es sometido a impacto frontal por una masa rígida con una velocidad inicial como condición de energía de impacto, induciéndose pura compresión axial en las probetas estudiadas.

### 2.1 Geometría.

La geometría de los especímenes estudiados constó de estructuras cilíndricas, con variaciones en la orientación de los Ejes Geométricos. Las orientaciones fueron estudiadas en los ángulos  $\alpha = 0^\circ$  y  $\alpha = 90^\circ$ ; siendo  $\alpha$  el ángulo medido entre la longitud mayor y el plano horizontal de referencia; las probetas obtenidas se muestran en la Fig. 1. La Fig. 2 muestra la nomenclatura utilizada en esta investigación para referirse a las dimensiones de los rombos del metal expandido. Se utilizaron tres (3) modelos de malla de metal expandido, donde se variaron las dimensiones de los rombos, con el fin de estudiar la influencia de parámetros geométricos en la respuesta dinámica de los especímenes estudiados (ver Tabla 1).

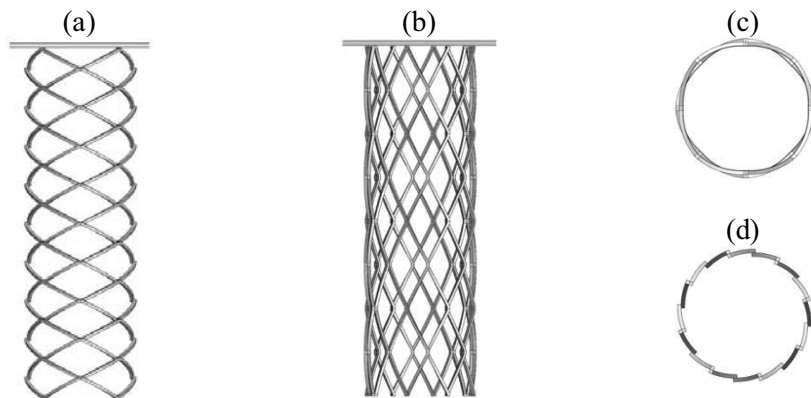


Figura 1. Geometría estudiada. (a)  $\alpha = 0^\circ$ . (b)  $\alpha = 90^\circ$ .  
(c) Sección transversal  $\alpha = 0^\circ$ . (d) Sección transversal  $\alpha = 90^\circ$ .

### 2.2 Propiedades del material.

El material utilizado fue un acero al carbono, modelado como isotrópico bilineal con comportamiento elasto-plástico y endurecimiento por deformación, con las siguientes

propiedades mecánicas: módulo de elasticidad  $E$  235 GPa; módulo de poisson  $\nu$  0,3; densidad  $\rho$  7835 kg/m<sup>3</sup>; esfuerzo de fluencia  $\sigma_y$ , 470 MPa; módulo tangente  $E_t$ , 660 MPa. Se estudiaron dos modelos de comportamiento de material: el Modelo 1, sin considerar los efectos de la tasa de deformación y el Modelo 2, que considera estos efectos dinámicos, calibrando el esfuerzo de fluencia en función de la velocidad de deformación con la siguiente expresión [7]:

$$\sigma_{yd} = \sigma_y \left[ 1 + \left( \frac{\dot{\epsilon}}{c} \right)^{\frac{1}{P}} \right] \quad (1)$$

Los coeficientes  $C$  y  $P$  son propios de cada material y su valor es determinado experimentalmente y sus valores para aceros al carbono son:  $C = 6844$ ,  $P = 3,91$  [8].

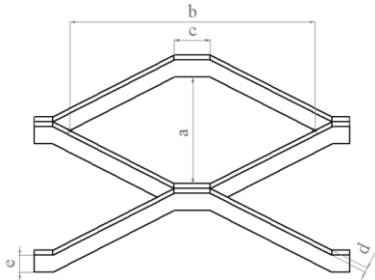


Figura 2. Nomenclatura del metal expandido.

Tabla 1. Nomenclatura y dimensiones del metal expandido.

Estilo	(a)	(b)	(d)	(e)
H-24	44,70	90,00	1,90	2,80
H-26	44,20	89,60	3,00	3,20
H-27	36,80	81,60	6,00	6,00

### 2.3 Configuración de los análisis numéricos.

El software utilizado para las simulaciones de impacto fue ANSYS LS-DYNA [7]. El mallado se generó utilizando elementos sólidos tridimensionales del tipo Solid164 [9], hexaédricos de ocho (8) nodos. Las placas están separadas 1 mm del extremo de la probeta y fueron modeladas como cuerpos rígidos de masa fija igual a 20 kg. Inicialmente, la probeta está empotrada en un extremo y la placa rígida tiene una velocidad inicial en la dirección axial de compresión de la probeta para producir el impacto. La placa se mantiene paralela a la base de la probeta, para garantizar que la carga transmitida sea de compresión longitudinal hacia la probeta.

## 3. VALIDACIÓN.

La metodología presentada en esta investigación fue aplicada a los estudios realizados por Nagel y Thambiratnam [1]. Los resultados obtenidos se comparan en las Fig. 3, para ambos modelos de material propuestos en este estudio: Modelo 1 y Modelo 2. Se observa que los modos de colapso del Modelo 2 son similares a los obtenidos por los autores, mientras que el comportamiento de las curvas Carga-Desplazamiento tienen variaciones debidas posiblemente a las diferencias en la formulación del modelo numérico. Sin embargo, el Modelo 2 muestra valores de carga máxima similares a los obtenidos por los autores, a diferencia del Modelo 1.

## 4. ESTUDIO PARAMÉTRICO.

### 4.1 Influencia de la orientación de los rombos.

Se utilizó la malla H-26 a una velocidad de impacto de 15 m/s, se varió el valor de  $\alpha$  ( $0^\circ$  y  $90^\circ$ ), utilizando los dos modelos de material propuestos. Los resultados se muestran en la Fig. 4.

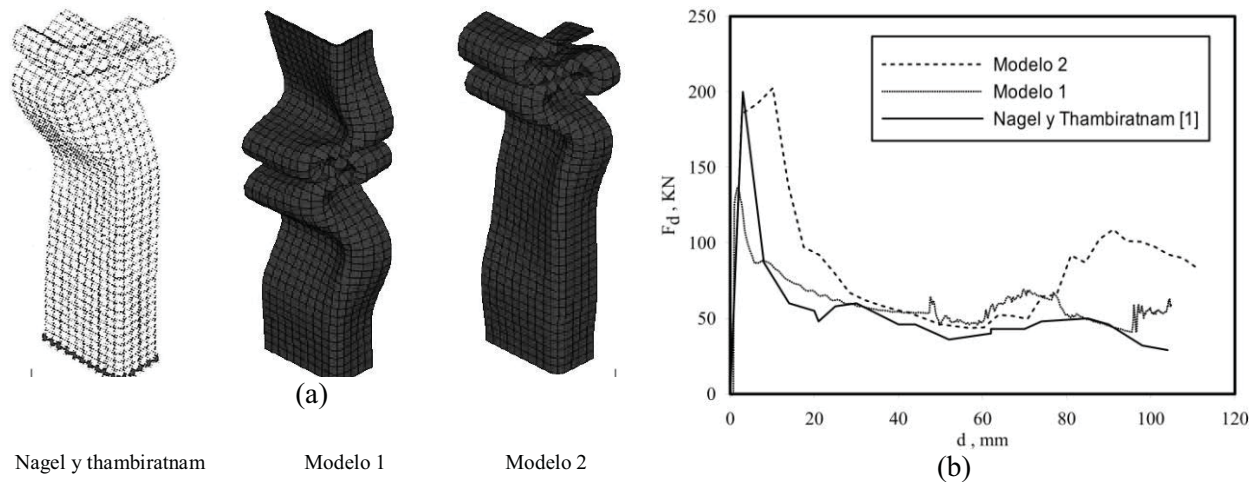


Figura 3. Validación, caso 1. (a) Colapso a 110 mm. (b) Curva Carga-Desplazamiento.

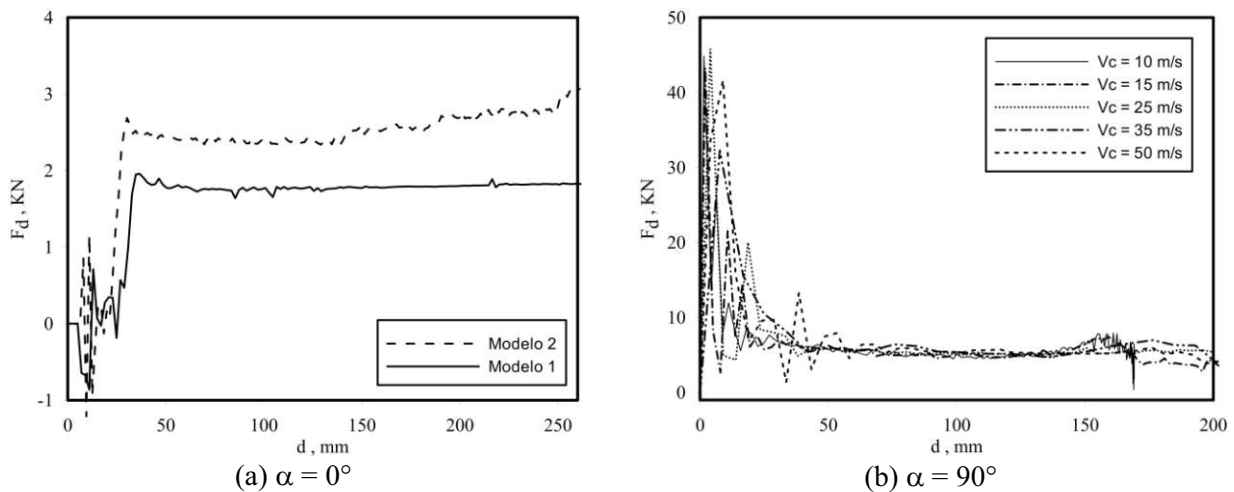


Figura 4. Curva carga-desplazamiento para malla H-26 V=15 m/s. (a) (b)

#### 4.2 Influencia de las dimensiones de las venas del metal expandido.

Se utilizó una velocidad de impacto de 15 m/s, se variaron las dimensiones de los rombos (H-24, H-26 y H-27) (Fig. 5), utilizando ambas orientaciones (0° y 90°) y solamente el modelo de material 2. Los resultados se muestran en la Fig. 5 y en la Tabla 2.

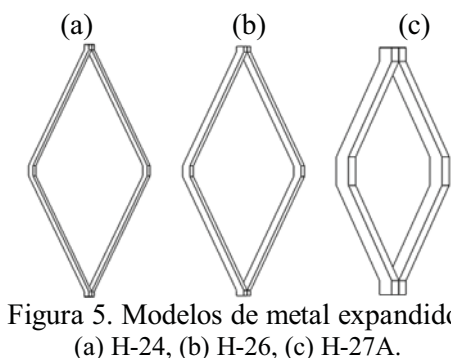


Figura 5. Modelos de metal expandido. (a) H-24, (b) H-26, (c) H-27A.

Tabla 2. Efecto de la variación de las dimensiones de las venas

$\alpha$ [°]	Modelo	Masa [kg]	Fp [kN]	Fm [kN]	E <sub>200</sub> [J]	Ee [J/kg]
0°	H-24	0,294	1,8	1,22	244,48	831,56
	H-26	0,508	2,69	2,29	458,21	901,99
	H-27A	1,068	19,14	15,25	3050,13	2855,9
90°	H-24	0,261	20,73	2,81	562,79	2156,3
	H-26	0,451	43,29	5,98	1195,58	2650,9
	H-27A	0,949	145,29	35,86	7172,22	7557,7



### 4.3 Influencia de la velocidad de carga.

Se utilizaron solamente probetas con el modelo de malla H-26 y se hizo uso de los dos materiales propuestos en la metodología. Se estudiaron las respuestas de las configuraciones de cero y noventa grados sujetas a variaciones en la velocidad de carga. Los resultados se muestran en la Fig. 6 para el caso de cero grados y noventa grados.

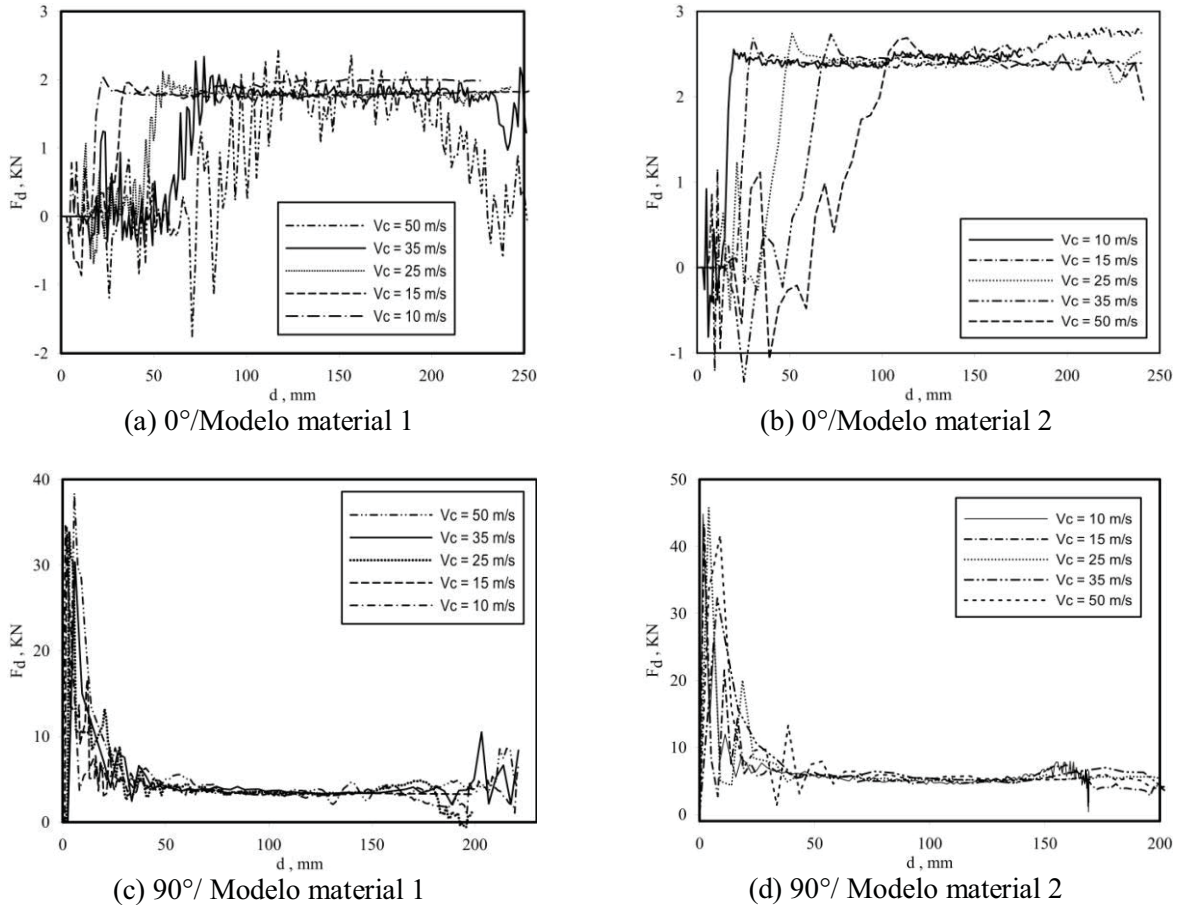


Figura 6. Efecto de la velocidad en las probetas.

El aumento de la velocidad de impacto disminuye la capacidad de absorción de energía para el caso de cero grados (Fig. 6a y 6b), esto puede deberse a que la dirección de aplicación de la carga coincide con la dirección de deformación del proceso de corte y estirado, y los rombos ceden con mayor facilidad en esta dirección.

Para el caso de noventa grados (Fig. 6c y 6d) también se ven los efectos de la velocidad de deformación evidenciados en un aumento de la respuesta presentada por el material 2 con respecto al material 1. Lo interesante es que a partir de 35 m/s el comportamiento de las estructuras cambia, los modos de colapso varían luego de alcanzar la expansión máxima de la sección transversal y esto se muestra en el valor de la carga máxima. Se puede presumir que en este punto ocurre la transición entre un comportamiento del impacto a baja velocidad y otro a alta velocidad. Además, se observa que al aumentar la velocidad se produce un aumento en la energía absorbida, a diferencia del caso anterior, lo que lleva a concluir que la orientación de los rombos produce efectos distintos en la respuesta ante cambios en la velocidad de carga.

## 5 CONCLUSIONES.

Con relación al modelo de comportamiento de material, el Modelo 2 se adapta mejor al estudiado, debido a que considera los efectos dinámicos de aplicación de la carga, aunque el Modelo 1 ofrece mejoras considerables en costos computacionales y simplicidad en su formulación.

En cuanto a la orientación de las celdas, las probetas de cero grados ofrecen un mejor desempeño plástico y mayor estabilidad comparadas con las de noventa grados, cuyo rendimiento no es muy satisfactorio. Por otra parte, las probetas de 90° absorben mucha más energía a pesar de su inestabilidad, hasta casi 3 veces más que las horizontales. Además, los efectos dinámicos de aplicación de la carga se ven reflejados en la diferencia de comportamiento mostrada entre los materiales 1 y 2, donde el segundo muestra una mayor resistencia que el primero y un aumento gradual de la misma debido al endurecimiento por deformación.

Aumentar las dimensiones de las venas del metal expandido incide significativamente en la energía absorbida por la probeta. Se comprobó que a pesar del aumento en la masa que esto conlleva, se obtiene un aumento en la energía absorbida por unidad de masa, esto es conveniente para obtener dispositivos más livianos y eficientes.

Con relación a la velocidad de aplicación de la carga, se observó que la respuesta inicial se atrasa a medida que la velocidad aumenta, se presentan desplazamientos antes de que la reacción se genere en el extremo empotrado. Para mayores velocidades, la respuesta del material 1 presenta altas dispersiones debidas posiblemente a la definición del mismo, por no considerar los efectos dinámicos.

## 5 REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.

- [1] Nagel GM, Thambiratnam DP. A numerical study on the impact response and energy absorption of tapered thin-walled tubes. *International Journal of Mechanical Sciences* (2004); 46(2): 201–16.
- [2] A.A.A. Alghamdi. Collapsible impact energy absorbers: an overview. *Thin-Walled Structures* 43 (2001); 153 - 176.
- [3] Sánchez, R. y Graciano, C. (2005). Determinación de las propiedades mecánicas de láminas de metal expandido. Tesis de Maestría, Universidad Simón Bolívar, Caracas - Venezuela.
- [4] Escalona P. Estudio experimental del disipador de energía de impacto del vehículo FSAE USB 2005. Tesis de grado, Universidad Simón Bolívar. Venezuela (2005).
- [5] Ayestarán A. Análisis por elementos finitos de dispositivo para la absorción de energía de impacto empleando mallas de metal expandido. Tesis de grado, Universidad Simón Bolívar. Venezuela (2005).
- [6] Smith, Dimas. Estudio experimental de estructuras fabricadas con láminas de metal expandido sometidas a compresión axial. Tesis de maestría, Universidad Simón Bolívar (2008).
- [7] ANSYS LS-DYNA user's guide release 12.0 (2009)
- [8] Abramowics W., Jones N. Dynamic progressive buckling of circular and square tubes. *International Journal of Impact Engineering*, (1986); 4(4): 243-70.
- [9] ANSYS Element Reference, Release 12.0 (2009).

## ESTUDIO MECÁNICO COMPARATIVO DE LA ZIRCONIA COMO BIOMATERIAL EN APLICACIONES ODONTOLÓGICAS MEDIANTE EL USO DE HERRAMIENTAS COMPUTACIONALES

**Everling Dávila**  
**Gladys Uzcátegui**  
**Miguel Cerrolaza**

*everling.davila@inabio.edu.ve*  
*gladys.uzcategui@inabio.edu.ve*  
*miguel.cerrolaza@inabio.edu.ve*

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela.  
Av. Miguel Otero Silva, entre tercera y cuarta transversal, Urbanización Sebucán.  
Municipio Sucre, Caracas-Venezuela.

**Resumen.** *El objetivo de esta investigación es iniciar un análisis comparativo, desde el punto de vista mecánico, del desempeño de los biomateriales empleados en aplicaciones odontológicas. Se emplearon titanio, acero quirúrgico y zirconia. Para ello se diseñó una barra cilíndrica de cada material y se sometió a un análisis mecánico bajo cargas de tensión, compresión y flexión empleando herramientas computacionales CAD/CAM a través de la cual se observó que la zirconia manifiesta resistencia mecánica equivalente a la del titanio y del acero quirúrgico, lo que permite afirmar que el mismo puede sustituir los metales en el campo odontológico incorporando ventajas estéticas.*

**Palabras claves:** Biomateriales, Zirconia, Comportamiento mecánico, Odontología, Estética.

### 1. INTRODUCCIÓN

Los biomateriales son materiales naturales o artificiales que se utilizan para reemplazar o suplementar funciones de tejidos del cuerpo humano. La principal diferencia entre los biomateriales y otros tipos de materiales es su capacidad de permanecer en un ambiente biológico sin deteriorarse y sin producir daños a los tejidos circundantes. Por consiguiente, las propiedades de un material implantable dependen de factores biológicos, mecánicos y cinéticos, lo que hace

que el campo de los biomateriales sea multidisciplinario y su diseño requiera la interacción sinérgica de la ciencia de los materiales, la ingeniería, la biología, la química y la medicina [1]. En la lucha constante por obtener la excelencia en estética y biocompatibilidad en rehabilitaciones protésicas, se proponen nuevos biomateriales, de mayor estética y con resultados predecibles (Fig. 1), en busca de llegar a cumplir con los requisitos básicos que se exigen, como lo son: la estética, la exactitud, la adaptación marginal, la resistencia y la tolerancia biológica dejando atrás el tan usado metal en las restauraciones [2-4].



**Figura 1-** Diferencia estética en el uso de metales y cerámicas en el desarrollo de prótesis dentales [5].

El zirconio es uno de los elementos más abundantes en la corteza terrestre y se caracteriza por su alta reactividad química. En la mayor parte de las reacciones se enlaza con oxígeno en preferencia sobre otros elementos, encontrándose en la corteza terrestre sólo como el óxido  $ZrO_2$  (zirconia). Entre las ventajas de su uso se pueden mencionar su mayor tenacidad en comparación con otros materiales cerámicos monolíticos. El interés del uso de las cerámicas de zircona como biomaterial radica en su alta estabilidad química, su excelente resistencia mecánica, su tenacidad a la fractura y el valor del Módulo de Young, el cual está en el mismo orden de magnitud que las aleaciones de acero inoxidable, cuyas propiedades se muestran en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Propiedades del Óxido del Zirconio [6].

Propiedad	Valor
Densidad [ $Kg/m^3$ ]	6.04
Modulo de Young [GPa]	205.00
Microdureza Vickers [GPa]	12.60
Tenacidad de la Fractura [ $MPa \cdot m^{1/2}$ ]	5.76
Conductividad Térmica [ $W \cdot (m \cdot k)^{-1}$ ]	1.41

Debido a que la forma termodinámicamente estable de la zircona a temperatura ambiente es la fase monoclinica, ésta debe ser estabilizada en una de las fases estables a alta temperatura, ya sea la cúbica o la tetragonal, debido a que presentan mejores propiedades mecánicas, y así, poder ser usada como una cerámica estructural, lo cual se puede conseguir mediante la formación de una solución sólida que prevenga la transformación a la fase monoclinica durante el

enfriamiento posterior a la sinterización. Los óxidos más comúnmente empleados para tal fin son la magnesia (MgO), la ytria (Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) y la ceria (CeO<sub>2</sub>) [7].

En el sistema ZrO<sub>2</sub>-Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, es posible obtener cerámicas que a temperatura ambiente presenten sólo fase tetragonal (TZP). Este resultado fue publicado por primera vez por Rieth et al. [8] y por Gupta et al. [9]. Estos materiales de TZP contienen aproximadamente 2-3 mol% de Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> y están totalmente compuestos por granos tetragonales con tamaños del orden de los cientos de nanómetros. La fracción de fase tetragonal retenida a temperatura ambiente depende del tamaño de los granos, del contenido de ytria y del grado de constreñimiento impuesto por la matriz.

## 2. OBJETIVOS

- Evaluar la resistencia mecánica (tensión, compresión y flexión) de biomateriales, tales como zirconia, acero quirúrgico y titanio, los cuales pueden ser usados para el desarrollo de prótesis dentales.
- Comparar el comportamiento mecánico obtenido para la zirconia con respecto a los metales evaluados.

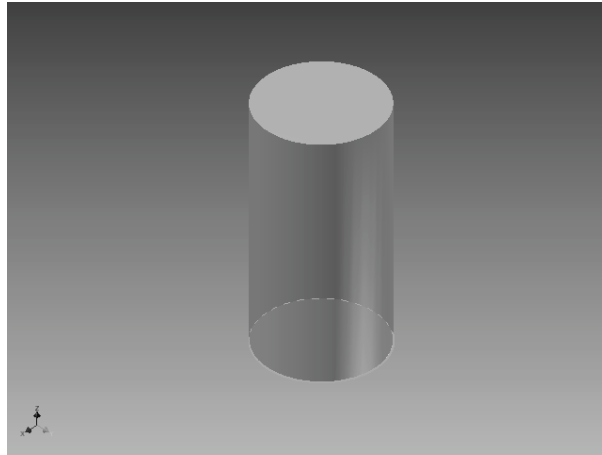
## 3. ANTECEDENTES

En el mundo odontológico se está incorporando el óxido de zirconio como biomaterial, obteniendo buenos resultados, sin embargo el estudio mecánico-comparativo es escaso. Entre los estudios previos encontrados están las investigaciones de Oliva, J. et al. [10, 11], quienes evaluaron implantes dentales de zirconia durante cinco años con tres tipos de tratamientos superficiales diferentes, obteniendo que este material posee las propiedades adecuadas para la aplicación y que el tratamiento con ataque químico resultó ser el más favorable desde el punto de vista de la oseointegración. Por otro lado, Zárate, J. et al. [5] evaluaron muestras de zirconia-ytria, alpha-alúmina y zirconia-ytria/alpha-alúmina, las cuales caracterizaron física, química y mecánicamente, obteniendo que las formulaciones con zirconia estabilizada manifiestan mejores propiedades mecánicas y fases más homogéneas.

Sánchez H., et al. [12] emplearon herramientas computacionales a través de los cuales evaluaron la distribución de esfuerzos en dientes restaurados con postes intrarradiculares, obteniendo que con el incremento del módulo de la elasticidad de los postes provoca una disminución de los esfuerzos en la dentina. Steger E. et al. [13] evaluaron un método para medir el efecto de la abrasión dental que ocurre sobre la superficie de tres diferentes materiales (esmalte dental, cerámica, y zirconia), obteniendo cero abrasión en la zirconia pulida debido a su mínima porosidad.

## 4. MATERIALES Y METODOLOGÍA

Se llevó a cabo un análisis numérico a través de simulaciones mediante el uso de un paquete computacional *Autodesk Inventor* ®. Se diseñó una barra cilíndrica de 20 cm de diámetro y 40 centímetros de longitud empotrada en uno de sus extremos, a la cual se le aplicaron fuerzas de tensión, compresión y flexión (Fig. 2). Para el análisis mecánico se consideran los materiales como isotrópicos, homogéneo y linealmente elásticos.



**Figura 2-** Imagen de la barra cilíndrica usada para el análisis mecánico.

En este sentido, se aplicaron fuerzas distribuidas en el área circular del cilindro de 1250, 2500 y 3750 N en tensión, compresión y flexión para el acero quirúrgico, el titanio y la zirconia.

## 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Al evaluar el comportamiento mecánico de la zirconia y compararlo con los metales comúnmente usados en odontología, se notó en primer lugar que manifiesta valores de esfuerzo equivalente a estos últimos, como se observa en la Tabla 2, lo que valida la sustitución de la zirconia en el diseño y desarrollo de prótesis dentales.

**Tabla 2.** Esfuerzos generados al aplicar tensión, compresión y flexión a cada uno de los materiales en estudio.

Material	Fuerza [N]	Acero quirúrgico [MPa]	Titanio [MPa]	Zirconia [MPa]
Tensión	1250	7,96	9,31	8,80
	2500	15,91	18,61	17,60
	3750	23,87	27,92	26,40
Compresión	1250	0,15	0,18	0,17
	2500	0,29	0,37	0,34
	3750	0,44	0,55	0,51
Flexión	1250	44,41	48,29	46,78
	2500	88,82	96,58	93,56
	3750	133,23	144,88	140,34

Por otro lado, se puede apreciar que al incrementar la fuerza aplicada, independientemente de su dirección, se observa un incremento proporcionalmente lineal del esfuerzo generado en el material. Adicionalmente, se tiene que los esfuerzos obtenidos reflejan la alta dureza de los materiales en estudio, en especial bajo fuerza de compresión, puesto que ésta es la determinante en aplicaciones odontológicas debido a las cargas ejercidas durante la masticación.

## 6. CONCLUSIONES

- El análisis numérico converge con los datos experimentales reportados en estudios previos, lo que permite llevar a cabo análisis computacionales de mayor profundidad empleando el óxido de zirconio como biomaterial en el área de odontología.
- El esfuerzo se incrementa directamente proporcional con el aumento de la fuerza aplicada, independientemente del tipo de sollicitación.
- El comportamiento mecánico de la zirconia es equivalente al de los metales empleados a pesar de la diferencia de densidad entre los materiales.
- La alta dureza de la zirconia permitió que el modelo de estudio soportara las altas cargas aplicadas sin fallar.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]. Valiathan, M.S. and V.K. Krishnan, Biomaterials: An overview. *National Medical Journal of India*, 12(6): p. 270-274, 1999.
- [2]. Gutiérrez, C., *Nuevos materiales cerámica – niobio con aplicaciones biomédicas*, Tesis Doctoral en Ciencias Químicas, Instituto de Ciencia de Materiales de Madrid, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Universidad Autónoma de Madrid, Madrid, España, 2009.
- [3]. Lema, J., Prótesis libre de metal sistema procera y Zircon-Zan, *Revista Científica Fórmula Odontológica*, Publicación oficial de la Asociación de odontología Restauradora y Biomateriales, Volumen 6, Número 1, Guayaquil, Ecuador, 2008.
- [4]. González, F., *Prótesis Fija Zirconio Mecanizado - Cerámica*. Publicado en Gaceta Dental, nº 151, Septiembre, 2004.
- [5]. Zárate, J., Relación microestructura-propiedades mecánicas y térmicas de composites de circonia-alúmina, *Revista mexicana de física* 50, suplemento 1, 54–56, México, junio 2004.
- [6]. Li, P. and I.W. Chen, Effect of Dopants on Zirconia Stabilization—An X-ray Absorption Study: I, Trivalent Dopants, *Journal of the American Ceramic Society*, 77(5): p. 1281-1288, 1994.
- [7]. Ma, Y.X., et al., Tetragonal-to-monoclinic transformation in Mg-PSZ studied by in situ neutron diffraction. *Journal of the American Ceramic Society*, 87(3): p. 465-472, 2004..
- [8]. Rieth, P.H., J.S. Reed, and A.W. Naumann, *Fabrication and flexural strength of ultrafine-grained yttria-stabilized zirconia*. American Ceramic Society Bulletin, 55(8): p. 717-&, 1976.

- [9]. Gupta, T.K., et al., Stabilization of tetragonal phase in polycrystalline zirconia. *Journal of Materials Science*, 12(12): p. 2421-2426, 1977.
- [10]. Oliva, J., One-year Follow-up of First Consecutive 100 Zirconia Dental Implants in Humans: A comparison of 2 different rough surface, *The International Journal of Oral & Maxillofacial Implants*, Volume 22, Number 3, Barcelona, España, 2007.
- [11]. Oliva, J., Five-year success rate of 831 consecutively placed Zirconia Dental Implants in Humans: A comparison of three different rough surface, *The International Journal of Oral & Maxillofacial Implants*, Volume 25, Number 2, Barcelona, España, 2010.
- [12]. Sánchez H, Chica E, Latorre F. Distribución de los esfuerzos en un incisivo central superior restaurado con diferentes postes. *Rev Fac Odontol Univ Antioq*; 19 (1): 49-59, 2007.
- [13]. Steger, E., Trejo, C., *El Método Steger, para la medición de abrasión dental*. Italia, Junio, 2010.



## DISEÑO DE UNA HERRAMIENTA PARA EL ANÁLISIS DE TUBERÍAS SOMETIDAS A VIBRACIÓN INDUCIDA POR FLUJO INTERNO DE FLUIDO (PARTE I)

**Francisco León**  
**Rafael Santos**  
**Carlos Ramírez**  
*fleon@ula.ve*  
*rsantosl@ula.ve*  
*cramirez@ula.ve*

Escuela de Ingeniería Mecánica. Universidad de Los Andes.  
Facultad de Ingeniería, Av. Alberto Carnevalli, La Hechicera, Mérida – Venezuela.

**Maite Velazco**  
*mmvch747@hotmail.com*  
Alumna de Maestría, Postgrado en Ingeniería Mecánica. Universidad de Los Andes.  
Facultad de Ingeniería, Av. Alberto Carnevalli, La Hechicera, Mérida – Venezuela.

**Resumen.** *El diseño de sistemas de tuberías se basa en criterios establecidos por normas o códigos; en nuestro continente en particular se utilizan las normas ASME B31; sin embargo, éstas ofrecen muy poca orientación en cuanto a los efectos de las vibraciones sobre las tuberías. A partir de los resultados obtenidos en una investigación relacionada con vibraciones inducidas por flujo interno de fluido, y mediante una correlación numérica, se obtiene una estimación de la carga equivalente que provoca el mismo efecto vibratorio que se mediría con un acelerómetro. Luego, implementando el método de elementos finitos, es posible analizar de manera aproximada la interacción fluido-estructura del sistema de tuberías estudiado. Los resultados obtenidos indican que la metodología de análisis propuesta puede constituirse en una herramienta para estimar los efectos de la vibración inducida por el flujo interno de fluido en los proyectos de sistemas de tubería.*

**Palabras clave:** Vibración inducida por fluido, Interacción fluido-estructura, Diseño de sistemas de tuberías.

### 1. INTRODUCCIÓN

Entre las distintas subdivisiones de la serie de normas ASME B31, el código ASME B31.3

“Process Piping” [1], proporciona reglas concernientes al diseño, selección de materiales, fabricación, prueba e inspección de sistemas de tuberías de proceso; sin embargo, en lo concerniente al efecto que las vibraciones tienen sobre los sistemas de tuberías, el código ASME B31.3 prácticamente no ofrece ninguna orientación, tal como lo señalan Woods y Baguley [2].

Dentro de las múltiples fuentes que pueden excitar vibraciones en una tubería, en esta investigación se estudian las vibraciones inducidas por el flujo turbulento (interno) de fluido. Este tipo de vibraciones se ha estudiado a través de técnicas analíticas, experimentales y numéricas. Blevins [3] desarrolló y resolvió la ecuación genérica que gobierna el movimiento de un tramo recto de tubería por la que circula un fluido para los dos primeros modos transversales de vibración. Pittard et al. [4] presentó unas relaciones obtenidas experimental y numéricamente entre el caudal circulante y la vibración de la tubería, medida en términos de la desviación estándar de la aceleración en el punto medio de un tramo recto de tubería horizontal. A partir de estos resultados se planteó estimar una carga variable equivalente que provoque el mismo efecto vibratorio que se mediría con un acelerómetro, con lo cual la interacción fluido-estructura, se modelaría como un problema puramente estructural.

Para alcanzar ese objetivo se desarrolló el modelo numérico estructural para una serie de tramos de tubería, y con dichos modelos se efectuó un análisis modal. A continuación se desarrolló un modelo numérico simplificado que permitió estimar la carga equivalente para las distintas ratas de flujo en cada uno de los tramos de tubería estudiados. Seguidamente se estudiaron los esfuerzos estáticos y dinámicos que soportan los distintos tramos de tubería objeto de estudio. Finalmente, se propuso una metodología de análisis para considerar en el diseño de sistemas de tuberías los efectos de la vibración inducida por el flujo interno de fluido.

## 2. MODELO ESTRUCTURAL

Utilizando la configuración geométrica y unas condiciones de apoyo idénticas a las empleadas por Pittard et al. [4] (un tramo recto y horizontal de tubería de acero inoxidable AISI 304 con  $\rho_m = 7.800 \text{ kg/m}^3$ ,  $E = 1,93 \times 10^{11} \text{ Pa}$ , y  $\nu = 0,3$ , con una longitud  $L = 1,1 \text{ m}$ , con diámetros y espesores de pared variables  $D_i = 0,0381 \text{ m}$  y  $t = 3,68 \times 10^{-3} \text{ m}$ ;  $D_i = 0,0779 \text{ m}$  y  $t = 5,48 \times 10^{-3} \text{ m}$ ; y  $D_i = 0,1023 \text{ m}$  y  $t = 6,02 \times 10^{-3} \text{ m}$ , restringido en uno de sus extremos en las tres direcciones espaciales y en el otro con libertad de desplazarse en la dirección del eje de la tubería), y empleando el programa comercial ANSYS<sup>®</sup> [5] para implementar el método de elementos finitos, se configuró el modelo para análisis estructural y se eligió un tipo de elemento uniaxial con dos nodos por elemento y tres grados de libertad (desplazamiento en las direcciones nodales  $x$  e  $y$ , y rotación respecto al eje nodal  $z$ ), que además permitiera especificar una masa adicional por unidad de longitud, lo que en el caso objeto de estudio representaba al fluido contenido en la tubería (agua a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , con  $\rho_f = 998,2 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu = 1,005 \times 10^{-3} \text{ N-s/m}^2$ ).

La Fig. 1 muestra el modelo numérico estructural con las condiciones de apoyo establecidas.

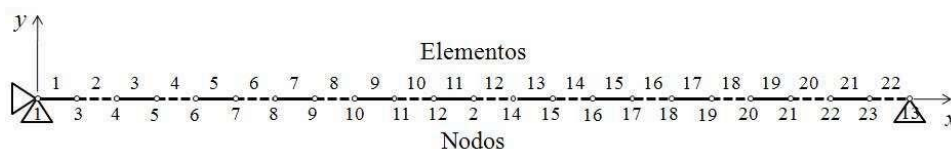


Figura 1 - Modelo numérico estructural.

### 3. ANÁLISIS MODAL

Con el anterior modelo numérico estructural, se llevó a cabo un análisis modal mediante el programa comercial ANSYS® [5]. Se estableció en cinco el número de modos a extraer debido a la existencia de modos longitudinales de vibración.

Los resultados obtenidos para las tres primeras frecuencias naturales (transversales) del tramo de tubería objeto de estudio con los tres diámetros nominales considerados (1,5; 3 y 4 pulgadas), se muestran en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Frecuencias naturales del modelo estructural

$D_N$ (pulg)	$\omega_1$ (rad/s)	$\omega_2$ (rad/s)	$\omega_3$ (rad/s)
1,5	557,68	2.223,87	4.978,61
3	1.000,60	3.960,61	8.761,27
4	1.257,52	4.942,86	10.816,50

### 4. MODELO PARA LA INTERACCIÓN FLUIDO - ESTRUCTURA

Utilizando los resultados numéricos obtenidos por Pittard et al. [4] se llevó a cabo una correlación numérica con el objeto de obtener una carga equivalente y así poder aproximar el fenómeno físico real al caso de una viga simplemente apoyada sometida a la acción de una fuerza periódica transversal aplicada en su punto medio, tal como se muestra en la Figura 2.

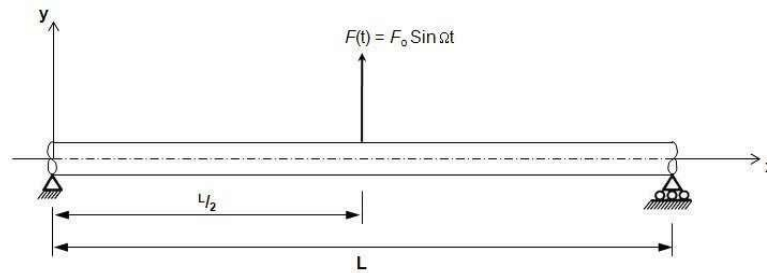


Figura 2 - Modelo físico simplificado.

La Ecuación (1), obtenida por Rao [6], es la solución analítica para las vibraciones transversales de este modelo simplificado, donde  $M = m + \rho A$ , es la densidad lineal del material del tubo y del fluido contenido en él, y los valores de  $\omega_i$  vienen dados por la Ec. (2).

$$Y(x, t) = \frac{2F_0}{ML} \left[ \sum_{i=1,5,9,\dots}^{\infty} \frac{\sin(i\pi x/L)}{\omega_i^2 - \Omega^2} \left( \sin \Omega t - \frac{\Omega}{\omega_i} \sin \omega_i t \right) - \sum_{i=3,7,11,\dots}^{\infty} \frac{\sin(i\pi x/L)}{\omega_i^2 - \Omega^2} \left( \sin \Omega t - \frac{\Omega}{\omega_i} \sin \omega_i t \right) \right] \tag{1}$$

$$\omega_t = \frac{t^2 \pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{M}} \tag{2}$$

Derivando dos veces la Ec. (1) para los tres primeros modos de vibración con  $x = L/2$  y con los resultados obtenidos por Pittard et al. [4], a través de la implementación del método de bisección con el programa comercial MATLAB® [7], se obtuvieron los valores de la fuerza impulsora  $F_0$  y su frecuencia de impulsión  $\Omega$ , que se muestran en la Tabla 2.

En la Fig. 3 se muestra la cantidad  $(Y/D)^{0,25}[E/(\rho_f v^2)](\rho_m/\rho_f)^{0,5}(t/D)^{1,175}$  como función del número de Reynolds,  $Re = (\rho_f vD)/\mu$ . La curva mostrada queda muy bien representada ( $R^2 = 0,999$ ) mediante un ajuste potencial, según la expresión:

$$(Y/D)^{0,25}[E/(\rho_f v^2)](\rho_m/\rho_f)^{0,5}(t/D)^{1,175} = (5,636 \times 10^{13})Re^{-1,598} \tag{3}$$

Mediante la Ec. (3), es posible estimar la respuesta dinámica del tramo de tubería objeto de estudio, en términos de la máxima deflexión transversal de su punto medio.

**Tabla 2.** Resultados para la interacción fluido-estructura

Q (L/min)	Diámetro Nominal								
	1,5 pulgadas			3 pulgadas			4 pulgadas		
	Fo (N)	$\Omega$ (rad/s)	Y ( $\mu$ m)	Fo (N)	$\Omega$ (rad/s)	Y ( $\mu$ m)	Fo (N)	$\Omega$ (rad/s)	Y ( $\mu$ m)
150	3,32	7,30	3,66						
300	8,89	15,87	9,83	1,50	0,76	0,17	0,67	0,12	0,03
500				3,18	5,66	0,36			
750	39,67	49,08	44,16	5,87	16,62	0,67			
1000				9,79	21,45	1,12	4,11	0,82	0,20
1250				15,05	39,62	1,72			
1500				19,41	45,91	2,23	7,89	5,82	0,38

Nota. Y = Máximo desplazamiento transversal del punto medio de la tubería estudiada.

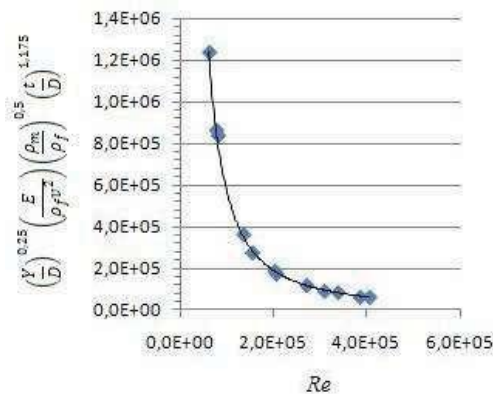


Figura 3 - Coeficiente adimensional  $(Y/D)^{0,25}[E/(\rho_f v^2)](\rho_m/\rho_f)^{0,5}(t/D)^{1,175}$  en función del número de Reynolds,  $Re$ .

## 5. DISEÑO DE LA HERRAMIENTA DE ANÁLISIS

La herramienta diseñada consiste en una metodología que permite, en primer lugar, estimar de manera aproximada los esfuerzos que soporta un sistema de tuberías como consecuencia de las vibraciones inducidas por el flujo que circula por él, aspecto en el que no se profundiza en el texto del código ASME B31.3; en segundo lugar, determinar la existencia o no de una condición de resonancia asociada al movimiento vibratorio de la tubería; y, por último, realizar un análisis de fatiga debido a tales vibraciones, tópico que el código ASME B31.3 no considera.

Siguiendo la práctica recomendada por Woods y Baguley [2], la herramienta propuesta para el análisis de sistemas de tuberías consiste en los siguientes pasos:

1. Cálculo del nivel de esfuerzo causado por la vibración de la tubería.
2. Comparación con el nivel de esfuerzo permisible desde el punto de vista estático.
3. Evaluación de la posible condición de resonancia.
4. Estimación del número de ciclos de carga.
5. Comparación con el nivel de esfuerzo a fatiga para la vida proyectada del sistema.

## 6. RESULTADOS

Al comparar los resultados obtenidos para los modos de vibración considerando el fluido dentro del tubo en movimiento, en reposo y el tubo sin fluido, no se encontraron diferencias apreciables para las velocidades de flujo consideradas en la investigación. Esto, además de coincidir con lo encontrado en las referencias, indica que para las configuraciones de tubería estudiadas, con valores bajos de caudal (relación  $v/v_c$  menores a 0,015), el flujo de fluido no ejerce ninguna influencia sobre la frecuencia fundamental de la tubería.

Por otra parte, de la comparación de los resultados obtenidos mediante el modelo numérico desarrollado para la interacción fluido-estructura con los resultados experimentales conseguidos por Pittard et al. [4], se encontró un alto porcentaje de desviación (casi de un 100% por defecto) para valores de caudal bajos, desviación que fue disminuyendo hasta prácticamente coincidir con los resultados experimentales para los valores más elevados de caudal. Este comportamiento resultó idéntico al reportado por el mismo investigador y se debe a que la contribución del flujo turbulento, a bajos caudales, es un componente muy pequeño de la vibración total de la tubería; al ir aumentando la rata de flujo, la vibración inducida por el flujo turbulento se convierte en un componente cada vez más significativo de la respuesta dinámica de la tubería. Lo anterior implica, en relación con el diseño de sistemas de tubería, que a caudales de bajos a moderados, los efectos de la vibración inducida por el flujo interno de fluido quedan solapados por los debidos a otras posibles fuentes de vibración; es decir, que los resultados obtenidos en esta investigación son relevantes para valores de caudal altos (por ejemplo, mayores a 1000 L/min para una tubería de 3 pulgadas de diámetro nominal).

Finalmente, los valores de esfuerzos estimados mediante la aplicación de la metodología propuesta fueron comparados con los obtenidos a través de un análisis armónico con la ayuda del programa comercial ANSYS<sup>®</sup>, encontrando unas diferencias que no superan el 0,48% en términos de error relativo porcentual.

## 7. CONCLUSIONES

La metodología propuesta, aunque limitada por la necesidad de llevar a cabo experimentos que puedan validarla adecuadamente, permite tomar en consideración en la fase de diseño de

sistemas de tuberías, y de una manera relativamente sencilla, un fenómeno tan complejo como lo es la vibración inducida por el flujo interno de fluido. A pesar de lo anterior y a la luz de los resultados obtenidos en esta investigación, es posible afirmar que, para tramos de tubería similares a los aquí estudiados, los efectos de la vibración inducida por el flujo interno de fluido pueden ser relevantes a partir de valores para la relación  $v/v_c$  mayores o iguales a 0,006; esto pone en evidencia la relevancia de este parámetro en el estudio de este fenómeno y constituye una orientación para el desarrollo de futuras investigaciones.

### ***Agradecimientos***

Los autores agradecen el apoyo económico otorgado por el Fondo Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación (FONACIT), a través del programa de becas Misión Ciencia, y por el Consejo de Desarrollo Científico, Humanístico, Tecnológico y de las Artes de la Universidad de Los Andes (CDCHTA), en el marco del proyecto identificado con el código I-1273-11-02-EM.

### **REFERENCIAS**

- [1].The American Society of Mechanical Engineers, *ASME B31.3-2004 Process Piping (Code for Pressure Piping, B31)*. Global Engineering Documents, 2004.
- [2]. Woods, G., Baguley, R., *The Practical Guide to ASME B31.3 – Process Piping*. CASTI Publishing Inc., 1997.
- [3].Blevins, R., *Flow-induced vibration*. Krieger Publishing Company, 1990.
- [4].Pittard, Evans, Maynes y Blotter, Experimental and Numerical Investigation of Turbulent Flow Induced Pipe Vibration in Fully Developed Flow. *Review of Scientific Instruments*, vol. 75, n 7 pp. 2393–2401, 2004.
- [5].ANSYS. 2007. Versión 11.0. ANSYS Inc. [programa informático en DVD-ROM]. Disponible en ANSYS Inc. Página web de ANSYS disponible en: <<http://www.ansys.com/>>
- [6].Rao, Singeresu., *Vibration of continuous systems*. Wiley & Sons, Inc., 2007.
- [7].MATLAB. 2002. Versión 6.5.0.180913a. The MathWorks Inc. [programa informático en CD-ROM]. Disponible en The MathWorks Inc. Página web de MATLAB disponible en: <<http://www.mathworks.com/>>

## EFFECTO DE LA INTERACCIÓN SUELO-TUBERÍA DE GASODUCTOS SUBMARINOS EN MODO DE PANDEO VERTICAL

**Paulo Teixeira**

**Marco González**

**Nicolás Lorenzo**

*mgrtpt@hotmail.com*

*margdleon@usb.ve*

*nico\_70\_69@hotmail.com*

Departamento de Mecánica, Universidad Simón Bolívar

Caracas, Miranda, Venezuela

**Resumen.** *En Venezuela se están desarrollando diversos proyectos que implican el diseño, fabricación e instalación de tuberías submarinas que se usan para transportar hidrocarburos desde plataformas costa afuera hasta tierra firme. Estos sistemas de tuberías estarán sujetos a cargas de presión, expansiones térmicas, al peso propio, etc. durante su vida útil. La interacción suelo-tubería en un gasoducto restringe las expansiones térmicas, generando cargas compresivas que pueden pandear la tubería tanto en el plano horizontal como en el plano vertical. En este trabajo se desarrolla un modelo suelo-tubería con el método de elementos finitos (MEF), usando elementos tipo Shell para tubo y suelo, y elementos de contacto para la zona de interacción, considerando el comportamiento no lineal del material y de la respuesta al fenómeno de pandeo. Este modelo se resolvió para diferentes longitudes y desviaciones verticales (topografía), obteniendo que el pandeo vertical depende de la desviación vertical, del peso de la tubería y de la fricción existente en la zona de contacto suelo-tubería, siendo estos resultados consistentes con la norma DNV-RP-F110.*

**Palabras clave:** Interacción Suelo - Tubería, Gasoducto submarino, Pandeo vertical, MEF

### 1. INTRODUCCIÓN

Una tubería submarina puede estar enterrada o anclada al fondo marino, y en su vida útil, esto es durante su instalación, en operación o fuera de servicio, estará sometida a diferentes cargas, que deben ser tomadas en cuenta para su diseño. Las cargas axiales a compresión generadas por la restricción a la expansión térmica, pueden hacer que la tubería pandee como una

columna esbelta, generándose grandes esfuerzos en la zona deformada de la tubería, que combinados con los esfuerzos generados por la presión interna, pueden hacer que la tubería falle.

Para prevenir este modo de falla existen normas que presentan recomendaciones de diseño como lo es la DNV RP F110 [1], que plantea conceptos y métodos, que ayudan a describir el problema del pandeo global en tuberías submarinas, como la fuerza axial efectiva  $S$ , que será usado para definir la carga axial de compresión en el modelo.

Adicionalmente, se han desarrollado trabajos como el de Dvorkin y Toscano [2] que plantean un modelo analítico para calcular la fuerza axial de pandeo en una tubería sometida a presión interna. También se encuentra el trabajo realizado por Fyrileiv y Collberg [3] donde explican el funcionamiento del concepto de la fuerza axial efectiva y el efecto que tiene la presión sobre el mismo. Otro trabajo relevante referente al tema es el de Schupp *et al.* [4] donde realizan ensayos de tuberías enterradas en arena suelta, obteniendo resultados experimentales útiles para validar resultados numéricos.

Partiendo de la norma, se desarrolla un modelo para ser resuelto con el método de los elementos finitos, haciendo uso de la aplicación comercial ANSYS v11.0® [5] con elementos tipo Shell 281 para la tubería, elementos tipo Shell 181 para el suelo y elementos de contacto para la interacción suelo - tubería. Con este modelo se busca plantear la respuesta del sistema ante la compresión axial debido a la dilatación térmica para segmentos curvos de tubería (ligeramente desalineados).

## 2 ANALISIS DE PANDEO GLOBAL EN TUBERIAS

Para analizar el pandeo global en tuberías se debe partir de algunas definiciones: la fuerza axial efectiva, el efecto de la presión interna y el pandeo clásico de Euler.

La fuerza axial efectiva  $S$  está definida según la norma DNV RP F110:2007 en el capítulo 5.3 [1], de la siguiente manera.

$$S = H - \Delta P_i \cdot A_i (1 - 2 \cdot \nu) - A_t \cdot E \cdot \alpha \cdot \Delta T \quad (1)$$

Donde  $H$  es la fuerza axial residual de la instalación,  $\Delta P_i$  la diferencia entre la presión interna y externa,  $A_i$  el área interna del tubo,  $A_t$  el área transversal del tubo,  $E$  el módulo de elasticidad,  $\nu$  el módulo de Poisson del material,  $\alpha$  coeficiente de dilatación térmica y  $\Delta T$  el incremento de temperatura.

Adicionalmente, Fyrileiv y Collberg [3] explican la importancia y el uso de este concepto, complementando la norma DNV RP F110:2007.

Dvorkin y Toscano [2] desarrollaron una expresión que permite calcular la fuerza axial crítica de colapso, o la presión interna para la cual una tubería pandea globalmente.

$$C_{cr} + k p_{icr} + p_{icr} \pi r_i^2 = \frac{n^2 E I \pi^2}{L^2} \quad (2)$$

Donde  $C_{cr}$  es la fuerza axial,  $k$  una constante arbitraria que se define con las condiciones de apoyo,  $p_{icr}$  la presión interna crítica de pandeo,  $r_i$  el radio interno de la tubería,  $E$  el módulo de elasticidad del material,  $I$  la inercia de la sección, y  $L$  la longitud del tramo de tubería.

El pandeo global de una tubería se puede ver como el pandeo que sufre una columna esbelta, sometida a una carga compresiva, y empotrada en ambos extremos, para ser consistente con los planteamientos y modelos de este trabajo. La carga axial crítica  $C_{cr}$  de una columna esbelta se



puede calcular con la ecuación (3), definida por el módulo de inercia de sección  $I$ , el módulo de elasticidad del material  $E$  y la longitud  $L$ .

$$C_{cr} = \frac{4EI\pi}{L^2} \quad (3)$$

### 3 METODOLOGÍA

En este trabajo se usa el software comercial ANSYS® v11.0 para simular la interacción suelo - tubería, considerando los siguientes aspectos:

**Flotabilidad.** Para tomar en cuenta el efecto de la flotabilidad en el modelo, se trabaja con un valor de gravedad equivalente, que es obtenido al igualar el peso sumergido de la tubería incluyendo el recubrimiento, con el peso normal de la tubería sin su recubrimiento

**Zona de contacto.** Se genera una cuerda en la parte inferior de la sección del tubo de longitud cercana al 20% del diámetro de la tubería, que luego forma una cara plana a lo largo del tubo, garantizando una superficie de contacto, con el suelo que es modelado como un plano. En la figura 1 se muestra un corte transversal del ensamble para apreciar la zona de contacto.

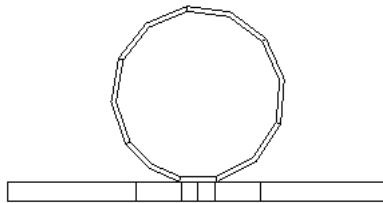


Figura 1. Sección transversal del ensamble Suelo-Tubería

**Tubería.** Se modela como una sección circular de diámetro  $D_o=36 \text{ in } (0,914\text{m})$  con un espesor de pared de  $1 \text{ in } (0,0254\text{m})$  que será barrida (*sweep*) a lo largo de un arco de circunferencia. El mallado de la tubería se realiza con elementos tipo Shell 281, considerando como material el acero API 5L X65, incluyendo valores de esfuerzo - deformación que consideren la plasticidad del mismo.

**Suelo.** Se modela como una sección rectangular, de ancho equivalente a tres veces el diámetro de la tubería y  $0,2 \text{ m}$  de espesor. El suelo se malla con elementos tipo Shell 181 con propiedades de material de arcilla blanda, modelada como un sólido elástico lineal con un módulo de elasticidad ( $E$ ) de 10 MPa, y una relación de Poisson de 0,4 [6]. La limitación de este modelo de suelo estriba en que los esfuerzos y las deformaciones que éste sufra no serán relevantes, pero sirve para definir la zona de contacto.

**Análisis de Convergencia.** Se realiza un análisis de convergencia para obtener la dimensión adecuada de los elementos en la simulación del conjunto suelo - tubería. Para la tubería, se garantiza una malla uniforme y un resultado estable, con 7 divisiones de la circunferencia. El suelo se malla con 10 divisiones en el perfil con un efecto *bias* que permite tener elementos más pequeños en el centro del mismo. (Ver figura 1).

**Cargas y soportes del modelo:** En primer lugar, se consideran empotrados los bordes de la superficie del suelo (A) y se restringen los desplazamientos verticales de la superficie del suelo (E); luego, se empotra un extremo de la tubería para evitar movimiento de cuerpo rígido (B), se aplica un desplazamiento en el extremo opuesto de la tubería (C) y se aplica un valor constante de gravedad igual al valor equivalente calculado, en la dirección del eje vertical (D) (Ver figura 2).

Planteadas las características del modelo, éste se resolvió como un problema no lineal, permitiendo largas deformaciones y grandes rotaciones en el sólido evaluado.

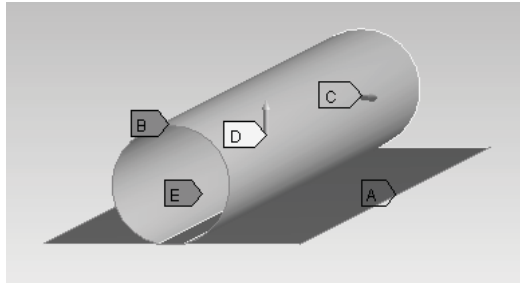


Figura 2. Cargas y soportes del modelo

#### 4 CASOS DE ESTUDIO

Se consideran dos casos: a) una tubería sobre suelo irregular con una desalineación vertical negativa (esto es la concavidad se encuentra en dirección al suelo); b) una tubería con concavidad positiva (la concavidad se encuentra en la dirección opuesta al suelo).

Para desarrollar estos casos se simulan tuberías de longitudes 180m, 240m y 280m, con el objeto de capturar el efecto que posee la longitud en el mismo, así como también se consideran diferentes radios de curvaturas en el plano vertical, para obtener el efecto que poseen las irregularidades del terreno en el resultado. Las irregularidades se simulan como curvaturas de (10km, 8km, 6km, 4km, 2km, 1km, 0,8km y 0,5km) en el plano vertical.

Aunque no se busca la respuesta del sistema en el plano horizontal, se define un coeficiente de fricción  $\mu = 0.6$  entre las superficies de contacto, para modelar consistentemente la resistencia lateral que el suelo impone sobre el segmento de tubería.

#### 5 RESULTADOS Y ANÁLISIS.

##### 5.1 Caso 1: Concavidad negativa

La figura 3 muestra el resultado preliminar de una sección de tubería de 240m, con una desalineación negativa, donde se aprecia que la tubería no sufre pandeo, ya que ésta se deforma en la dirección del suelo tratando de enterrarse, por efectos del peso. En este caso la pared del tubo no sufre deformaciones ni esfuerzos importantes.

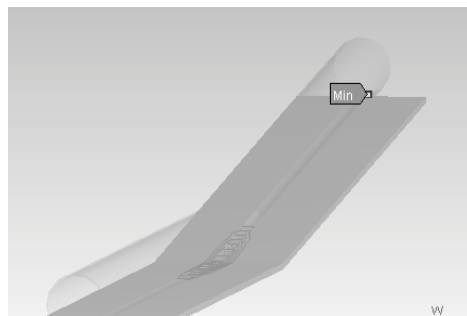


Figura 3. Caso desalineación negativa o cóncava

**5.2 Caso 2: Concavidad positiva**

Para el caso correspondiente a una sección de tubería con concavidad positiva, se tiene que la misma puede sufrir pandeo tanto en el plano vertical como en el plano horizontal. Si pandea verticalmente ésta se desprenderá del suelo, llegando incluso a caer de nuevo sobre él, deformada en el plano horizontal por efectos del peso propio del tubo (Ver figura 4).

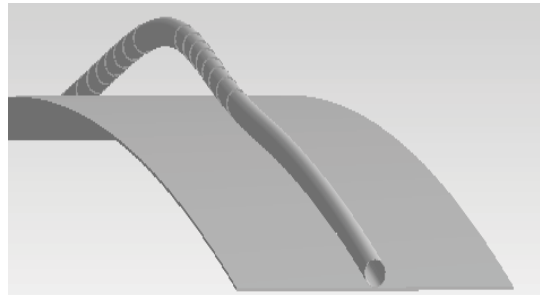


Figura 4. Caso desalineación vertical positiva, la tubería pandea y se desprende del suelo.

En la figura 5 se muestran los resultados obtenidos correspondientes a la deformación crítica axial de pandeo, en función del radio de curvatura inicial que posee el segmento de tubo, en el plano vertical. En ella se aprecia el efecto que posee la desalineación vertical en el modo de pandeo, donde mientras más curvatura posea la tubería menos compresión requiere para pandear. También es notorio que la longitud posee un efecto menos importante que la desalineación, ya que la zona deformada de la tubería corresponde solo a una porción del segmento de tubo analizado.

De igual forma, en la figura 6 se presentan los resultados de la fuerza axial instantánea en función de la deformación axial aplicada, para diferentes radios de curvatura. En ella se aprecia el comportamiento lineal que posee la fuerza axial hasta el instante de pandeo, en el cual ésta cae bruscamente a un nuevo valor que tiende a ser común para todas las geometrías. Luego que la tubería se desprende del suelo, alcanza un nuevo punto de inestabilidad y cae en el suelo deformada lateralmente por la acción del peso.

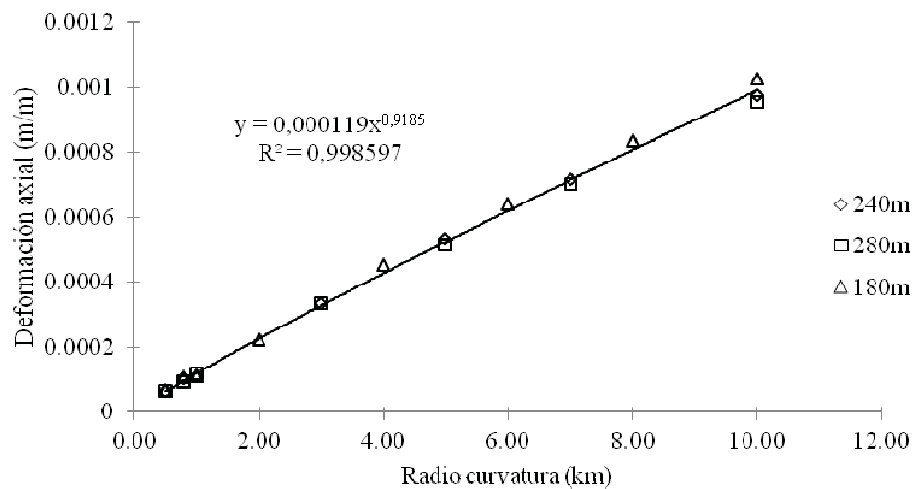


Figura 5. Deformación axial crítica de pandeo vs. Radio de curvatura

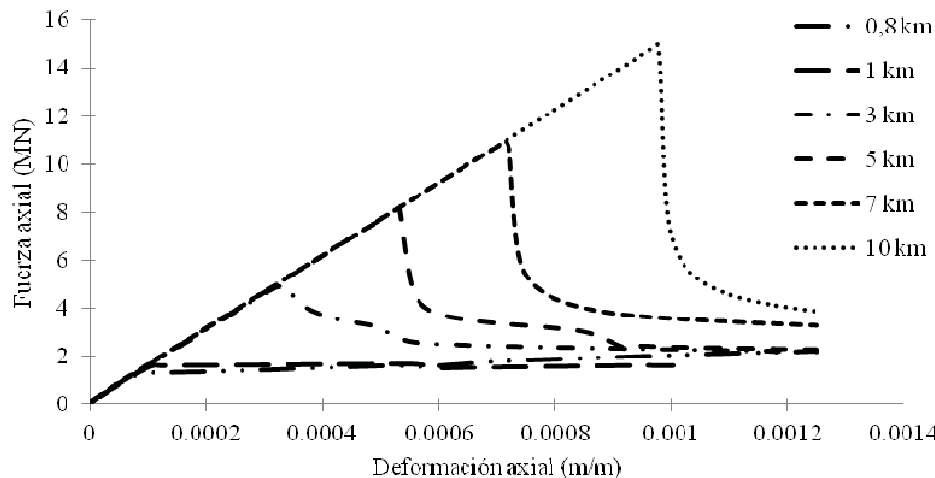


Figura 6. Fuerza axial instantánea vs. Deformación axial, para un segmento de tubo de 240m

## 6 CONCLUSIONES

El comportamiento de la tubería ante la compresión depende del peso sumergido de la tubería, del coeficiente de roce existente entre el suelo y la tubería, y de la configuración inicial. Esto se debe a que la desalineación inicial reduce la carga axial crítica de pandeo, gracias a la excentricidad de la carga, mientras que el peso se opone al pandeo vertical del tubo, así como también lo hace la fricción en la dirección transversal. El modo de pandeo vertical ocurre cuando la resistencia lateral y la desalineación inicial son lo suficientemente grandes, como para que la tubería se desprenda del suelo venciendo el peso. Finalmente, luego de que la tubería colapsa las grandes deformaciones que el material sufre en la pared, implican esfuerzos importantes que se deben considerar en el diseño para que la tubería no falle.

## 7 REFERENCIAS

- [1] DNV (2007). Recommended Practice DNV-RP-F110. Global Buckling of Submarine Pipelines. Structural Design due to High Temperature/High Pressure, Det Norske Veritas. October 2007.
- [2] Dvorkin, E. N., Toscano, R.G. (2001) Effects of internal/external pressure on the global buckling of pipelines. Proceedings First MIT Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics, (Ed. K.-J.Bathe), Elsevier.
- [3] Fyrileiv, O. y Collberg, L. (2005). Influence of Pressure in Pipeline Design – Effective Axial Force. OMAE2005-67502. 24th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. June 12-17, 2005, Halkidiki, Grecia.
- [4] Schupp, J., Byrne, B.W., Eacott, N., Martin, C.M., Oliphant, J., Maconochie, A. y Cathie, D. (2006). Pipeline unburial behaviour in loose sand. OMAE2006-92542. 25th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Hamburgo, Alemania.
- [5] ANSYS, V11 SP1, Finite Element Program, ANSYS Inc. Canonsburg, PA. USA.
- [6] Wroth, C y Houlsby, G (1998). Soil mechanics Property characterization and analysis procedure. University of Oxford. Reino Unido.

## ESTUDIO NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DE LA PRETENSIÓN EN ESTRUCTURAS DE MEMBRANA

**Jean Carlos León**

**Carlos Graciano**

*jean.c.leon.p@gmail.com*

*cgracian@usb.ve*

Departamento de Mecánica, Universidad Simón Bolívar

Apartado 89000, Caracas 1080-A, Caracas-Venezuela

**Carlos Henrique Hernández**

*carlos@grupoestran.com*

Facultad de Arquitectura y Urbanismo, Universidad Central de Venezuela.

Apartado 47169, Caracas 1041-A, Caracas, Venezuela

**José Romero**

*jromeroucv@gmail.com*

Instituto de Materiales y Modelos Estructurales, Universidad Central de Venezuela.

Apartado 47169, Caracas 1041-A, Caracas, Venezuela

**Resumen.** *Uno de los mayores problemas en las estructuras de membrana es la pérdida de pretensión debido al comportamiento visco-elasto-plástico del material y a los efectos de cargas climáticas que además de crear esfuerzos cíclicos por dilatación alteran las propiedades mecánicas. En este trabajo se presenta un estudio numérico-experimental sobre la influencia de cargas ambientales (viento, humedad y temperatura) sobre la pretensión de membranas. En primer lugar, se elabora un modelo numérico orientado al estudio de las reacciones en la estructura ante cargas de viento estáticas, tomando en cuenta la viscoelastoplasticidad del material; y con miras a un análisis transitorio para simular la pérdida de pretensión. Adicionalmente, se estudia experimentalmente el comportamiento visco-elasto-plástico del material para la ejecución de los análisis numéricos. Debido a suposiciones en el modelo del material, los ajustes numérico-experimentales tuvieron ciertas discrepancias, pero las diferencias fueron lo suficientemente bajas como para validar la geometría y la metodología utilizada para la ejecución del análisis.*

**Palabras clave:** Tensoestructuras, Pretensión, Viscoelastoplasticidad, Método del elemento finito

## 1. INTRODUCCIÓN

Entre la Facultad de Arquitectura y Urbanismo (FAU) y el Instituto de Materiales y Modelos Estructurales (IMME) de la Universidad Central de Venezuela se lleva a cabo un estudio que permita predecir la pérdida de pretensión en estructuras de membrana ante condiciones climáticas. Mediante un modelo estructural, explicado a detalle en [1,2], se ejecuta el análisis experimental, y a través de simulaciones en elementos finitos se lleva a cabo el análisis numérico. El primer paso de la ejecución del modelo numérico es un análisis estático que sirva punto de partida para el análisis dinámico-transitorio que simule la relajación de la estructura. La estructura a estudiar es un paraboloides hiperbólico cuya forma se muestra en la Fig. 1.

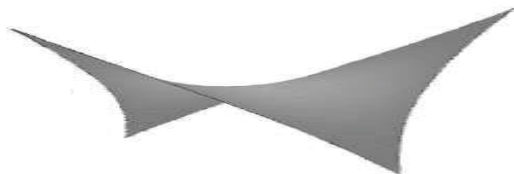


Figura 1-Estructura a estudiar: paraboloides hiperbólico.

El objetivo del presente trabajo es evaluar la respuesta de la estructura ante cargas estáticas. En vista de eso, se ejecutan los análisis con modelos de material independientes del tiempo (sin efectos viscosos). Además se plantea un modelo viscoelástico que permite predecir la curva esfuerzo-deformación ante distintas velocidades de deformación.

La velocidad de aplicación de carga en los ensayos realizados en el IMME permite estimar la velocidad de deformación de las fibras más solicitadas. De ahí se determina la curva del material (independiente del tiempo porque se fija la velocidad de deformación) a ser introducida en el software. Se comparan los resultados numéricos con los obtenidos en los ensayos mencionados.

## 2. COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL MATERIAL

Siguiendo la metodología propuesta por Bles *et al.* [3], aplicada inicialmente a tejidos de nylon y extendida a tejidos arquitectónicos [4], se construyen las gráficas esfuerzo-deformación para el material a varias velocidades de deformación (Fig. 2). León [4] muestra con mayor detalle el protocolo de los ensayos. Siendo un material compuesto por un tejido, es de resaltar que el comportamiento a tracción es muy similar en la dirección de la trama y la urdimbre [4].

Luego, según la metodología establecida por Bles, se ajustan estas curvas a la Eq. (1)

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = [m(\varepsilon) * \ln(\dot{\varepsilon})] + b(\varepsilon) \quad (1)$$

donde  $\sigma$  es el esfuerzo ingenieril,  $\varepsilon$  es la deformación ingenieril,  $\dot{\varepsilon}$  es la velocidad de deformación. Para obtener esta expresión se establecieron múltiples valores de deformaciones, de donde se determinaron los esfuerzos para distintos valores de rapidez de deformación, construyendo así gráficos con eje ordenado logarítmico. Estas gráficas resultaron ser rectas, cuya pendiente se denomina  $m$ , y su corte con el eje  $\sigma$  se denomina  $b$ . Se puede observar que esta expresión se ajusta bastante bien al comportamiento a tracción del material [4]. De la misma forma, se determinó el comportamiento del módulo de Poisson. Para valores de deformación en el rango de los encontrados en la membrana, el módulo de Poisson se sitúa alrededor de 0.25.

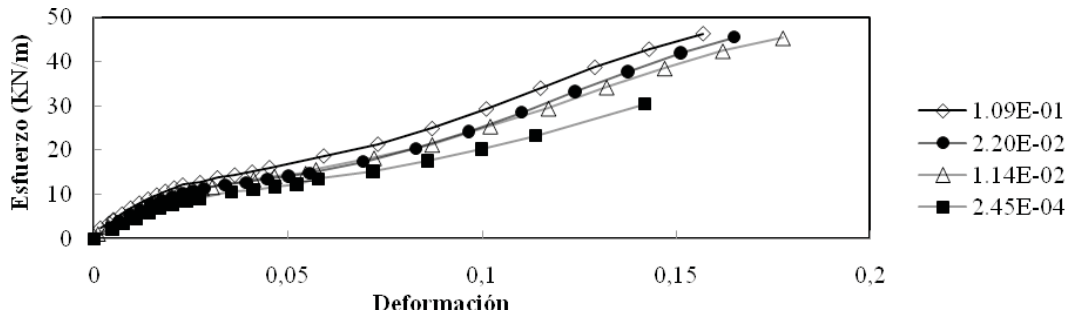


Figura 2- Comparación entre las curvas esfuerzo-deformación de la urdimbre para distintas velocidades de deformación, en [1/s].

### 3. ANÁLISIS ESTRUCTURAL POR ELEMENTOS FINITOS

Para ejecutar el análisis, se escoge el software Ansys, más específicamente la versión APDL. El modelo estático inicial se crea tomando en cuenta la ejecución posterior del análisis transitorio que simule la relajación de la membrana, en el software Ansys-LS DYNA. Del análisis se necesitan obtener tres gráficas: tensión en los apoyos a los extremos de la dirección 1 (cóncava hacia arriba), en la dirección 2 (cóncava hacia abajo) (Fig. 1) y la deflexión en el centro de la estructura en función de las cargas de viento (simuladas mediante aplicación de presión).

#### 3.1 Modelo de material a utilizar

Se realizan los análisis con modelos independientes del tiempo (sin efectos viscosos). Se plantea un modelo elasto-plástico isotrópico, debido a que el material además de ser viscoelástico se comporta de forma elastoplástica, razón por la cual se denomina “visco-elasto-plástico” [5]. De los modelos elastoplásticos disponibles en el software Ansys APDL se escoge el multilineal isotrópico (MISO) [7] debido a que es el mejor para simular el comportamiento plástico [2].

Para la curva del material a introducir se utiliza la Eq. (1), considerando que todas las fibras de la membrana se deforman una misma  $\dot{\epsilon}$ . El modelo estructural del IMME es capaz de hacer un ciclo de carga y descarga en 1 minuto, lo cual implica una velocidad de deformación sobre las fibras más solicitadas: las que van en la dirección cóncava hacia arriba.

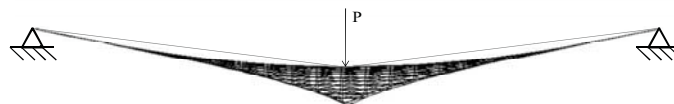


Figura-3: Aproximación de la velocidad de deformación en la zona cóncava hacia arriba de la membrana mediante semejanza con la cuerda cargada en el medio

Tomando como aproximación un análisis de la deflexión en una cuerda como el mostrado en Fig. 3; y teniendo la deflexión inicial (0.15 [m], que es la mitad de la altura de la membrana), la final (0.175 [cm]) y el tiempo que tarda el cambio de deflexión (30 segundos), se determinó que la velocidad de deformación en las zonas más solicitadas es  $\dot{\epsilon} = 8.28E-5$  [1/s]. Luego se introduce

esta velocidad de deformación en la Eq. (1) para predecir la curva, mostrada con el ajuste de la descarga según el modelo MISO en la Fig. 4.

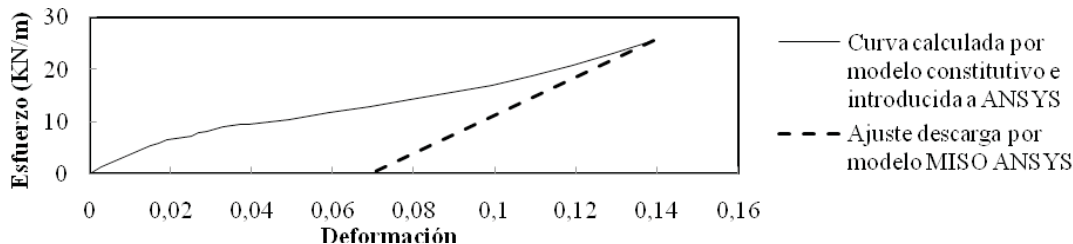


Figura-4: Gráfica a tracción a introducir en el software Ansys y modelo de la descarga

### 3.2 Geometría y mallado

Para la membrana se emplean elementos SHELL 181, trabajando exclusivamente a tracción, y para las guayas de borde se emplean elementos LINK 10, también capaces solamente de soportar tensión. El mallado debe estar compuesto solamente por elementos cuadriláteros, ya que aunque los elementos SHELL 181 triangulares funcionan bien en el modo membrana [7], no son recomendables en el elemento SHELL 163 [7], a ser utilizado en un eventual análisis dinámico mediante Ansys-LS DYNA. El mallado no se hizo excesivamente refinado tomando en cuenta otras publicaciones [8], obteniendo así 425 nodos y 457 elementos (393 tipo *shell* y 64 tipo barra)

### 3.3 Aplicación de cargas, condiciones de borde y ejecución del análisis

Sobre la estructura a estudiar actúan dos tipos de cargas mecánicas: (a) para la pretensión se establece como entrada una distribución de esfuerzos uniforme de 1,25 [MPa], buscando como meta lograr una tensión en los apoyos de 400 [Kgf], que es la presentada por el banco de pruebas del IMME al momento de realizar los ensayos; (b) las cargas de viento son aplicadas en el banco en forma de una presión uniforme, que va desde 0-680 [Pa], de forma que se aplica sobre la estructura hasta alcanzar 160 [Kgf] de fuerza vertical. Se establecen apoyos simples en las juntas de las tensoras con el marco.

El análisis consta de dos partes: determinación de la pretensión y aplicación de cargas de presión. Se toman en cuenta los grandes desplazamientos (NLGEOM,ON) y debido a la sensibilidad de la rigidez con respecto a los desplazamientos, se utiliza para la resolución el método *full* Newton Raphson. Se escoge un criterio de convergencia en base a las fuerzas [4,8].

El análisis incremental no se establece para la determinación de la pretensión [4,8], pero sí para la aplicación de las cargas de presión. La convergencia lleva alrededor de 20 iteraciones para determinar la pretensión de la membrana, y entre 50 y 100 para simular el efecto de las cargas de presión.

## 4. RESULTADOS Y VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

Como se mostró anteriormente, se determinaron numérica y experimentalmente las gráficas de las tensiones en los apoyos (dirección 1: Fig. 6.1; dirección 2: Fig. 6.2) así como la deflexión (Fig. 7) en función de la carga de presión aplicada. Se hicieron 10 ensayos en el modelo estructural. Las diferencias máximas respecto al ajuste en mínimos cuadrados de la data son del



10.6% para la tensión en la dirección 1, 7.7% para la tensión en la dirección 2 y 29.6% para la deflexión en el centro de la membrana. Aunque esta última diferencia parezca alta, se presenta para valores bajos de carga de presión para luego disminuir considerablemente, además la curva numérica se encuentra casi íntegramente dentro de la dispersión de la data.

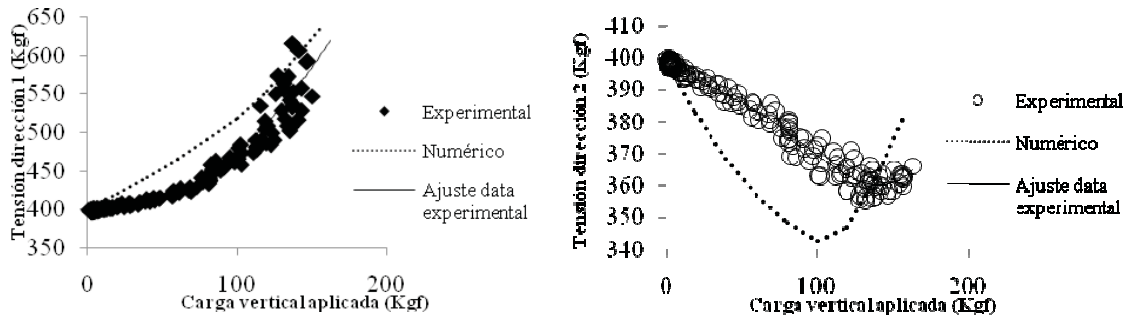


Figura-6: Comparación numérico-experimental de la tensión en las direcciones 1 (Fig. 6.1) y 2 (Fig. 6.2) en función de la carga vertical aplicada

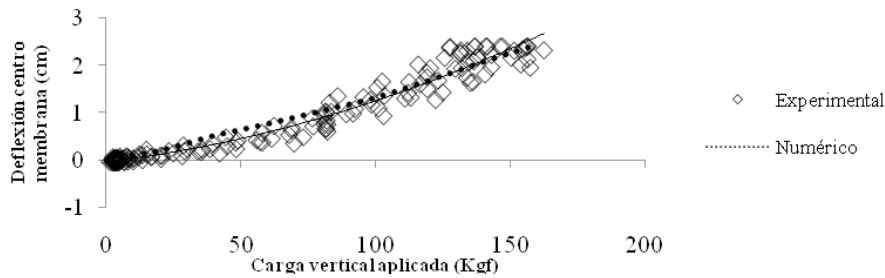


Figura-7: Comparación numérico-experimental de la deflexión en el centro de la membrana en función de la carga vertical aplicada

Las fuentes de diferencia son variadas. La principal es el modelado del material. Dado su comportamiento visco-elasto-plástico, la velocidad de deformación es distinta en todos los puntos de la membrana a diferencia de la suposición hecha de  $\dot{\epsilon}$  constante. Por otro lado, la plasticidad no es correctamente modelada por la formulación asumida con el software [4]. Al asumirse isotrópico, la rigidez a corte cambia considerablemente con respecto a los valores reales [4,6].

Además, una de las principales características de este tipo de material es que el estado de esfuerzos en un punto dado cambia constantemente con el tiempo en función de las cargas anteriores. Esto se evidencia en trabajos como el de Saito [9], donde se ve cómo luego de instalar la membrana el material pierde rigidez con respecto a su estado original. De hecho, en el modelo del IMME al momento de instalar se llevó la carga en los apoyos a 500 [Kgf], en varias semanas la membrana se relajó hasta los 400 [Kgf] observados al realizar los ensayos. Efectivamente, se evidencia que la estructura tiene menor rigidez que la arrojada por el análisis numérico. No sólo porque la tensión en la dirección 1 numérica es mayor que la experimental, sino también porque mientras más baja sea la rigidez de la membrana o del material la mínima tensión en la dirección 2 se alcanza a una mayor carga aplicada, tal como se observa en este caso. Por otro lado, la carga de presión se aplica aplastando un colchón de aire sobre la estructura. En ciertos instantes el colchón perdía aire lo cual podría haber alterado la homogeneidad de la aplicación de la presión.

## 5. CONCLUSIONES

Al ser capaz de predecir con un aceptable margen de diferencia las tensiones en los apoyos, las tensiones en las guayas y las deflexiones ante cargas de presión, aún con la gran cantidad de suposiciones hechas sobre el material; se considera que al implementar una reacción constitutiva más adecuada podrían obtenerse resultados muy confiables para el objetivo final de la investigación, que es el estudio de la relajación de la membrana. Se recomienda investigar de manera efectiva el estado de deformaciones en ciertos puntos como otra forma de validar los resultados. A pesar de lo expresado por Pauletti [8] acerca del mallado de la estructura, se recomienda realizar un análisis de convergencia de mallado aprovechando la disponibilidad de resultados experimentales.

### *Agradecimientos*

Por la U.S.B., al técnico Henry López y al Prof. Gustavo Rodríguez por su colaboración en los ensayos mecánicos sobre el material.

## REFERENCIAS

- [1].D' Anniballe, M., Romero, J. *Automatización de un banco de ensayos para tensoestructuras*, Modelos Computacionales en Ingeniería: Desarrollos Novedosos y Aplicaciones, 2010 SVMNI, pp. EC-79 - EC-84.
- [2].D' Anniballe, M. *Automatización de un banco de ensayos de tensoestructuras para realizar pruebas de temperatura y humedad*. Tesis de Grado. Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela. Venezuela, 2010
- [3].Bles, G.; Nowacki, W. y Tourabi, A., Experimental study of the cyclic visco-elasto-plastic behaviour of a polyamide fibre strap. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 46, pp. 2693-2705, 2009.
- [4].León, J. C. *Efectos climáticos sobre la pretensión de estructuras de membrana*. Tesis de Grado. Universidad Simón Bolívar. Venezuela, 2011
- [5].Kato, S. y Yoshino, T., Simulation for introducing tension into curve membranes considering both of the cutting pattern method and visco-elasto-plastic characteristics of the fabric. *Proceedings of the IASS Symposium Nagoya 2001*, TP046, 2001.
- [6].Bridgens, B; Gosling, P.; Patterson, C.; Rawson, S. y Hove, N. "Importance of material properties in fabric structure design & analysis" *Proceedings of the IASS Symposium Valencia 2009*. 2009, 2180-2192.
- [7].*Ansys user's manual for revision 12*. Swanson Analysis Systems IP, Inc. U.S.A. 2009
- [8].Pauletti, R.M.O. *História, Análise e Projeto das Estruturas Retesadas*. Universidade de São Paulo. Brasil, 2003
- [9].Saito, Y., Goda, T., Kuroki, F. y Saitoh, M., An example and installation of membrane structure by initial high-level prestress. *Proceedings of the IASS Symposium Nagoya 2001*, TP048, 2001.

## ESTUDIO DE DEFORMACIONES TRANSVERSALES SOBRE LA ESTRUCTURA DE UNA COMPUERTA RADIAL

**Abel Noguera**

**Carlos Graciano**

*abel\_noguera@yahoo.es*

*cgracian@usb.ve*

Universidad Simón Bolívar, Departamento de Mecánica, Apdo. 89000, Caracas 1080-A, Venezuela

**Resumen.** *La estructura de toma o entrada a una Central Hidroeléctrica está conformada por un sistema de compuertas que controla las aguas de un embalse, siendo así el principal elemento de seguridad de una represa. Cuando los niveles del embalse son aumentados producto del incremento de la demanda energética de una región pueden producirse deformaciones en las compuertas. En este trabajo se presenta un estudio numérico empleando el método del elemento finito, en primer lugar para evaluar el comportamiento estructural de una compuerta radial en caso estático sometida a carga hidrostática, obteniendo así que el primer paso para el dimensionamiento de una compuerta consiste en determinar la carga hidrostática actuante sobre el sistema y que un valor máximo estimado para ésta es la equivalente a la cota máxima del nivel del embalse. En segundo lugar, se realiza un análisis paramétrico con la finalidad de emplear la rigidización longitudinal y transversal sobre la compuerta y se muestra la influencia que éstas tienen sobre la rigidez de la compuerta, logrando así disminuir las deformaciones transversales y de esta forma obtener un mejor desempeño y aumentar la confiabilidad del sistema.*

**Palabras clave:** Deformaciones, Compuertas, Elemento finito, Carga hidrostática.

### 1. INTRODUCCIÓN

Hoy en día a nivel mundial desde el punto de vista de *seguridad de presa*, la confiabilidad del funcionamiento de las estructuras de toma y aliviadero han tomado una atención de primer orden [1] por los potenciales daños que pueden ocasionar en el caso de una falla, principalmente para presas calificadas de alto impacto por las consecuencias que pueden acarrear. En muchos casos estos sistemas de compuerta culminaron el periodo de vida útil para la cual fueron

diseñados y en otras oportunidades las condiciones originales de operación, tales como, carga hidrostática, frecuencia de apertura y cierre, entre otras, son modificadas drásticamente debido a las realidades actuales que viven cada una de las centrales hidroeléctricas, producto del aumento de la demanda energética de cada región. Todo esto se traduce a cambios en la estructura de la compuerta con el pasar de los años, originando así fallas estructurales. Es por ello que los sistemas de compuertas requieren trabajos de rehabilitación para mejorar su funcionamiento y adaptarse a las condiciones actuales de operación.

El presente trabajo busca investigar y desarrollar el comportamiento de la estructura de una compuerta radial de toma, donde la carga hidrostática a la cual está sometida varió producto de aumentos en la cota del embalse, con la implementación de mejoras o refuerzos sobre las vigas que la componen para disminuir así las deformaciones originadas en su estructura y estudiar la influencia que éstas tienen sobre los desplazamientos transversales para de esta forma lograr un buen desempeño de la compuerta radial.

## 2. MODELO DEL ELEMENTO FINITO

La presente investigación es de tipo numérica computacional, mediante el uso de simulaciones numéricas, empleando el método del elemento finito para el modelado del problema no lineal, por medio del paquete computacional *ANSYS*® *V. 12.1* [2], utilizándolo durante todas las etapas de la simulación (pre-procesador, procesador y post-procesador).

Se elaborará un modelo numérico de la compuerta radial simplemente apoyada en los extremos laterales (izquierdo y derecho) y libres para los extremos superior e inferior, como se corresponde con las condiciones de borde para las cuales fue diseñada acorde con el plano de disposición general de la compuerta radial [3] elaborado por el fabricante, considerando la geometría original de la compuerta y la condición de simetría.

Se utilizará una combinación de tipos de elementos para brindar una relación adecuada entre precisión numérica y costo computacional. En primer lugar, elementos cuadrilátero tipo concha con seis grados de libertad por nodo para modelar el tablero y los rigidizadores longitudinales existentes. Este tipo de elemento ha sido ampliamente usado en estudios de deformaciones transversales en compuertas encontradas en la literatura [4-5]. Elementos tipo sólidos definidos por diez nodos con tres grados de libertad (traslaciones nodales) por cada uno, a emplear para las vigas principales, tanto verticales como horizontales. Por último, elementos tipo vigas de dos nodos con seis grados de libertad para modelar las vigas rigidizadoras auxiliares ubicadas entre las vigas horizontales. La carga transversal será aplicada directamente sobre la compuerta de forma trapezoidal producto de la presión hidrostática causada por el nivel máximo del embalse (54,50 m.s.n.m.).

Las propiedades mecánicas del material para la compuerta corresponden a un acero estructural *ASTMA 516*, equivalente al acero estructural *St 44 T (DIN EN 10224:1998)* material de construcción de las actuales compuertas radiales, considerando un comportamiento elastoplástico isotrópico bilineal. Se estudiarán y demostrarán la teoría de Erbisti [6] para la estimación de carga hidrostática en compuertas radiales y la teoría de Knapp [7] para el cálculo de las fuerzas hidrodinámicas. Se evaluará la influencia de este tipo de cargas sobre el empuje hidráulico en compuertas radiales sumergidas en condición estática.

Luego, se obtendrá un modelo paramétrico partiendo del modelo numérico efectuado previamente para el diseño original de la compuerta, con la finalidad de centrar el estudio en la influencia de la rigidización longitudinal y transversal y las condiciones de contorno en compuertas radiales. El modelo será validado e incluirá una nueva rigidización en el tablero de la compuerta radial existente en sustitución de la actual. Para ello, previamente se construirán varios modelos que contendrán distintas combinaciones de rigidizadores, tanto longitudinales (4, 6, y 8) como transversales (3, 4, 6,

y 8) variando las dimensiones del perfil ( $b_f, t_f, h_w, t_w$ ) para cada caso, como se aprecia en la Fig. 1. El perfil a utilizar corresponde al *IPN* (Perfil SIDOR), comúnmente empleado en la industria para rigidizar estructuras, sus dimensiones principales se muestran a continuación:

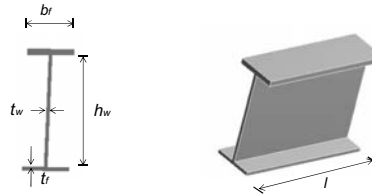


Figura 1. Dimensiones principales Perfil *IPN* (Perfil SIDOR) a emplear.

Donde:

- $l$  ... longitud del panel de viga.
- $b_f$  ... ancho del ala de la viga.
- $t_w$  ... espesor del alma de la viga.
- $h_w$  ... altura del alma de la viga.
- $t_f$  ... espesor del ala de la viga.

Se aumentarán las dimensiones del perfil *IPN* (Tabla 1) hasta que se logre obtener para cada modelo el valor de deflexión máximo en la zona del dintel, el cual no debe ser superior al indicado en la norma NBR – 8883 [8].

Asimismo los esfuerzos equivalentes por von Mises alcanzados sobre la compuerta en la zona del dintel, no deberán exceder los valores de esfuerzos permisibles minorados por los coeficientes para elementos estructurales sometidos a flexión indicados según la norma NBR – 8883.

**Tabla 1.** Geometría de los perfiles *IPN*.

Perfil <i>IPN</i>	$b_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	$t_f$ (mm)	$h_w$ (mm)	$I_x$ (cm <sup>4</sup> )
100	50	4.5	6.8	75	171
180	82	6.9	10.4	142	1450
240	106	8.7	13.1	192	4250
300	125	10.8	16.2	241	9800

### 3. VALIDACIÓN DEL MÉTODO POR ELEMENTO FINITO

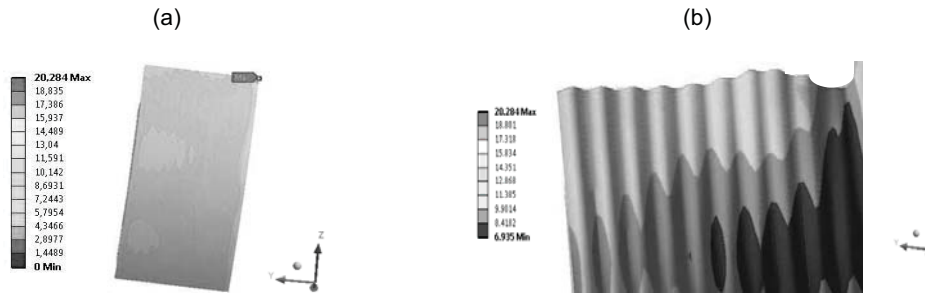
Para validar el modelo numérico se construyeron en primer lugar, varios modelos por elementos finitos tanto para el estudio de placas planas y curvas, asignando distintas geometrías, condiciones de borde y de carga. Se utilizaron las ecuaciones de esfuerzos y desplazamientos máximos descritas para placas planas según la literatura de Roark y Young [9] y se compararon los resultados obtenidos. Para placas planas, se resalta la importancia en la selección de condiciones ideales de apoyos, empotrados o simplemente apoyados, ya que éstos conducen a valores de esfuerzos y desplazamientos a considerar para el diseño o modificación de una estructura, de igual manera ocurre con la adopción del criterio de carga, bien sea uniforme en toda la estructura o distribuida de forma trapezoidal.

Para placas curvas, al igual que para placas planas se evidencia la importancia que al aumentar la sección de la placa curva se rigidiza la estructura y por ende disminuyen los valores de desplazamiento máximo. Para la condición de carga entre la transversal uniforme y la distribuida de forma trapezoidal, la diferencia entre los resultados es de un 10%, lo que justifica el uso de la condición de carga real del caso en estudio.

#### 4. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En primer lugar, se muestran los resultados obtenidos de las simulaciones computacionales realizadas empleando el método del elemento finito y su respectiva validación, efectuadas a la compuerta radial sometida al caso de carga considerando carga hidráulica máxima o la cota máxima del embalse. En segundo lugar, se presenta la evaluación de un nuevo diseño de compuerta hidráulica en sustitución de la compuerta existente. Para ello, se estudiaron las nuevas tecnologías y avances en el diseño de compuertas planas ideales para la Toma de una Central Hidroeléctrica. Posteriormente, se muestran los resultados obtenidos del análisis de sensibilidad utilizando el método del elemento finito. Dicho estudio indica la influencia en la combinación de la rigidización longitudinal y transversal en placas curvas validado, para así lograr un arreglo que permita aumentar la rigidez de la estructura y así disminuir los valores de esfuerzos equivalentes y desplazamientos radiales en la compuerta permitidos según las normas internacionales para el diseño de compuertas hidráulicas DIN - 19704 [10] y NBR – 8883.

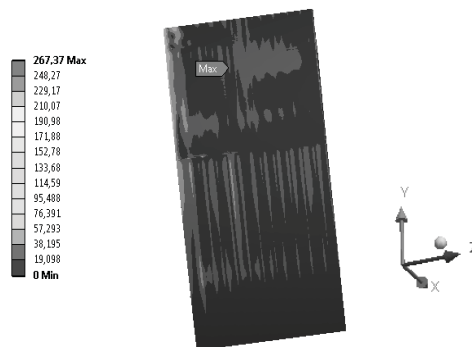
Los resultados de las primeras simulaciones computacionales para estructura de la compuerta radial existente fueron los siguientes:



**Figura 2.** Desplazamientos radiales (mm) (a) en la compuerta y (b) en el dintel.

El principal problema que se pudo observar fue la excesiva deformación en la zona del dintel de la compuerta (Fig. 2b), la que contrastada con el perfil de viga del dintel empotrada en el concreto alcanza en algunos lugares valores cercanos a los 20 mm. La consecuencia directa de esta deflexión es una pérdida considerable o fuga de agua por esta zona. Con respecto a la distribución de esfuerzos en esta zona del dintel, los valores obtenidos de esfuerzos equivalente von Mises están alrededor de  $\sigma_{VMmax} = 267$  MPa, muy por encima de los valores admisible  $\sigma_{adm} = 180$  MPa y de fluencia  $\sigma_y = 260$

MPa del material pero aún sin llegar a rotura ( $\sigma_u = 485$  MPa), como se presenta en la siguiente Fig. 4.3



**Figura 3** Distribución de esfuerzos von Mises (MPa) en la compuerta radial.

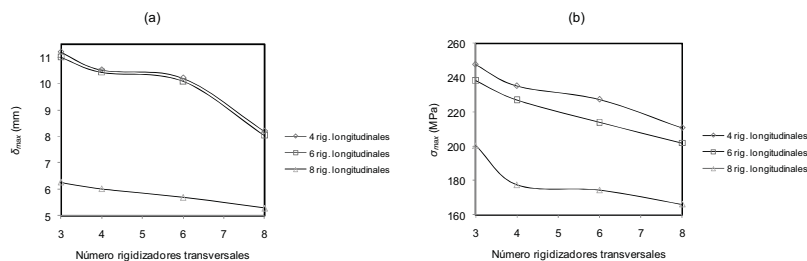
**4.1 Distribución de esfuerzos y desplazamientos sobre la compuerta radial rigidizada.**

El rango de incremento en las dimensiones del perfil *IPN* y la cantidad de rigidizadores longitudinales y transversales, estuvo definido por el valor de desplazamiento radial máximo y esfuerzo de flexión en el tablero de la compuerta alcanzado en las distintas simulaciones numéricas realizadas para cada nuevo modelo, los cuales no deben ser superiores a los indicados en la norma NBR – 8883 y los valores obtenidos son los siguientes:

$$\delta_{max} = 5,5mm$$

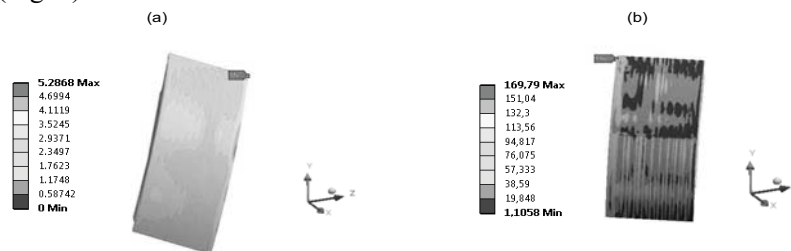
$$= \pm 200(MPa)$$

A continuación se muestran las gráficas con los valores de desplazamiento máximo y esfuerzo equivalente von Mises producto de las simulaciones computacionales realizadas.



**Figura 4.** (a) Desplazamiento radial (mm) y (b) Esfuerzo equivalente von Mises (MPa) en dintel de la compuerta para un Perfil *IPN 300*.

De los resultados obtenidos se pudo constatar la influencia que tiene en el comportamiento de un sistema estructural, la presencia de rigidizadores, pues se produce una disminución significativa en la magnitud de los desplazamientos y se manifiesta la distribución de la carga externa de forma racional entre los rigidizadores que participan en el sistema. A medida que se varió la cantidad de rigidizadores, tanto longitudinales como transversales en sus distintas combinaciones (Fig. 4), se evidenció claramente la disminución tanto para los desplazamientos radiales como para los esfuerzos equivalentes von Mises, hasta alcanzar la combinación óptima de 8 rigidizadores longitudinales y 8 transversales (Fig. 4).



**Figura 5.** (a) Desplazamiento radial (mm) y (b) Esfuerzo equivalente von Mises (MPa)

Los resultados presentados en la Fig. 5 muestran la influencia de la flexibilidad de la compuerta, a medida que aumenta la rigidez flexional, lo cual se puede observar en el aumento de las dimensiones, inercia o rigidez a flexión en cada perfil, disminuyen los desplazamientos radiales máximos en la compuerta. Dicha flexibilidad tiene fundamental importancia en la obtención de deformaciones y esfuerzos para la verificación de las condiciones de servicio, originando una

atenuación en los valores máximos de esfuerzos que redundará en un diseño más adecuado evitando zonas de máximos momentos.

## 5. CONCLUSIONES

De la investigación basada en las nuevas tecnologías en compuertas hidráulicas, se concluye que no es posible cambiar el tipo de compuerta radial en la actual estructura de toma. En compuertas radiales con brazos comprimidos para caso estático no existen cargas hidrodinámicas o efecto de *downpull*. El primer paso para el dimensionamiento de una compuerta consiste en la determinación de la carga hidrostática actuante sobre el sistema. El uso de la rigidización longitudinal y transversal en compuertas constituye una herramienta que incrementa significativamente la rigidez de la estructura. Las dimensiones del perfil a emplear y su ubicación dentro de la estructura influyen directamente en la rigidez del rigidizador y la disminución de esfuerzos y desplazamientos.

## REFERENCIAS

- [1] United States Society on Dams. (2002). Improving Reliability of Spillway Gates, U.S.A.
- [2] ANSYS, Inc. (2009). ANSYS Release 12.1 Elements Reference, U.S.A.
- [3] Voest. (1957). Plano de disposición general de la compuerta radial Macagua I. Alemania.
- [4] Correard, G., Varallo A. (2008). Solucao de problemas de deformacao e vazamento por meio de analise computadorizada em estruturas de comporta vagao de tomada dagua. En memorias del VI Simposio Brasileiro sobre pequenas y medianas Centrales Hidroeléctricas. Belo Horizonte, Brasil. (en Portugués).
- [5] Schlurmann, T., Dose T., Schimmels S., Schulzhorne A. (1998). Sluice gates efficiency on the headwater level of a flood control reservoir by physical and numerical modeling. Institute of Geotechnics, Waste Management and Hydro Sciences Hydrology and Hidraulic Engineering Section, University of Wuppertal, Germany.
- [6] Erbisti, P.C. (2004). Design of Hydraulic gates. 2a Ed. Editorial Balkema, Holanda.
- [7] Knapp, F.H. (1960). Ausfluss, Uberfall und Durchfluss im Wasserban. Verlag G. Braun, Karlsruhe, Deutschland. (en Alemán).
- [8] NBR 8883. (2002). Cálculos de compuertas hidráulicas. Asociación Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), Brasil. (en Portugués).
- [9] Roark, R.J., Young, W.C. (1952). Formulas for stress and strain. 2a. Ed. Editorial McGraw-Hill International Book Company, Nueva York.
- [10] DIN 19704. (1976). Hydraulic Steel Structures. Criteria for Design and Calculation. Deutsche Industrie Normem, Berlín.



## MODELACIÓN NUMÉRICA 2D EN FLUJO ESTABLE PARA UNA TURBINA GORLOV

**Gustavo José Marturet Pérez**

*marturet@hotmai.com*

Instituto Universitario de Tecnología del Estado Bolívar, IUTEB.

Departamento de Mecánica.

Fuente Luminosa. Bolívar - Venezuela

**Carlos Francisco Torres Monzón**

*cftm.ve@googlemail.com*

Universidad de Los Andes, ULA.

Facultad de Ingeniería Mecánica.

La Hechicera. Mérida - Venezuela.

**Resumen.** *La necesidad de suministrar energías limpias aprovechando las potencialidades hidráulicas ha motivado desarrollo de turbinas hidrocínéticas. El estudio de un modelo particular de turbina hidrocínética, la Gorlov, ha planteado la necesidad de determinar su comportamiento fluido dinámico. Con herramientas de modelado numérico se pretende valorar potencialidades energéticas de esta turbina atendiendo a sus dimensiones específicas y obtenidas para un canal de ensayos. En el estudio se evalúan tres modelos de turbulencia, y se aprecia el torque obtenido en diversos regímenes de velocidad de flujo y de giro*

**Palabras claves:** Turbina Gorlov, energía limpia, dinámica de fluidos computacional.

### 1. INTRODUCCIÓN

El hombre en su necesidad de proveerse de fuentes de energía ha motivado el desarrollo tecnológico de algunas alternativas de generación de energía eléctrica fundamentadas en los potenciales hidroeléctricos. En lo particular, nuestro país, referencia en el manejo y producción de energía hidroeléctrica, no ha logrado satisfacer en su totalidad territorial tales necesidades.

A estas dificultades no escapan las comunidades aisladas de la cuenca del río Caroní en la región Guayana que aún con desarrollos hidroeléctricos en la zona no están siendo atendidas en cuanto al suministro eléctrico.

La tecnología de turbinas hidrocinéticas permite el desarrollo de proyectos para energía eléctrica de generación distribuida y aislada con el aprovechamiento de los potenciales hidráulicos de los ríos. Estudios como el de Golov [1] ponen en evidencia estas potencialidades.

Mata [2] desarrolló un modelo conceptual de turbina hidrocinética para el Centro de Investigaciones Aplicadas (CIAP) de CVG EDELCA. Su estudio determina como la más conveniente una turbina hidrocinética y helicoidal de tres álabes tipo: Gorlov. Dicha turbina estaría sumergida en un río aprovechando su potencial hidráulico y con el accionar de un generador suministraría la energía eléctrica. A efectos ilustrativos, véase la Figura 1.

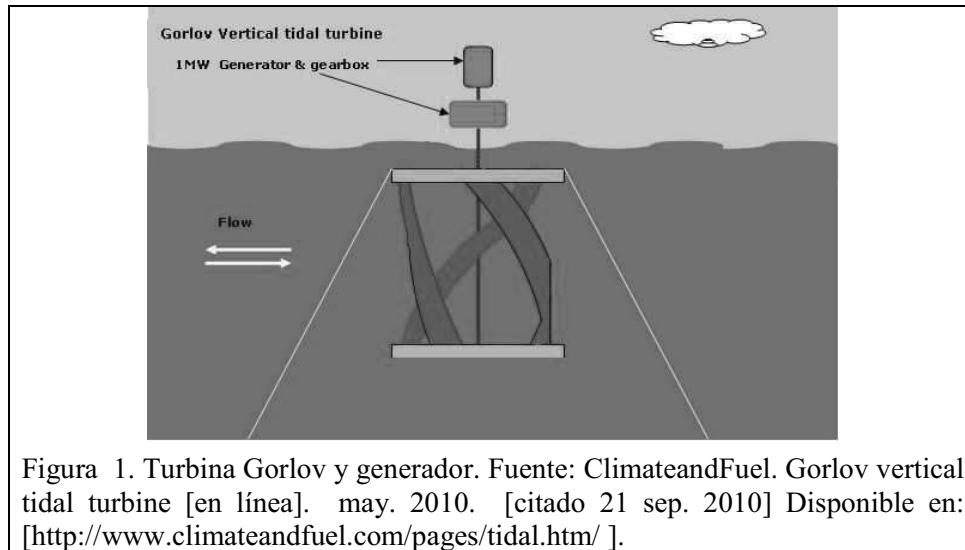


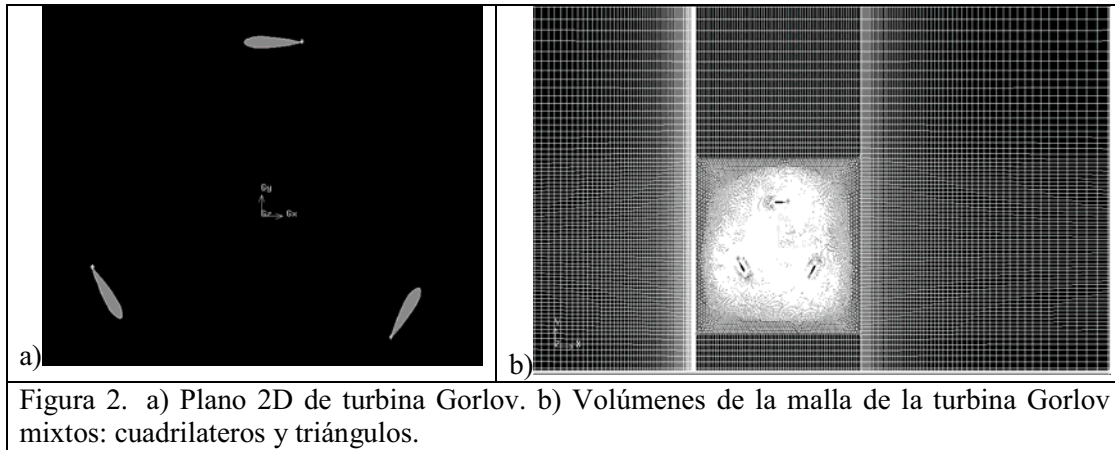
Figura 1. Turbina Gorlov y generador. Fuente: ClimateandFuel. Gorlov vertical tidal turbine [en línea]. may. 2010. [citado 21 sep. 2010] Disponible en: [<http://www.climateandfuel.com/pages/tidal.htm/>].

En su diseño Mata [2], consolida una propuesta de diseño conceptual para dimensionar la turbina así como: la geometría y perfil del álabes, potencia del rotor, material de los álabes y rodamientos entre otros. Consolida entonces un modelo experimental de turbina Gorlov cuyo volumen ocupado comprende unos 450 mm de diámetro y 600 mm de alto. Sin embargo, el estudio carece de información referente al comportamiento mecánico de la turbina: esfuerzos y deformaciones ante cargas hidráulicas, de la interacción-fluido-estructura: fatiga, vibraciones y pandeo, y de la respuesta frente a las condiciones fluctuantes de la carga hidráulica: potencia útil, pérdidas hidráulicas y presiones entre otros.

Se pretende con el apoyo de herramientas de dinámica de fluidos computacional (CFD) determinar el comportamiento fluido-dinámico del modelo de turbina Gorlov propuesto por Mata [2].

## 2. MODELACIÓN NUMÉRICA

Construido el modelo de turbina Gorlov y tomando como referencia las dimensiones del diseño experimental de Mata [2], el dominio computacional es discretizado con el empleo pre-procesadores para la elaboración de la malla, tal y como se muestra en la Figura 2.



La turbina estará inscrita en una malla de volúmenes tipo cuadrilátero para las zonas propiamente de flujo y triangulares para la interacción turbina-flujo en la zona circundante sus tres álabes. Los tres álabes separados a  $120^\circ$ , corresponden a un perfil simétrico de 75 mm de cuerda siguiendo las especificaciones para un modelo tipo NACA 0020.

En toda la simulación las ecuaciones de continuidad y momentum son resueltas usando el método SIMPLE. Los términos convectivos se discretizaron usando 2do orden aguas arriba. Para la zona de entrada de flujo al dominio se fijó la velocidad de entrada de manera uniforme, mientras que la salida se fijó la presión. Los álabes rotan sobre su eje central a las revoluciones del estudio.

La modelación numérica se hizo suponiendo un régimen de trabajo estable en la turbina cuando el fluido se modela en 2D. A juicio de Laín y otros [3], soluciones del tipo estable para las turbomáquinas resultan computacionalmente económicas. En economía de las herramientas computacionales así como en la minimización de los errores de la simulación numérica un estudio de convergencia del dominio computacional indicó una malla de 166684 nodos con un error de 0,5% cuando se aplica el modelo de turbulencia  $k-\epsilon$  estándar como la mejor opción de simulación. Achard y otros [4], y Bernad y otros [5], señalan como alternativas de modelos de turbulencia para turbinas hidrocineéticas los modelos tipo: Spalart-Allmaras y RNG respectivamente, por lo que se incluyeron junto con el tradicional modelo  $k-\epsilon$  estándar en el estudio. La valoración de torque obtenido en cada modelo de turbulencia así como su error de simulación es mostrada teniendo como referencia el número de nodos del dominio.

Para el cálculo de los errores se empleó la siguiente ecuación:

$$Error = \left| \frac{T_2 - T_1}{T_2} \right| * 100\% \quad (1)$$

donde,  $T_2$  y  $T_1$  son los torques calculados en un instante para una medición y su inmediata anterior, respectivamente, obtenidos en cada iteración o prueba o simulación.

Los resultados del estudio de convergencia se indican en la Figura 3.

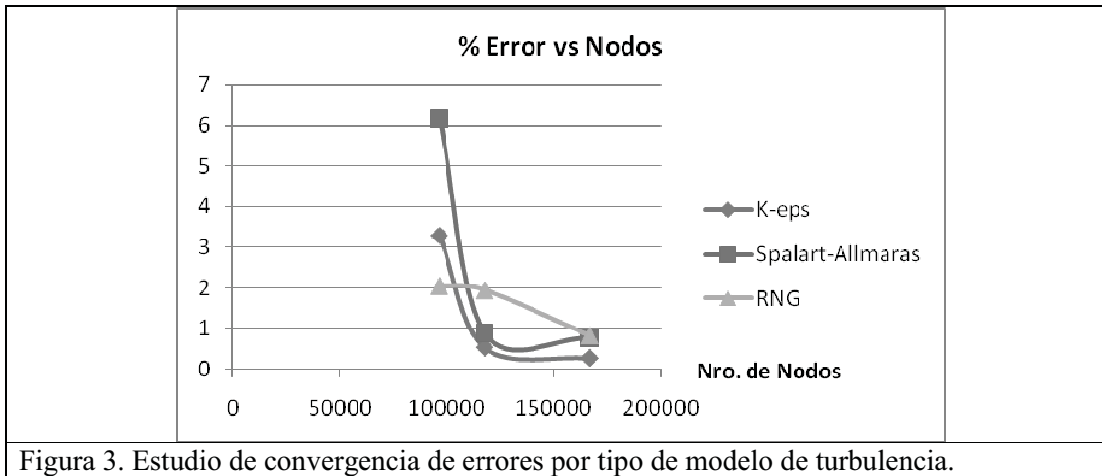


Figura 3. Estudio de convergencia de errores por tipo de modelo de turbulencia.

Con el apoyo de herramientas CFD se hizo giros de 15° hasta los 120° a la turbina Gorlov circunscrita en la malla computacional determinándose el torque total de la misma. Véase Figura 4.

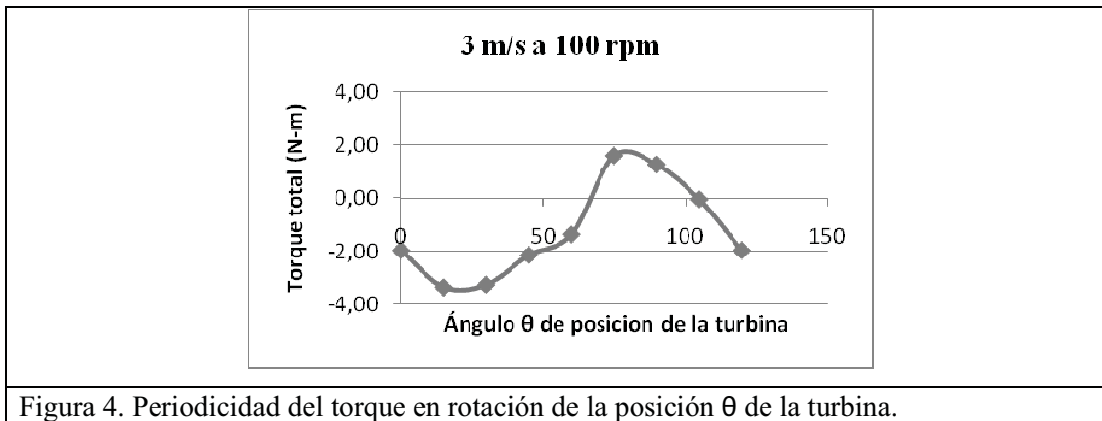


Figura 4. Periodicidad del torque en rotación de la posición θ de la turbina.

**RESULTADOS**

Dado el desconocimiento sobre el régimen operacional de la turbina se escogieron velocidades de flujo en un rango de: 0,25 a 5m/s para giros entre 10 y 100 RPM. Definida la variable  $T_p$ , la cual expresa el promedio del torque de la turbina cuando éste se determina para cada posición  $\theta$  entre 0 y 120°. El valor de  $T_p$  se obtiene por integración numérica del área bajo la curva Torque total vs. ángulo de posición  $\theta$  entre 0° y 120°.

Si hacemos:

$$K = \frac{T_p}{T_{total}} \tag{2}$$

donde  $T_{total}$  se obtiene de la simulación CFD para cada régimen de trabajo, y  $T_p$  se determina en las condiciones antes señaladas. En estas condiciones, la Figura 5 expresa el comportamiento fluido-dinámico del modelo de turbina Gorlov estudiada.

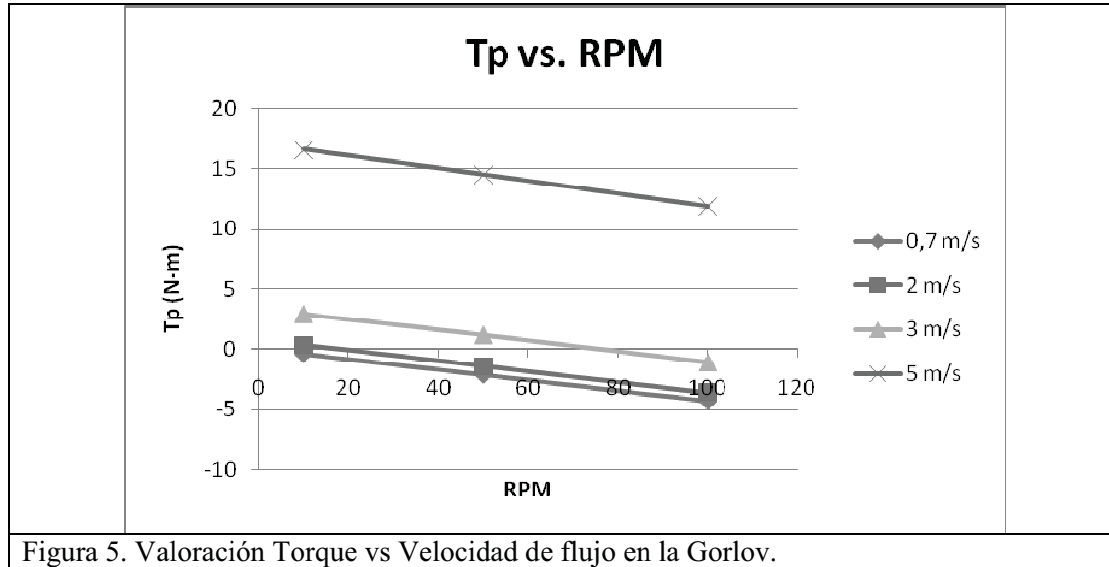


Figura 5. Valoración Torque vs Velocidad de flujo en la Gorlov.

Tendencias de los datos para  $K$ , velocidad de flujo y de giro indican funciones del tipo parabólico cuando alguna de las dos últimas permanece constante; sus datos se consolidan en la Tabla 1.

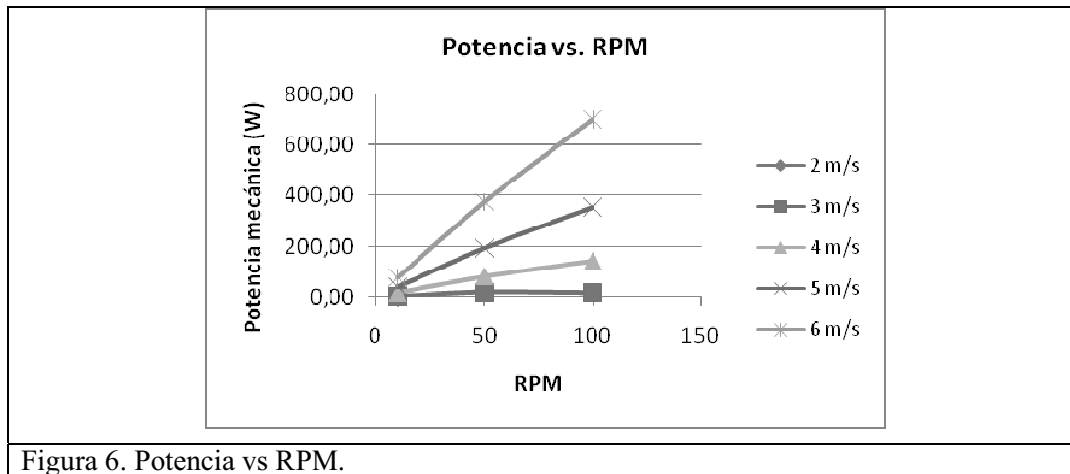
Tabla 1. Valores de  $K$  según la velocidad de flujo (m/s) y de giro (RPM)

K	V. Flujo (m/s)										
	0,7	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	
RPM	10	0,8493	0,7725	0,6603	0,5677	0,4940	0,4399	0,4053	0,3900	0,3942	0,4187
	20	0,8868	0,7773	0,7615	0,6588	0,7037	0,6617	0,6109	0,5514	0,4831	0,4138
	30	0,9188	0,7773	0,7615	0,7368	0,7037	0,6617	0,6109	0,5514	0,4831	0,4088
	40	0,9448	0,7773	0,7615	0,8008	0,7037	0,6617	0,6109	0,5514	0,4831	0,4042
	50	0,9684	0,9494	0,9107	0,8634	0,8065	0,7410	0,6665	0,5831	0,4907	0,3907
	60	0,9788	0,7773	0,7615	0,8868	0,7037	0,6617	0,6109	0,5514	0,4831	0,3962
	70	0,9868	0,7773	0,7615	0,9088	0,7037	0,6617	0,6109	0,5514	0,4831	0,3928
	80	0,9888	0,7773	0,7615	0,9168	0,7037	0,6617	0,6109	0,5514	0,4831	0,3898
	90	0,9848	0,7773	0,7615	0,9108	0,7037	0,6617	0,6109	0,5514	0,4831	0,3872
	100	0,9855	0,9852	0,9700	0,9362	0,8845	0,8142	0,7256	0,6186	0,4933	0,3488

Conocido  $K$ , y en la necesidad de estimar de  $T_p$  solo sería necesario determinar  $T_{total}$  mediante técnicas CFD sin recurrir a la simulación completa de la serie angular  $\theta$ . Así pues, para el régimen de trabajo estudiado, la potencia de la turbina expresada como:

$$Potencia = T_p * \omega(\text{rad/s}) \tag{3}$$

Donde  $\omega$  indica la velocidad angular del estudio. La potencia respecto a la velocidad angular se muestra en la Figura 6.



Los resultados de Shiono y otros [6] y los aquí encontrados indican similitudes, específicamente para la potencia, en la cual su valor crece a medida que aumenta la velocidad de flujo a RPM constante.

## REFERENCIAS

- [1]. Gorban A.; Gorlov A. y Silantyev, V. *Limits of the turbine efficiency for free fluid flow*, 2001.
- [2]. Mata, Andrea. *Diseño de una turbina hidrocínética para la realización de pruebas en un canal de ensayos hidráulicos, por el Centro de Investigaciones aplicadas (CIAP) de EDELCA*. Trabajo de Grado. UNEXPO- Puerto Ordáz, 2009.
- [3]. Laín Beatove, Santiago y otros. *Simulación numérica del flujo de turbomáquinas hidráulicas. Estado del arte y fuentes de error. Aplicaciones a turbinas francis*. Universidad Eafit, Vol. 44. Num. 152.pp. 90-114, 2008.
- [4]. Achard, J. et. al. *Marine turbine development: numerical and experimental investigations*, 2005.
- [5]. Bernad, S. et. al. *2D Unsteady flow simulation in the Achard turbine*. 2007.
- [6]. Shiono, M.; Suzuki, K. Kiho, S. *Output characteristics of Darrieus water turbine with helical blades for tidal currents generations*, 2002.

## MODELACIÓN NUMÉRICA DEL DESEMPEÑO DE UN COLECTOR PERFORADO PARA LA REMOCIÓN DE SEDIMENTOS EN EL CANAL DE ADUCCIÓN A LA MICROCENTRAL HIDROELÉCTRICA DE ARAUTAMERÚ - VENEZUELA

**Patricia Carolina Castillo Martínez**

*cmartinez.patricia@gmail.com*

Universidad Católica Andrés Bello - Núcleo Guayana, Escuela de Ingeniería Civil, Puerto Ordaz, Edo. Bolívar.

**María de los Ángeles Toscano Díaz**

*toscanomaria@hotmail.com*

Corpoelec - Edelca, Dpto. de Hidráulica, San Félix, Edo. Bolívar.

**Resumen.** *La Microcentral Hidroeléctrica (MCH) de Arautamerú, ubicada sobre el Río Yuruaní, en el sector oriental del Parque Nacional Canaima, Venezuela, suministra 150 KW al poblado de San Ignacio de Yuruaní. Desde su entrada en operación en el año 1988, el canal de aducción ha venido presentando serios problemas de sedimentación, los cuales influyen directamente en el normal funcionamiento de los grupos de generación hidroeléctrica. El objetivo de esta investigación consiste en simular la hidrodinámica del flujo a lo largo de una tubería perforada y de descarga lateral (tubería desarenadora), mediante el desarrollo de un modelo matemático tridimensional. Los detalles geométricos basados en un modelo físico y las condiciones de bordes apropiadas fueron reproducidos matemáticamente usando CFD, para un modelo monofásico. Para la aproximación de la turbulencia se implementó el modelo Explícito Algebraico de Esfuerzos de Reynolds (EARSM). Se comparó la velocidad  $w$  cercana a las ranuras, con la velocidad de caída de las partículas de arena media características de la MCH de Arautamerú, encontrándose arrastre en todas las ranuras de la tubería, con menor intensidad en las ranuras de la 6 a la 10. El porcentaje de extracción de caudal de la tubería resultó de 5.73 %, respecto al caudal total de entrada. Se concluye que la remoción de sedimentos en el canal de derivación de la MCH de Arautamerú, podría realizarse bajo la condición de operación de flujo continuo.*

**Palabras Claves:** CFD, Microcentral Hidroeléctrica, GCI, Desarenador

## 1. INTRODUCCIÓN

En la región sur oriental de Venezuela, la empresa Corpoelec, ha sido la encargada de la construcción y elaboración de proyectos de desarrollo hidroeléctrico que benefician a comunidades indígenas y asentamientos agrícolas y pecuarios, como lo es la MCH de Arautamerú, ubicada en la margen izquierda del río Yuruaní, en el sector oriental del Parque Nacional Canaima, la cual posee una capacidad instalada de 150 KW, que son suministrados a las poblaciones de San Ignacio de Yuruaní y San Francisco de Yuruaní, contribuyendo así con el desarrollo y calidad de vida de estas poblaciones. Sin embargo, desde su entrada en operación en el año 1988, Arautamerú ha venido presentando problemas de acumulación de sedimentos en el canal de aducción, los cuales limitan las condiciones de operación en épocas de verano. La carga de fondo depositada hace necesaria una limpieza manual periódica en el canal de derivación. [1]

Diversos investigadores han realizado experimentos para predecir procesos de transporte de sedimentos utilizando técnicas experimentales y de Dinámica Computacional de los Fluidos (CFD), con resultados satisfactorios [2]. En tal sentido, resulta interesante y necesario, realizar estudios hidrodinámicos basados en modelaje matemático tridimensional, orientados a mejorar el funcionamiento hidráulico del canal de derivación de la Microcentral Hidroeléctrica de Arautamerú, mediante la implementación de una técnica novedosa para la extracción de sedimentos con la menor intrusión al sistema.

## 2. MODELAJE MATEMÁTICO TRIDIMENSIONAL

La base del método consiste en la resolución numérica de las ecuaciones asociadas al fenómeno en estudio, las cuales representan de manera diferencial las leyes que rigen el movimiento de los fluidos, siendo las más representativas, la ecuación de la Conservación de la Masa (1) y la ecuación de momento promediado por Reynolds (2) (Reynolds Averaged Navier-Stokes: RANS).

El término convectivo en las ecuaciones de gobierno es espacialmente discretizado utilizando un esquema UDS (Upwind Difference Scheme) híbrido de segundo orden, mientras que los gradientes de presión y del término difusivo se calculan empleando las funciones de forma asociadas a los nodos elementales. La naturaleza no-lineal de las ecuaciones de gobierno conduce a la utilización de un procedimiento iterativo para solucionar el sistema de ecuaciones.

En la Ecuación 2, los términos de la izquierda representan el transporte convectivo y el momentum difusivo, mientras que en la derecha se encuentra las fuerzas de cuerpo y de presión. [3]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \otimes \mathbf{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot \mu \left( \nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T - \frac{2}{3} \delta \nabla \cdot \mathbf{U} \right) + S_M \quad (2)$$

Donde:  $\rho$  es la densidad del fluido,  $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido,  $\mathbf{U}$  es la velocidad del fluido,  $S_M$  término fuente de momentum,  $p$  es la presión del fluido.

Con respecto a la turbulencia, existen numerosos modelos los cuales pueden clasificarse como de Viscosidad del Remolino (Eddy-Viscosity) o de Esfuerzos de Reynolds (Reynolds Stress Models). En flujos donde el transporte turbulento es un



parámetro de estudio, los modelos de Eddy-Viscosity pueden no ser suficientes para generar una solución real al problema, ya que este tipo de modelos son isotrópicos, razón por la cual no son capaces de capturar el movimiento de flujos secundarios. En estos casos sería más apropiado el uso de los modelos de Esfuerzos de Reynolds, como es el caso del modelo Explícito Algebraico de Esfuerzos Reynolds o EARSM, el cual se deriva de las ecuaciones de transporte de Reynolds y de una relación no-lineal entre el esfuerzo de Reynolds, la velocidad media de deformación y los tensores de vorticidad. Debido a la existencia de los términos de orden superior, muchos fenómenos pueden ser representados por el modelo sin la necesidad de resolver ecuaciones diferenciales de transporte. [3]

### 3. ESTIMACIÓN DEL ERROR DE DISCRETIZACIÓN

Las ecuaciones 3 a la 7 definen la metodología GCI, utilizada para la estimación del error de discretización, en base al procedimiento recomendado por el Journal of Fluids Engineering Editorial Policy [4].

$$h = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Delta V_i) \right]^{1/3} \quad (3)$$

$$r_{21} = h_2/h_1 \quad ; \quad r_{32} = h_3/h_2 \quad (4)$$

$$p = \frac{1}{\ln(r_{21})} \left| \ln |\varepsilon_{32}/\varepsilon_{21}| + q(p) \right| \quad ; \quad q(p) = \ln \left( \frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s} \right) \quad ; \quad s = 1 \cdot \text{sign}(\varepsilon_{32}/\varepsilon_{21}) \quad (5)$$

$$e_a^{21} = \left| \frac{f_1 - f_2}{f_1} \right| \quad ; \quad e_a^{32} = \left| \frac{f_2 - f_3}{f_2} \right| \quad (6)$$

$$GCI_{fine}^{21} = \frac{1.25e_a^{21}}{r_{21}^p - 1} \quad ; \quad GCI_{fine}^{32} = \frac{1.25e_a^{32}}{r_{32}^p - 1} \quad (7)$$

Donde:  $h$ , tamaño de malla;  $\Delta V_i$ , volumen del  $i$ -ésimo elemento;  $N$ , número total de elementos;  $r$ , factor de refinamiento;  $p$  es el orden aparente del método;  $\varepsilon_{32} = f_3 - f_2$ ,  $\varepsilon_{21} = f_2 - f_1$ , denotando a  $f_k$  como la solución  $k$ -ésima de la malla;  $e_a$ , error relativo de la aproximación. Finalmente GCI es el índice de convergencia de malla. Los subíndices 1, 2 y 3 corresponden a las mallas fina, media y gruesa, respectivamente.

### 4. MEDICIONES EXPERIMENTALES

Como referencia para la construcción del dominio computacional, se utilizó detalles de un canal rectangular de 0.60 m de ancho, 0.80 m de altura y una longitud de 16 m. El lecho está constituido por láminas de acero con una rugosidad estimada en 0.384 mm. Sus paredes son de vidrio templado de acabado liso. A una longitud de 5.48 m de la entrada del canal, conectada tanto aguas arriba como aguas abajo mediante dos rampas a 45°, se encuentra ubicada la trampa de sedimentos, compuesta por una tubería de 4" de diámetro, 2 mm de espesor y 22 perforaciones inferiores de 2 cm x 10.16 cm, espaciadas entre sí 17.5 cm. Esta tubería posee en su extremo aguas abajo un tramo elevado, con el fin de proporcionar la energía potencial requerida por el sistema para la extracción de

sedimentos. El extremo aguas arriba descarga lateralmente mediante una válvula de cierre rápido.

Para el registro del caudal de entrada se utilizó un medidor de caudal electromagnético (0.5 % precisión). El caudal de salida de la tubería se registró con un vertedero triangular ubicado aguas abajo de la descarga. El registro de velocidades se hizo con un medidor de Velocidad Acústico por efecto Doppler de 16MHz y 0.25 cm/s de precisión, manteniendo un caudal en entrada constante de 0.038 m<sup>3</sup>/s y de salida por la tubería de 0.0072 m<sup>3</sup>/s, con un nivel del agua en 0.50 m medido desde el fondo de la trampa de sedimentos.

Se realizaron mediciones puntuales de velocidad a lo largo de 6 verticales dispuestas a ambas márgenes de la tubería extractora (3 en la margen derecha y 3 en la margen izquierda), con el fin de evaluar la magnitud de los efectos de asimetría que se pudieran generar en el flujo debido a la descarga lateral de la tubería perforada. Se calculó el error relativo entre las mediciones realizadas en ambas márgenes, dando como resultado que la presencia de la tubería extractora, no entorpece de manera determinante el flujo en la zona de estudio (Figura 1).

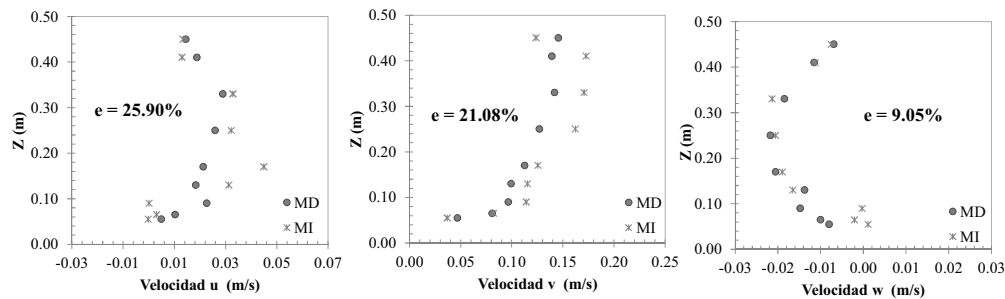


Figura 1. Comparación entre las velocidades MD – MI para la Estación E#2.

## 5. SIMULACIONES MATEMÁTICAS

### 5.1 Error de Discretización

Se elaboraron tres mallas no estructuradas, significativamente diferentes, con especial refinamiento la zona de la tubería de extracción de sedimentos. Se implementó un esquema de resolución de segundo orden, que proporcionó robustez a las simulaciones y disminuyó notablemente los efectos de difusión numérica. La Tabla 1, muestra los resultados de la aplicación de la metodología GCI. En la Figura 2a, se muestran las soluciones Fina, Media, Gruesa y Extrapolada para una vertical ubicada en la trampa de sedimentos. Se concluye que la malla Fina constituye la solución numérica independiente (Figura 2b).

Tabla 1. Error de discretización utilizando la metodología GCI

Elementos N1, N2, N3	224589, 99212, 45012
Variable analizada	Velocidad principal ( $v$ )
$r_{21}$ ; $r_{32}$	1.31 ; 1.30
Orden del método $p$	4.01
Convergencia oscilatoria	30%
GCI21 ; GCI32	4.72% ; 7.29%

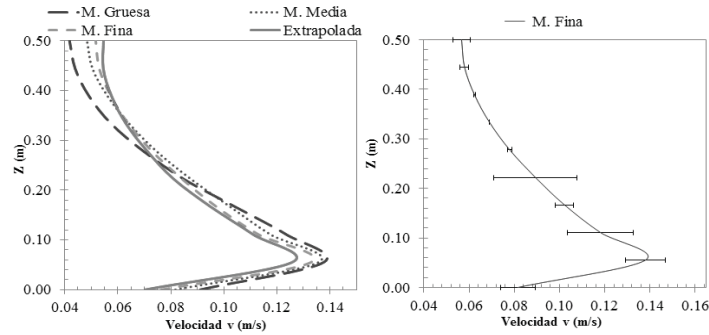


Figura 2. a- Velocidad v para las soluciones Fina, Media, Gruesa y Extrapolada. b- Velocidad v para la solución Fina con barras discretas de error.

### 5.1 Resultados y Análisis

Se implementó el modelo de turbulencia K-ε EARSM para el desarrollo de las simulaciones matemáticas de calibración. Se compararon los perfiles medidos experimentalmente en la Margen Derecha de la tubería, con los simulados matemáticamente, encontrándose errores entre 10% y 60 %. La Figura 3, muestra la correlación para la Estación E#3.

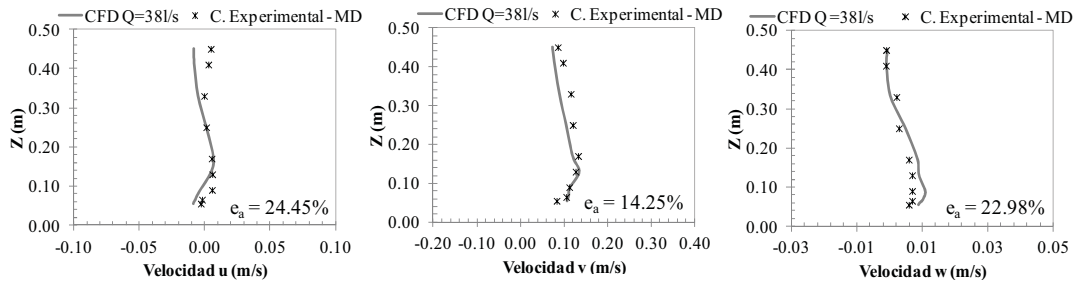


Figura 3. Correlación CFD – Experimentos para la Estación E#3.

Sabiendo que la MCH de Arautamerú opera con un caudal de  $7.30 \text{ m}^3/\text{s}$  y que el canal de aducción tiene una profundidad media de 4 m y un ancho de 5.99 m, fue posible realizar una simulación para estas condiciones, con las siguientes condiciones de borde: (a) Caudal unitario en la entrada, resultado de la adaptación del caudal turbinado, para la mitad del ancho del canal experimental ó  $0.30 \text{ m}$  ( $0.3656 \text{ m}^3/\text{s}$ ). (b) Presión hidrostática en la salida del canal, correspondiente a un tirante de agua de 4 m ( $18393.25 \text{ Pa}$ ) y (c) Presión hidrostática de  $250 \text{ Pa}$  en la descarga de la tubería (condición de calibración).

En la Figura 4, se muestran las velocidades en el sentido vertical  $w$ , para tres horizontales, dispuestas a lo largo de las ranuras de la tubería. En este gráfico se comparan las velocidades de succión, con la velocidad de caída de las partículas de arena media características del lecho en la MCH de Arautamerú ( $D_{50}=0.28 \text{ mm}$ ), estimada mediante la Ecuación de Dalavalle [5]. Se puede detallar que existe succión en todas las ranuras de la tubería, con menor intensidad entre las ranuras 6 y 10, estando asociadas las velocidades máximas a la horizontal trazada en el plano de simetría. Estas velocidades de succión

varían en un rango de  $-0.073$  m/s a  $1.62$  m/s. El porcentaje de extracción de caudal de la tubería fue de  $5.73$  %, respecto al caudal total de entrada.

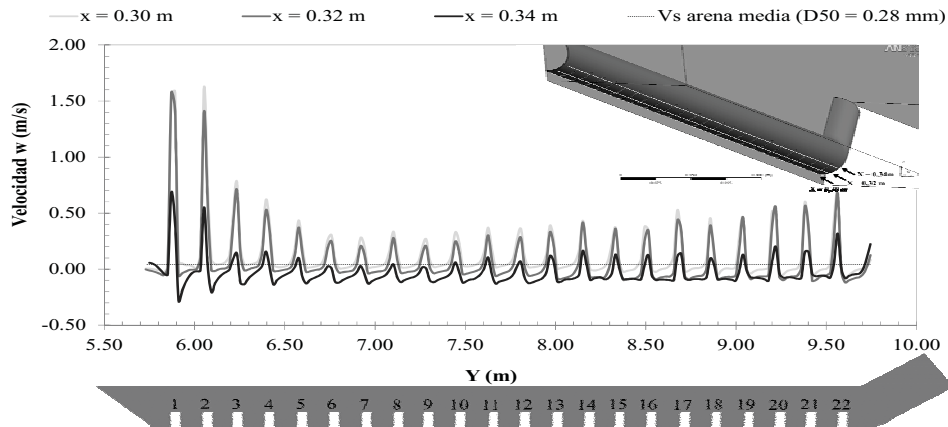


Figura 4. Velocidad de succión en las ranuras de la tubería - MCH de Arautamerú.

## 6. CONCLUSIONES

La medición de los perfiles de velocidad para las márgenes derecha e izquierda del canal experimental, permitió inferir que la tubería extractora no entorpece el flujo en la zona de estudio, arrojando tendencias similares en todos los casos.

Se demostró que la implementación de los esquemas de resolución de segundo orden en las simulaciones numéricas proporcionaron robustez al modelo, al disminuir los efectos de difusión numérica e influir directamente en la minimización de los errores de GCI.

El porcentaje de extracción de la tubería resultó de  $5.73$  %, respecto al caudal total de entrada, con posibilidad de succión en todas las ranuras de la misma. La remoción de sedimentos en el canal de derivación de la MCH de Arautamerú, podría realizarse bajo la condición de operación de Flujo Continuo, donde se extraen constantemente los sedimentos que logran depositarse en el fondo del canal, con el fin de evitar la acumulación y taponamiento de los mismos.

## REFERENCIAS

- [1] Montilla, Gonzalo (2004). *Problemas de Sedimentación en la Entrada del Canal de Aducción de la Microcentral de San Ignacio de Yuruaní*. San Félix. Departamento de Hidráulica, Corpoelec.
- [2] Agrawal, A. (2005). *Numerical Modelling of Sediment Flow in Tala Desilting Chamber*. Norwegian University of Science and Technology, Trondheim.
- [3] ANSYS CFX (2.009). "ANSYS CFX-Solver Theory Guide." ANSYS CFX Release 12.0.1.
- [4] Celik, I. (2008). "Procedure for Estimation and Reporting of Discretization Error in CFD Applications." *Journal of Fluids Engineering*, ASME, Vol. 130, Issue 7.
- [5] Falcón, M. (1987). *Hidráulica de Sedimentos*, Guía de estudios de postgrado en ingeniería hidráulica de la Universidad Central de Venezuela.

## ESTUDIO DE LAS POSIBLES CONDICIONES DE FRONTERA EN UN MODELO DE FLUJO PARA LA DETECCIÓN DE FUGAS EN TUBERÍAS

**Marcos L Guillén**

**Jean-F. Dulhoste**

**Rafael Santos**

*marcosg, djean, rsantosl@ula.ve*

Grupo Termofluidodinámica. Dpto. de Ciencias Térmicas. Escuela de Ing. Mecánica. Universidad de Los Andes. Mérida - Venezuela.

**Gildas Besançon**

*gildas.besancon@gipsa-lab.grenoble-inp.fr*

Département Automatique, GIPSA-lab. Instituto Politécnico de Grenoble. Saint-Martin d'Herès, Francia.

**Resumen:** *El presente trabajo consiste en el estudio de la selección de las condiciones de frontera para un modelo unidimensional del flujo incompresible no estacionario en tuberías, a ser utilizado en la Detección y Localización de Fugas. Los modelos anteriores, representados por las ecuaciones de golpe de ariete, son utilizados en la modelización del flujo en tuberías para la detección de fugas. En trabajos previos se presentaron observadores no lineales que detectan y localizan una fuga en un tubería, para ello se aproximaron las ecuaciones mediante técnicas de diferencias finitas, utilizando como condiciones de frontera la presión en ambos extremos de la tubería. Este modelo presenta ciertos problemas, en el hecho de que implica la utilización de una ecuación menos en el modelo de diferencias finitas. En este trabajo se modificó el modelo de diferencias finitas utilizando las otras posibilidades de condiciones de frontera existentes, específicamente presión y flujo, en forma alterna en cada extremo. En las simulaciones realizadas observamos cómo según las condiciones de frontera se obtiene un modelo que representa mejor los fenómenos en la tubería, particularmente su comportamiento se parece más al obtenido por medición en un banco de pruebas.*

**Palabras clave:** Detección de fugas, Modelo de golpe de ariete, diferencias finitas.

## 1. INTRODUCCION

Actualmente las redes de tuberías son parte esencial de los sistemas de transporte de fluidos debido a que son el medio más económico para transportar fluidos [1]. Las redes, suministran fluidos a poblaciones, transportan gas natural, petróleo, etc. En todos estos casos, una fuga en las tuberías, provocará tanto pérdida de producto, como daños ambientales que deben evitarse o minimizarse [2]. Por tanto, la detección y localización de fugas es de vital importancia para la industria que transporte algún fluido [3]. Los métodos para detección y diagnóstico de fallas incluyen enfoques orientados a la detección y ubicación de fugas en tuberías [4]; estos pueden clasificarse en dos grupos: Los Métodos basados en un Modelo y los que no utilizan un modelo matemático. Tomando como base un modelo matemático, se pueden calcular los parámetros de flujo en diferentes partes de la tubería, entre los que se cuenta el caudal de fuga y su posición. Sin embargo, la eficiencia del método depende en gran medida del modelo escogido. Este trabajo, muestra el desarrollo de varios modelos de tubería cuya diferencia radica en las condiciones de frontera utilizadas.

## 2. MODELO MATEMATICO DE LA TUBERIA

### 2.1 Ecuaciones Básicas del Modelo de Tubería

Para desarrollar el modelo de tubería nos basaremos en las ecuaciones de golpe de ariete [5], que representan la generación, propagación, reflexión y atenuación de ondas de presión cuando ocurren cambios en el sistema de tubería. Realizando un balance de masa y energía se llega al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial t} &= -\frac{c^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial z} \\ \frac{\partial Q}{\partial t} &= -Ag \frac{\partial H}{\partial z} - \frac{fQ|Q|}{2DA}\end{aligned}\quad (1)$$

Donde:  $t$  y  $z$  son coordenadas de tiempo y espacio,  $H$  es carga de presión,  $c$  es velocidad del sonido,  $g$  aceleración de gravedad,  $Q$  flujo en la tubería,  $D$  diámetro de tubería,  $A$  área de sección transversal,  $f$  coeficiente de fricción. El sistema de Ec. (1) es un sistema de ecuaciones diferenciales parciales, no lineales tipo hiperbólico de  $Q$  y  $H$  en función de  $z$  y  $t$  [6, 7].

### 2.2 Discretización espacial de $Q$ y $H$ :

Para facilitar el uso de este modelo en la detección y localización de fugas es conveniente discretizarlo. Para esto se divide la tubería en  $N$  secciones. Se deben considerar unas condiciones de frontera, por ejemplo el caudal de entrada  $Q_{entrada} = Q_1$  y la presión aguas abajo de la tubería  $H_{salida} = H_n$ . Igualmente, se deben definir las condiciones iniciales correspondientes a los valores de  $Q(0,t)$  y  $H(0,t)$  a lo largo de la tubería en el tiempo  $t=0$ . Suponiendo una tubería de largo  $L$ , dividida en  $N$  celdas de tamaño uniforme  $\Delta = L/N$ .

Las derivadas parciales con respecto de  $z$  se pueden aproximar con el Método de Diferencias Finitas [7], para  $H$  hacia adelante y con las condiciones de frontera seleccionadas se tiene que:

$$\frac{\partial H_i}{\partial t} = -\frac{c^2}{gA} \frac{Q_{i+1} - Q_i}{z_{i+1} - z_i} \quad \forall i = 1, \dots, n - 1 \quad (2)$$

Para considerar la posibilidad de una fuga en la tubería se agrega la expresión:

$$Q_i = Q_i^* + F_{(i)}\sqrt{H_i} \quad (3)$$

Donde  $Q_i$  es el flujo en el punto  $i$ ,  $Q_i^*$  el flujo después de la fuga, y  $F_i$  es un coeficiente que permite determinar el caudal de fuga en función de la presión interna. La Ec. (2) resulta en:

$$\frac{\partial H_i}{\partial t} = -\frac{c^2}{gA} \frac{(Q_{i+1} + F_{(i+1)}\sqrt{H_{i+1}}) - Q_i}{z_{i+1} - z_i} \quad (4)$$

Ahora, discreticemos el caudal  $Q$ , pero hacia atrás:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial t} = -Ag \frac{H_i - H_{i-1}}{z_i - z_{i-1}} - \frac{f_i Q_i |Q_i|}{2DA} \quad \forall i = 2, \dots, n \quad (5)$$

El subíndice  $i$  representa a cada una de las variables en la sección  $i$  de la tubería.

### 3. TIPOS DE MODELO QUE SE CONSTRUYERON

Se construyeron 4 modelos de tubería y se utilizaron 2 tipos de condiciones de frontera, que se describen a continuación.

#### 3.1 Modelo 1: Modelo $Q_1 H_n$ .

Este modelo se construyó utilizando como condiciones de frontera a  $Q_{entrada} = Q_1$  y a la presión aguas abajo  $H_{salida} = H_n$ , obteniéndose como salidas del modelo  $H_{entrada} = H_1$  y  $Q_{salida} = Q_n$ .

#### 3.2 Modelo 2: Modelo $H_1 H_n$ .

Se utilizaron como condiciones de frontera a la presión  $H_{entrada} = H_1$  y a la presión  $H_{salida} = H_n$ , obteniéndose como salidas del modelo  $Q_{entrada} = Q_1$  y  $Q_{salida} = Q_n$  [8].

#### 3.3 Modelo 3: Modelo $Q_1 H_n$ con Bomba y restricción a la entrada de la Tubería.

Este modelo tiene condiciones de frontera semejantes a las del Modelo 1, pero se agregó la ecuación de una bomba y de una restricción, tal como se ve en la Fig. 1.

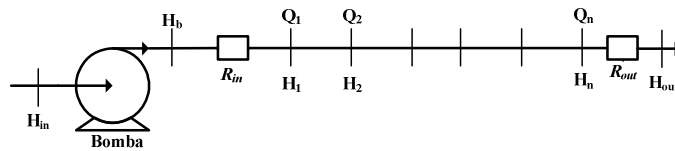


Figura 1. Sistema de Tubería Real.

3.3.1. **Ecuación de la Bomba:** Se utilizó una Bomba centrífuga cuya ecuación es la siguiente:

$$H_b - H_{in} = C_2 Q_1^2 + C_1 Q_1 + C_0 \quad (6)$$

Donde:  $H_b - H_{in}$  es la altura manométrica de la bomba,  $Q_1$  es caudal manejado,  $C_0 = 27,27$ ,  $C_1 = -274$  y  $C_2 = -415860$  son los coeficientes de la ecuación de la bomba.

**Ecuación de la restricción:** La ecuación que permite modelar la restricción es la siguiente:

$$R_{in} Q_1^2 = H_b - H_1 \quad (7)$$

El coeficiente  $R_{in}$  (coeficiente de resistencia) depende de las pérdidas de carga que se producen entre la salida de la bomba y el comienzo de la sección de prueba de la tubería.

#### 3.4 Modelo 4: Modelo $Q_1 H_n$ con Bomba y restricción a la entrada y salida de la Tubería.

Tiene las mismas condiciones de frontera y los mismos accesorios que el Modelo 3, pero se agregó otra restricción a la salida de la tubería, la cual se modeló de manera similar a la restricción de la entrada. Ahora la presión  $H_n$  va cambiando y la calcula el modelo en cada paso de simulación.

### 4. SIMULACIONES Y ANALISIS DE RESULTADOS

Para cada uno de los modelos se realizaron simulaciones basándonos en las condiciones de funcionamiento de un banco de pruebas, con los siguientes parámetros físicos: Tubería de PP-R,  $L = 85[m]$ ,  $c = 407.75 [m/s]$ ,  $D = 0.0635 [m]$ , este banco se encuentra en el CINVESTAV Guadalajara, Mexico, cuyas características técnicas se pueden apreciar en [9]. Se consideró para la comparación un experimento con tres fugas en distintos puntos lo largo de la tubería. Los resultados de estas simulaciones se muestran en la Fig. 2 y el experimento en la Fig. 3.

Para el caso del Modelo 1, en la Fig. 2a, se puede ver como el caudal  $Q_{out}$  disminuye a medida que se presenta cada fuga. Este es un resultado esperado y un comportamiento natural del modelo. Igualmente, se puede ver, que la presión  $H_{in}$  cae como resultado de las fugas. En la Fig. 2b, se puede observar el comportamiento del Modelo 2; en ésta se aprecia cómo,  $Q_{out}$  va disminuyendo con cada fuga. Igualmente, se ve un aumento en  $Q_{in}$ , esto debido probablemente a que una de las condiciones de frontera es  $H_1$ . Sin embargo, no se observan cambios en  $H_{in}$  y  $H_{out}$ , lo cual se aleja del comportamiento real de una tubería, ya que, en un sistema real  $Q_{in}$  aumenta,  $H_{in}$  disminuye, y  $Q_{out}$  y  $H_{out}$  disminuyen. En la Fig. 3, se puede ver el comportamiento de un sistema real cuando se realizan las mismas pruebas que se han hecho en los Modelos 1 y 2. En el caso del Modelo 3, con la finalidad de mejorar el mismo, se agregó una bomba y una restricción, lo cual, permitió simular una pérdida de presión producida por algún tipo de accesorio (válvulas, codos, etc.). También, se simuló lo que sucede con  $Q_{in}$  cuando se producen fugas en el sistema. En la Fig. 2c, se puede ver que tanto  $Q_{in}$  como  $Q_{out}$  cambian tal como lo hace el sistema real (Fig. 3). Se observa también, una caída en  $H_{in}$  por efecto de las fugas. Sin embargo,  $H_{out}$  se mantiene constante y debería disminuir al igual que en la Fig. 3. Para solucionar esta debilidad con respecto de  $H_{out}$  (en el Modelo 3), se agregó al Modelo 4, otra restricción a la salida de la tubería, permitiendo de esta manera que  $H_{out}$  vaya cambiando. En la Fig. 2d, se puede ver claramente



cómo cambian tanto los caudales como las presiones de entrada y salida del sistema de tubería al igual que sucede en el sistema real.

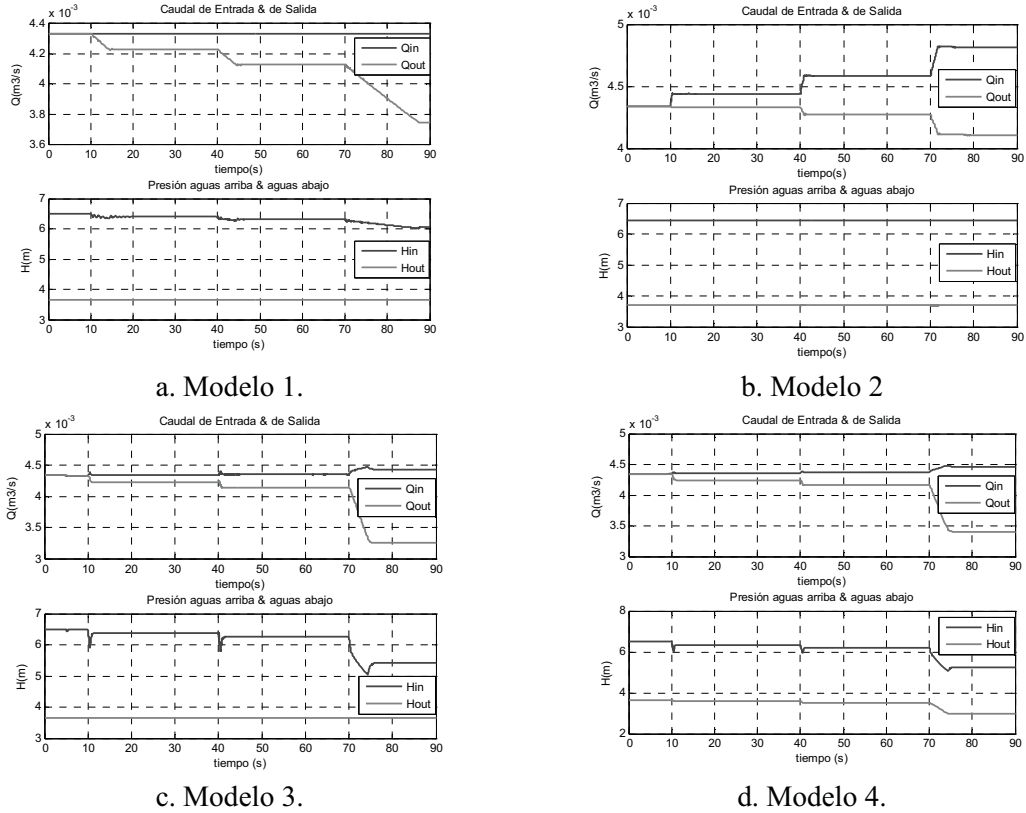


Figura 2. Simulaciones de los Diferentes Modelos.

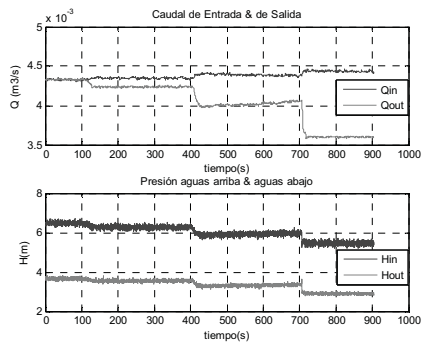


Figura 3. Experimento de Fugas realizado en un Banco de Pruebas.

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentaron cuatro modelos de tubería para ver cuál representa mejor los fenómenos presentes en la tubería. Igualmente, se presentaron dos diferentes condiciones de frontera:  $Q_1$  y  $H_n$  (Modelo 1) y  $H_1$  y  $H_n$  (Modelo 2). Se pudo ver en la Fig. 2a, que el Modelo 1 tiene un comportamiento dinámico en  $Q_{out}$  y  $H_{in}$ , pero,  $Q_{in}$  y  $H_{out}$  permanecen constantes, lo cual,

se aleja del comportamiento de un sistema de tubería en el cual (Fig. 3)  $Q_{in}$  aumenta y  $H_{in}$  disminuye, el flujo de salida y la presión de la salida disminuyen cuando se presentan fugas. En el Modelo 2, tanto  $Q_{in}$  como  $Q_{out}$  cambian con el tiempo pero, las presiones  $H_{in}$  y  $H_{out}$  permanecen constantes, esto se aleja de un sistema real. En el Modelo 3, se agrego la ecuación de una bomba y de una restricción, mejorando así el comportamiento del modelo, ya que, cuando se presenta una fuga, se libera espacio en la tubería para que entre más líquido, por tanto, el fluido bombeado ocupara estos espacios; esa es la causa por la cual se ve que  $Q_{in}$  aumenta a lo largo de la tubería (ver Figs. 3 y 2c). En el caso de  $Q_{out}$ , se observa que éste disminuye ya que se va perdiendo caudal en cada uno de los puntos de fuga. Finalmente, en el Modelo 4 es donde se observa el comportamiento más similar a un sistema real, en este (Fig. 2d) se ve cómo cambian tanto las presiones como los caudales a medida que se presentan las fugas. Los Modelos 3 y 4 serán utilizados para el desarrollo de observadores no lineales, en forma similar a [8] en el que se utiliza un observador basado en el modelo 2, con resultados parcialmente satisfactorios.

### *Agradecimientos*

Al Dr. O. Begovich y su grupo de Cinvestav-gdl por facilitar los datos reales. Igualmente, a la Dra. L. Torres por contribuir a la obtención de los mismos. Finalmente, al programa de colaboración Franco-Venezolano ECOS-Nord V11M02 / PI-2010000303 Fonacit, Fundayacucho Venezuela 2011 quien financio parcialmente este trabajo.

## 6. REFERENCIAS

- [1] C. Verde. Seguridad de Procesos Industriales a través de la Automatización. <http://www.iingen.unam.mx/Automatizacion/default.aspx>.
- [2] A.L. Souza, S.L.Cruz and J.F.R. Pereira. Leak Detection in Pipelines through Spectral Analysis of Pressure Signals. *Braz. J. Chem. Eng.* vol.17 n.4-7 São Paulo Dec.2000.
- [3] Andrew F. Colombo, Pedro Lee, Bryan W. Karney. A selective literature review of transient-based leak detection methods. *Journal of Hydro-environment Research (2009) 1e16*. Received 4 October 2008; revised 5 February 2009; accepted 6 February 2009
- [4] Janos J. Gertler. *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems*. New York: Marcel Dekker 1998.
- [5] Lucía Castro Burgos y Héctor Valdés-González. Leak Detection in Water Pipelines: Proposal Based on a Bank of Filters. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, vol. 17 No 3, 2009, pp. 375-385.
- [6] Jorge García-Serra, Vela, A.F. *Transitorios y Oscilaciones en Sistemas Hidráulicos a Presión*. Universidad de Coimbra, Universidad Politécnica de Valencia, Universidad de la República Oriental del Uruguay. ISBN: 84-600-9146-5.
- [7] Steven C. Chapra, Raymond P. Canale. *Métodos Numéricos para Ingenieros*. Editorial: MacGH.
- [8] L. Torres, Besancon and D. Georges. A collocation model for water-hammer dynamics with application to leak detection. *Proceedings of the 47<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control Cancun, Mexico, Dec. 9-11, 2008*.
- [9] O. Begovich O. , Pizano-Moreno, "Application of a leak detection algorithm in a water pipeline prototype: difficulties and solutions", in *5th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE 2008), Mexico City, Mexico, November 12-14, 2008*.

## ESTUDIO DEL ÁNGULO DE ENTRADA DE UN MEDIDOR DE FLUJO TIPO CONO

**José D. Montenegro**

**Jean-F. Dulhoste**

**Marcos Guillén**

**Rafael Santos**

*dmontenegro@ula.ve*

*djean@ula.ve*

*marcosg@ula.ve*

*rsantosl@ula.ve*

Grupo de Termofluidodinámica. Dpto. de Ciencias Térmicas. Escuela de Ingeniería Mecánica.  
Universidad de Los Andes. Mérida - Venezuela.

**Resumen:** *El presente trabajo consiste en el estudio del ángulo de entrada de un medidor de flujo conocido como Medidor de Cono (Cone Meter). En trabajos anteriores se estudió de forma numérica y experimental el funcionamiento de este instrumento, observándose ventajas respecto a otros instrumentos de medición de flujo como el Vénturi o la placa Orificio, entre las cuales podemos citar una buena estabilidad en la señal de los dispositivos de medición secundarios instalados en el mismo y una mayor precisión en sus medidas. Sin embargo también se observaron algunas desventajas como lo es la mayor pérdida de presión en la línea, comparado con un tubo Vénturi. Para esos estudios se utilizó un ángulo de entrada fijo para el cono, de 45°, por lo cual planteamos en esta ocasión estudiar el efecto de la modificación de este ángulo cuando este se hace variar desde los 21° hasta los 90°. Para este estudio se realizó la simulación con volúmenes finitos en dos dimensiones para 6 valores de ángulo de entrada, manteniendo la misma relación de área, material y tolerancias en dimensiones. Los resultados muestran la influencia de este ángulo de entrada en la precisión de las medidas y en la pérdida de carga total que se produce en la tubería.*

**Palabras clave:** Medidor de cono, medición de flujo, tubo Venturi, volúmenes finitos.

## 1. INTRODUCCIÓN

Actualmente en el mundo de la instrumentación existen variedades de equipos para medir flujos, cada uno con sus propias virtudes y defectos, con procesos cada día más rigurosos continuamente se buscan nuevos equipos, o mejoras a los ya existentes. Uno de estos nuevos instrumentos es el Medidor de Flujo Tipo Cono (Cone Meter), que tiene, según sus fabricantes [1], muchos beneficios entre los que se cuenta menos restricciones para el montaje y mejores mediciones, pero existe poca bibliografía independiente que haga referencia a su funcionamiento. Este nuevo medidor de flujo genera una caída de presión por reducción del área de paso del flujo, el mismo principio de funcionamiento que otros instrumentos como el Venturi o la Placa Orificio [2], solo que, en este caso la reducción se genera con una obstrucción en forma de cono en el centro de la tubería en lugar de una reducción del diámetro de la tubería.

En el 2008 se comenzó el estudio de este tipo de instrumentos [3], del cual fue presentado un estudio introductorio a nivel experimental básico [4], dicho estudio consistía principalmente en la comparación experimental de un Medidor de Cono con un tubo Venturi. Posteriormente se continuaron los estudios incluyendo experimentación y simulaciones en volúmenes finitos en dos dimensiones [5] [6]. En el presente trabajo se complementa el estudio con simulaciones, utilizando técnicas de Dinámica de Fluidos Computacional, con software comercial, para analizar el efecto de la variación del ángulo de entrada del cono en la medición del flujo. Es de notar que los instrumentos comerciales existentes utilizan un ángulo de 45°, el cual se utiliza como base de referencia del estudio.

Este trabajo está organizado como sigue: en la sección 2 se presenta el medidor de cono en términos generales, en la sección 3 se presenta el modelo simulado y condiciones del estudio realizado, en la sección 4 se presentan los resultados de simulación y finalmente en la sección 5 las conclusiones del estudio.

## 2. MEDIDOR DE FLUJO TIPO CONO

### 2.1. Configuración del instrumento

Consiste en un cono centrado dentro de la tubería, el cual interactúa con el fluido cambiándole la forma al perfil de velocidades y a la vez creando una región de baja presión en el área posterior.

La diferencia de presión se mide mediante dos agujeros uno en la pared de la tubería, alta presión (P1) y otro en la parte posterior del cono truncado, baja presión (P2), ver figura 2.

Los fabricantes [1] indican que usar el cono en el centro de la tubería tiene ciertas ventajas sobre los medidores de flujo convencionales, tales como: interactúa con las líneas de alta velocidad del perfil de velocidades produciendo mayor caída de presión; mezclará todas las zonas del perfil, homogenizando sus propiedades; se puede usar en fluidos que no estén en un solo estado, como por ejemplo gas húmedo.

Raramente en las tuberías se observan flujos completamente desarrollados [7], condición generalmente necesaria para el buen funcionamiento de muchos medidores de flujo. El cono supera en parte este requerimiento ya que modifica el perfil de velocidad aguas arriba del mismo [8]. Por otro lado el comportamiento de un tipo particular de medidor de cono basado en las normas API 5.7 fue estudiado en [9].

### 2.2. Ecuación para determinar el caudal volumétrico

La expresión general para la determinación del caudal en elementos de presión diferencial se basa en la aplicación del Teorema de Bernoulli a una tubería horizontal [7]. Según el estándar ISO 5167 [10] esta expresión debe ser corregida por un coeficiente de descarga ( $C_e$ ) y un coeficiente de expansión ( $\epsilon$ ), para tomar en cuenta los efectos de reparto desigual de velocidades, la concentración del fluido, las rugosidades de la tubería y el estado en que se encuentra el fluido de trabajo ya sea líquido, gas o vapor. Si bien el estándar ISO se refiere solo a tubos Vénturi, Toberas y Placas Orificio, su utilización puede ser extrapolada a otros instrumentos de reducción de área, con las particularidades pertinentes en cuanto a los coeficientes y configuración. La ecuación que se obtiene es la siguiente:

$$Q = \frac{C_e \epsilon}{\sqrt{(1 - \beta^4)^4}} \pi d^2 \sqrt{\frac{2DP}{\rho}} \tag{1}$$

En esta expresión el coeficiente de descarga es el único afectado por el ángulo de entrada, y debe ser determinado de forma experimental.

### 3. MODELO SIMULADO

El modelo simulado del cono se basa en la geometría estándar del cono, en base a un ángulo de entrada de 45°, y con la cara posterior del cono en forma plana (ver Fig. 1) con dimensiones de estudio. A este cono se le modifica el ángulo de entrada para observar el efecto de su modificación en el funcionamiento, produciendo 6 ángulos de entrada distintos desde 21° (ángulo estándar de un tubo Venturi) hasta los 90° (ver Fig. 3).

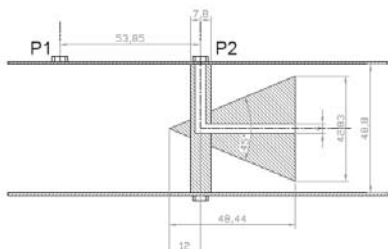


Fig. 1. Geometría del cono original

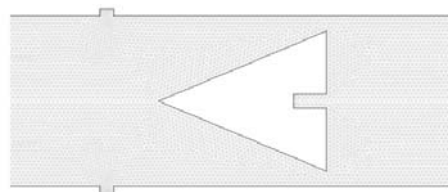


Fig. 2. Mallado típico de simulaciones

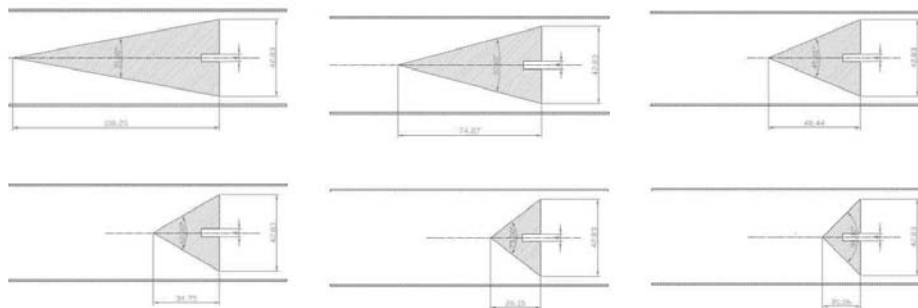


Fig. 3. Diversos ángulos de entrada en estudio (21°, 30°, 45° original, 60°, 75° y 90°)

Dichas configuraciones de conos fueron simulados con un software de volúmenes finitos en 2D, con un mallado similar en todas las configuraciones de ángulo de entrada, del cual se

puede observar un ejemplo en la Fig. 2. Estas simulaciones se realizaron para diversas condiciones de flujo y presión para observar el efecto de la variación del ángulo de entrada.

#### 4. RESULTADOS

De todas estas simulaciones realizadas se muestran los resultados de una de las condiciones de flujo que ilustran los resultados obtenidos, y que corresponden a un flujo de  $Q = 1,87 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  y una presión de descarga de  $P_{\text{desc}} = 5,75 \times 10^4 \text{ Pa}$ . En la Fig. 4 muestra los contornos de presiones, mientras que la Fig. 5 muestra los contornos de velocidades para los 6 ángulos de entrada estudiados.

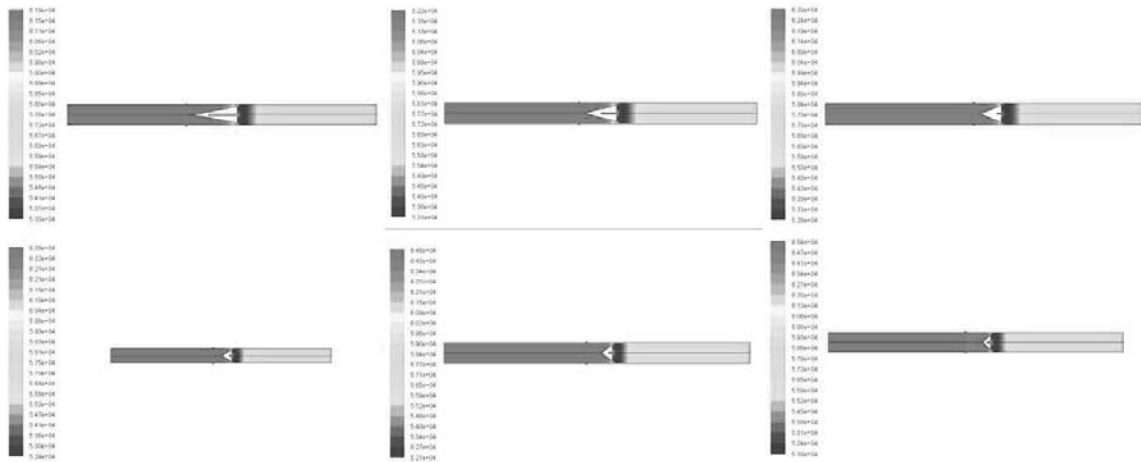


Fig. 4. Contornos de presión (conos de 21°, 30°, 45° original, 60°, 75° y 90°)

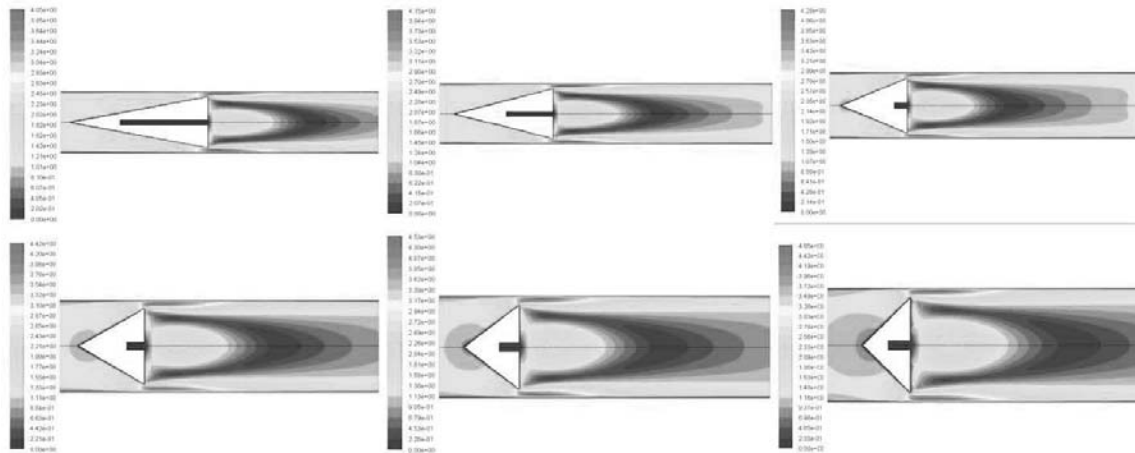


Fig. 5. Contornos de Velocidades (conos de 21°, 30°, 45° original, 60°, 75° y 90°)

La tabla 1 muestra los valores de presión medidos en las tomas de presión ( $P_1$  y  $P_2$ ) así como la diferencia de presión medida ( $\Delta P_{\text{med}}$ ) y la caída de presión total en el tubo ( $\Delta P_T$ ). La Fig. 6 muestra el detalle del contorno de presión para los ángulos de 30° y 90° mientras que la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** muestra los detalles de los campos de velocidades.

	21°	30°	45°	60°	75°	90°
$P_1 (\times 10^4 Pa)$	6,18	6,2	6,26	6,34	6,41	6,48
$P_2 (\times 10^4 Pa)$	5,59	5,58	5,57	5,57	5,56	5,57
$\Delta P_m (\times 10^4 Pa)$	0,59	0,62	0,69	0,77	0,85	0,91
$\Delta P_T (\times 10^4 Pa)$	0,43	0,45	0,51	0,59	0,66	0,73

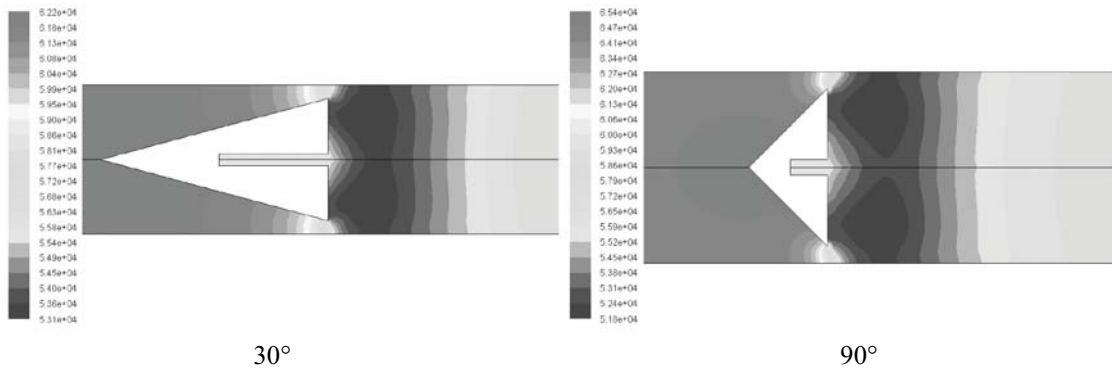


Fig. 6. Detalle Contornos de Presión para conos de 30° y 90°.

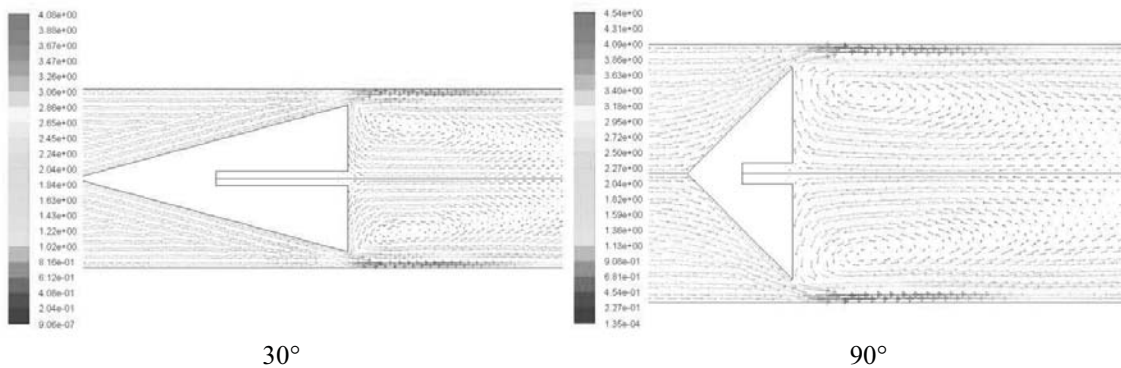


Fig. 7. Detalle Campos de Velocidades para conos de 30° y 90°.

Se observa de los resultados que entre más grande sea el ángulo, mayor será la diferencia de presión medida en el instrumento pero también mayor la caída de presión total en la tubería. Este fenómeno se produce porque al descargar a una misma presión en todas las configuraciones la presión a la entrada aumenta más en la medida que el ángulo se hace más grande. Por otro lado se observa que la velocidad de los vórtices a la salida es mayor entre mayor sea el ángulo, lo cual indica mayores turbulencias y posiblemente una medida con menor estabilidad.

## 5. CONCLUSIONES

Del estudio podemos concluir que entre mayor sea el ángulo de entrada el instrumento se parecerá mas a una placa orificio, pues presenta una mayor diferencia de presión para la medición pero una mayor caída de presión en la tubería, probablemente también una mayor turbulencia que hace más inestable la medida y evidentemente un mayor costo de fabricación e instalación. Por

otro lado entre más pequeño sea el ángulo, su funcionamiento se parecerá más al de un tubo de Venturi, con una menor diferencia de presión en la medida, pero también una menor caída de presión total en la tubería, probablemente también una menor turbulencia por lo tanto se espera una medición más estable, pero con un mayor costo de fabricación e instalación.

Se puede concluir entonces que el ángulo de 45° grados parece un buen compromiso entre caída de presión y medición.

Sin embargo podría ser útil en casos particulares utilizar configuraciones diferentes si se quiere privilegiar una mayor precisión en la medida o un menor costo del instrumento. Para esto se tiene planteado en trabajos futuros, en primer lugar estudiar de forma experimental los conos aquí presentados y en segundo lugar hacer comparaciones con el tubo Venturi para el ángulo más pequeño y con la placa orificio para el ángulo más grande. Esto último con el objetivo de ver las ventajas y desventajas que puede presentar un cono relativamente económico con un gran ángulo con un instrumento clásico económico como la placa orificio y un cono más costoso con un instrumento más costoso como el tubo Venturi.

## 6. REFERENCIAS

- [1] McCrometer, Inc. *The Best Solution for Challenging Flow Measurement*. Printed in USA. 2007.
- [2] Creus A, *Instrumentación Industrial*, Marcombo, S.A, 1998, Barcelona España.
- [3] Espinoza Carlos y Duarte Fuentes, *Diseño, construcción y estudio de un Medidor de Flujo de Cono*. Proyecto de Grado para optar al título de Ingeniero Mecánico, Escuela de Ingeniería Mecánica, Universidad de Los Andes, 2008, Mérida- Venezuela.
- [4] Dulhoste J.F., Guillén M., Espinoza C., Duarte R. Estudio Introductorio Del Funcionamiento De Un Medidor De Flujo Tipo Cono. *XIII Congreso Latinoamericano de Control Automático / VI Congreso Venezolano de Automatización y Control*. 25-28 de noviembre de 2008. Mérida, Venezuela.
- [5] Dulhoste J.F., Montenegro J. Santos R. y Guillén M., Estudio del Diseño de un Medidor de Flujo tipo Cono. *X Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIMENIC'S 2010)*. Mérida- Venezuela, 22 a 24 marzo de 2010.
- [6] Dulhoste J.F., Montenegro J. Santos R. y Guillén M., Estudio de los Parámetros de Funcionamiento de un Medidor de Flujo tipo Cono. *X Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIMENIC'S 2010)*. Mérida- Venezuela, 22 a 24 marzo de 2010.
- [7] Potter Merle, *Mecánica de Fluidos*, PRENTICE HALL, Mexico, 1998.
- [8] Singh, S.N. Seshadri, V. Singh, R.K. Gawhade, R.. Effect of upstream flow disturbances on the performance characteristics of a V-cone flowmeter. *Flow Measurement and Instrumentation* 17 (2006) 291–297
- [9] Petersa R.J.W., Stevena Richard, Caldwellb Steve, Johansenb Bill. Testing the Wafer V-Cone flowmeters in accordance with API 5.7 “Testing Protocol for Differential Pressure Flow Measurement Devices” in the CEESI Colorado test facility. *Flow Measurement and Instrumentation* 17 p.p. 247–254, Elsevier, 2006.
- [10] ISO. *Measurement of fluid flow by means of pressure differential devices inserted in circular cross-section conduits running full — Part 4: Venturi tubes*. ISO/FDIS 5167-4:2002(E).



## ASSESSMENT STUDY OF THE RNG TURBULENCE MODEL FOR STEADY STATE SWIRLING FLOW ANALYSIS IN A DRAFT TUBE

**Sergio R. Galván González**

**Laura A. Ibarra-Bracamontes**

**Gildardo Solorio Díaz**

*srgalvan@umich.mx*

*laibarra@umich.mx*

*gdiaz@umich.mx*

Mechanical Engineering Department, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Apdo. Postal 588, Col. Centro, C.P.58001, Morelia, Mich., MX.

**Michel J. Cervantes**

*michel.cervantes@ltu.se*

Division of Fluid and Experimental Mechanics, Luleå University of Technology, 97187, Luleå, SE.

**Abstract.** *The flow in a hydraulic turbine draft tube is a challenging industrial application for CFD because is characterized by a turbulent flow with different flow phenomena, e.g. unsteadiness, flow separation, swirling flow and strong adverse pressure gradient. Thus, its simulation is complex and time-consuming high computational capacities are required. Additionally, adequate turbulence modeling is needed to predict such flows accurately. The objective of the present work is to investigate the accuracy of the Renormalization Group Theory (RNG)  $k$ - $\epsilon$  turbulence model on the draft tube flow close to the best efficiency of the turbine. The effect of the discretization schemes on these models has been studied. As the flow is significantly affected by the walls, two different grid concentrations near to the wall ( $y^+1$  and  $y^+50$ ) were evaluated. The numerical results are compared to detailed experimental results at different section and discussed.*

**Keywords:** Draft tube, Discretization schemes, Turbulence models, CFD.

### 1. INTRODUCTION

The flow leaving the runner in turbines of Kaplan type is swirling, turbulent and unsteady due to the rotating runner. As the flow enters the draft tube, it is subject to a strong adverse pressure gradient, which may trigger separation or a vortex breakdown function of the swirl

number. Such flow is a challenge for CFD predictions. Achievement of an accurate numerical prediction requires the correct boundary condition, mesh, turbulence model and differential schemes for the different equations to be solved.

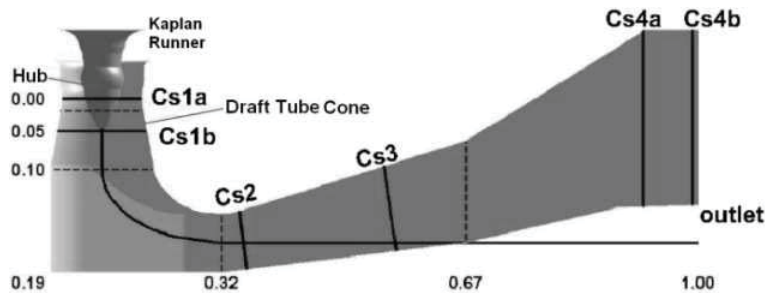
CFD simulations of draft tube flows have been investigated in different workshops, three ERCOFTACS Turbine-99 Workshops have been held over the last decade [1-3]. Besides this series of workshops, other studies on the simulation of turbulent flow in draft tubes have been published [4-6]. However, no systematic investigation of the different models and their interactions with discretization schemes has been performed. Galván et al. [7] observed that the discretization schemes of the governing equations for the flow through the draft tube greatly influence the flow pattern when the RNG  $k-\varepsilon$  turbulence models are used.

Thus, the present study investigates the accuracy of the Renormalization Group Theory  $k-\varepsilon$  turbulence model on a draft tube flow at operational T-mode function of the discretization schemes. The schemes influence is investigated in terms of engineering quantities and pressure distributions on the walls.

## 2. NUMERICAL MODEL

### 2.1 Boundary conditions and mesh

The draft tube, found immediately after the runner, is an essential element in low head turbines. The function of the draft tube is to convert the kinetic energy leaving the runner into pressure energy with a minimum loss of energy. The Hölleforsen Kaplan model draft tube, located in Indalsälven Sweden, was used to conduct this study. Detailed velocity and pressure measurements were made by Andersson [8] in a number of measurement sections, see Fig. 1. Results are compared with some of these sections.



**Figure 1-** Geometry and measurement sections of the draft tube.

Following Döbbener & Grotjans [9], two block-structured hexahedral grids were designed for the use of wall function ( $y^+=50$ ) and resolving the boundary layer ( $y^+=1$ ), comprising 1,046,376 grid points. The grid quality measures are presented in Table 1. The flow is considered isothermal and incompressible with a constant viscosity. The flow through the draft tube has been computed using a commercial CFD package, FLUENT®.

**Table 1.** Draft Tube grid quality

Quality	Min. face angle	Max. edge length ratio	Max. volume ratio
$y^+=1$	20.8°	4585	10.5
$y^+=50$	20.8°	132	8.9

## 2.2 Discretization schemes

Four different discretization schemes were investigated: First-Order Upwind (FOU), Patankar's Power-Law (POL), Second Order Upwind (SOU), Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics (QUICK) and Monotone Upstream-centered Schemes for Conservation Laws (MUSCL) [10].

## 2.3 Turbulence Model

The RNG-based  $k$ - $\varepsilon$  model, used in the present work, is derived from the instantaneous Navier-Stokes equations, using a mathematical technique called "Renormalization Group" theory [11] which incorporates modifications over the standard  $k$ - $\varepsilon$  model.

## 2.4 Convergence criterion

Convergence criteria for all simulations were controlled by the iterative convergence error [12, 13], defined by:

$$e_t = \frac{MSR}{TMF} \quad (1)$$

Where  $MSR$  is the mass source residual (the residual for the pressure correction equation) and  $TMF$  is the total mass flux into the domain.

Also, the iterative convergence was controlled by the residuals of the equations, only as a function of the  $MSR$ , obtained from the second and the last iteration of each simulation (*error %*).

## 2.5 Performance parameters.

Three performance parameters were used to evaluate the influence of the turbulence models on the draft tube performance:

The wall pressure recovery coefficient,

$$Cp_w = \frac{P_{out:wall} - P_{in:wall}}{\frac{\rho}{2} \left( \frac{Q}{A_{in}} \right)^2} \quad (2)$$

Where  $P_{out:wall}$  is the averaged static wall pressure across the outlet section and  $P_{in:wall}$  is the averaged static wall pressure across the inlet section.

The energy loss factor,

$$\zeta = \frac{\frac{\rho}{2} \int_{in} P_t dA - \frac{\rho}{2} \int_{out} P_t dA}{\frac{\rho}{2} \left( \frac{Q}{A_{in}} \right)^2} \quad (3)$$

Where  $A_{in}$  and  $A_{out}$  refer to the inlet and outlet areas and  $Q$  is the flow rate. The total pressure is  $P_t = p + 0.5(u^2 + v^2 + w^2)$ , with  $u$ ,  $v$ , and  $w$  the velocity cartesian components.

The mean pressure recovery coefficient,

$$Cp_m = \frac{\frac{\rho}{2} \int_{out} P dA - \frac{\rho}{2} \int_{in} P dA}{\frac{\rho}{2} \left( \frac{Q}{A_{in}} \right)^2} \quad (4)$$

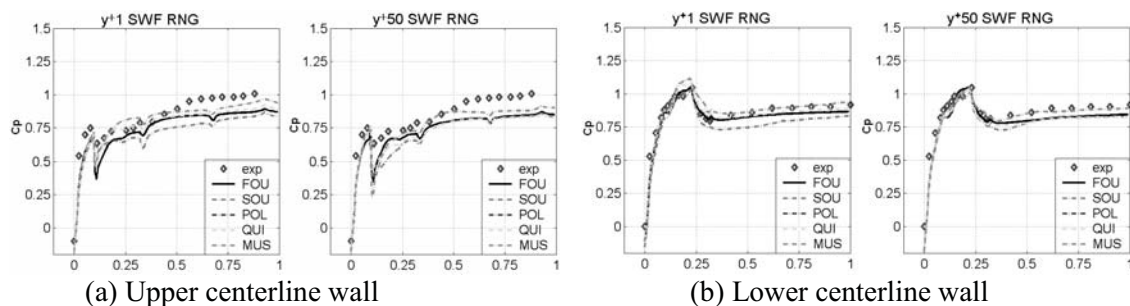
## 3. RESULTS

Table 2 lists the performance parameters (defined them by the equations 2, 3, 4) obtained using the RNG model with the different discretization schemes for both grids. A significant scatter is obtained in the results, pointing out the importance of the scheme order chosen. The experimental pressure coefficient on the wall  $C_{p_w}=1.12$  has been used to evaluate the error of the different schemes. The MUSCL (MUS) scheme gives the minimum error; 3.6% for  $y^+1$  and 4.5% for  $y^+50$ . Pressure recovery,  $C_{p_m}$ , presents an average value of 0.915 for  $y^+1$  and 0.856 for  $y^+50$ , which is an important difference. This parameter is less sensitive to the discretization schemes when the  $y^+1$  grid is used. The mean value of 0.156 for the  $y^+1$  grid and of 0.21 for the  $y^+50$  grid of the energy loss factor  $\zeta$  is obtained to compare the effect of the discretization schemes.

**Table 2.** Engineering quantities obtained for the different grid and discretization schemes. Experimental  $C_{p_w}=1.12$ .

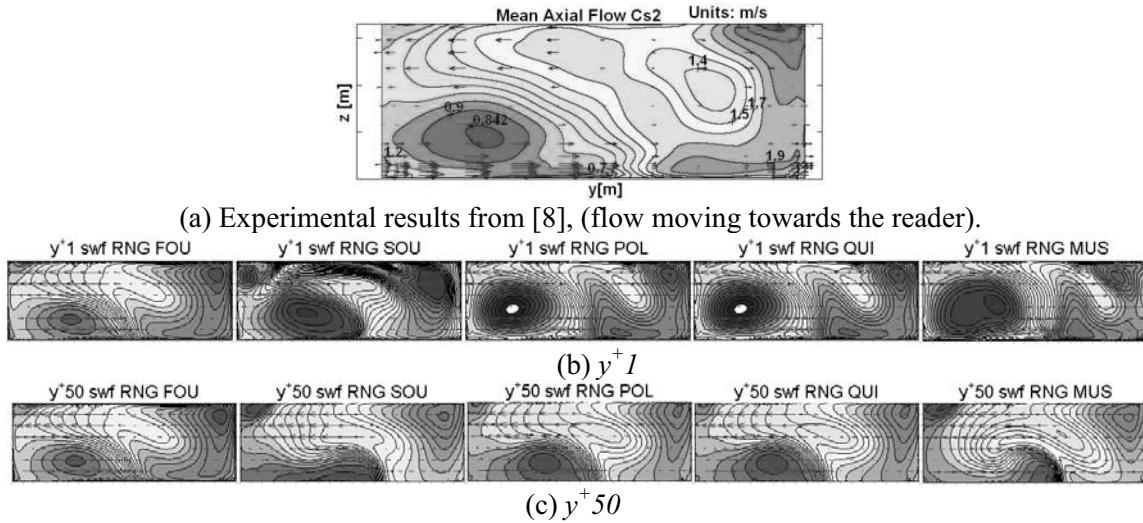
RNG Standard wall function	$y^+1$			$y^+50$		
	$C_{p_m}$	$\zeta$	$C_{p_w}$	$C_{p_m}$	$\zeta$	$C_{p_w}$
FOU	0.883	0.179	0.978	0.871	0.200	0.981
SOU	0.866	0.212	0.991	0.856	0.210	0.995
POL	0.916	0.156	1.009	0.855	0.216	0.966
QUI	0.916	0.156	1.009	0.855	0.216	0.966
MUS	0.964	0.115	1.080	0.926	0.142	1.065

Figure 2 shows the results of the pressure coefficients along the centerline wall, upper and lower centerline wall. All simulations capture the general features of the pressure variations and the largest discrepancy occurs on the upper wall near the elbow. The most significant difference among the schemes for this parameter is exhibited by the SOU scheme model on both grids. There are only very small variations between the other three schemes FOU, POL and QUI. Nevertheless, the MUS scheme seems to better approximate the experimental results using the  $y^+50$  grid and less exactly for the  $y^+1$ .



**Figure 2** - Comparison of the pressure distribution  $C_p$  along the walls using different discretization schemes with RNG turbulence model. Experimental data from [3].

In terms of the qualitative representation of the fluid flow, Fig. 3(b) for the  $y^+1$  grid and 3(c) for the  $y^+50$  grid provide a visualization of the flow results by means of contours of the axial velocity at the  $Cs2$  section (see Fig. 1). It can be observed that the RNG model is very sensitive to the discretization scheme except to the POL and QUI when the same  $y^+$  grid is used. This turbulence model is able to capture almost all the flow details. However, the middle velocity zone (1.4 m/s) is well captured only by the POL and QUI scheme for  $y^+50$  and they present almost the same details as the experimental results shown in Fig. 3(a).



**Figure 3** - Variation of the axial velocity contours and the horizontal velocity vectors at the Cs2.

Table 3 shows the convergence of the simulations as a normalized mass source residual ( $e_i$  %) given by Ec. 1. The RNG model allows better handling low-Reynolds-number and near-wall flows. Poor level of mass residual was reached and steady calculations were performed while the flow is unsteady. The second convergence criterion, presented as error percentages (*error %*) is not fulfilled for all simulations (higher than  $1.0E-2$  %). That means the RNG turbulence present the poorest convergence values using the  $y^+50$  grid with highest order shemes.

**Table 3.** Convergence criterion based on the mass residual source  $e_i$  and based on the residuals of the equations (*error %*).

RNG Standard wall function	$e_i$ %		<i>error %</i>	
	$y^+1$	$y^+50$	$y^+1$	$y^+50$
FOU	3.27E-04	2.92E-04	1.17E-03	5.32E-03
SOU	8.18E-05	2.24E-03	1.05E-02	1.07E-01
POL	6.43E-04	7.95E-04	4.39E-03	3.75E-02
QUI	6.43E-04	7.95E-04	4.39E-03	3.75E-02
MUS	4.68E-05	8.78E-03	1.26E-02	1.35E-01

**CONCLUSIONS**

From both the qualitative and quantitative results presented in this paper, it is possible to conclude that there exists a good agreement between the numerical and experimental results, which might be a consequence of the near-wall grid quality when the standard wall function is used.

Flow visualization of the simulations has shown that the RNG model would be able to more exactly represent the principal details of the draft tube flow, but a deeper sensitivity study of the intensity swirl should be conducted in order to establish the causes of its unsteady state.

However this model seems to be less adequate, in terms of convergence, and its monitor does not reach a steady state. Consequently it is recommended to test the other near-wall options in order to find a better approximation to the experimental results and analyze the last iterations in order to establish the causes why it does not reach the steady state.

## REFERENCES

- [1]. Gebart, B., Gustavsson, L., & Karlsson, R. *Proceedings of Turbine 99 Workshop on draft tube flow*, Porjus, Sweden. In: Tech. report 2000:1, Luleå Univ. of Technology, 2000.
- [2]. Engström, T., Gustavsson, L., & Karlsson, R. *Turbine-99 Workshop 2 on Draft Tube Flow. Proceedings of 21<sup>st</sup> IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, Lausanne, Switzerland, 2002.
- [3]. Cervantes, M., Engström, T., & Gustavsson, L. *Proceedings of the 3th IAHR/ERCOFTAC WS on draft tube flows*, Porjus Hydropower Centre. Porjus, Sweden, 2005.
- [4]. Ciocan, G., Iliescu, M., Vu, T., Nennemann, B., & Avellan, F., Experimental study and numerical simulation of the Flindt draft tube rotating vortex. *Journal of Fluids Engineering*, vol. 129, n. 2, pp. 146-158, 2007.
- [5]. Ruprecht, A., Numerical prediction of vortex instabilities in turbomachinery. *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, vol. 93, pp. 211-224, 2006.
- [6]. Scherer, T., Faigle, P., & Aschenbrenner, T., Experimental analysis and numerical calculation of the rotating vortex rope in a draft tube operating at part load. In: *Proceedings of the 21st IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, September 2002, Lausanne Switzerland, pp. 267-286, 2002.
- [7]. Galván, S., Reggio, M., & Guilbaut, F. Assessment Study of k- $\epsilon$  turbulence models and near wall modeling for steady state swirling flow analysis in draft tube using FLUENT. *Engineering Applications of Comp. Fluid Mechanics* Vol. 5, No. 4, pp. 459-478, 2011.
- [8]. Andersson, U., Test case T - Some news results and updates since Workshop 1. In: *Proceedings of Turbine 99-WS2, The second ERCOFTAC Workshop on draft tube flow*, June 18-20, Alvkarleby, Sweden, 2001.
- [9]. Döbbener, G., & Grotjans, H., *Mesh Generation for Turbine 99 Workshop*. ANSYS Germany, 2005.
- [10]. Fluent v6.3 User's Guide, Fluent Inc.: Lebanon NH 2006.
- [11]. Yakhot, V., & Orszag, S., Renormalization group analysis of turbulence: I. Basic theory. *Journal of Scientific Computing*, vol. 1, pp. 3-53, 1986.
- [12]. Bergström, J., Turbulence modeling and numerical accuracy for the simulation of the flow field in a curved channel. In: *1997 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting (FEDSM'97)*, Vancouver, Canada, June 22 - 26, 1997.
- [13]. Bergström, J., & Gebart, R., Estimation of numerical accuracy for the flow field in a draft tube. *International Journal in Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, vol. 9, n. 4, pp. 472-486, 1999.

## MODELADO DEL SISTEMA CARDIOVASCULAR

**Sánchez Betsy**

**Rojas Rubén**

*bsanchez@unet.edu.ve*

*rdrojas@ula.ve*

Grupo de Bioingeniería. Decanato de Investigación. Universidad Nacional Experimental del Táchira. San Cristóbal Venezuela

Grupo de Ingeniería Biomédica. Universidad de los Andes. Mérida Venezuela

**Resumen.** *El estudio, diagnóstico y tratamiento de las enfermedades cardiovasculares es un campo muy amplio que requiere de múltiples conocimientos y herramientas provenientes de diversas áreas, entre las que resalta la ingeniería biomédica. Dentro de las herramientas más importantes que la ingeniería ha aportado a este campo se encuentra el desarrollo de modelos matemáticos del sistema cardiovascular. Existe una gran cantidad de modelos que datan desde los años 50 y 60 que parten con los trabajos seminales de Guyton [1-3], cada modelo posee niveles de detalles dependiendo del propósito de estudio en cada caso de investigación. En este trabajo se presenta el desarrollo de un modelo del sistema cardiovascular basado en los diferentes modelos existentes, adaptado a las necesidades de investigación que se requieren, en general el modelo pretende simular varios aspectos del sistema cardiovascular, además del control que ejerce el sistema nervioso. El objetivo principal es analizar el comportamiento de este complejo sistema a diferentes escalas tanto en condiciones normales como patológicas, además de su utilización en docencia e investigación.*

**Palabras claves:** Modelado Matemático, Sistema Cardiovascular, Sistema Nervioso

### 1. INTRODUCCIÓN

El sistema cardiovascular está formado básicamente por el corazón y el sistema circulatorio, sin embargo, como todos los sistemas que forman parte del organismo humano, está interconectado a otros sistemas como el respiratorio, el renal, el nervioso entre otros [4]. Su funcionamiento correcto dependerá precisamente de la relación y respuesta de estos otros sistemas ante diferentes situaciones bien sea normales o de estado patológico. El estudio de este complejo sistema ha llevado al desarrollo de diferentes modelos que permiten analizar su

comportamiento por medio de representaciones matemáticas capaces de abstraer las características relevantes para un estudio particular.

Los modelos cardiovasculares se han desarrollado a largo del tiempo utilizando diferentes métodos, desde ecuaciones diferenciales lineales simples y modelos no lineales hasta modelos de mayor complejidad [4-7].

Uno de los modelos de mayor data y que ha servido de referencia a muchos trabajos es el trabajo realizado por Guyton, quien desarrolló una compleja representación matemática basada en analogías electromecánicas e hidráulicas de los componentes del sistema cardiovascular, en donde incluye el corazón y sistema circulatorio así como los diferentes sistemas de control a corto [2] y largo plazo [1]. Otro de los modelos bien conocidos a nivel didáctico es el modelo PHYSBE, este modelo solo posee una representación del corazón y la circulación sistémica y pulmonar sin incluir control [8]. Diferentes modelos buscan el análisis de un problema o patología en particular y buscan aislar algunas características de este complicado sistema, y en función del estudio se diseña el modelo [4,9,10].

De la gran cantidad de modelos se pretende encontrar y utilizar un modelo que pueda representar tanto el sistema como su control, de forma tal que pueda ser modificado para nuestro propósito de estudio, que es el de encontrar la relación entre la denervación simpática y parasimpática ante diferentes situaciones de perturbación.

## 2. METODOLOGÍA

En líneas generales todos los modelos del sistema cardiovascular existentes buscan (además objetivo de este trabajo) ahondar en la comprensión de su funcionamiento. Para lo cual, en un primer paso se escoge uno de los modelos estudiados, en este caso el presentado por Danielsen y Ottesen [11], que ofrece las siguientes características: Es un modelo por compartimiento que disminuye la complejidad y ayuda a una mejor comprensión, dividiendo el sistema por partes y funciones. Representa en forma completa los elementos de interés, corazón, circulación y control baroreceptor. Es un modelo abierto que puede ser sujeto a modificaciones para completarlo y adecuarlo al propósito de estudio. Existe suficiente información para su desarrollo.

Como fase siguiente se implementó dicho modelo en MatLab-Simulink, para realizar pruebas tanto de funcionamiento como de aplicación; en esta fase solo se incluye el modelo del sistema cardiovascular (corazón y circulación mayor y menor) y no de su sistema de control. El objetivo de esta prueba del modelo es analizar sus ventajas y deficiencias para su uso.

El modelo del corazón consta de 4 compartimientos, corazón derecho e izquierdo, circulación sistémica y circulación pulmonar. Cada parte del corazón está formada por la aurícula y el ventrículo además de las válvulas auriculo-ventriculares y las válvulas aórtica y pulmonar. La circulación tanto sistémica como pulmonar se divide en cinco secciones simulando las diferentes áreas de la misma, en donde se miden variables como flujo, presión, resistencia y compliance [11]. En “Fig. 1” y “Fig 2”, se muestran los circuitos eléctricos análogos tanto del corazón como de la circulación.



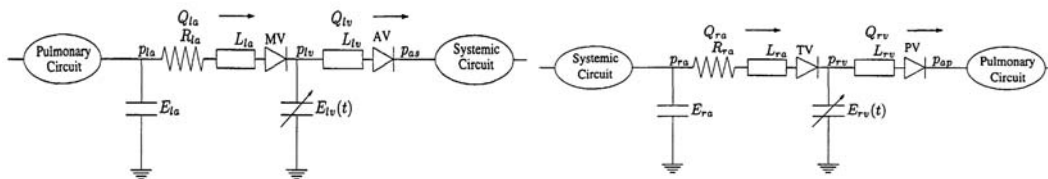


Figura 1- Circuito eléctrico análogo del modelo de Danielsen y Ottesen. Tomado de [11]

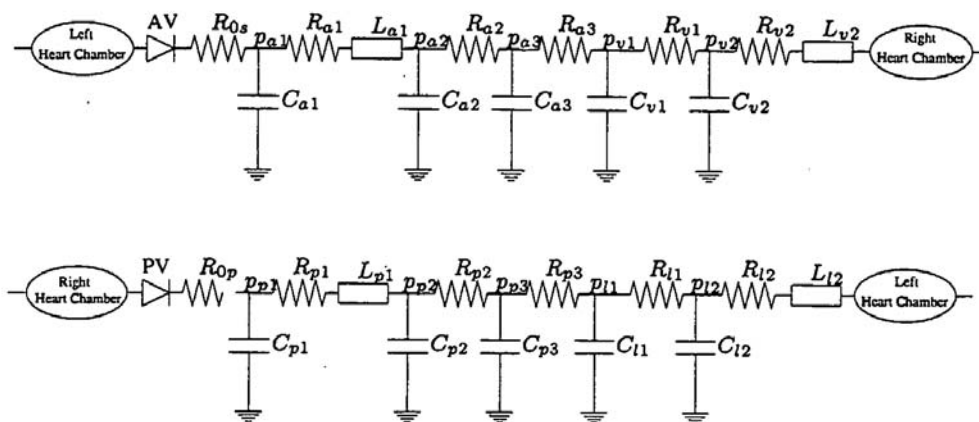


Figura 2- Circuito eléctrico análogo del modelo de Danielsen y Ottesen. Tomado de [11]

El aporte al modelo, en esta primera etapa, consistió en el modelado de las válvulas auriculo-ventriculares (VAV), las cuales aparecen reportadas en la literatura, sin embargo no existe información alguna sobre los modelos matemáticos desarrollados. Además, se incluyó la variabilidad cardíaca (VC). Las VAV se plantearon por medio de una función rampa, que simula el cierre progresivo de la misma, obteniéndose un flujo adecuado. Para la VC se utilizó la metodología propuesta en el trabajo de Ramírez et al. [12]; quienes usaron el modelo IPFM (“Integral Pulse Frequency Modulation”) para su modelo de control.

### 3. RESULTADOS

El modelo utilizado (Danielsen y Ottesen, 1998) por sus características es capaz de simular en forma clara y sencilla la función cardíaca, sin embargo fue necesario incluir algunas modificaciones tal y como se especifico en la metodología (sección 2). De estas modificaciones se pudo lograr en primer lugar la simulación de las válvulas mitral y tricúspide, por medio de una función rampa.

$$r(t) = c(at+b) \tag{1}$$

con  $a = -19$ ;  $b = 11$  y  $c = 1.2048$  y  $a = -17$ ;  $b = 11$  y  $c = 0.32$ , para las válvulas mitral y tricúspide respectivamente.

La apertura y cierre de la válvula se realiza por la diferencia de presión aurículo- ventricular, solo que el cierre no es inmediato, es decir, al darse el cambio de presión, paulatinamente y por la pendiente de la rampa se define la rapidez de cierre a fin de que el mismo genere valores correctos en el resto de las variables dependientes de estos. En “Fig. 3” se muestra el flujo de salida de la aurícula derecha e izquierda.

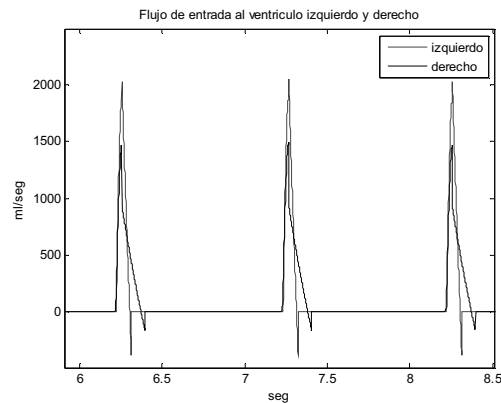


Figura 3- Flujo de entrada al ventrículo izquierdo y derecho

La Figura 4 muestra como las válvulas mitral y tricúspide diseñadas generaron los valores esperados del modelo ya establecidos por los autores en el resto de las variables hemodinámicas [11], tales como presiones y volúmenes.

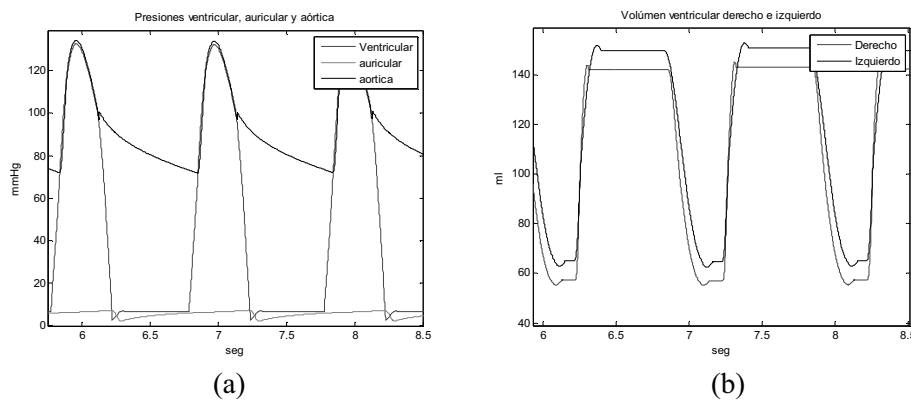


Figura 4- (a) Valores de presión ventricular, auricular y aórtica. (b) Volumen ventricular derecho e izquierdo

Adicionalmente se incluyó variabilidad en el ritmo cardiaco, mediante el modelo “IPFM” utilizado por Ramírez et al. [12], a partir del cual se obtuvieron valores de duración del ciclo promedio de 0.9968 seg. (Figura 5) y una frecuencia cardiaca de aproximadamente 60 lpm.

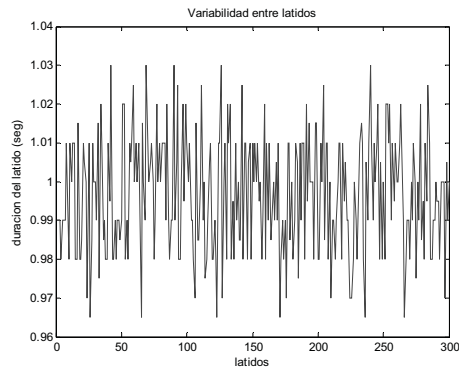


Figura 5- Variabilidad entre latidos

#### 4. CONCLUSIONES

Entre los modelos analizados, el de Ottesen y Danielsen puede describir en forma clara el funcionamiento del sistema cardiovascular y al ser modificado según las necesidades de estudio permitió incorporar las características deseadas. Se incluyó en el modelo una función que modela las válvulas auriculo-ventriculares obteniéndose salidas fisiológicamente validas en las variables hemodinámicas. Además se incluyó variabilidad en el ritmo cardiaco.

La siguiente fase de este trabajo, que se encuentra actualmente en desarrollo, es la de incluir el control baroreceptor, diferenciando las actividades simpáticas y parasimpáticas y su influencia en el remodelamiento cardiaco producido por algún tipo de patología y su incidencia en el correcto funcionamiento del SC.

#### REFERENCIAS

- [1]. Guyton Arthur C. “Determination of Cardiac Output by Equating Venous Return Curves with Cardiac Response Curves”, *Physiol. Rev.* pp. 123-129, 1955
- [2]. Guyton Arthur C., Lindsey Arthur W., Abernathy Berry, Richardson Travis. “Venous Return at Various Right Atria Pressures and the Normal Venous Return Curve”, *Am. J. Physiol.*, Vol. 189, No.3, pp. 609-615, 1957
- [3]. Guyton A.C., Hall J.E. *Tratado de Fisiología Médica* Mc Graw-Hill, unidad 4, pp.176, 2001.
- [4]. Vallverdú M. *Modelado y simulación del sistema de control cardiovascular en pacientes con lesiones coronarias*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Catalunya. Instituto de Cibernética. Agosto 1993
- [5]. Quick Ch.M., Berger D.S., Noordergraaf A. Apparent arterial compliance. *Am J Physiol Heart Circ Physiol*, Vol. 274 pp.1393-1403, 1998

- [6]. Conlon M.J., Russell. D.L., Mussivand T., Development of a Mathematical Model of the Human Circulatory System, *Annals of Biomedical Engineering*, Vol. 34, No. 9, pp. 1400–1413 September 2006
- [7]. Doyle III F.J., Henson M.A., Ogunnaike B.A., Schwaber J.S., Rybak I. *Neural System for Control*. Chapter 5. Omid Omidvar and David L. Elliot Editors. pp. 87-122, 1997.
- [8]. PHYSBE. A physiological simulation benchmark experiment using simulink. Implementación de J. McLeod, "PHYSBE-A physiological simulation benchmark experiment," *Simulation*, vol. 7, pp. 324-329, 1966.  
<http://web.ccr.jussieu.fr/ccr/Documentation/Calcul/matlab5v11/docs/00058/058c8.htm>
- [9]. Moreno F, Rojas R.D. Modelado y Simulación del Sistema Cardiovascular Materno-Fetal. *IFMBE Proceedings: IV Latin American Congress on Biomedical Engineering 2007*, Volume 18, pp. 1000-1004, 2007.
- [10]. Prevorovska Svetlana, Musil Jan, Marsik Frantisek. Human cardiovascular system with heart failure under baroreflex control (numerical model). *Acta of Bioengineering and Biomechanics*. Vol. 3, No. 1, 2001.
- [11]. Ottesen Jhonny, Olufsen Mette, Larsen Jesper. *Applied Mathematical Models in Human Physiology* (Monographs on Mathematical Modeling and Computation). 2004
- [12]. Ramírez J., Moreno F. y Rojas R. Modelo de Lazo Cerrado para el Análisis de la Influencia de la Respuesta de los Baroreceptores en la Variabilidad de la Frecuencia Cardíaca. IX Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas CIMENICS 2008, BI-33-38. 2008

## ESTUDIO DE MODELOS DE TURBULENCIA PARA EL ANÁLISIS DE UN PERFIL AERODINÁMICO NACA 0015

**Montaño Gerardo**

**Rueda Jesús**

**González Fernando**

*gerardo.montano@unet.edu.ve*

*jesus.rueda@unet.edu.ve*

*fgtrejos@unet.edu.ve*

Laboratorio de simulación computacional aplicadas a termofluidos y estructuras, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Nacional Experimental del Táchira, San Cristóbal – Táchira

**Resumen.** *El estudio se realizó para un perfil aerodinámico NACA 0015, con una longitud de cuerda 0,15 m, dibujado en un programa tipo CAD y luego importado por el software mallador GAMBIT, se establecieron las condiciones de frontera y se elaboró el mallado exterior al perfil para el cual se hizo un análisis de sensibilidad de malla que determinó la más adecuada para el caso de estudio. El mallado obtenido fue de tipo no estructurado con elementos triangulares y 626000 celdas aproximadamente. Los modelos de turbulencia usados fueron Spalart – Allmaras,  $k - \epsilon$  y Reynolds stress, éstos fueron usados con el objetivo de encontrar cuál de ellos se adapta mejor al perfil aerodinámico y las condiciones de frontera impuestas. El número de Reynolds utilizado fue de  $3,6 \times 10^5$  con respecto a la longitud de cuerda. Para determinar cual modelo de turbulencia es el más apropiado fue necesario calcular los coeficientes de arrastre y sustentación por medio de las simulaciones numéricas para diferentes ángulos de ataque, que fueron graficados en función del ángulo de ataque para obtener las curvas características respectivas, las cuales se utilizaron para ser comparadas con resultados experimentales. Se concluyó que el modelo de turbulencia más adecuado fue el de Reynolds stress, ya que éste brinda mayor precisión al trabajar con cinco ecuaciones y además tiene un amplio rango de uso en el área de la mecánica de fluidos. El modelo de turbulencia Spalart – Allmaras también otorgó resultados satisfactorios debido a que es un modelo que se adapta muy bien a la aerodinámica, éste trabaja con una sola ecuación, lo que permite obtener resultados en un menor tiempo.*

**Palabras claves:** CFD, turbulencia, aerodinámica.

## 1. INTRODUCCION

Un perfil aerodinámico se le denomina al contorno plano que se obtiene a partir del corte de un ala que al ser sometido a un flujo, es capaz de elevarse gracias a una fuerza generada llamada sustentación, así como también es capaz de ofrecer resistencia por medio de una fuerza de arrastre que se genera paralela a la dirección del flujo. El perfil aerodinámico de estudio elegido es correspondiente a la serie de perfiles NACA, que son modelos estándares creados por la National Advisory Committee for Aeronautics. Estos perfiles estándares son diferenciados entre sí por su numeración, presentando series de cuatro hasta ocho dígitos, los cuales determinan las características específicas de cada uno de ellos.

La turbulencia es una de las características más resaltantes del fluido en el estudio de perfiles aerodinámicos, ya que en la dinámica del mismo se producen cambios irregulares y aleatorios de las velocidades y presiones. En experimentos en sistemas de fluidos se observa que para valores por debajo del número de Reynolds crítico el flujo es suave y se desliza de manera ordenada. Si las condiciones de frontera no cambian con respecto al tiempo el flujo es estable y este régimen es llamado flujo laminar. Para valores por encima del número de Reynolds crítico una complicada serie de eventos se lleva a cabo lo que conduce a un cambio radical en el flujo; el movimiento se convierte intrínsecamente inestable. La velocidad y otras propiedades varían de una manera aleatoria, este régimen es llamado flujo turbulento.

Por otra parte, la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) es una herramienta que permite resolver situaciones en las que se encuentre involucrado un fluido y sus interacciones con cuerpos de formas complejas. Un programa CFD trabaja mediante la utilización de métodos numéricos necesarios para resolver las ecuaciones internas existentes en el programa.

CFD permite realizar simulaciones del comportamiento de un fluido bajo condiciones establecidas; entre las cuales destacan la velocidad de entrada del fluido, la presión y los modelos de turbulencia, éstos últimos buscan adaptarse por medio de sus ecuaciones internas al comportamiento real de un fluido dependiendo del caso de estudio.

Para esta investigación el perfil aerodinámico es de la serie NACA 0015 con una longitud de cuerda de 0,15 m y con un número de Reynolds de  $3,6 \times 10^5$  con respecto a la cuerda del perfil. Estos parámetros son establecidos para la realización de las simulaciones con las cuales posteriormente se obtienen resultados que deben ser comparados con resultados experimentales obtenidos por el estudio de túnel de viento de la SNL (Sandia National Laboratories) [1].

## 2. FORMULACION MATEMATICA

### 2.1 Definición del perfil aerodinámico a estudiar

El perfil aerodinámico estudiado fue el NACA 0015, se rige por la siguiente fórmula [2].

$$y = \frac{t}{0.2} c \left[ 0.2969 \sqrt{\frac{x}{c}} - 0.1260 \left(\frac{x}{c}\right) - 0.3516 \left(\frac{x}{c}\right)^2 + 0.2843 \left(\frac{x}{c}\right)^3 - 0.1015 \left(\frac{x}{c}\right)^4 \right] \quad (1)$$

Donde:

y = magnitud de longitud en el eje de coordenadas 'y', por cada valor de x dado.

t = máximo espesor del perfil en porcentaje, 100t da los últimos dos dígitos de los cuatro establecidos en la denominación NACA.

c = longitud de cuerda del perfil.

x = valores de 'x' de longitud dados en el eje de cuerda.

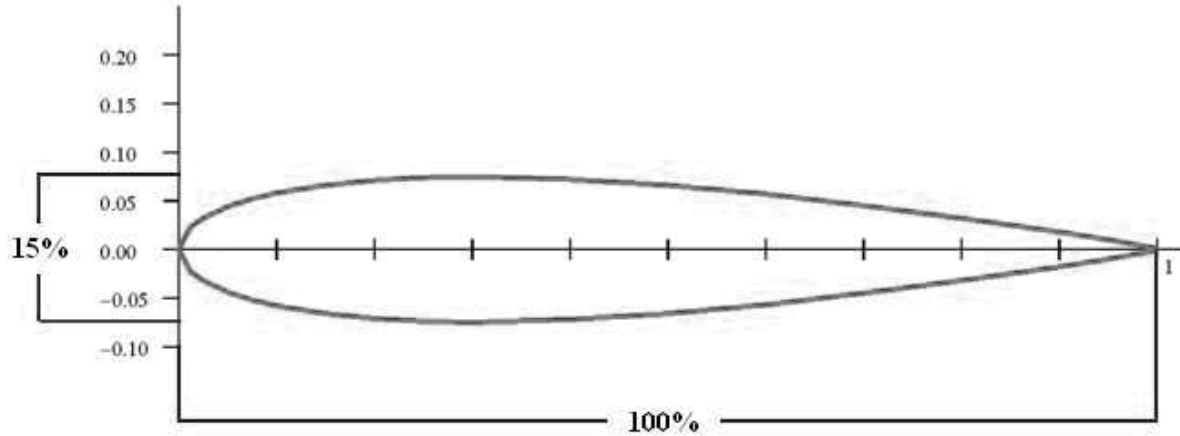


Figura 1 - Perfil aerodinámico NACA 0015. [3]

## 2.2 Cantidad de movimiento

$$\frac{\delta(\rho\varphi)}{\delta t} + \text{div}(\rho\varphi u) = \rho \left[ \frac{\delta\varphi}{\delta t} + u \cdot \text{grad} \varphi \right] + \varphi \left[ \frac{\delta\rho}{\delta t} + \text{div}(\rho u) \right] = \rho \frac{D\varphi}{Dt} \quad (2)$$

## 2.3 Conservación de la masa

Masa  $\frac{\delta\rho}{\delta t} + \text{div}(\rho u) = 0$   
(3)

## 2.4 Modelo de turbulencia Spalart – Allmaras

$$\frac{\delta\tilde{\nu}}{\delta t} + U_j \frac{\delta\tilde{\nu}}{\delta x_j} = cb1 \tilde{S} \tilde{\nu} - cw1fw \left( \frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 + \frac{1}{\sigma} \frac{\delta}{\delta x_k} \left[ (v + \tilde{\nu}) \frac{\delta\tilde{\nu}}{\delta x_k} \right] + \frac{c_{D2}}{\sigma} \frac{\delta\tilde{\nu}}{\delta x_k} \frac{\delta\tilde{\nu}}{\delta x_k} \quad (4)$$

## 2.5 Modelo de turbulencia k – ε

$$\rho \frac{\delta k}{\delta t} + \rho U_j \frac{\delta k}{\delta x_j} = \tau_{ij} \frac{\delta U_i}{\delta x_j} - \rho \varepsilon + \frac{\delta}{\delta x_j} \left[ (\mu + \mu_T / \sigma k) \frac{\delta k}{\delta x_j} \right] \quad (5)$$

### 2.5 Modelo de turbulencia Reynolds stress

$$\rho \frac{\delta \varepsilon}{\delta t} + \rho U_j \frac{\delta \varepsilon}{\delta x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\delta U_i}{\delta x_j} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\delta}{\delta x_j} \left[ \left( \mu + \mu_T / \sigma_\varepsilon \right) \frac{\delta \varepsilon}{\delta x_j} \right] \quad (6)$$

## 3. CONFIGURACION COMPUTACIONAL

### 3.1 Dominio Computacional

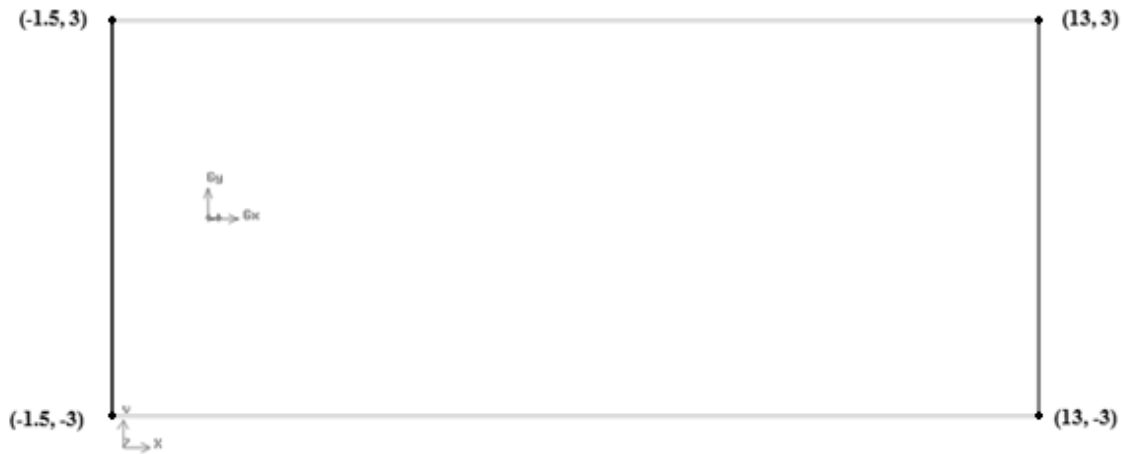


Figura 2 - Contorno rectangular externo al perfil aerodinámico

La arista izquierda del contorno al perfil aerodinámico es la entrada de fluido al sistema, la condición de contorno en esta superficie será de velocidad uniforme de entrada (*velocity\_inlet*).

La arista derecha del contorno al perfil aerodinámico es la salida del fluido a presión atmosférica, la condición de contorno en esta superficie será de salida de presión atmosférica (*pressure\_outlet*).

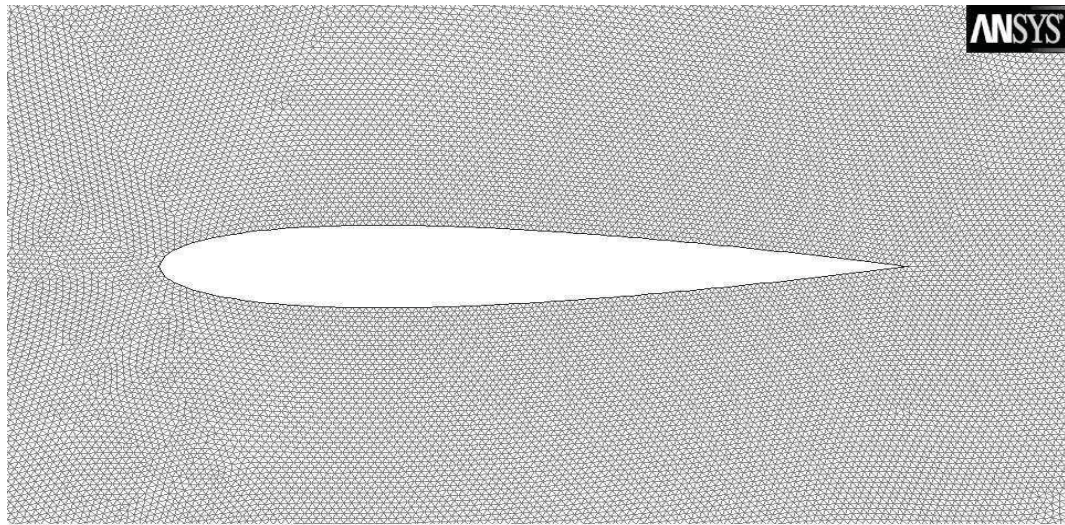
Las aristas superior e inferior del contorno al perfil aerodinámico son simetrías del sistema, la condición de contorno en esta superficie será de simetría (*symmetry*).

El perfil aerodinámico es un obstáculo en el sistema, la condición de contorno en esta superficie será de pared sólida (*Wall*).

### 3.2 Características del mado

El mado seleccionado para la realización de las simulaciones es de tipo no estructurado con elementos triangulares y una cantidad de 626000 elementos aproximadamente.





Mesh

Mar 03, 2011  
ANSYS FLUENT 12.1 (2d, pbns, S-A)

Figura 3 - Mallado triangular no estructurado

### 3.3 Configuración de la simulación

**Tabla 1.** Configuración de la simulación

	Modelo de turbulencia		k - ε
	Materiales	Fluido	
Sólido		Aluminio	
Condiciones de borde	Entrada	Velocidad (m/s)	35,058
	Salida	Presión (pascal)	0
Valores de referencia	Área (m <sup>2</sup> )		0,15
	Densidad (Kg/m <sup>3</sup> )		1,225
	Longitud (m)		0,15
	Temperatura (k)		288,16
	Viscosidad (Kg/m.s)		1,789 x 10 <sup>-3</sup>

Los resultados de los coeficientes de arrastre y sustentación para el modelo de turbulencia más adecuado para trabajar debido a precisión y menor tiempo, fueron graficados.

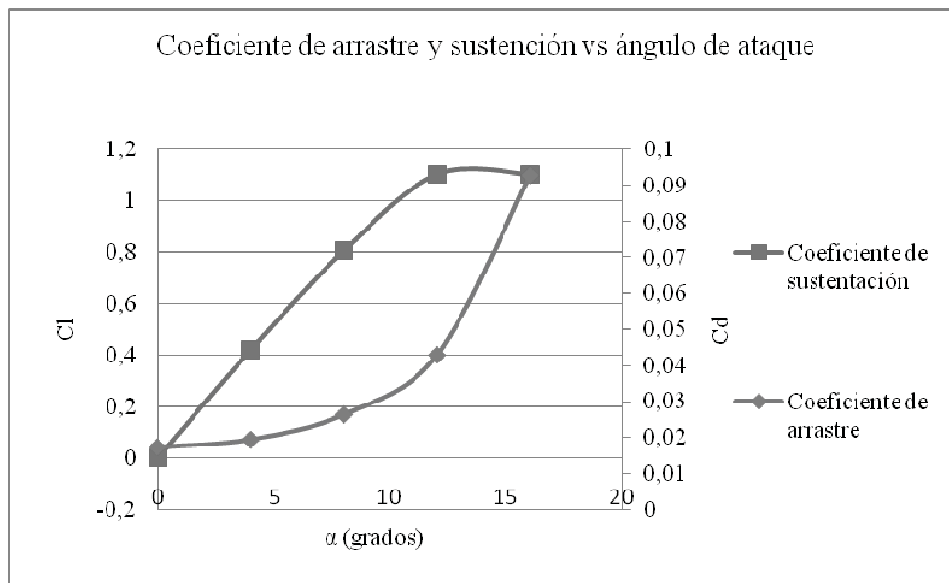


Figura 4 – Gráfica de coeficientes de arrastre y sustentación en función del ángulo de ataque

#### 4. REFERENCIAS

[1] Consul, C. Willden, R. Ferrer, E y McCulloch, M. (2011) Influence of Solidity on the Performance of a Cross-Flow Turbine. Oxford University. [Documento en línea] Disponible en: [http://www-civil.eng.ox.ac.uk/research/tidal/EWTEC2009\\_CFD\\_paper.pdf](http://www-civil.eng.ox.ac.uk/research/tidal/EWTEC2009_CFD_paper.pdf)

[2] Scott, J. (2001) NACA AIRFOIL SERIES. [Documento en línea] Disponible en: <http://www.aerospaceweb.org/question/airfoils/q0041.shtml> Consulta: 25 de enero de 2011.

[3] <http://www.worldofkrauss.com>

## ESTIMACIÓN NUMÉRICA DE LA CAIDA DE PRESIÓN PARA FLUJO CON DESLIZAMIENTO EN MICROCANALES CON OBSTRUCCIONES

**Armando Blanco**

*ajblanco@usb.ve*

Departamento de Mecánica, Universidad Simón Bolívar.

**María Campello**

**Alejandro Ferreira**

**Janneth García**

**Onsalo Barbaralejandra**

*jmgferrer@usb.ve*

Departamento de Termodinámica, Universidad Simón Bolívar.

Valle de Sartenejas, Municipio Baruta. Caracas, Venezuela.

**Resumen.** *Se estudió el comportamiento de un fluido que desliza al pasar a través de un micro canal que posee un obstáculo en su interior. Dicha obstrucción es una pared cuyos valores de longitud y espesor se variaron para determinar los diversos efectos que esto causaba en las componentes  $x$  e  $y$  de la velocidad del fluido y en la caída de la presión. Las ecuaciones de Navier-Stokes fueron resueltas de forma numérica con la condición de deslizamiento en las paredes. El deslizamiento se consideró para valores de Knudsen  $Kn = 0.1; 0.01; 0.001$ , y además se modeló el caso  $Kn=0$  el cual representa un flujo sin deslizamiento para efectos de comparación. Se utilizó el software comercial ANSYS CFX<sup>TM</sup>. Las condiciones impuestas fueron las siguientes: en la entrada flujo de Poiseuille con deslizamiento, en la salida presión constante, en el borde superior y paredes de la obstrucción deslizamiento y en el borde inferior simetría. Se despreció la transferencia de calor y se consideró condiciones estacionarias en todos los casos*

*Se observó una caída de presión significativa en el área donde se encontraba la obstrucción del canal. Se concluyó que, en general, para un valor fijo del alto del canal, el aumento del ancho de la obstrucción produce un incremento en la caída de presión para cada uno de los valores de  $Kn$ , y que a mayor deslizamiento se produce una disminución en la caída de presión. Así mismo, se determinó que, en general, para un valor fijo del ancho del canal, la caída de presión aumenta a medida que se incrementa la altura de la obstrucción para cada valor de  $Kn$ .*

**Palabras Claves:** Microcanales, Caída de presión, Deslizamiento, Número de Knudsen, CFD.

## 1. INTRODUCTION

El flujo en conductos de tamaño reducido es objeto de gran atención debido a sus múltiples aplicaciones en distintas áreas como la fabricación de micro-bombas, celdas de combustible, micro-maquinarias, etc. A pequeña escala, el tamaño relativo de las distintas fuerzas cambia con respecto a la escala típica de laboratorio. Adicionalmente, cuando se utilizan materiales hidrofóbicos para la construcción de las microestructuras pueden presentarse efectos de deslizamiento del fluido en las paredes, en los cuales la velocidad del fluido no corresponde a la misma de la frontera, produciéndose una discontinuidad o salto en el perfil de velocidades. Este deslizamiento en las paredes es descrita por la condición de Maxwell de primer orden para la velocidad [1]

$$u_s = \frac{\sigma - 2}{\sigma} \lambda \left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{pared} \quad (1)$$

donde el salto en la temperatura en la interfase pared-fluido es despreciado para flujo isotérmico. En esta expresión  $u_s$  es la velocidad local del fluido en la pared,  $\sigma$  es el factor de acomodo tangencial para el *momentum* cuyo valor es 1 en la mayor parte de las aplicaciones de ingeniería [2],  $\lambda$  es camino molecular libre medio y  $n$  representa la dirección normal a la pared.

Los valores de  $\lambda$  para los cuales se presenta este tipo de flujo con deslizamiento corresponden a número de Knudsen,  $Kn = \lambda/L$ , en el intervalo  $0.001 < Kn < 0.1$ , donde  $L$  es una longitud característica del dominio de flujo [3].

Generalmente, el flujo con deslizamiento es modelado utilizando las ecuaciones de Navier-Stokes junto con la condición (1) [3]. Sin embargo, debido a la escala típica en microcanales, el número de Reynolds, que representa el valor relativo de las fuerzas de inercia respecto a las viscosas es muy pequeño,  $Re < 1$ , y en muchas ocasiones se utiliza la aproximación de Stokes para modelar la dinámica de estos flujos [4]. Sin embargo, cuando se presentan restricciones importantes al paso del flujo, éste podría acelerarse, haciendo no válida localmente la aproximación de Stokes y requiriendo la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes.

En este trabajo se considera el flujo en un canal bidimensional, con una restricción de forma rectangular y simétrica en una sección del canal. Se determinan las caídas de presión en función del ancho y alto del obstáculo. Se analizan adicionalmente los patrones de flujo para observar cualitativamente el cumplimiento de la aproximación de Stokes según la simetría de los patrones.

## 2. FORMULACIÓN

Consideremos el flujo de un fluido Newtoniano en un canal bidimensional muy largo, de ancho  $2W$ , con una restricción al flujo rectangular de ancho  $b$  y alto  $W$ -a tal como muestra la fig. 1.

El flujo del fluido fue modelado utilizando las ecuaciones de Navier-Stokes junto con la condición (1) sobre las paredes del canal. El paquete comercial ANSYS CFX® fue utilizado para la construcción del modelo numérico.

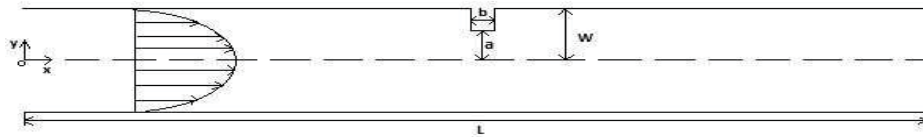


Figura 1 Geometría del canal y sistema de coordenadas

El modelo numérico con sus condiciones de borde se muestra en la figura 2.

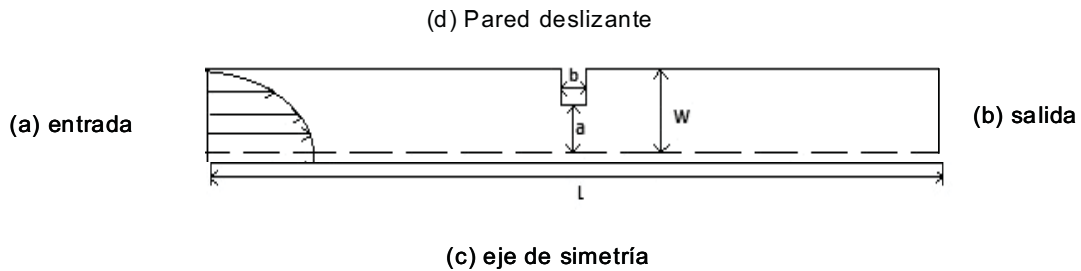


Figura 2. Condiciones de borde

Aprovechando la simetría del dominio geométrico y del flujo esperado, se representó sólo la mitad del canal. Las condiciones impuestas fueron las siguientes:

(a) entrada: flujo de Poiseuille con deslizamiento de acuerdo con [5]

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dP}{dx} \left[ Wy - y^2 + \left( \frac{2}{\sigma} - 1 \right) \lambda W \right]$$

donde  $u$  es la velocidad del fluido,  $dP/dx$  el gradiente de presión impuesto y  $\mu$  la viscosidad dinámica del fluido.

(b) salida: presión  $P$  constante.

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 0$$

(c) simetría:

$$u_s = KnW \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{pared} \quad \text{y} \quad \frac{\partial P}{\partial n} = 0$$

(d) pared deslizante:

La longitud  $L$  del dominio de simulación fue escogida realizando experimentos numéricos para asegurarse que el flujo en las zonas cercanas a la entrada y a la salida correspondían a aquellos de un canal de sección constante con deslizamiento.

Diversos tipos de mallas fueron probadas. Con la finalidad de determinar la mejor malla para realizar las simulaciones, mallas cuyos elementos eran cuadrados con tamaño (a)  $0.05W$ , (b)  $0.025W$  y (c)  $0.0125W$  fueron evaluadas. Aún cuando se encontraron resultados satisfactorios en cuanto a la convergencia espacial con la malla (b), la resolución en la zona del obstáculo requería de elementos de tamaño  $0.0125W$ . Finalmente se construyó una malla híbrida, combinando elementos de menor tamaño en la zona del obstáculo con elementos de la malla (b) en la entrada y salida del canal. La figura 3 presenta la malla utilizada. Con esta malla cada simulación se

realizaba en un tiempo que oscilaba entre dos y tres días en un computador con las siguientes características: Intel® Core™2 Quad CPU Q9550 @2.83 GHz 2.83 GHz

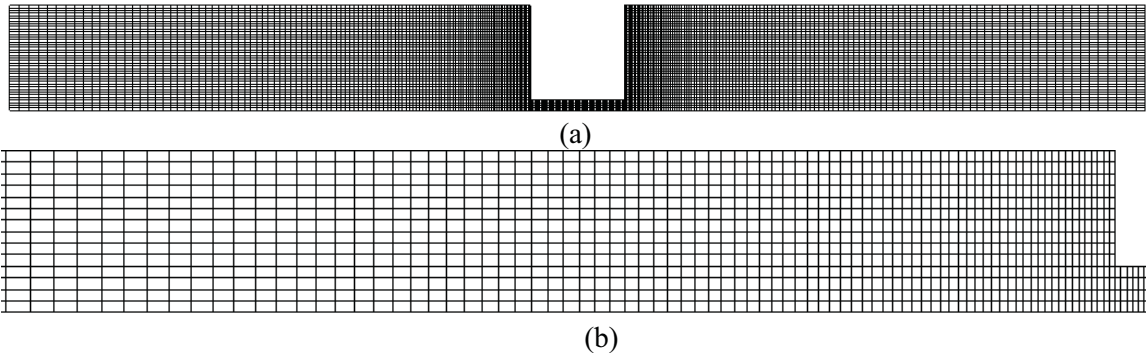


Figura 3. Malla típica (a), Ampliación de la primera mitad de la malla (b)

En todos los casos analizados, las simulaciones se realizaron para un número de Reynolds de 0.5. La validación se efectuó comparando las caídas de presión por unidad de longitud y la velocidad en la pared lejos del obstáculo (cerca de la entrada y salida) con los valores teóricos [5] y las caídas de presión en las cercanías del obstáculo con los resultados analíticos para flujo bidimensional con una rendija de Jeong (2006) [4].

### 3. RESULTADOS

La figura 4 presenta las líneas de corriente en para  $Kn=0.1$  en canales de distinto ancho. Se aprecia la simetría en el patrón así como la zona de flujo acelerado en las cercanías del obstáculo.

Los números de Reynolds alcanzados en el obstáculo alcanzan valores de orden 0.5. Sin embargo, la simetría del patrón indica la validez de la aproximación de Stokes en estas simulaciones.

La figura 5a presenta la caída de presión en las cercanías del obstáculo para distintos valores del ancho del mismo. Se compararon los gradientes obtenidos como solución numérica a lo largo del canal con los gradientes calculados de forma analítica del mismo canal sin obstrucción, lo cual es representado como  $(\Delta P/\Delta L)_R/(\Delta P/\Delta L)_T$ , donde R representa al gradiente de presión obtenido y T representa el gradiente de presión teórico calculado. Se aprecia el incremento en la entrada y salida del obstáculo mientras que hacia la zona central del mismo se alcanza un valor constante indicando un comportamiento típico de un canal uniforme, pero de un ancho distinto al canal original.

La distribución de presión en función del tamaño de la obstrucción ( $W-a$ ) se presenta en la figura 5b. Se observa que para valores de  $a$  menores a 0.5 un incremento sustancial en la caída de presión, más de 10 veces la esperada en un canal sin obstrucción. Este hecho debería ser tenido muy en cuenta cuando sea necesario colocar una restricción en un canal en condiciones de flujo con deslizamiento.

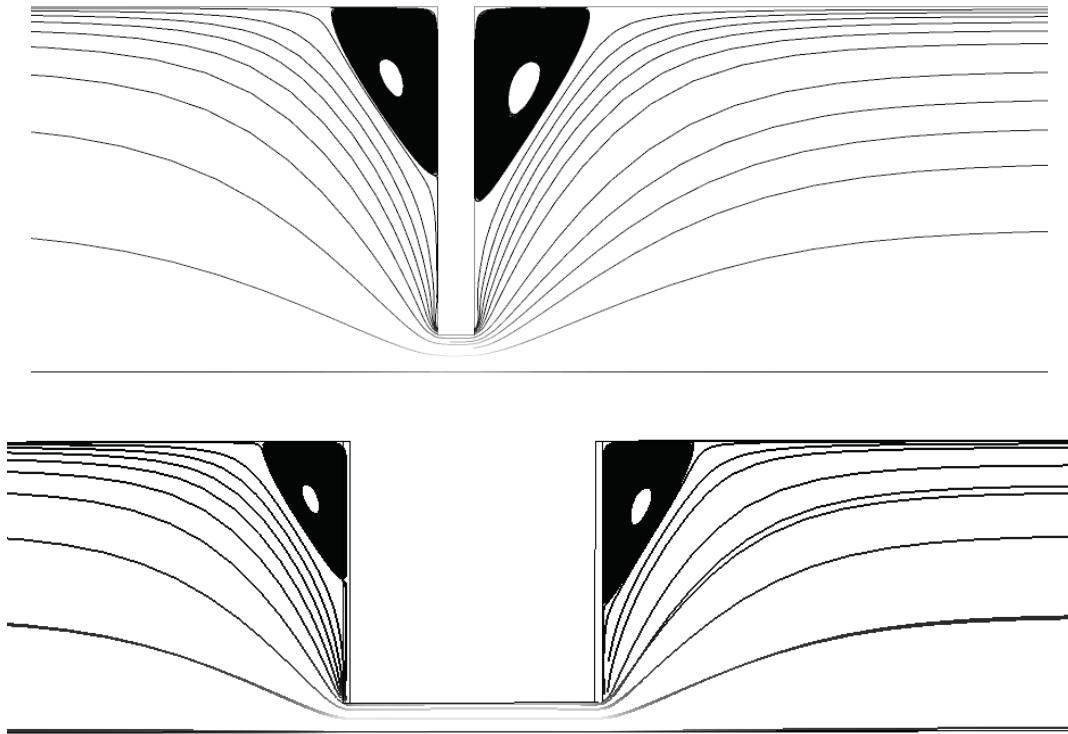


Figura 4. Líneas de corriente e intensidad de la velocidad para  $Kn=0.1$ ,  $b=0.1W$  y  $W-a=0.1W$  y  $0.9W$ .

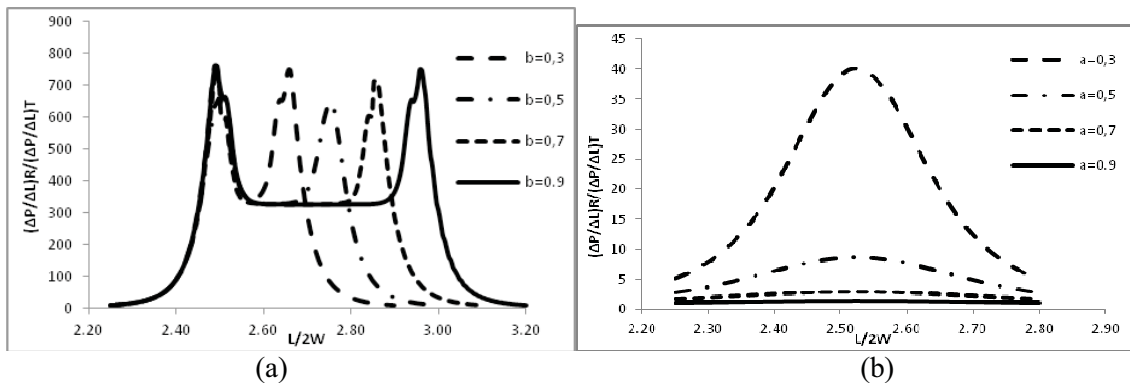


Figura 5. Caída de presión en el obstáculo en función del ancho  $b$  y del alto  $a$  con  $Kn=0.1$ .

Tal como se espera, una disminución de la longitud adicional de canal a medida que se incrementa el deslizamiento debido al obstáculo se aprecia en la figura 6a, en general. Sin embargo, este comportamiento no se obtiene cuando el ancho del obstáculo se hace más pequeño. Así mismo, a medida que el alto del canal disminuye, para valores de  $a/W < 0.2$  la longitud de canal equivalente a la pérdida de presión por el obstáculo se hace muy importante, mostrando la misma tendencia que con el cambio de ancho, esto es, a mayor deslizamiento mayor longitud equivalente. Estos comportamientos serán objeto de un estudio posterior.

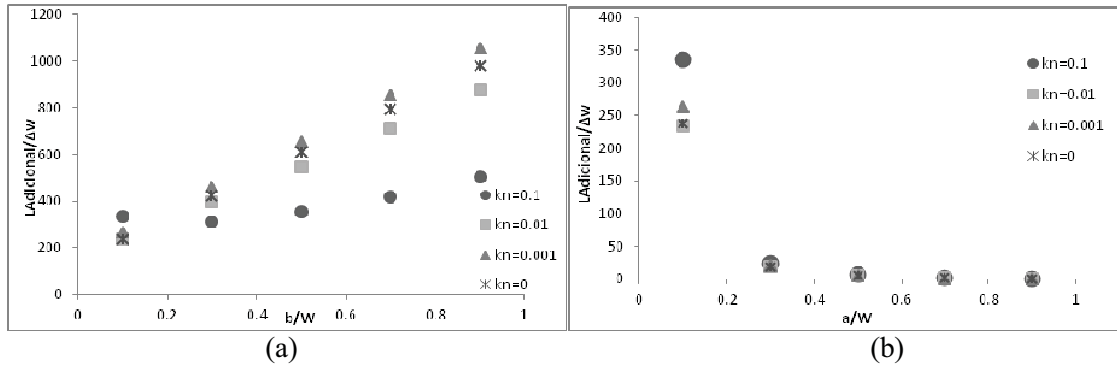


Figura 6. Longitud adicional de canal provocada por las obstrucciones que varían en función del ancho  $b$  y del alto  $a$  para valores distintos de  $Kn$ .

#### 4. CONCLUSIONES

Se investigó utilizando el paquete comercial ANSYS-CFX<sup>TM</sup> el flujo con deslizamiento de un fluido en un microcanal con un obstáculo. La distribución de la presión para distintas condiciones de deslizamiento expresada en término del número de Knudsen fue determinada.

Se observó para todos los casos una caída de presión significativa en el área donde se encontraba la rendija del canal.

Se concluyó que, en general, para un valor fijo del alto del canal, el aumento del ancho de la obstrucción produce un incremento en la caída de presión para cada uno de los valores de  $Kn$ , y que a mayor deslizamiento se produce una disminución en la caída de presión. Así mismo, se determinó que, en general, para un valor fijo del ancho del canal, la caída de presión aumenta a medida que se incrementa la altura de la obstrucción para cada valor de  $Kn$ .

No obstante, se observó una inversión en estas tendencias de las longitudes equivalentes cuando se disminuye el ancho del canal y se hace tender a una rendija y cuando el obstáculo tiende a cerrar el paso del flujo en el canal, causándose mayor caída de presión a medida que se incrementa el deslizamiento. Este comportamiento deberá ser analizado en detalle en futuros trabajos.

#### REFERENCIAS

- [1]. Hirschfelder J.O., Curtiss C.F., Bird R.B., Molecular theory of gases and liquids, John Wiley and Sons, New York, 1964.
- [2]. Karniadakis, G. E., and Beskok, A. Micro Flows: Fundamentals and Simulation, Springer, New York. 2002.
- [3]. Shams M., Shojaeian M., Aghanajafi C., Dibaji S.A.R. Numerical simulation of slip flow through rhombus microchannels. International Communications in Heat and Mass Transfer. 2009.
- [4]. Jeong J. Two-Dimensional Stokes Flow through a Slit in a Microchannel with Slip, The Physical Society of Japan. 2006
- [5]. Oosthuizen, P. and Carscallen, W. Compressible Fluid Flow, Editorial McGraw-Hill, USA. 1997.



## OLAS Y CORRIENTES EN EL PUERTO DE ENSENADA, BAJA CALIFORNIA, MEXICO

**Carlos R. Torres**

**Asdrúbal Martínez**

**Oscar E. Delgado**

*ctorres@uabc.edu.mx*

Instituto de Investigaciones Oceanológicas

Universidad Autónoma de Baja California

A.P. 453, C.P. 22800, Ensenada, B. C. México.

**Resumen:** *Con el fin de determinar la extensión óptima de la escollera del puerto de Ensenada (PE), México, que favorezca alturas de olas que permitan el desarrollo de actividades seguras en el vaso portuario, en este estudio, se diseñó un modelo numérico en coordenadas curvilíneas para simular la evolución de la olas, así como las corrientes asociadas en las áreas de operación y las maniobras del PE. Las simulaciones se realizaron utilizando la geometría actual y la profundidad del puerto, así como para diferentes longitudes de extensión de la escollera existente, a) 430m; b) 590m; c) 890m. Se encontró que la configuración del rompeolas de 430m de longitud con un dragado adicional de la terminal marítima aledaña produce las condiciones de funcionamiento deseadas.*

**Abstract:** *In order to determine the optimum length of the breakwater of the port of Ensenada (PE), Mexico, which favors wave heights that enable the development of safe activities in the port basin, in this study, we developed a numerical model in curvilinear coordinates to simulate the evolution of the waves and associated currents in the EP. The simulations were performed using the current geometry and depth of the port and for different lengths of extension of the existing breakwater, a) 430m; b) 590m; c) 890m. It was found that the configuration of the breakwater of 430m in length with a dredging of the adjacent marine terminal produces the desired operating conditions.*

**Keywords:** curvilinear models, wave agitation, port of Ensenada

**Palabras clave:** fluidos estratificados, mallas curvilineas

## 1. INTRODUCCION

Las olas en el océano se generan principalmente por la acción del viento sobre el mar. Estas se forman inicialmente por un proceso complejo de resonancia y acción de corte del viento en la superficie, en las cuales olas de diferentes alturas, longitudes y periodos se producen y viajan en diversas direcciones. Una vez formadas, las olas del océano, pueden viajar grandes distancias, dispersarse y reducir su altura, pero manteniendo su longitud y periodo. Este proceso se llama dispersión.

Conforme las olas se aproximan a la costa, su altura y longitud se modifican por procesos de refracción y someramiento antes de romper en la costa. Una vez que las olas rompen, entran a lo que se denomina zona de *surf*. Aquí, ocurre la mayoría de procesos de transformación y atenuación del oleaje, incluyendo la generación de corrientes litorales, la sobre-elevación del nivel del mar, y transporte vigoroso de sedimento.

Donde hay estructuras costeras presentes, ya sea en la costa o en la zona cercana a la costa, las olas pueden difractarse y reflejarse, resultando en complejidades adicionales al movimiento de la ola (**Figura 1**), los cuales tienen que ser considerados por los ingenieros costeros en el diseño de obras costeras.



**Figura 1.** Modificación del oleaje en el Puerto de Ensenada (PE).

El análisis de los antecedentes relacionados a la circulación en el Puerto de Ensenada (PE) [1] muestra que los estudios sobre el PE no son conclusivos. Si bien, la climatología del oleaje arrojada por las estadísticas, varía muy poco (ya que el oleaje proveniente del NW y SW es estacional y está bien identificado), no puede decirse lo mismo de la batimetría y geometría del Puerto. En este trabajo, se utiliza una batimetría más actualizada que en los estudios anteriores para estudiar la hidrodinámica del PE. Se estudia, además el efecto que tendría la prolongación del rompeolas principal en la circulación, y agitación del oleaje, al interior del mismo.

## 2. OBJETIVO

Mediante simulaciones numéricas de las ecuaciones de movimiento, determinar la extensión óptima de la escollera del puerto de Ensenada (PE), México, que favorezca alturas de olas que permitan el desarrollo de actividades seguras en el vaso portuario. Las simulaciones se hacen para la geometría actual y la profundidad del puerto, así como para diferentes longitudes de extensión de la escollera existente, a) 430m b) 590m c) 890m.

## 3. ZONA DE ESTUDIO

El Puerto de Ensenada (PE) se encuentra localizado al norte de la Bahía de Todos Santos, B. C. México (BTS) a los 535441.13m E, 3524046.24m N UTM (**Figura 1**).

La BTS se encuentra sujeta a diferentes condiciones de oleaje, las cuales varían de acuerdo con la estación del año y con los vientos reinantes. Mediciones de olas realizadas durante 2004-2005 en la Barra del Estero (Sur de la BTS, [2]), indican que la climatología del oleaje en la zona se caracteriza por olas de altura significativa 1m, periodos entre 5 y 15s (12s en promedio) y dirección predominante Oeste.



**Figura 1.** Localización de El Puerto de Ensenada.

## 4. METODOLOGIA

Se utilizó una versión bidimensional del modelo General Curvilinear Ocean Model, GCOM [3], para simular la circulación al interior del PE. GCOM es un modelo en variables primitivas, es decir, calcula las velocidades y presiones ( $u$ ,  $v$ ,  $p$ ), para calcular la evolución de fluidos sobre geometrías complejas. La variación de la longitud de la ola,  $\lambda$ , se obtuvo mediante la relación [4];

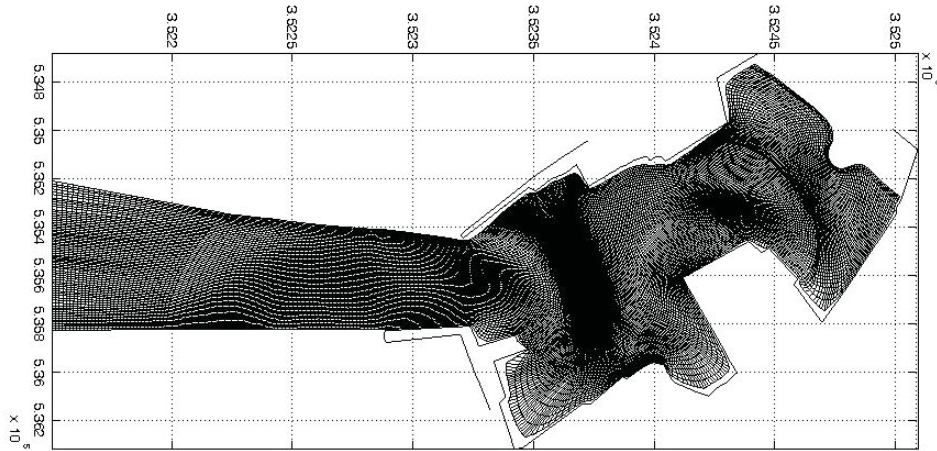
$$\lambda = (gT^2/2\pi)\tanh(2\pi h/\lambda),$$

aquí,  $g$  es la aceleración debida a la gravedad y  $T$  es el período de la ola. El coeficiente de agitación,  $K_a$ , se calculó con la relación;

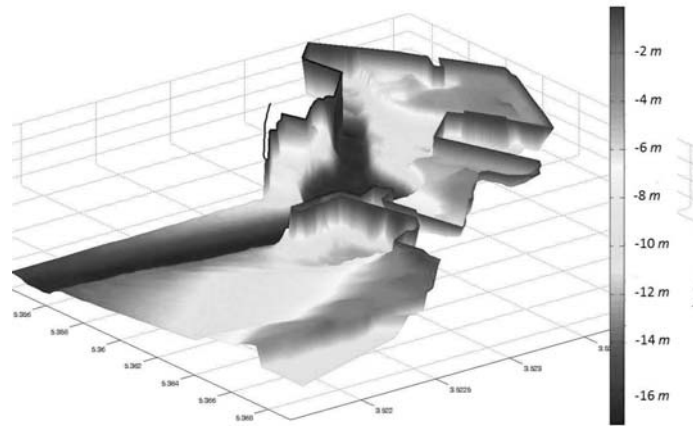
$$K_a = H/H_i,$$

donde  $H_i$  es el valor de la altura de la ola incidente y  $H$  es la altura al interior del PE.

Con las coordenadas de la geometría del PE, se generaron mallas adaptativas (**Figura 2**). Sobre los nodos de esta malla se obtuvo una malla de profundidades (**Figura 3**) a partir de un mapa batimétrico. El tamaño de luz de malla en este caso, es de aproximadamente 2m.



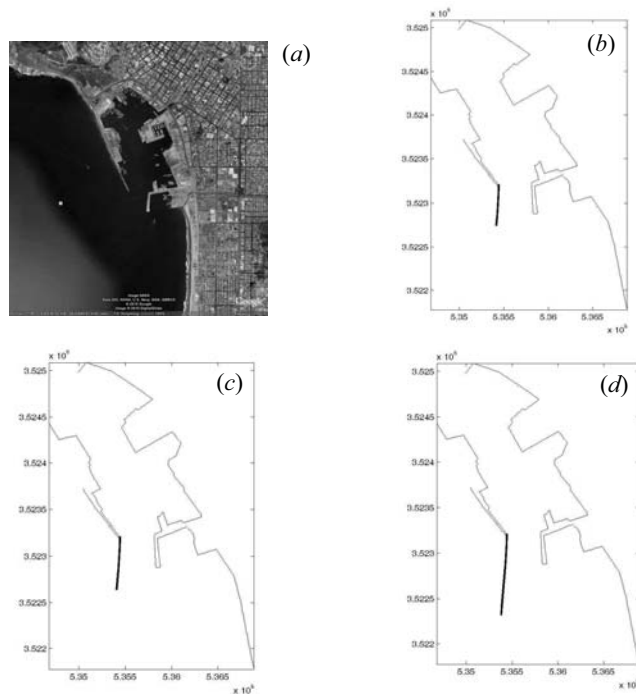
**Figura 2.** Malla donde se realizaron las simulaciones para el PE.



**Figura 3.** Batimetría de El Puerto de Ensenada.

Las mallas de profundidades junto con la información de oleaje fueron los datos requeridos para hacer correr el modelo. En cada corrida, el período y la dirección de incidencia fueron uniformes, 12s y dirección NW y SW respectivamente, a estas olas de periodo corto y altura unitaria se sobrepuso una onda senoidal para tomar en cuenta el periodo de la marea. Las simulaciones se realizaron utilizando la geometría actual y la

profundidad del puerto, así como para diferentes longitudes hipotéticas de extensión de la escollera existente, *a)* 430m; *b)* 590m; *c)* 890m (**Figura 4**). El  $\Delta t$  utilizado fué de 0.01 y 0.005.



**Figura 4.** Casos analizados. *a)* Situación actual; *b)* 430m; *c)* 590m; *d)* 890m

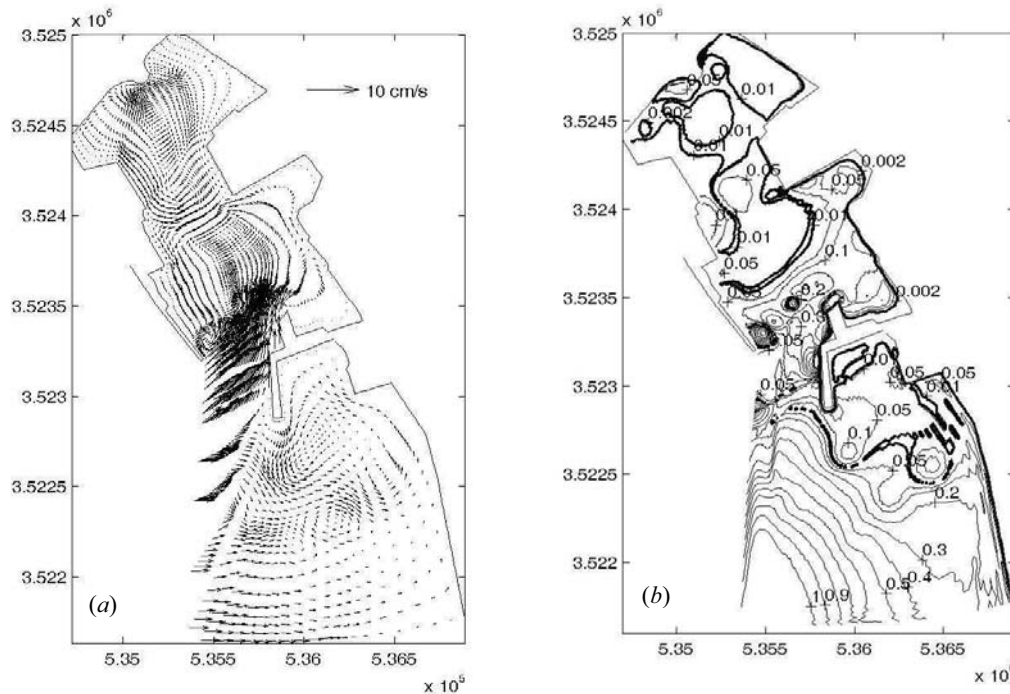
## 5. RESULTADOS Y DISCUSION

Se hicieron múltiples simulaciones las cuales no se pueden mostrar en este trabajo por la brevedad de espacio. Sin embargo, en la **Figura 5** se muestra un ejemplo de las salidas del modelo. Estas consisten de velocidades al interior del PE y coeficientes de agitación. Se encontró que las velocidades fueron más intensas en la entrada al PE (aprox. 10 cm/s), se detectaron, además las zonas de operación segura ( $K_s \approx 0.002$ ).

## 6. CONCLUSIONES

De manera general, los casos simulados muestran una mitigación del oleaje incidente, dando como resultado una atenuación del oleaje al interior de la dársena. Sin embargo, ciertas maniobras en el muelle requieren de oleaje con poca altura. Por otra parte, en todas las simulaciones referentes a la circulación dentro de la dársena, se notó la presencia de giros, esta información sería útil para conocer la trayectoria de trazadores pasivos así como el destino de los mismos.

De los casos simulados, la opción del rompeolas largo ofrece las características buscadas para el diseño de la obra, es decir olas pequeñas e intensidades de corriente bajas.



**Figura 5.** (a) Corrientes simuladas y (b) coeficientes de agitación asociados durante pleamar. Caso: Configuración Actual del PE.

## REFERENCIAS

- [1] Torres, C. R. 2010 Corrientes y agitación por oleaje en el Puerto de Ensenada y Terminal Marítima Amaya Curiel. *Reporte Técnico*, no publicado, Ensenada, B.C. Agosto de 2010, 94 pp.
- [2] Martínez-Díaz-de-León, A., R. Lizárraga-Arciniega, O. Delgado-González, L. Galindo-Bect, C. R. Torres-Navarrete, R. Blanco-Betancourt, E-Gil-Silva y R. Cano-Cetina, 2008. Influencia del oleaje invernal en el crecimiento longitudinal de la barra del estero de Punta Banda, Bahía de Todos Santos, B.C., México. *Ciencias Marinas* 34(1):69-76.
- [3] Torres, C. R. and Castillo, J. E. 2002 A new 3d curvilinear coordinates numerical model for oceanic flow over arbitrary bathymetry (*In Spanish*). In *Desarrollos Recientes en Métodos Numéricos para ingeniería y ciencias aplicadas*. C. M. Muller-Karger, M. Lentini, M. Cerrolaza (Eds). MF, pp. 105-112.
- [4] McCormick, M. E. 1973. *Ocean Engineering Wave Mechanics*. John Wiley & Sons, Inc. 179 pp.

## MODELOS DE VÁLVULAS CARDÍACAS DE PARÁMETROS CONCENTRADOS EN EL MODELADO DEL SISTEMA CARDIOVASCULAR

**Javier A. Del Río**

**Miguel E. Cerrolaza**

*javier.delrio@inabio.edu.ve*

*miguel.cerrolaza@inabio.edu.ve*

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela. Avenida Miguel Otero Silva entre tercera y cuarta transversal, Sebucán, Caracas, Venezuela.

**Pablo J. Blanco**

*pjblanco@lncc.br*

Laboratório Nacional de Computação Científica. Avenida Getúlio Vargas 333, Quitandinha, Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil

**Resumen.** *El estudio del comportamiento de las válvulas cardíacas biológicas es de gran importancia para mejorar el tratamiento de las valvulopatías y el diseño de las prótesis valvulares. Diversos modelos a parámetros concentrados (o modelos 0D) de válvulas cardíacas han sido propuestos para representar su interacción con el sistema cardiovascular, la mayoría de estos considera únicamente dos estados o posiciones de la válvula, el abierto y el cerrado. En el presente trabajo se compara la influencia de la aplicación de distintos modelos de válvula en el desempeño de un modelo de circuito cerrado del sistema cardiovascular. Uno de estos modelos, en particular, simula el proceso de apertura y de cierre valvular, tomando en cuenta factores como el diferencial de presión antes y después de la válvula, la rigidez de la válvula, la fricción de la sangre con las válvulas, el movimiento de la sangre y los vórtices que se generan en el seno aórtico. Estos modelos son implementados en un modelo 0D del sistema cardiovascular compuesto por las cavidades cardíacas y los sistemas circulatorios: pulmonar, sistémico y venoso. Los distintos componentes del sistema circulatorio son descritos en función de resistencias, inductancias y compliancias, considerando el efecto de la fricción, la inercia de la sangre y la elasticidad de los vasos sanguíneos, mientras que la actividad cardíaca depende de una función de activación que afecta la elastancia de la misma. Se pudo apreciar un mejor desempeño del modelo general del sistema cardiovascular ante una descripción más detallada del proceso de apertura y cierre de las válvulas.*

**Palabras Clave:** Válvulas Cardíacas, Sistema Cardiovascular, Simulaciones Numéricas

## 1. INTRODUCCIÓN

Desde mediados del siglo XX se han hecho gran cantidad de estudios tendientes a profundizar el conocimiento acerca del flujo sanguíneo a través de los distintos tipos de válvulas cardíacas, tanto mecánicas como biológicas. Estos estudios son de suma importancia en el mejoramiento de la calidad de vida, al ser las enfermedades cardíacas la principal causa de muerte natural en adultos a nivel mundial, según datos de Organización Mundial de la Salud [1].

El estudio del comportamiento del flujo sanguíneo a través las válvulas cardíacas es fundamental, pudiéndose realizar simulaciones con distintos enfoques, ya sean basadas en parámetros concentrados o en parámetros distribuidos, dependiendo de las aplicaciones que se deseen desarrollar. Los modelos con parámetros distribuidos analizan aspectos locales de los fenómenos, sin incluir el efecto que tienen ellos el resto del sistema, y siendo necesario, además, hacer importantes simplificaciones para poder disminuir los altos costos computacionales. Por su parte, los estudios con parámetros concentrados se centran en el análisis general del sistema cardiovascular [2], teniendo generalmente modelos muy simples para describir el comportamiento de las válvulas cardíacas.

En años recientes han surgido nuevos modelos que permiten, por ejemplo, hacer estudios dinámicos de las válvulas [3], ayudando a mejorar el comportamiento general del sistema cardiovascular. En el presente trabajo se plantea un modelo de parámetros concentrados del sistema cardiovascular y varios modelos de válvulas cardíacas con el fin de determinar cual tiene un mejor desempeño.

## 2. MODELO DE PARÁMETROS CONCENTRADOS

En este modelo se discretizan las ecuaciones diferenciales parciales, obteniéndose un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias, donde cada variable discretizada define un componente del sistema. Estos componentes se pueden describir en términos de resistencias, inductores y capacitores, los cuales se obtienen a partir de las características del fluido de trabajo y de cada componente en particular. Para su mejor estudio el sistema cardiovascular se dividió en tres secciones, la cardiopulmonar, la arterial y la venosa; que forman un circuito cerrado.

A continuación se describirá este sistema, poniendo especial interés en los modelos de las válvulas cardíacas. Se toma como inicio la sección cardiovascular, específicamente el atrio derecho del corazón, en donde se asume que llega directamente la vena cava superior y la vena cava inferior. La sección cardiopulmonar del sistema, integrada por diez componentes, finaliza con el ventrículo izquierdo, donde la sangre es impulsada a las arterias a través la válvula aórtica, empezando la sección arterial (de solo dos componentes) y luego a la sección venosa descrita por siete componentes, con el fin de poder analizar las reservas de sangre en cada componente venoso, describiéndose las zona superior e inferior del cuerpo con tres componentes cada una y, al inicio de la sección, la bifurcación desde las arterias hacia el conjunto de venas.

### 2.1 Sección cardiopulmonar

Está compuesta por: las cuatro cavidades cardíacas que producen el impulso de la sangre, las cuatro válvulas que controlan el flujo, y por la arteria y la vena pulmonar que llevan la sangre desde el corazón a los pulmones y luego de vuelta al corazón. Las cavidades se modelan por medio de una ecuación de movimiento y una de conservación de la masa.



Por ejemplo, la primera cavidad cardíaca, el atrio derecho, se rige por las ecuaciones presentadas a continuación:

$$P_{ra}(t) - P_{ax} = E_{ra}(t)[V_{ra}(t) - (V_{ra})_0] + \alpha_{ra} |P_{ra}(t)| [Q_{ivc}(t) + Q_{svc}(t) - Q_{trv}(t)] \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} V_{ra}(t) = [Q_{ivc}(t) + Q_{svc}(t) - Q_{trv}(t)] \quad (2)$$

donde, la presión ejercida por el atrio se relaciona con la variación del volumen del mismo y con el flujo proveniente de las venas cavas ( $Q_{ivc}$  y  $Q_{svc}$ ) y el expulsado por la válvula tricuspide  $Q_{trv}$ . Además se garantiza la conservación de la masa en el sistema en la Ecu. (2). La variación de la elastancia  $E_{ra}$ , en el tiempo, representa la contracción del atrio derecho, que impulsa la sangre hacia el ventrículo, siendo una de las funciones de activación del modelo [4].

Para modelar el flujo eyectado de una de estas cavidades es necesaria una ecuación de movimiento (como la presentada en la Ecu. 3), que representan el comportamiento de las distintas válvulas, siendo ésta la base del presente trabajo. La válvula aórtica se modela como:

$$L_{aov} \frac{d}{dt} Q_{aov}(t) + R_{aov} Q_{aov}(t) = S_{ao} (P_{iv}(t) - P_{sa}(t)) \quad (3)$$

donde, el flujo a través de la válvula depende del diferencial de presión antes y después de la válvula y del índice de apertura de la misma ( $S_{ao}$ ); variando según la resistencia que presente la válvula al flujo ( $R_{aov}$ ) y la inercia del fluido al atravesar la misma ( $L_{aov}$ ).

En el presente estudio se utilizaron distintos modelos para representar a las válvulas con el fin de analizar la variación en el comportamiento del sistema cardiovascular que produce la implementación de dichos modelos.

**Modelo simple.** Está constituido únicamente por dos estados o posiciones de la válvula, abierto y cerrado, con lo cual el índice de apertura se define como:

$$S_{ao} = \begin{cases} 1 & \text{si } P_{iv} \geq P_{sa} \\ 0 & \text{si } P_{iv} < P_{sa} \end{cases} \quad (4)$$

**Modelo escalonado.** Se asume un valor intermedio de apertura (Ecu. 5),

$$S_{ao} = \begin{cases} 1 & \text{si } T_{fa} < t < T_{ica} \\ K_e & \text{si } K_e (T_{ica} - T_{fa}) < t < T_{ica} \text{ ó } T_{ica} < t < (1 - K_e) (T_{ica} - T_{fa}) \\ 0 & \text{si } K_e (T_{ica} - T_{fa}) < t < T_{fa} \text{ ó } (1 - K_e) (T_{ica} - T_{fa}) < t < T_{fa} \end{cases} \quad (5)$$

donde el tiempo de inicio y fin de la apertura ( $T_{ia}$  y  $T_{fa}$ ) y del cierre ( $T_{ic}$  y  $T_{fc}$ ) son específicos para cada válvula y donde  $K_e$  es un valor constante entre 0 y 1, representando la magnitud y posición del escalón.

**Modelo lineal.** El índice de apertura varía linealmente a partir de tiempos de inicio de cierre ( $T_{ic}$ ) y de apertura ( $T_{ia}$ ) de cada una de las válvulas. En la Ecu. (6) se plantea el índice de apertura para la válvula aórtica según este modelo.

$$S_{ao} = \begin{cases} \frac{t - T_{iaa}}{T_{faa} - T_{iaa}} & \text{si } P_{lv} \geq P_{sa}, \\ 1 + \frac{t - T_{iaa}}{T_{faa} - T_{iaa}} & \text{si } P_{lv} < P_{sa}, \end{cases} \quad (6)$$

**Modelo de 5 factores.** Simula el proceso de apertura y de cierre valvular para el cálculo del ángulo de las valvas de cada válvula, tomando en cuenta factores como el diferencial de presión antes y después de la válvula, la rigidez de la válvula, la fricción de la sangre con las válvulas, el movimiento de la sangre y los vórtices que se generan en el seno aórtico, como se pueden ver en la ecuación 7.

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \begin{cases} = k_{p,ao}(P_{lv} - P_{sa}) \cos\theta + k_{c,ao} Q_{ao} \cos\theta - k_{r,ao} \frac{d\theta}{dt} \\ \quad + k_{f,ao} Q_{ao} \operatorname{sen}\theta - k_{v,ao} Q_{ao} \operatorname{sen}2\theta, & Q_{ao} \geq 0, \\ = k_{p,ao}(P_{lv} - P_{sa}) \cos\theta + k_{c,ao} Q_{ao} \cos\theta - k_{r,ao} \frac{d\theta}{dt} \\ \quad + k_{f,ao} Q_{ao} \operatorname{sen}\theta, & Q_{ao} < 0, \end{cases} \quad (7)$$

Cada uno de estos factores tiene una relación directa con el ángulo de apertura de las valvas, las cuales se pueden ajustar, con sus respectivas constantes, dependiendo de las condiciones presentes. El primer y segundo término en la Ecu. (4), modelan los efectos del diferencial de presión y del movimiento de la sangre en el desplazamiento de la válvula, respectivamente, tomándose que son proporcionales en la dirección tangencial al flujo, mientras que el roce de la sangre con las valvas es proporcional al flujo en su propia dirección (tercer término) y la influencia de la flexibilidad de la valva depende de la velocidad angular de la misma (cuarto término). Por último, los vórtices en el seno aórtico tienen su mayor efecto en la posición media de las valvas, al conjugarse la alta velocidad de la sangre con un amplio espacio en la zona de formación de los vórtices, y siendo inexistente en el proceso de cierre de la válvula.

A partir del cálculo de este ángulo se define el índice de apertura (Ecu. 8).

$$S = \frac{(1 - \cos\theta)^2}{(1 - \cos\theta_{max})^2} \quad (8)$$

## 2.2 Sección arterial y de circulación periférica

La sección arterial solo consta de dos componentes, una arteria sistémica modelada con una ecuación de estado y una de movimiento, y la circulación periférica modelada con un terminal de Windkessel, constituido por tres elementos: una resistencia Rc en serie, con una resistencia Ra y un capacitor Ca en paralelo, donde siempre se cumple que Rc es la quinta parte de la suma de las dos resistencias. La ecuación constitutiva de este terminal está dada por:

$$\frac{d}{dt} Q_{sa}(t) = \frac{1}{R_c R_a C_a} \left[ R_a C_a \frac{d}{dt} (P_w(t) - P_f(t)) + P_w(t) - P_f(t) - (R_c + R_a) Q_{sa}(t) \right] \quad (9)$$

donde,  $P_w$  es la presión de entrada y  $P_c$  es la presión de salida. El terminal de Windkessel representa el paso de la sangre de las arteriolas a las vénulas, por lo que produce la mayor caída de presión en todo el sistema cardiovascular.

### 2.3 Sección venosa

Para estudiar el conjunto de venas se divide el sistema en venas superiores e inferiores, siendo necesario agregar un componente de bifurcación. Las dos divisiones están constituidas por tres componentes que representan, las agrupaciones de vénulas y de venas, y la vena cava respectiva, siendo cada una de éstas modelada por una ecuación de movimiento, una ecuación de estado y una ecuación de conservación de masa.

### 3. SIMULACIONES

Se realizaron simulaciones con los cuatro modelos de válvula cardíaca, obteniéndose curvas de presión, caudal y volumen en función el tiempo, como las mostradas en la fig. 1.

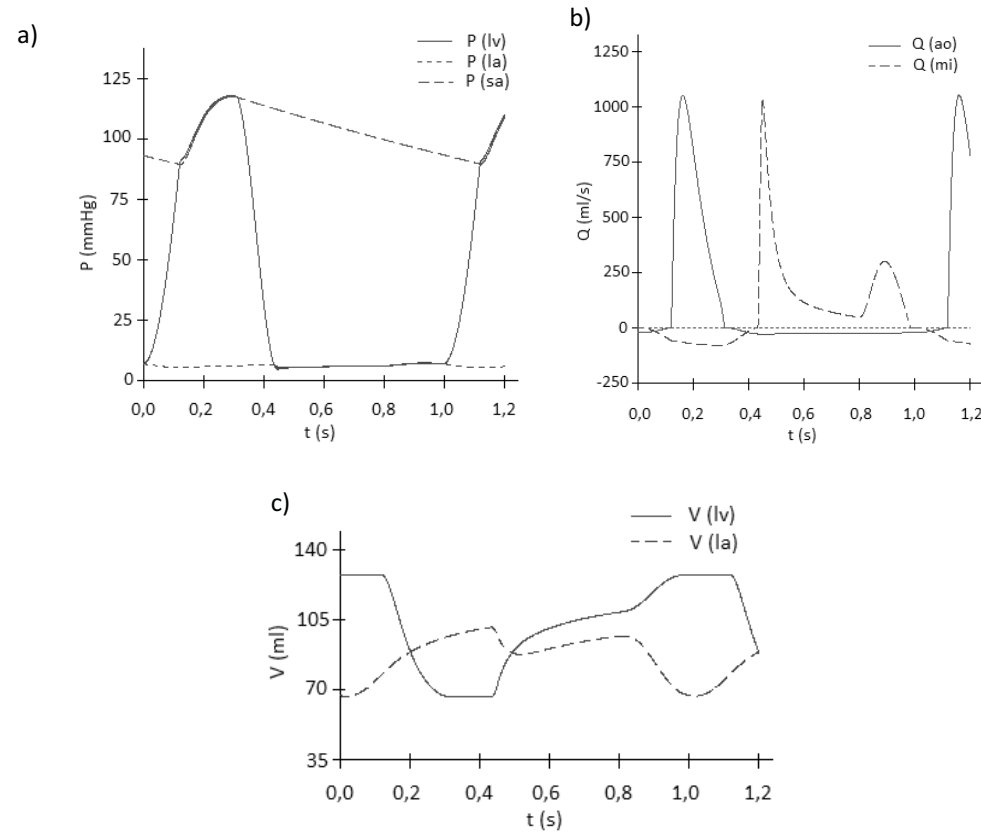


Figura 1. Respuesta del Sistema Cardiovascular con el Modelo Válvulas de 5 factores: curvas de a) Presión, b) Caudal y c) Volumen en el corazón izquierdo.

En particular se analizaron las curvas de presión del lado izquierdo del corazón (fig. 1.a), pudiéndose ver como durante la sístole la presión en la arteria permanece por debajo de la presión

del ventrículo permitiendo el vaciado del mismo; el diferencial entre estas dos presión representan las pérdidas en la válvula aórtica, siendo mayores que las pérdidas en la válvula mitral.

Así mismo, se analizaron las curvas de caudal a través de las válvulas aórtica y mitral, donde se aprecia (Fig. 1.b) como aumenta el caudal a través de la válvula aórtica al abrirse la misma durante la sístole y como, en el mismo momento, hay un flujo inverso en la válvula mitral debido a que ésta nunca se cierra herméticamente. También se puede apreciar el reflujo desde las arterias sistémicas hacia el ventrículo izquierdo durante la diástole y el aumento del flujo en la válvula mitral durante la sístole atrial.

El volumen de sangre en las cámaras del corazón izquierdo (Fig. 1.c) aumenta y disminuye con la sístole y la diástole, habiendo periodos en que el volumen en el ventrículo se mantiene relativamente constante al estar cerradas las válvulas mitral y aórtica

#### 4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Es de suma utilidad el uso de modelos de parámetros concentrados en el estudio del sistema cardiovascular y en particular de las válvulas cardíacas, al poderse analizar su funcionamiento con un bajo costo computacional. El modelo más complejo utilizado en el presente trabajo (de 5 factores), además, permitió incorporar fenómenos que no suelen ser analizados en estudios con parámetros distribuidos, como los vórtices en el seno de Valsalva o la interacción fluido-estructura asociada con el reflujo de sangre hacia un atrio o un ventrículo. El fenómeno de reflujo sanguíneo se simuló por medio de tres modelos distintos, evaluándose su efecto en el sistema cardiovascular y comparándose con los valores presentes en la literatura médica especializada [5], siendo las curvas obtenidas al implementarse el Modelo de 5 factores las que mejor se ajustan; el aspecto más resaltante de este modelo es su capacidad de describir el proceso de apertura y cierre de las válvulas de forma más detalla, dependiendo de las condiciones de presión y caudal locales.

#### REFERENCIAS

- [1]. Organización Mundial de la Salud. *Enfermedades cardiovasculares*. Nota Informativa, 2009.
- [2]. Johnny T. Ottessen, Mette S. Olufsen, Jesper K. Larsen. *Applied Mathematical Models in Human Physiology*. Primera Edición. Estados Unidos de América: SIAM, 2004
- [3]. Korakianitis, T. y Shi, Y. Numerical simulation of cardiovascular dynamics with healthy and diseased heart valves. *Journal of Biomechanics*, pp. 1964-1982, 2006.
- [4]. Fuyou Liang, Shu Takagi, Ryutaro Himeno y Hao Liu. Multi-scale modeling of the human cardiovascular system with applications to aortic valvular and arterial stenoses. *Med Bio Eng Comput*, 47:743-755, 2009.
- [5]. Mohrman, David E y Heller, Lois Jane. *Cardiovascular Physiology*. Sexta Edición. Nueva York: McGraw-Hill, 2006.

## SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DE LA HIDRODINÁMICA EN LA BAHÍA DE EL TABLAZO DEL SISTEMA HIDRÁULICO LAGO DE MARACAIBO

**Carlos D. Araujo**

**José A. Rincón**

[cdaraujo@fing.luz.edu.ve](mailto:cdaraujo@fing.luz.edu.ve)

[jose.rincon@gmail.com](mailto:jose.rincon@gmail.com)

Laboratorio de Simulación Computacional, Universidad del Zulia, Facultad de Ingeniería,  
Av. Goajira & Cecilio Acosta, Núcleo Técnico, Maracaibo 4001-A, Venezuela.

**Janett B. Flores**

[janettbfn@gmail.com](mailto:janettbfn@gmail.com)

Departamento de Hidráulica, Universidad del Zulia, Facultad de Ingeniería  
Av. Goajira & Cecilio Acosta, Núcleo Técnico, Maracaibo 4001-A, Venezuela.

**Resumen.** *El sistema Lago de Maracaibo es un estuario localizado al noroeste de Venezuela, rodeado por una cuenca hidrográfica que comprende parte de los estados Falcón, Lara, Mérida, Trujillo, Táchira, todo el Zulia y una extensión del Departamento Norte de Santander ubicado en Colombia. Todo el conjunto involucra cuatro cuerpos de agua cuyas características hidrodinámicas se encuentran estrechamente relacionadas: el Lago de Maracaibo o Saco, el Estrecho de Maracaibo o simplemente Estrecho, la Bahía de El Tablazo y el Golfo de Venezuela. Este trabajo se centra en la caracterización hidrodinámica de la Bahía de El Tablazo, la cual se ve afectada por la compleja interacción no permanente entre el Mar, el Lago, el río Limón y por la presencia de un canal de navegación para embarcaciones de gran calado. El comportamiento presentado ha sido obtenido mediante técnicas de simulación computacional empleando un modelo que resuelve las ecuaciones para aguas superficiales sobre un dominio discretizado de forma no estructurada con el método de volumen finito. Las condiciones de borde incluyen los niveles de marea en las localizaciones de interés dentro del lapso de tiempo estudiado, la descarga del río Limón y las mediciones de velocidad y dirección de los vientos locales. Los resultados mostrados permiten identificar los patrones de las Corrientes en la Bahía. Debido a la alta actividad antropogénica en la zona, el modelo obtenido puede ser empleado para inferir el transporte de sedimentos, así como, evaluar el posible impacto de futuras obras civiles sobre la hidrodinámica de la región estudiada.*

**Palabras clave:** *Hidrodinámica, Lago de Maracaibo, Bahía de El Tablazo*

## 1. INTRODUCCION

La Bahía de El Tablazo es un cuerpo de agua poco profunda de  $640 \text{ km}^2$  que forma parte del sistema hidráulico Lago de Maracaibo, ubicado al noreste de Venezuela. Haciendo referencia a la Figura 1, en su parte mas septentrional la Bahía limita con el Golfo de Venezuela mediante una cadena de islas que forman tres canales naturales o bocas denominadas: San Carlos, Cañonera y Cañonerita. La boca San Carlos es la más amplia y forma parte del canal de navegación que atraviesa la Bahía con profundidad promedio mantenida en 12 m. Hacia el este se encuentra la ciénaga Los Olivitos y por el extremo sur las playas arenosas del municipio Miranda y el Estrecho de Maracaibo. En la costa occidental se localizan las playas de los municipios Mara y Páez y la desembocadura del río Limón, mientras que en el interior de la Bahía se localizan las islas San Carlos, Toas, Pájaros, Pescaderos e islas de Perros.

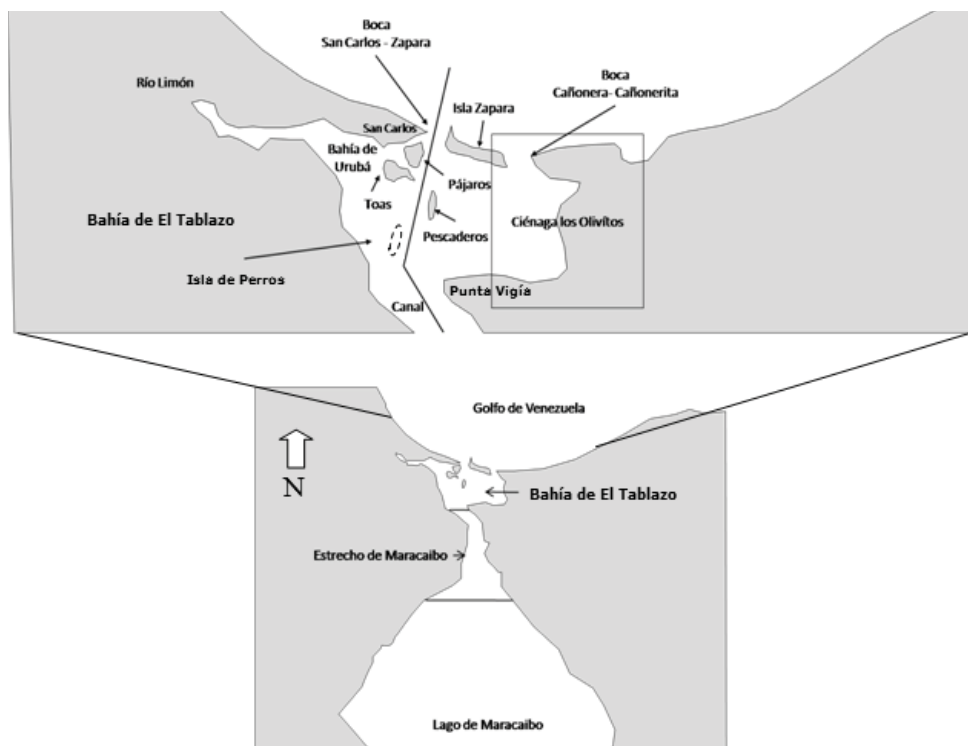


Figura 1. Bahía de El Tablazo y sus alrededores

El propósito de este trabajo es presentar una descripción de las características hidrodinámicas de la Bahía de El Tablazo, con el fin de identificar los patrones de corrientes en la zona. Debido a la alta actividad antropogénica en la Bahía, el modelo obtenido puede ser empleado para inferir sobre la dinámica del transporte de sedimentos suspendidos, así como, evaluar el posible impacto de futuras obras civiles sobre los patrones de corrientes en la región estudiada.

## 2. METODOLOGÍA

Para la construcción de la malla computacional, se analizó la información sobre la batimetría y las líneas de costas presentadas por el Centro de Datos Oceanográficos Británico [1] y la

Agencia de Administración Nacional de la Atmosfera y Océanos [2], además de las cartas náuticas del sistema Lago de Maracaibo que incluyen información sobre el canal de navegación [3]. A partir de esta información se generó una malla computacional de 16365 elementos triangulares y 9625 nodos.

Dado que aproximadamente un 25% de la Bahía tiene una profundidad menor a 1,5 m siendo el promedio 3 m [4], la misma puede ser considerada como poco profunda, y en consecuencia, el comportamiento hidrodinámico puede ser descrito a partir de las ecuaciones de Saint Venant. Éste modelo matemático supone que la distribución de presión es hidrostática y que el campo de velocidad es homogéneo en la profundidad, además puede ser resuelto usando el método de volumen finito [5].

Sobre las condiciones de borde empleadas, en el modelo se imponen las mediciones de velocidad y dirección de los vientos locales reportados por el boletín climatológico de la estación meteorológica Produsal, Ciénaga Los Olivitos (Huso 19, UTM: 238109 N, 1194189.94 S), observándose un comportamiento predominado por los vientos alisios, con un promedio anual de 5,91 m/s. Además se asigna en los bordes abiertos del modelo, los niveles de mareas correspondientes a las latitudes  $11^{\circ}6' N$  y  $10^{\circ}12' N$  que coinciden con los bordes del dominio computacional, y que fueron extraídos de un reporte de simulación para todo el sistema Lago de Maracaibo usando el modelo MIKE3 [6]. Finalmente, se imponen los niveles de descarga del río limón, con un caudal promedio  $46,14 \text{ m}^3/\text{s}$  y una desviación estándar  $54,63 \text{ m}^3/\text{s}$ . Es importante resaltar que todos los datos antes señalados corresponden a información simultánea documentada durante todo el año 1998, y dado que no existe reportes más recientes que cumplan con esta característica, los resultados presentados deben ser entendidos bajo un enfoque retrospectivo evolutivo.

A fin de definir los casos de estudio, es necesario señalar que los cambios de mareas no ocurren de forma simultánea en toda la extensión de la Bahía, por lo que se produce un movimiento complejo de las aguas. Por tal motivo, a fin de establecer un marco de referencia único, se selecciona el comportamiento observado en la estación Malecón ubicado en la boca San Carlos-Zapara, para definir los escenarios de marea alta, descendente, baja y ascendente.

### 3. CASOS DE ESTUDIO

A continuación se presentan los resultados obtenidos con el modelo bajo los escenarios de marea alta, descendente, baja y ascendente, referidas a la estación Malecón.

#### 3.1. Patrón de corrientes en marea descendente y baja

En la Figura 2 se presenta el patrón de corrientes típico para los escenarios de marea descendente y baja. Los vectores mostrados indican la magnitud y dirección de la velocidad promediada en la profundidad. Los resultados muestran corrientes salientes desde la Bahía de El Tablazo hacia el Golfo de Venezuela a través de las bocas de San Carlos, Cañonera y Cañonerita. En cuanto a la descarga del río Limón por el noroeste, ésta se incorpora parcialmente al flujo saliente que circula sobre el canal de navegación en sentido sur-norte. El resto se mueven en sentido norte-sur sobre la costa occidental de la Bahía hasta alcanzar la zona del Estrecho, donde conjuntamente con la corriente procedente de la costa oriental, dan lugar a un movimiento de las aguas hacia el Lago. El efecto neto que produce este comportamiento es el vaciado de la Bahía.

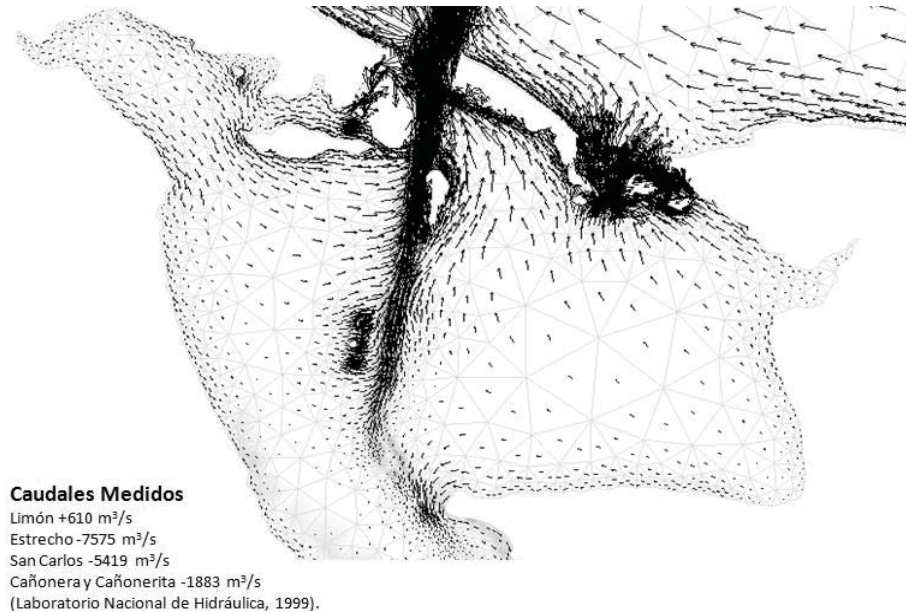


Figura 2. Patrón de corrientes típico en marea descendente y baja

La predicción obtenida se compara con las mediciones de caudales en los extremos abiertos de la Bahía también mostradas en la Figura 2 [7]. En estas mediciones, se consideran caudales positivos a aquellos que tienen un flujo entrante a la Bahía. Como se puede observar, existe una correspondencia entre el comportamiento predicho por el modelo numérico y los resultados de campo. Por otra parte, se debe señalar que bajo el escenario de marea baja el patrón de corriente se mantiene. Los caudales en los extremos abiertos de la Bahía cambian en magnitud pero no en sentido. El efecto del cambio de marea descendente a marea baja solamente logra acentuar la zona de baja velocidad observada cerca del primer cruce del canal y en la frontera entre la Bahía y el Estrecho.

### 3.2. Patrón de corrientes en marea ascendente

En la Figura 3 se presenta el patrón de corrientes típico para el escenario de marea ascendente. Nuevamente los resultados muestran corrientes salientes desde la Bahía de El Tablazo hacia el Golfo de Venezuela mediante las bocas de San Carlos, Cañonera y Cañonerita. Sin embargo, el cambio de marea baja a marea ascendente produce la inversión de la corriente en el estrecho que ahora se mueve en dirección sur-norte, extendiéndose sobre el canal de navegación y hacia la desembocadura del río Limón. El efecto neto esperado bajo este escenario es el llenado de la Bahía.

Al igual que en el caso anterior, las mediciones de campo que se muestran sugieren un comportamiento semejante al predicho por el modelo numérico. Nótese que aunque no se dispone de información en boca Cañonera y Cañonerita, su participación es mucho menor que la de la boca San Carlos, donde ocurre una leve disminución del nivel de descarga respecto al escenario de marea descendente. De mantenerse esta tendencia en Cañonera y Cañonerita, no debería esperarse que el caudal a través de esta frontera cambie la tendencia de llenado de la Bahía.



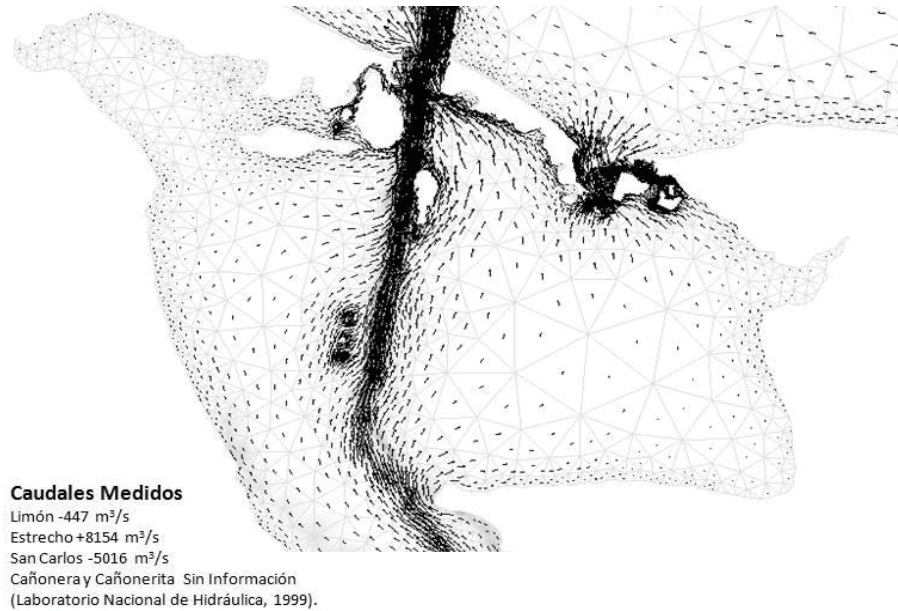


Figura 3. Patrón de corrientes típico en marea ascendente

### 3.3. Patrón de corrientes en marea alta

En la Figura 4 se presenta el patrón de corrientes típico para el escenario de marea alta. Bajo este escenario se observan corrientes entrantes en las bocas de San Carlos, Cañonera y Cañonerita.

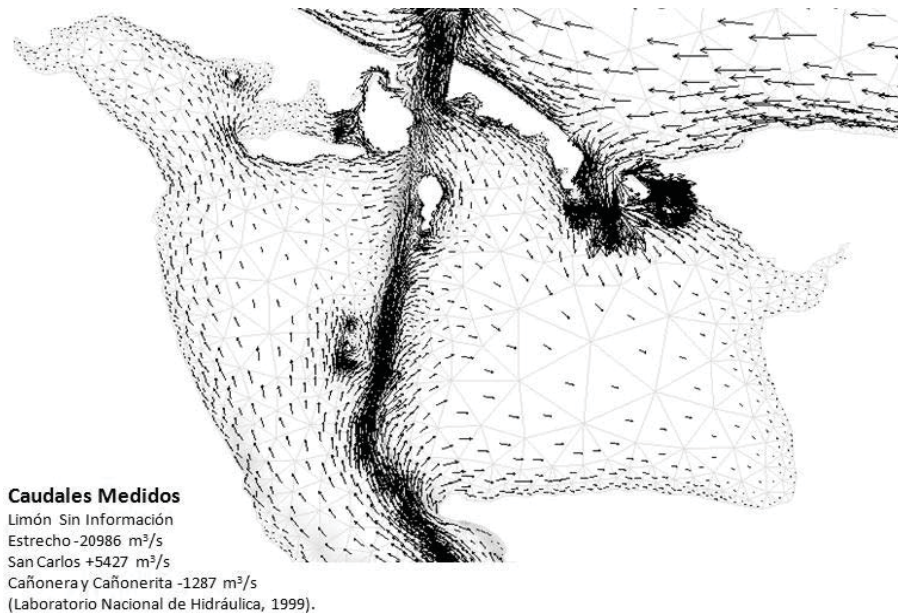


Figura 4. Patrón de corrientes típico en marea alta

Como se puede observar, el cambio de marea ascendente a marea alta no afecta el movimiento de las aguas en el Estrecho, las cuales se mantienen en dirección sur-norte,

conduciendo a un efecto neto de llenado de la Bahía. Ahora bien, en este caso las mediciones de campo mostradas no guardan relación con los resultados del modelo numérico. Como se puede observar, existe un conflicto en el sentido de las corrientes en boca Cañonera, Cañonerita y en el Estrecho. Las mediciones de campo sugieren que en tales bordes ocurre flujo saliente en marea alta mientras que en la boca San Carlos ocurre flujo entrante. No obstante, el comportamiento medido parece poco probable debido a la forma como se propaga la marea en el Golfo, la cual proviene en dirección noreste, alcanzando en primer lugar las bocas Cañonera y Cañonerita en vez de la boca San Carlos. Por otra parte, un flujo saliente en el Estrecho implicaría una inversión de la corriente que no es consistente con el comportamiento observado en marea ascendente. Las discrepancias señaladas pueden deberse al hecho de que los valores de caudales obtenidos en las campañas de aforos no corresponden a mediciones simultáneas [7].

Finalmente, desde el punto de vista cualitativo, los resultados obtenidos por el modelo numérico son consistentes, en vista de que los escenarios de marea baja y descendente conducen a un vaciado de la Bahía, mientras que en marea alta y ascendente se produce un llenado de la misma. Además, el patrón de corrientes en marea alta coincide con lo reportado en trabajos previos [4].

#### 4. CONCLUSIONES

Sobre la base de los resultados presentados se concluye que el modelo numérico es capaz de predecir el patrón de corrientes en la Bahía de El Tablazo de forma satisfactoria, observándose correspondencia entre los resultados obtenidos y los reportados por otros autores en trabajos previos.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1].NOOA. (2010). National Oceanic and Atmospheric Administration. Acceso el 1 de 11 de 2010, disponible en <http://www.noaa.gov/>
- [2].GEBCO. (2010). General Bathymetric Chart of the Oceans. Acceso el 1 de 11 de 2010, disponible en <http://www.gebco.net>
- [3].Costas de Venezuela, O. (2010). Costas de Venezuela. Acceso el 1 de Septiembre de 2010, disponible en [http://www.costadevenezuela.org/wordpress/?page\\_id=7](http://www.costadevenezuela.org/wordpress/?page_id=7)
- [4].Bautista, S. *Proceso de Salinización del Lago de Maracaibo*. ICLAM/CORPOZULIA, 1997.
- [5].Cea L, Vásquez E, Puertas G. El método de volúmenes finitos aplicado a problemas de ingeniería fluvial y costera. *La Gaceta de la RSME*, Vol. 12, Num. 1, págs. 71-93, 2009.
- [6].Flores, J. *Influencia del aumento del nivel medio del mar sobre el sistema Lago de Maracaibo*. Tesis Doctoral, Universidad del Zulia, Venezuela, 2008.
- [7].Fundación Laboratorio Nacional de Hidráulico INC, *Informe Final: 1era Campaña de aforos en el canal de acceso al Lago de Maracaibo*, Caracas, 1999.

## COUPLED EVOLUTION OF DAMAGE AND FLUID FLOW IN BRITTLE ROCK: A BEM FORMULATION

**Eduardo Toledo Lima Junior**

*limajunior@lccv.ufal.br*

Technology Center, Federal University of Alagoas – Maceió, BR

**Wilson Sergio Venturini (i.m.)**

São Carlos School of Engineering, University of São Paulo – São Carlos, BR

**Ahmed Benallal**

*benallal@lmt.ens-cachan.fr*

Mechanics and Technology Laboratory, ENS/Cachan – Cachan, FR

**Abstract.** *This paper deals with the numerical analysis of brittle rocks, which are taken as a poro-elastic domain, in full-saturated condition, based on the Biot's Theory. The solid matrix of this porous medium is considered to be susceptible to isotropic damage occurrence. An implicit boundary element method (BEM) formulation, based on time-independent fundamental solutions, is developed and implemented to couple the fluid flow and two-dimensional elastostatics problems. The integration over boundary elements is evaluated by a Gauss procedure. A semi-analytical scheme for the case of triangular domain cells is followed to carry out the domain integrals. The non-linear problem is solved by a Newton-Raphson procedure. A geomechanical problem is analyzed in order to illustrate the efficiency of the implemented formulation.*

**Keywords:** Porous Media, Isotropic Damage, BEM

### 1. INTRODUCTION

The study of porous materials is extremely relevant in several areas of knowledge, such as soil and rock mechanics, contaminant diffusion, biomechanics and petroleum engineering. The mechanics of porous media deals with materials where the mechanical behavior is significantly influenced by the presence of fluid phases. The response of the material is highly dependent on the fluids that flow through the pores. Biot [1] was the first to propose a coupled theory for three-dimensional consolidation, based on the Terzaghi's studies on soil settlement [2]. This thermodynamically consistent theory is described in the book by Coussy [3], who improved significantly the knowledge on poromechanics. Cleary [4] presented the fundamental solutions to porous solids, representing the first contribution on integrals equations applied to this kind of problems. In the field of Continuum Damage Mechanics (CDM), which deals with the load

carrying capacity of solids whose material is damaged due to the presence of micro-cracks and micro-voids, one can count on a wide range of models already developed. CDM was originally conceived by Kachanov [5], to analyze uniaxial creeping of metals subjected to high-order temperatures. Lemaitre [6] contributed significantly to the field. In this work, we use the model of Marigo [7], who presented a scalar isotropic model for brittle and quasi-brittle materials. One of the first applications of BEM to damage mechanics reported in the literature is Garcia *et al.* [8]. Some aspects on the numerical analysis of porous media experiencing damage are found in Cheng & Dusseault [9] and Selvadurai [10]. A more detailed review on the subjects treated above can be found in Lima Junior *et al.* [11]. In the numerical methods scenario, BEM appears as an interesting choice for obtaining numerical solutions in various engineering applications. In this paper, a non-linear set of transient BEM equations is developed to deal with isotropic-damaged porous media. The Lagrangean kinematic description is adopted. Marigo's damage model is applied with a local evaluation. Regarding the BEM numerical procedure, the integration over boundary elements is evaluated by using numerical Gauss procedure. A semi-analytical scheme for the case of triangular domain cells is followed to carry out the domain integrals. A Newton-Raphson procedure is applied to solve the non-linear system, with a consistent tangent operator.

## 2. GOVERNING EQUATIONS

The following free energy potential is considered,

$$\rho\psi(\varepsilon_{kj}, D, \phi - \phi_0) = \frac{1}{2}(1-D)\varepsilon_{kj}E_{ijklm}^{\text{dr}}\varepsilon_{lm} + \frac{1}{2}b^2M \text{Tr}(\varepsilon_{kj})^2 + \frac{1}{2}M(\phi - \phi_0)^2 - bM(\phi - \phi_0)\text{Tr}(\varepsilon_{kj}) \quad (1)$$

where the constants  $M$  and  $b$  represent the Biot modulus and Biot coefficient of effective stress, respectively. In full-saturated condition, the Lagrangean porosity  $\phi$  measures the variation of fluid content per unit volume of porous material. The bulk density is described by  $\rho$ .  $E_{ijklm}^{\text{dr}}$  represents the isotropic drained elastic tensor.  $\varepsilon_{jk}$  denotes the strains in the solid skeleton. Assuming isotropic case, the damage is represented by the scalar-valued internal variable  $D$ , taking values between zero (sound material) and one (complete degradation). The initial porosity field is indicated by  $\phi_0$ . The derivatives of energy potential with respect to the internal variables lead to the associate variables: total stress  $\sigma_{jk}$ , pore-pressure  $p$  and the force  $Y$  conjugated to  $D$ .

$$\sigma_{jk} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{jk}} = (1-D)E_{ijklm}^{\text{dr}}\varepsilon_{lm} + bM \left[ b\text{Tr}(\varepsilon_{jk}) - (\phi - \phi_0) \right] \delta_{jk} \quad (2)$$

$$(p - p_0) = \rho \frac{\partial \psi}{\partial (\phi - \phi_0)} = M \left[ (\phi - \phi_0) - b\text{Tr}(\varepsilon_{jk}) \right] \quad (3)$$

$$Y = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial D} = \frac{1}{2}\varepsilon_{jk}E_{ijklm}^{\text{dr}}\varepsilon_{lm} \quad (4)$$

Using equations (2) and (3) the total stress tensor is written as

$$\sigma_{jk} = E_{ijklm}^{\text{dr}}\varepsilon_{lm} - DE_{ijklm}^{\text{dr}}\varepsilon_{lm} - b(p - p_0)\delta_{jk} \quad (5)$$

from which it is seen that it includes three different contributions, being the first one the effective stress  $\sigma_{jk}^{\text{ef}}$ , acting on the grains of the solid matrix, and the second one the stress due to damage

$\sigma_{jk}^d$ , besides the fluid pore-pressure term. In addition to the state laws given above, it is necessary to define a damage criterion. In Marigo's model it takes the form:  $F(Y, D) = Y - \kappa(D)$ . The term  $\kappa(D)$  represents the maximum value of  $Y$  reached during the loading history, and is adopted here in its linear form  $\kappa(D) = Y_0 + AD$ , with  $Y_0$  and  $A$  material dependent parameters. The damage evolution becomes from the consistency condition  $\dot{F}(Y, D) = 0$ , resulting  $\dot{D} = \dot{Y}/A$ .

The fluid flow through the porous space can be described by Darcy's law. Assuming a laminar flow, this law considers a linear relationship between the flow rate and the pressure gradient:

$$v_k = k \left[ -p_{,k} + f_k \right] \quad (6)$$

In this simple isotropic version,  $k = k/\mu$  is the scalar permeability coefficient, a function of the intrinsic permeability  $k$  and the fluid viscosity  $\mu$ . The fluid body force is represented by  $f_k$ .

The fluid mass balance equation, assuming no external fluid sources, is written as:

$$\frac{d(\rho_f \phi)}{dt} + (\rho_f v_k)_{,k} = 0 \quad (7)$$

The equilibrium  $\sigma_{jk,k} + b_j = 0$  and compatibility  $\varepsilon_{jk} = 1/2(u_{k,j} + u_{j,k})$  relations, added to boundary conditions, describe the poro-elasto-damage problem, in quasi-static conditions.

### 3. INTEGRAL EQUATIONS

In order to couple the behaviour of the solid and fluid phases, two sets of integral equations are derived. The first one is related to the elastostatics problem, for which a pore-pressure field is distributed over the domain, while the other equation refers to the pore-pressure itself. In order to obtain the integral equations the Betti's reciprocity is used. The procedure is described in Lima Junior *et al.* [11], and the set of integral equations, already written in incremental form, considering time integration along an interval  $\Delta t$ , is written:

$$C_{ik} \Delta u_k(S) = \int_{\Gamma} \Delta T_k(Q) u_{ik}^*(S, Q) d\Gamma - \int_{\Gamma} T_{ik}^*(S, Q) \Delta u_k(Q) d\Gamma + \int_{\Omega} b \delta_{jk} \Delta p(q) \varepsilon_{ijk}^*(S, q) d\Omega + \int_{\Omega} \Delta \sigma_{jk}^d(q) \varepsilon_{ijk}^*(S, q) d\Omega \quad (8)$$

$$\Delta \sigma_{ij}(s) = - \int_{\Gamma} S_{ijk}(s, Q) \Delta u_k(Q) d\Gamma + \int_{\Gamma} D_{ijk}(s, Q) \Delta T_k(Q) d\Gamma + \int_{\Omega} R_{ijkl}(s, q) \Delta \sigma_{kl}^d(q) d\Omega + TL_{ij} \left[ \Delta \sigma_{kl}^d(s) \right] + \int_{\Omega} b \delta_{kl} R_{ijkl}(s, q) \Delta p(q) d\Omega + TL_{ij} \left[ b \delta_{kl} \Delta p(s) \right] \quad (9)$$

$$c(s)p(s) = - \int_{\Gamma} v_{\eta}^*(s, Q) p(Q) d\Gamma + \int_{\Gamma} p^*(s, Q) v_{\eta}(Q) d\Gamma + \frac{1}{\Delta t} \int_{\Omega} \frac{1}{M} p^*(s, q) \Delta p(q) d\Omega + \frac{1}{\Delta t} \int_{\Omega} b p^*(s, q) Tr(\Delta \boldsymbol{\varepsilon}(q)) d\Omega \quad (10)$$

The symbols  $s$ ,  $q$ ,  $S$  and  $Q$  represent the source and field points, into the domain and over the boundary, respectively.  $T_{ik}^*$ ,  $u_{ik}^*$ ,  $\varepsilon_{ijk}^*$ ,  $v_{\eta}^*$  and  $p^*$  are the fundamental solutions for tractions,

displacements, strains, flow and pore-pressure, in this order. The derivatives of the elastostatics fundamental solutions are represented by  $S_{ijk}$ ,  $D_{ijk}$  and  $R_{ijkl}$ , and  $TL_{ij}$  are the free-terms coming from the differentiation.  $\eta$  indicates the outward normal direction to the boundary.

#### 4. ALGEBRAIC EQUATIONS AND SOLUTION PROCEDURE

The numerical solution of the boundary value problem requires both the time and space discretizations. It should represent the system of equations in a discrete way along the linear boundary elements and into the triangular domain cells in order to obtain the approximate values of the variables of interest. The appropriate discretization of the integrals on (8)-(10), followed by some algebraic manipulations inherent to BEM, leads to the following system:

$$[H]\{\Delta u\} = [G]\{\Delta T\} + [Q]\{\Delta \sigma^d\} + b[Q][IK]\{\Delta p\} \quad (11)$$

$$\{\Delta \sigma\} = -[HL]\{\Delta u\} + [GL]\{\Delta T\} + [QL]\{\Delta \sigma^d\} + b[QL][IK]\{\Delta p\} \quad (12)$$

$$\{p_{(i)}\} = -[HP_{(i)}]\{p\} + [GP_{(i)}]\{V\} + \frac{1}{M\Delta t}[QP_{(i)}]\{\Delta p_{(i)}\} + \frac{b}{\Delta t}[QP_{(i)}][Tr]\{\Delta \epsilon\} \quad (13)$$

The subscript (i) refers to internal points. The influence matrices represented by  $[ \ ]$  come from the integration of the fundamental solutions and its derivatives. The variables represented by  $\{ \}$  are prescribed or unknown variables along the boundary or over the domain. After some arrangements, the system given above is written as a single one non-linear equation, whose solution is carried out by a Newton-Raphson's scheme, in which the consistent tangent operator is calculated and updated at each time increment (see Lima Junior *et al.* [11]).

#### 5. NUMERICAL EXAMPLE

The validation of the implemented formulation was presented in Lima Junior *et al.* [11], based on benchmark cases concerning poroelasticity and damage evolution. It is proposed in this paper a plane problem, as shown in Figure 1. It consists of a rectangular area, with 2 m wide and 1 m in height. A load of 20 MN is applied monotonically over 2 s, on impermeable plates placed on the top and bottom faces. The flow occurs only through the lateral faces. The b.c.c of the problem are inspired by the consolidation proposed by Mandel [12]. The constituent material is Berea sandstone (Table 1). The discretization used contains 24 boundary elements and 32 cells. The four possible material behaviors are considered, being the uncoupled elasto-damage and poroelastic cases and the coupled poro-damage regime.

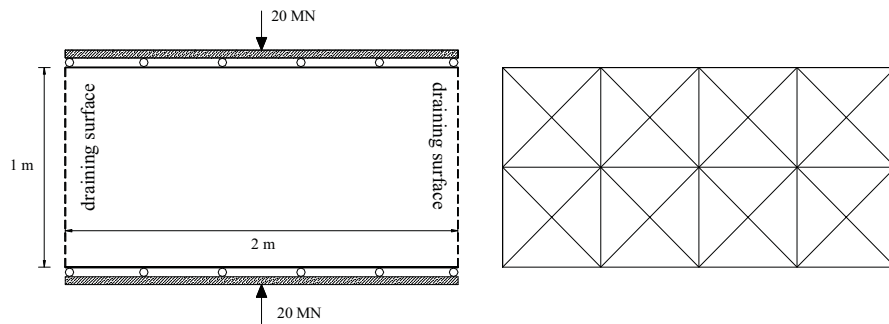


Figure 1 - Problem definition, adopted cells mesh.

Table 1 - Material parameters for Berea sandstone

Parameter	Value	Parameter	Value	Parameter	Value
G	6000 MPa	$\nu$	0.2	$\nu^u$	0.33
$K_s$	36000 MPa	$\phi_0$	0.19	$k$	$1.9 \times 10^{-13} \text{ m}^2$
		$\mu$	$1 \times 10^{-9} \text{ MPa.s}$		

The central point of the domain is taken as reference for the analysis of the problem. Initially, we observe the behavior in the vertical direction along which the load is applied. Based on the graphs concerning to damage and porodamage regimes in Figure 2a, it can be seen the influence of the fluid as mitigation in the evolution of the strains on the solid skeleton, in the presence of damage.

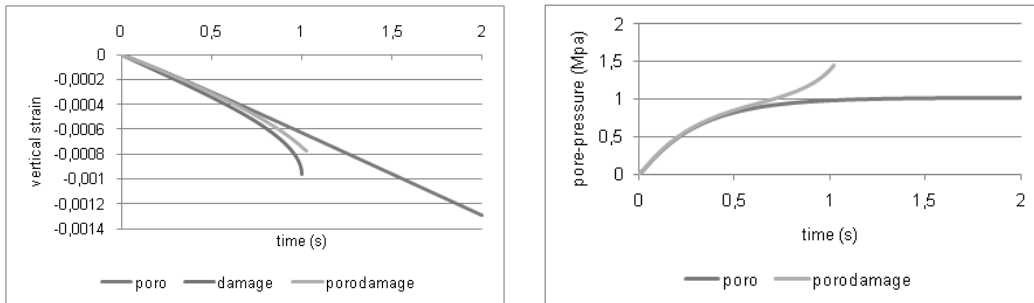


Figure 2 - a) Vertical strain evolution; b) Pore-pressure evolution; (at the central point).

The analysis of Figure 2a allows to visualize that the coupled behavior (porodamage) is governed initially by the poroelastic regime, going to suffer the effects of damage, which starts at around 0.6s analysis, accompanied by an increase of pore-pressure (Figures 2b and 3a). It can be seen that the damage initiation and its intensity, are delayed along the time, in the porodamage regime. Consider now the problem response along the horizontal direction, also measured at the center of the domain. Figure 3b shows the evolution of horizontal strain over time, considering the different behaviors. Considering that this is not the direction of load application, the effects of loading are manifested only partially in the horizontal direction, due to Poisson's effect. However, the fluid flows preferentially along horizontal direction, due to the imposed boundary conditions. The comparison between the strain curves regarding the damage and porodamage regimes in Figure 3b shows the predominance of the effects due to the presence of fluid. The horizontal strains induced in the poroelastic case are higher than those caused in the damage case over the major part of the analysis. The values of effective stress in horizontal direction are negligible, considering the b.c., and its value increases by accounting the damage in poroelastic problem.

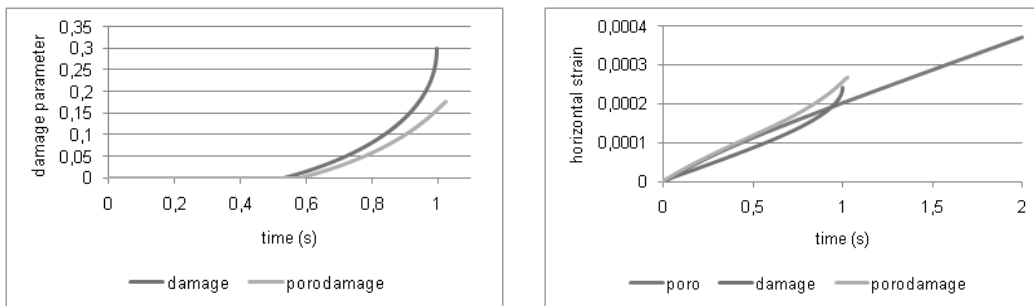


Figure 3 - a) Damage parameter evolution; b) Horizontal strain evolution; (at the central point).

Figure 4 present the evolution of the parts of stress tensor, admitting the porodamage coupled regime. The predominance of poroelastic behavior along the horizontal direction becomes clear.

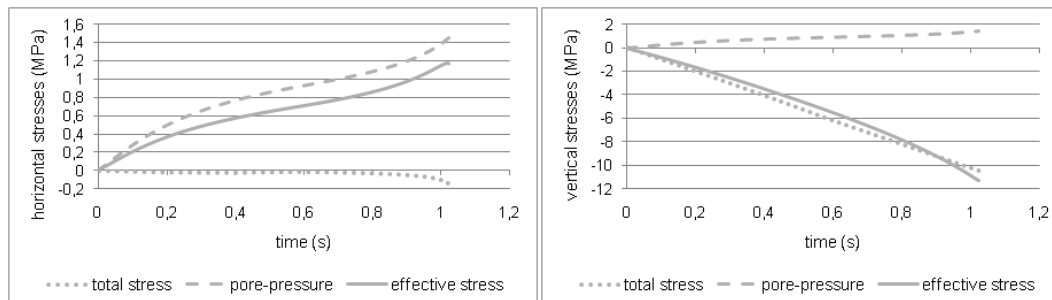


Figure 4 - a) Stress balance in horizontal direction; b) Stress balance in vertical direction; (at central point)

## CONCLUSIONS AND PERSPECTIVES

A BEM formulation to poro-elasto-damaged material was applied to a Mandel-type problem. The model has shown a reasonable level of coupling between the damage and the fluid seepage. The predominance of each process becomes clear in the two different directions. The literature, on theoretical and experimental levels, poses several questions, among which the variations that the damage state imposes on the poro-elastic parameters, specially the permeability. Some developments are being made in the model, in order to improve the solid-fluid interaction.

## REFERENCES

- [1].Biot, M.A. General theory of three-dimensional consolidation *J. Appl. Physics* **12**, 155-164, 1941.
- [2].Terzaghi, K. Die berechnung der burchlassigkeitsziffer des tones aus dem verlauf der hydrodynamischen spannungserscheinungen *Sitz. Akad. Wiss. Abt. Ila* **132**, 125-138, 1923.
- [3].Coussy, O. *Poromechanics*, Chichester: John Wiley & Sons, 2004.
- [4].Cleary, M.P. Fundamental solutions for a fluid-saturated porous solid *International Journal of Solids and Structures* **13**, 785-806, 1977.
- [5].Kachanov, L.M. Time of rupture process under creep conditions *Izv. Ak. N.* **8**,26-31,1958.
- [6].Lemaitre, J. *A course on Damage Mechanics*, Berlin: Springer-Verlag, 1992.
- [7].Marigo, J.J. Formulation d'une loi d'endommagement d'un materiau élastique *Comptes rendus de l'académie des sciences* **292**, série II 1309–1312, 1981.
- [8].Garcia, R., Florez-Lopez, J. & Cerrolaza, M. A boundary element formulation for a class of non-local damage models *Int Journal of Solids and Structures* **36**, 3617-3638, 1999.
- [9].Cheng, H. & Dusseault, M.B. Deformation and diffusion behaviour in a solid experiencing damage: a continous damage model and its numerical implementation *Int Journal Rock Mechanics, Mining Science & Geomechanics Abstracts* **30**, 1323-1331, 1993.
- [10].Selvadurai, A.P.S., On the mechanics of damage-susceptible poroelastic media *Key engineering Materials* **251-252**, 363-374, 2003.
- [11].Lima Junior, E.T., Venturini, W.S. & Benallal, A. BEM modeling of saturated porous media susceptible to damage. *Eng Analysis with Boundary Elements*, **36**, 147-153, 2012.
- [12].Mandel, J. Consolidation des sols(étude mathématique). *Geotechnique* **3**,287–299,1953.



## STRAIN LOCALIZATION ANALYSIS OF CEMENTED SANDS BY DISTINCT ELEMENT METHOD

**Mingjing Jiang**  
**Fuguang Zhang**  
**Yugang Sun**  
**Fang Liu**

*mingjing.jiang@tongji.edu.cn*

*zhangfuguang168@yahoo.cn*

*Sunyugang136@163.com*

*liufang@tongji.edu.cn*

Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, 1239 Siping Road, Shanghai, 200092, China

Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai, 200092, China

**Abstract.** This paper presents an investigation of the shear behaviour and strain localization occurring in cemented sands using distinct element method (DEM). First, a modified bond model was developed for cemented sands based on laboratory tests and then was implemented into DEM. Second, the improved code was used to perform biaxial compression tests on the cemented specimens with different bond strengths under different confining pressures. Finally, the stress-strain relationships and volumetric responses were studied together with the micromechanical responses, such as strain field, principal stress field, void ratio and broken bonds. The results show that the bonding effect alters the stress-strain relationships from strain hardening to strain softening, and changes the volumetric responses from contractive to dilative. The peak strength and the angle of friction increase with increasing bond strength. The principal stresses rotate against the shear band inclination within the shear band when the strain reaches 5%. In addition, the void ratio is larger within the shear band than outside. The broken bonds and deformation of the specimens concentrate within the shear band.

**Keywords:** Cemented sands, Strain localization, Distinct element method, Bond breakage, Shear band

## 1. INTRODUCTION

The mechanical behavior of cemented sands is significantly different from those of remolded sands employed in laboratory due to the presence of bonding materials between particles [1-5]. Since the existing constitutive models of sands were mostly established by experimental studies on remolded sands, they cannot describe the fundamental behaviour of cemented sands. Therefore, it is necessary to establish the constitutive models suitable for cemented sands in order to better describe the macromechanical behaviour and strain localization in cemented sands.

Wang and Leung [1-2] studied the unique behavior of artificially cemented sands using triaxial tests. Clough et al. [6] studied the stress-strain and volumetric responses of cemented sands under static loading. Ismail [7] found that the mechanical responses of cemented soils depend on the amount and nature of the cementing agents. However, in these studies, only the macro responses were emphasized, and the underlying mechanisms remain obscure. Meanwhile, many theoretical, experimental and numerical works were carried on strain localization. For instance, Vadoulakis et al. [8] analyzed the formation of the shear bands using 2D constitutive relation based on the Cosserat theory while the development of shear bands could not be studied. Viggiani et al. [9] found the localized deformation of granule materials but they were not able to observe the micro information such as fabric and rotation field.

The distinct element method (DEM), proposed by Cundall and Strack [10], is an effective tool which has been employed to investigate the macromechanical behaviour, strain localization, and associated micromechanisms within the cemented sands. Wang and Leung [1-2] employed DEM to model the biaxial tests of artificially cemented sands, where the bond strength was defined as a constant value in the adopted bond contact model. Jiang et al. [11] used the simple bond contact model [12] to study the shear behavior and strain localization of cemented sands. It is noted that the bond contact models adopted in the above studies were proposed based on certain hypothesis lacking experimental verification. This paper aims to modify the simple bond model based on the ideal bonded particle tests performed by Jiang et al. [13] and to implement the model into DEM for analyzing the macromechanical responses and strain localization in cemented sands.

## 2. Modified bond model for cemented sands

The mechanical tests on the idealized bonded granules are briefly described here. First, two aluminum rods with the same size were glued together by adhesive in a pre-defined mode by using the specimen preparation devices. Then, a series of mechanical tests, i.e. tension, compression, shearing and complicated stress tests, were performed on the two bonded rods without thickness. Details of the experiment are described in [13]. Fig. 1 illustrates some of the experimental findings. As shown in Fig. 1(a) and (c), the tension and shear force increase linearly with the corresponding displacement until the bond materials are squeezed out so that the tension drops to zero and the shear force drops to a constant value. The peak shear strength is found to increase with the normal force. As shown in Fig. 1(b), the compression force increases with displacement and its increasing rate is reduced due to the breakage in bonding materials.

We simplified the experimental curves in order to incorporate the findings into the simple bond model, resulting into the modified bond model. Specifically, the mechanical behavior of bonded granules subject to tension and compression was regarded as elasto-brittle-plastic and linear elastic, respectively. Since the shear curve undergoes a short-term strain-softening stage, it was simply assumed to exhibit linear elasto-brittle-plastic behavior.

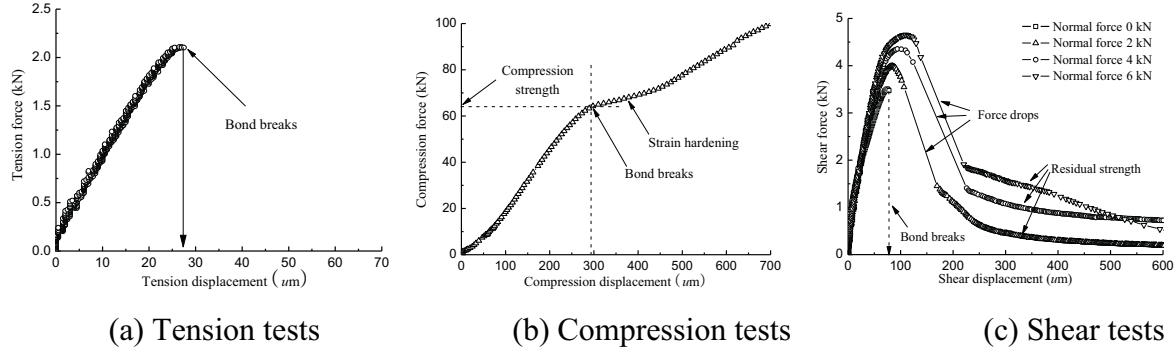


Figure 1- Measured data of bonded rods [13].

In the simple bond contact model, the shear strength is pressure dependent and increases linearly with the normal force complying Mohr–Coulomb criterion. The peak strength can be regarded as the sum of frictional and cohesive contributions, and it drops to the residual value when the bond breaks. The failure envelop (see Fig. 2) is expressed as follows:

$$R_{n,f} = R_t \quad (1a)$$

$$R_{s,r} = \mu \cdot F_n \quad (1b)$$

$$R_{s,f} = \begin{cases} R_{s,f} = R_s & (-R_t < F_n < 0) \\ R_{s,f} = R_s + \mu \cdot F_n & (0 < F_n) \end{cases} \quad (1c)$$

where  $F_n$  is normal force;  $\mu$  is frictional coefficient;  $R_{n,f}$ ,  $R_{s,f}$  and  $R_{s,r}$  are tension, peak shear strength and residual shear strength, respectively;  $R_t$  and  $R_s$  are normal and tangential bond strength, respectively.

Based on the test results, the peak shear strength increases nonlinearly with the normal force and gradually tends to coincide with the residual strength. Eq. (1c) is accordingly modified as the following in our modified model:

$$R_{s,f} = \begin{cases} R_s & (-R_t < F_n < 0) \\ R_s \cdot (1 + F_n/R_t)^{0.216} & (0 < F_n < F_{nc}) \\ \mu \cdot F_n & (F_{nc} < F_n) \end{cases} \quad (2)$$

in which,  $F_{nc}$  is the compression strength when the bonding materials break;  $R_t$  and  $R_s$  are related by  $R_s = 1.656 R_t$ . The shear strength envelopes of both models are presented in the Fig. 2.

### 3. DEM model for biaxial compression test

The modified model was implemented in DEM for a simulation of the biaxial compression test on cemented sands. Fig. 3 presents the particle distribution of the samples for DEM simulation, featuring ten different particle radii. As shown in Fig. 4, the numerical specimen is 800 mm wide and 1680mm high. The total number of sand particles is around 24,000. The input parameters for samples are summarized in Table 1. The top and bottom boundaries were simulated by rigid walls having the same normal and tangential contact stiffness as the sand particles.

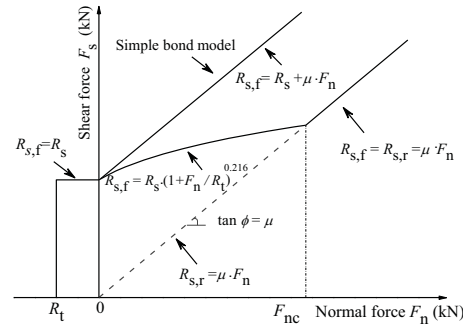


Figure 2- Strength envelope of the two models.

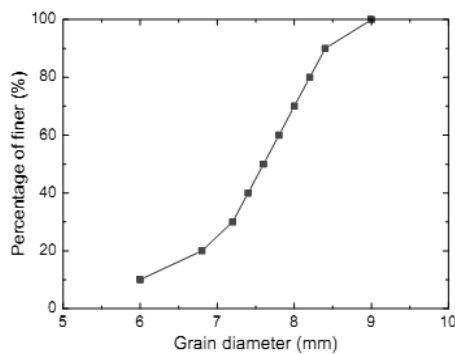


Figure 3- Particle size distribution

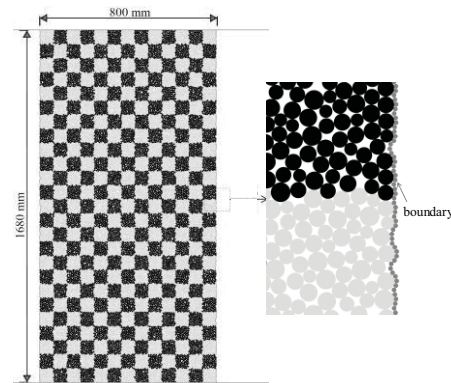


Figure 4- Specimen for DEM simulation

Table 1. Sample size and material parameters used in the DEM simulation

Parameters of samples	Value
Initial void ratio	0.265
Total number in sample	24,000
Density ( $\text{kg/m}^3$ )	2,600
Diameter (mm)	Gradation in Fig. 3
Normal contact stiffness for test (N/m)	$1.5 \times 10^8$ N/m
Tangential contact stiffness for test (N/m)	$1.0 \times 10^8$ N/m
Interparticle coefficient of friction for test	0.5
Coefficient of friction between wall and particle	0
Local damping coefficient	0.5

The sample preparation follows three procedures. First, the multilayer under-compaction method proposed by Jiang et al. [14] was used to generate the packing of particles to obtain loose and homogeneous specimens. Details on the generation procedure can be found in [14]. Then, the specimens were consolidated in 1D under a small vertical pressure of 12.5 kPa until the contacts between particles were found to be distributed uniformly within the specimen. Finally, bonds were formed at all particle contacts. After sample preparation, the specimens were vertically compressed, with the top wall moving downward and the bottom wall moving upward, both at a

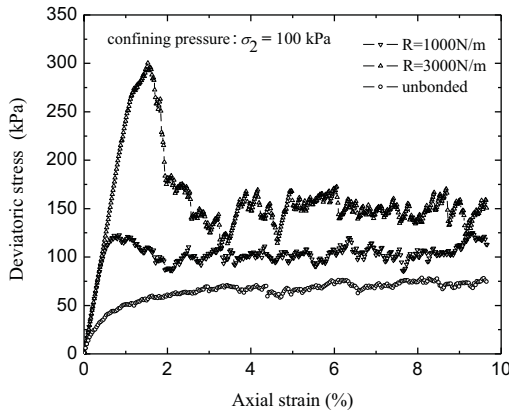
constant speed, while the lateral pressure acting on the particle membranes remained unchanged. The strain rate adopted in all the simulations was 0.1% axial strain per minute.

#### 4. Results and discussion

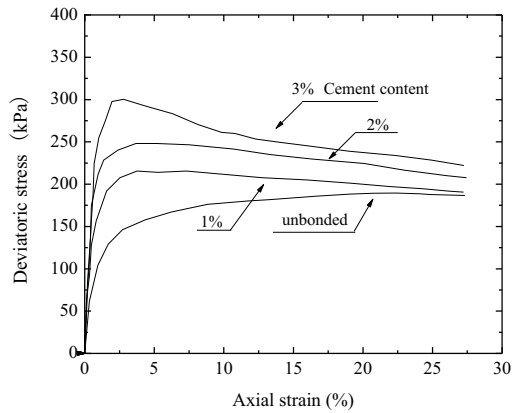
A series of biaxial compression tests were carried out on cemented specimens with different bond strengths, e.g. 0 N, 1 kN, 2 kN and 3 kN and under different confining pressures, e.g. 50 kPa, 100 kPa and 200 kPa. Due to length limit, only results from the specimen with bond strength of 2 kN/m and confining pressure of 100 kPa are presented here.

##### 4.1 Macro mechanical responses

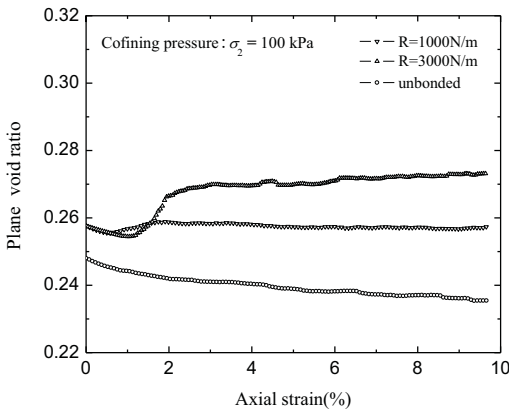
Fig. 5 provides the simulation results of macro mechanical responses of the cemented specimen as well as an unbonded specimen for comparison. It can be seen that the effect of bonding alters the stress-strain relationship and volumetric responses, which changes from strain hardening to strain softening and from contractive to dilative. In addition, the peak strength, cohesion and internal friction angle increase with the bond strength. It is evident that the results are in good agreement with the experimental results in [2]. In conclusion, the contact model can well capture the mechanical behavior of cemented sands.



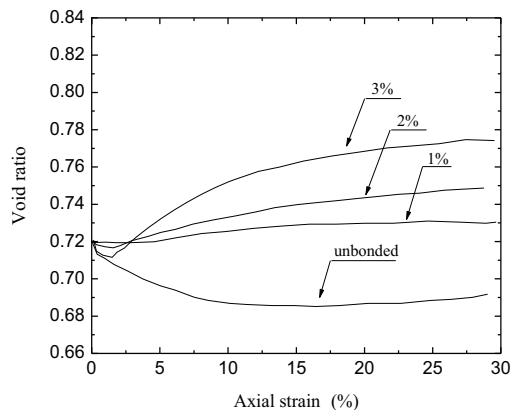
(a) Simulation results



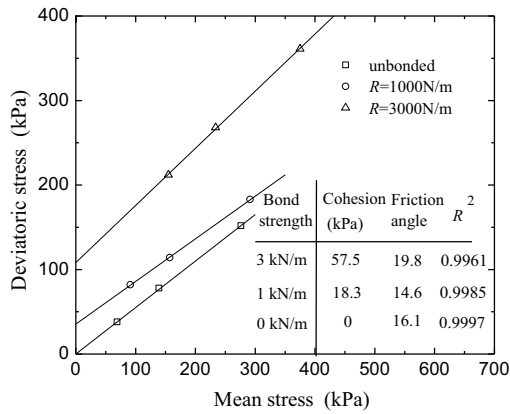
(b) Experimental results [2]



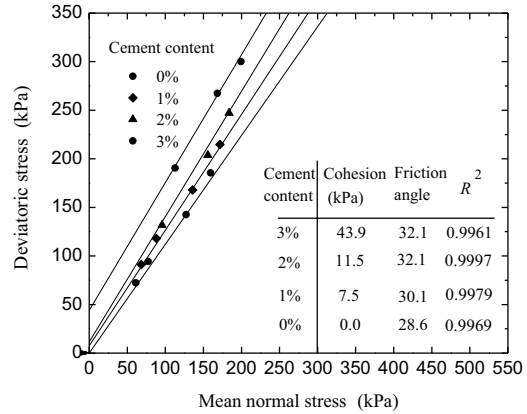
(c) Simulation results



(d) Experimental results [2]



(e) Simulation results



(f) Experimental results [2]

Figure 5- Macro responses of bonded specimens

### 4.2 Strain localization

Fig. 6 presents the micro information within the specimen. The distribution of strain field, stress field and void ratio in the specimen are homogeneous when the strain reaches 1%, where broken bonds are not found. However, when the strain reaches at 5%, it is not the case.

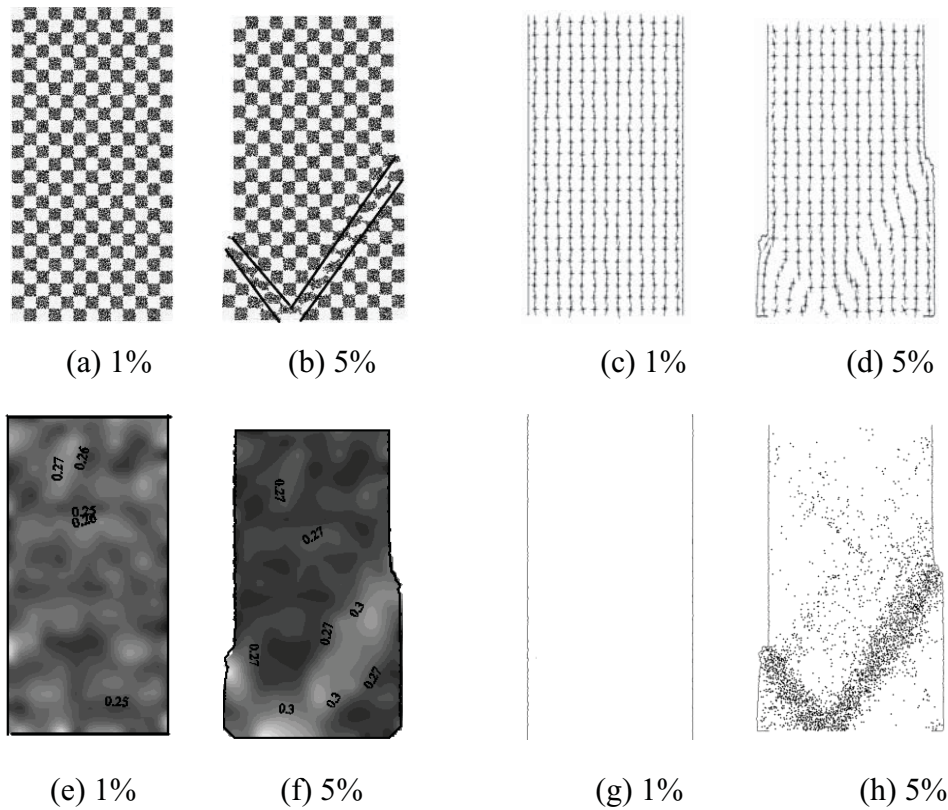


Figure 6- Micro information within the specimens (deformed specimen: (a-b), stress field: (c-d), void ratio: (e-f), broken bonds: (g-h)).

The direction of the principal stress inside the shear band rotates against the shear band inclination. The large void appears in the shear band. In contrast, those outside the shear band remained unchanged. In addition, significant deformation and a number of broken bonds can be found within the shear band.

## 5. Conclusions

This study investigated the macro and micro mechanical responses of the cemented sands using DEM, which incorporates a modified bond model based on experimental tests. The conclusions are summarized as follows:

(1) The cemented specimen exhibits pronounced strain softening and shear dilatant, in contrary to the unbonded specimen. In addition, the peak of the deviatoric stress and the angle of friction increase with the increasing of bond strength. Compared with the available experimental results, the proposed model can well capture the mechanical behaviour of cemented sands.

(2) The distributions of the strain field, the stress field and the void ratio are homogeneous when the strain reaches 1%. The broken bonds are not found in the specimen. However, when the strain reaches 5%, the large void ratio starts to appear inside the shear bands. For the stress field, the direction of the major principal stress rotates against the inclination of the shear bands. The deformation and broken bonds concentrate within the shear bands.

## *Acknowledgements*

This research was financially supported by the National Science Foundation, China, with Grant No. 10972158, China National Funds for Distinguished Young Scientists with Grant No. 51025932, Ph. D Programs Foundation of Ministry of Education of China with Grant No. 20100072110048. The authors are grateful to the reviewers for their valuable comments.

## REFERENCES

- [1]. Wang, Y. H., Leung, S. C., A particulate scale investigation of cemented sand behavior. *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 45, n. 1, pp. 29–44, 2008.
- [2]. Wang, Y. H., Leung, S. C., Characterization of cemented sand by experimental and numerical investigations. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, vol. 134, n. 7, pp. 992–1004, 2008.
- [3]. Leroueil, S., Vaughan, P. R., The general and congruent effects of structure in natural soils and weak rocks. *Geotechnique*, vol. 40, n. 3, pp. 467–488, 1990.
- [4]. Cuccovillo, T., Coop, M. R., On the mechanics of structured sands. *Geotechnique*, vol. 49, n. 6, pp. 741–760, 1999.
- [5]. Schnaid, F., Prietto, P. D. M., & Consoli, N. C., Characterization of cemented sand in triaxial compression. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, vol. 127, n. 10, pp. 857–868, 2001.
- [6]. Clough, G. W., Sitar, N., Bachus, R. C., & Rad, N. S., Cemented sands under static loading. *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 107, pp. 799–817, 1981.
- [7]. Ismail, M. A., *Strength and deformation behaviour of calcite cemented calcareous soil*. PhD thesis, University of Western Australia, 2000.
- [8]. Vardoulakis, I., Sulem, J., *Bifurcation analysis in geomechanics*. London: Blackie, 1995.

- [9].Viggiani, G., Lenoir, N., Besuelle, p., Michiel, M. D., Marello, S., Desrues, J., & Kretschmer, M., X-ray microtomography for studying localized deformation in fine-grained geomaterials under triaxial compression. *C. R. Mecanique*. vol. 332, pp. 819–826, 2004.
- [10].Cundall, P. A., Strack, O. D. L., The discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, vol. 29, n. 1, pp. 47–65, 1979.
- [11].Jiang, M. J., Yan, H. B., Zhu, H. H., & Utili, S., Modelling shear behavior and strain localization in cemented sands by two-dimensional distinct element method analyses. *Computers and Geotechnics*, vol. 38, n. 1, pp. 14–29, 2011.
- [12].Jiang, M. J., Yu, H. S., & Leroueil, S., A simple and efficient approach to capturing bonding effect in naturally microstructured sands by discrete element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 69, pp. 1158–1193, 2007.
- [13].Jiang, M. J., Sun, Y. G., Li, L. Q., Development of experimental apparatus for contact behaviour of bonded granules. *Rock and Soil Mechanics*, vol. 32, n. 1, pp. 309–315, 2011.
- [14].Jiang, M. J., Konrad, J. M., & Leroueil, S., An efficient technique for generating homogeneous specimens for DEM studies. *Computers and Geotechnics*, vol. 30, n. 7, pp. 579–597, 2003.



## ANÁLISIS DE LA DISPERSIÓN DE ONDAS SUPERFICIALES EN EL SUBSUELO DEL ÁREA METROPOLITANA DE MÉRIDA.

**Norelis Valera**

**Ivis Linares**

*nore\_22knuevo@hotmail.com*

*naivetteivisld@hotmail.com*

Escuela de Ingeniería Geológica, Universidad de los Andes.

**Milgreya Cerrada**

*milgreya@ula.ve*

Grupo de Investigaciones en Geología Aplicada, Escuela de Ingeniería Geológica, Universidad de los Andes.

**José Choy**

*choy@ula.ve*

Grupo de Geofísica, Facultad de Ciencias, Universidad de los Andes.

**Resumen.** *Se realiza un análisis de la dispersión de ondas superficiales (Rayleigh) en el área metropolitana de Mérida, con el objetivo de validar y complementar los modelos de velocidad de ondas de corte obtenidos en estudios previos de sismica de refracción. Para ello se utilizan los paquetes de softwares “Geopsy y SeisImager/SW” para el procesamiento de 58 perfiles de sismica de refracción. Este procesamiento implica la generación de las curvas de dispersión y su posterior inversión, para obtener los modelos de velocidad de la onda de corte ( $V_s$ ). Luego del procesamiento se observa que las curvas de dispersión y los modelos de velocidad de la onda de corte arrojados por ambos softwares son equivalentes, siendo esto de gran importancia ya que Geopsy es un software libre, recomendándose su utilización en estudios posteriores reduciendo así el costo del procesamiento. Además, la comparación con los resultados obtenidos en sismica de refracción demuestra que existe similitud entre ambas técnicas. El análisis de los perfiles sísmicos procesados determinan dos capas cuyas velocidades para la primera capa oscilan entre 170m/s a 425m/s con un espesor entre 3m y 11m, y para la segunda capa de 425m/s a 880m/s. Asimismo se destacan tres casos importantes ubicados en la urbanización Don Luis, terreno Campo de Oro y San Rafael de Ejido donde se observan inversiones en la velocidad de la onda de corte. La clasificación de los suelos a partir de las normas COVENIN y NEHRP muestra que en el área de estudio predominan los suelos duros o muy densos.*

**Palabras claves:** Dispersión, Ondas superficiales, Modelos de velocidad, Geopsy, SeisImager/SW.

## 1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se emplea el método de análisis multicanal de ondas superficiales (MASW) para 58 perfiles sísmicos ubicados a lo largo del área metropolitana de Mérida. Dicha área se encuentra delimitada según la poligonal del Ministerio de Desarrollo Urbano resolución N° 3001, comprendiendo una extensión territorial de 94,10 Km<sup>2</sup>, y localizada en jurisdicción de los municipios Libertador, Santos Marquina y Campo Elías. La figura 1 muestra la ubicación relativa del área de estudio y la distribución de los perfiles sísmicos en la misma.

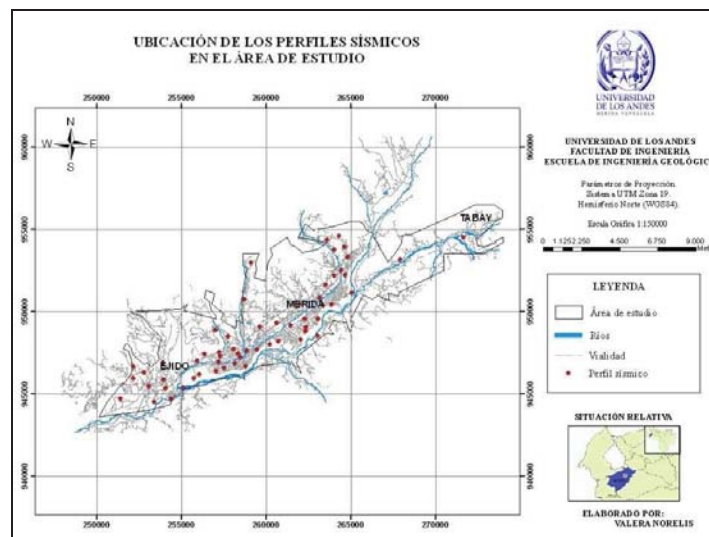


Figura 1- Ubicación de los perfiles sísmicos en el área de estudio.

## 2. METODOLOGÍA EMPLEADA EN LA TÉCNICA MASW

### 2.1. Adquisición de los datos

El Laboratorio de Geofísica de la Facultad de Ciencias proporcionó los registros de 58 perfiles sísmicos adquiridos en levantamientos convencionales de sísmica de refracción para fuentes activas en estudios realizados a lo largo del área metropolitana de Mérida durante los años 2006-2010 y recopilados en el trabajo de Cerrada y Klarica, 2010 <sup>[1]</sup>.

### 2.2. Procesamiento de los datos

Realizado a través los paquetes de software Geopsy (versión 2.7.0) el cual es un software libre (<http://www.geopsy.org> <sup>[2]</sup>) y SeisImager/SW (versión 3.14) de Geometrics que es un software comercial suministrado por el Laboratorio de Geofísica de la Facultad de Ciencias. Dicho procesamiento implica la generación de las curvas de dispersión para lo cual ambos paquetes de software utilizan métodos basados en la transformada de Fourier llevando así la señal

inicial en función del dominio del tiempo y el espacio a una función que depende de la velocidad de fase y de la frecuencia, luego a través de la inversión de la curva de dispersión se obtienen los modelos de velocidad, para esto el software Geopsy aplica el Algoritmo de *Neighbourhood* el cual es un método estocástico de búsqueda directa para encontrar modelos de datos que sean aceptables dentro de una forma multidimensional, mientras que el software SeisImager/SW emplea mínimos cuadrados.

Se hace necesario destacar que durante el procesamiento de los perfiles sísmicos se deben evaluar los efectos de campo cercano y lejano descritos por Park et al, (1999) [3]. Así también deben ser eliminadas las trazas que posean una mala relación señal-ruido para mejorar la definición de las curvas de dispersión y por consiguiente la precisión del modelo de velocidad de las ondas de corte.

### 3. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Se procesaron 58 perfiles sísmicos generándose las curvas de dispersión y los modelos de velocidad para 57 de los mismos debido a que el perfil sísmico INDEFOR presentó una mala relación señal-ruido. De los 57 modelos Vs generados 54 corresponden a modelos típicos que presentan un comportamiento normalmente dispersivo donde la velocidad de la onda de corte aumenta con la profundidad, mientras que los otros 3 corresponden a casos especiales de modelos inversamente dispersivos donde se observa que la velocidad de la onda de corte para la segunda capa es menor a la de la capa suprayacente. La Figura 2 muestra ejemplos de los tipos de modelos antes mencionados, en estos modelos se puede observar que la región encerrada entre las líneas segmentadas representa el modelo de velocidades que según el software Geopsy presenta el menor valor de error.

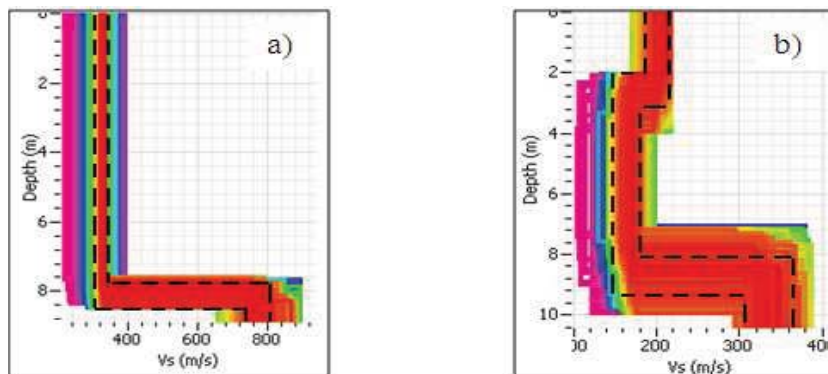


Figura 2- Ejemplos de modelos Vs generados por el software Geopsy. a) Normalmente dispersivo, b) Inversamente Dispersivo.

Se realiza una comparación a través de gráficos de regresión lineal entre los resultados ofrecidos por los paquetes de software utilizados observándose que las velocidades de la onda de corte para las diferentes capas presentes en el área de estudio son muy similares (ver figura. 3), por lo que se puede decir que en el caso de que no se cuente con el software SeisImager/SW debido a que es un software comercial se puede utilizar de manera confiable el software Geopsy reduciendo así en gran medida los costos del procesamiento. Por tal similitud se muestran en este trabajo solo los resultados ofrecidos por el software Geopsy.

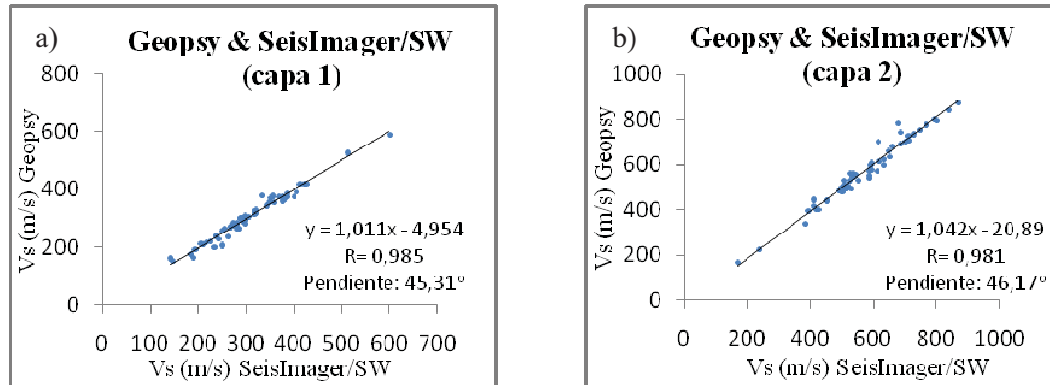


Figura 3- Gráficos de regresión lineal para las velocidades obtenidas a través de los paquetes de software utilizados. a) Velocidad de la primera capa, b) Velocidad de la segunda capa.

Se clasifica el tipo de suelo presente en el área de estudio donde de acuerdo a las normas NEHRP se puede observar que predominan los suelos tipo C que corresponden a suelos muy densos o roca blanda; mientras que la norma COVENIN clasifica los suelos de la zona de estudio para las formas espectrales S1 y S2 que corresponden a suelos duros o densos, y suelos firmes/medio densos respectivamente, predominando la forma espectral S1 para la mayoría de los casos (ver figuras. 4 y 5). El tipo de suelo obtenido por ambas clasificaciones indica que el área metropolitana de Mérida se asienta sobre un suelo firme con un buen comportamiento ante un evento sísmico.

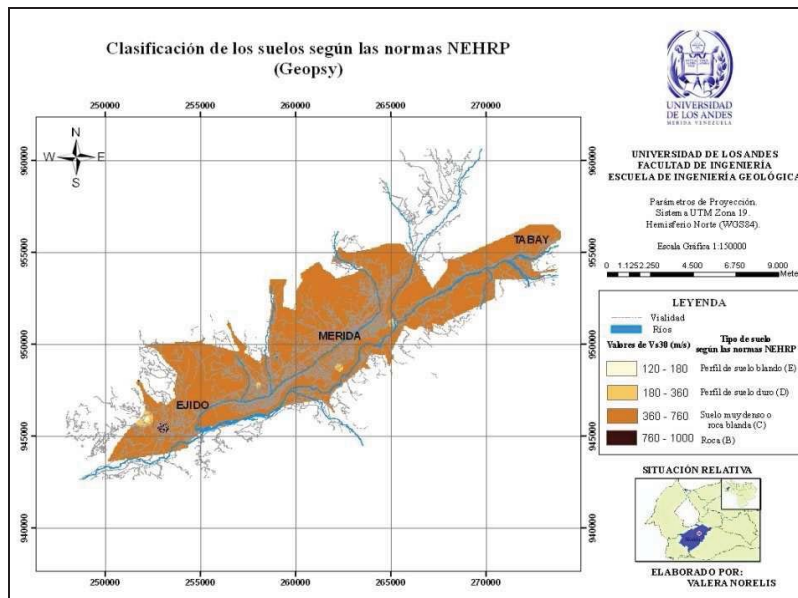


Figura 4- Clasificación de los suelos según las normas NEHRP.

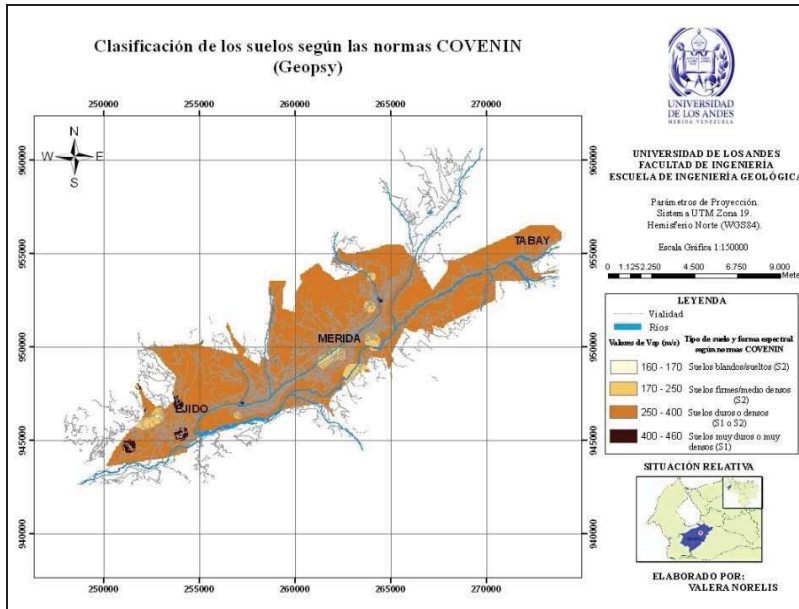


Figura 5- Clasificación de los suelos según las normas COVENIN.

Finalmente se realiza la comparación entre los resultados alcanzados por medio del análisis de la dispersión de ondas superficiales y los generados a partir de sismica de refracción en el trabajo de Cerrada y Klarica (2010), observándose que las velocidades para las ondas S para las capas más someras están entre 170m/s y 880m/s según dispersión de ondas superficiales, y entre 153m/s y 1000m/s según sismica de refracción, por lo tanto los resultados ofrecidos por ambos métodos son similares. Sin embargo se observan ciertos casos en donde los resultados de los espesores de la primera capa obtenidos por dispersión de ondas superficiales son significativamente más altos que los de sismica de refracción, dichas variaciones en el espesor se pueden deber a una limitante que presenta el método de dispersión de ondas superficiales, debido a que en el mismo se consideran las capas del subsuelo como planas y paralelas lo que trae como consecuencia que no se estimen los buzamientos de las capas detectados por sismica de refracción. Así también el método de refracción es un tanto subjetivo en la selección de las primeras llegadas de las ondas lo que genera cierta incertidumbre en los resultados de los espesores obtenidos.

En los perfiles sísmicos estudiados se destacan tres casos de especial interés que corresponden a los ubicados en la urbanización Don Luis, San Rafael de Ejido y terreno Campo de Oro, en los cuales el modelo de la velocidad de la onda de corte producido por la dispersión de ondas superficiales muestra una inversión en las velocidades de la onda S donde la segunda capa tiene una velocidad menor que la de la capa suprayacente a ella (ver figura. 6), a estos casos se debe prestar mayor atención debido a que al momento de generarse un sismo se puede producir un atrapamiento y acumulación de la energía sísmica en dichas capas, provocando así una amplificación de los movimientos del suelo (efecto de sitio). Con esta información se complementan los resultados generados por sismica de refracción tomando solo las primeras llegadas, ya que este método presenta la incapacidad de detectar esas capas de menor velocidad.

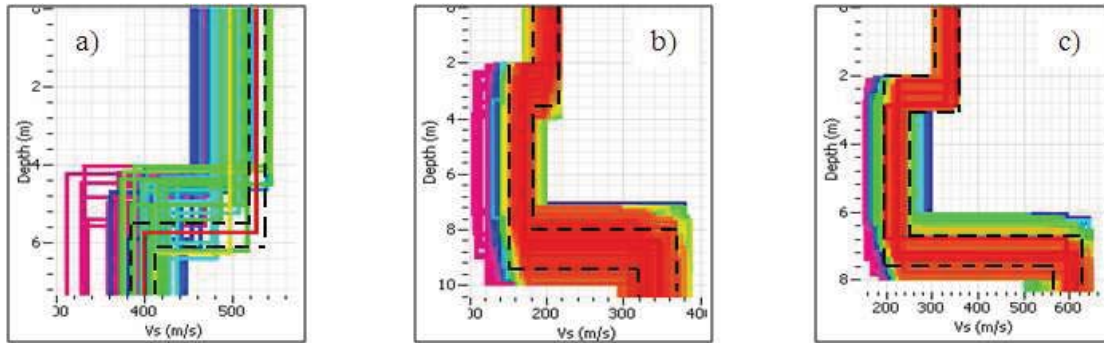


Figura 6- Modelos Vs inversamente dispersivos. a) Don Luis, b) San Rafael de Ejido, c) Terreno Campo de Oro.

#### 4. CONCLUSIONES

El área de estudio según la normas NEHRP se compone de suelos del tipo C que corresponden a suelos muy densos o roca blanda, mientras que según las normas COVENIN 1756-1:2001 “Edificaciones Sismoresistentes” predominan los suelos duros o densos (S1) notándose la relación en ambas clasificaciones, e indicando la presencia de un suelo con un buen comportamiento ante un evento sísmico.

Los resultados obtenidos para el análisis de la dispersión de ondas superficiales en la mayoría de los casos son muy similares a los resultados de sismica de refracción lo que da confiabilidad a los modelos generados por ambos métodos.

En los perfiles sísmicos ubicados en la urbanización Don Luis, terreno Campo de Oro y San Rafael de Ejido se observa una inversión en la velocidad de la onda de corte para la segunda capa, estos casos son de gran importancia en este estudio debido a que el método de sismica de refracción tomando solo las primeras llegadas no puede detectar capas de menor velocidad, por lo tanto se deben tomar en cuenta los resultados obtenidos por dispersión de ondas superficiales complementando así la información de sismica de refracción.

#### *Agradecimientos*

Al laboratorio de Geofísica de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Los Andes por suministrar información necesaria para llevar a cabo la presente investigación.

#### REFERENCIAS

- [1]. Cerrada, M., & Klarica, S., *Modelado geofísico a través de sismica de refracción utilizando la técnica del trazado de rayos, del área metropolitana de la ciudad de Mérida, Venezuela*. Modelos computacionales en ingeniería. Mérida. Venezuela. Artículo publicado. 2010.
- [2]. Software Geopsy versión 2.7.0. (<http://www.geopsy.org>) Accesado el 15 de Junio de 2010
- [3]. Park, C., Miller, R., & Xia, J., *Multichannel analysis of surface waves*. Geophysics. Volumen 64. N°3. P: 800-808, 1999.

## ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA OROGÉNESIS DEL HIMALAYA

**José Gutiérrez**

*jose.gutierrez@ula.ve*

Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Escuela Básica de Ingeniería.  
Núcleo Pedro Rincón Gutiérrez, Edificio de Ingeniería, Ala Norte, Nivel II. Mérida, Venezuela.

**Maria Elberg**

*mariael@ula.ve*

Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Geológica.  
Núcleo Pedro Rincón Gutiérrez, Edificio de Ingeniería, Ala Oeste, Nivel II. Mérida, Venezuela.

**Resumen.** *Esta investigación de tipo aplicado, tiene como objetivo principal analizar numéricamente la orogénesis del Himalaya, aplicando el Método de Elementos Finitos a través del paquete computacional ABAQUS<sup>TM</sup> [1]. La metodología utilizada se basa inicialmente en la indagación de tópicos conexos a la investigación, seguido por la etapa de análisis numérico que incluye los datos de entrada del modelo como lo son: geometría, propiedades de los materiales, condiciones de borde, cargas actuantes y mallado. La geometría de las placas tectónicas Euroasiática, Hindú y Árabe se obtiene a través de imágenes satelitales, siendo éstas fundamentales para la creación del modelo, el cual se considera hasta 100 kilómetros de profundidad, compuesto por litósfera, cuyas cargas actuantes y condiciones de borde se establecen en función de las características geológicas del borde convergente existente entre las placas Euroasiática-Hindú y Euroasiática-Árabe. La gráfica de convergencia del modelo y calibración del mallado, muestra que el valor obtenido para la variable geonumérica  $U_3$  es apropiado, lográndose su convergencia para 600 elementos. Por otra parte, en la distribución de desplazamientos  $U_3$ , se observa que el valor máximo alcanzado fue de 5660 metros, siendo éste cercano a los valores promedios de la altura de la cadena montañosa del Himalaya (6000 metros). Esta distribución y cuantificación de desplazamientos en  $U_3$ , junto con el análisis comparativo, permiten emular el origen de la cadena montañosa más imponente de nuestro planeta, el Himalaya.*

**Palabras Claves:** Calibración, Convergencia, Método de Elementos Finitos, Simulación, Himalaya.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los métodos numéricos constituyen actualmente una herramienta poderosa en la solución de problemas de ingeniería, ya que permite realizar entre sus tantos usos, análisis de estado de esfuerzo-deformación, a través del Método de Elementos Finitos (MEF).

Este trabajo de investigación de tipo aplicado, está motivado en realizar una caracterización tectónica del contacto entre las placas Euroasiática, Hindú y Árabe, a través de simulaciones numéricas empleando el MEF, y de ésta manera, observar la evolución geológica del levantamiento de la cadena montañosa del Himalaya.

## 2. OBJETIVOS

### 2.1 Objetivo General

Analizar el sistema de margen convergente durante el proceso de formación de la cadena montañosa del Himalaya mediante la aplicación del Método de Elementos Finitos.

### 2.2 Objetivos Específicos

- Recopilar la información bibliográfica y estudios preliminares.
- Acoplar las condiciones geológicas del medio a los modelos numéricos con sus respectivas geometrías y condiciones de borde que garanticen la realidad geológica del área en análisis.
- Realizar el modelo numérico 3D del contacto entre las placas Euroasiática-Hindú-Árabe.
- Analizar la convergencia de las variables geonuméricas.

## 3. UBICACIÓN

Los Himalayas se encuentran ubicados hacia la parte nororiental del planeta, cuya formación es el resultado de la interacción entre las placas tectónicas Euroasiática, Hindú y Árabe mostradas en la figura 1.

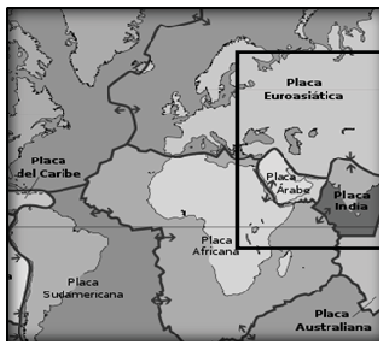


Figura 1. Ubicación de las Placas Tectónicas Euroasiática, Hindú y Árabe [2].



## 4. METODOLOGÍA

### 4.1 Estudios Preliminares

La indagación de tópicos conexos a la investigación, se inicia con lecturas que van desde las primeras ideas plateadas durante la teoría de la tectónica de placas hasta las nuevas tendencias, las cuales, están siendo consideradas como explicativas del movimiento y transformaciones a las que las placas tectónicas han estado sometidas, desde la creación de nuestro planeta a la actualidad. Adicionalmente, se debe adoptar la búsqueda de temas en los que se ha aplicado el Método de Elementos Finitos (MEF) a problemas de índole geológico, mediante herramientas computacionales como ABAQUS<sup>TM</sup>.

### 4.2 Análisis Numérico

Para iniciar el análisis se seleccionan las placas tectónicas involucradas, Euroasiática, Hindú y Árabe, y se determina en función de su comportamiento geológico actual, el tipo de margen existente, así como también, las propiedades geomecánicas de las capas composicionales de los modelos.

En este sentido, se establece que el comportamiento geológico del modelo compuesto por las placas Euroasiática, Hindú y Árabe es de tipo convergente. El modelo se considera hasta una profundidad de 100 kilómetros, es decir, compuesto por litósfera, cuyas propiedades se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Propiedades de la Litósfera [3]

Densidad ( $\gamma$ ) kg/km <sup>3</sup>	Modulo de Elasticidad (E) N/km <sup>2</sup>	Coficiente de Poisson ( $\nu$ )
3.36E12	1.62E17	0.28

Una vez definida las características generales del modelo, se elabora la geometría de cada una de las placas tectónicas que conforman el mismo (ver figura 2), utilizando como punto de partida sus imágenes satelitales [4].

Posteriormente, se establecen las condiciones de borde (CB) y cargas aplicadas (CA) al modelo, las cuales son el producto de diversas pruebas verificando los empujes de las placas en fuerza de volumen y presiones obteniendo espacios geológicos conocidos en límites naturales actuales, como alturas promedios del Himalaya.

Finalmente, se realiza el mallado compuesto por elementos C3D8R perteneciente a la librería de ABAQUS<sup>TM</sup>, es decir, elementos tridimensionales, hexaédrico, de 8 nodos, con interpolación lineal e integración reducida.

## 5. RESULTADOS

A continuación se ilustran los resultados de distribución de desplazamientos verticales ( $U_3$ ), así como también, la calibración del mallado y convergencia para el modelo de las placas Euroasiática-Hindú-Árabe, los cuales se llevaron a cabo mediante el uso de la herramienta computacional ABAQUS<sup>TM</sup> a través de la licencia del servidor del Centro Nacional de Cálculo Científico Universidad de Los Andes (CeCalCULA).

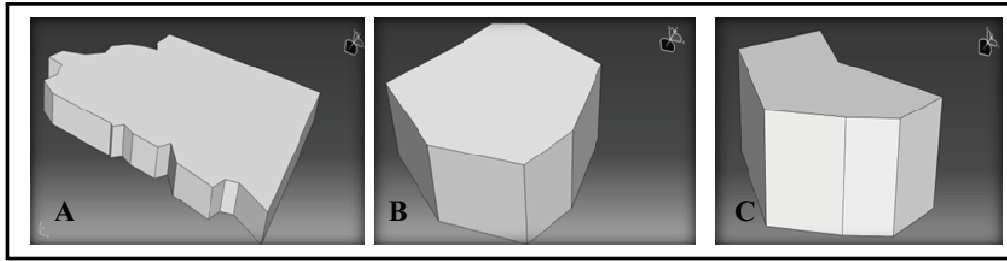


Figura 2. Geometría 3D de las Placas: A) Euroasiática, B) Hindú, C) Árabe.

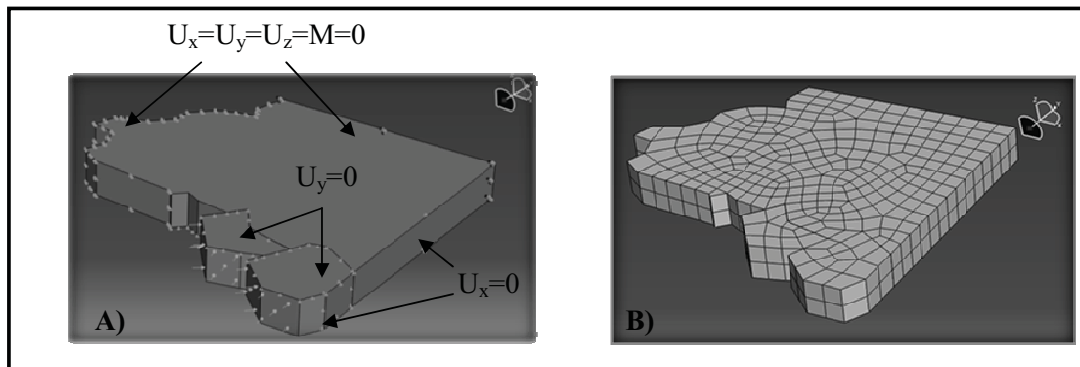


Figura 3. Placas Euroasiática-Hindú-Árabe. A) Geometría, CB y CA. B) Mallado

## 5. RESULTADOS

A continuación se ilustran los resultados de distribución de desplazamientos verticales ( $U_3$ ), así como también, la calibración del mallado y convergencia para el modelo de las placas Euroasiática-Hindú-Árabe, los cuales se llevaron a cabo mediante el uso de la herramienta computacional ABAQUS<sup>TM</sup> a través de la licencia del servidor del Centro Nacional de Cálculo Científico Universidad de Los Andes (CeCalCULA).

### 5.1 Calibración del Mallado y Convergencia del Modelo

En la figura 4, notamos como la variable  $U_3$  comienza a converger para 155 elementos ( $N_i$ ), estabilizándose en 600 elementos ( $N_j$ ), para el cual se obtuvo un valor de desplazamiento máximo en  $U_3$  de 5660 metros ( $R_c$ ). Por tal razón, se considera que la distribución de desplazamientos en  $U_3$  es apropiada.

### 5.2 Distribución de Desplazamientos

En la figura 5, se muestra el patrón de desplazamientos en  $U_3$ , alcanzándose un valor máximo aproximado de 5560 metros de altura en la zona de contacto de las placas Euroasiática e Hindú, correspondiente a la cadena montañosa del Himalaya, mientras que en la zona de

convergencia de las placas Euroasiática y Árabe, alcanzó un valor aproximado de 5000 metros de altura asociado a las Montañas del Cáucaso.

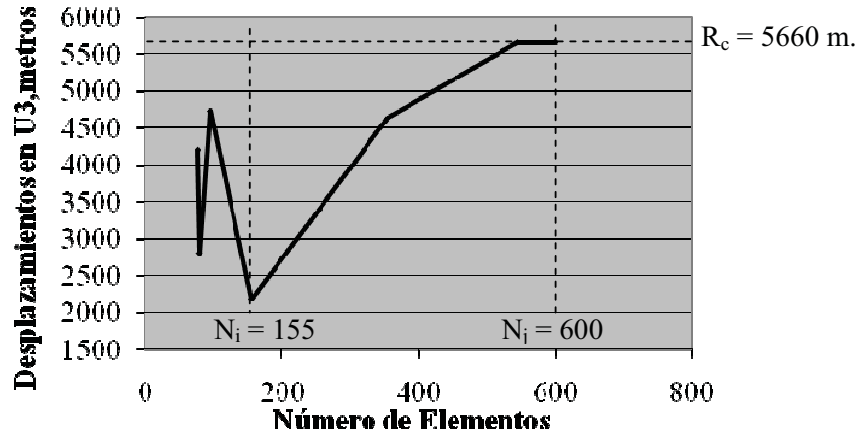


Figura 4. Convergencia del Modelo. Placas Euroasiática-Hindú-Árabe.

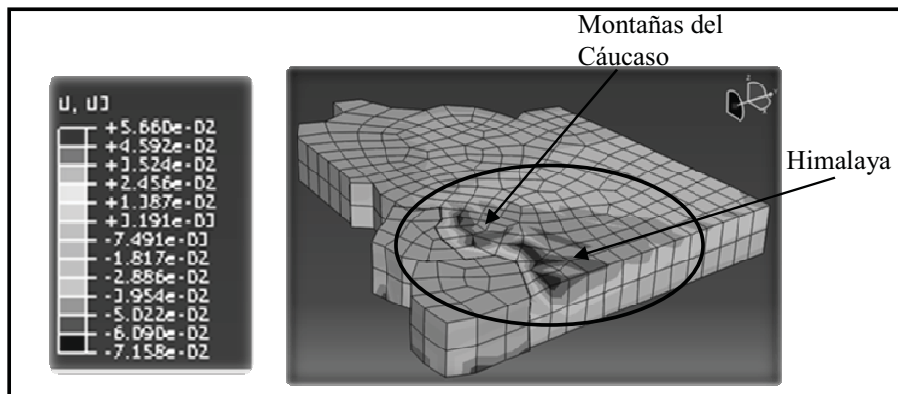


Figura 5. Distribución de Desplazamientos U<sub>3</sub> (m). Modelo Placas Euroasiática-Hindú-Árabe

### 5.3 Análisis Comparativo

Este análisis tiene como finalidad comparar la distribución obtenida para los desplazamientos U<sub>3</sub> con imágenes satelitales actuales de las placas tectónicas involucradas. En la figura 6 podemos notar que hay:

- Correspondencia en la distribución de desplazamientos verticales en U<sub>3</sub> en la zona 1-1, es decir, en el contacto entre las placas Euroasiática-Árabe, la cual corresponde a las Montañas del Cáucaso.
- Adecuada distribución de desplazamientos verticales en U<sub>3</sub> en la zona 2-2, producida en el contacto entre las placas Euroasiática-Hindú, cuya altimetría corresponde a la cadena montañosa del Himalaya.

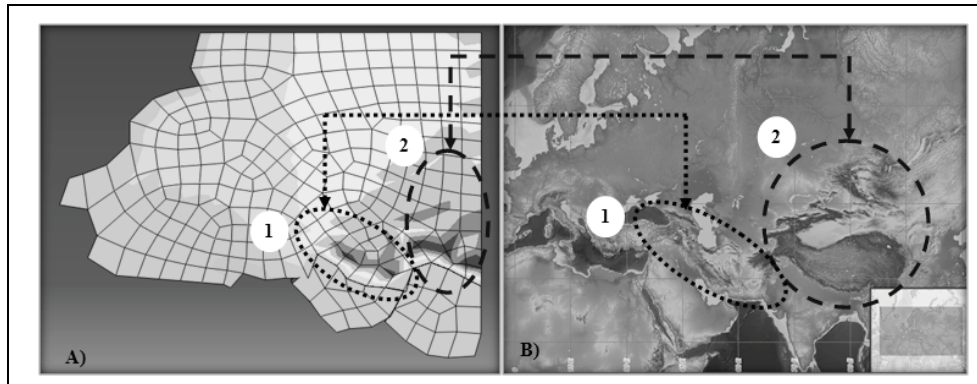


Figura 6. A: Distribución de Desplazamientos en  $U_3$ , Modelo Placa Euroasiática-Hindú-Árabe. B: Imagen Satelital de Batimetría y Altimetría de las placas Euroasiática-Hindú-Árabe [5].

## 6. CONCLUSIONES

El éxito de la aproximación de un modelo numérico depende notablemente de las condiciones de borde que se establezcan durante la etapa del pre-procesamiento, por tal razón, es importante que las mismas sean fijadas de acuerdo a las condiciones del mundo “real” del fenómeno físico a estudiar.

El valor de desplazamiento máximo en  $U_3$  obtenido para el modelo de las placas Euroasiática-Hindú-Árabe fue de 5660 metros, siendo éste cercano al valor promedio de la altura de la cadena montañosa del Himalaya, es decir, cerca de los 6000 metros.

El análisis comparativo entre la imagen satelital actualizada de las placas involucradas en el análisis y la distribución de desplazamientos  $U_3$  obtenida en el modelo de las placas Euroasiática-Hindú-Árabe permite confirmar que los valores obtenidos durante simulación de la orogénesis del Himalaya es acertada.

## 7. REFERENCIAS

- [1] Gutiérrez, J. Torres, J y Elberg, M. y Sosa, G. (2010). *Uso de elementos finitos en el análisis numérico de la formación del Himalaya por el contacto entre las placas tectónicas Euroasiática, Hindú y Árabe*. Modelos Computacionales en Ingeniería: Desarrollos Novedosos y Aplicaciones. ISBN: 978-980-7161-02-2 R. Chacón, F. León, V. Duarte, O. Verastegui (Editores). Mérida, Venezuela.
- [2] [http://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Placas\\_tectonicas\\_mapa.png](http://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Placas_tectonicas_mapa.png).
- [3] Turcotte, D. y Schubert, G (1982). *Geodynamics. Applications of Continuum Physics to geological problems*. John Wiley & Sons. United States of America.
- [4] Elberg, M. y Sosa, G. (2007). *Estudio de la energía de deformación entre las placas Suramericanas, Nazca y Caribe con la aplicación del Método de Elementos Finitos*. Ponencia presentada en las VI Jornadas Científico Técnicas de la Facultad de Ingeniería. Universidad de Los Andes. Mérida, Venezuela.
- [5] <http://www.ngdc.noaa.gov>

## DETERMINACIÓN DE LA ORIENTACIÓN DE LOS ESFUERZOS PRINCIPALES DE LA FALLA DE VALERA. ESTADO TRUJILLO. VENEZUELA

**Francisco Bongiorno**

**Norly Belandria**

**Yenny Gonzalez**

**Manuel Quintero**

*bongiorno@ula.ve*

*norlythairis@hotmail.com*

Departamento de Geomecánica. Escuela de Ingeniería Geológica. Grupo de Investigaciones en Geología Aplicada (GIGA). Universidad de Los Andes.

**Rubén Chacón**

*rdchacon@ula.ve*

Departamento de Tecnología y Diseño, Escuela de Ingeniería Mecánica, Universidad de Los Andes.

**Resumen.** *El presente trabajo determina la orientación de los Esfuerzos Principales que actúan en la Falla de Valera localizada en el estado Trujillo con el propósito de contribuir y analizar su aparición y génesis en el sector. Se requieren para la determinación de esfuerzos el rumbo y buzamiento de la Falla de Valera y de una falla conjugada a esta, con el propósito de emplear los Diagramas de disposición de Esfuerzos de Anderson en Fallas y corroborados por el análisis vectorial y por el programa Stereonett de libre uso basado en proyecciones estereográficas. Las orientaciones de los Esfuerzos Principales coinciden con la orientación los Esfuerzos Principales que dieron origen al Levantamiento de Los Andes venezolanos, donde el esfuerzo principal mayor  $\sigma_1$  tiene orientación NW-SE y el esfuerzo principal menor  $\sigma_3$  SW-NE.*

**Palabras Clave:** Esfuerzos, Falla de Valera, Deformación Andina, Análisis Vectorial.

### 1. INTRODUCCIÓN

La Falla de Valera junto con la Falla de Boconó, son la evidencia de la influencia de los esfuerzos que han sido sometidos las rocas en el Occidente de Venezuela. Al Norte y al Sur de la Ciudad de Valera, el régimen de los esfuerzos de esta falla, no presentan las mismas características tectónicas, a pesar de encontrarse prolongada un extremo del otro, se diferencian su régimen de

esfuerzos de Norte y Sur, ya que el primero es transcurrente en compresión y el segundo transcurrente en tracción [1]. Por la ubicación e importancia geográfica de la Falla de Valera, es necesario establecer la dirección de los Esfuerzos Principales a lo largo de su rumbo para contribuir al estudio de la sismicidad en proyectos de obras civiles; es por ello que se incorporan elementos y diagramas que permita estudiar, calcular e interpretar estructuralmente las condiciones que dominan el área de estudio, con la finalidad de generar un mapa de distribución de los esfuerzos principales, cuyo interés radica en corroborar la orientación de los esfuerzos en dirección de la deformación andina

## 2. METODOLOGÍA

La metodología empleada en el estudio fue dividida en 3 etapas:

### 2.1 Etapa Preliminar.

Obtención de mapas topográficos a escala 1:100.000 y 1:25.000 de Cartografía Nacional, además del mapa Geológico Estructural de la región de Valera – Agua Viva del Ministerio de Energía y Minas año 1980. Las consideraciones teóricas necesarias como los diagramas de Anderson [2] (Figura 1) son requeridos para el estudio; así mismo se genero un mapa Geológico Estructural, con el fin de ubicar las estructuras y vías de acceso para recolectar los datos requeridos para el cálculo de la dirección de los esfuerzos principales para aplicar la metodología de análisis vectorial de Esfuerzos [3], la cual se tienen como datos de inicio la orientación de las dos fallas conjugadas.

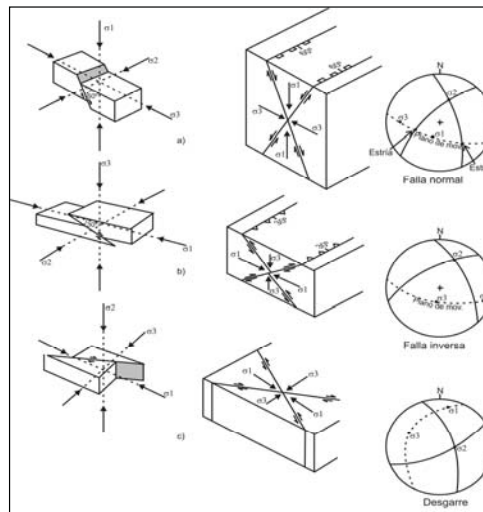


Figura 1. Diagramas de Anderson para la determinación de la dirección de los esfuerzos principales en fallas

Para calcular el esfuerzo principal intermedio, la intersección de los planos arroja como resultado una recta. De acuerdo a los diagramas de Anderson, el esfuerzo principal medio  $\sigma_2$ , coincide con la dirección de esa recta de intersección. Para obtener vectorialmente esa recta intersección, se aplica el producto vectorial entre los vectores normales de esos planos, cuyo resultado da un vector ortogonal a los dos vectores normales, que coincide con la dirección de la recta intersección a través de las siguientes ecuaciones (1) y (2):

$$V_s = \cos \alpha_s \cos \psi_s \vec{i} + \cos \alpha_s \sin \psi_s \vec{j} + \sin \alpha_s \vec{k} \quad (1)$$

$$\sin \alpha_s = Vz \quad y \quad \tan \psi_s = \frac{Vy\vec{j}}{Vxi\vec{i}} \quad (2)$$

Donde:  $V_s$  es el vector unitario que coincide con la dirección de la recta de intersección.  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$ , son las componentes del vector en la dirección i,j,k respectivamente,  $\alpha_s$  y  $\psi_s$  es el ángulo de inclinación y dirección del esfuerzo principal intermedio.

Para calcular el Esfuerzo Principal mayor  $\sigma_1$ , se toma un vector  $n$  se supone que es paralelo al esfuerzo principal mayor  $\sigma_1$ , y de acuerdo a los diagramas de Anderson, los esfuerzos principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$ , son perpendiculares entre sí. Teniendo en consideración lo antes descrito, el vector  $V_s$ , que indica la dirección de  $\sigma_2$ , perpendicular a este, debería estar el esfuerzo principal mayor  $\sigma_1$ . Para ello se emplea el producto escalar de los vectores  $V_s$  y  $n$ , posteriormente por análisis vectorial se determinan las componentes del vector  $n$  [3], y el vector unitario  $N$  y obteniéndose finalmente la ecuación (3):

$$\sin \alpha_n = Nz \quad y \quad \tan \psi_n = \frac{Ny\vec{j}}{Nxi\vec{i}} \quad (3)$$

Donde:  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N_z$ , son las componentes del vector en la dirección i,j,k respectivamente,  $\alpha_n$  y  $\psi_n$  es el ángulo de inclinación y dirección del esfuerzo principal mayor.

Para calcular el esfuerzo principal menor  $\sigma_3$ , de acuerdo a los diagramas de Anderson, si el vector  $V_s$  indica la dirección del esfuerzo principal intermedio  $\sigma_2$  y,  $N$  indica la dirección del esfuerzo principal mayor  $\sigma_1$ , al emplear el producto vectorial entre estos dos vectores, se obtiene la dirección esfuerzo principal menor  $\sigma_3$  ( $M$ ), a través de las ecuaciones (4) y (5).

$$M = \cos \alpha_m \cos \psi_m \vec{i} + \cos \alpha_m \sin \psi_m \vec{j} + \sin \alpha_m \vec{k} \quad (4)$$

$$\sin \alpha_m = Mz \quad y \quad \tan \psi_m = \frac{My\vec{j}}{Mxi\vec{i}} \quad (5)$$

Donde:  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ , son las componentes del vector en la dirección i,j,k respectivamente,  $\alpha_m$  y  $\psi_m$  es el ángulo de inclinación y dirección del esfuerzo principal menor.

## 2.2 Toma de datos en campo de la zona de estudio.

Consiste en localizar las fallas, medir su rumbo, buzamiento y movimiento, para ello se ubican una serie de estrías que permiten medirlos [4], simultáneamente las mismas se localizan en el mapa geológico base con el propósito de generar un mapa final donde se indique la posición de los esfuerzos principales y por ende la distribución de los mismos en la zona de estudio. Las fallas deben cumplir la condición que deben ser conjugadas, deben tener el mismo movimiento pero con dirección de buzamientos contrarios.

## 2.3 Procesamiento de los datos obtenidos en campo.

Se ordenan todos los datos obtenidos en campo y se jerarquizan de acuerdo al suministro de la información. Se aplica la metodología de análisis vectorial de Esfuerzos [3] y se obtienen los

primeros resultados. Los datos obtenidos en campo son procesados con el software libre Stereo32 [5], este software se basa en proyecciones estereográficas o hemisféricas (Figura 2), la cual es un método gráfico empleado para resolver problemas de Geología Estructural y Geotecnia. Los resultados obtenidos por el método analítico como por el software Stereo 32, son comparados para asegurar que el resultado final del estudio.

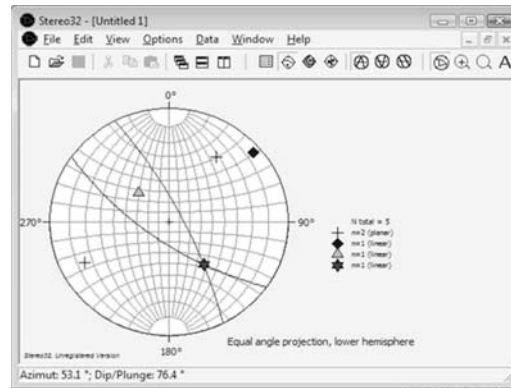


Figura 2. Pantalla generada por el software Stereo 32 para el cálculo de la dirección de los Esfuerzos Principales.

### 3. RESULTADOS

Los datos obtenidos en la etapa de campo, fueron sometidos a la metodología del análisis vectorial, a las ecuaciones mostradas anteriormente y los resultados están mostrados en la Tabla 1. El ángulo  $\psi$  indica el azimut de la dirección de buzamiento de las superficies de fallas medidos con respecto al norte; el ángulo  $\alpha$  es las direcciones de buzamientos de las superficies de fallas;  $\sigma_1$  representa la dirección del esfuerzo principal mayor;  $\sigma_2$  representa la dirección del esfuerzo principal intermedio;  $\sigma_3$  representa la dirección del esfuerzo principal menor; el ángulo  $\beta$  es el ángulo que representa la inclinación de los principales, además los sub índices numéricos que acompaña este ángulo, indica la inclinación de ese esfuerzo principal.

Tabla 1. Toma representativa de todos los datos obtenidos en el campo en las diferentes fallas.

Trazas de Falla	Plano Principal	Plano Conjugado	$\psi_1$	$\alpha_1$	$\psi_2$	$\alpha_2$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
I-II	N21°W;68°NE	N43°W;68°NE	69°	68°	47°	68°	327.916°	57.931°	237.909°	0.007°	67.369°	22.458°
I-II	N21°W;68°NE	N83°W;64°NE	69°	68°	7°	64°	126.480°	29.212°	218.458°	3.784°	62.251°	27.387°
I-II	N24°W;75°NE	N69°W;83°NE	66°	75°	21°	83°	315.412°	85.585°	223.179°	10.370°	74.154°	11.888°
I-II	N24°W;75°NE	N54°W;81°NE	66°	75°	36°	81°	323.375°	95.071°	230.773°	11.595°	72.940°	12.533°
I-II	N24°W;75°NE	N65°W;78°SW	66°	75°	204°	78°	315.877°	132.529°	223.932°	33.849°	56.206°	1.547°
I-V	N24°W;75°NE	N55°W;75°SW	66°	75°	214°	75°	319.980°	140.005°	49.989°	44.186°	45.807°	0.012°
II-IV	N27°W;77°NE	N59°W;76°SW	62°	77°	212°	76°	316.548°	137.562°	46.986°	42.843°	47.138°	0.505°
II-IV	N22°W;76°NE	N59°W;76°SW	68°	76°	211°	76°	319.439°	139.470°	49.467°	38.170°	51.906°	0.015°
II-IV	N22°W;76°NE	N45°W;73°SW	68°	76°	225°	73°	324.588°	146.489°	55.791°	53.417°	36.583°	0.916°
II-IV	N38°W;77°NE	N59°W;76°SW	52°	77°	211°	76°	310.667°	131.891°	41.508°	60.342°	37.301°	0.487°
V-II	N57°W;84°SW	N69°W;83°NE	213°	84°	21°	83°	116.452°	297.574°	207.077°	47.476°	42.531°	0.558°
V-II	N57°W;84°SW	N42°W;85°NE	213°	84°	48°	85°	310.153°	131.186°	40.539°	36.584°	53.418°	0.516°
V-II	N61°W;83°SW	N69°W;83°NE	209°	83°	21°	83°	114.954°	294.945°	24.951°	60.459°	29.538°	0.004°
V-II	N61°W;83°SW	N42°W;85°NE	208°	83°	48°	85°	307.393°	129.693°	38.006°	31.332°	58.540°	1.031°
V-II	N55°W;75°SW	N30°W;74°SW	214°	75°	240°	74°	137.553°	235.279°	46.894°	2.235°	73.740°	15.902°
V-II	N35°W;81°SW	N54°W;81°NE	235°	81°	36°	81°	135.505°	315.527°	45.526°	43.789°	46.220°	0.011°
V-II	N35°W;81°SW	N69°W;83°NE	234°	81°	21°	83°	127.931°	305.373°	37.443°	26.359°	63.637°	1.031°
V-II	N35°W;81°SW	N65°W;78°SW	234°	81°	204°	78°	307.986°	190.472°	39.088°	5.797°	77.959°	10.894°
V-II	N35°W;81°SW	N60°W;82°SW	234°	81°	209°	82°	131.638°	236.514°	41.273°	2.350°	81.115°	8.685°



Los datos que fueron sometidos para obtener los resultados en el análisis vectorial, fueron procesados por el software Stereo32, en la Figura 3 muestra los resultados de cada plano principal y conjugado de las fallas, la Figura 2 indica la proyección estereográfica.

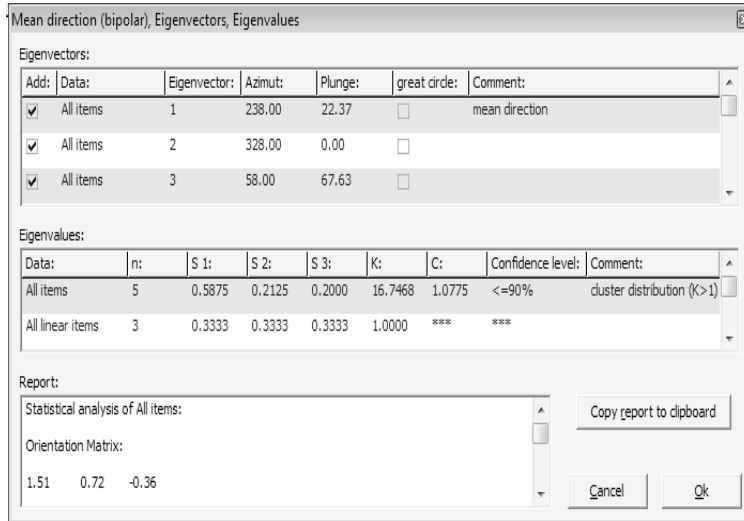


Figura 3. Pantalla generada por el software Stereo32 del primer dato de la Tabla 1.

Al comparar los resultados por ambos métodos, se puede notar que son similares corroborando que cualquiera de los métodos se puede emplear para calcular la dirección e inclinación de los esfuerzos principales con el sistema conjugado de fallas y basados en el método de Anderson. Esta comparación de los resultados se muestra en la Tabla 2. Los resultados obtenidos muestran que en promedio la dirección de los esfuerzos principales coincide con la dirección de los esfuerzos que dieron origen a la Deformación Andina. La dirección de compresión Andina es de N 100° - N 150°, tomando en consideración este dato y haciendo un promedio de los resultados obtenidos en el presente trabajo, se afirma que los mismos con concuerdan con otros resultados [6].

Tabla 2. Comparación de los resultados obtenidos por ambos Métodos

Trazas de Falla	Stereo32 versión 1.0.1			Análisis vectorial			Representación estereográfica		
	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$
I-II	328.00°	58.00°	238.00°	327.916°	57.931°	237.909°			
I-II	126.50°	29.12°	218.50°	126.480°	29.212°	218.458°			
I-II	315.40°	85.39°	223.20°	315.412°	85.585°	223.179°			
I-II	323.40°	94.80°	230.80°	323.375°	95.071°	230.773°			

#### 4. CONCLUSIONES

La dirección de los esfuerzos principales obtenidos en el área de estudio coincide con los esfuerzos que originaron el levantamiento de Los Andes, estos esfuerzos se obtuvieron a través por ambos métodos basados en el modelo de Anderson. La dirección de compresión en promedio es de N 120° - N 170°. Estos resultados fueron plasmados en el mapa Geológico Estructural y concuerdan con las estructuras geológicas localizadas como son los pliegues. Las estrías medidas en las superficies de fallas indican que el principal movimiento de las mismas son del tipo transcurrentes mayormente sinestrales con una componente vertical normal o inversa, dependiendo del lugar donde se haya localizado. Estas estrías son fundamentales para determinar el par de fallas conjugados, localizados mayormente en rocas areniscas pertenecientes a la Formación Misoa.

#### *Agradecimientos*

Este trabajo ha sido financiado por CDCHTA-ULA a través del proyecto I-1240-10-02-B, institución a la cual se le extiende nuestro agradecimiento e importante apoyo.

#### 5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Rojas, C., Schubert, C. y Soulas, J. (1985). Neotectónica de las Fallas de Boconó, Valera, Tuñame y Mene Grande. VI Congreso Geológico Venezolano. Tomo 10. Caracas.
- [2] Anderson, E. (1951). "The Dynamics of Faulting" Oliver and Boyd. Edinburgh.
- [3] Bongiorno, F. Ucar, R. y Belandria, N. (2011). Determinación de la dirección de los esfuerzos principales a través de Análisis Numérico y Proyecciones Estereográficas de la Falla de Boconó en el sector Yacambú, Estado Lara. Revista de Ciencia e Ingeniería, Vol. 32. N° 2. Pp 57-66
- [4] Lahee, F.H. (1970). Geología Práctica. Barcelona, España: Omega
- [5] Bongiorno, F. (2011). Aplicación Avanzada de la Geología Estructural. Guía del curso. Universidad de Los Andes.
- [6] González, L. (2004). Analyse structurale et évolution tectonique des Andes vénézuélienne nord orientales. Tesis doctoral. Université de Pau et Pays de L'Adour, Francia.

## SIMULATION OF PIT EXCAVATION WITH VARYING WALL STIFFNESS BY THE DISCRETE ELEMENT METHOD

**Mingjing Jiang**

**Zhifu Shen**

**Fang Liu**

**Min Zheng**

*mingjing.jiang@tongji.edu.cn*

*shenzftju@163.com*

*liufang@tongji.edu.cn*

*freejemmy@gmail.com*

Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, 1239 Siping Road, Shanghai, 200092, China

Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai, 200092, China

**Abstract.** *In this paper, a braced pit excavation with inner struts was simulated by using a DEM commercial software, PFC2D. The effect of wall stiffness was investigated by comparing two cases of excavation process, one braced with a rigid wall and the other with a flexible wall. Firstly, a homogeneous loose sand ground is generated by the Multi-layer Under-compaction Method (UCM). Secondly, the particles located within the pre-defined wall zone were replaced with bonded particles which were regularly arranged in rows and columns to simulate the retaining structure. Thirdly, the particles within the pit area were deleted layer by layer to simulate the excavation process. During excavation, the earth pressure on the wall, the wall deflection and the surface settlement, the strain fields of the ground, and the stress path of soils in active and passive regions were recorded and analyzed. The results show that the active and passive earth pressures on the wall lie between the earth pressure at rest and Coulomb's solution, and that the wall movement should be considered when determining earth pressure in excavation. In addition, the wall stiffness has a considerable influence on the wall deflection and ground deformation, and a rigid wall is more favorable to reduce impact on the surrounding pipelines and buildings. Moreover, the stress paths in active and passive regions are quite different.*

**Keywords:** Braced excavation, Discrete element method, Wall stiffness, Earth pressure, Stress path

## 1. INTRODUCTION

Braced excavation is commonly adopted in urban constructions to minimize the influence of ground deformation on surrounding pipelines and buildings. In the past decades, some empirical and semi-empirical methods have been proposed to predict the profiles of retaining wall deflection and ground surface settlement based on numerous case histories (Peck [1], Ou et al.[2], Jan et al.[3], Wang et al.[4]). However, the mechanical behaviors of braced excavation are not fully understood in the theoretical sense. In addition, the prediction accuracy could not be guaranteed prior to construction due to the statistical essence of these methods. As numerical analysis technique develops, the Finite Element Method (FEM) has been extensively used to investigate excavation in complicated site conditions and to optimize the designs by parametric studies (Mana & Clough [5], Whittle et al.[6], Yoo & Lee [7], Kung et al.[8]). However, the unsatisfactory predictive ability of constitutive models and the uncertainty of corresponding parameters increase the difficulty in FEM analysis. Moreover, advanced soil models inevitably incorporate too many parameters that are often difficult to be estimated in engineering practice. On the contrary, another numerical technique, the Discrete Element Method (DEM), eliminates the necessity of establishing complex macro constitutive models (Cundall & Strack [9]). Treating granular materials as an assembly of particles, DEM is able to capture the macro mechanical behaviors of materials based on simple inter-particle contact models. Moreover, DEM overcomes difficulties often encountered in FEM analysis such as the numerical instability due to large deformation and the unavoidable simplification of soil-structure interface behaviors. The DEM is attaining more popularity in studying soil behaviors and boundary value problems (Pohl et al.[10], Jiang et al. [11-12]).

This paper is to use a DEM commercial software, PFC<sup>2D</sup>, to simulate two cases of braced excavation with inner struts, one braced with a rigid retaining wall and the other with a flexible wall. Special attention is placed to the earth pressure on the wall, the wall deflection and ground surface settlement, and the stress path. The mechanical behaviors of the wall and the ground, and the effects of wall stiffness are the focus of the study.

## 2. DEM MODEL OF EXCAVATION

### 2.1 Ground simulation

For simplicity, a half configuration was modeled due to symmetry under the assumption of plane strain and the ground was regarded as homogeneous. The half width of the pit is 20m. The final excavation depth is  $H=7.5\text{m}$ . The retaining wall is 15m in height and penetrates into a depth of 7.5m. The wall is braced with one strut at the level of 1.5m below the ground surface. To minimize the effect of rigid wall boundary, the model is  $6H$  (i.e., 45m) in height and  $8H$  (i.e., 60m) in width. To reduce particle numbers and thus save computation time, the model was scaled down to  $1/20$  and subjected to a gravity of  $20g$  to reproduce the field stress conditions. The configuration of braced excavation model is shown in Fig. 1. The ground was colored into small blocks for the convenience of deformation observation.

The ground is composed of 10 types particles with diameters between 6mm and 9mm. Figure 2 presents the size distribution with mean particle diameter  $d_{50}=7.6\text{mm}$  and the uniformity coefficient is  $C_u=1.3$ . The grounds were generated by the Multi-layer Under-compaction Method (UCM), which was firstly proposed by Jiang et al.[13] to ensure the homogeneity of the ground. In this method, particles are compacted to the target planar void ratio of  $e_p=0.24$  layer by layer

via moving the top wall down at a constant speed of 5.0 m/s with the lateral and bottom walls fixed. Figure 3 presents the distribution and fluctuation of vertical and horizontal stresses of the ground after consolidated under 20g. The gravity density of the ground is  $\gamma=20.33\text{kN/m}^3$  and the coefficient of earth pressure at rest is  $K_0=0.703$  which is obtained by dividing the horizontal stress by vertical stress as shown in Fig. 3. The parameters of the DEM model are listed in Table 1. The mechanical behaviors of the ground soils were tested by DEM simulation of biaxial compression test but omitted here and the results indicate that a loose sand ground is generated and the internal friction angle is  $\varphi=17.9^\circ$ .

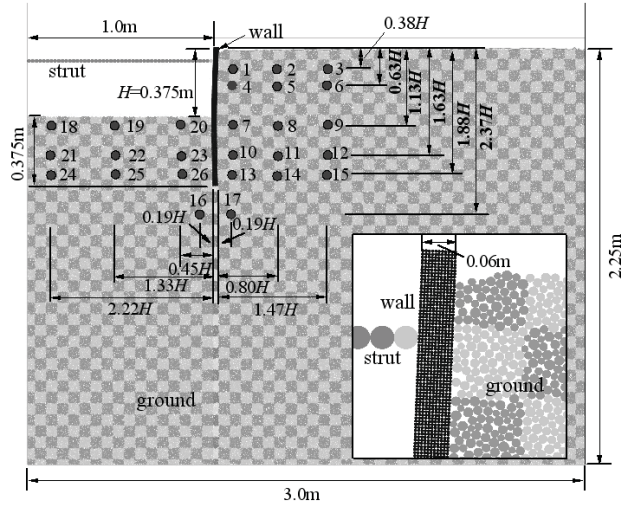


Figure 1. Configuration of braced excavation model (scale: 1/20)

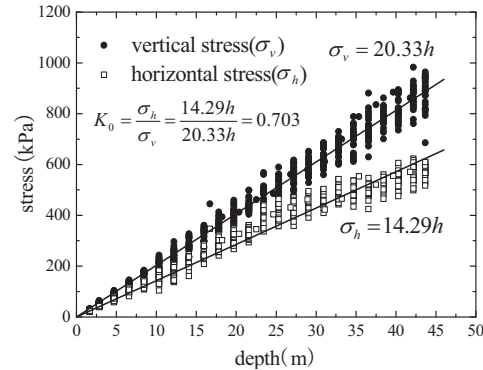
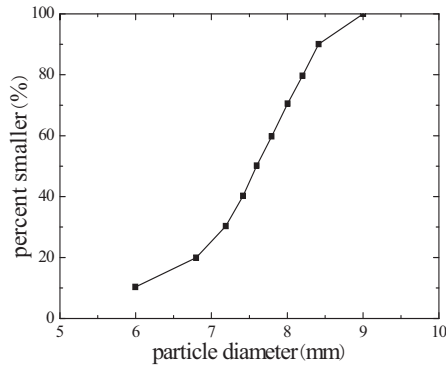


Figure 2. Particle size distribution      Figure 3. Initial stress conditions of the ground

## 2.2 Wall and strut simulation

The retaining wall was simulated by regularly arranged particles in rows and columns which were cemented by *parallel bond* in PFC<sup>2D</sup>. The installation of wall was simulated by replacing ground particles located within the designed wall zone with cemented wall particles. The gravity of 20g was then applied to reach equilibrium after the installation. Likewise, the strut was

simulated by a cluster of bonded particles arranged horizontally. The ratio of wall particle diameter and mean ground particle diameter is chosen to be  $d_{\text{wall}}/d_{50}=2.7/7.6=0.355$  due to the comparative smoothness of the wall in engineering practice. By applying suitable parameters to the *parallel bond*, the discrete wall is equivalent to a flexible and continuous wall in mechanical behaviors. When wall particles are grouped as a *clump*, the wall is regarded as a rigid one. It is worth noting that the strength parameters of the wall are large enough so that it will not break during excavation for simplicity. The parameters of the wall are listed in Table 1.

A simplified numerical direct shear test between soils and wall was carried out but omitted here. The interface friction angle is  $\delta=0.78\phi=13.5^\circ$  and can be used to calculate Coulomb's earth pressure.

To simulate the excavation process, the final depth  $H$  (7.5m here) was equally divided into 15 parts and the particles within each one were deleted layer by layer. The stress paths of 26 points (shown in Fig. 1) were measured during the excavation simulation.

Table 1. Parameters of the DEM simulation

Ground		Wall	
Particle number $N$	122 990	Particle diameter $d(\text{mm})$	2.7
Particle density $\rho(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	2 600	Normal stiffness (particle) $k_n^c(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	$7.5\times 10^8$
Normal stiffness (particle) $k_n(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	$1.5\times 10^8$	Tangential stiffness (particle) $k_s^c(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	$2.9\times 10^8$
Tangential stiffness (particle) $k_s(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	$1.0\times 10^8$	Normal stiffness (bond) $\bar{k}_n(\text{Pa}\cdot\text{m}^{-1})$	$1.05\times 10^{13}$
Particle-particle frictional coefficient $\mu$	0.5	Tangential stiffness (bond) $\bar{k}_s(\text{Pa}\cdot\text{m}^{-1})$	$4.07\times 10^{12}$
Void ratio before consolidation $e$	0.24	Parallel bond radius $R$	1
Normal stiffness (wall) $k_n(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	$1.5\times 10^8$	Normal strength (bond) $\sigma_c(\text{Pa})$	$1\times 10^{100}$
Tangential stiffness (wall) $k_s(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	$1.0\times 10^8$	Tangential strength (bond) $\tau_c(\text{Pa})$	$1\times 10^{100}$
Wall-particle frictional coefficient $\mu$	0	Particle-particle frictional coefficient $\mu$	5

### 3. RESULTS AND DISCUSSIONS

#### 3.1 Earth pressure

Figure 4 presents the earth pressure on the wall in both rigid and flexible cases as the excavation depth is 2.5m, 5.0m, and 7.5m. In rigid case, the active pressures in three stages are close to the earth pressure at rest above the depth of 11m. Below 11m, the active pressure approaches to Coulomb's active solution as excavation depth increases from 2.5m to 7.5m. The nonlinear distribution of active pressure is consistent with the laboratory findings reported by Fang & Ishibashi [14]. The passive pressures in rigid case at three stages are larger than pressure at rest but much smaller than Coulomb's passive solution. In flexible case, the active pressure is slightly smaller than in rigid case due to a larger deflection of the wall. The passive pressure in flexible case is close to that in rigid case as the excavation depth is less than 5.0m, but is apparently larger than in rigid case as the excavation depth reaches 7.5m. In both cases, the passive pressure is smaller than Coulomb's passive solution since the movement of the wall is not enough to reach the passive critical state. The results also imply that it is usually not suitable

to obtain earth pressure by Coulomb's theory because the pressure relies on the mode and value of wall movement.

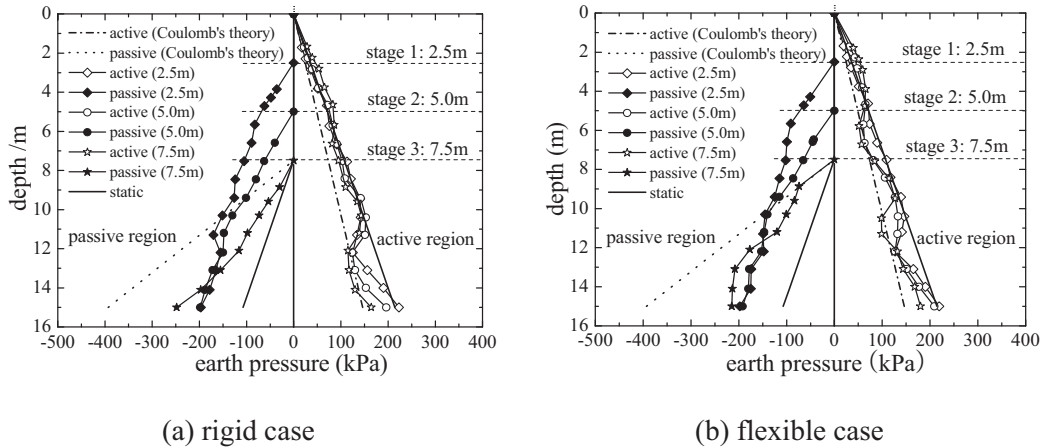


Figure 4. Earth pressure on the retaining wall

### 3.2 Deformation of the wall and ground

Figure 5 shows the wall deflection, ground surface settlement behind the wall, and the vertical strain contours of the ground. The movement of the rigid wall includes two components: horizontal translation and rotation about the top as shown in Fig. 5(a), and the maximum movement happens at the bottom of the wall with a value of  $1.7\%H$ . The maximum deflection of flexible wall occurs near the pit base with a value of  $2.8\%H$  which is much larger than that in rigid case. In rigid case, the settlement increases from 0 near the wall top to  $1.5\%H$  at  $1.8H$  from the wall and the settlement remains constant beyond  $2.5H$  from the wall. The surface settlement profile in the flexible case has an apparent maximum of  $2.8\%H$  at  $1H$  from the wall. The settlements in both cases are almost identical beyond  $2.5H$  from the wall. The vertical strain contours of the ground indicate an obvious potential slide band behind the wall. The strain within the band is much larger than outside the band and the gradient is very large at the boundary of the band. In flexible case, the slide band is steeper and wider than that in rigid case. Additionally, the band starts from the wall bottom in rigid case, while in flexible case the band starts from a shallower position.

The stiffness of the wall has a significant influence on the behaviors of wall and ground deformation. In Fig. 5(b), the settlement is still large even at  $4H$  away from the wall. The main influence range is larger than often observed range of  $2H$  in the field (Wang et al. [4]) and this is a general defect of numerical simulation as mentioned by Kung et al.[8]. However, the difference of the two cases in surface settlement lies within a range of  $2H$  from the wall. Therefore, the simulation here could capture the main behaviors of surface settlement with varying wall stiffness. The maximum settlement in rigid case is about half of that in flexible case and the differential settlement in rigid case is much smaller than in flexible case. Since the maximum settlement and differential settlement often cause damage to surrounding existing pipelines and buildings, rigid wall seems better than flexible wall in this sense.

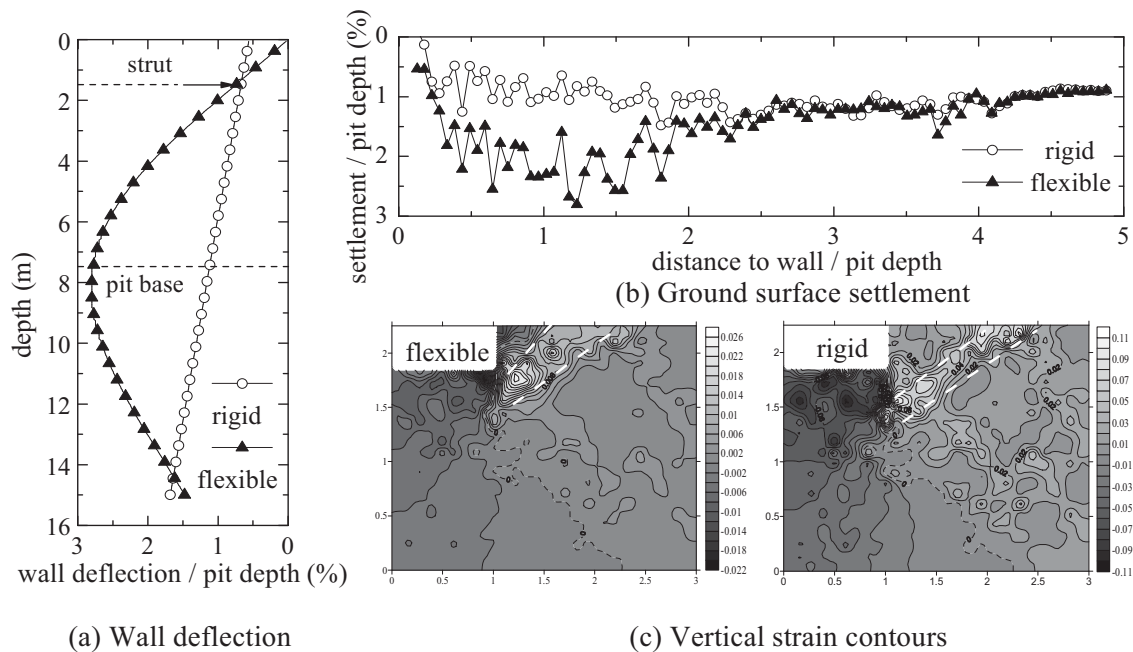


Figure 5. Deformation of the wall and ground

### 3.3 Stress path

Figure 6 presents the stress paths of 26 measured points in rigid case in the  $p$ - $q$  stress space where the deviatoric stress  $q=(\sigma_1-\sigma_3)/2$  and the mean stress  $p=(\sigma_1+\sigma_3)/2$ . In Fig. 6, the slope of  $K_0$  state line is calculated by  $(1-K_0)/(1+K_0)$  where  $K_0$  is the coefficient of earth pressure at rest, i.e., 0.703 here. The slope of strength envelope is obtained by  $\sin\phi$  where  $\phi$  is the internal friction angle, i.e.,  $17.9^\circ$  here. The starting point of the stress path is identified with a circle. Not all starting points lie on the  $K_0$  state line probably due to disturbance of wall installation, local non-uniformity and interlocking stresses.

In the active region, the lateral stress decreases with excavation while the vertical stress remains constant and in the passive region both lateral and vertical stresses decrease. The stress path in the active region (point 1-15 as shown in Fig. 6(a)-(c)) generally extends toward the strength envelope at an upward orientation. The stress path in the passive region (point 18-26 as shown in Fig. 6(d)-(f)) starts from the  $K_0$  state line and deviates downward from the strength envelope first and then goes upward to the strength envelope. Point 16 and 17 are under the bottom of the wall as shown in Fig. 1, whose stress paths can be regarded as transition from the passive to active types. In flexible case, the variation tendency of stress paths is identical to that in rigid case. It is well known that soil behaviors depend on stress path. Constitutive models based on typical stress paths in braced excavation will be helpful to simulate the behaviors more accurately.



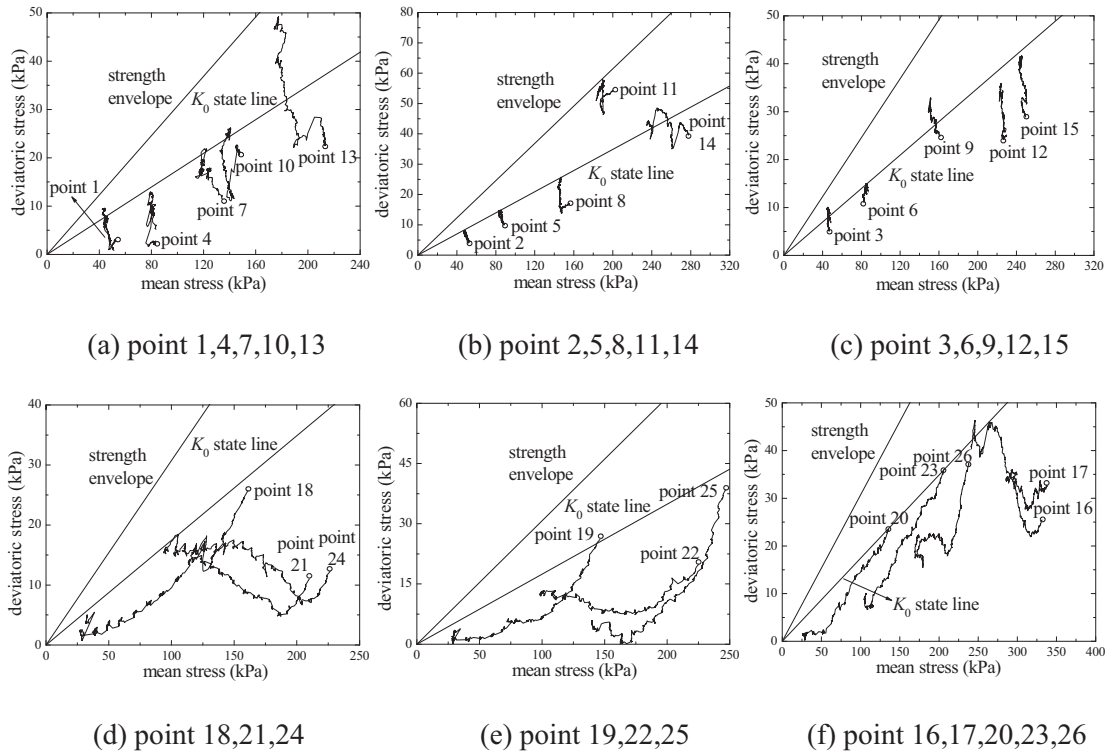


Figure 6. Stress path in rigid case

#### 4. CONCLUSIONS

The simulation captures major features of the earth pressures on the wall, the deformation of wall and ground, and the typical stress paths during braced excavation with varying wall stiffness. The main conclusions are as follows.

- (1) The active and passive earth pressures on the wall lie between the earth pressure at rest and Coulomb's solution. The wall movement should be considered when determining earth pressure in excavation.
- (2) The wall stiffness has a considerable influence on the wall deflection and ground deformation. The maximum surface settlement reaches  $2.8\%H$  and  $1.5\%H$  at a distance of  $1H$  and  $1.8H$  from the wall in the flexible and rigid case, respectively. In the flexible case, a slide band behind the wall starts from a shallower position and is steeper and wider than that in the rigid case. It seems that a rigid wall is more favorable to reduce impact on the surrounding pipelines and buildings.
- (3) The stress paths in the active and passive regions are different. A constitutive model suitable for different stress paths could lead to a more accurate simulation.

#### Acknowledgements

The research is funded by the National Natural Science Foundation of China (No. 51179128), the Distinguished Youth Scientist Foundation (No. 51025932) and Program of Shanghai Academic Chief Scientist (No. 11XD1405200). All these supports are greatly appreciated.

## REFERENCES

- [1]. Peck, R. B., Deep excavations and tunneling in soft ground. In *Proceedings of the 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, State-of-the-Art-Volume*, pp. 225-281, 1969.
- [2]. Ou, C. Y., Hsieh, P. G., & Chiou, D. C., Characteristics of ground surface settlement during excavation. *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 30, n. 5, pp. 758-767, 1993.
- [3]. Jan, J. C., Hung, S. L., Chi, S. Y., & Chern, J. C., Neural network forecast model in deep excavation. *Journal of Computing in Civil Engineering*, vol. 16, n. 1, pp. 59-65, 2002.
- [4]. Wang, Z. W., Ng, C. W. W., & Liu, G. B., Characteristics of wall deflections and ground surface settlements in Shanghai. *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 42, n. 5, pp. 1243-1254, 2005.
- [5]. Mana, A. I., & Clough, G. W., Prediction of movements for braced cuts in clay. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, vol. 107, n. 6, pp. 759-777, 1981.
- [6]. Whittle, A. J., Hashash, Y. M. A., & Whitman, R. V., Analysis of deep excavation in Boston. *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 119, n. 1, pp. 69-90, 1993.
- [7]. Yoo, C., & Lee, D., Deep excavation-induced ground surface movement characteristics – A numerical investigation. *Computers and Geotechnics*, vol. 35, n. 2, pp. 231-252, 2008.
- [8]. Kung, G. T. C., Ou, C. Y., & Juang, C. H., Modeling small-strain behavior of Taipei clays for finite element analysis of braced excavations. *Computers and Geotechnics*, vol. 36, n. 1-2, pp. 304-319, 2009.
- [9]. Cundall, P. A., & Strack, O. D. L., A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, vol. 29, n.1, pp. 47-65, 1979.
- [10]. Pohl, M., Pulsfort, M., & Walz, B., Application of PFC3D for determination of soil properties and simulation of the excavation process in front of sheet pile wall constructions. In Shimizu, Y., Hart, R. & Cundall, P. A., eds, *Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods*, pp. 35-44. Taylor & Francis Group, 2004.
- [11]. Jiang, M. J., Leroueil, S., & Konrad, J. M., Insight into shear strength functions of unsaturated granulates by DEM analyses. *Computers and Geotechnics*, vol. 31, n. 6, pp. 473-489, 2004.
- [12]. Jiang, M. J., Yana, H. B., Zhu, H. H., & Utili, S., Modeling shear behavior and strain localization in cemented sands by two-dimensional distinct element method analyses. *Computers and Geotechnics*, vol.38, n. 1, pp. 14-29, 2010.
- [13]. Jiang, M. J., Konrad, J. M., & Leroueil, S., An efficient technique for generating homogeneous specimens for DEM studies. *Computers and Geotechnics*, vol. 30, n. 7, pp. 579-597, 2003.
- [14]. Fang, Y. S., & Ishibashi, I., Static earth pressures with various wall movements. *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 112, n. 3, pp. 317-333, 1986.

## MODELO NUMÉRICO DE LA MESETA DE MÉRIDA UTILIZANDO EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS ESPECTRALES

**Grelys Sosa**

**Stephanie Klarica**

*sosarely@ula.ve*

*klarica@ula.*

Grupo de Investigación en Geología Aplicada, GIGA. Departamento de Geomecánica, Escuela de Ingeniería Geológica, Facultad de Ingeniería. Laboratorio de Geofísica, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida – Venezuela.

**Dimitri Komatitsch**

**Roland Martin**

*dimitri.komatitsch@get.obs-mip.fr*

*roland.martin@univ-pau.fr*

Laboratoire de Modélisation et d'Imagerie en Géosciences UMR 5212, Université de Pau et des Pays de l'Adour, France.

**Resumen.** *La ciudad de Mérida se caracteriza por tener un historial sísmico relevante y actualmente el crecimiento de su población es acelerado, siendo imprescindible realizar investigaciones que permitan conocer el comportamiento del subsuelo ante un evento sísmico, y de este modo prever las consecuencias que el mismo puede generar. En esta investigación, se realiza un modelo numérico 3D del área metropolitana de la Ciudad de Mérida, utilizando el código abierto SPECFEM3D\_V2.0.0, basado en el Método de los Elementos Espectrales. En este estudio, la metodología aplicada se fundamenta primeramente en la creación de un modelo de velocidades, éste considera las velocidades de las ondas sísmicas P y S del medio geológico que se está investigando, para determinar así el tamaño de los elementos que conforman la malla del modelo; en la creación del mallado, se considera además de las velocidades de las ondas de cuerpo la densidad del medio, el factor de calidad ( $Q_s$ ) de los materiales involucrados, límites y dimensiones del modelo entre otros parámetros. Seguidamente, una vez generada la malla, se crean una serie de archivos que son utilizados posteriormente para modelar la propagación de ondas sísmicas en función del momento tensor sísmico de la zona de Fallas de Boconó, estos últimos son generados por el calculador SPECFEM3D\_V2.0.0. Los resultados que el código arroja son representados mediante sismogramas, acelerogramas, gráficos tiempo - desplazamiento calculados en varias estaciones y en mapas sobre la superficie, los cuales*

*muestran en general, amplificaciones importantes localizadas principalmente en los alrededores de la meseta donde se asienta la Ciudad de Mérida.*

**Palabras Claves:** Elementos Espectrales, SPECFEM3D, Ondas Sísmicas, Mérida, Falla de Bócono.

## 1. INTRODUCCIÓN

En la sismología regional y global, la precisión en el cálculo de sismogramas en modelos tridimensionales reales ha comenzado a necesitarse; técnicas numéricas están disponibles para este propósito y entre ellas, la aproximación más ampliamente usada es probablemente el Método de Diferencias Finitas, siendo esta técnica usada para calcular el campo de ondas en modelos 3D locales y regionales. Sin embargo se han presentado dificultades significativas al incorporar la topografía y la anisotropía. El Método de los Elementos Espectrales (SEM) ha sido usado en la dinámica de fluidos computacional y en los últimos tiempos, ha ganado interés en los problemas 2D y 3D relacionados con la propagación de ondas sísmicas [1].

El propósito del presente trabajo es realizar una simulación de la terraza sedimentaria donde se asienta la Ciudad de Mérida utilizando el Método de los Elementos Espectrales a través del código SPECFEM3D\_V2.0.0, con la finalidad de estudiar y analizar la respuesta del subsuelo ante la propagación de ondas sísmicas, originadas mediante una fuerza puntual concebida a través del momento tensor sísmico; esto debido a que la ciudad se encuentra atravesada por la Zona de Fallas de Boconó, estructura expuesta con una longitud aproximada de 500 km y, a la cual, se asocia gran parte de la actividad sísmica de los Andes Venezolanos [2].

## 2. BASES TEÓRICAS

### 2.1 Método de los Elementos Espectrales (SEM)

Según Komatitsch [3] el SEM es un método numérico de alta precisión que tiene su origen en la dinámica de fluidos computacional. Usa una malla de elementos finitos hexaédricos en la cual el campo de ondas es representado en términos de polinomios de Lagrange de alto grado sobre puntos de interpolación de Gauss Lobatto Legendre. El método fue usado para modelar la propagación de ondas sísmicas en modelos locales y regionales y más recientemente se introdujo la propagación global de ondas. El SEM, busca determinar el campo de desplazamiento producido por un terremoto en un modelo con volumen finito de la tierra; el método está fundamentado en la formulación weak para resolver la ecuación de movimiento que gobierna la propagación de las ondas sísmicas en el medio.

Para realizar un análisis numérico a través del SEM, se utiliza el código SPECFEM3D\_V2.0.0; el cual utiliza computación paralela. Para ser ejecutado debe especificarse el nombre del compilador para Fortran 90 y del paquete MPI, si se desea trabajar usando la arquitectura de distribución paralela; sin embargo también puede correrse de forma serial [4].

### 2.2 Definición de la malla

En el clásico método de los Elementos Finitos, el volumen a ser estudiado es subdividido en un número de elementos no solapados, como un resultado de esta subdivisión los límites absorbentes están representados por un número de elementos de superficie, en este método una variedad de

elementos tales como tetraedros o hexaedros pueden usarse, sin embargo en el SEM el volumen a estudiar es restringido a elementos hexaédricos y consecuentemente los límites absorbentes están subdivididos en términos de cuadriláteros. El tamaño de los elementos constitutivos de la malla son calculados en función de:

$$\Delta x \leq \frac{V_s}{2,5 \times f_0 \times 0,17 \times h} \quad (1)$$

En donde  $\Delta x$  corresponde al tamaño de los elementos,  $V_s$  representa la velocidad de la onda “S” en el medio,  $f_0$  es la frecuencia característica de los sismos de la zona. Para este caso, se utilizó una frecuencia característica de 2Hz y  $h$  es un valor teórico, debe estar entre 5 y 10, y está relacionado con la discretización de la longitud de onda.

### 2.3 Tensor Momento Sísmico (M), Momento Sísmico (Mo) y Magnitud de Momento (Mw)

El Tensor Momento Sísmico (M) es la mejor forma de representación de la fuente de un terremoto, contiene información de la magnitud del sismo así como de los parámetros geométricos de la falla responsable. Es un tensor simétrico, de segundo orden, cuyas componentes están relacionadas con la situación de los esfuerzos en la región focal y representa de forma general el proceso físico en el foco del terremoto. A partir de él, se puede calcular el Momento Sísmico (Mo) y la Magnitud de Momento (Mw) [5] según la Eq. (2):

$$M = \begin{bmatrix} M_{rr} & M_{r\theta} & M_{r\phi} \\ M_{r\theta} & M_{\theta\theta} & M_{\theta\phi} \\ M_{r\phi} & M_{\theta\phi} & M_{\phi\phi} \end{bmatrix} ; \quad M_o = \frac{1}{\sqrt{2}} (M : M)^{1/2} \quad ; \quad M_w = \frac{2}{3} (\log_{10} M_o - 10,7) \quad (2)$$

## 3. METODOLOGÍA

Esta investigación se lleva a cabo en una parte del área metropolitana de la Ciudad de Mérida, y utilizando un cluster de cuarenta (40) procesadores, para esto, se concibieron específicamente dos modelos uno de ellos considera la topografía y el otro no incluye las irregularidades del terreno. Para los dos modelos, se calcula la malla en función de los materiales presentes en la zona de estudio, considerando específicamente la densidad, las velocidades de onda P y S de cada material y el factor de calidad  $Q_s$ ; de esta forma en el modelo simple (sin relieve) únicamente se calculó la malla en función de las velocidades características de la Asociación Sierra Nevada, mientras que para el modelo que incluye la topografía el cálculo de la malla se realizó, considerando las velocidades de los distintos materiales que conforman la meseta de Mérida y también de la Asociación Sierra Nevada, considerando esta última unidad geológica como el basamento del modelo “Tabla 1”. En primer lugar se genera la topografía del área (esto si se desea realizar la simulación considerando el relieve de la zona), para este caso se utilizaron las imágenes satelitales obtenidas a través de la página web de la NASA con una resolución de 90mts, mediante el software libre 3DEM “Fig. 1”, posteriormente en base a las velocidades de los materiales que conformarán el modelo, se determina el tamaño aproximado de los elementos de la malla, utilizando para esto la “Eq. (1)”.

**Tabla N° 1.** Velocidades y Densidad de los materiales involucrados en el modelo

	Litología	Vp (m/seg)	Vs(m/seg)	Densidad(Kg/m <sup>3</sup> )
Terraza de Mérida	Zona Superficial	1000	550	1800
	Zona Intermedia	1800	1000	2300
	Zona Profunda	2500	1500	2700
Asociación Sierra Nevada		3500	3000	3300

De esta forma la malla del modelo que no incluye la topografía con dimensiones aproximadas de 2,890x4,923x15 km y constituido únicamente por la Asociación Sierra Nevada, está conformado por 8 elementos en la dirección X, 16 elementos en la dirección Y y 47 elementos en la dirección Z, constituyendo una malla poco refinada debido a que no se incluye la topografía y adicionalmente porque la única unidad geológica involucrada presenta valores altos en sus velocidades de ondas, indicativas de un material muy rígido. Por otra parte, el modelo que considera el relieve del área tiene mayores dimensiones “Fig. 1”; siendo estas de 6,120x7,4470x15 km, la malla para este modelo es más refinada ya que las velocidades de onda en la meseta son menores por lo tanto el tamaño de los elementos también disminuye, esta malla está conformada por 120 elementos en la dirección X, 144 elementos en Y y 100 elementos en Z, cabe destacar que para generar las mallas de los modelos se utilizó el mallador interno del paquete SPECFEM3D. Una vez creada la malla se conforman varios archivos que contienen información sobre las estaciones receptoras de la señal sísmica, número de procesadores que efectúan la simulación y la excitación sísmica que simula el terremoto en función de una fuente puntual definida en base al tensor momento sísmico de las zonas de Fallas de Boconó, el modelo sencillo se simuló considerando distintas magnitudes sísmicas, calculadas en función del momento sísmico definido en la “Eq. (2)”.

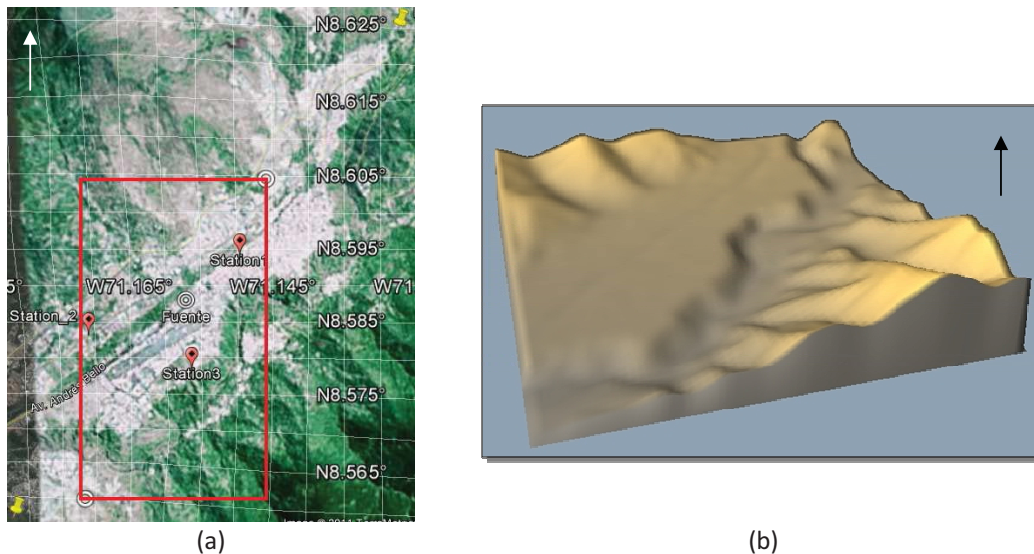


Figura 1- (a) Límites y localización de receptores y fuente sísmica en el modelo con topografía, el recuadro delimita el modelo sencillo. (b) Modelo 3D de la zona

#### 4. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Se determinaron diferentes magnitudes de momento para la zona de Fallas de Boconó al variar las componentes del tensor momento sísmico, los valores de momento sísmico ( $M_0$ ) obtenidos son de  $2,4e+18$ ;  $1,22e+16$  y  $2,18e+15$  en N-m, cuyas magnitudes de momento ( $M_w$ ) son de 5, 4 y 3 respectivamente, al efectuar la simulación utilizando estos valores en el modelo que no incluye el relieve se observó que los valores de desplazamiento, aceleraciones y velocidades aumentaron conforme aumentó la magnitud del momento, de este modo por ejemplo para una fuente sísmica de magnitud igual a 3 los desplazamientos verticales van de 0 a 0,35 mm durante 45 segundos, pero al aumentar la magnitud a 5, dichos desplazamientos verticales oscilan entre 1 y 10 cm durante el mismo tiempo, ver “Fig. 2”; por otro lado, los acelerogramas muestran mayores amplitudes a medida que la magnitud de momento también aumenta.

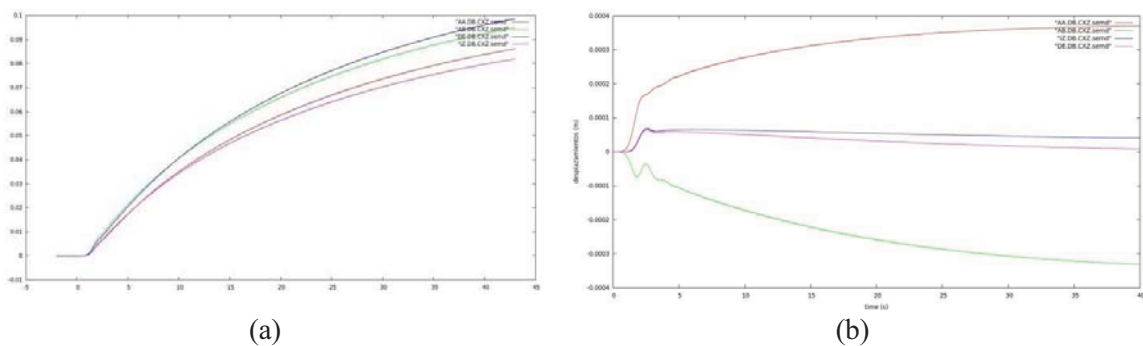


Figura 2- (a) Desplazamientos verticales obtenidos con  $M_w=5$ . (b) Desplazamientos verticales obtenidos con  $M_w=3$  para un modelo sin relieve

Asimismo al simular el modelo que incluye la topografía y manteniendo la magnitud de momento  $M_w=5$ , se alcanzan valores de aceleración mucho mayor que los obtenidos para el modelo que no la incluye, alcanzándose aceleraciones para el primer caso entre  $-0,22$  y  $0,22$   $m/s^2$  y para el segundo caso entre  $-0,004$  y  $0,004$   $m/s^2$  lo cual es una muestra clara de la influencia del relieve sobre la amplificación de las ondas sísmicas, ver “Fig. 3”.

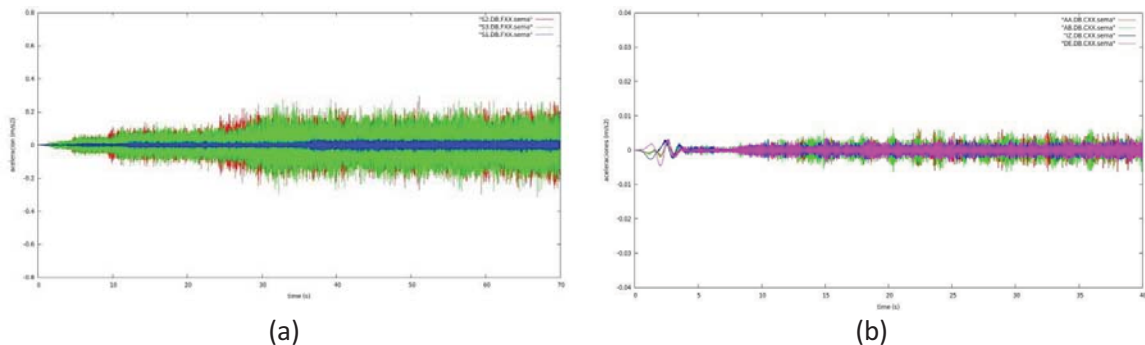


Figura 3- Aceleraciones (alcanzadas en tres estaciones receptoras) obtenidas con  $M_w=5$ . (a) Modelo que incluye relieve (b) Modelo sin relieve

## 5. CONCLUSIONES E INVESTIGACIÓN A FUTURO

En base a las simulaciones realizadas, en la presente investigación, puede concluirse principalmente que la existencia de la topografía aumenta considerablemente las respuestas del subsuelo ante estimulaciones sísmicas, por lo tanto la inclusión del relieve y el aumento gradual de la magnitud del momento sísmico conlleva de igual forma a un aumento en los valores de desplazamiento, velocidad y aceleración del material que conforman los modelos en estudio. Por otro lado, los desplazamientos que puedan registrarse en un modelo constituido por un único material, están ceñidos a la proximidad epicentro - receptor, esto es, a mayor distancia entre fuente y dispositivo receptor de la señal sísmica, los desplazamientos registrados serán menores y viceversa.

Aunque los acelerogramas y sismogramas obtenidos en esta investigación se muestran con altas frecuencia, será un objetivo posterior de este trabajo determinar si las mismas corresponden a ondas parásitas que se producen durante la simulación en las fronteras del modelo y causan tal perturbación en los registros de la ondas sísmicas.

### *Agradecimientos*

La realización de este trabajo ha sido posible gracias al financiamiento del Centro Integral de Riesgos (CIGIR), y a la colaboración prestada en el Centro de Cálculo Científico de la ULA (CECALCULA) en la utilización de sus recursos informáticos para las corridas de los modelos realizados a través de computación paralela.

### REFERENCIAS

- [1]. Komatitsch, D., Tromp, J., Introduction to the spectral element method for three-dimensional seismic wave propagation, *Geophys. J. Int.*, vol. 139, pp.806-822, 1999.
- [2]. <http://sismicidad.hacer.ula.ve/>
- [3]. Komatitsch, D., et al., Simulations of Ground Motion in the Los Angeles Basin Based upon the Spectral-Element Method, *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 94, No. 1, pp. 187–206, 2004.
- [4]. <http://geodynamics.org/cig>
- [5]. Reginfo, M., Carrillo, D., Taller de Magnitudes e Intensidades. *Astronomía y Ciencias de la Tierra*. Universidad de Los Andes, Facultad de Ciencias, Mérida-Venezuela, 2004.



## ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA INTERACCIÓN PRESA-TALUD DEL COMPLEJO HIDROELÉCTRICO JOSÉ ANTONIO PÁEZ

**Maria Elberg**

**Noelia Ogaya**

*mariael@ula.ve*

*noeliaogaya@gmail.com*

Grupo de Investigación en Geología Aplicada, GIGA.

Departamento de Geomecánica. Escuela de Ingeniería Geológica. Facultad de Ingeniería.

Universidad de Los Andes. Mérida. Venezuela.

**Resumen.** *El Complejo Hidroeléctrico José Antonio Páez se encuentra en el estado Mérida en Venezuela y es una de las obras civiles más representativas del occidente de Venezuela, el cual se compone de una presa en arco cuyo embalse contiene mas de 3 millones de litros de agua provenientes de los ríos Santo Domingo y Aracay. Esta presa es una estructura muy esbelta, de planta y sección curva, transmitiendo el empuje del agua hacia su fundación y sus apoyos laterales con interacción en los taludes que cierran la garganta del embalse. Esta investigación analiza la interacción geomecánica entre el cuerpo de la presa y sus apoyos emplazados en un macizo rocoso de tipo gneis donde se estudian los esfuerzos, deformaciones y desplazamientos. La metodología aplicada se basa en la toma de muestras in situ seguido por ensayos de laboratorio para obtener las constantes geológicas para el modelado y simulación de los taludes bajo las cargas producidas por el agua y transmitidas por la presa. Los resultados obtenidos muestran que el efecto del empuje hidráulico sobre los taludes produce deformaciones que se encuentran dentro de los rangos de elasticidad, pero en algunos sectores cercanos a límites plásticos, los desplazamientos son pequeños y los esfuerzos máximos ejercidos se ubican en el contacto roca-presa con distribuciones típicas del comportamiento de un arco estructural, con valores elevados sin causar deformaciones permanentes o desplazamientos considerables.*

**Palabras Clave:** Elementos Finitos, Simulación, Presa en arco, Taludes, Geomecánica.

### 1. INTRODUCCIÓN

Los taludes que sirven de anclaje a la estructura de la presa de tipo arco que forma el Complejo Hidroeléctrico José Antonio Páez, son estudiados en esta investigación utilizando

Simulación Geomecánica con base al Método de Elementos Finitos verificando esfuerzos, deformaciones y desplazamientos que se producen por la transmisión del empuje de agua en la presa hacia su fundación y apoyos.

El área de estudio está ubicada en Venezuela, Estado Mérida, Municipio Cardenal Quintero a 8,5 Km de la ciudad de Santo Domingo. El embalse de la represa es abastecido por los ríos Santo Domingo y Aracay. Este Complejo Hidroeléctrico es una de las principales fuentes de energía eléctrica del occidente venezolano.



Figura 1. Ubicación del área de estudio.

La estructura más importante del complejo es una presa de arco-bóveda doble con una altura de 69 m y una longitud de coronación de 220 m. Tiene tres aliviaderos de ventana con una capacidad de  $3200 \text{ m}^3/\text{s}$  y tres descargas de fondo con una capacidad de  $700 \text{ m}^3/\text{s}$ . El embalse formado por la presa tiene un nivel máximo de 1597 msnm y un nivel mínimo operativo de 1561 msnm. Su volumen útil es de 2,6 millones de metros cúbicos y su volumen total es de 3 millones de metros cúbicos de agua. El agua del embalse es llevada a una central subterránea a través de una galería de presión de 13,17 Km de longitud y un pozo blindado de 2180 m de longitud con un desnivel de 804 m.



Figura 2. Presa de Arco del Complejo Hidroeléctrico José Antonio Páez

## 2. METODOLOGÍA

La metodología utilizada en esta investigación se inicia con la toma de muestras in situ, seguidamente se realizan ensayos de laboratorio donde se obtienen las constantes geológicas para el modelado y simulación de la interacción del sistema talud-presa, esto es, módulo de Young, relación de Poisson y densidad. Seguidamente se establecen cinco modelos en dos y tres dimensiones del sistema presa y talud-presa. Para esto se consideraron los planos originales obtenidos del Informe y Planos sobre el Complejo Hidroeléctrico de Santo Domingo [1].

Los modelos fueron creados con base al análisis realizado con anterioridad por los autores en presas de Chile y Venezuela [2 y 3], donde se establecieron esquemas de sensibilidad para este tipo de análisis. Los modelos son los siguientes:

Modelo 1: corresponde a la sección transversal de la presa con carga hidrostática concentrada a un tercio de la base.

Modelo 2: mantiene la sección transversal de la presa y utiliza la carga hidrostática distribuida.

Modelo 3: consiste en un modelo en tres dimensiones de la estructura de concreto de la presa, con altura de 70 m y de forma recta.

Modelo 4: se trata de un modelo bidimensional en planta, como resultado de un corte longitudinal de cota 1590 msnm a una profundidad en el embalse de 10 metros. Constituido por tres partes: la estructura de la presa en arco y el macizo rocoso a cada lado de la presa donde se encuentra emplazada.

Modelo 5: es un modelo bidimensional en planta, como resultado de un corte longitudinal similar al modelo anterior, de cota 1560 msnm a una profundidad en el embalse de 40 metros.

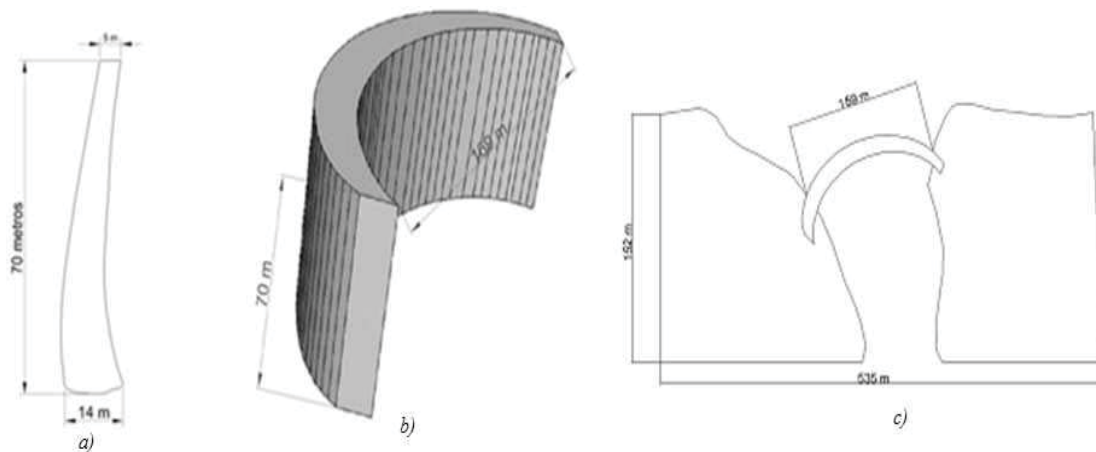


Figura 3. a) Modelos 1 y 2. b) Modelo 3. c) Modelos 4 y 5.

## 3. RESULTADOS

Se obtienen en esta investigación valores de esfuerzos, deformaciones y desplazamientos, máximos y mínimos, verticales, horizontales y cortantes, para cada uno de los modelos planteados en las secciones anteriores.

Los valores numéricos y las distribuciones de estas variables en los modelos son analizados utilizando comportamientos estimados y rangos de tolerancia mostrados por González de Vallejo [4] y M. Carrillo *et al* [5].

La tabla 1 muestra todos los resultados de todos los modelos. Las figuras siguientes muestran algunos resultados de los modelos mas representativos.

Tabla 1. Resumen de resultados de modelos 1, 2, 3, 4 y 5

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo3	Modelo 4	Modelo 5
<b>E max ppal</b>	1.83E-04	1.58E-04	1.00E-04	1.18E-04	6.55E-04
<b>E11</b>	1.82E-04	1.58E-04	4.66E-04	3.91E-04	1.14E-04
<b>E22</b>	1.04E-04	8.90E-05	5.56E-04	5.02E-04	2.56E-05
<b>E33</b>			1.1E6-5		
<b>E12</b>	2.86E-04	2.27E-04		4.61E-04	1.74E-04
<b>E13</b>			5.45E-04		
<b>S max ppal (Kg/m<sup>2</sup>)</b>	3.26E+05	3.18E+04	3.66E+06	4.05E+04	1.69E+05
<b>S min ppal (Kg/m<sup>2</sup>)</b>	1.16E-03	6.09E+02	1.26E+05	1.13E+04	4.68E+04
<b>S11 (Kg/m<sup>2</sup>)</b>	1.94E+04	1.93E+04	1.75E+04	2.43E+04	1.12E+04
<b>S22 (Kg/m<sup>2</sup>)</b>	3.15E+05	3.05E+05		1.81E+04	1.05E+05
<b>S33 (Kg/m<sup>2</sup>)</b>			7.38E+05		
<b>S12 (Kg/m<sup>2</sup>)</b>	3.30E+05	2.97E+05		6.03E+04	2.28E+05
<b>S13 (Kg/m<sup>2</sup>)</b>			7.12E+05		
<b>U magnitud (m)</b>	1.22E-01	1.08E-01	1.74E-02	3.93E-03	1.35E-02
<b>U 1 (m)</b>	1.60E-01	1.03E-01	1.48E-03	1.54E-03	3.38E-03
<b>U 2 (m)</b>	3.71E-02	3.31E-02	4.33E-03	5.13E-07	1.34E-02

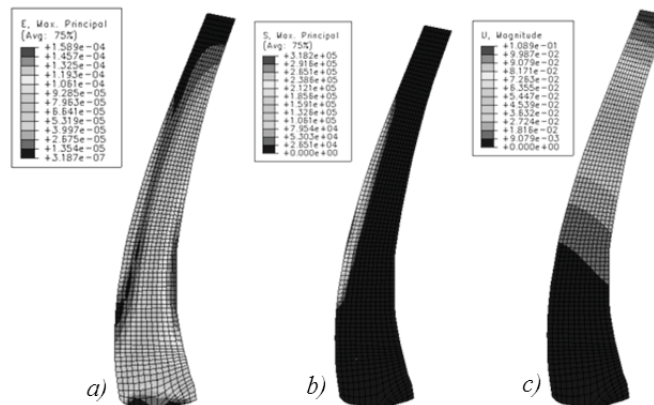


Figura 4. Resultados para Modelo 2. a) Deformaciones máximas principales. b) Esfuerzos máximos principales. c) Desplazamientos máximos principales

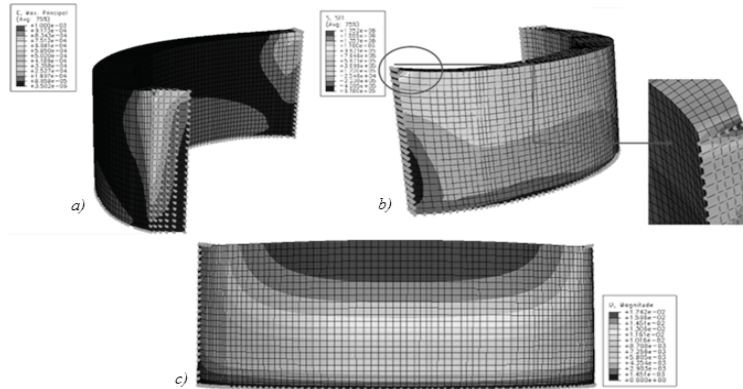


Figura 5. Resultados para Modelo 3. a) Deformaciones máximas principales. b) Esfuerzos máximas principales. c) Desplazamientos máximas principales

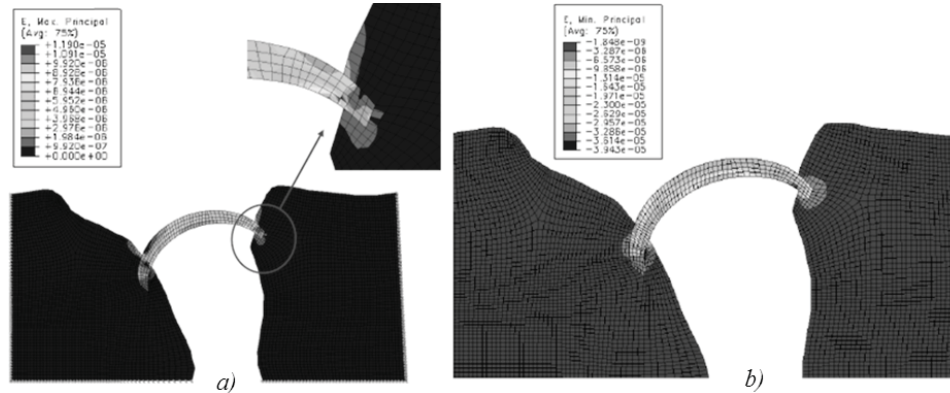


Figura 6. Resultados para Modelo 4. a) Deformaciones máximas principales. b) Deformaciones mínimas principales

#### 4. CONCLUSIONES

A partir de los datos obtenidos de deformación, esfuerzo y desplazamiento obtenidos en la Simulación Geomecánica, se puede concluir que los taludes del Complejo Hidroeléctrico José Antonio Páez, en los que se encuentra emplazada la presa de arco, presentan deformaciones con valores muy bajos, aproximadamente por el orden de  $1E-6$ , donde existe una concentración de esfuerzos alrededor del contacto roca-presa los que se encuentran distribuidos de manera simétrica en ambos lados, variando aproximadamente entre  $3.9E4 \text{ Kg/m}^2$  y  $4.5E3 \text{ Kg/m}^2$ . En cuanto a los desplazamientos totales, los mayores ocurren en la presa, manteniendo la roca intacta.

Los modelos 1 y 2, reflejaron resultados similares entre ellos en cuanto a las tres variables solicitadas, con lo que se puede concluir estos modelos son comparativos para estudiar el comportamiento de la sección transversal de la presa. La distribución de la carga como hidrostática distribuida a un tercio de la altura, son aproximaciones válidas puesto que los

resultados tuvieron pocas variaciones. El uso de condiciones de borde en estos modelos corresponde a una base empotrada, ya que al ser modelos bidimensionales la profundidad queda expresada en 2D.

El modelo 3 corresponde a una representación 3D de la presa donde se registraron deformaciones máximas principales en el borde superior, localizadas puntualmente, alcanzando un valor máximo de  $1E-3$ . La deformación mínima registra una magnitud de  $7,570E-6$ . Es un modelo importante porque permite el análisis del comportamiento de la estructura considerando empotramiento en los anclajes laterales, simulando los taludes sin movimiento. Por otro lado, los esfuerzos sobre la presa no sobrepasan los valores de resistencia del concreto de  $3E6 \text{ Kg/m}^2$ .

Los modelos 1, 2 y 3, se realizaron con la finalidad de estudiar el comportamiento de la presa aislada del entorno donde se encuentra, para determinar las zonas críticas donde sean mayores los valores de las deformaciones, esfuerzos y desplazamientos para luego realizar un modelo en planta a una profundidad cercana a la zona crítica.

Los modelos 4 y 5 son los modelos creados con base a los resultados de los modelos anteriores y muestran la interacción entre la presa y los taludes.

El modelo 4 es un modelo bidimensional en planta, de cota 1590 m, presentó deformaciones máximas principales en la estructura de la presa, obteniendo un máximo valor de  $1,190E-5$  y en la roca se registran valores de deformaciones de  $1,984E-5$ . El modelo 5 representa un modelo en planta bidimensional a una profundidad en el embalse de 40 metros. Las deformaciones máximas principales del modelo se dan en la estructura de la presa, de manera puntual, alcanzando un valor máximo de  $6,552E-5$ , en la estructura de concreto, en la roca se registran valores de deformaciones de  $1,092E-5$ . Estos modelos no ingresan en rangos plásticos por lo cual se presume un modelo de comportamiento adecuado con los valores actuales de la simulación.

Al ser una presa en arco, el comportamiento característico de la transmisión de esfuerzos según sistemas compresivos es comprobado en esta simulación. Los modelos 4 y 5 muestran este típico comportamiento transmitiendo los efectos a los taludes de anclaje. Todas las variables solicitadas muestran en sistema X y Y la distribución característica. Los efectos cortantes son mostrados y analizados dentro de los rangos permisibles.

## 5. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1]. Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico. 1978. *Informe y Planos Sobre el Complejo Hidroeléctrico de Santo Domingo "General José Antonio Páez*. Universidad de los Andes. Mérida - Venezuela.
- [2]. Elberg, M, Cancelo J, Angarita A. 2006. *Simulación Geomecánica de presas de tierra a partir de un modelo poroelastoplástico con base al Método de Elementos Finitos*. Capítulo de libro *Simulación y Modelado en Ingeniería y Ciencias*. ISBN: 980-00-2315-1. B. Gámez, D. Ojeda, G. Larrazábal y M. Cerrolaza. Editores. Caracas, Venezuela.
- [3]. Pérez, A. y Elberg M. 2004. *Simulación Geomecánica de presas de tierra a partir de un modelo estático*. Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Geológica. Mérida. Venezuela.
- [4]. González de Vallejo., L. et al. 2002. *Ingeniería Geológica*. Pearson. Educación. Madrid. España.
- [5]. Carrillo M., Linkimer L., Rodríguez A. 2002. *Clasificación Geomecánica y análisis de estabilidad de taludes del macizo rocoso Coris, Cartago, Costa Rica*. Revista Geológica de América Central, 26:91-96.

## ESTUDIO GEOMECÁNICO DEL EOCENO DEL ALTO DE CEUTA Y ÁREA 2 NORTE, BLOQUE VII DEL LAGO DE MARACAIBO, VENEZUELA.

**Anggie Peña**

**Mariliana Peñuela**

**Norly Belandria**

**Francisco Bongiorno**

*anggiep\_2@hotmail.com*

*marip\_222@hotmail.com*

*norlythairis@hotmail.com*

*frabon@ula.ve*

Departamento de Geomecánica. Escuela de Ingeniería Geológica. Grupo de Investigación en Geología Aplicada (GIGA). Universidad de Los Andes.

**Carlos, Lobo**

*lobocl@pdvsa.com*

PDVSA E&P Occidente. Estudios Integrados de Yacimientos. Maracaibo, Estado Zulia.

**Resumen.** *Se estudió Geomecánicamente el Eoceno del Alto de Ceuta y Área 2 Norte, Bloque VII del Lago de Maracaibo. Se caracterizó la resistencia mecánica de las Arenas “B” y “C” de la Formación Misoa, se estableció la relación entre la resistencia a la compresión efectiva, la presión de poros y el drawdown crítico, se calcularon las resistencias a la compresión efectiva por los criterios: Mohr-Coulomb y Hoek-Brown, se calculó la magnitud del esfuerzo horizontal máximo por Barton-Zoback, Teoría de Fallamiento por Fricción y Contraste de Anisotropía Acimutal de la onda de corte “S”. Las Arenas “B” presentaron mayor resistencia que las Arenas “C”, el esfuerzo horizontal máximo más representativo es de 1,42 lpc/pie por la metodología de Barton-Zoback y el criterio de Mohr-Coulomb es el más optimista que el de Hoek-Brown. El gradiente del esfuerzo vertical de sobrecarga es de 1,01 lpc/pie, el gradiente del esfuerzo horizontal mínimo se estimó en 1,08 lpc/pie y el gradiente de fractura se estimó en 1,15 lpc/pie. La dirección del esfuerzo horizontal máximo ( $\sigma_{Hmax}$ ) en las Arenas “B” y “C” de la Formación Misoa es Noroeste- Sureste (NO-SE). El régimen tectónico imperante en el Eoceno del Campo Ceuta se encuentra entre “inverso” y “transcurrente”. Los datos obtenidos servirán para ejecutar un modelo de estabilidad de hoyos, predicción y control de arenamiento, y la planificación de próximas actividades operacionales dentro del Campo Ceuta.*

**Palabras Claves:** Geomecánico, Esfuerzos, Resistencia, Tectónico.

## 1. INTRODUCCIÓN

El campo Ceuta fue descubierto por Mene Grande Oil Company, en Abril de 1956, con el pozo 75-Z-1 o Ceuta-1. Después de 1957 tres empresas más perforaban en el área y el campo creció rápidamente hacia el Norte y al Este según Lobo, C. et al. [1]. La representación del yacimiento es el modelo estático, el cual está conformado por cinco modelos interdependientes: estructural, estratigráfico, sedimentológico, petrofísico y de fluidos-presiones. De su calidad depende el grado de incertidumbre que se maneje. Si los modelos son de alta calidad, la incertidumbre que se manejará será baja (Lobo, C. et al. [1]). Sin embargo, se ha comprobado que los modelos estáticos por sí solos no son suficientes para caracterizar todo el comportamiento que presentan los yacimientos, como es el caso del comportamiento mecánico y los elementos que en él intervienen: esfuerzos, deformaciones, resistencia y variación de propiedades elásticas de las rocas. Para poder analizar el comportamiento mecánico del yacimiento deben realizarse estudios geomecánicos, por medio de los cuales se tratan de reproducir todos o la mayoría de los elementos mencionados. La presente investigación tiene por objetivo realizar un estudio geomecánico del Eoceno Alto de Ceuta y Área 2 Norte, Bloque VII del Lago de Maracaibo, tomando como referencia el modelo estático disponible.

## 2. METODOLOGÍA

**2.1 Caracterización de la Resistencia Mecánica de la Roca en base a Datos de Núcleos:** La caracterización de la resistencia de la roca se refiere a la determinación de los parámetros de resistencia a la compresión simple (*UCS*), según Vásquez [2], cohesión ( $\tau_0$ ), fricción ( $\mu$ ), tracción ( $T_0$ ), según González de Vallejo et. al. [3], propiedades elásticas: Modulo de Young Dinámico (*Ed*) y Coeficiente de Poisson Dinámico (*νd*) a través de perfiles según Maury y Seger [4], y parámetros “*m<sub>i</sub>*” y “*s*”, los cuales se obtienen a partir de ensayos geomecánicos de núcleos (*UCS*, *RSD*, triaxiales, tensión indirecta, compresibilidad, entre otros).

**2.2 Cálculo del Drawdown Crítico de las rocas del Eoceno:** El *drawdown* crítico ( $\Delta P_c$ ) se calculó por el Método de Shell – Veeken que aparece en Vásquez [2]. Este método establece un Límite Optimista (Zona Superior) y un Límite Conservador (Zona Inferior) calculado a partir del tiempo de tránsito de la onda compresional “P”.

**2.3 Cálculo del Gradiente de Presión de Poros:** El gradiente de presión de poros (*PP*) se calculó a través del software *Drillworks Predict* usando como registros de entrada: el perfil de rayos gamma (*GR*), tiempo de tránsito de la onda compresional “P” (*DT* ó *DTC*), densidad (*RHOB*) y resistividad (*RES*).

**2.4 Determinación de la Magnitud del Esfuerzo Horizontal Mínimo y Gradiente de Fractura:** Se estimaron los gradientes a través de las siguientes pruebas:

- Pruebas de Fracturamiento Hidráulico (*DataFrac*).
- Pruebas de Integridad del Hoyo (*MicroFrac*).

Los resultados de estas pruebas son representados en el gráfico de presión vs tiempo de bombeo, el cual permite interpretar el gradiente de la presión de cierre de la formación (*Formation Closure Pressure*) que representa el gradiente del esfuerzo horizontal mínimo ( $\sigma_{hmin}$ ), el valor de presión de cierre instantánea o ISIP (*Instantaneous Shut-In Pressure*) se considera el Gradiente de Fractura (*FG*).



**2.5 Cálculo de la Resistencia a la Compresión Efectiva de la Roca del Eoceno:** Para las Arenas “B” y “C” del Eoceno se utilizaron los criterios de rotura de Mohr-Coulomb y Hoek-Brown según Geomechanics International [5]. Mediante el criterio de rotura de Mohr-Coulomb se calculó la resistencia a la compresión efectiva a través de la (Ecuación 1), y con el criterio de rotura de Hoek-Brown (Ecuación 2)

$$\sigma_1' = (\sqrt{\mu^2 + 1} + \mu)^2 (\sigma_3 - PP) + UCS \quad (1)$$

$$\sigma_1' = \sigma_3 - PP + UCS \sqrt{m \frac{(\sigma_3 - PP)}{UCS} + s} \quad (2)$$

**2.6 Estimación de la Magnitud del Gradiente del Esfuerzo Horizontal Máximo:** La magnitud del gradiente del esfuerzo horizontal máximo ( $\sigma_{Hmax}$ ) se estimó por la teoría de fallamiento por fricción, el método del ancho de los *breakouts* y por anisotropía acústica según Geomechanics International [5].

**Método del Ancho de los Breakout.** Sus autores son Barton y Zoback [6]. Se mide el ancho de los *breakouts* y se calcula el ángulo conjugado. Luego se procede a calcular la magnitud del gradiente del esfuerzo horizontal máximo ( $\sigma_{Hmax}$ ) con la siguiente ecuación (3).

$$\sigma_{Hmax} = \frac{(\sigma_1 + 2 PP) - \sigma_v [1 + 2 \cos(2\theta_b)]}{[1 - 2 \cos(2\theta_b)]} \quad (3)$$

**Teoría de Fallamiento por Fricción.** Se hizo un acotamiento de la magnitud del gradiente del esfuerzo horizontal máximo ( $\sigma_{Hmax}$ ). Cabe destacar que esta teoría es de mucha utilidad en aquellos pozos que carecen de registros de imágenes (ecuación 4).

$$\sigma_{Hmax} \leq (\sqrt{\mu^2 + 1} + \mu)^2 (\sigma_v - PP) + PP \quad (4)$$

**Anisotropía Acústica.** Como variable de entrada se utilizó el esfuerzo horizontal mínimo ( $\sigma_{hmin}$ ) y el porcentaje de anisotropía acústica (PAA). Por medio de la siguiente ecuación (5) se calculó la magnitud del gradiente del esfuerzo horizontal máximo ( $\sigma_{Hmax}$ ).

$$\sigma_{Hmax} = PAA * \sigma_{hmin} \quad (5)$$

**2.7 Determinación de la Dirección de los Esfuerzos Horizontales Máximo y Mínimo:** Por medio del análisis de los registros de imágenes acústicas y resistivas se identificó la dirección y ancho de *breakouts*. La dirección de los *breakouts* corresponde al esfuerzo horizontal mínimo ( $\sigma_{hmin}$ ) y perpendicular al mismo se ubica la dirección del esfuerzo horizontal máximo ( $\sigma_{Hmax}$ ). En el análisis de anisotropía acimutal o acústica de sónicos dipolares cruzados y radiales, la dirección de la onda “S” rápida corresponde al esfuerzo horizontal máximo ( $\sigma_{Hmax}$ ), mientras que la dirección de la onda “S” lenta corresponde al esfuerzo horizontal mínimo ( $\sigma_{hmin}$ ). En los ensayos ASR (Anaelastic Strenght Recovery) se identifica la dirección de las contracciones inelásticas del núcleo, las cuales representan la dirección del esfuerzo horizontal máximo ( $\sigma_{Hmax}$ ) y perpendicular a este se encuentra la dirección del esfuerzo horizontal mínimo ( $\sigma_{hmin}$ ).

### 3. RESULTADOS

### 3.1 Caracterización de la Resistencia Mecánica de la Roca en base a Datos de Núcleos:

Según los valores de resistencia a la compresión simple las areniscas más resistentes corresponden a las unidades B4 y B6 de las Arenas “B” y la unidad C5 de las Arenas “C”, mientras que las areniscas menos resistentes corresponden a las unidades C1 a C4 de las Arenas “C”. De igual manera la cohesión para las Arenas “B” (B4 – B6) presenta un valor mediana de 2.160 lpc, mientras que para las Arenas “C” (C1 – C4) presenta valores mediana entre 1.100 lpc – 2.080 lpc. La fricción para las Arenas “B” (B4 – B6) presenta un valor mediana de 0,53 y para las Arenas “C” (C1 – C4) presenta valores medianas entre 0,75 – 1,37. El rango de medianas del Coeficiente de Poisson dinámico, se encuentra entre 0,19 y 0,29. Mientras que el rango de medianas del Módulo de Young dinámico se encuentra entre  $1,62 \times 10^6$  y  $4,45 \times 10^6$  PSI, que corresponden con valores típicos de areniscas consolidadas.

**3.2 Cálculo del Drawdown o Caída de Presión Crítica:** La ecuación de Shell-Veeken que mejor calibró para las Arenas “B” (B1 – B6) de la Formación Misoa fue la del Límite Optimista, obteniéndose valores entre 1759 y 3868 lpc, mientras que para las Arenas “C” (C1 – C4) resulto la del Límite Conservador, con la cual se obtuvieron valores comprendidos entre 1009 y 2835 lpc.

**3.3 Cálculo del Esfuerzo Vertical de Sobrecarga:** A la profundidad de 8.000 pies, el gradiente de sobrecarga es de 0,9518 lpc/pie, mientras que a 16.000 pies es de 1,013 lpc/pie. Estos resultados confirman las investigaciones realizadas por Hoek y Brown en Almeida y Cornelis [7] donde indican que a profundidades mayores de 10.000 pies, en la mayoría de las regiones a nivel mundial, el gradiente del esfuerzo vertical de sobrecarga está entre 0,90 lpc/pie y 1,10 lpc/pie.

**3.4 Resultados del Gradiente de Presión de Poros:** En base a los resultados obtenidos, puede afirmarse que toda la secuencia del Mioceno – Plioceno en el Campo Ceuta, desde la superficie hasta el tope de la Formación La Rosa, está sometida a una presión de poros normal (presión hidrostática), de 0,45 lpc/pie (8,65 lpg). A partir de la Formación La Rosa, comienzan a observarse intervalos sobrepresurizados.

### 3.5 Resultados de la Magnitud del Esfuerzo Horizontal Mínimo y Gradiente de Fractura:

En base a los resultados obtenidos, puede afirmarse que, dentro de la Formación Misoa del Campo Ceuta, el gradiente de presión de iniciación de la fractura inducida o BP (Breakdown Pressure) tiene una mediana de 1,19 lpc/pie, el de presión de cierre instantánea o ISIP (Instantaneous Shut-In Pressure) posee una mediana de 1,15 lpc/pie y es equivalente a la magnitud del gradiente de fractura (FG), mientras que el gradiente de presión de cierre de la formación o FCP (Formation Closure Pressure) posee una mediana de 1,08 lpc/pie y es equivalente a la magnitud del esfuerzo principal menor o esfuerzo horizontal mínimo.

**3.6 Cálculo de la Magnitud del Esfuerzo Horizontal Máximo:** Resultados del Cálculo de la Magnitud del Esfuerzo Horizontal Máximo por la Metodología de Barton-Zoback es la más representativa. La menor magnitud del gradiente del esfuerzo horizontal máximo ( $\sigma_{Hmax_2}$ ) se obtuvo con la resistencia a la compresión efectiva calculada por el criterio de rotura de Mohr-Coulomb, con fricción estimada por regresión lineal, con una mediana de 1,42 lpc/pie con la presión de poros máxima y 1,56 lpc/pie con la presión de poros mínima.

**3.7 Dirección de los Esfuerzos Horizontales Máximo y Mínimo:** El sumario de las direcciones interpretadas para los esfuerzos horizontales máximos y mínimos de las Arenas “B” y “C”

arrojando como resultados en las arenas B una mediana en la dirección del esfuerzo horizontal mínimo ( $\sigma_{Hmin}$ ) de  $67^\circ$  y la dirección del esfuerzo horizontal máximo ( $\sigma_{Hmax}$ ) de  $157^\circ$  y para las arenas C una mediana en la dirección del esfuerzo horizontal mínimo ( $\sigma_{Hmin}$ ) de  $56,45^\circ$  y la dirección del esfuerzo horizontal máximo ( $\sigma_{Hmax}$ ) de  $146,45^\circ$ .

**3.8 Determinación del Régimen Tectónico Imperante en el Área de Estudio:** Para la determinación del régimen tectónico imperante en el área de estudio, se compararon las magnitudes de los esfuerzos ortogonales principales, resultando “Figura 1(a)”:  $\sigma_v = 1,01$  lpc/pie,  $\sigma_{Hmin} = 1,08$  lpc/pie,  $\sigma_{Hmax} = 1,42$  lpc/pie.

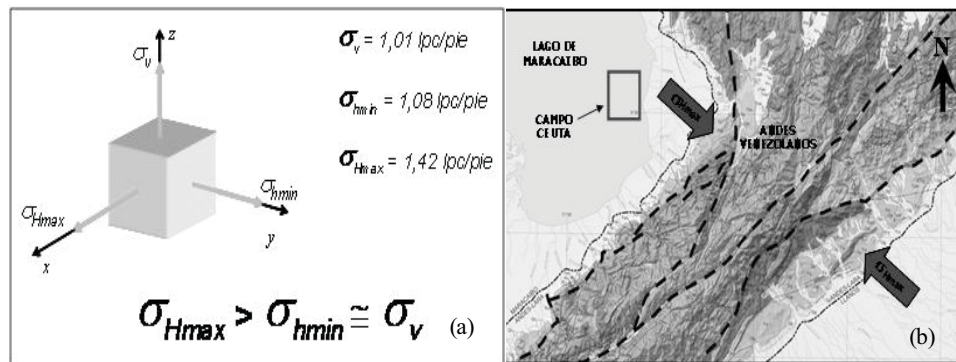


Figura 1- (a) Comparación de las Magnitudes de los Esfuerzos Ortogonales Principales en el Campo Ceuta. (b) Dirección del Esfuerzo Horizontal Máximo interpretado por Palme, Choy y Morandi (2001).

Estas magnitudes indican que el esfuerzo horizontal máximo es aproximadamente entre 25% y 30% mayor que las otras componentes, y que a su vez, el esfuerzo horizontal mínimo es un poco mayor al esfuerzo vertical de sobrecarga, es decir, hay bajo contraste entre ambos. Tomando en consideración la clasificación de los regímenes tectónicos de Anderson [8], podemos afirmar que el régimen tectónico imperante en el Eoceno del Campo Ceuta se encuentra entre “inverso” y “transcurrente”. La dirección del esfuerzo horizontal máximo interpretada en el Campo Ceuta ( $146^\circ - 157^\circ$ ) coincide con la dirección de esfuerzos regionales Noroeste – Sureste (NO-SE) producto de la colisión oblicua entre el Bloque de Maracaibo y la Placa Suramericana, que levantaron los Andes Venezolanos expuesta en Colleta y otros [8] “Figura 1(b)”. Esto es consistente con modelos publicados por autores como Palme y otros [9], Audemar [10].

#### 4. CONCLUSIONES

Se caracterizó la resistencia mecánica de las Arenas “B” y Arenas “C” de la Formación Misoa (Eoceno) del Alto de Ceuta y el Área 2 del Campo Ceuta, donde los valores de los ensayos UCS indican que las areniscas más resistentes corresponden a las unidades B4, B6 y C5, mientras que las areniscas menos resistentes corresponden a las unidades C1 a C4. Dentro de las Arenas “C” se observó que las fricciones ( $\mu$ ) calculadas por el análisis de las envolventes de Mohr-Coulomb presentaron valores más altos que las calculadas por el registro continuo RSD (*Rock Strength Device*). Se lograron calibrar para las Arenas “B” y “C” del Campo Ceuta 5 modelos de perfiles a la resistencia a la compresión simple (UCS). De las Ecuaciones de Shell-Veecken para

calcular el *Drawdown* o Caída de Presión Crítica, el Límite Optimista representó a las Arenas “B” y el Límite Conservador a las Arenas “C” para el Campo Ceuta. Se obtuvo para todo el Alto de Ceuta y Área 2 el esfuerzo vertical de sobrecarga ( $\sigma_v$ ). Los resultados confirman las investigaciones realizadas por Hoek y Brown (1980). Se calcularon las resistencias a la compresión efectiva a través de los criterios de rotura de Mohr -Coulomb y de Hoek-Brown. Para el criterio de rotura de Mohr-Coulomb, se evidenció que la resistencia a la compresión efectiva depende de los valores estimados para la fricción ( $\mu$ ) de la roca. Las unidades estratigráficas que presentaron mayores presiones anormales (sobrepresión) fueron las lutitas de la Formación La Rosa, las lutitas de la Formación Paují y las Arenas del C-Inferior (C5 – C7) de la Formación Misoa, donde existen areniscas poco drenadas. La zonas con subpresión se hallaron en los yacimientos con larga vida de productividad del B-Superior (B1 – B4), B-Inferior (B6) y C-Superior (C1 – C4) donde su energía natural ha declinado (yacimientos depletados). Según la clasificación de los regímenes tectónicos de Anderson (1951), el régimen tectónico imperante en el Eoceno del Campo Ceuta se encuentra entre “inverso” y “transcurrente”. La dirección del esfuerzo horizontal máximo ( $\sigma_{Hmax}$ ) interpretada en el Campo Ceuta ( $146^\circ - 157^\circ$ ) coincide con la dirección de esfuerzos regionales Noroeste – Sureste (NO-SE), la cual fue interpretada por Choy, Palme y Morandi (2000; 2001) entre  $110^\circ$  y  $135^\circ$ .

## REFERENCIAS

- [1] Lobo, C., Chacón, J., y Rojas. S. “Modelo Estático del Eoceno del Alto de Ceuta y Área 2 Norte, Campo Ceuta, Bloque VII del Lago de Maracaibo”. Estudios Integrados de Yacimientos, PDVSA E&P, División Occidente. Maracaibo, 2010
- [2] Vásquez, A. “Introducción a la Geomecánica Petrolera”. V.V.A. Consultores. C.A., Quinta Edición. Caracas. Venezuela, 2001
- [3] González de Vallejo, L., Ferrer, M., Ortuño, L., y Oteo, C. “Ingeniería Geológica”. Editorial Pearson. Madrid. España, 2002
- [4] Maury, M., y Seger, O. “Temas Especiales y Aspectos Operacionales: Geomecánica”. Estudio integrado del yacimiento C-Superior P676. Área 2 Sur. Bloque VII Ceuta. Beicip-Franlab y PDVSA E&P Occidente. Maracaibo. Venezuela, 2008
- [5] GeoMechanics International. “Curso de Geomecánica en E&P de Petróleo y Gas”. Dictado para PDVSA E&P Occidente, 2009
- [6] Barton, C., and Zoback, M. “Stress Perturbations associated with Active Faults penetrated by Boreholes: Possible evidence for near complete stress drop and a new technique for stress magnitude measurement”. Journal of Geophysical Research. 99. 9373-9390, 1994
- [7] Almeida y Cornielis. (2010). “Curso de Geomecánica Aplicada a la Industria”. Dictado para PDVSA E&P Occidente, 2010.
- [8] Anderson, E. “The Dynamics of Faulting” Oliver and Boyd. Edinburgh, 1951
- [9] Palme, C., Choy, J., y Morandi, M. “Mecanismos Focales Sísmicos y Esfuerzos Tectónicos en la Región Norte de los Andes Merideños. Venezuela”. Revista “Interciencia” Vol. 26. No. 005. Caracas. Venezuela, 2001
- [10] Audemar, M. “Tectonics of Western Venezuela”. Rice University (Ph. D. Thesis), Houston Texas. 245 pp, 1997

## REDES NEURONALES ARTIFICIALES APLICADAS A LA ESTIMACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE LA FALLA DE BOCONÓ

**Maria Elberg**

*mariael@ula.ve*

Escuela de Ingeniería Geológica. Facultad de Ingeniería.  
Universidad de Los Andes. Mérida – Venezuela.

**Francklin Rivas**

**Wandha Andrade**

**Jose Aguilar**

*rivas@ula.ve*

*aguilar@ula.ve*

Escuela de Ingeniería de Sistemas. Facultad de Ingeniería.  
Universidad de Los Andes. Mérida – Venezuela.

**Resumen.** *Venezuela presenta varias fallas geológicas activas que son causantes de los movimientos sísmicos de diversas magnitudes que se sienten en el país. Una de las fallas mas importantes es la de Boconó, la cual se ubica en la región occidental, afectando ciudades como Mérida y Barquisimeto. El objetivo principal de esta investigación es utilizar registros sísmicos históricos relacionados a la zona de estudio, para la generación de modelos basados en Redes Neuronales Artificiales (RNA) utilizando valores de latitud, longitud, profundidad, tiempo y magnitud. Las RNA son usadas en la búsqueda de patrones y estimación del comportamiento de la falla. En el trabajo se analiza la factibilidad del uso de RNA para este tipo de problemas geonuméricos, y se presentan algunos resultados preliminares obtenidos.*

**Palabras clave:** Redes Neuronales Artificiales, Sismos, Falla de Boconó.

### 1. INTRODUCCIÓN

Esta investigación estudia el comportamiento de los sismos relacionados con la Falla de Boconó, utilizando RNA [1, 2] alimentadas con datos históricos de magnitud y ubicación principalmente. Específicamente, con las RNA se intentan identificar patrones de

comportamiento y estimar la posible conducta a futuro, luego del entrenamiento respectivo de las RNA.

Las zonas del Norte y Suroccidente de Venezuela se caracterizan por presentar un nivel de sismicidad moderada, asociada a que forman parte de la zona limítrofe con las placas tectónicas del Caribe y de América del Sur, así como también con la microplaca del bloque Maracaibo-Santa Marta, la cual limita con las fallas geológicas de Santa Marta-Bucaramanga, Boconó y Oca; a esta región sísmicamente activa se le asocian los terremotos más demoledores de la historia [3].

Una de las fallas activas más importantes de la Cordillera Andina es la Falla de Boconó, que se localiza al Occidente de Venezuela y cuenta con una longitud de más de 500 Km. Dicha falla se puede visualizar si se dibuja una línea imaginaria que pase por las poblaciones de La Grita, Bailadores, Tovar, Mérida, Mucuchíes, y se prolonga hacia el Táchira por el Sur y hacia Carabobo y el Mar Caribe por el Noreste [3]. La Figura 1 muestra la ubicación de la falla de Boconó y la zona en estudio (en círculo).

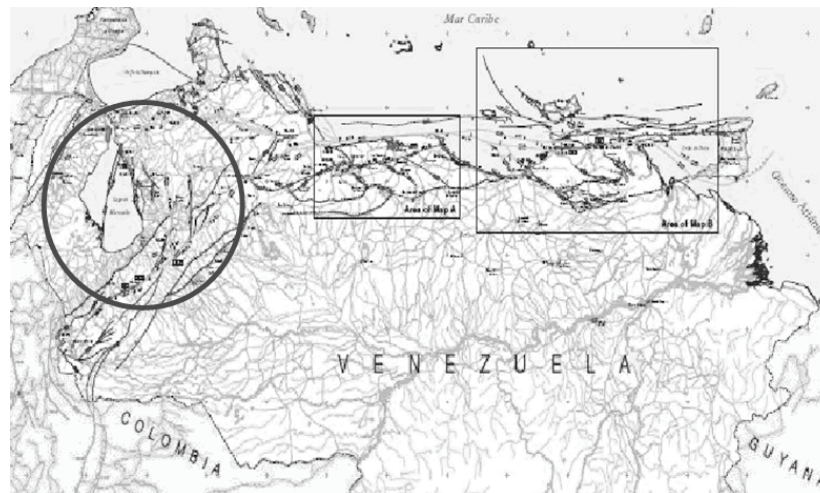


Figura 1. Ubicación del área de estudio encerrada en el círculo.

## 2. METODOLOGIA

La metodología del presente proyecto consta de cuatro (4) fases, que se llevan a cabo de manera sucesiva, las cuales son [1]:

La *primera fase* comprende la búsqueda de información para conocer los registros históricos y eventos sísmicos producto de los movimientos tectónicos asociados a la Falla de Boconó en el Occidente de Venezuela. La *segunda fase* consiste en analizar estadísticamente los datos de los sismos, incluyendo en esta fase el procesamiento y depuración de los registros sísmicos que se utilizan para el entrenamiento de las RNA [4, 5]. La *tercera fase* consiste en la aplicación de las RNA para que evalúen el comportamiento asociado a los sismos en la Falla de Boconó en el Occidente del país, utilizando el programa computacional *Statistica Neural Networks 4.0* [6]. Para ello, previamente las RNA son entrenadas con parte de dichos registros sísmicos. La *cuarta fase* comprende el análisis de los resultados obtenidos anteriormente, para determinar y validar si las RNA son apropiadas. En función de la calidad de las RNA, las mismas

puede ser usadas en esta fase para inferir la ubicación y magnitud de los posibles movimientos que ocurrirán en el futuro en el Occidente de Venezuela, originados por la Falla de Boconó.

Los registros sísmicos históricos de la Falla de Boconó utilizados para entrenar las redes, contienen señales pertenecientes a los catálogos digitales que se encuentran en las redes de monitoreo de la Fundación Venezolana de Investigaciones Sismológicas (FUNVISIS) [7] y de la Fundación para la Prevención de los Riesgos Sísmicos (FUNDAPRIS) [8]; dichos datos fueron procesados y depurados con el fin de establecer los factores relevantes.

Del catálogo de FUNDAPRIS se utilizaron mil ciento cincuenta y nueve (1159) eventos sísmicos desde el 2 de Enero de 1990 hasta el 6 de Mayo de 2008; mientras que los reportados por FUNVISIS se desglosan en dos fases, la primera fase corresponden a seiscientos sesenta y tres (663) sismos desde el 5 de Enero de 2008 hasta el 21 de Julio de 2011, y para la segunda se extendió la data hasta el 10 de Octubre de 2011, anexándose treinta (30) sismos. Así, se conto finalmente con mil ochocientos cincuenta y dos (1852) eventos sísmicos. Como entrada de las RNA se consideraron como factores relevantes la fecha, latitud, longitud, profundidad y magnitud de cada evento sísmico.

### 3. EXPERIMENTOS Y ESCENARIOS

Los experimentos iniciales evalúan el comportamiento de las RNA para distintas salidas deseadas, en las cuales se consideraron:

- a. La ubicación, que corresponde con la localización del próximo sismo considerando sus dos componentes *Latitud* y *Longitud*.
- b. El tiempo, que busca determinar la fecha en que ocurrirá el próximo evento sísmico.
- c. La fecha y ubicación, que es la unión de los apartados anteriores ya que es importante estimar cuando y donde ocurrirá un sismo.
- d. La fecha, ubicación, magnitud y profundidad, corresponden al mejor de los casos propuestos; ya que se tendría una aproximación completa de la ocurrencia de un próximo sismo, y con ello se podrían tomar las medidas preventivas consideradas para este tipo de eventualidades.

Por otro lado, buscando evaluar la incidencia que podrían tener sobre las variables a predecir los valores anteriores de las entradas, se realizaron cinco escenarios asociados a eventos anteriores (retardos), los cuales son:

- a. Un retardo, denominado como K-1.
- b. Dos retardos, denotado como K-2.
- c. Tres retardos, denominado como K-3.
- d. La combinación de uno y dos retardos, considerando la connotación de los apartados a y b.
- e. La combinación de los tres primeros apartados que equivalen a tres (3) retardos, es decir, K-1, K-2 y K-3.

Las RNA usadas fueron de varios tipos (eso es también un parámetro que intentamos optimizar). En específico, se usaron redes perceptrónicas multicapas, lineales y de función base radial [6]. La tabla 1 muestra los experimentos realizados. Fueron utilizados el 50% de los datos para entrenamiento, 25% para validación y 25% para prueba.

Tabla 1. Experimentos y escenarios para el entrenamiento de la RNA

Experimentos y Escenarios	Entradas	Salidas Deseadas
1.a	T(k-1), Lon(k-1), Lat(k-1), Mg(k-1), Prof(k-1)	Lon(k), Lat(k)
2.a	T(k-1), Lon(k-1), Lat(k-1), Mg(k-1), Prof(k-1)	T(k)
3.a	T(k-1), Lon(k-1), Lat(k-1), Mg(k-1), Prof(k-1)	T(k), Lon(k), Lat(k)
4.a	T(k-1), Lon(k-1), Lat(k-1), Mg(k-1), Prof(k-1)	T(k), Lon(k), Lat(k), Mg(k), Prof(k)
1.b	T(k-2), Lon(k-2), Lat(k-2), Mg(k-2), Prof(k-2)	Lon(k), Lat(k)
2.b	T(k-2), Lon(k-2), Lat(k-2), Mg(k-2), Prof(k-2)	T(k)
3.b	T(k-2), Lon(k-2), Lat(k-2), Mg(k-2), Prof(k-2)	T(k), Lon(k), Lat(k)
4.b	T(k-2), Lon(k-2), Lat(k-2), Mg(k-2), Prof(k-2)	T(k), Lon(k), Lat(k), Mg(k), Prof(k)
1.c	T(k-3), Lon(k-3), Lat(k-3), Mg(k-3), Prof(k-3)	Lon(k), Lat(k)
2.c	T(k-3), Lon(k-3), Lat(k-3), Mg(k-3), Prof(k-3)	T(k)
3.c	T(k-3), Lon(k-3), Lat(k-3), Mg(k-3), Prof(k-3)	T(k), Lon(k), Lat(k)
4.c	T(k-3), Lon(k-3), Lat(k-3), Mg(k-3), Prof(k-3)	T(k), Lon(k), Lat(k), Mg(k), Prof(k)
1.d	T(k-2), Lon(k-2), Lat(k-2), Mg(k-2), Prof(k-2), T(k-1), Lon(k-1), Lat(k-1), Mg(k-1), Prof(k-1)	Lon(k), Lat(k)
2.d	T(k-2), Lon(k-2), Lat(k-2), Mg(k-2), Prof(k-2), T(k-1), Lon(k-1), Lat(k-1), Mg(k-1), Prof(k-1)	T(k)
3.d	T(k-2), Lon(k-2), Lat(k-2), Mg(k-2), Prof(k-2), T(k-1), Lon(k-1), Lat(k-1), Mg(k-1), Prof(k-1)	T(k), Lon(k), Lat(k)
4.d	T(k-2), Lon(k-2), Lat(k-2), Mg(k-2), Prof(k-2), T(k-1), Lon(k-1), Lat(k-1), Mg(k-1), Prof(k-1)	T(k), Lon(k), Lat(k), Mg(k), Prof(k)
1.e	T(k-3), Lon(k-3), Lat(k-3), Mg(k-3), Prof(k-3), T(k-2), Lon(k-2), Lat(k-2), Mg(k-2), Prof(k-2), T(k-1), Lon(k-1), Lat(k-1), Mg(k-1), Prof(k-1)	Lon(k), Lat(k)
2.e	T(k-3), Lon(k-3), Lat(k-3), Mg(k-3), Prof(k-3), T(k-2), Lon(k-2), Lat(k-2), Mg(k-2), Prof(k-2), T(k-1), Lon(k-1), Lat(k-1), Mg(k-1), Prof(k-1)	T(k)
3.e	T(k-3), Lon(k-3), Lat(k-3), Mg(k-3), Prof(k-3), T(k-2), Lon(k-2), Lat(k-2), Mg(k-2), Prof(k-2), T(k-1), Lon(k-1), Lat(k-1), Mg(k-1), Prof(k-1)	T(k), Lon(k), Lat(k)
4.e	T(k-3), Lon(k-3), Lat(k-3), Mg(k-3), Prof(k-3), T(k-2), Lon(k-2), Lat(k-2), Mg(k-2), Prof(k-2), T(k-1), Lon(k-1), Lat(k-1), Mg(k-1), Prof(k-1)	T(k), Lon(k), Lat(k), Mg(k), Prof(k)

Donde T es la fecha en la cual ocurrió el evento sísmico, Lon corresponde a la Longitud, Lat a la latitud, Mg es la Magnitud y Prof es la Profundidad.

#### 4. RESULTADOS

De las sesenta y cinco (65) pruebas preliminares realizadas, se observó que cuarenta y cinco (45) presentan una pequeña variación en el valor del rendimiento, pudiendo ser consideradas de un rendimiento excelente (entendiéndose por excelente al realizar una curva de



regresión lineal entre los valores deseados de salida de la RNA y los efectivamente obtenidos, y encontrarse valores pequeños de variación), siete (7) mostraron un cambio en el rendimiento pero aun así los resultados son buenos, y finalmente, trece (13) pruebas no se pudieron terminar por razones de computo. Se tomó la decisión de estudiar aquellos experimentos que arrojaron un rendimiento excelente (ver tabla 2), con la intención de evaluar las variables más significativas y poder definir los trabajos a ser realizados como continuación.

Tabla 2. Topología de los experimentos con excelente rendimiento

Data	Tipo de red	Número de entradas	Número de variables seleccionadas	Número de capas ocultas	Número de salidas	Error De Entrenamiento
2.a_ViejaSelec	Lineal	5	3	0	1	0.002380
	Función de Base					0.007791
2.c_ViejaSelec	Radial	5	1	10	1	0.0001158
2.d_ViejaSelec	Lineal	10	1	0	1	0.0002646
2.e_ViejaSelec	Perceptrón Multicapa	15	1	10	1	0.004282
2.e_ViejaSinSelec	Perceptrón Multicapa	15	15	9	1	0.004349
2.b_NuevaSelec	Lineal	5	3	0	1	0.005284
2.d_NuevaSelec	Lineal	10	5	0	1	0.003075
2.e_NuevaSelec	Lineal	15	10	0	1	0.003065
4.e_NuevaSelec	Lineal	15	11	0	5	0.003231
2.a_NuevaSinSelec	Lineal	5	5	0	1	0.003009
2.d_NuevaSinSelec	Lineal	10	10	0	1	0.003029
4.d_NuevaSinSelec	Lineal	10	10	0	5	0.003420
2.e_NuevaSinSelec	Lineal	15	15	0	1	

En la tabla 2, “Vieja” corresponde al primer grupo de datos utilizados en el entrenamiento (hasta el 6 de Mayo de 2008), y “Nueva” es el grupo de datos completos hasta el 21 de Julio de 2011. Por otro lado, el programa *Statistica Neural Networks* tiene la capacidad de escoger las variables de entrada que poseen mayor correlación con las salidas deseadas [6], así que en aquellos casos donde se indica “selec” fue utilizada esta opción, mientras que en las indicadas como “sinselec” se decidió mantener el conjunto de entradas descrito en la tabla 1 sin modificaciones. Los resultados de la tabla 2 nos indican que las RNA obtenidas arrojan buenos resultados, pero no podrían aun ser considerados como válidos para tomar decisiones asociadas a

la ocurrencia de eventos sísmicos debido a que aun para ciertos casos nos fue imposible terminar ciertas pruebas.

## 5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este trabajo se presentó una aplicación de las RNA para predecir sismos en la falla de Boconó. Se generaron modelos para determinar el momento, lugar (longitud y latitud), Magnitud y Profundidad de un próximo sismo. Se ha mostrado, en principio, que las RNA pueden brindar resultados interesantes que pudieran colaborar en el importante problema de determinar lugar y características de futuros sismos, aunque quedan muchas alternativas por estudiar en este campo. En específico, los resultados nos indican que las RNA dan buenos resultados, pero aun se pueden mejorar al ahondar en el análisis del comportamiento de las RNA en tareas de predicción. Así, es fundamental continuar con la validación de los modelos obtenidos. Para ello, se continuarán estudios analizando cuales tipos de RNA son mejores, aumentando y variando las entradas a las RNA, sustituyendo la longitud y la latitud por áreas asociadas a zonas sísmicas del país, analizando la sensibilidad de cada una de las variables de entrada, entre otros estudios.

Finalmente, siendo el problema de determinación de sismo un problema sumamente complejo, se estudiaran técnicas híbridas, incluyendo técnicas tanto inteligentes (RNA, lógica difusa) como convencionales, para mejorar la caracterización de este problema.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] Aguilar J., Rivas F. *Introducción a las Técnicas de Computación Inteligente*. Editorial Meritec. Venezuela. 2001.
- [2] Hagan, M., Demuth H., Beale, M. *Neural Networks Design*. PWS Publishing Company, USA. 1996.
- [3] Ferrer, C., *Características geomorfológicas y neotectónicas de un segmento de la Falla de Boconó ubicada entre la ciudad de Mérida y La Laguna de Mucubaji, estado Mérida, Guía de Excursión Mérida-Laguna Mucubaji*. Escuela Latinoamericana de Geofísica. 1991.
- [4] Rivas, F. Colina, E. Rivas C. *Expert Systems methodology for Management Processes. Proceedings of IASTED International Conference on Software Engineering*. Las Vegas. U.S.A. 1998.
- [5] Pérez A., Torres E., Rivas F., Maldonado R. *A methodological approach for pattern recognition system using discriminant analysis and Neural Networks*. WSEAS Transactions on Systems. Issue 4, Volume 4, April 2005. pp 389-394. 2005.
- [6] FUNVISIS (2012) Disponible On line. <http://www.funvisis.gob.ve/>
- [7] FUNDAPRIS (2012) Disponible On line. <http://celeste.ciens.ula.ve/>
- [8] Statistica Neural Networks (2012) Disponible On line. [http://www.statsoft.com/products/stat\\_nn.html](http://www.statsoft.com/products/stat_nn.html)

## ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA LA MULTIPLICACIÓN MATRIZ DISPERSA -VECTOR, MEDIANTE EL LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN PARALELA ZPL

**Edwin Vargas**

**Enrique Flores**

**Demetrio Rey**

*vargase@uc.edu.ve*

*evflores@uc.edu.ve*

*drey@uc.edu.ve*

*Instituto de Matemática y Cálculo Aplicado, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Bárbula-Naguanagua, Código Postal 2008. Estado Carabobo, Venezuela. Teléfono: (58-241) 8672710 Extensión 264.*

**Resumen.** *En el presente trabajo se desarrolló una estrategia metodológica para el cálculo de la multiplicación Matriz Dispersa-Vector. La estrategia se fundamentó principalmente en caracterizar el cómputo como operaciones globales de alto nivel efectuadas sobre los componentes vectoriales de la representación dispersa utilizada. Se utilizó el lenguaje de programación paralela ZPL, analizando los diferentes grados de dispersión y distintos órdenes de la matriz. Dado que las operaciones se expresaron mediante los operadores paralelos del lenguaje, el código resultante corre en arquitecturas secuenciales y paralelas por igual. Se determinó la aceleración y la eficiencia variando la cantidad de procesadores. Por medio de la metodología desarrollada, se obtuvo como resultado la disminución del tiempo de ejecución a medida que se aumenta el número de procesadores, lo que indica la escalabilidad del programa.*

**Palabras Clave:** Matriz Dispersa, Programación Paralela, ZPL

### 1. INTRODUCCIÓN

La estrategia metodología para el cálculo de la Multiplicación Matriz Dispersa – Vector, mediante el lenguaje de programación paralela ZPL, busca la disminución en el tiempo de ejecución, ya que se trabaja solo con lo elementos no nulos de la matriz, debido a que el formato de almacenamiento de la Matriz Dispersa es en esquema coordinado.

Una aplicación de la Multiplicación Matriz - Vector esta estrictamente ligada a la resolución de sistemas de ecuaciones. En matemática y álgebra lineal, un sistema lineal de ecuaciones es un conjunto de ecuaciones lineales sobre un cuerpo o un anillo conmutativo. El problema de los sistemas lineales de ecuaciones es uno de los más antiguos de la matemática y tiene una infinidad de aplicaciones, como en procesamiento digital de señales, estimación,

predicción y más generalmente en programación lineal así como en la aproximación de problemas no lineales de análisis numérico.

El desarrollo de la Multiplicación Matriz Dispersa – Vector, involucra gran cantidad de operaciones con matrices y vectores. Como el lenguaje de programación ZPL un lenguaje orientado a operaciones con vectores y matrices que presenta buen desempeño tanto en computadoras secuenciales como en computadoras paralelas [1], se utilizará para desarrollar un algoritmo para realizar la mencionada multiplicación, se realizaran pruebas en un cluster de computadores con el algoritmo desarrollado que muestren los tiempos de procesamiento, la aceleración y la eficiencia variando el tamaño y el grado de dispersión de las matrices de prueba y la cantidad de procesadores en el cluster.

## **2. PROGRAMACIÓN PARALELA Y UNA INTRODUCCIÓN AL LENGUAJE ZPL**

La programación paralela consiste en el uso de múltiples computadores, o de computadores con múltiples procesadores internos, para resolver un problema a alta velocidad. El paralelismo puede enfocarse hacia la arquitectura (procesadores de memoria compartida, multiprocesadores de paso de mensajes), o hacia la programación (paralelismo de datos, paralelismo de tareas). Las técnicas de programación en esta área pueden clasificarse en paralelismo explícito (el programador es quien define el paralelismo dentro del programa) o paralelismo implícito (es el lenguaje de programación quien define el paralelismo) [1].

En cuanto al lenguaje ZPL, se puede mencionar que es un lenguaje de programación que es especialmente efectivo para calcular problemas de ciencias e ingeniería. Su intención es reemplazar lenguajes como Fortran y C en la computación técnica. Es un lenguaje de programación conveniente para cálculos computacionales de ingeniería y ciencias [2], ZPL es un lenguaje de programación implícitamente paralelo, fue diseñado para simplificar la programación de computadoras paralelas, los programadores no especifican como se ejecutan concurrentemente los cálculos, ni siquiera insertan comunicación entre procesos. Los programas escritos en ZPL, muestran una relativa simplicidad, lo que hace que sean fácil de leer y entender, conservando aún un modelo sofisticado de paralelismo [3].

Los programas de ZPL escriben pocos ciclos y realizan un mínimo de manipulación de índices. El concepto principal de este lenguaje es la región, la cual es un conjunto de índices de un rango fijo. El rango  $r$  de una región es el producto cartesiano de un número finito de secuencias enteras; los límites superiores e inferiores son fijados por el programador.

Uno de los operadores más utilizados en el manejo de matrices a través del Lenguaje ZPL, es el operador Reduce ( $\ll$ ), el cual es una de las formas funcionales que pueden ser usadas en cálculos globales. Su función es reducir los arreglos a unos de menor orden, o incluso escalares. El operador  $\ll$  es antecedido por otro operador aritmético para llevar a cabo las reducciones [2].

En este mismo orden de ideas, una de las características más importantes de ZPL es la habilidad de llenar una matriz con copias de una fila o columna, o más generalmente, el llenar un arreglo de dimensión mayor con copias de otro arreglo de dimensión menor. Esta operación, llamada flooding en ZPL es una generalización de la idea de la promoción escalar [2].

## **3. ESTRATEGIA METODOLOGICA PARA LA MULTIPLICACION MATRIZ DISPERSA –VECTOR EN EL LENGUAJE DE PROGRAMACION ZPL.**

A continuación se describe en 4 pasos y mediante un ejemplo didáctico la metodología planteada para multiplicar una matriz dispersa (A) por un vector (V) bajo el lenguaje de programación ZPL.

Para el ejemplo, se tienen la matriz A, el Vector V y vector multiplicación A·V dados a continuación:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 7 & 8 & 0 \end{pmatrix} ; \quad V = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \\ 50 \end{pmatrix} ; \quad A \cdot V = \begin{pmatrix} 10 \\ 160 \\ 190 \\ 0 \\ 590 \end{pmatrix}$$

La matriz A, almacenada en formato coordenado, queda expresada así:

VALA	1	4	6	2	5	7	3	8
FILA	1	3	5	2	3	5	2	5
COLA	1	1	1	2	3	3	4	4

Donde los vectores VALA, FILA y COLA, son los vectores que contienen los valores distintos de ceros, el número de fila y columna de cada uno de los elementos no nulos de la matriz A respectivamente.

**Paso 1.** Se realiza un flooding a los vectores VALA ( $A_c$ ), COLA ( $COLA_n$ ) y V ( $V_f$ ), los dos primeros sobre la dimensión de V y el tercero sobre la dimensión de VALA, quedando como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1. Flooding de los Vectores VALA, COLA y V.

Flooding de VALA	Flooding de COLA	Flooding de V
$A_c = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 2 & 5 & 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 6 & 2 & 5 & 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 6 & 2 & 5 & 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 6 & 2 & 5 & 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 6 & 2 & 5 & 7 & 3 & 8 \end{pmatrix}$	$COLA_n = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 3 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 3 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 3 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 3 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 3 & 4 & 4 \end{pmatrix}$	$V_f = \begin{pmatrix} 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 \\ 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 \\ 30 & 30 & 30 & 30 & 30 & 30 & 30 & 30 \\ 40 & 40 & 40 & 40 & 40 & 40 & 40 & 40 \\ 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \end{pmatrix}$

**Paso 2.** Se multiplican los flooding de los vectores VALA ( $A_c$ ) y V ( $V_f$ ), para los cuales el *Index1* sea igual al valor que toma el valor del flooding de COLA ( $COLA_n$ ), tal como se muestra en la tabla 2.

Tabla 2. Multiplicación de los flooding de los vectores VALA y COLA

Multiplicación $A_c * V_f$	Multiplicación $T = A_c * V_f * (Index1 = COLA_n)$
$V_f \cdot A_c = \begin{pmatrix} 10 & 40 & 60 & 20 & 50 & 70 & 30 & 80 \\ 20 & 80 & 120 & 40 & 100 & 140 & 60 & 160 \\ 30 & 120 & 180 & 60 & 150 & 210 & 90 & 240 \\ 40 & 160 & 240 & 80 & 200 & 280 & 120 & 320 \\ 50 & 200 & 300 & 100 & 250 & 350 & 150 & 400 \end{pmatrix}$	$T = \begin{pmatrix} 10 & 40 & 60 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 40 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 150 & 210 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 120 & 320 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

**Paso 3.** Se reduce el arreglo T a un vector de dimensión igual número de elementos no nulos de A, en el cual cada una de las componentes se obtiene de sumar los elementos de que se encuentran en cada columna de T, esto es, la primera componente será la suma de los

elementos de la primera columna de T y así sucesivamente extraer la suma de los elementos de cada columna de T. En el ejemplo didáctico, queda como se indica en la Tabla 3.

Tabla 3. Reducción del arreglo T a un vector (TV) y comando ZPL con el cual se obtiene TV.

$$TV = (10 \quad 40 \quad 60 \quad 40 \quad 150 \quad 210 \quad 120 \quad 320)$$

Comando ZPL que logra esta operación  $TV := +\ll [1..nv, 1..nza] T;$

**Paso 4.** Obtener el vector resultado (RES) de dimensión igual a la del vector V, identificando según las componentes del vector FILA, el cual contiene en cada componente un número que equivale a la posición de la componente del vector RES, y el vector TV en la misma posición indica el valor que va en dicha componente en el vector RES, esto es:

$$TV = (10 \quad 40 \quad 60 \quad 40 \quad 150 \quad 210 \quad 120 \quad 320)$$

$$FILA = (1 \quad 3 \quad 5 \quad 2 \quad 3 \quad 5 \quad 2 \quad 5)$$

$$RES = (10 \quad 40+120 \quad 40+150 \quad 0 \quad 60+210+320)$$

$$RES = (10 \quad 160 \quad 190 \quad 0 \quad 590)$$

De esta manera, queda expresada la metodología planteada de multiplicación matriz dispersa – vector, mediante el lenguaje de programación ZPL.

#### 4. ALGORITMO DE MULTIPLICACION MATRIZ DISPERSA - VECTOR EN ZPL

La programación de una aplicación paralela en ZPL consta de dos partes fundamentales, la configuración y definición de variables y regiones y la codificación del algoritmo haciendo uso de los operadores que hagan el uso más eficiente de la máquina paralela.

##### 4.1. Configuración y definición de Variables y Regiones.

La configuración y definición de variables consta de cuatro secciones: las variables de configuración (config var), la definición de las regiones, los tipos de datos a utilizar en el programa (type) y las variables a usar en el programa (var).

Las variables de configuración (config var) son aquellos datos de entrada que se pueden modificar en el momento de invocar la ejecución del programa, para este caso se definió como variable de configuración: el tamaño del vector y el número de elementos no nulos de la matriz que se va a procesar. Luego se definieron tres regiones: la primera (R) conforma el espacio (filas y columnas) donde reside primariamente la matriz, luego se definieron dos regiones, una para la manipulación de vectores tipo fila (filas) y otra para el manejo de vectores tipo columna (columna). Y por último, los tipos de datos a utilizar en el programa (type) y las variables a usar en el programa (var).

##### 4.2. Código del algoritmo paralelo

El algoritmo para realizar la Multiplicación de una Matriz Dispersa - Vector, bajo el lenguaje de programación ZPL, es el mostrado en la Figura 1.

```
/* Flooding de los valores del vector V y la matriz A */
[1..nv,*]      Vf := >>[1..nv,1]V;
[* ,1..nza]    Ac := >>[1,1..nza]VALA;
```

```

[* ,1..nza] COLAfl := >>[1,1..nza]COLA;
                T := Vf*Ac*(Index1=COLAfl);
[1,1..nza]      TV := +<<[1..nv,1..nza]T;      -- Reduce suma de los valores del vector

                for i := 1 to nv do
[1,1..nza]      Taux := TV*(i=FILA);
[1,i]          RES := +<<[1,1..nza]Taux;      -- RES es el vector Resultado
                end;
    
```

Figura 1. Implementación del algoritmo de Multiplicación Matriz Dispersa - Vector

**5. EXPERIMENTACIÓN**

**5.1. Datos**

Las matrices a utilizar, se generaron aleatoriamente, con elementos de tipo integer. La dimensión de las mismas para los casos de prueba fueron: 100x100 y 500x500

**5.2. Plataforma Computacional**

Todas las pruebas se desarrollaron en el cluster NIMBUS de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo, el cual posee un total de 2 nodos activos; con un Procesador del tipo Intel PIV de 2.4 Ghz, 1000 MB de memoria RAM. Red de interconexión entre nodos: 1 Gigabit ethernet. La arquitectura del cluster en las pruebas hechas es un arreglo (“grid”) de n por 1, siendo n el número de procesadores. El valor de n esta comprendido desde 1 hasta 2.

**6. RESULTADOS**

En la tabla 4 se observa el tiempo de ejecución, medido en segundo, la aceleración y la eficiencia del algoritmo implementado. En las figuras 2 y 3 se grafican los resultados de los tiempos de ejecución de mostrados en tabla 4.

Tabla 4. Matriz 100 x 100

Porcentaje de Esparcimiento	Grid	Procesos	MATRIZ 100 x 100			MATRIZ 500 x 500		
			Tiempo Total (tt)	Aceleración	Eficiencia	Tiempo Total (tt)	Aceleración	Eficiencia
10%	1x1	1	0.0017	1.0000	1.000	0.2165	1.0000	1.000
	2x1	2	0.0013	1.3077	0.6548	0.1627	1.3307	0.6653
20%	1x1	1	0.0033	1.000	1.0000	0.4337	1.000	1.0000
	2x1	2	0.0025	1.32	0.66	0.3222	1.3461	0.6730
30%	1x1	1	0.0051	1.000	1.0000	0.6573	1.000	1.0000
	2x1	2	0.0039	1.3077	0.6538	0.4942	1.3300	0.6650
40%	1x1	1	0.0070	1.000	1.0000	0.8851	1.000	1.0000
	1x1	2	0.0055	1.2727	0.6364	0.6927	1.2778	0.6389

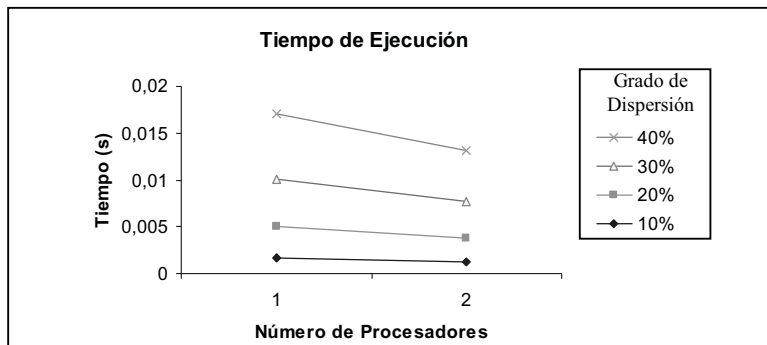


Figura 2. Tiempo de Ejecución Matriz 100x100 con distintos grados de dispersión

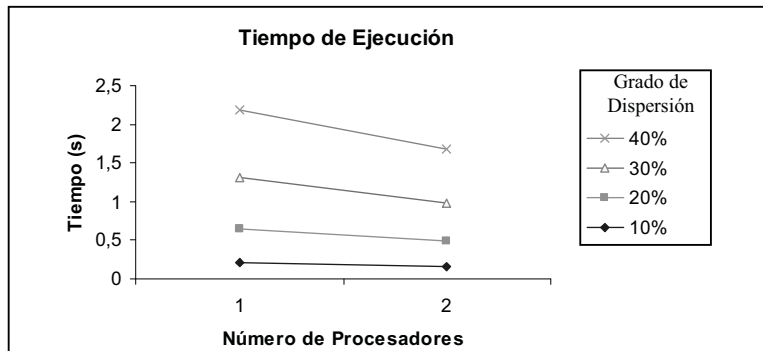


Figura 3. Tiempo de Ejecución Matriz 500x500 con distintos grados de dispersión

En las figura 2 y 3, se observa como el tiempo de ejecución disminuye cuando se incrementa el número de procesadores, también se destaca en la tabla 4, el aumento de la aceleración a medida que aumenta el número de procesadores.

## 7. CONCLUSIONES

Se presentó una metodología para la Multiplicación Matriz Dispersa – Vector mediante un algoritmo basado en los conceptos claves del lenguaje de programación paralelo ZPL como lo son el uso de regiones y los operadores paralelos.

Las curvas de tiempo de ejecución de las matrices de prueba se observa una clara disminución del tiempo de ejecución a medida que se aumenta el número de procesadores, lo cual demuestra que la implementación hace buen uso de la comunicación entre procesadores.

También se puede evidenciar, que a medida que se aumenta el tamaño de la matriz, ZPL permite mejorar el desempeño en cuanto al factor de aceleración.

## 8. REFERENCIAS

- [1] Rey, D. y Canning, J. (2007). Streams: Una Librería de Habilitación de Paralelismo Mixto de Tareas en Cascada y Paralelismo de Datos para el Lenguaje Paralelo de Alto Nivel ZPL. Facultad de Ingeniería. Universidad de Carabobo. Venezuela.
- [2] Snyder, L. (1999). A programmer's Guide to ZPL. The MIT Press.
- [3] Castellano, J., Ramírez, J. y Rey, D. (2007). Paralelización de la Factorización LU usando el Lenguaje ZPL. Instituto de Matemática y Cálculo Aplicado. Facultad de Ingeniería. Universidad de Carabobo. Venezuela



## OLUM: AN APPROACH TO OPTIMIZATIONS LINKS UTILIZATION IN MPLS NETWORKS

**Monica Huerta**

**Roger Clotet**

**Ricardo Gonzalez**

**Rebeca García**

**Rodolfo Alvizu**

**Laura Rodríguez**

**Francisco Lara**

*mhuerta@usb.ve*

*clotet@ldc.usb.ve*

*rgonzalez@ldc.usb.ve*

*rebecaisabel@gmail.com*

*alvizu22@gmail.com*

*larohe0509@hotmail.com*

*jlara@usb.ve*

Grupo de redes y Telemática Aplicada (GRETA), Edif. Ele 1er piso 218. Universidad Simón Bolívar

**Xavier Heselbach**

*xavier.hesselbach@entel.upc.edu*

Universidad Politècnica de Catalunya, Calle Jordi Girona, 1 - 3 Mòdul C3 - Campus Nord 08034 Barcelona Spain

**Resumen.** *In this paper we present a study of links utilization in MPLS network. This information helps in determining the maximum link utilization, which is a valuable knowledge in balancing load strategies in the network. We present mathematical models that determine the optimal parameters for strategically routing traffic in an MPLS network. We present approach Optimal Link Utilization Model (OLUM) for Tree MPLS network. The OLUM approach provides the solution that would result in optimally balanced link utilization. Finally we compare the results of the model with the interior point and simplex algorithms. Results show that maximum link utilization is minimized.*

**Keywords:** MPLS, LSP, Optimization, Load balancing, Traffic Engineering

## 1. INTRODUCTION

In recent years there has been active research in the field of MultiProtocol Label Switching (MPLS) and an increasing number of networks are supporting MPLS. The premise of MPLS is to attach a short fixed-length label to the packets at the ingress router of the MPLS domain. These edge routers are called Label Edge Routers (LERs), while routers capable of forwarding both MPLS and IP packets are called Label Switching Routers (LSRs). The packets are then routed based on the assigned label rather than the original packet IP header. The Label Distribution Protocol (LDP) and an extension to the Resource reSerVation Protocol (RSVP) are used to establish, maintain, and teardown LSPs [1]. One of the most attractive applications of MPLS is Traffic Engineering (TE) [1]. A TE problem in the Internet consists of setting up paths between the edges routers in a network to meet traffic demands while achieving low congestion and optimizing the utilization of network resources. In practice, the usual key objective of traffic engineering is to minimize the utilization of the most heavily used link in the network, or the maximum of link utilization. As the maximum link utilization qualitatively expresses that congestion sets in when link utilization increases higher, it is important to minimize the link utilization throughout the network so that no bottleneck link exists. It is known that this problem of minimizing the maximum link utilization can be solved by the multi-commodity network flow formulation of optimal routing, which leads to splitting traffic over multiple paths between source-destination pairs [2].

The objectives of this paper consists of minimizing the load in each link, maximized the utilization of links, subject to capacity and flow constraints. We need to define a design objective. Our mathematical model is based on MPLS network topology Tree. We assume that all links are bidirectional and consider the maximum link utilization within the network as the relevant network QoS measure. In this paper we consider Interior Point Methods (IPM) and Simplex Method (SM) for the comparison with the OLUM

The remainder of the paper is organized as follows. In Section 2, we propose, described and analyzed the Optimal Link Utilization Model (OLUM). Section 3 we present topology tree MPLS networks with OLUM. Section 4 provides the simulation results for evaluation purpose. Finally, we present some conclusions and future work in Section 5.

## 2. THE OPTIMAL LINK UTILIZATION MODEL (OLUM)

The OLUM problem consists of minimizing the load in each link, maximized the global utilization of links, subject to capacity and flow constraints. We need to define a design objective function. In order to minimize the average packet delay, a common approach has been to minimize the maximum link utilization. In [3] denote the metric (or weight) of link  $e$  which takes non - negative or positive integer values, depending on the underlying routing protocol bounded above. Thus, the link metric system  $w = (w_1, w_2, \dots, w_e)$  will induce traffic flow each demand based on the rule of the routing protocol. In the case of OSPF/IS-IS, this is governed by the shortest path routing. If multiple shortest paths are available for a demand  $d$  then flow is equally split among all shortest paths according to the rule know as the “equal-cost multi-path” (ECMP) rule [4]. Suppose that we can determine a set of possible/allowable paths  $p = 1, 2, \dots, p_d$  for demand  $d$  (instead of assuming which one would be the shortest).

We denote the flow on path  $p$  for demand  $d$  induced by the link metric system  $w$  by  $x_{dp}(w)$  this relation is important to point out due to the dependency of the flows  $x_{dp}(w)$  on path  $p$  for packets flowing on this path, since in practice this would correspond to the portion of the traffic allocated on a path as dictated by the link metric system.

The link utilization on each link  $e$  is denoted by  $L_e(w)/c_e$ . Where  $L_e$  is link load of the link  $e$ . Then the maximum utilization over all links is represented by the dependent variable  $r$  and represent function objective. The goal of minimization the maximum link utilization can be formulated as follows:

**Minimize**  $r = \max_e (L_e(w)/c_e)$

**Subject to**

$$\sum_p x_{dp} = h_d \quad d= 1, 2, \dots, D \quad (1)$$

$$\sum_d \sum_p \delta_{edp} x_{dp} = L_e \quad e = 1, 2, \dots, E \quad (2)$$

$$L_e \leq c_e \quad e = 1, 2, \dots, E \quad (3)$$

$w_e$  non-negative integers

Where:  $h_d$  is demand constraint volumes,  $\delta_{edp}$  is link path indicator, meaning it takes the value 1 if the route  $p$  for demand  $d$  uses the link  $e$ , Otherwise it is 0 and  $c_e$  is capacity of link  $e$ .

### 3. OULM IN MPLS NETWORKS

#### 3.1 Tree MPLS network

Clearly the tree structure representing such a computation usually grows dynamically during the process of the computation in an unpredictable way. Efficient execution of these computations on a parallel computer requires assigning their processes (tree nodes) to the processors of the underlying parallel computer such that every processor gets approximately an equal amount of computation load and communicating processes are assigned to processors that are as close as possible. This problem is known as dynamic tree embedding problem. It is an important problem in parallel computing and has attracted various efforts [5-7].

Let  $G = (VG, EG)$  be a directed graph that represents a static interconnection network, where  $V_G = (v_1, v_2, \dots, v_N)$  is a set of processors, and  $EG$  is a set of unidirectional communication links. In many cases, a network is equivalent to an undirected graph. For these networks, each edge  $(vi, vj)$  (i.e., a bidirectional communication link) is replaced by two arcs  $(vi, vj)$  and  $(vj, vi)$ . Normally, an interconnection network does not have self-loops. If  $(vi, vj) \in EG$ , we say that  $vj$  is a neighbour of  $vi$ . Every processor is a neighbour of itself. The number of neighbours of processor  $vi$ , denoted by  $deg(vi)$ , is the out degree of processor  $vi$ . Where  $F$  is Load in node,  $m$  is children the root a complete  $m$ -ary tree,  $n$  are nodes in network,  $n_d$  are nodes number below the node where it is calculated  $F$ .  $h$  is height tree,  $k$  is degree tree and  $\phi$  is depth a complete  $k$ -ary tree.

A complete  $k$ -ary tree in which all leaves have the same depth and all internal nodes have degree  $k$ . Figure. 1 shows a complete tree of height 3. How many leaves do a complete  $m$ -ary tree of height  $h$ . The root has  $m$  children at depth 1, each of which has  $m$  children at depth 2, etc. Thus, the number of leaves at depth  $h$  is  $m^h$ . Consequently, the height of a complete  $m$ -ary tree with  $n$  leaves is  $\log_m n$  [8]. The number of internal nodes if a complete  $m$ -ary tree of height  $h$  is

$$1 + m + m^2 + \dots + m^{h-1} = \sum_{i=0}^{h-1} m^i \quad (3)$$

To calculate utilization of links in this network first we calculate the throughput in each node, for it we divided the problem in two parts. The first part is to calculate whole load that exists over each node and the second part is the load of nodes that are below plus the load of internal connections. This is achieved subtracting the node that it is desired to calculate the Flow ( $F$ ) from total number of nodes ( $n$ ) plus the nodes that are below him. This gives us the result of all the possible connections in network, which is represented for A in the Figure 1 and formulated by Eq.(4). But as only we are interested in the links that pass across the node and not those who remain there. The equation multiplies for the total number of nodes that there are below it and is multiplies for 2 taking into account that links are bidirectional. This procedure is valid only for  $h > 2$ . In order to calculate all the internal connections between children nodes to the target node where  $F$  is calculated, it is represented for B in the Figure 1 and formulated by Eq. (4).

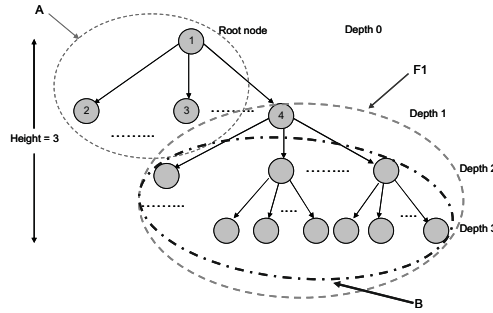


Figure 1- Tree MPLS Network

$$F = \underbrace{2(n-1-n_\varphi)n_\varphi}_A + \underbrace{\left[ \frac{n_\varphi^2}{m}(m-1) \right]}_B \quad \text{Where: } n_\varphi = \left( \sum_{i=0}^{h-\varphi} m^i \right) - 1 \quad (4)$$

The Figure 1, shows an example of a complete binary  $m$ -ary tree networks, in this case height is 3 and root is node 1, the degree it's  $m$  for each node. In this example, F1 denotes throughput through node 4. By means of this model we can calculate the complete load that passes for each of the nodes. Nevertheless it is necessary to optimize the load in each links. The links utilization in each branch may be formulated as follows:

$$\text{Minimize } F = \max_e \left\{ \left[ 2(n-1-n_\varphi)n_\varphi + \left[ \frac{n_\varphi^2}{m}(m-1) \right] \right] / c_e \right\} \quad (5)$$

**Subject to**

$$\sum_p x_{dp} = B_d \quad d=1, 2, \dots, D$$

$$\sum_d \sum_p \delta_{edp} x_{dp} = 2(n-1-n_\varphi)n_\varphi + \left[ \frac{n_\varphi^2}{m}(m-1) \right] \quad e = 1, 2, \dots, E$$

$$2(n-1-n_\varphi)n_\varphi + \left[ \frac{n_\varphi^2}{m}(m-1) \right] \leq c_e \quad e = 1, 2, \dots, E$$

#### 4. RESULTS

The Figure 2 shows the growing of the network depending on the number of branches and of the depth of the tree network. In particular for 2, 3, 4, 5 and 6 branches. We can observe that the growth is exponential respect to depth, for this reason we visualize the number of nodes in logarithmic scale. For number of nodes calculation in tree network, we assume that it's symmetric, in other words, the root node split in  $k$  branches, and the children nodes also would split in others  $k$  nodes. For example, we consider the tree presented in Figure 1 with four height and  $k = 2$  in each node, also we considered others networks with  $k = 3$  and  $k = 4$  and height 5. The results show in the table 1.

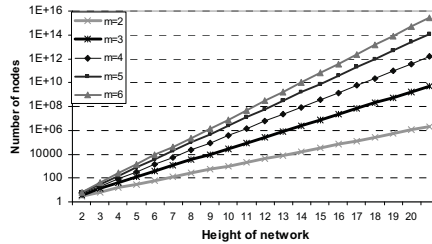


Figure 2- Growing of networks

For the analysis of the utilization of the links in a network tree, which consists of 30 nodes with 31 connections bidirectional; the capacity of each connection is limited between 0 and 1. The depth of the tree is  $h = 4$  with  $m = 2$ . We assume that the capacity of each connection  $C = 1 \forall (i, j)$ . We want to optimize link utilization. To get it we will apply OLUM equations, like we explain previously, and we will verify the results by solvers commercials of optimization CPLEX and LIPSOL. The results are shows in Figure 3.

There we can see the distribution of the load in each of network links using the three methods in evaluation. In general the behaviour is similar in nearer to the root node links, but as we go to inferior branches of the network where the load is smaller than in the superior ones we see that link utilization bring to zero and therefore they are fewer congested. Nevertheless the proposed model OLUM has a better balance of load than IPM and SM in the inferior branches of the network.

If designing an optimal tree is a complex problem, maintaining this tree optimality after changes in the nodes group may be even more complex. The table 1 shows the results obtained for function objective. The evaluation was done for the three network topologies using 7, 15, 31 and 63 nodes. It is necessary to highlight that this function is identical when evaluated third methods (SM, IPM and OLUM).

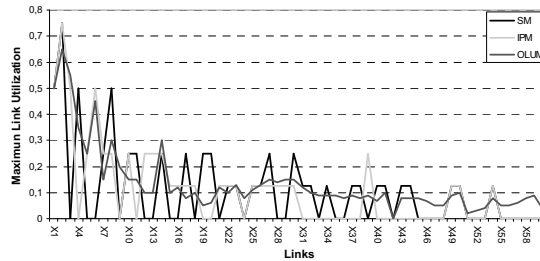


Figure 3- Maximum link utilization in MPLS network

TABLE 1. OBJECTIVE FUNCTIONS OF THE THREE ALGORITHMS

	7-Node Network			15-Node Network		
	OUL	IPM	SM	OUL	IPM	SM
<b>Tree</b>	10	10	10	12	12	12
	31-Node Network			63-Node Network		
	OUL	IPM	SM	OUL	IPM	SM
<b>Tree</b>	29	29	29	53	53	53

## 5 CONCLUSIONS

We present mathematical model that determine the optimal parameters for strategically routing traffic in an MPLS network. We proposed an approach for optimal link utilization model (OLUM) for topology tree. The OLUM approach provides a solution that would result in optimally balanced link utilization. The behaviour we get using this algorithm is similar to what we get with the solver. Finally we compare the results of theoretical model with the interior point and simplex algorithms using the GAMS and CPLEX solvers. The results show that OLUM minimize maximum link utilization with respect to IPM and SM. But, the results function objective is same for three algorithms in topologies evaluated. As future work, we want to use the OLUM model in others network topologies, traffic distribution, and routing constraints on network capacity.

## REFERENCES

- [1] E. C. Rosen, A. Viswanathan, and R. Callon, "Multiprotocol label witching architecture." RFC 3031, January 2001.
- [2] M. Huerta and X. Hesselbach, "Application of the theory of the multicommodity for the flows distribution in MPLS networks," in *LANMAN 2004*. , pp. 119-124.
- [3] M. Pioro and D. Medhi, *Routing, flow and Capacity Design in Communications and Computer Networks*. San Francisco: Morgan Kaufmann Elsevier, 2004.
- [4] A. Iselt, A. Kirstadter, A. Pardigon, and T. Schwabe, "Resilient routing using MPLS and ECMP," High Performance Switching and Routing, 2004. HPSR. 2004 Workshop on, 2004.
- [5] K. Li, "On dynamic tree growing in hypercubes " in *Proceedings of the 1997 ACM symposium on Applied computing* San Jose, California, United States ACM Press, 1997 pp. 496-503
- [6] K. Li, "Asymptotically optimal randomized tree embedding in static networks," presented at Parallel Processing Symposium, 1998. 1998 IPPS/SPDP. Proceedings of the First Merged International...and Symposium on Parallel and Distributed Processing 1998, 1998.
- [7] H. Shen, K. Li, Y. Pan, G. H. Young, and S. Q. Zheng, "Performance analysis for dynamic tree embedding in k-partite networks by random walk,". (I-SPAN '97) Third International Symposium on, 1997.
- [8] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, and R. L. Rivest, *Introduction to algorithms*, second ed, 2003.

## BÚSQUEDA DE MODELOS PARA EL RECONOCIMIENTO DE PATRONES DE USO DE UN SITIO WEB A TRAVÉS DE LA MINERÍA DE DATOS

**Hedry C. Fortoul**

**Enrique Darghan**

**Giancarlo Colmenares**

**Marcel M. Molina**

hfortoul@unet.edu.ve

e\_darghan@hotmail.com

giancarlo.cs@gmail.com

marcel.molina@gmail.com

Departamento de Informática, Universidad Nacional Experimental del Táchira.

Av. Universidad, Sector Paramillo, Táchira-Venezuela.

**Resumen.** *El presente trabajo estuvo dirigido a la búsqueda de modelos que permitieran el reconocimiento de patrones de uso de un sitio web para la detección de intrusos. El caso de estudio se enmarcó en el Site de Departamentos de la página de Control de Estudios y Evaluación de la Universidad del Táchira. Para ello, fue aplicada la metodología KDD a través de diversas técnicas de minería, entre las que se pueden destacar: el enfoque tradicional estadístico de regresión lineal, el análisis de secuencias utilizando Cadenas de Markov, la implementación del algoritmo de alineamiento global de secuencias propuesto por Needleman Wunsch, Bayes Ingenuo y Clustering. Fueron utilizados una serie de registros de navegación almacenados en una Base de Datos MySql, donde los parámetros guardados proporcionaron información acerca del usuario conectado, la página visitada, la dirección IP origen, entre otros. La evaluación de los datos a través de las técnicas planteadas, se llevó a cabo de dos maneras; en primer lugar, a través de aplicaciones desarrolladas en el lenguaje de programación Java y en segundo lugar, haciendo uso de la herramienta automática de minería Weka; esta última, sólo para el caso de Bayes Ingenuo y Clustering. Los resultados obtenidos permitieron obtener modelos que se ajustaron (en diferente grado) al objetivo planteado. Sin embargo, se pudo obtener a través de la técnica de Bayes Ingenuo, un modelo que permitió (a partir de la muestra de usuarios tomada) un alto porcentaje precisión para determinar a través de las huellas de navegación del usuario en el sitio, si es quien dice ser.*

**Keywords:** Patrones de Uso, Site, Minería de Datos, KDD, Cadenas de Markov, Alineamiento Global de Secuencias, Bayes Ingenuo, Clustering, MySql.

## 1. INTRODUCCION

Los Sistemas de Información y sus Tecnologías han cambiado la forma en que operan las organizaciones actuales [1]. Toda organización depende de la información; la utilización de ésta de manera adecuada y en el momento oportuno, por lo cual se hace necesario utilizar nuevas técnicas para el proceso de transformación de datos y para poder acceder a estos de una forma más directa, como por ejemplo: aplicaciones en ambiente Web.

Al desarrollar Sistemas de Información en ambiente Web que manejen datos críticos, se deben tomar en cuenta los problemas de seguridad y el modo en que se reducirá el riesgo de posibles ataques, esto implica ofrecer métodos que aseguren la integridad de los datos, que en cierto modo, pueden verse afectados por intrusos en la red. Existen diversas técnicas para mantener la seguridad en un Sitio Web. El uso de un sistema seguro de autenticación es, sin duda, un paso inicial a la hora de evitar esta clase de riesgos. No obstante, un sistema de autenticación seguro será vulnerable si los usuarios utilizan contraseñas en blanco o fáciles de adivinar. Es necesario auditar los eventos que ocurren durante la sesión de un usuario, registrando por ejemplo, cada transacción realizada, junto con el nombre de usuario, la hora, la fecha y la información necesaria para identificar los detalles de dicha transacción [2], de modo tal que el análisis de los datos que se generan y el proceso de determinar si un usuario es quien dice ser a través de diversas técnicas de minería de datos sea una tarea más sencilla.

## 2. HIPOTESIS

Los patrones de comportamiento de los usuarios en un sitio Web se pueden detectar mediante el uso de técnicas de minería de datos, con la finalidad de intentar determinar si un usuario es quién dice ser.

## 3. OBJETIVO

Búsqueda de modelos para el reconocimiento de patrones de uso de un Sitio Web a través de la Minería de Datos, específicamente, en el Site de Departamentos de la página de Control de Estudios y Evaluación de la Universidad del Táchira.

### 3.1. Objetivos Específicos

Investigar acerca del uso del Web Mining y de técnicas de Minería de Datos que permitan obtener modelos para identificar patrones de uso de un Sitio Web. Realizar la depuración de los datos a utilizar en el proceso de minería. Identificar las sesiones de usuario que servirán de base para el estudio. Establecer modelos que permitan identificar patrones de comportamiento de los usuarios analizados utilizando la técnica de minería de datos más adecuada. Realizar pruebas sobre los datos para verificar la aplicabilidad de los modelos encontrados.

## 4. FUENTE DE DATOS

Con el objetivo de realizar la verificación de la hipótesis planteada, se consideró como fuente de datos para los modelos desarrollados, la Base de Datos (MySQL) del Módulo de Departamentos del sitio Web de la Coordinación de Control de Estudios de la Universidad del Táchira. Cada registro guardado en dicha Base de Datos proporcionó información de sesión por usuario como: la hora de inicio y fin de sesión, las páginas visitadas, la hora en la que visitó cada link y la dirección IP desde donde se inició la conexión.

## 5. METODOLOGÍA

La finalidad de éste trabajo es la aplicación de técnicas de minería de datos que permitieran obtener modelos para reconocer patrones de comportamiento de los usuarios de un sitio web. En tal sentido se propuso la utilización de la metodología KDD (Knowledge Discovery and Data Mining),



que plantea la realización de actividades como: especificación del problema, construcción de la base de datos para la minería, exploración de los datos, preparación de los datos para generar el modelo, construcción y evaluación de modelos.

**5.1. Especificación del problema y construcción de la base de datos para la minería**

Se llevó a cabo una revisión de la cantidad de información disponible para iniciar el proceso de minería. Se pudo observar la presencia de cerca de 12 millones de registros en un lapso de 3 años de funcionamiento del sitio para todos los usuarios del módulo que abarca el trabajo de investigación. A continuación se procedió a crear una Base de Datos alterna con las mismas características de la base de datos original, a partir de la cual, se comenzó el proceso de pruebas para obtener los modelos.

**5.2. Exploración de los datos**

Con el objetivo de obtener una primera visualización de las características de los datos seleccionados para el estudio, se propuso, la generación de tablas de frecuencias de los atributos en la Base de Datos, así como histogramas y diagramas de dispersión que mostraron información preliminar del comportamiento de los usuarios en el sitio.

**5.3. Preparación de los datos para generar el modelo y construcción de modelos**

Una vez que se obtuvo una primera visualización gráfica de los datos, se procedió a verificar la utilidad de las variables que se creía, ofrecían mayor información acerca del comportamiento de los usuarios en el sitio. Adicionalmente también se realizó la transformación de variables cualitativas a cuantitativas, con el objeto de poder incluirlas dentro de los análisis realizados.

**Análisis de Varianza (ANOVA):** para esta prueba se tomó una muestra aleatoria de los registros de navegación (almacenados en la Base de Datos MySQL), de los usuarios seleccionados para el estudio. El análisis tuvo como objetivo comparar si el comportamiento de navegación de un usuario, en términos de duración por página durante un lapso de tiempo, podía guardar relación con el comportamiento (en los mismos términos) durante otro periodo similar para el usuario en cuestión.

**Cadenas de Markov:** el objetivo de aplicar esta prueba a los datos de la muestra consistió en verificar si existía alguna relación entre los saltos de páginas durante las sesiones de un usuario en un lapso de tiempo dado. Es decir, poder predecir a partir de datos históricos de cada usuario, la probabilidad de que éste visite cierta página en determinado instante. El método utilizado para esta fase de estudio, se basó en una representación Markoviana de primer orden (n=1) a través de una matriz de transición:

P =

Página	0	1	2	...	m
0	$p_{00}^n$	$p_{01}^n$	$p_{02}^n$	...	$p_{0m}^n$
1	$p_{10}^n$	$p_{11}^n$	$p_{12}^n$	...	$p_{1m}^n$
...	...	...	...	...	...
m	$p_{m0}^n$	$p_{m1}^n$	$p_{m2}^n$	...	$p_{mm}^n$

donde  $p_{i,j}$  es la probabilidad de que si el sistema se encuentra en la página i en cierto periodo de observación, estará en el estado j en el siguiente.

**Alineamiento de Secuencias:** El alineamiento de secuencias consiste en la identificación de correspondencias residuo-residuo entre elementos que conforman dos cadenas, buscando cualquier asignación de correspondencia que preserve el orden de los residuos dentro de las secuencias [3].

Dos secuencias alineadas tendrán mayor similitud mientras mayor sea el número de matches (correspondencias) y menor el número de mismatch (no correspondencias) y gaps (inserción de espacios). A esto se le conoce como scoring de alineamiento; que es un sistema de puntuaciones que permite calcular un número, que a mayor valor, generará un mayor nivel de significancia. Para la presente investigación se propuso la utilización del algoritmo de alineamiento global de Needleman-Wunsch, con el objeto de establecer comparaciones entre las secuencias de navegación generadas por un usuario desde el inicio hasta la finalización de una sesión dentro del Sitio Web.

**Bayes Ingenuo:** Este algoritmo se basa en el Teorema de Bayes considerando la definición de probabilidad total, expresada por la probabilidad de que un elemento (representado por un vector de atributos independientes), pertenezca a una clase dada. A partir de esto es posible obtener una matriz de confusión definida por Sobrino [4], como un arreglo bidimensional cuadrado donde cada columna representa una categoría resultado de la clasificación y cada fila hace referencia a una clase real. Así pues, los elementos de la diagonal principal representan las unidades clasificadas correctamente y el resto de los elementos, indican no sólo los clasificados de manera incorrecta, sino la clase a la que fueron erróneamente asignados.

**Clustering:** Consiste en la agrupación de una colección de datos no etiquetados en un conjunto de grupos de modo tal, que los objetos que pertenecen a un grupo sean homogéneos entre sí. Expresado en términos de variabilidad consiste en minimizar la variabilidad dentro de los grupos para al mismo tiempo maximizar la variabilidad entre los distintos grupos. El método de Clustering utilizado en esta fase de estudio fue el de particionamiento de K-medias. Este algoritmo hace referencia a la existencia de K clases o patrones, siendo necesario, por tanto, el conocimiento a priori del número de clases existentes; éste valor es determinante para el rendimiento del algoritmo, puesto que un valor de K superior al número real de clases, dará lugar a clases ficticias, mientras que un K inferior producirá menos clases de las verdaderas [5].

#### 5.4. Evaluación de Modelos

La evaluación de los modelos se ejecutó en dos etapas. En primer lugar, se dividió la muestra por usuario en dos grandes grupos; un grupo de entrenamiento y otro de prueba. La aplicación de las técnicas efectivas en este caso pudieran indicar un alto grado de correspondencia de los datos de prueba con los de entrenamiento; lo que significaría que los atributos utilizados para el análisis pudieron dar muestra de que un usuario puede ser identificado a través de estos. En segundo lugar, teniendo conocimiento de los datos pertenecientes a cada usuario, se realizó una mezcla de los registros de navegación de estos, con el fin de obtener secuencias que no correspondieran con su comportamiento habitual dentro del Sitio. Con los métodos más eficaces el resultado esperado sería un bajo porcentaje de correspondencia de los registros con el usuario clasificador; esto, debido a que se estaría en presencia de información falsa de determinado usuario, lo que puede considerarse un caso de suplantación.

## 6. RESULTADOS

El análisis y las pruebas se realizaron con aproximadamente 39.000 registros provenientes de sesiones de 11 usuarios del sitio durante los lapsos académicos 2007-1 (fecha de inicio: 19/03/2007, fecha de finalización: 27/07/2007) y 2007-3 (fecha de inicio: 10/09/2007, fecha de finalización: 11/04/2008), esto, con el objetivo de evaluar periodos similares para los usuarios del sistema. Aun cuando inicialmente se llevó a cabo un análisis gráfico de los datos para conocer comportamientos generales de las variables involucradas, el trabajo de investigación presentado se enmarcó en el proceso de minería que consiste en la obtención de información oculta en estos (proveniente de la

combinación de características individuales). A continuación se presentan los resultados obtenidos de la aplicación de diversas técnicas de análisis de datos:

**Análisis de Varianza:** se realizó el cálculo de una nueva variable denominada duración en base a los campos: fecha y hora. Dicha variable proporcionó información acerca del periodo de tiempo (en segundos) que un usuario permanecía en cada página a lo largo de su sesión. Con base en esta nueva variable, se llevó a cabo el análisis de varianza entre muestras de un mismo usuario y entre muestras de usuarios diferentes, con el objetivo de establecer hipótesis acerca de las muestras estudiadas. Para cada uno de los usuarios involucrados en el estudio se separaron los datos correspondientes a cada periodo académico y la comparación se hizo de acuerdo a estos lapsos. Los resultados arrojados por esta prueba muestran que aún cuando para algunos casos (usuarios) es posible clasificar correctamente los registros (probabilidades que oscilan por el orden de 0,835657 para información propia del usuario), la mayoría de estos no logró identificar los registros de navegación de los usuarios como propios.

**Cadenas de Markov:** Fueron aplicadas cadenas de Markov de primer orden sobre la secuencia de páginas de las sesiones de usuario durante los periodos de estudio (Lapsos Académicos 2007-1, 2007-3), con la finalidad de verificar el parecido (en términos de proporción) de los saltos observados. Para ello fue desarrollada una aplicación en java que permitió la generación de matrices de transición por usuario para cada periodo de estudio. La comparación de estas matrices se llevó a cabo entre usuarios iguales y variando el nivel de significancia entre 0.01 y 0.05. Los resultados obtenidos muestran una alta proporción de usuarios cuyas matrices de transición entre páginas para el lapso académico 2007-1 difiere en gran medida de sus matrices de transición para el siguiente lapso de estudio. Con base en el resultado, se puede inferir que no es posible confiar en esta técnica para deducir si el comportamiento de navegación de un usuario se corresponde con la información histórica acerca de sus transiciones entre las páginas del sitio.

**Alineamiento de Secuencias:** Para llevar a cabo esta prueba se realizó una implementación del algoritmo propuesto en lenguaje de programación Java. El experimento consistió en la comparación (alineación) de cada secuencia perteneciente a un grupo de “secuencias de prueba” con cada secuencia presente en otro grupo de “secuencias de entrenamiento”; proporcionando esto, un puntaje de alineación durante cada iteración. Los resultados observados en esta prueba muestran que el alineamiento de secuencias de navegación a través del algoritmo de Needleman Wunsch, no es un método efectivo para verificar la similitud de las secuencias de navegación de un usuario, debido a que el promedio de alineación correcta de las secuencias tomadas para el estudio no superó el 25%.

**Bayes Ingenuo:** Antes de dar inicio a esta prueba se realizó la clasificación de ciertos atributos de la Base de Datos, así como la generación una nueva variable. Para el primer caso, se obtuvo una agrupación de las horas de navegación y de las páginas del Sitio, esta última con base en los submódulos internos del mismo. Para el segundo caso, se obtuvo un nuevo atributo a partir de la fecha de navegación, el cual hace referencia a los días de la semana en que un usuario inició sesión. Luego de esto, los datos fueron introducidos en la herramienta de Minería de Datos Weka para realizar la prueba en cuestión. Los atributos tomados en cuenta en esta fase fueron: dirección IP, día en que se estableció la conexión, rango de hora, páginas visitadas (con base en la clasificación previamente realizada), duración y usuario. Este último tomado como el atributo clasificador. La salida arrojada por el algoritmo muestra que el mismo logró clasificar correctamente el 94,93% de los registros proporcionados, siendo este el mejor resultado obtenido durante el estudio.

**Clustering:** el método utilizado para esta fase fue el de SimpleKMeans proporcionado por la herramienta Weka. Las pruebas realizadas incluyeron la variación de los atributos incluidos en cada corrida. Se propuso la asignación de un valor de K (cantidad de grupos para realizar la corrida del algoritmo) igual al número de usuarios involucrados en el estudio (11). Las salidas arrojadas por la herramienta de minería, ponen en evidencia un alto porcentaje de clasificación incorrecta de los datos (sobre el 75%) bajo los atributos de clasificación suministrados. Esto no indica ineficiencia del algoritmo, sino la existencia de objetos que a pesar de su pertenencia a una clase, comparten la mayoría de sus características con los de objetos de otras clases, motivo por el cual son clasificados en una clase diferente de acuerdo a los criterios de clasificación del propio algoritmo.

## 7. CONCLUSIONES

Durante la fase de prueba de cada modelo fueron utilizados registros de navegación de periodos académicos similares de los usuarios seleccionados, esto con el objetivo de evaluar comportamientos en lapsos de tiempo similares. Las técnicas evaluadas en el presente trabajo fueron el Análisis de Varianza de un solo factor (ANOVA), Cadenas de Markov, Alineamiento de Secuencias mediante el algoritmo de Needleman Wunsch, Bayes Ingenuo y Clustering. Cada una de ellas proporcionó una salida que permitió evaluar el rendimiento de cada modelo. Los resultados obtenidos variaron por cada técnica, sin embargo, la que obtuvo una mayor precisión fue la de Bayes Ingenuo; con un poder de clasificación correcta del 94%, valor que es considerado como satisfactorio para alcanzar el objetivo planteado. Una vez evaluados los resultados se propuso la validación del modelo con información de un periodo distinto a los involucrados en la fase de prueba. Estas pruebas se fundamentaron en la aplicación del modelo a datos reales de navegación de cada usuario así como, la aplicación del mismo modelo sobre datos alterados. Los resultados obtenidos afirman que la técnica de Bayes Ingenuo, es capaz de clasificar correctamente cada usuario en una alta proporción, razón por la cual se recomendó el uso de esta para tratar de determinar la autenticidad de un usuario a través de sus huellas de navegación por el Sitio.

## REFERENCIAS

- [1] K. Meter and G. Cambridge, *Shaping the future: Business Design through Information Technology*. Harvard Business School Press, 1991.
- [2] M. Powell, “Cómo proteger un servicio web xml de intrusos, segunda parte,” *Microsoft Corporation*, Enero 2003.
- [3] Lesk, AM., “Bioinformatics”. Primera edición, Oxford University Press, 2002, pág. 161.
- [4] J. Sobrino, N. Raissouni, and N. Kerr. Teledetección. Universitat de Valencia, 2000, pág. 269
- [5] P. Tan, M. Steinbach, and V. Kumar. “*Introduction to Data Mining*”. Addison Wesley, 2006, capítulo 8.

## A METHOD FOR THE ESTIMATION OF STENOSIS MEASUREMENTS ON CT ANGIOGRAPHY

### **Walter Hernández**

walter.hernandez@ciens.ucv.ve

Centro de Computación Gráfica, Universidad Central de Venezuela  
Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

### **Sören Grimm**

sgrimm@biotronics3d.com

Biotronics3D, Ltd.

Biotronics3D, Grampian House, 205 Marsh Wall, London, UK, E14 9YT

### **Omaira Rodríguez**

### **Rina Surós**

omaira.rodriguez@ciens.ucv.ve

rina.suros@ciens.ucv.ve

Centro de Computación Paralela y Distribuida, Universidad Central de Venezuela  
Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

**Abstract.** *Atherosclerosis continues to be one of the most proliferous causes of death worldwide, accounting for nearly 30% of global morbidity. Estimating the diameter of the abnormal narrowing of the arteries (stenosis) is vital for the success of any medical treatment. Improving automated estimation mechanisms is vital to support faster lumen quantification and reduce diagnostic reading times for this condition. One well-established method to quantify vessel obstruction relies on computing the diameter of vascular structures in a healthy section (reference point) of tissue, followed by computing the diameter of vessels in the obstructed section (stenosed point) and calculating the ratio between the two. We present a method for estimating the diameter based on Principal Component Analysis applied to CT Angiography runoffs and thresholding, with affirmative results. Visibility tests were carried out in different sections of the datasets after applying the proposed method, yielding a maximum estimated error mark of 10% as acceptable to the specialist.*

**Keywords:** Stenosis, Computed Tomography Angiography, Principal Component Analysis

## 1. STENOSIS ASSESSMENT

Stenosis is the abnormal narrowing of tubular structures such as blood vessels and is the result of the thickening of the wall due to fatty deposits from cholesterol. The stenosis ratio (see Eq. 1) is a way to assess the level of obstruction of the vascular structure and is useful for surgical planning procedures such as abdominal/thoracic aortic aneurysm repair [1].

$$\% \text{ stenosis} = \frac{1 - \text{stenosis diameter}}{\text{reference diameter}} \times 100\% \quad (1)$$

Normally the doctor analyzes the images obtained from modalities such as CT and/or MR and manually marks the diameter of the lumen of the obstructed position (stenosis diameter) over the image slice and then compare it to the diameter of a healthy lumen section (reference diameter) around the same neighborhood (see Fig.1).

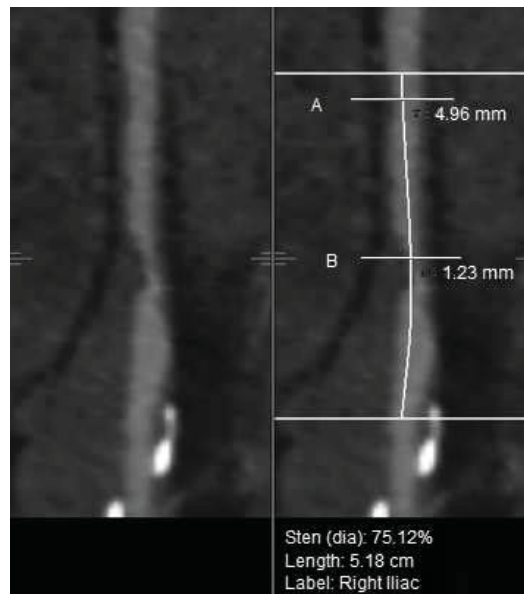


Figure 1. A *stenosis* measurement tool consists of interface elements to mark a reference or normal section of the vessel (line A) and another element to indicate the narrowed portion of the vessel (line B). The estimated diameters on both locations are employed to obtain the *stenosis* ratio. The CTA images correspond to Curved Planar Reformations(CPR) [2] of a section of the right iliac artery:(a) Original CPR. (b) CPR overlaid by stenosed and reference points.

Below we described a method to estimate the diameters at different points along a given centerline. The centerline was computed using a method similar to the one described in [3] for Computed Tomography Angiography (CTA) which is also used to extract the curved reformation seen in Fig. 1. The accuracy of the estimation is evaluated through visibility tests carried out by a

radiologist. The purpose of this evaluation is to set an optimal threshold for diameter estimation on the fly.

## 2. DIAMETER ESTIMATION

The first step is to mark the voxels belonging to the vessel via thresholding using an aggressive low value to cover as much as possible from the wall of the vessel (in our case it was initially set to 150 Hounsfield Units). From the resultant segmentation mask, a contour is extracted and these pixels are used as the input for a Principal Component Analysis (PCA) step with the purpose of finding the voxels that best approximate the tubular shape described by an ellipse [4].

The first step of the PCA employed consists of computing the covariance matrix over the edge positions using:

$$Cov(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^{numEdgePixels} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{(numEdgePixels - 1)} \quad (2)$$

In Eq. 2,  $(X_i, Y_i)$  is the center of a 3x3 grid where the central voxel must have a minimum of three and a maximum of seven neighbors inside the lumen in order to be accounted for the statistical mean computation  $\bar{X}$  and  $\bar{Y}$  (see Fig. 2).

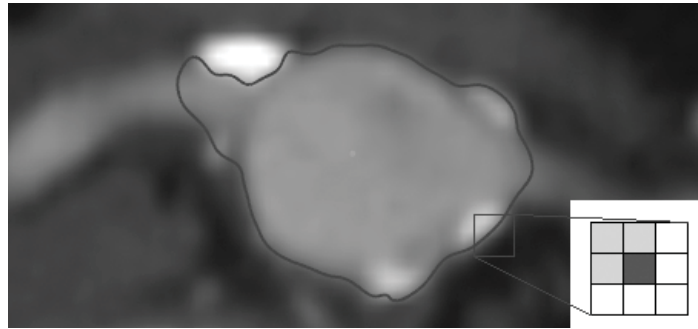


Figure 2. Contour mask obtained from the segmentation. A 3x3 grid is used to determine the voxels to be included as part of the PCA computation.

Subsequently the covariance matrix is computed as:

$$C = \begin{pmatrix} Cov(X, X) & Cov(X, Y) \\ Cov(Y, X) & Cov(Y, Y) \end{pmatrix} \quad (3)$$

From the covariance matrix for the systems (4) and (5), the corresponding eigenvalues ( $\lambda$ ) and eigenvectors ( $v$ ) are obtained.

$$\det(C - \lambda I) = 0 \quad (4)$$

$$(C - \lambda I)v = 0 \quad (5)$$

The eigenvectors represent the direction of the axes and the eigenvalues determine the scale of the major and minor axes of the ellipse. For the resolution of this bidimensional system the mechanism described on [5] was used.

In order to estimate the goodness of the fit the normalized sum of squares of algebraic distances ( $Dist$ ) from the edge of the vessel is computed ( $E$  in eq. 6).

$$E = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Dist_i^2 \quad (6)$$

If  $E$  falls below the threshold error allowed(

) then the farthest voxels\* at the edge are filtered out (Fig. 3) and the PCA is recomputed. This process is repeated until either the fit reaches the established threshold or the maximum number of iterations is hit. If the maximum number of iterations is reached without obtaining a suitable fit then no information is displayed or stored. These steps are summarized in Alg. 1.

```

foreach center_linepoint
  repeat
    Fit_Ellipse
    E ← Estimate_Error

    if (E >
  )
    Filter_Edges
  endif
until error
<
or max_iterations
endforeach

```

Algorithm 1. Diameter estimation along the centerline points of a vessel

### 3. TESTS AND ANALYSIS

Three thresholds

(5%, 10% and 15%) were established to study the goodness of the fit over 30 cross sections of the abdominal aorta of a CTA study (volume size: 512 x 512 x 288 pixels, voxel size: 0.74 x 0.74 x 1.5 mm). Half of the cross sections chosen had leakages from the main branch of the vessel as depicted in Fig. 2, and these samples were classified as *high dispersion* as the leakage areas are likely to cause a higher error rate on the fit. The other half of cross sections was tagged as *low dispersion* as the shape of the vessel was more likely to match the fit. Each one of the three groups was then checked by a radiologist who tagged the results as acceptable or not acceptable to create a percentage of good fits (see Table 1).



Table 1. Number of iterations per threshold and fraction of estimation goodness.

	#Iterations (lowdispersion)	#Iterations (highdispersion)	% Goodness
5%	4	9	97
10%	3	4	92
15%	1	2	84

(\*) Here we assumed the farthest voxel is identified as being 15% beyond the inner or outer section of the normalized ellipse.

Table 1 also shows that the diameters generated with  $\epsilon = 5\%$  and  $\epsilon = 10\%$

were considered good approximations as they were ranked over 90%. The number of iterations was very similar for the cases with low dispersion. Although the 5% threshold registered the highest fit precision for the high dispersion sample, it also performed slightly more than twice the number of iterations than the 10%. No threshold required more than 9 iterations to correct the fit. These results suggest that a threshold of 10% and a `max_iteration` of 5 should be good enough to keep a balance between speed and precision in most cases.

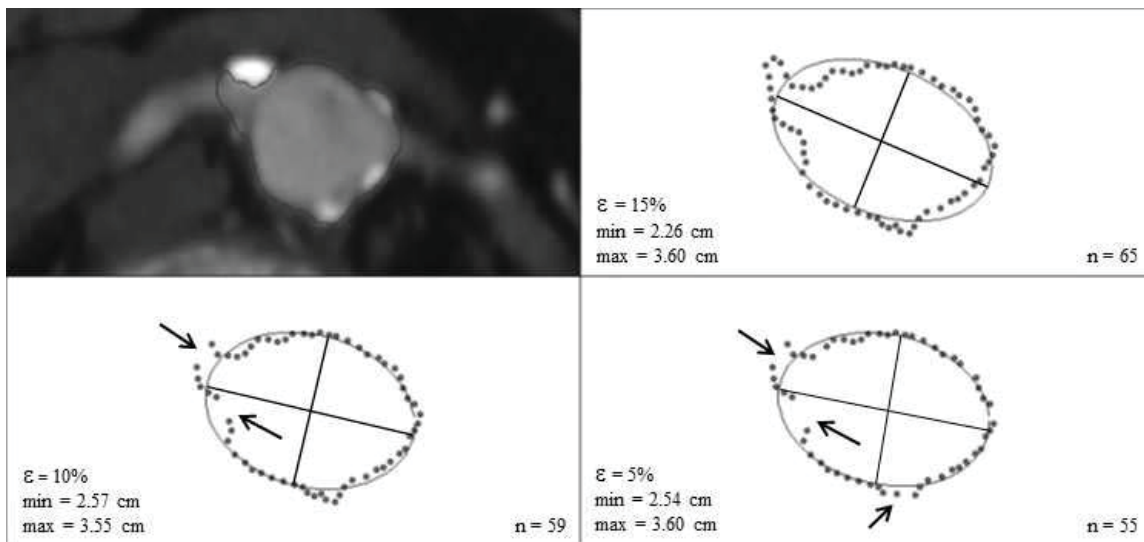


Figure 3. Effects of the fit using three different thresholds

, top left original CTA image with initial contour, top right ellipse fit of the original contour at

= 15% and 65 pixels, bottom left after filtering out 6 pixels  
(

= 10%) and bottom right after filtering out 4 extra pixels  
(

= 5% threshold). The arrows show the areas where samples were filtered out before recomputing the PCA.

#### 4. CONCLUSIONS

We presented a method for estimating the diameters of vessels on CTA data; including an evaluation of its error that allowed a good compromise between precision and speed of the fitting algorithm. The evaluation can be expanded to more crosssections on different vessel types, other than the abdominal aorta. To complement the user interface shown in Fig.1, it would be useful to add elements to adjust the error threshold and the number of iterations for cases where more or less computational resources are available.

#### *Acknowledgements*

All images were generated with the rendering engine for advanced visualization courtesy of Biotronics3D Ltd., UK.

#### REFERENCES

- [1]. Bladin, C., Alexandrov, A., Murphy, J., Maggisano, R. & Norris, J. *A New Method of Measuring Internal Carotid Artery Stenosis*. 19th International Conference on Stroke and the Cerebral Circulation, San Diego: American Heart Association, pp. 230-234, 1995.
- [2]. Kanitsar, A., Fleischmann, D., Wegenkittl, R., Felkel, P. & Gröller, M. E. *CPR: curved planar reformation. Proceedings of the conference on Visualization '02*. pp. 37-44, Boston: IEEE Press, 2002.
- [3]. Bitter, I., Kaufman, F. & Sato, M. *Penalized-Distance Volumetric Skeleton Algorithm*. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, pp. 195-206, 2001.
- [4]. Wijewickrema, S.N.R. & Paplinski, A.P. *Principal Component Analysis for the Approximation of an Image as an Ellipse*. The 13th International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision, 2005.
- [5]. Smith, B.T., Boyle, J.M., Dongarra, J.J., Garbow, B.S., Ikebe, Y., Klema, V.C., & Moler, C.B. *Matrix Eigensystem Routines - EISPACK Guide (Vol. 6)*. (Springer, Ed.) Lecture Notes in Computer Science, 1976.

## SISTEMA BASADO EN EL RECONOCIMIENTO DE CARACTERES EN FOTOGRAFÍAS DE PLACAS DE VEHÍCULOS VENEZOLANOS

**Luiggi R Méndez**

**María A Valero**

**JuanJ Mantilla**

**JoséE Clemente**

*luiggilink@gmail.com*

*mvalero@unet.edu.ve*

*jmantill@unet.edu.ve*

*jclement@unet.edu.ve*

Departamento de Ingeniería Informática, Universidad Nacional Experimental del Táchira  
Avenida Universidad, Sector Paramillo. San Cristóbal-Venezuela

**Resumen.** *Se describe el desarrollo de un sistema basado en el reconocimiento de caracteres en fotografías de placas de vehículos venezolanos. El sistema está basado en un sistema experto, a partir de una serie de técnicas de procesamiento de imágenes. Una etapa de pre-tratamiento en la imagen es necesaria para realzar la información asociada a los objetos a reconocer, y atenuar la información no deseada. Se propone un enfoque centrado en técnicas de segmentación para aislar los objetos de interés dentro de la imagen. El reconocimiento de caracteres parte de algoritmos adaptados a las características que presentan las regiones segmentadas con respecto a los caracteres a reconocer. La herramienta computacional en que se ejecuta el modelo ha sido desarrollada en un ambiente multiplataforma que utiliza C++, Fast Light Toolkit (FLTK) como esquema de programación y desarrollo de interfaz gráfica respectivamente. El sistema ha sido aplicado a 39 placas de vehículos venezolanos, para una cantidad de 249 caracteres, obteniendo una aceptación promedio de 85.26, en un rango superior al 72% e inferior al 94% de aceptación para cada caracter.*

**Palabras Claves:** Reconocimiento de caracteres, Sistema experto, Segmentación, Algoritmos, Ambiente multiplataforma.

## 1. INTRODUCCIÓN

El procesamiento de imágenes es una técnica ampliamente explorada por los investigadores alrededor del mundo [1]. La meta fundamental es obtener información de las imágenes, reconocerla en base a reglas de comportamiento y obtener una toma de decisiones, así como también la mejora de la interpretación pictórica para la interpretación humana [1]. El reconocimiento de objetos, áreas y patrones dentro de una imagen ha aportado al área del control y monitoreo automatizado de sistemas una gran ayuda, por ejemplo en el reconocimiento de caracteres en placas de vehículos [2]. El presente trabajo expone una serie de técnicas de filtrado en imágenes, detección y segmentación de formas, y reconocimiento de patrones en base a plantillas de comportamiento previamente estudiadas para su aplicación en placas de vehículos venezolanos.

## 2. MÉTODO

### 2.1 Pre-procesamiento de la imagen.

La base de datos de imágenes de placas de vehículos venezolanos, incluyendo taxis y carros particulares es considerada. Cada imagen en la base de datos tiene una resolución de 200 x 150 píxeles, donde cada píxel está representado por un valor de 24 bits. La imagen original es transformada a escala de grises. La etapa de pre-procesamiento comienza con la aplicación de un filtro gaussiano[3], en donde cada valor de píxel en la imagen de salida (*Igauss*), es calculada por la convolución de la imagen original con una máscara que representa la distribución gaussiana 2-D. El tamaño de la máscara es variable, y se establece mediante un parámetro conocido como Radio de Gauss[3]. El resultado es una imagen suavizada, con definición de contornos en los objetos de interés. La imagen (*Igauss*) es entonces considerada para la aplicación de un filtro morfológico[4]. Para este filtrado el White Top Hat (*WTH*) y su dual, el Black Top Hat (*BTH*) son aplicados. El *WTH* es definido entonces como la diferencia entre la imagen suavizada (*Igauss*) y el opening[4] de la imagen original. El *BTH* es obtenido extrayendo la imagen original del closing de la imagen suavizada. Un elemento estructurante de elipsoide fue usado para determinar los efectos de los operadores de opening y closing. En base a una serie de pruebas, se determinó que el operador *BTH* es el más óptimo, esto se debe a las características presentadas en este tipo de imágenes. Obteniendo de esta manera como imagen resultante (*Iprocess*) a la imagen de salida del proceso *BTH*.

### 2.2. Segmentación

El proceso de segmentación es aplicado a la imagen *Iprocess*. El método de segmentación utilizado es el Crecimiento de Regiones[5]. Para llevar a cabo dicha segmentación es necesaria la ubicación de un punto semilla, que condiciona el conocimiento a priori de la ubicación de al menos un píxel que sea perteneciente a la región a segmentar (Ver Figura 1).

Para la búsqueda de los puntos semilla se propuso un método de *Búsqueda secuencial horizontal por media vertical (BSHMV)*: cuya entrada es la imagen pre-procesada *Iprocess*, este proceso parte de las coordenadas  $x = 0$  (el inicio de izquierda a derecha) y  $y = \text{alto de la imagen}/2$ , (la mitad vertical de la imagen *Iprocess*). Se realiza entonces un recorrido secuencial horizontal de izquierda a derecha en busca del primer píxel que cumpla con el criterio de conexión establecido.

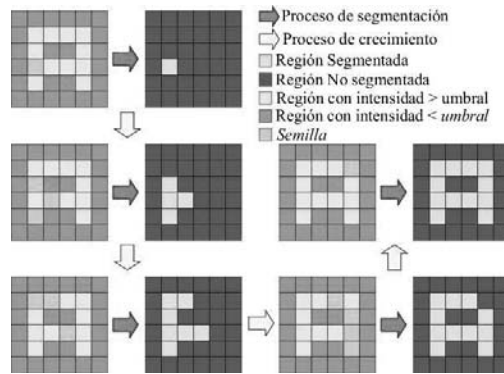


Figura 1 – Implementación del algoritmo para la segmentación por crecimiento de regiones.

Al encontrarse un pixel de interés se procede a realizar el proceso de segmentación por Crecimiento de Regiones obteniendo una región segmentada  $R_n$ . A partir de la cual, se procede al cálculo de las nuevas coordenadas de partida de BSHMV (Ec. 1). Este proceso se realiza tantas veces hasta llegar al pixel final de izquierda a derecha de la imagen Iprocess.

$$x = \text{coordenada } x \text{ de } R_n + \text{ancho de } R_n; \quad y = \text{coordenada } y \text{ de } R_n + \frac{\text{alto de } R_n}{2} \quad (1)$$

Posterior al crecimiento de regiones, se aplicó la técnica de umbralización [6] para lograr la partición binaria a partir de las intensidades de los píxeles. El umbral utilizado fue 40. (Ver Figura 2)

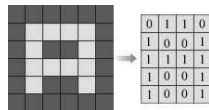


Figura 2– Implementación de umbralización.

### 2.3 Reconocimiento de patrones

El Reconocimiento de patrones se realizó a través de la clasificación de los descriptores estructurales o cuantitativos de los objetos de interés dentro de la imagen[1]. Se realizó una extracción basada en la forma del carácter, aplicando un análisis supervisado del comportamiento presentado por las regiones segmentadas. Una matriz binaria es creada a partir de esta información de tamaño 40x20 para cada carácter a reconocer. Se propone entonces un algoritmo denominado *Adaptación función vectorial* que se aplica a cada una de las matrices binarias creadas. Fueron generadas 6 funciones vectoriales descriptoras del comportamiento de una región y su contorno Ec. (2).

$$f_{N(x)} = y; \quad y = [0,40]; \quad x = [0,20]; \quad N = [1,6] \quad (2)$$

Las seis funciones vectoriales se utilizan para generar un único vector, que funcionara como plantilla para cada uno de todos los caracteres a reconocer Ec. (3).

$p_{c_{N(x)}}$  = función vectorial  $N$  para cada uno de los caracteres de la plantilla.

$$c = [A, Z] \cup [0,9]; \quad N = [1,6] \quad (3)$$

**Primera función.** Se obtiene la sumatoria de pixeles pertenecientes a cada una de las columnas de la región segmentada  $M$  Ec. (4). Esta función describe el comportamiento interno horizontal de la región segmentada. (Figura 3.a)

$$f_{1(x)} = \sum_{i=0}^{39} M_{i,x}; \quad 0 \leq x \leq n_1; \quad n_1 = 19 \quad (4)$$

**Segunda función.** Se basa en la sumatoria de pixeles pertenecientes a cada una de las filas de la región segmentada  $M$  Ec. (5). Esta función describe el comportamiento interno vertical de la región segmentada. (Figura 3.b)

$$f_{2(x)} = \sum_{i=0}^{19} M_{x,i}; \quad 0 \leq x \leq n_2; \quad n_2 = 39 \quad (5)$$

**Tercera función.** Se basa los puntos máximos de cada una de las columnas de la región segmentada  $M$  Ec. (6). Esta función describe el contorno inferior de la región segmentada. (Figura 3.c)

$$f_{3(x)} = \max_{0 \leq i \leq 39} M_{(i,x)}; \quad 0 \leq x \leq n_3; \quad n_3 = 19 \quad (6)$$

**Cuarta función.** Se basa los puntos mínimos de cada una de las columnas de la región segmentada  $M$  Ec. (7). Esta función describe el contorno superior de la región segmentada. (Figura 3.d)

$$f_{4(x)} = \min_{0 \leq i \leq 39} M_{(i,x)}; \quad 0 \leq x \leq n_4; \quad n_4 = 19 \quad (7)$$

**Quinta función.** Se basa los puntos máximos de cada una de las filas de la región segmentada  $M$  Ec. (8). Esta función describe el contorno a la derecha de la región segmentada. (Figura 3.e)

$$f_{5(x)} = \max_{0 \leq i \leq 19} M_{(x,i)}; \quad 0 \leq x \leq n_5; \quad n_5 = 39 \quad (8)$$

**Sexta función.** Se basa los puntos mínimos de cada una de las filas de la región segmentada  $M$  Ec. (9). Esta función describe el contorno a la izquierda de la región segmentada. (Figura 3.f)

$$f_{6(x)} = \min_{0 \leq i \leq 19} M_{(x,i)}; \quad 0 \leq x \leq n_6; \quad n_6 = 39 \quad (9)$$

Se procede a realizar el cálculo de la diferencia de regiones en base a la comparación entre el vector generado por la región segmentada y los vectores correspondientes a cada una de las plantillas precargadas a través de la sumatoria del valor absoluto de cada una de las restas entre los valores de los vectores Ec. (10). (Ver Figura 4)

$$diferencia_c = \sum_{N=1}^E \sum_{x=0}^{n_N} |f_{N(x)} - p_{cN(x)}|; \quad c = [A, Z] \cup [0,9] \quad (10)$$

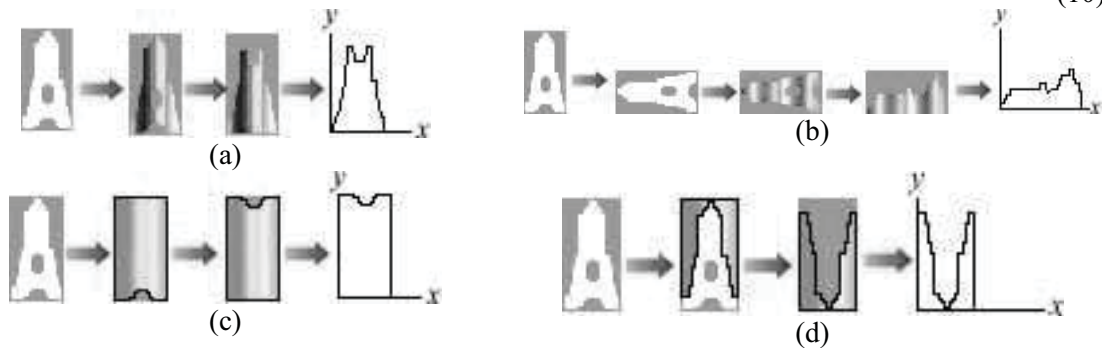




Figura 3 – Implementación de las funciones de Adaptación Función Vectorial. (a) 1era Función. (b) 2da Función. (c) 3era. Función. (d) 4ta. Función. (e) 5ta. Función. (f) 6ta. Función.



Figura 4 – Representación del error similitud entre una región segmentada y una plantilla.

**Adaptación por comparación de plantillas.** Mediante este algoritmo se calcula un porcentaje de aceptación ( $A_c$ ) entre la región segmentada, y cada uno de los caracteres ( $[A, Z] \cup [0,9]$ ). El cálculo se efectúa en base a la sumatoria de la multiplicación de cada uno de los píxeles o elementos de la matriz correspondiente a la región segmentada  $M$  y la matriz correspondiente la plantilla precargada ( $P_c$ ) Ec. (11). Se procede a calcular el porcentaje de aceptación con respecto a los caracteres que obtuvieron las 5 menores diferencias en el proceso de reconocimiento *Adaptación Función Vectorial*. Para de esta manera tener un pre-reconocimiento no tan costoso computacionalmente en base a cálculos vectoriales (Unidimensional) y un reconocimiento final óptimo en base a cálculos matriciales (Bidimensional). (Ver Figura 5)

$$A_c = \sum_{i=0}^{t-1} \sum_{j=0}^{20} M_{(i,j)} * P_{c(i,j)}; \text{ región} = \sum_{i=0}^{t-1} \sum_{j=0}^{20} M_{(i,j)} \quad ; \%A_c = \frac{A_c}{\text{región}} \quad (11)$$

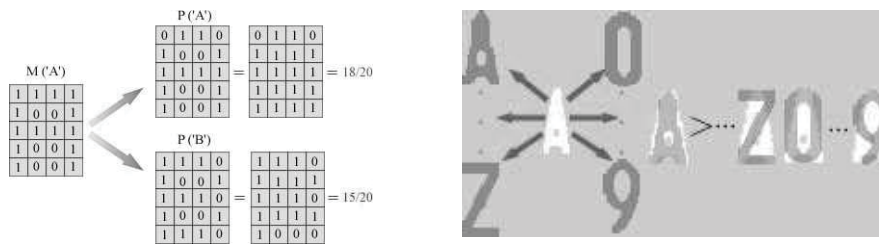


Figura 5 – Implementación de la técnica de adaptación por comparación de plantillas.

### 3. RESULTADOS

Los factores importantes para el reconocimiento de cada carácter se centraron en la alteración de las características de la imagen de entrada al momento de su adquisición como lo son el brillo, contraste y ruido. De esta manera los valores de los parámetros en el pre-procesado de la imagen resultaron notablemente importantes. El sistema experto mostró resultados eficientes con respecto al reconocimiento de los caracteres, probándose en 39 placas, de 5 modelos distintos, cada una con una cantidad de caracteres variable, comparados con la segmentación manual realizada por un experto [7]. Para completar un total de 249 caracteres, la aceptación de los caracteres se mantuvo dentro del intervalo de 72% - 94% con un promedio de 85.26% de

aceptación con respecto a todos los caracteres. Se generó una base de datos de plantillas (Ver Figura 6) para cada carácter a reconocer, la cual representa las características morfológicas modelo al momento del reconocimiento.

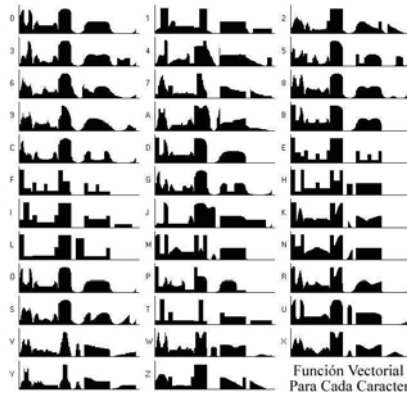


Figura 6 – Representación de las funciones vectoriales plantillas para cada caracter.

#### 4. CONCLUSIONES

El trabajo ha presentado una herramienta computacional multiplataforma para el reconocimiento de caracteres en fotografías de placas de vehículos venezolanos. La herramienta propone una facilidad de portabilidad debido a su desarrollo bajo herramientas de código abierto. El rendimiento ha sido sometido bajo pruebas de procesamiento por lotes, logrando una evaluación óptima con respecto al costo computacional. De igual manera se ha detectado una relación  $\frac{\text{tamaño de la imagen}}{\text{costo computacional}}$ , determinando una posible mejora de precisión para imágenes más grandes, ya que al aumentar el tamaño de las mismas, aumentarían los detalles a comparar bajo las plantillas y por consiguiente los resultados al momento del reconocimiento serán más precisos.

#### REFERENCIAS

- [1]. González R. & Woods R., Tratamiento Digital de imágenes. Addison – Wesley/Diaz de Santos. 1992.
- [2]. Setumin, S., Sheikh, U.U., Abu-Bakar, S.A.R., Car Plate Character Extraction and Recognition Using Stroke Analysis. *Signal-Image Technology and Internet-Based Systems*, pp. 30-34. 2010
- [3]. Pratt W., Digital Image Processing. USA: John Wiley – Sons. 1978.
- [4]. A. Hanbury y J. Serra. Morphological Operators on the Unit Circle. *IEEE Transactions on the Image Processing*, vol. 10, pp. 1842-1850, 2001.
- [5]. Yufei S., Yan C., Yushi Z., Yanxia L., Automated Seeded Region Growing Method for Document Image Binarization Based on Topographic Features. *Image Analysis and Recognition, International Conference, ICIAR, Proceedings, Part II*, pp. 200-208. 2004
- [6]. Sahoo P., Soltani S., Wong A., A survey of thresholding techniques. *Computer Vision, Graphics' and Image Processing*, vol. 41, pp. 233-260. 1988
- [7]. V. Chalana y Y. Kim., A Methodology for evaluation of boundary detection algorithms on medical images, *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol 16. No 5., pp. 642-652, 1997



## A LOW-COST DATA GLOVE FOR VIRTUAL REALITY

**Pablo Temoche**

**Esmitt Ramírez**

**Omaira Rodríguez**

*pablo.temoche@ciens.ucv.ve*

*esmitt.ramirez@ciens.ucv.ve*

*omaira.rodriguez@ciens.ucv.ve*

Centro de Computación Gráfica, Escuela de Computación, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

**Abstract.** *Data gloves are devices with a set of sensors for obtaining information about the movement of the hand and its fingers. In Virtual Reality, data gloves are widely used as input devices for its capability to interact with the computer for application development. Currently, there are many such devices, which are offered by specialized commercial companies at high costs. Nevertheless, in recent years low-cost solutions for construction and software development kits for data gloves have been available. This paper presents the design and development of a low-cost data glove system to be used in virtual reality applications based on finger movements. The design of the glove is presented as a prototype based on computer vision algorithms in order to determine the relative position of the fingers. The manufactured data glove requires only inexpensive materials and a simple webcam for motion tracking. In the performed tests, our solution shows good results in the task of tracking the movement of each finger in a 3D space.*

**Keywords:** virtual reality, digital image processing, computer vision, sensors, low-cost devices

### 1. INTRODUCTION

Since the beginnings of Virtual Reality (VR) technology in the mid-1980s, several researches and applications had been developed. As stated by Burdea and Coiffet [1], VR is a simulation in which computer graphics are used to create a realistic-looking world. VR technology can be usefully applied to a broad range of fields and the created synthetic world is dynamic and it responds to the input of the user (gestures, verbal commands, etc.). This feature defines the VR as a real-time interactivity approach.

In order to allow human-computer interaction, it is necessary to use devices to input the command of users into the computer and to provide some kind of feedback. In VR, there are several special devices for this purpose: 3D positions trackers, navigation and manipulation interfaces, gesture interfaces, and so on. Particularly, hand gesture interfaces measure the real-time position of the fingers or wrist in order to allow natural gesture recognition based on interaction with the virtual world.

A data glove basically contains a set of sensors to determine the position of each finger as well as the palm of the hand. Mainly, these gloves differ in factors such as type, number and resolution of the employed sensors and whether they are wired or wireless. However, data gloves have a high price and are distributed by specialized companies. This paper describes the design and development of a low-cost data glove for VR with simple materials and a webcam, using computer vision algorithms. The data glove can be easily built by the user, to be used in VR applications.

This paper is organized as follows. Section 2 presents a briefly overview of the related works in which we based our proposal. Section 3 describes our approach for manufacturing the data glove. In Section 4, we show the obtained experimental results. Finally, Section 5 presents conclusions and future work.

## 2. RELATED WORK

Nowadays, there are several commercial and non-commercial options to data gloves. Nevertheless, we present a subset of them, selected by their cost and their applications. The data glove *HandTutor*, developed by MediTouch Ltd. [2], is a system for rehabilitation of upper limbs based on hand exercises. On these exercises, it evaluates and treats the fingers and dysfunction of the hand movement through activities that promote the extension/flexion of fingers and wrist. The offered system is composed of the data glove with sensors to record the movements of the fingers and the wrist.

*CyberGlove II* (its predecessor *CyberGlove I* is now discontinued) of Cyber Glove Systems [3] offers a motion-based capture system for a variety of applications such as digital prototype evaluation, virtual reality, animation and rehabilitation. The *CyberGlove II* is composed of an elastic fabric for comfort; and about 18 to 22 sensors which capture the movements of the fingers.

At the same time, Fifth Dimension Technologies (5DT) has a few data glove models used for VR. The models vary according to the number of sensors, e.g. 5, 14. The sensors are able to capture motion in order to measure finger flexion (1-2 sensors per finger). The most basic model offered by 5DT is the *5DT Data Glove 5 Ultra* [4].

The aforementioned data gloves have an approximate cost of \$1,000 for the basic models. Therefore, several low-cost solutions more accessible were created. One example is the *P5 Glove* data glove [5], which can be used for developing applications in 2D at a cost of \$79. The *P5 Glove* is designed with various specialized sensors, and it is seen as an additional peripheral. There is a software development kit under the open source license for this product.

As well as there are commercial solutions, there have also been developments with a focus on scientific research. Adamovich et al. [6] developed a data glove which measures the force applied by fingertips (except the pinky). This glove was designed with such a haptic interface to interact with virtual worlds. It also has sensors in the palm of the hand for support. Also, Pamplona et al. [7] designed a prototype for a data glove for image-based interaction with virtual objects, as shown in Fig. 5. They show how to register the movements of the fingers by visual markers on the fingertips.

### 3. OUR APPROACH

In this paper, the development of a low-cost data glove prototype is presented. The main idea is to capture the movement of the fingers using one webcam, i.e. single-channel video. Each movement is obtained when a cord linked to the fingertips is shifted. Figure 1 shows the design of our approach. Note the five cords through the hand linked with each fingertip and the field of view of the webcam. In that field, images with 5 cords of different color are captured. Every cord offers a low resistance using small springs. Particularly, in this prototype we use as springs simple office rubber bands.

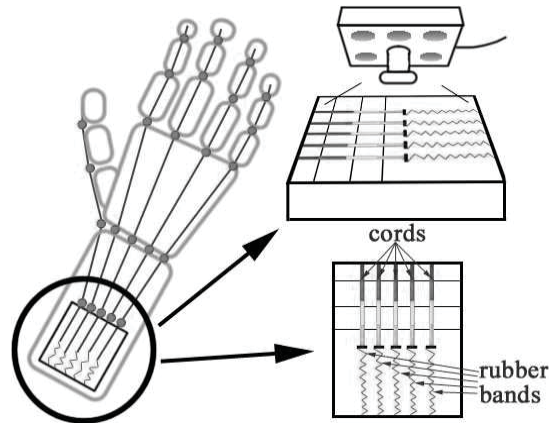


Figure 1- Design of our low-cost data glove approach.

The goal of this prototype is to capture input data from the finger movements to develop VR applications for physical rehabilitation. At present, there are several commercial devices that use finger movement sensors. In our case, each finger movement pulls the color mark linked to it and is tracked by the webcam. Each color mark is associated with a finger position between two extremes: stretched and contracted. This design of the data glove can be compared with a commercial data glove that has five high-cost fiber optic sensors.

#### 3.1 Glove manufacturing

For the manufacture of the glove we propose low-cost and easy-to-access materials. Following, a list of components for the prototype is presented:

- 1 webcam connected to the computer using a USB port
- 1 small piece of white cotton cloth
- 1 board pattern of the hand (right or left)
- 14 small plastic tubes
- 5 rigid cords (one for each finger)
- 5 rubber bands (one for each finger)
- Small wooden slats
- 1 cardboard box (approximately 8 cm. x 4 cm. x 1 cm.)
- Colored markers

One webcam of 8 megapixels with adjustable lens and a LED array of 6 lights are used. The LED lights are to ensure the good illumination and contrast at the moment of acquiring images.

Using the board pattern of the hand and a simple cotton cloth, the glove is built. The pattern has to be associated to a standard hand size for both men and woman [8]. Plastic tubes are placed along the fingers between the joints and at the dorsum of the hand (3 for each finger and 2 for the thumb). Next, the rigid cords are fit to each fingertip and passed through the plastic tubes.

On the other hand, the cardboard box is perforated with 5 holes. The cords are passed through these holes. It is necessary to hitch the cords with the rubber bands and trim them at the opposite side of the holes on the cardboard box. Then, using the wooden slats a simple base is constructed to place the webcam (approximately at 8 cm. from the dorsum of the hand). The webcam must focus the cords in the cardboard box. Finally over each cord, a color mark should be placed. Fig. 2 presents the final result once the prototype of the glove is finished.

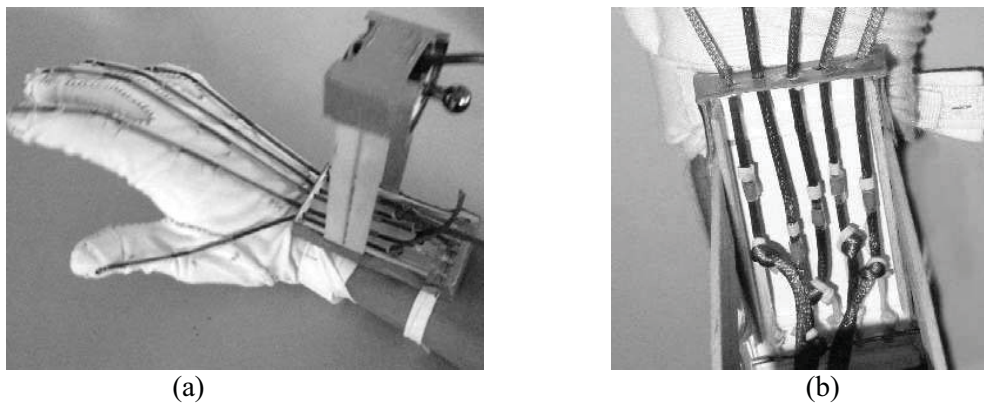


Figure 2- The manufactured glove, showing the (a) complete glove and, (b) the area taken by the webcam.

After manufacturing the glove, the processing of the captured image is performed. The main goal is to determine the movement of the cords and link them with the movement of the fingers.

### 3.2 Image processing

To get the corresponding visual analyzer from the glove a webcam is placed in the field of view directly over the cords. In this way, the webcam obtains an image similar to the one shown in Fig. 3(a). The webcam captures images at a resolution of  $800 \times 600$  pixels. This image has a high contrast due to the LED lights of the webcam.

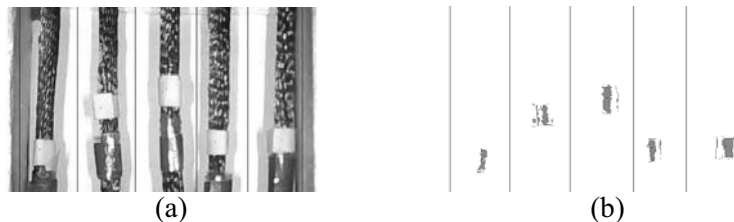


Figure 3- Image captured by the webcam: (a) original, (b) after segmentation.

On every frame captured by the webcam, all color control marks should be discriminated and associate with each finger. Then, given a captured image a segmentation technique based on *thresholding* is applied. That is, for each pixel  $p$  with an intensity value of  $p=(r,g,b)$ , our algorithm decides that  $p$  is part of a control mark when  $p=(r \geq 190, g \geq 210, b \leq 160)$ . Fig. 3(b) and example of the segmentation of these control marks.

The segmentation technique explained before works correctly because the image has a good illumination, making easy the extraction of the regions using a threshold algorithm. The result is an image where each color mark control has become a pixel area. To obtain the position of each mark (in 2D), an average of all pixel positions which make up the area is performed.

Additionally to the location of each control mark, a calibration process is accomplished. This process consists in associating the mark position with the finger position. In order to do so, the position of mark  $i$ , with the hand totally stretched, is stored in  $Pstart_i$ . Following the same process using the hand contracted (i.e. in a fist), the obtained values are stored in  $Pend_i$ . Then, the position  $P_i$  of the mark  $i$  at any time can be calculated by linear interpolation between the  $Pstart_i$  and the  $Pend_i$  of the finger where the mark is.

In the next section, we present the results with our proposed low-cost data glove.

#### 4. RESULTS

The experimental results performing linear movements and bending angles are very satisfactory in order to link the movement of the real fingers with a 3D model created in the computer. Figure 4 shows the low-cost data glove system moving the fingers and the image of the 3D model used for the fingers. Our software was developed in C++ using OpenGL [9] for displaying the graphics and OpenCV [10] for image manipulation.

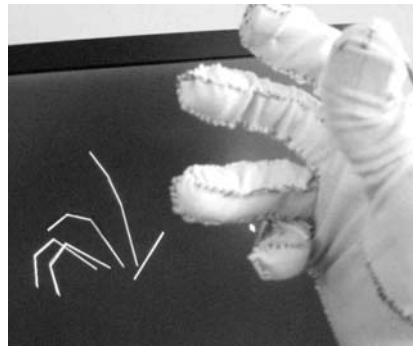


Figure 4- Image taken using the low-cost data glove and its 3D computer model.

The presented data glove is equivalent to a commercial data glove composed by 5 sensors. However, it has a low margin of error due to material weariness after prolonged use (i.e. rubber bands and cords). Nevertheless, this situation is solved applying a new calibration process.

#### 5. CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

In this paper, we presented the design and development of a low-cost data glove using simple materials and a single-channel video system based on image processing to reduce costs. We present an easy step-by-step procedure to develop the data glove taking into account the location

and position of the webcam. Note that, the lighting condition at the moment of acquiring the images is very important to obtain the efficient *thresholding* segmentation.

We created this prototype as a first version which should be enhanced in future versions. A noticeable problem is related to the number of sensors used. As shown in Fig. 5, these two different positions are considered the same because they produce the same movement of cords. A possible solution is using more cords for tracking each finger's phalange position. Also, it is possible to change the glove design, trying to locate the webcam on a more comfortable position with respect to the hand.

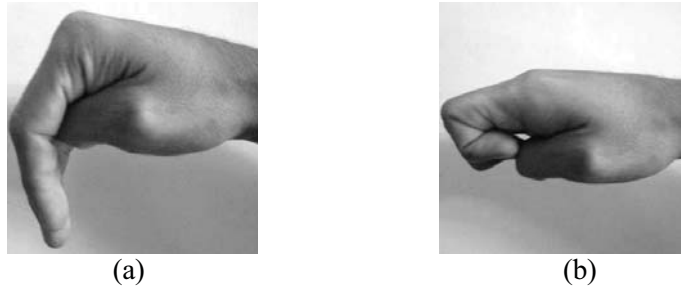


Figure 5- Both figure (a) and (b) result in the same cord movement.

## REFERENCES

- [1]. Burdea, G., & Coiffet, P., *Virtual Reality Technology*. Wiley-IEEE Press, 2nd Ed., 2003.
- [2]. MediTouch Ltd., *Hand Tutor*. Retrieved from <http://www.meditouch.co.il>. 2011.
- [3]. CyberGlove Systems, *CyberGlove II*. Retrieved from <http://cyberglovesystems.com>, 2011.
- [4]. Fifth Dimension Technologies, *5DT Data Glove 5 Ultra*. Retrieved from <http://www.5dt.com/products/pdataglove5u.html>, 2005.
- [5]. Essential Reality, *P5 Glove*. Retrieved from <http://www.vrealities.com/P5.html>, 2002.
- [6]. Adamovich, S. V., Merians, A. S., Boian, R., Tremaine M., Burdea, G. S., Recce, M., & Poizner, H., A Virtual Reality Based Exercise System for Hand Rehabilitation Post-Stroke. *Presence, Special Issue on Virtual Rehabilitation*, vol. 14, pp. 161-174, 2005.
- [7]. Pamplona, V. F., Fernandes, L. A., Prauchner, J., Nedel, L. P., & and Oliveira, M. M., The Image-Based Data Glove. In *Proceedings of X Symposium on Virtual Reality (SVR'2008)*, pp. 204-211, 2008.
- [8]. Marieb, E. N., *Human Anatomy & Physiology*. Pearson PLC, 6th Ed., 2004.
- [9]. OpenGL, *Open Graphics Library website*. Retrieved from <http://www.opengl.org>, 2011.
- [10]. Bradski, G., *The OpenCV Library*. *Dr. Doob's Journal of Software Tools*. CMP Technology, 2002.

## POINT-BASED DEFORMABLE BODY SIMULATION THROUGH GPGPU

**Mozart William Santos Almeida**

**Veronica Teichrieb**

*mwsa@cin.ufpe.br*

*vt@cin.ufpe.br*

Voxar Labs, Centro de Informática, Universidade Federal de Pernambuco

Av. Jornalista A. Fernandes, s/n - Cidade Universitária (Campus Recife) - Recife, PE, Brazil - 50.740-560

**Jose Maria Andrade Barbosa**

*jmab13@gmail.com*

Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Pernambuco

Av. Jornalista A. Fernandes, s/n - Cidade Universitária (Campus Recife) - Recife, PE, Brazil - 50.670-901

**Abstract.** *This work presents the development of a simulation of point-based deformable objects in real time, through a meshless technique called Point-Based Animation. Such technique has been gaining attention mainly because it uses only points as simulation units, without connectivity information among them, therefore allowing an increase of performance and turning the simulations even more accurate. This feature enabled us to develop a parallel version using the NVIDIA CUDA technology to turn some barely interactive results achieved with sequential implementations into real time results. For example, a sequentially executed scene (Intel Core i7) containing one complex object (575 physical elements e 53,504 surface elements) simulating a Verlet explicit integration obtained rates of 4.1 fps, while in the parallel implementation (GTX 295) ten instances of the same object simulating an Eulerian implicit integration obtained rates of about 6 fps.*

*To verify the accuracy of the simulation, this work made a comparative analysis between our solution and the Abaqus CAE tool. In the analysis, a soft cube was used for comparison. The boundary condition used was the fixation of the superior side of the cube letting only the gravitational force act upon it, making it bounce. Results show that the physical behavior is similar to the model developed, but not as accurate as needed for more complex applications.*

**Keywords:** Deformable body simulation, Particle methods, Mesh free methods, Point Based Animation, Parallel computing

## 1. INTRODUCTION

This work aims developing a point based physics simulation technique running on GPU (Graphics Processing Unit). The technique chosen was the so called Point-Based Animation, proposed by Müller et al. [1], that allows the simulation of perfectly elastic elements. This technique is highly parallelizable, favoring the development of high performance complex simulations. The implementation was done using CUDA (Compute Unified Device Architecture) [2], a GPGPU (General-Purpose computation on GPU) technology provided by NVIDIA. The parallel version of the technique was analyzed regarding simulation accuracy and performance, showing real time rates despite remaining instability problems. In relation to performance, it was verified the increase achieved in comparison to a sequential version of the algorithm running on CPU. The accuracy analysis compared the GPU-based technique with a simulation performed on the Abaqus CAE tool [3].

The paper is organized as follows. Sections 2 and 3 present briefly the technique approached and some implementation related information. Section 4 describes major analysis results achieved. Finally, some conclusions are drawn in Section 5, as well as future work directions.

## 2. THE POINT-BASED ANIMATION TECHNIQUE

The Point-Based Animation technique, or simply PBA, proposed by Müller et al. [1], is strongly based on concepts from the continuum mechanics. Objects are described through discrete particles, without any explicit information about connectivity. The connectivity is given through the interaction of each particle with its neighbor particles within an actuation radius defined by a function. Such techniques are known as meshless or meshfree [4].

This technique works following the subsequent execution flow:

$$\mathbf{u}_t \rightarrow \nabla \mathbf{u}_t \rightarrow \boldsymbol{\varepsilon}_t \rightarrow \boldsymbol{\sigma}_t \rightarrow \mathbf{f}_t \rightarrow \mathbf{u}_t + \Delta_t.$$

Afterwards the initial values are initialized (mass, density, volume and momentum matrix), the main loop of the simulation is started, through the displacements  $\mathbf{u}_t$  of the physics elements (or phyxels) obtained, and the spatial derivatives  $\nabla \mathbf{u}_t$  of the three scalar fields are computed. From these, the deformation or strain ( $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ ) and the tension or stress ( $\boldsymbol{\sigma}_t$ ) are computed. The internal forces  $\mathbf{f}_t$  are then computed and integrated in time, obtaining new displacements  $\mathbf{u}_t + \Delta_t$ , and therefore new positions for the phyxels.

Once the displacements of the particles of the system are updated, the graphics system updates the positions of the physics elements to be rendered (or surfels). The Passive Surfel Advection technique [1] was used in this work, using the vertices of the triangularized mesh to represent them.

## 3. IMPLEMENTATION

The implementation of the PBA technique was divided into two phases: the first one aimed the implementation of a version of the work of Müller et al. [1], focusing its sequential execution on CPU using the C++ language; the second phase approached the implementation of a more efficient simulation module of the phyxels and surfels update, through GPU parallel processing of the most costly parts of the algorithm using CUDA. A more detailed description of the parallel version of the PBA technique can be found in [5].



## 4. RESULTS

The PBA technique implemented in our work was evaluated regarding performance and accuracy of the behavior of phyxels. Both performance and accuracy tests were performed on a computer with an Intel Core i7 920 2.66GHz processor, 4GB RAM and NVIDIA GeForce GTX 295 512 MB graphics card with 240 stream processors per GPU.

### 4.1 Performance analysis

The performance analysis was made comparing the frame rate (fps) achieved by a sequential execution on CPU and a parallel one on GPU of our PBA prototype. Three objects were built, each one with distinct characteristics regarding the amount of phyxels and surfels: Hornbug with 666 phyxels and 1,460 surfels, AlienHead with 239 phyxels and 16,000 surfels, and Dino with 575 phyxels and 53,504 surfels. Figure 1 illustrates the objects. Phyxels were generated using the NVIDIA PhysX Viewer tool [6] that allows generating tetrahedral models from triangularized ones. Using existent triangularized models the phyxels extracted correspond to the positions of the vertices of the tetrahedral generated.

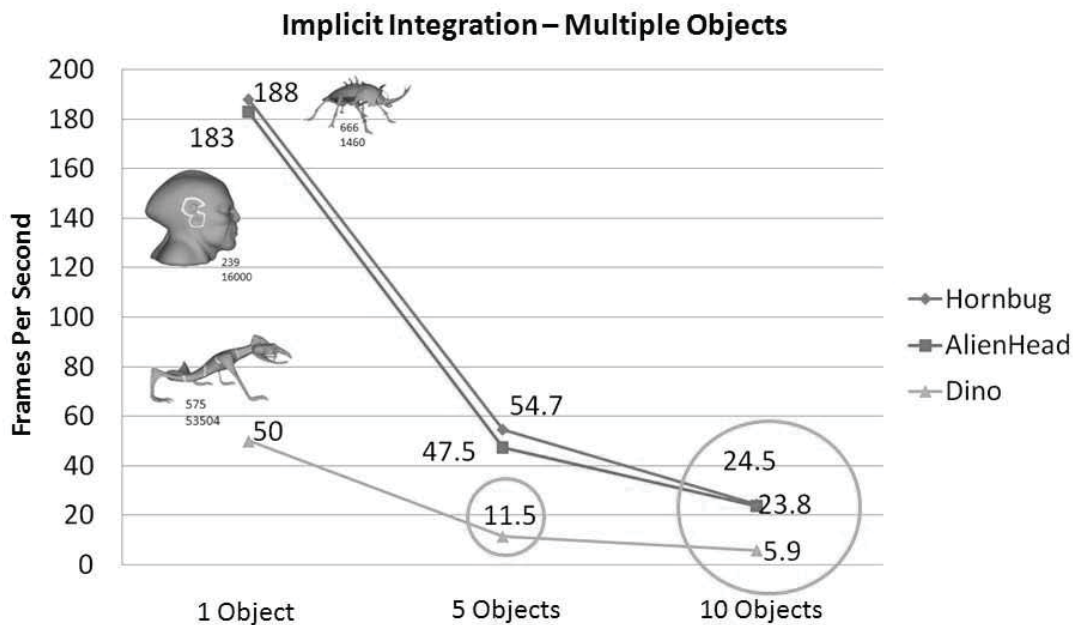


Figure 1- Performance analysis using implicit integration of different amounts of objects.

Figure 1 shows the performance achieved simulating simultaneously one, five and ten objects, integrated implicitly. As can be observed, using an Eulerian implicit integration that is computationally more expensive in comparison to the Verlet explicit integration, it was possible to achieve frame rates very close to 30 fps with the Hornbug and AlienHead models. The Dino model pursues a very detailed mesh (high amount of surfels) and therefore it was not possible to achieve real time performance.

The results obtained by Müller et al. [1] show maximum frame rates of 27 fps for models with 200 and 400 phyxels and 10,000 and 20,000 surfels, while the work presented here shows frame rates above 50 fps for models with more than 50,000 surfels.

## 4.2 Accuracy analysis

The comparative analysis regarding accuracy was done using the commercial tool Abaqus CAE and our GPU-based PBA prototype, in order to verify system stability and precision of results. In order to simplify comparisons taking into account all elements of the model, a regular model was built that is easy to be visualized – a cube –, and implicit integration was used. Figures 2 and 3 illustrate the cube model in the Abaqus and PBA prototype, respectively.

The measurements were made on elements on the border of the cube and in the middle of the model, and their vertical displacement was mapped, since the model is suffering only from gravity. This way, it is possible to evaluate the behavior of the simulation through the visualization of the graph, since the objects in both simulations are perfectly elastic.

As boundary condition the superior surface of the cube was fixed, leaving all other elements move freely. As initial conditions, the object is released from its rest position at the initial instant of the simulation in order to keep a constant oscillation movement.

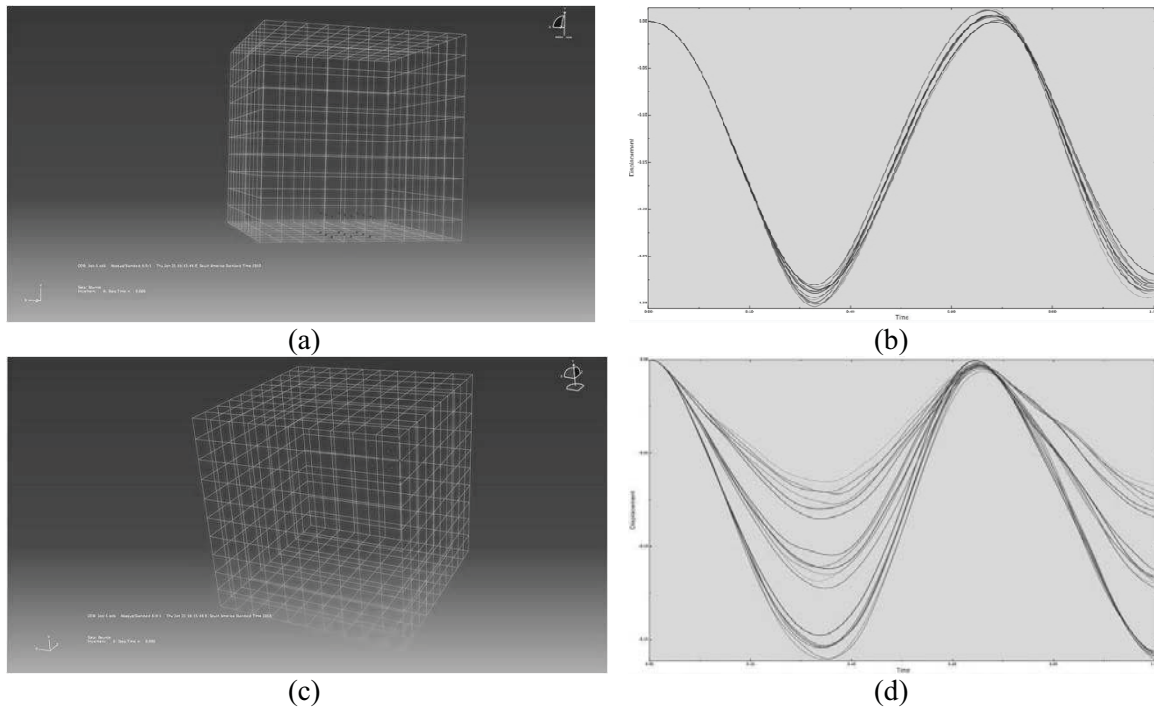


Figure 2- (a, c) Cube modeled in the Abaqus tool visualized in wire frame mode and a set of elements highlighted in red for behavior analysis; (b, d) Behavior over time of the highlighted elements in (a) and (c).

Figure 2.b and 2.d show in the vertical axis the displacement behavior over time of a set of elements highlighted in red of the Abaqus model visualized in Fig. 2.a and 2.c. Abaqus cube

elements at the basis of the model (red) show more behaved displacements, while the ones close to the fixed surface of the model show smoother curves on the graph.

Figure 3.b shows the behavior over time of the phyxel highlighted in red in Fig. 3.a. PBA cube element at the centre of the model (phyxel 50 in red) shows instable behavior, while the one at the basis of the model (phyxel 195 in red) shows a behavior similar to Abaqus model.

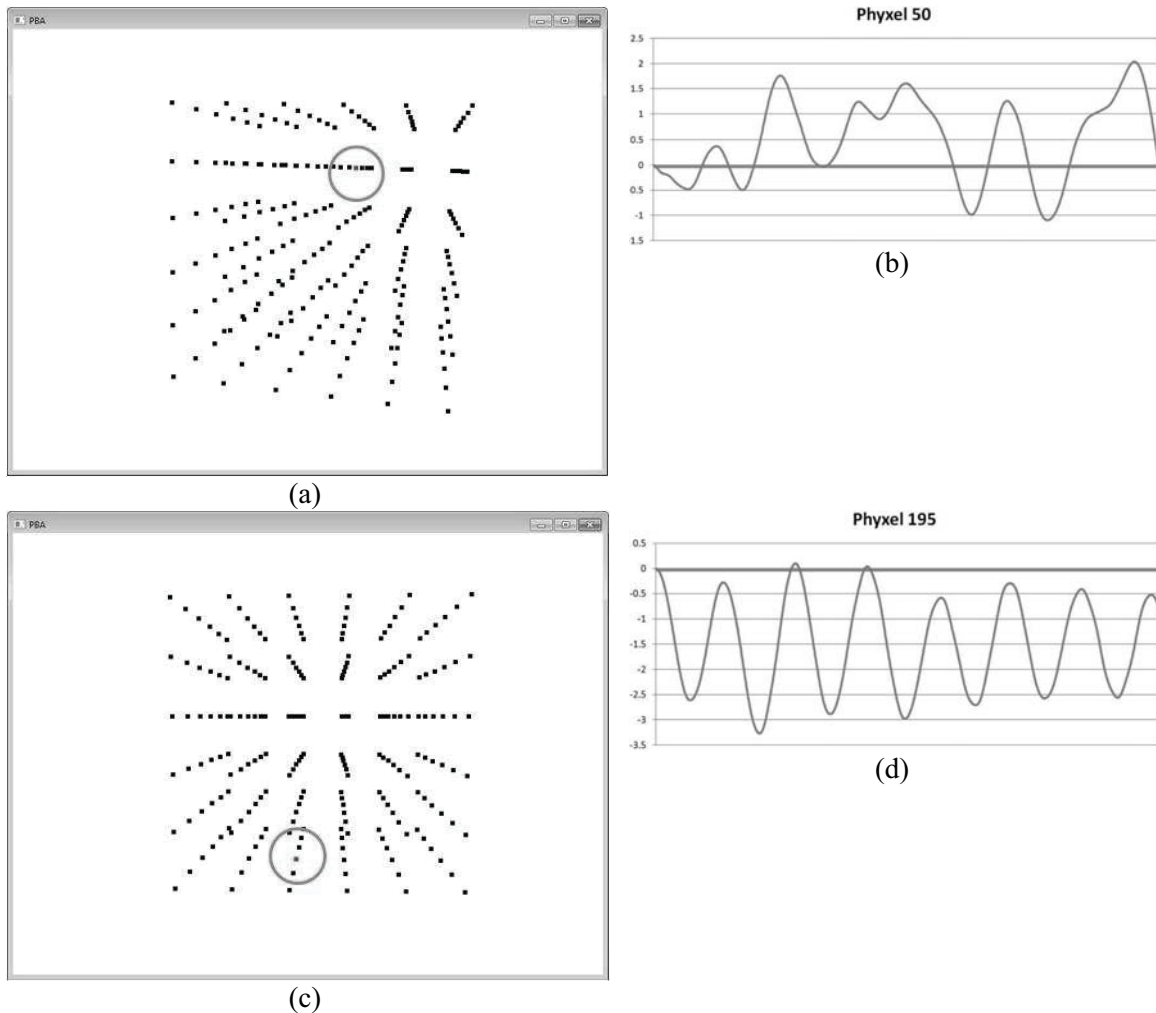


Figure 3- (a, c) Cube modeled in the PBA prototype visualized as an ordered matrix of points and phyxel 50 in (a) and 195 in (c) highlighted in red for behavior analysis; (b, d) Behavior over time of the highlighted phyxels 50 in (a) and 195 in (c).

Comparing graphs in Fig. 2.b and 3.b it can be observed that there are precision errors in the result provided by the GPU-based PBA prototype. It is known that partially these errors occur due to the use of single floating point precision on the GPU that generates system instability over time due to accumulated errors. On the other hand, a similar behavior to the Abaqus tool can be noted when considering an element at the basis of the model (Fig. 3.c and 3.d). Müller et al. [1]

only report undesired oscillation effects during simulation. Therefore, a further analysis regarding the behavior of phyxels needs to be realized.

## 5. CONCLUSION

This work shows that point based physics simulation techniques are indeed suitable for working on parallel platforms, such as GPGPUs, since their core elements – the points – can be considered as individual units. Each point is related to its neighbors through implicit connections, while the known mass-spring systems, for example, have their elements connected by edges. The technique developed by Müller et al. [1] shows very promising for application in interactive simulations. In our work we implemented a parallel version using CUDA. In some scenarios, the simultaneous simulation on a GPU of ten objects using implicit integration is more efficient as the simulation of only one object on a CPU using explicit integration.

An analysis related to precision of simulation was performed using the Abaqus CAE tool. Despite our approach shows being feasible, some system stability problems lead to imprecise simulations that need to be tackled. Most accuracy errors are attributed to some features existent in the CUDA library, like the utilization of single floating point precision which generates accumulated errors over time. Latest graphics cards are able to overcome this drawback, and we will analyze their effectiveness to simulate more accurate models.

### *Acknowledgements*

The authors would like to thank FINEP for partially funding this work (process 0577/10).

## REFERENCES

- [1].Müller, M., Keiser, R., Nealen, A., Pauly, M., Gross, M., & Alexa, M., Point based animation of elastic, plastic and melting objects. In Boulic, R. & Pai, D. K., eds, *Eurographics/ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation (Eurographics/ACM SIGGRAPH SCA)*, pp. 141–151, 2004.
- [2].CUDA Zone. Available at: CUDA Zone – The Resource for CUDA Developers. URL: [http://www.nvidia.com/object/cuda\\_home\\_new.html](http://www.nvidia.com/object/cuda_home_new.html), visited in October 2011.
- [3].Abaqus CAE. Available at: Simulia > Products. URL: [http://www.simulia.com/products/abaqus\\_cae.html](http://www.simulia.com/products/abaqus_cae.html), visited in October 2011.
- [4].Huerta, A., Belytschko, T., Mendez, S. F., Rabczuk, T., *Meshfree Methods*. Encyclopedia of Computational Mechanics, John Wiley & Sons, 2004.
- [5].Almeida, M. W. S., Simulação de Corpos Deformáveis Baseada em Pontos em Tempo Real Através de Programação de Propósito Geral em Dispositivo Gráfico. MSc dissertation, Federal University of Pernambuco, 2010.
- [6].NVIDIA PhysX Features. Available at: PhysX Features. URL: [http://developer.nvidia.com/object/physx\\_features.html](http://developer.nvidia.com/object/physx_features.html), visited in October 2011.

## APLICACIÓN DE TÉCNICAS WAVELETS EN LOS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES RESULTANTES DE LA APROXIMACIÓN NUMÉRICA DE SOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES USANDO DISCRETIZACIONES MIMÉTICAS

**Enrique Flores**

**Edwin Vargas**

**Demetrio Rey**

*evflores@uc.edu.ve*

*vargase@uc.edu.ve*

*drey@uc.edu.ve*

Instituto de Matemática y Cálculo Aplicado, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Bárbula - Naguanagua, Estado Carabobo, Venezuela.

**Resumen.** *Se muestra la aplicación de técnicas wavelets en la resolución de los sistemas de ecuaciones lineales provenientes de discretizaciones miméticas en la aproximación numérica de ecuaciones diferenciales. Se determinan los esquemas numéricos de diversos problemas de valores en la frontera unidimensionales provenientes del uso de discretizaciones miméticas, se aplican técnicas wavelets a los esquemas obtenidos, se resuelve el sistema resultante mediante métodos iterativos con preconditionamiento y sin preconditionamiento y se determina el número de iteraciones y el error en la aproximación obtenida para los diferentes casos. Se verifica la aplicabilidad de la técnica wavelets en los problemas estudiados.*

**Palabras Clave:** Wavelet, discretizaciones miméticas, métodos iterativos, preconditionamiento.

### 1. INTRODUCCIÓN

Acevedo[1] señala que en términos generales, la transformada wavelet es una herramienta que divide datos, en diferentes componentes de frecuencia y luego estudia cada componente en resoluciones que se ajustan a su escala. La aplicación de la transformada wavelet a una serie de datos numéricos se puede hacer a través de un algoritmo basado en un banco de filtros que permite obtener la transformada wavelet, a partir de los datos de interés; dicho algoritmo se conoce como la transformada wavelet discreta (DWT por sus siglas en inglés).

El presente trabajo se centra en la aplicación de la DWT en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales que surgen del proceso de cálculo de la solución aproximada de ecuaciones diferenciales; en específico en aquellos sistemas que surgen del uso de métodos miméticos.

## 2. TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA

De igual manera Acevedo[1] indica que determinar la transformada discreta wavelet (DWT) de un vector  $v$  de  $n$  elementos consiste en obtener un vector transformado que tiene en la mitad, conocida como parte alta, la misma información de alta frecuencia que el vector original y en otra mitad, conocida como parte baja, la información de baja frecuencia. La información de baja frecuencia se obtiene aplicando un filtro  $G$ , denominado pasa-bajo, determinado por los coeficientes  $\{g_i\}_{i=1}^L$  convolucionándolo con los datos; similarmente para obtener información de alta frecuencia se aplica un filtro de alta frecuencia  $H$ , denominado pasa-alto,  $\{h_i\}_{i=1}^L$ . La representación matricial de los filtros  $H$  y  $G$  se muestra a continuación:

$$H = \begin{pmatrix} h_1 & h_2 & \cdots & h_L & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & h_1 & h_2 & \cdots & h_L & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_3 & h_4 & \cdots & h_L & 0 & \cdots & \cdots & 0 & h_1 & h_2 \end{pmatrix}_{\frac{n}{2} \times n} \quad (1)$$

$$G = \begin{pmatrix} g_1 & g_2 & \cdots & g_L & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & g_1 & g_2 & \cdots & g_L & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_3 & g_4 & \cdots & g_L & 0 & \cdots & \cdots & 0 & g_1 & g_2 \end{pmatrix}_{\frac{n}{2} \times n} \quad (2)$$

La matriz de transformación wavelet se define como:

$$W = \begin{pmatrix} H \\ G \end{pmatrix}_{n \times n} \quad (3)$$

Y la DWT aplicada al vector  $v$  de  $n$  elementos se determina a través de:

$$Wv = \begin{pmatrix} Hv \\ Gv \end{pmatrix} \quad (4)$$

Es de resaltar que la matriz de transformación wavelet  $W$  es una matriz ortogonal, lo que garantiza que  $W^{-1} = W^T$ .

## 3. PROBLEMA DE VALORES EN LA FRONTERA UNIDIMENSIONAL Y MÉTODOS MIMÉTICOS

Un problema de valores en la frontera unidimensional consiste en determinar en el intervalo  $[a, b]$  la solución de la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2}{dx^2}u(x) + a(x)\frac{d}{dx}u(x) + b(x)u(x) = f(x) \quad (6)$$

sometida a ciertas condiciones:

$$L_1u(a) + L_2\left(\frac{d}{dx}u\right)_{x=a} = \gamma_1, R_1u(b) + R_2\left(\frac{d}{dx}u\right)_{x=b} = \gamma_2 \quad (7)$$

conocidas como condiciones de Robin.

Hernández [2], afirma que la Ec. (6) puede expresarse, en términos del operador nabla como:

$$\nabla \bullet \nabla u + a \left[ \vec{v}(x) \bullet \nabla u \right] + bu = f \quad (7)$$

siendo  $\vec{v}(x) = (I)$ , sujeta a las condiciones:

$$L_1 u + L_2 \vec{n} \bullet \nabla u = \gamma_1 \text{ en } x = a \tag{8}$$

$$R_1 u + R_2 \vec{n} \bullet \nabla u = \gamma_2 \text{ en } x = b$$

Siendo  $\vec{n} = (I)$ .  $\nabla u$  recibe el nombre de Gradiente de  $u$ ,  $\nabla \bullet \nabla u$  recibe el nombre de Divergencia de  $u$ , y  $\vec{n} \bullet \nabla u$  recibe el nombre de Derivada en la dirección normal a la frontera.

Así mismo, Hernández[2] señala que una técnica para la obtención de la solución aproximada del problema de valores en la frontera en emplear la discretización en diferencias finitas. Un método numérico se le denomina mimético si produce discretizaciones en diferencias finitas para los operadores Gradiente, Divergencia y Derivada en la dirección normal a la frontera, que satisfacen la identidad de Green generalizada. La aplicación de métodos miméticos al problema de valores en la frontera planteado conduce a un sistema de ecuaciones lineales de la forma:

$$Ax = b \tag{9}$$

Dependiendo de la forma como se generen las discretizaciones de los operadores mencionados, la matriz de coeficientes del sistema descrito por la Ec. (9) puede ser simétrica o no simétrica.

#### 4. APLICACIÓN DE LA TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA EN LA RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES SURGIDOS DE LOS MÉTODOS MIMÉTICOS

Acevedo[1] plantea que un sistema tal como el descrito por la Ec. (9) puede transformarse a un sistema de la forma:

$$\hat{A} \hat{x} = \hat{b} \tag{10}$$

donde:

$$\hat{A} = W A W^T \tag{11}$$

$$\hat{x} = W x \tag{12}$$

$$\hat{b} = W b \tag{13}$$

siendo  $W$  la matriz de transformación wavelet señalada en la Ec. (4). Obtenida la solución  $\hat{x}$  el sistema descrito por la Ec. (10) la solución  $x$  del sistema descrito por la Ec. (9) se obtiene mediante:

$$x = W^T \hat{x} \tag{14}$$

El procedimiento descrito se puede emplear solo para sistemas cuyo tamaño sea  $n = 2^k$ ,  $k \in N$ .

#### 5. EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

Se toma como problema de valores en la frontera a resolver un caso particular del mostrado por Hernández y Burchart[3], el cual se muestra a continuación:

$$\frac{d^2}{dx^2}u(x) + \xi \frac{d}{dx}u(x) = \frac{e^{-x}(1-\xi)}{e^{-1}}, \quad 0 < x < 1$$

$$\left(-e^{-1}\right)u(0) - \left(1-e^{-1}\right)\left(\frac{d}{dx}u\right)_{x=0} = -1$$

$$\left(-e^{-1}\right)u(1) + \left(1-e^{-1}\right)\left(\frac{d}{dx}u\right)_{x=1} = 0$$

Se determina en los casos simétrico y no simétrico el sistema descrito por la Ec. (9) de tamaño  $n = 2^k$ ,  $k \in \{2, 3, 4, \dots, 9\}$  para los valores de  $\xi = 0, \xi = 10$ . Para el sistema descrito por la Ec. (9) y para el sistema descrito por la Ec. (10) en cada caso se calcula la cantidad de iteraciones y el error relativo en la aproximación de la solución del sistema mediante el uso del método iterativo BICGSTAB sin preconditionamiento. Se emplea como matriz de transformación wavelet la definida por la Ec. (3) para  $L=2$ . Los coeficientes wavelets de los filtros  $H$  y  $G$  definidos por la Ec. (1) y la Ec. (2) respectivamente son los correspondientes al sistema de Haar de primer nivel empleado por Yusti [4]. Adicionalmente para el sistema descrito por la Ec. (10) se determina la cantidad de iteraciones y el error relativo en la aproximación de la solución del sistema mediante el uso del método iterativo BICGSTAB con un preconditionador resultante de una ligera modificación al preconditionador de Jacobi planteado por Herrera et al [5], definido como:

$$P = \text{diag} \left( \frac{1}{\|e_1^T W\|_2}, \frac{1}{\|e_2^T W\|_2}, \dots, \frac{1}{\|e_n^T W\|_2} \right) \quad (15)$$

## 6. RESULTADOS OBTENIDOS

Los resultados obtenidos se observan en las Figuras 1 a 8:

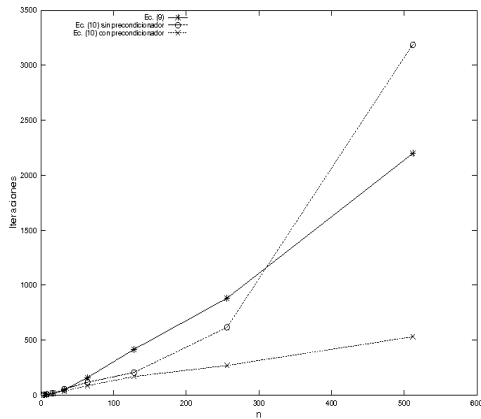


Figura 1: Iteraciones vs tamaño del sistema, caso simétrico,  $\xi=0$

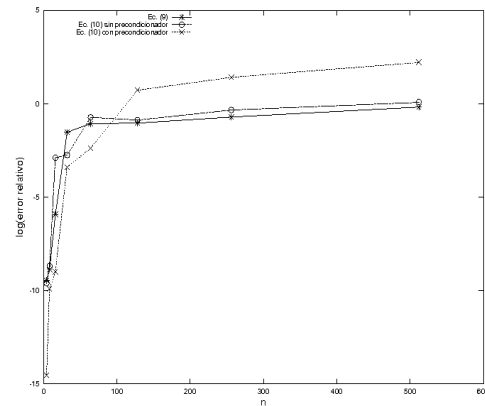


Figura 2: Log(Error Relativo) vs tamaño del sistema, caso simétrico,  $\xi=0$



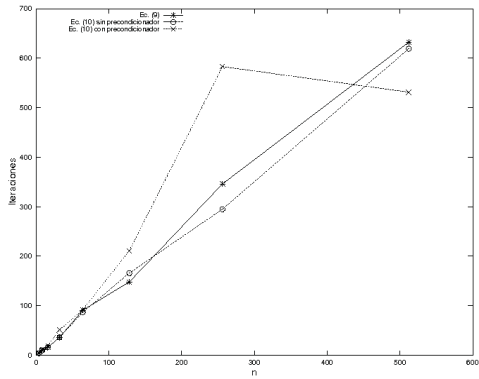


Figura 3: Iteraciones vs tamaño del sistema, caso simétrico,  $\xi=10$

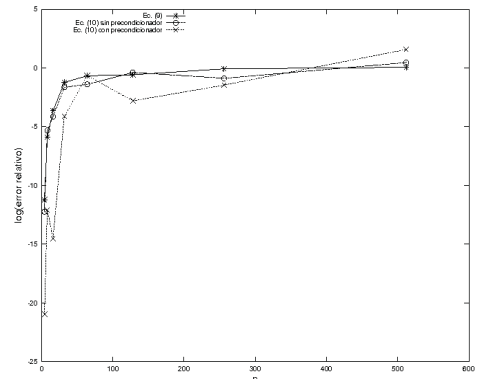


Figura 4: Log(Error Relativo) vs tamaño del sistema, caso simétrico,  $\xi=10$

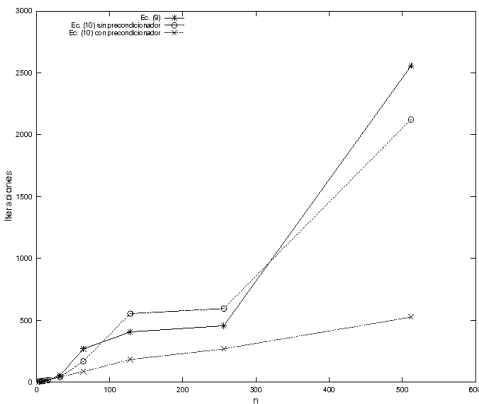


Figura 5: Iteraciones vs tamaño del sistema, caso asimétrico,  $\xi=0$

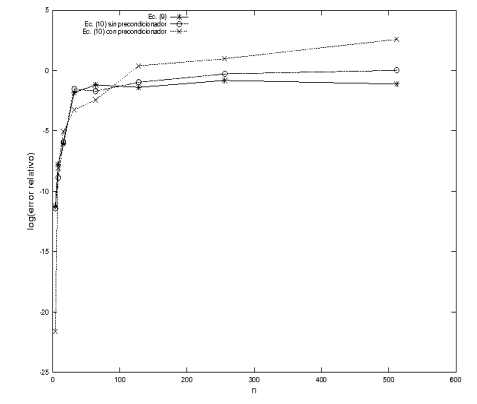


Figura 6: Log(Error Relativo) vs tamaño del sistema, caso asimétrico,  $\xi=0$

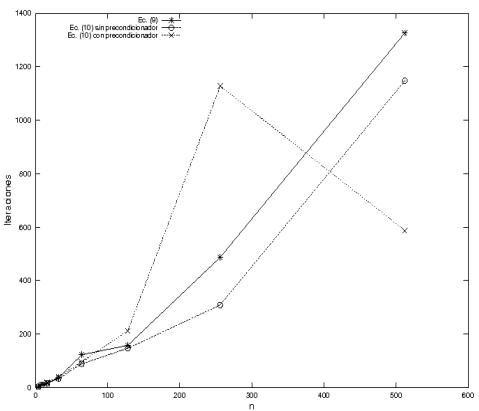


Figura 7: Iteraciones vs tamaño del sistema, caso asimétrico,  $\xi=10$

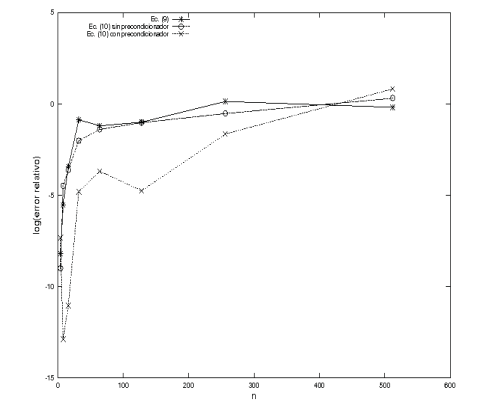


Figura 8: Log(Error Relativo) vs tamaño del sistema, caso asimétrico,  $\xi=10$

En las Figuras 1 a 8 puede observarse que el número de iteraciones se reduce mediante la transformación del sistema descrito por la Ec. (9) al sistema descrito por la Ec. (10), y dicha reducción es mucho mayor con la aplicación de un preconditionador al sistema descrito por la Ec. (10). El error relativo en la aproximación aumenta mediante la transformación del sistema descrito por la Ec. (9) al sistema descrito por la Ec. (10), y tiene un aumento ligeramente superior en el caso de la aplicación de un preconditionador al sistema descrito por la Ec. (10) a excepción de los caso donde  $\xi=0$ ; donde el aumento del error relativo es bastante apreciable. No obstante, los errores relativos en el caso  $\xi=10$ , son de órdenes bastante cercanos.

## 7. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos indican que las técnicas wavelets tienen aplicabilidad en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales que surgen del uso de métodos miméticos, en virtud que logran una reducción en el número de iteraciones necesarias para la obtención de soluciones aproximadas en dichos sistemas, a expensas de un incremento del error relativo en la aproximación de dicha solución. El uso de preconditionadores junto a las técnicas wavelets reducen apreciablemente la cantidad de iteraciones.

## REFERENCIAS

- [1]. Acevedo, L., *Computación Paralela de la Transformada Wavelet; Aplicaciones de la Transformada Wavelet al Álgebra Lineal Numérica*. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia, 2009.
- [2]. Hernández, F., *Estudio de los Sistemas Lineales Dispersos provenientes de discretizaciones miméticas. Caso: Operador de Convección-Difusión*. Trabajo Especial de Grado de Maestría. Universidad de Carabobo, 2005.
- [3]. Hernández, F., y Buchart, C., Discretización de la Ecuación Escalar de Convección-Difusión Utilizando Métodos Miméticos. *Simulación y Modelado en Ingeniería y Ciencias, SVMNI*, pp. CT27-CT34, 2006.
- [4]. Yusti, F., *Aplicación de Librerías de Funciones para calcular la Transformada Wavelet en Scilab en el Cálculo de la Potencia Eléctrica para Señales Bajo Condiciones no Sinusoidales*. Trabajo de Ascenso no publicado, Universidad de Carabobo, 2010.
- [5]. Herrera, I., Carrillo, A., y Hernández, G., *Aplicaciones del Cómputo en Paralelo a Sistemas Continuos*. Universidad Nacional Autónoma de México, 2007.

## UNA TÉCNICA DE ACELERACION EN LA CONVERGENCIA DE LA FUNCION DE GREEN PARA ESTRUCTURAS RADIANTES PERIÓDICAS BIDIMENSIONALES BASADO EN DESDOBLAMIENTO DE EWALD Y LA TRANSFORMACION DE SHANK

**Franklin Martínez Q.**

**Luis Fernández**

*fmartq@gmail.com*

*luisjacintofernanlu@gmail.com*

Escuela de Ingeniería Eléctrica, Departamento de Comunicaciones, Universidad Central de Venezuela Ciudad Universitaria, Los Chaguaramos, Caracas - Venezuela

**Freddy Brito M.**

*fbrito@cendit.gob.ve*

Centro Nacional de Desarrollo e Investigación en Telecomunicaciones, Caracas - Venezuela

**Resumen.** *En el campo del electromagnetismo, el análisis y diseño de arreglos de antenas planares de grandes dimensiones implica analizar estructuras periódicas bidimensionales. Esto conlleva a resolver sistemas de ecuaciones integrales que involucran la inclusión de funciones de Green, compuestas por series dobles de convergencia extremadamente lenta. Por el tipo de serie, es prohibitivo realizar los cálculos de forma directa y es necesario concebir estrategias de procesamiento para reducir el costo computacional al evaluar dichas series. Se propone una técnica que mejora la eficiencia computacional para estos cálculos; la técnica consiste en representar la función de Green por superposición de las fuentes en una grilla bidimensional en términos de una expansión por imágenes discretas; la sumatoria resultante se reordena en dos componentes, una dinámica y una superficial. El desdoblamiento de Ewald se aplica a la parte dinámica de la serie y la transformación de Shank se aplica sobre la parte superficial de la serie; las dobles sumatorias se calculan mediante una estrategia de suma por capas. La técnica indicada mejora de manera sustancial la eficiencia en los cálculos. Se muestran algunos resultados de la técnica descrita sobre configuraciones bidimensionales planares con disposición cuadrada y rómbica, donde se muestra la consistencia de la técnica propuesta.*

**Palabras clave.** Antenas, Estructuras periódicas, Suma de series, Técnicas de aceleración.

### 1 INTRODUCCION

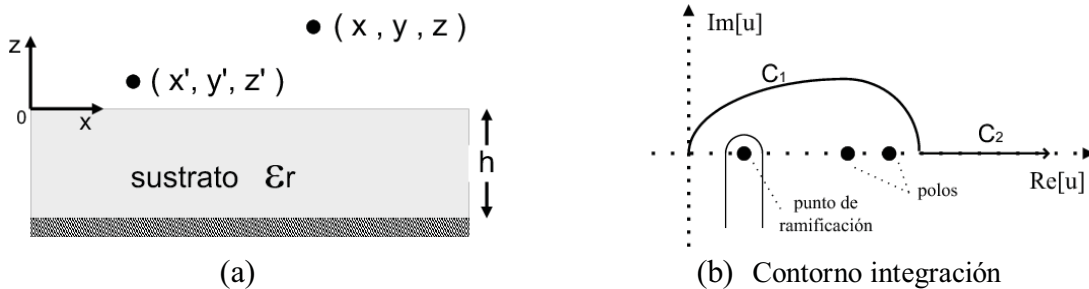
El incremento de las necesidades de diseño de antenas multifuncionales, livianas y de bajo

perfil, como también el incremento de diseños de circuitos integrados para microondas, han motivado a realizar estudios para las evaluaciones eficientes de la función de Green en medios estratificados [1], el cual aún sigue siendo tema de investigación hasta fechas recientes [2]; las investigaciones al respecto han ido en forma paralela en aplicaciones con estructuras periódicas [3]. Sin embargo, casi todos los esfuerzos de mejoras en eficiencia computacional se han enfocado a estructuras periódicas 1D y 2D para sustratos delgados, donde únicamente las expansiones en términos de funciones del tipo onda esférica son relevantes [4] [5]. En este trabajo, se introduce una técnica de aceleración mediante una combinación de transformación de Ewald y transformación de Shank; la técnica propuesta es aplicable a estructuras planares con sustratos gruesos, donde para estos casos los términos asociados a ondas superficiales también son relevantes y deben incluirse en las dobles sumatorias involucradas. El desarrollo teórico de este trabajo se enfoca en la función de Green vectorial bidimensional. Con el propósito de ser lo más general posible, todas las ecuaciones son adimensionales y todas las variables asociadas a distancias están normalizadas a longitudes de onda respecto al vacío,  $i = \sqrt{-1}$ , se asume una dependencia temporal del tipo armónico  $e^{i\omega t}$  el cual será suprimida en todas las expresiones.

## 2 FORMULACION DEL PROBLEMA

Para un pulso de corriente localizado en  $\vec{x}' = (x', y', z')$  con orientación horizontal y una geometría de estructura planar compuesta de un sustrato dieléctrico de espesor  $h$ , permitividad relativa  $\epsilon_r$ , sobre un plano de tierra de dimensiones infinitas (Fig. 1(a)), la función de Green vectorial normalizada a longitudes de onda respecto al vacío  $G_A$  [1] en un punto de observación  $\vec{x} = (x, y, z)$  viene dado por:

$$G_A(\vec{x}, \vec{x}') = G_{AD} + G_{AR} = \frac{e^{-2\pi i r_o}}{2\pi r_o} + \int_{C_1+C_2} \frac{e^{-2\pi i \gamma_o(z+z')}}{i \gamma_o} \Gamma_R J_0(2\pi \rho u) u du \quad (1)$$



Geometría de estructura planar

Figura 1: Esquema de estructura planar en medio estratificado y contorno de integración

$G_{AD}$  es la componente ondulatoria directa,  $G_{AR}$  es el término asociado a las componentes ondulatorias reflejadas, representadas por una integral de Sommerfeld en el plano complejo  $u$ ,  $C_1 + C_2$  es el contorno de integración esquematizado en la Fig. 1(b),  $J_0$  es la función de Bessel de orden cero,  $\Gamma_R$  en la Ec. (1) viene dado por:

$$\Gamma_R = \frac{\gamma_o - \gamma_1}{\gamma_o + \gamma_1} - \frac{4\gamma_o \gamma_1}{(\gamma_o + \gamma_1)(\gamma_o + \gamma_1 - (\gamma_o - \gamma_1)e^{-4\pi i \gamma_1 h})} \frac{e^{-4\pi i \gamma_1 h}}{e^{-4\pi i \gamma_1 h}} \quad (2)$$

donde  $\gamma_0 = \sqrt{1 - u^2}$ ,  $\gamma_1 = \sqrt{\epsilon_r - u^2}$ ,  $\rho = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$  y  $r_0 = \sqrt{\rho^2 + (z - z')^2}$ . La primera etapa consiste en representar  $G_{AR}$  indicada en la Ec.(1) en términos de una expansión de dos niveles de imágenes discretas complejas [1] [2] [3] del tipo función de Green para espacio libre mas una combinación de componentes superficiales, que aparecen en el caso que  $\Gamma_R$  presente polos. Esto permite expresar  $G_{AR}(\vec{x}, \vec{x}')$  de la siguiente forma:

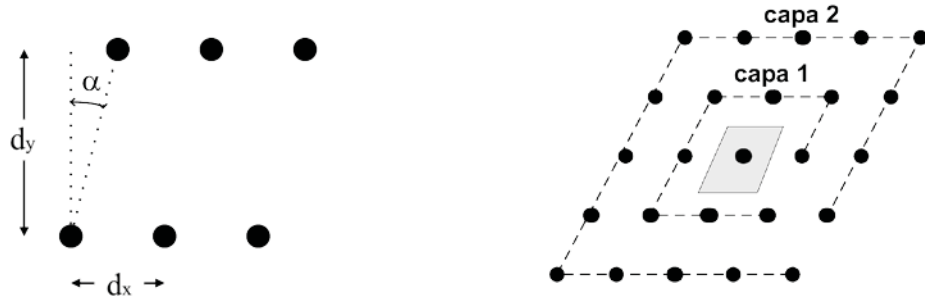
$$G_{AR}(\vec{x}, \vec{x}') = \sum_{j=1}^{N_1} a_j \frac{e^{-2\pi i r_j}}{2\pi r_j} + \sum_{k=1}^{N_2} a_k \frac{e^{-2\pi i r_k}}{2\pi r_k} + \sum_{l=1}^{N_p} a_l H_0^{(2)}(2\pi u_l \rho) \quad (3)$$

donde  $r_{j,k} = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z + z' + b_{j,k})^2}$ ,  $a_{j,k}$  y  $b_{j,k}$  son las amplitudes y posiciones discretas para nivel 1 y 2,  $N_1$  y  $N_2$  son las cantidad de fuentes imágenes usados en la expansión de nivel 1 y 2 respectivamente;  $a_l$  es la amplitud del término superficial,  $u_l$  es el polo y  $H_0^{(2)}$  es la función de Hankel de primer tipo. A partir de la Ec.(1) y Ec.(3), se construye la grilla periódica bidimensional con espaciamentos  $d_x$ ,  $d_y$ , rombicidad  $\alpha$  (Fig. 2(a)), con fases progresivas  $\alpha_x$  y  $\alpha_y$ ; la función de Green periódica  $G_A^{per}$  resultante está dado por:

$$G_A^{per}(\vec{x}, \vec{x}') = \sum_n^\infty =_{-\infty} \sum_m^\infty =_{-\infty} G_A^{nm}(\vec{x}, \vec{x}') e^{-i\alpha_x(nd_x + m \tan \alpha d_y)} e^{-im\alpha_y d_y} \quad (4)$$

$$G_A^{nm}(\vec{x}, \vec{x}') = \underbrace{\frac{e^{-2\pi i r_{0nm}}}{2\pi r_{0nm}} + \sum_{j=1}^{N_1} a_j \frac{e^{-2\pi i r_{jnm}}}{2\pi r_{jnm}} + \sum_{k=1}^{N_2} a_k \frac{e^{-2\pi i r_{knm}}}{2\pi r_{knm}}}_{\text{términos dinámicos}} + \underbrace{\sum_{l=1}^{N_p} a_l H_0^{(2)}(2\pi u_l \rho_{nm})}_{\text{términos superficiales}} \quad (5)$$

$$\rho_{nm} = \sqrt{(x - x' - nd_x - m \tan \alpha d_y)^2 + (y - y' - md_y)^2} \quad r_{0nm} = \sqrt{\rho_{nm}^2 + (z - z')^2}, \quad r_{j,knm} = \sqrt{\rho_{nm}^2 + (z + z' + b_{j,k})^2}.$$



(a) Parámetros de grilla 2D rómbica

(b) Esquema de suma por capas

Figura 2: Esquema grilla bidimensional rómbica y esquema de estrategia de suma por capas

La Ecuación (4), tiene una convergencia muy lenta si se calcula por suma directa. La técnica de aceleración comprende que a los términos dinámicos de la Ec.(4) se les aplica un desdoblamiento Ewald [4][5]:

$$\Psi = \sum_{nm} \frac{e^{-2\pi i R_{nm}}}{2\pi R_{nm}} = \Psi_1 + \Psi_2 \quad (6)$$

$$\Psi_1 = \sum_{nm} \frac{e^{-i\alpha_x(nd_x + m \tan \alpha d_y) - im\alpha_y d_y}}{4\pi R_{nm}} \left( \sum e^{\pm 2\pi i R_{nm}} \operatorname{erfc}\left(R_{nm} E \pm \frac{i\pi}{E}\right) \right) \quad (7)$$

$$\Psi_2 = \frac{1}{2d_x d_y} \sum_{nm} \frac{e^{i(k_n(x-x') + k_{nm}(y-y'))}}{\sqrt{k_n^2 + k_{nm}^2 - 4\pi^2}} \left( \sum e^{\pm \alpha_{nm}(z+z')} \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha_{nm}}{2E} \pm (z+z')E\right) \right) \quad (8)$$

$erfc$  es la función de error complementario,  $E = \sqrt{\pi/d_x d_y}$  es el parámetro de desdoblamiento. Respecto a los términos superficiales de la Ec.(4) se aplica una estrategia de pre-aceleración de suma por capas (también fue aplicada a los términos dinámicos de Ec.(4)), que consiste en reordenar la suma bidimensional  $\sum_{nm}$  en una suma unidimensional  $\sum_{nc} A_{nc}$ , donde  $A_{nc}$  es la contribución de los elementos de la capa  $nc$  tal como se esquematiza en la Fig.2(b), esto permite reescribir  $S_{rw}$  de la siguiente forma:

$$S_{rw} = \sum_{nm} a_l e^{-i\alpha_x(nd_x + m \tan \alpha d_y) - i m \alpha_y d_y} H_0^{(2)}(2\pi u_l \rho_{nm}) = \sum_{nc=0}^{\infty} A_{nc} \quad (9)$$

Definiendo  $S_{Nc} = \sum_{nc=0}^{Nc} A_{nc}$  como la suma parcial de la serie en la Ec.(9), a esta serie resultante se le aplica la transformación de Shank, el cual consiste en:

$$T_p(S_{Nc}) = T_{p-2}(S_{Nc+1}) + \frac{1}{T_{p-1}(S_{Nc+1}) - T_{p-1}(S_{Nc})}, \quad p = 2, \dots, Nc \quad (10)$$

los valores sucesivos de  $T_p(S_{Nc})$  cuando  $p$  es par, son las estimaciones de  $S_{rw}$ , que en nuestro caso, converge más rápido que la suma parcial inicial  $S_{Nc}$ .

### 3 RESULTADOS

Se muestra la técnica descrita con varios casos numéricos; todos se calculan con  $z = z' = 0$ , que corresponde a la peor condición numérica. En todas las pruebas, el cálculo de los términos dinámicos de  $G_A^{per}$  por suma directa siempre requirió de un número superior a 600 capas mientras que por desdoblamiento de Ewald el número requerido no superó a 5 capas. En la Figura 3(a) y 3(b) se muestran dos casos comparativos de suma directa por capas y transformación de Shank aplicado a la Ec.(9); se evidencia que la técnica mejora la convergencia de la serie; en todos los casos, la cantidad de capas necesarias fue menor a 40.

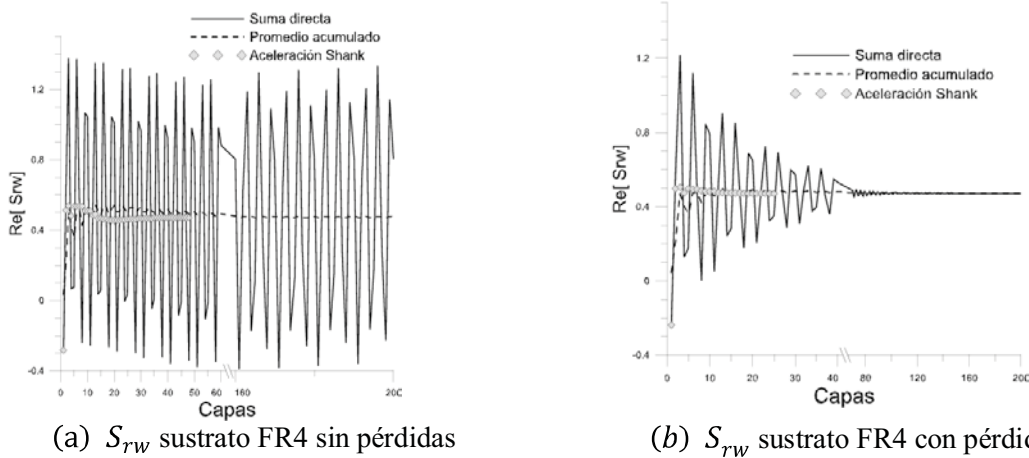


Figura 3: Resultado comparativo de  $S_{rw}$  por suma directa y por transformación de Shank

Como ejemplo de aplicación, en la Fig. 4 se muestra los contornos de amplitud y fase de  $G_A^{per}$  para un caso de grilla cuadrada  $\alpha = 0$ , con espaciamento  $d_x = d_y = 0.6$ , fases  $\alpha_x = \pi/4$ ,  $\alpha_y = \pi/2$  sin término superficial, y en la Fig. 5, se muestra el cálculo para una grilla rómbica  $\alpha = 26^\circ$  con espaciamento  $d_x = d_y = 0.6$ , fases  $\alpha_x = \alpha_y = \pi/2$  con términos superficiales.

Un primer caso de comparación numérica de  $G_A^{PER}$  por la técnica de este trabajo con el presentado en [3] se muestra en la Fig. 6, los cálculos se efectúan sobre la diagonal de la celda

unitaria, la geometría consiste de una grilla cuadrada  $\alpha = 0$ , con espaciamento  $d_x = d_y = 0.6$ , fases  $\alpha_x = \pi/1.8$ ,  $\alpha_y = \pi/2.4$  y un sustrato  $\epsilon_r = 8.6$  con espesor  $h = 0.06$ .

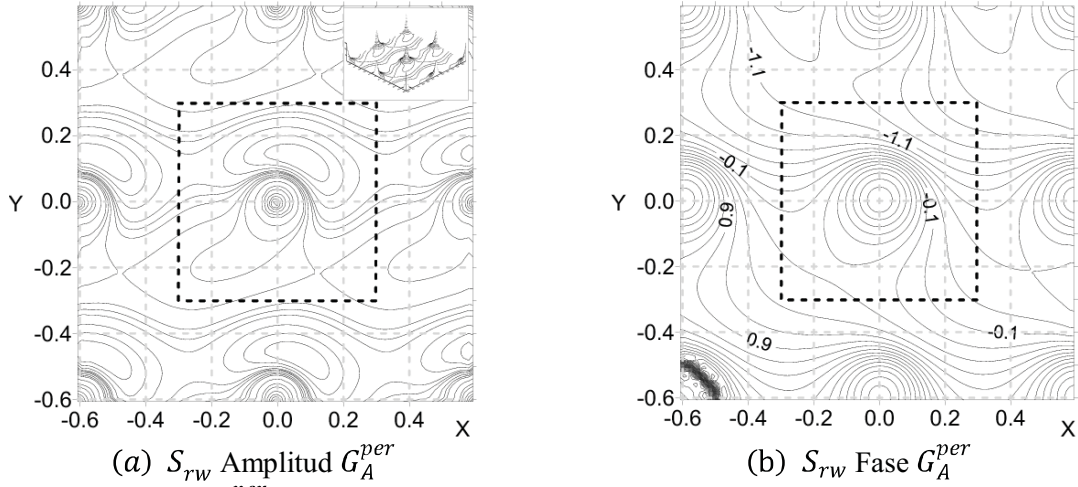


Figura 4:  $G_A^{per}$  grilla periódica cuadrada sustrato  $\epsilon_r = 1.05$  y espesor  $h = 0.3$

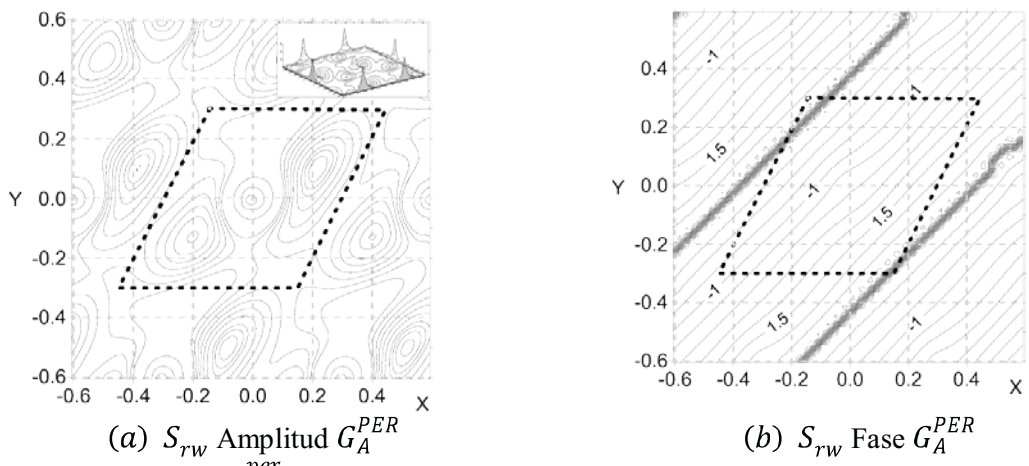


Figura 5:  $G_A^{PER}$  grilla periódica rómbica sustrato  $\epsilon_r = 4.7$  y espesor  $h = 0.3$

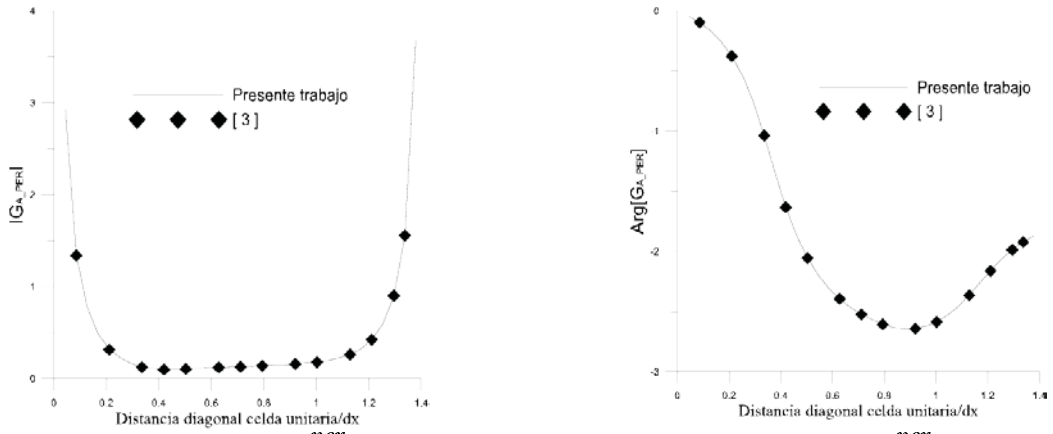
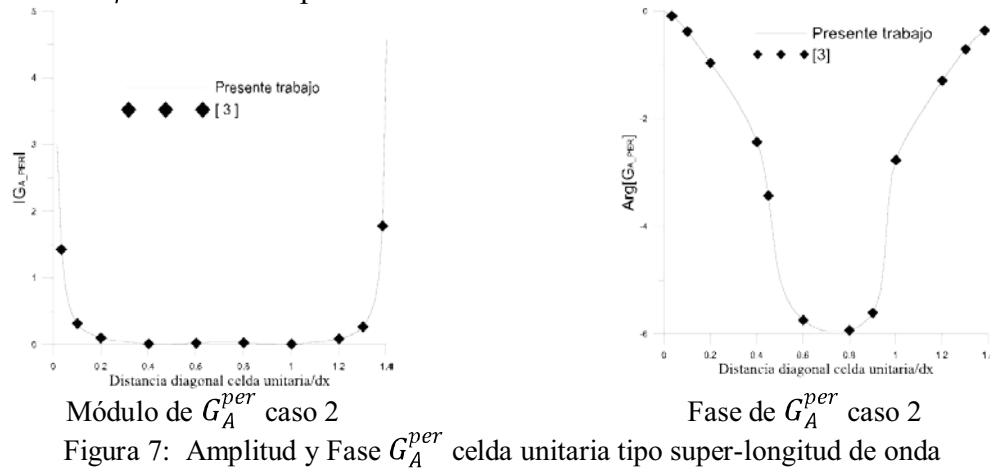


Figura 6:  $G_A^{per}$  celda unitaria tipo sub-longitud de onda

Finalmente, un segundo caso de comparación numérica con [3] se indica en la Fig. 7,

comprende una grilla cuadrada  $\alpha = 0$ , espaciamiento  $d_x = d_y = 1.5$ , fases  $\alpha_x = \pi/30$ ,  $\alpha_y = \pi/36$ , y un sustrato  $\epsilon_r = 8.6$  con espesor  $h = 0.06$ .



Los resultados mostrados en la Fig. 6 y Fig. 7 muestra que para ambos casos los resultados comparativos son prácticamente indistinguibles. Este hecho indica, que numéricamente los resultados son consistentes a los arrojados por otros autores con otras técnicas.

#### 4 CONCLUSIONES

En este trabajo, se ha mostrado una técnica de aceleración que mejora sustancialmente la eficiencia de los cálculos de la función de Green periódica bidimensional para estructuras planares. La técnica propuesta permite efectuar cálculos en sustratos gruesos con ondas superficiales. El procedimiento es aplicable a celdas unitarias rómbicas con dimensiones de infralongitudes y superlongitudes de onda. Adicionalmente, los resultados obtenidos reflejan que la técnica es consistente con los resultados obtenidos por otros métodos.

#### REFERENCIAS

- [1] Y. L. Chow and J. J. Yang and D. G. Fang and G. E. Howard. A Closed-Form Spatial Green's Function for the Thick Microstrip Substrate. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 39(3):588 - 592, 1991.
- [2] M. I. Aksum and G. Dural. Clarification of Issues on the Closed-Form Green's Functions in Stratified Media. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 53(11): 3644 - 3653, 2005.
- [3] H. Bahadori and H. Alaeian and R. Faraji-Dana. Computation of periodic Green's Functions in Layered Media Using Complex Images Technique. *Progress in Electromagnetics Research*, 112:225 - 240, 2011.
- [4] S. Oroskar, D. R. Jackson and D. R. Wilton. Efficient computation of the 2D periodic Green's function using the Ewald method. *Journal of Computational Physics*, 219:899 - 911, 2006.
- [5] Stevanovic and J. Mosig. Periodic Green's functions for skewed 3-D lattices using the Ewald transformation. *Microwave Opt. Technol. Lett.*, 49:1353 - 1357, 2007.



## CÁLCULO DE MATRICES DE CONDUCTIVIDAD DE ELEMENTOS FINITOS EN PROBLEMAS DE TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONDUCCIÓN

**Héctor F. Godoy**

*hectorfernandogm@hotmail.com*

Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado, Decanato de de Ciencias y Tecnología,  
Barquisimeto, Venezuela

**Iris J. Lozada**

**Juan C. Osorio**

*ilozada@ucla.edu.ve*

*jcosorio@ucla.edu.ve*

Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado, Decanato de Ingeniería Civil,  
Barquisimeto, Venezuela

**Resumen.** *La ecuación para la transferencia de calor por conducción no es más que una expresión matemática de la ley de conservación de la energía para un sólido dado. La resolución de la ecuación que modela este problema generalmente es muy difícil o imposible de obtener de forma analítica, por ello es necesario efectuar una aproximación discreta del problema continuo. En este trabajo, se presenta una metodología aplicada a elementos finitos cuadriláteros en problemas de transferencia de calor por conducción, donde las componentes de la matriz de conductividad térmica son obtenidas mediante una expresión semi-analítica y manipulaciones algebraicas sencillas. Esta técnica ha sido utilizada exitosamente en integraciones de matrices de rigidez de elementos finito planos y tridimensionales, reportando mejoras sustanciales de tiempos de CPU en comparación con la integración Gaussiana.*

**Palabras Claves:** Elemento finito, Expresión semi-analítica, Matriz de conductividad.

## 1. INTRODUCCIÓN

El fenómeno de la Transferencia de Calor ha sido estudiado rigurosamente de manera experimental desde el año (1750) por Lomonosov. Este autor estableció las bases físicas fundamentales de la Transferencia de Calor. A comienzos del siglo XIX el matemático francés Joseph Fourier (1768-1830) se dedicó al estudio de la ecuación de calor, y con la teoría analítica del calor establece las leyes de propagación del calor. Actualmente la tecnología moderna contempla un conocimiento y análisis de la transferencia de calor, exigiendo un mayor dominio de técnicas sofisticadas como métodos numéricos y de simulación computacional.

La transferencia de calor por conducción ha sido un campo fértil para las matemáticas aplicadas en los últimos doscientos años. El Método de Elementos Finitos es uno de los métodos numéricos en el campo de las ciencias aplicadas, actualmente más utilizado para la obtención de soluciones aproximadas a los problemas reales de transferencia de calor por conducción.

En este trabajo se generalizan los resultados presentados por Griffiths [1], Lozada [2], Osorio [3] y Videla [4] para ser aplicados en la integración semi-analítica de la matriz de conductividad de un elemento cuadrilátero de cuatro nodos en problemas de transferencia de calor por conducción, hasta donde se tiene conocimiento, no se han encontrado resultados basados en la matemática simbólica.

## 2. FORMULACIÓN

La ecuación que gobierna la transferencia de calor por conducción no es más que una expresión matemática de la ley de conservación de la energía para un sólido dado. Para derivar esta ecuación, se realiza un balance de energía en un volumen elemental de materia en el que se transfiere calor sólo por conducción. El mecanismo de conducción estacionaria de calor sobre dominios bidimensionales ( $\Omega$ ), con frontera  $\Gamma$  de normal  $n$ , el cual se subdivide en una parte  $\Gamma_T$  con temperaturas  $T$  prescritas y otra parte  $\Gamma_q$  con flujos normales  $q_n$  prescritos, se modela matemáticamente de la siguiente manera:

$$-\frac{\partial q_x}{\partial X} - \frac{\partial q_y}{\partial Y} + Q = 0 \quad , \quad \text{en } \Omega \quad (1)$$

$$T = \bar{T} \quad , \quad \text{en } \Gamma_T$$

$$q_n = \bar{q}_n \quad , \quad \text{en } \Gamma_n$$

donde  $Q$  es el termino fuente,  $q_x$  y  $q_y$  son los flujos de calor en las direcciones de  $x$  e  $y$  expuesto por Jouglard [5].

En esta investigación se considera que el termino fuente es cero y que la temperatura no varía con el tiempo. Así, la ley de Fourier permite cuantificar el proceso de transferencia de calor por conducción y establece que los flujos de calor están dados por:

$$q_x = -k_x \frac{\partial T}{\partial X} \quad y \quad q_y = -k_y \frac{\partial T}{\partial Y} \quad (2)$$

en la cual  $k_x$  y  $k_y$  son los coeficientes de conductividad térmica en  $X$  e  $Y$  respectivamente.

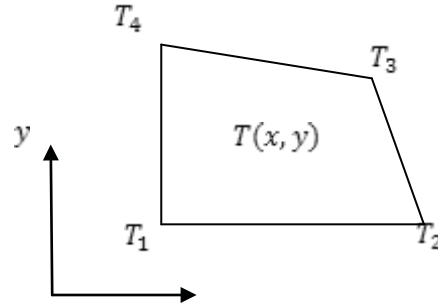


Figura1- Numeración de Nodos y grados de libertad.

Para el desarrollo que se presenta a continuación, se considera el elemento finito con la configuración de nodos en sentidos anti-horario, Fig. 1.

Sean

$$T = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) T_i \quad ; \quad X = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) x_i \quad ; \quad Y = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) y_i \quad (3)$$

donde,

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1 - \eta)(1 - \xi) & N_2 &= \frac{1}{4}(1 - \eta)(1 + \xi) \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1 + \eta)(1 + \xi) & N_4 &= \frac{1}{4}(1 + \eta)(1 - \xi) \end{aligned} \quad (4)$$

La Ecuación (4) permite interpolar el campo de temperatura y la geometría en cada nodo. Con estas consideraciones los elementos de la matriz de conductividad del elemento son calculados al efectuar las siguientes integrales:

$$k_{ij} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left( k_x \frac{\partial N_i}{\partial X} \frac{\partial N_j}{\partial X} + k_y \frac{\partial N_i}{\partial Y} \frac{\partial N_j}{\partial Y} \right) \det J \, d\xi \, d\eta \quad \text{con } i \in \{1, \dots, 4\} \quad (5)$$

### 3. METODOLOGÍA

Trabajando simbólicamente los resultados obtenidos con la fórmula de Gauss con dos puntos de integración, se obtiene que todos los términos de la matriz de conductividad presenten la forma siguiente:

$$k_{ij} = \frac{3A_3(k_x G_1 + k_y G_2) + f_1(k_x G_3 + k_y G_4)}{3A_3^2 - f_1^2} + \frac{3A_3(k_x G_5 + k_y G_6) + f_2(k_x G_7 + k_y G_8)}{3A_3^2 - f_2^2} \quad (6)$$

con,

$$f_1 = A_1 + A_2 \quad , \quad f_2 = A_2 - A_1 \quad (7)$$

$$A_1 = \left(\frac{1}{8}\right)(x_{32}y_{41} - x_{41}y_{32}) \quad A_2 = \left(\frac{1}{8}\right)(x_{43}y_{21} - x_{21}y_{43}) \quad A_3 = \left(\frac{1}{8}\right)(x_{31}y_{42} - x_{42}y_{31})$$

donde  $x_{ij} = x_i - x_j$ ,  $y_{ij} = y_i - y_j$  y  $G_i$  con  $i \in \{1, \dots, 8\}$  son funciones que depende del término que representan.

Por ser  $K$  simétrica y de orden  $4 \times 4$ , será obtenida con las funciones  $G_i$  que generan los valores  $k_{11}$ ,  $k_{12}$  y  $k_{13}$  como se indica en la matriz (8), al efectuar la evaluación de la Ec. (6) en los puntos  $P_1 = (x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4)$ ;  $P_2 = (x_2, x_3, x_4, x_1, y_2, y_3, y_4, y_1)$ ;  $P_3 = (x_3, x_4, x_1, x_2, y_3, y_4, y_1, y_2)$ ;  $P_4 = (x_4, x_1, x_2, x_3, y_4, y_1, y_2, y_3)$ ; como se muestra a continuación:

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ & & k_{33} & k_{34} \\ & & & k_{44} \end{bmatrix} \quad (8)$$

**Tabla 1.** Funciones generadoras de  $k_{11}$ ,  $k_{12}$  y  $k_{13}$

$G_i$			
$i$	$k_{11}$	$k_{12}$	$k_{13}$
1	$\left(\frac{1}{24}\right)(y_{42})^2$	$\left(\frac{-1}{48}\right)(y_{42})(y_{31} - y_{41})$	$\left(\frac{-1}{48}\right)(y_{42})^2$
2	$\left(\frac{1}{24}\right)(x_{42})^2$	$\left(\frac{-1}{48}\right)(x_{42})(x_{31} - x_{41})$	$\left(\frac{-1}{48}\right)(x_{42})^2$
3	$\left(\frac{1}{16}\right)(y_{42})^2$	$\left(\frac{-1}{16}\right)(y_{41})(y_{42})$	0
4	$\left(\frac{1}{16}\right)(x_{42})^2$	$\left(\frac{-1}{16}\right)(x_{41})(x_{42})$	0
5	$\left(\frac{1}{24}\right)(-y_2y_{32} - y_3y_{43} + y_4y_{42})$	$\left(\frac{-1}{48}\right)(y_{31})(y_{32} - y_{42})$	$\left(\frac{1}{48}\right)(y_{32}y_{41} - 2y_{24}^2 - y_{21}y_{43})$
6	$\left(\frac{1}{24}\right)(-x_2x_{32} + x_3x_{43} + x_4x_{42})$	$\left(\frac{-1}{48}\right)(x_{31})(x_{32} - x_{42})$	$\left(\frac{1}{48}\right)(x_{32}x_{41} - 2x_{24}^2 - x_{21}x_{43})$
7	$\left(\frac{1}{16}\right)(y_{42})(y_{43} - y_{32})$	$\left(\frac{-1}{16}\right)(y_{31})(y_{32})$	$\left(\frac{-1}{16}\right)(y_{42})(y_{41} - y_{32})$
8	$\left(\frac{1}{16}\right)(x_{42})(x_{43} - x_{32})$	$\left(\frac{-1}{16}\right)(x_{31})(x_{32})$	$\left(\frac{-1}{16}\right)(x_{42})(x_{41} - x_{32})$

donde  $k_{11}$ ,  $k_{22}$ ,  $k_{33}$  y  $k_{44}$  se obtienen al evaluar la Ec. (6) en  $P_1, P_2, P_3$  y  $P_4$ . Al evaluar en  $P_1, P_2$  y  $P_3$  se obtiene  $k_{12}$ ,  $k_{23}$  y  $k_{34}$ . Y Los términos  $k_{13}$  y  $k_{24}$  son obtenidos al evaluar en  $P_1$  y  $P_2$  respectivamente.

Ejemplo: Consideremos el elemento cuadrilátero de cuatro nodos de coordenadas nodales  $P_1 = (x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4) = (1, 3, 3.5, -1, 0, -1, 1, 1)$  y constantes de conductividad térmicas  $k_x = 4.7$ ,  $k_y = 5.1$ . Para este elemento, la matriz de conductividad por integración gaussiana con dos puntos de integración será:

$$K = \begin{bmatrix} 12.511 & -1.1553 & -5.5780 & -5.7776 \\ -1.1553 & 3.7652 & -2.3112 & -0.29868 \\ -5.5780 & -2.3112 & 5.5779 & 2.3112 \\ -5.7776 & -0.29868 & 2.3112 & 3.7652 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Sustituyendo las funciones  $G_i$  de  $k_{11}$  en la Ec. (6), se generan los términos de la diagonal:

$$k_{ii} = \frac{1}{16} \left[ \frac{(4.7y_{42}^2 + 5.1x_{42}^2)(2A_3 + f_1)}{3A_3^2 - f_1^2} + \frac{\sum_{t \in \{x,y\}} k_t (2A_3 M_t + f_2 N_t)}{3A_3^2 - f_2^2} \right] \quad (10)$$

donde  $M_t = -t_2 t_{32} - t_3 t_{43} + t_4 t_{42}$ ,  $N_t = t_{42}(t_{43} - t_{32})$  con  $t = x$  ó  $y$ . En el cual  $A_3$  es constante para el cálculo de todos los valores. En este caso  $A_3 = 1.1250$  según Ec. (7).

Evaluando en  $P_1, P_2, P_3, P_4$  en la Ec. (10) se obtiene:

$$k_{11} = 12.511 ; k_{22} = 3.7652 ; k_{33} = 5.5779 ; k_{44} = 3.7652$$

#### 4. CONCLUSIONES

En este trabajo se generalizó la técnica presentada por Griffiths [1], Lozada [2], Osorio [3] y Videla [4], para ser aplicada en el cálculo de las componentes de la matriz de conductividad y se logró encontrar una fórmula cerrada, que permiten evaluar de una manera sencilla los términos de la matriz. Esta ecuación, reduce sustancialmente el número de operaciones algebraicas que se realiza con integración gaussiana y mantiene su precisión, por lo que los tiempos de cómputos serán más rápidos que los obtenidos por el método numérico.

#### REFERENCIAS

- [1]. Griffiths, D., Stiffness matrix of the four-node quadrilateral element in closed form. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 37, pp. 1027-1038, 1924

- [2]. Lozada, I., Osorio, J., Griffiths, D., & Cerrolaza, M., Stiffness matrix semi-analytical integration of an 8-noded plane elasticity finite-element by using symbolic computation. *International Journal for Numerical Methods in Partial Differential Equations*, vol. 22, pp. 296-316, 2006
- [3]. Osorio, J., Lozada, I., Griffiths, D. & Cerrolaza, M., One equation among terms of stiffness matrix of the 8-noded plane elasticity finite element the degrees of freedom orthogonals of the nodes. (in press), *J. of Finite Elements in anal. and Desing.* 2004
- [4]. Videla, L., Aparicio, N. & Cerrolaza, M., Explicit integration of the stiffness matrix of a four-noded-plane elasticity finite element. *Comm. Numer. Methods Eng.*, vol. 12, pp. 731-743, 1996
- [5]. Jouglard, C., Integración numérica de elementos finitos cuadriláteros. *Mecánica Computacional*, vol. 19(7), pp. 413-422, 1999

## SELECCIÓN DE FUNCIONES DE APROXIMACIÓN EN EL MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO Y RECIPROCIDAD DUAL PARA POROELASTICIDAD LINEAL

**Y. González**

**F. Nieto**

*yomar.gonzalez@inabio.edu.ve*

*felix.nieto@inabio.edu.ve*

Aula CIMNE-Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela Ciudad Universitaria, Av. Miguel Otero Silva, entre tercera y cuarta transversal, Urbanización Sebucán. Municipio Sucre, Caracas-Venezuela

**Resumen.** *El método de reciprocidad dual se caracteriza por la implementación de funciones de forma global para obtener formulaciones que permitan aproximar términos de volumen, presentes en diferentes tipos de ecuaciones diferenciales. En el caso de poroelasticidad en medios axisimétricos se emplean dichas soluciones para aproximar los términos de acople. La selección de estas expresiones ha sido realizada mediante funciones dependientes de la distancia del punto de colocación al eje de simetría y de constantes que dependen de la geometría del problema. En este trabajo se plantean expresiones generales para las funciones de aproximación que se emplean en los términos de acople, contribución de los desplazamientos en la ecuación de presión. La validación de los resultados se realizó mediante ejemplos con solución analítica conocida.*

**Palabras clave:** Métodos Numéricos, Ecuaciones de Navier Stokes, Método de elementos de contorno y reciprocidad dual, Soluciones Particulares.

### 1 INTRODUCCIÓN

Las ecuaciones que gobiernan la teoría de poroelasticidad lineal han sido implementadas en la formulación clásica del método de elementos de contorno mediante el cálculo de las soluciones fundamentales correspondientes en coordenadas cartesianas por Dargush and Banerjee [1] y en termoelasticidad con simetría axial por Chopra and Dargush [2]. En los trabajos de Park and Banerjee [3], se han presentado funciones de forma que permiten aproximar los términos de acople en ecuaciones de poroelasticidad (tridimensional y con simetría axial).

En este trabajo se plantean funciones de forma global para calcular los términos de acople (contribución de los desplazamientos sobre la presión), en las ecuaciones de Navier Stokes mostradas en

(1) y presentadas por Biot M. [4].

$$(\lambda + \mu)u_{j,ji} + \mu u_{i,ij} - \beta p_i + f_i = 0 \quad (1a)$$

$$kp_{,jj} + \alpha p - \beta u_{j,j} + \psi = 0 \quad (1b)$$

donde  $u_i$  representa los desplazamientos,  $p$  es la presión de poro,  $\lambda$  y  $\mu$  son las constantes de Lamé,  $k$  es la permeabilidad efectiva,  $\psi$  y  $f_i$  son las fuentes y fuerzas en el volumen respectivamente y  $\beta$  es el modulo volumétrico de la fase solida.

## 2 SOLUCIONES PARTICULARES

Al escribir la solución de (1) en sus partes homogénea y particular  $u_i = u_i^h + u_i^p$ ,  $p = p^h + p^p$  (el superíndice h y p representan las soluciones homogéneas y las particulares respectivamente), se usa el principio de superposición para obtener las siguientes expresiones para la parte homogénea

$$(\lambda + \mu)u_{j,ji}^h + \mu u_{i,jj}^h = 0 \quad (2a)$$

$$kp_{,jj}^h = 0 \quad (2b)$$

y la parte particular

$$(\lambda + \mu)u_{j,ji}^p + \mu u_{i,jj}^p - p_{,i} = 0 \quad (3a)$$

$$kp_{,jj}^p - \alpha \dot{p} - \dot{u}_{j,j} = 0 \quad t > t_0 \quad (3b)$$

Las soluciones particulares se pueden obtener a partir de las ecuaciones presentadas en (3) al realizar aproximaciones del término de carga causado por la presión en la ecuación de Navier Stoke y de los términos transitorios en la ecuación de la presión de fluido en medio poroso. Dichas aproximaciones para el caso de simetría axial se realizan empleando funciones de forma global y funciones de densidad ficticia como se observa en (4),

$$\begin{aligned} \dot{u}_i &= \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{2\pi} D'_{ik}(x, \xi_n) d\theta \dot{\phi}_k(\xi_n) \quad , \quad \dot{p}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{2\pi} K'(x, \xi_n) d\theta \dot{\phi}_p(\xi_n) \\ p(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{2\pi} C'(x, \xi_n) d\theta \phi(\xi_n) \quad , \quad p^p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{2\pi} P'_k(x, \xi_n) d\theta \dot{\phi}_k(\xi_n) + \int_0^{2\pi} P'_p(x, \xi_n) d\theta \dot{\phi}_p(\xi_n) \end{aligned} \quad (4)$$

con  $\{u_\alpha^p\} = \{u_r^p \quad u_z^p\}$  y  $\{t_\alpha^p\} = \{t_r^p \quad t_z^p\}$ , siendo las funciones de forma global:

$$C(x, \xi_n) = C_1 A - C_2 r \quad (5a)$$

$$D_{ik}(x, \xi_n) = \delta_{ik} (D_1 A - D_2 r)^2 \quad (5b)$$

$$K_p = K_1 A - K_2 r \quad (5c)$$

donde  $r$  es la distancia entre  $x$  y  $\xi_n$ ,  $A$  es una constante a seleccionar mayor que el diámetro del dominio, los coeficientes  $D_i$ ,  $K_i$ ,  $C_i$  (con  $i = 1, 2$ ) y las funciones restantes se pueden calcular sustituyendo (5) en la ecuación (3) (Park and Banerjee [3]).

De las expresiones dadas en (5) se puede observar que la convergencia del método depende de la selección de la constante geométrica  $A$ .



### 3 FUNCIONES DE FORMA GLOBAL

En el caso de las funciones de forma global presentadas en (5), se pueden obtener expresiones generales, siguiendo la metodología presentada por Fengwu y Wen-Qiang, [5]. Considerando nula la contribución de la parte mecánica en la ecuación (3.b), podemos encontrar la solución particular  $P_p$ .

Tomando la ecuación de Poisson en coordenadas cilíndricas (6), su solución (7) y expresando la distancia del punto de integración al punto fuente como en (8)

$$k \left( \frac{\partial^2 \widehat{p}^p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \widehat{p}^p}{\partial r} + \frac{\partial^2 \widehat{p}^p}{\partial z^2} \right) = \alpha r^v - k \frac{\partial^2 \widehat{p}^p}{\partial \theta^2} \quad (6)$$

$$\widehat{p}^p = \frac{r^{v+2}}{k(v+2)(v+3)} \quad (7)$$

$$r = \sqrt{R^2 + \xi_n^2 - 2R\xi_n \cos(\theta - \theta_n)} + Z \quad (8)$$

podemos obtener la siguiente expresión,

$$\nabla_A^2 \widehat{p}^p = f \quad (9)$$

donde  $\nabla_A^2$  denota el Laplaciano en coordenadas cilíndricas y  $f$  el lado derecho de la ecuación (6) (F. Bai and W. Lu, 2004 [5]). Como la ecuación (9) es lineal y  $v \geq 0$  se puede considerar la sumatoria sobre  $\widehat{p}^p$  y  $f$ , desde  $m_1$  a  $m_2$ , luego se integra sobre la variable  $\theta$  para obtener las expresiones generales para los términos  $\dot{p}$  y la contribución  $P_p$  de la solución particular.

$$\dot{p} = f = \frac{2\alpha}{\pi} \sum_{v=m_1}^{m_2} L^v \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - m^2 \sin^2(\varphi))^{\frac{v}{2}} d\varphi \quad (10a)$$

$$P_p = \widehat{p}^p = \frac{2\alpha}{\pi k} \sum_{v=m_1}^{m_2} \frac{L^{v+2}}{(v+2)(v+3)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - m^2 \sin^2(\varphi))^{\frac{v+2}{2}} d\varphi \quad (10b)$$

$$Q_p = \frac{2\alpha}{\pi k} \sum_{v=m_1}^{m_2} \frac{L^v}{(v+3)} \left\{ [rn_r + Z n_z] \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - m^2 \sin^2(\varphi))^{\frac{v}{2}} \right. \\ \left. + n_r \xi_n \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - m^2 \sin^2(\varphi))^{\frac{v}{2}} \cos(2\varphi) d\varphi \right\} \quad (10c)$$

donde

$$m = \frac{2\sqrt{R\xi_n}}{L}, \quad L = \sqrt{(R + \xi_n)^2 + (Z)^2}, \quad n_r = \frac{\partial r}{\partial n}, \quad n_z = \frac{\partial z}{\partial n}, \quad Q_p = \frac{\partial P_p}{\partial n}, \quad Z = z - z_n \quad (11)$$

De manera análoga se tienen las expresiones generales para  $P_r$ ,  $P_z$ ,  $Drr$  y  $Dzz$

$$\begin{aligned}
Drrr = & \sum_{\mu=m_1}^{m_2} \int_0^{2\pi} \left( -\frac{p_1^{-2+v} \beta \xi_n \cos(\varphi) R^2}{k(v+5)} - \frac{p_1^{-4+v} \xi_n^2 R^3 v \beta (\sin(\varphi))^2}{k(v+5)} \right) \cos(\varphi) \\
& - \frac{p_1^{-2+v} \xi_n R \beta (R \sin(\varphi) - \xi_n) \cos(\varphi)}{k(v+5)} - \frac{p_1^{-4+v} \xi_n^2 R^3 v \beta (\sin(\varphi))^3}{k(v+5)} \\
& + \frac{p_1^{-4+v} \xi_n^3 R^2 v (\sin(\varphi))^2 \beta}{k(v+5)} + \frac{\beta p_1^{v+2} \cos(\varphi)}{v+2} d\varphi \quad (12a)
\end{aligned}$$

$$Dzz = \sum_{v=m_1}^{m_2} \int_0^{2\pi} -\frac{Z \xi_n \cos(\varphi) p_1^{-2+v} \beta R}{k(v+5)} - \frac{p_1^{-4+v} \xi_n^2 R^2 Z v \beta (\sin(\varphi))^2}{k(v+5)} + \frac{\beta p_1^{v+2}}{v+2} d\varphi \quad (12b)$$

$$P_r = \frac{1}{k} \beta \sum_{v=m_1}^{m_2} \int_0^{2\pi} \beta (\cos(\varphi) R - \xi_n + R \sin(\varphi)) p_1^v d\varphi \quad (12c)$$

$$P_z = \sum_{v=m_1}^{m_2} \int_0^{2\pi} \frac{p_1^{v+2} Z \beta}{k(v+2)(v+5)} d\varphi \quad (12d)$$

donde  $p_1 = L\sqrt{1 - m \cos^2(\varphi/2)}$ ,  $Q_r = \frac{\partial P_r}{\partial n}$  y  $Q_z = \frac{\partial P_z}{\partial n}$ .

Es fácil ver que estas expresiones no dependen de la constante A, lo cual elimina una variable que puede afectar la precisión de los resultados obtenidos.

#### 4 IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA

Tomando en cuenta que  $u_i^h = u_i - u_i^p$  y  $p^h = p - p^p$ , la integral de contorno discretizada de la ecuación (2) es la siguiente

$$\begin{bmatrix} G_{\alpha\beta} & 0 \\ 0 & G_{pp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t_\alpha \\ q \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} H_{\alpha\beta} & 0 \\ 0 & H_{pp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_\alpha \\ p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{\alpha\beta} & 0 \\ 0 & G_{pp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t_\alpha^p \\ q^p \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} H_{\alpha\beta} & 0 \\ 0 & H_{pp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_\alpha^p \\ p^p \end{Bmatrix} \quad (13)$$

Por otro parte, al seleccionar un número finito de puntos  $\xi_n$  se tienen las expresiones para los desplazamientos, tracciones, presión y el flujo como se muestra en (14).

$$\{u_\alpha^p\} = [U_\alpha] \{\phi\}, \quad \{t_\alpha^p\} = [T_\alpha] \{\phi\}, \quad \{p^p\} = [P_k \ P_p] \begin{Bmatrix} \dot{\phi}_k \\ \dot{\phi}_p \end{Bmatrix}, \quad \{q^p\} = [Q_k \ Q_p] \begin{Bmatrix} \dot{\phi}_k \\ \dot{\phi}_p \end{Bmatrix} \quad (14)$$

A partir de las expresiones (5.a), (10), (12) y (14) se obtienen las expresiones para las funciones de densidad ficticia

$$\{\phi\} = [C]^{-1} \{p\}, \quad \begin{Bmatrix} \dot{\phi}_k \\ \dot{\phi}_p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{k\alpha}^{-1} & 0 \\ 0 & K_p^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_\alpha \\ \dot{p} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

Sustituyendo las ecuaciones de (15) en (13) se obtiene la siguiente expresión

$$\begin{bmatrix} G_{\alpha\beta} & 0 \\ 0 & G_{pp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t_\alpha \\ q \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} H_{\alpha\beta} & M_{\alpha p} \\ 0 & H_{pp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_\alpha \\ p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ M_{p\alpha} & M_{pp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_\alpha \\ \dot{p} \end{Bmatrix} \quad (16)$$

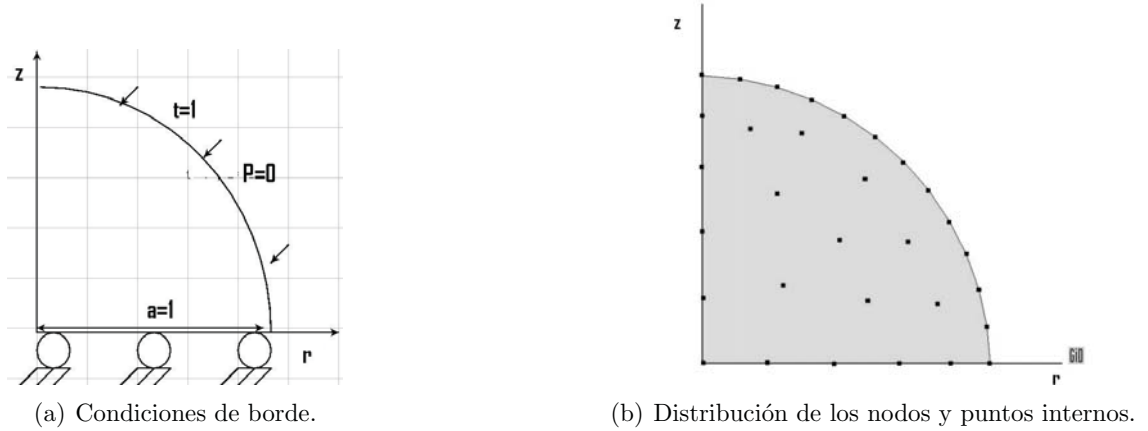


Figura 1: Geometría del problema.

donde

$$\begin{aligned}
 [M_{\alpha p}] &= ([G_{\alpha\beta}] [T_{\alpha}] - [H_{\alpha\beta}] [U_{\alpha}]) [C]^{-1} \\
 [M_{p\alpha} \ M_{pp}] &= ([G_{pp}] [Q_k \ Q_p] [H_{pp}] [P_k \ P_p]) \begin{bmatrix} D_{k\alpha}^{-1} & 0 \\ 0 & K_p^{-1} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Usando un esquema en diferencias finitas para las derivadas de primer orden en (16), se obtiene el sistema de ecuaciones algebraicas a resolver.

## 5 RESULTADOS

En esta sección se presenta el problema de consolidación en una esfera sólida saturada, sujeta a carga uniforme, ver figura (1,a). Las propiedades del material son:  $k = \frac{k}{\gamma_w} = 1.0$ ,  $E = 1.0$ ,  $\nu = 0$ ,  $\nu_u = 0.5$  y  $B = 1$ . Para la discretización de la frontera se emplearon 17 elementos lineales y 13 nodos internos, ver figura (1,b). Además para este ejemplo se tomó en los términos de acople restantes, presión sobre desplazamientos, el valor de  $A = 1E^{-2}$  (Ec.(5)) menor que el diámetro del dominio. La solución analítica se obtiene tomando las cantidades adimensionales

$$T = \frac{c_v t}{a^2}, \quad U_p = U_p, \quad R = \frac{r}{a}, \quad \mu_c = \frac{\mu}{\lambda + 2\mu}, \quad \lambda_c = \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}$$

donde  $a$  es el radio de la esfera,  $c_v$  es el coeficiente de consolidación,  $U_p$  es la presión de poro,  $P$  es la carga aplicada,  $t$  el tiempo y  $r$  la distancia al centro, ver [3].

En la figura (2) se muestran los resultados obtenidos a partir de las nuevas funciones de forma global, para los términos de acople (desplazamiento sobre la presión). Se emplearon diferentes valores de  $m_1$  y  $m_2$  para la aproximación, se puede apreciar la precisión de los resultados, tanto para el campo de presión en el centro de la esfera, como para los desplazamientos en la frontera de la misma.

## 6 CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Una limitante relevante para los métodos de frontera es obtener soluciones fundamentales para la ecuación diferencial que representa el problema de estudio, en algunos casos ya han sido ampliamente

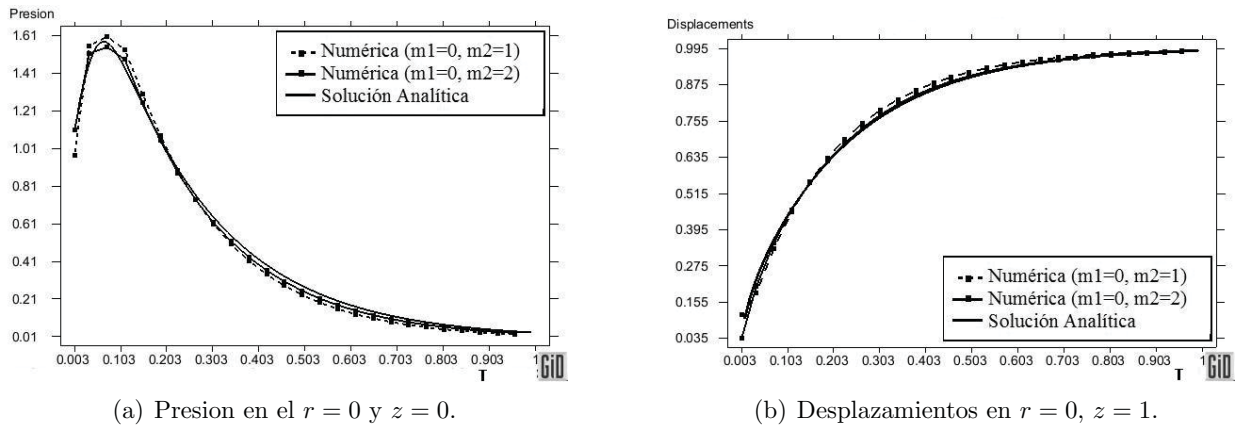


Figura 2: Resultados para diferentes valores de  $m_1$  y  $m_2$ .

estudiadas, sin embargo, en otros resultan difíciles de manejar o de obtener. Por esta razón la técnica de aproximación usada en el método de reciprocidad dual es una alternativa para problemas donde existe dicha limitación.

En este caso particular, la selección de las nuevas funciones de forma global reduce la dependencia de la constante  $A$  que está presente en el cálculo de los elementos de las matrices  $D_{k\alpha}^{-1}$  y  $K^{-1}$ , las cuales dependiendo de su condicionamiento pueden afectar la precisión de los resultados obtenidos.

### Agradecimientos

Este trabajo corresponde a una de las líneas de investigación que se desarrollan en el Instituto Nacional de Bioingeniería, que cuenta con el apoyo del Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico de la UCV (CDCH) y el CIMNE a los cuales agradecemos su gran apoyo.

### REFERENCIAS

- [1] DARGUSH G., BANERJEE P. “A time domain boundary element method for poroelasticity”. *International Journal Numerical Methods Engineering* . Vol **28**, pp.2423–2449, (1989).
- [2] CHOPRA M., DARGUSH G “Thermal stress analysis of axisymmetric bodies via the boundary element method”. *International Journal Numerical Methods Engineering* . Vol **108**, pp.53-71, (1993).
- [3] PARK K.,BANERJEE P. “A new formulation for transient axisymmetric poroelasticity via particular integrals”. *Int. Journal of Solids and Structures*. Vol **44**, pp.7276-7290, (2007).
- [4] BIOT M. “General theory of three-dimensional consolidation”. *Journal of Applied Physics*. Vol **12**, pp.155-164, (1941).
- [5] Bai, F.; Lu, Q. “The selection and assemblage of approximation functions and disposal of its singularity in axisymmetric DRBEM for heat transfer problems”. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. **28**, pp. 955-965, (2004).

## CAOS POLINOMIAL UTILIZANDO POLINOMIOS DE LEGENDRE APLICADO A ECUACIONES DIFERENCIALES ALEATORIAS

**Jorge Cayama**

**Gilberto González-Parra**

**Ismael Peña**

cayama, gcarlos, ismaelfpb@ula.ve

Grupo de Matemática Multidisciplinar, Facultad de Ingeniería, ULA, Mérida, Venezuela

**Resumen.** *En este artículo aplicamos el caos polinomial a ciertas ecuaciones diferenciales aleatorias que son utilizadas en varias ramas de las ciencias e ingeniería. Esta aleatoriedad puede venir dada por errores en medidas o incertidumbre intrínseca. El caos polinomial está basado en el caos de Askey los cuales son una generalización de la expansión original del caos de Wiener-Hermite. Aplicamos este método para resolver varias ecuaciones diferenciales aleatorias, incluyendo un modelo epidémico SEIR con incertidumbre en la tasa de transmisión del virus de influenza AH1N1/09 tomando datos reales del comportamiento de la pandemia en el Estado Nueva Esparta (Venezuela). En este trabajo se utilizan los polinomios de Legendre debido a su conveniencia cuando los parámetros aleatorios siguen una distribución uniforme. Los resultados numéricos muestran los intervalos de confianza y valores esperados para las soluciones. Estos resultados muestran la efectividad y confiabilidad del caos polinomial.*

**Palabras claves:** Ecuaciones diferenciales aleatorias, Caos polinomial, Incertidumbre, Caos de Askey.

**Abstract.** *In this paper we apply polynomial chaos to some random differential equations that arise in mathematical models from many fields of science and engineering. The randomness may come from errors in measurements and intrinsic variability. Polynomial chaoses are based on the Askey chaos which forms are a generalization of the original chaos expansion of Wiener-Hermite. Here we apply this method to solve some random ordinary differential equations, including the SEIR epidemic model with uncertainty in the transmission rate of the influenza AH1N1 virus and modeling its dynamics in the state of Nueva Esparta (Venezuela). In this work we use the Legendre orthogonal polynomials since these are the more convenient when uniform distributions are assumed for the random inputs. Numerical results show confidence intervals*

*and expected mean values for the solution. These results show the effectiveness and reliability of polynomial chaos.*

**Key words:** Random differential equations, Polynomial Chaos, Uncertainty, Askey Chaos.

## 1. INTRODUCCIÓN

En la mayoría de las aplicaciones de la ingeniería se intenta resolver los problemas físicos convirtiéndolos en modelos matemáticos determinísticos. Esto se puede considerar como una aproximación de la realidad, debido a que muchos de los parámetros físicos entre los datos de entrada que describen el problema se fijan a lo largo del proceso o conversión, es decir, al considerar coeficientes determinísticos se pasan por alto aspectos como los errores en los datos observados o medidos, las propiedades del material, la variabilidad de las condiciones y también la incertidumbre o falta de conocimiento. En la realidad, estos parámetros muestran cierta aleatoriedad lo cual en definitiva influye sobre el comportamiento de la solución. Esta aleatoriedad no se toma en cuenta en el modelo determinístico.

Con el propósito de incluir esta propiedad de incertidumbre en el modelo matemático, se han desarrollado algunos métodos probabilísticos. Junto a las aproximaciones estadísticas, las cuales utilizan una enorme muestra de números (pseudo-) aleatorios y por tanto se convierten en procesos costosos, se ha hecho una fuerte investigación sobre las aproximaciones no estadísticas (determinísticas). Un método de aproximación no estadístico llamado caos polinomial está basado en el concepto de Wiener del caos homogéneo, ha probado ser muy eficiente en las aplicaciones de ingeniería [1]. Aquí, el término caos, propuesto por Wiener, se refiere a la aleatoriedad (como por ejemplo, la que se observa en la teoría estadística de un gas) y no se debe confundir con el concepto de teoría del caos relacionado a los sistemas dinámicos no lineales, en el cual el término caos fue usado por Yorke [2] sólo 37 años después. La base teórica de la aproximación por caos polinomial está basada en las conclusiones de Cameron y Martin [3], en la que una expansión del caos polinomial converge en algún funcional  $L^2$  en el sentido  $L^2$ . En el contexto de los procesos estocásticos, esto implica que cada proceso estocástico con momento de segundo orden finito se puede representar por una expansión del caos polinomial (infinita). La forma original del caos polinomial es una expansión espectral basada en los polinomios de Hermite ortogonales en términos de variables aleatorias gaussianas y utilizando coeficientes determinísticos. Sin embargo, al utilizar esta forma original, la convergencia óptima se consigue sólo cuando se trabaja con procesos estocásticos gaussianos.

Para obtener una convergencia óptima para procesos estocásticos más generales, Xiu y Karniadakis extendieron esta aproximación en un esquema más amplio llamado el caos polinomial generalizado [4]. En este esquema se utiliza la conexión cerrada entre las funciones de probabilidad de ciertas variables aleatorias y la función de peso en la relación de ortogonalidad de ciertos polinomios ortogonales para representar los procesos no gaussianos. Las ecuaciones diferenciales con coeficientes aleatorios se utilizan como modelos en muchas aplicaciones. En muchos casos éstas describen de mejor manera el comportamiento real en comparación con las ecuaciones con coeficientes determinísticos.

## 2. CAOS POLINOMIAL

Los trabajos más recientes demuestran que una importante clase de polinomios ortogonales pertenecen a esquema de Askey de los polinomios hipergeométricos [5]. Los polinomios ortogonales asociados con el polinomio del caos generalizado, también conocidos como *caos de Askey*, comprenden los polinomios de Hermite, Laguerre, Jacobi, Charlier Meixner, Krawtchouk and Hahn.

En esta sección se introduce el polinomio del caos generalizado a lo largo de la expansión de Karhunen-Loeve (KL), otra técnica clásica para representar procesos aleatorios. La expansión KL se puede utilizar en algunos casos para representar eficientemente a los campos estocásticos, es decir, datos estocásticos. Para trabajar con más variables aleatorias, se introduce la expansión del caos polinomial generalizado, el caos de Askey, como una generalización de la expansión original del caos de Wiener-Hermite. Un proceso aleatorio de segundo orden  $\chi(\theta)$  se puede representar como

$$\begin{aligned} \chi(\theta) = & c_0 I_0 + \sum_{i_1=1}^{\infty} c_{i_1} I_1(\zeta_{i_1}(\theta)) + \\ & \sum_{i_1=1}^{\infty} \sum_{i_2=1}^{i_1} c_{i_1} c_{i_2} I_2(\zeta_{i_1}(\theta), \zeta_{i_2}(\theta)) \\ & \sum_{i_1=1}^{\infty} \sum_{i_2=1}^{i_1} \sum_{i_3=1}^{i_2} c_{i_1} c_{i_2} c_{i_3} I_3(\zeta_{i_1}(\theta), \zeta_{i_2}(\theta), \zeta_{i_3}(\theta)) +, \dots, \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $I_n(\zeta_{i_1}, \dots, \zeta_{i_n})$  denota los caos de Askey de orden  $n$  en términos de las variables aleatorias multidimensionales  $\zeta = (\zeta_{i_1}, \dots, \zeta_{i_n})$ . En la expansión del caos de Askey, los polinomios  $I_n$  no están restringidos a los polinomios de Hermite. Nuevamente, por conveniencia en la notación, se escribe (1) como

$$\chi(\theta) = \sum_{j=0}^{\infty} \hat{c}_j \Psi_j(\zeta), \quad (2)$$

donde existe una correspondencia uno a uno entre las funciones  $I_n(\zeta_{i_1}, \dots, \zeta_{i_n})$  y  $\Psi_j(\zeta)$ , y entre sus coeficientes  $\hat{c}_j$  y  $c_{i_1}, \dots, c_{i_n}$ . Como los polinomios del esquema Askey forman una base completa en el espacio de Hilbert dotado de sus soportes correspondientes, se puede esperar que cada caos de Askey converge a algún funcional  $L_2$  en  $L_2$  en un espacio funcional de Hilbert correspondiente como un resultado generalizado del teorema de Cameron-Martin [3], [6]. Algunos tipos de polinomios ortogonales del esquema Askey tienen funciones de peso de la misma forma que la función de probabilidad de ciertos tipos de distribuciones aleatorias. En la práctica se escoge el tipo de variable independiente  $\zeta$  en los polinomios  $\Psi_j(\zeta)$  de acuerdo a los tipos de distribución aleatoria. Los polinomios del caos de Wiener corresponden al caos de Hermite y es un conjunto del caos de Askey. Los caos de Hermite, Legendre, Laguerre y Jacobi son caos continuos, mientras que los caos de Charlier, Meixner, Krawtchouk y Hahn son caos discretos.

## 3. SIMULACIONES NUMÉRICAS UTILIZANDO CAOS POLINOMIAL

### 3.1 Caos polinomial aplicado a la ecuación diferencial aleatoria logística

Aquí resolveremos la ecuación diferencial logística que surge cuando los recursos son limitados. La ecuación diferencial logística aleatoria a resolver es:

$$\frac{dy}{dt} = r \left( 1 - \frac{y}{K} \right) y. \quad (3)$$

Aquí  $r$  sigue siendo la tasa de crecimiento y  $K$  es el valor de equilibrio. La solución, sujeta a la condición inicial  $y(0) = y_0$ , es

$$y(t) = \frac{y_0 K}{y_0 + (K - y_0) e^{-rt}}. \quad (4)$$

En la Fig. 1 se puede observar la evolución de la media utilizando los polinomios de Hermite y Legendre y la solución del problema determinístico asociado para las soluciones de la ecuación diferencial aleatoria logística suponiendo una distribución uniforme  $U(0.6157, 0.04)$  para el parámetro  $r$ , una distribución uniforme  $U(5.56, 0.001)$  para el parámetro  $K$  y un valor inicial  $y(0) = 0.1244$  para el caso de los polinomios de Legendre y los mismos parámetros pero con distribución normal para los polinomios de Hermite. Como se puede observar en la Fig. 1 el caos polinomial genera soluciones con buena precisión usando solo dos dimensiones de caos en las expansiones de caos polinomial y las soluciones se corresponden correctamente, comprobando así la efectividad de los cálculos realizados con ambos polinomios.

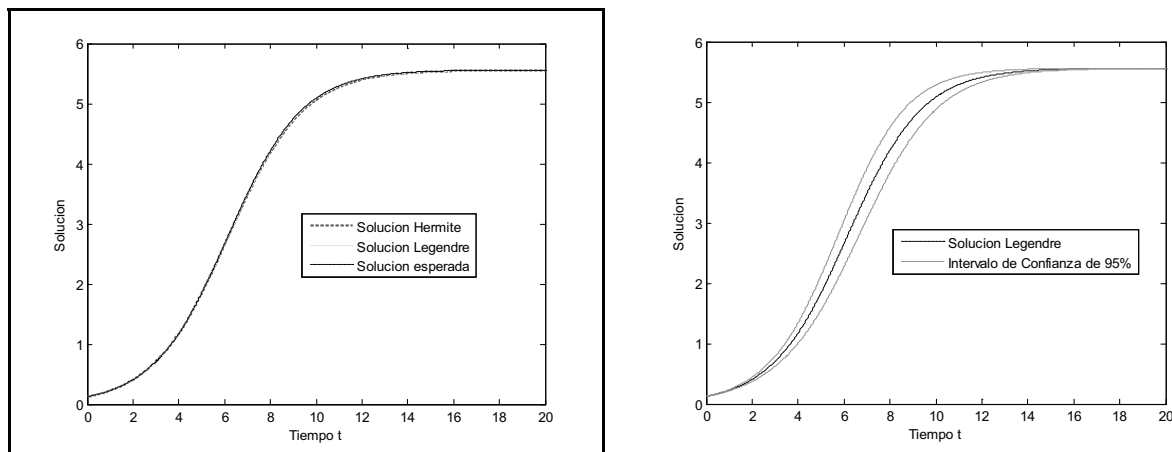


Fig. 1. Evolución de la media utilizando los polinomios de Hermite y Legendre y la solución del problema determinístico asociado para las soluciones de la ecuación diferencial aleatoria logística (3).

### 3.2 El modelo SEIR sobre el virus AH1N1/09 del Edo. Nueva Esparta

Los casos reportados de la influenza pandémica AH1N1/09 representan a los que dieron positivo al virus de influenza A con pruebas de laboratorio, dichos datos son reportados por semana. Con el fin de ajustar el modelo SEIR a los datos de casos confirmados de influenza es necesario establecer algunos valores de los parámetros. Por desgracia, la epidemiología de la pandemia del virus AH1N1/09 no se conoce con exactitud. Los valores de los parámetros fueron elegidos en base a los mejores datos disponibles. El tiempo medio en los expuestos  $E(t)$  se asume de  $\alpha = \frac{5}{7}$



días<sup>-1</sup>. Mientras que el tiempo medio que permanece un individuo en la clase  $I(t)$  es  $\nu = \frac{7}{7}$ . Es importante destacar que cada uno de los parámetros  $\mu, \alpha, \nu$  y  $\beta$  se pueden interpretar como el promedio de la duración del período de tránsito entre dos sub-poblaciones. Además, como se utiliza el modelo SEIR por un período de tiempo relativamente corto, se asume que el tamaño de la población es constante [7]. Por lo tanto, el nacimiento y la tasa de mortalidad se suponen igual y  $\mu = d = 0.02 = \frac{0.02}{52}$  días<sup>-1</sup>. Es importante destacar que la serie cronológica de datos de casos confirmados de influenza pandémica AH1N1/09 no se corresponden exactamente con las sub-población  $I(t)$ , ya que sólo una fracción  $s$  (factor de escala) de determinada gente que se siente enferma, decidió ir al médico quien reportó el caso. El parámetro  $\beta$  es el producto de la susceptibilidad de la población, la capacidad de infección de la enfermedad, y el número de contactos que tiene una persona en un día. Ya que esta investigación se centran en los resultados cualitativos y no cuantitativos, y los pequeños cambios en las condiciones iniciales no modifican el comportamiento cualitativo, se crean las condiciones iniciales  $S(t_0) = 0.999998$ ,  $E(t_0) = 0.000001$  e  $I(t_0) = 0.000001$ , lo que significa que una pequeña fracción de la población está infectada (la epidemia está empezando). Se considera que el parámetro  $\beta$  tiene una distribución uniforme, en un primer caso,  $U(6.21, 6.21/12)$ . En ambos casos se empleó el método de Euler hacia adelante con un tamaño de paso en el tiempo  $\Delta t = 0.01$  para resolver las ecuaciones diferenciales que se generan luego de aplicar el caos polinomial.

La simulación del sistema, donde se observa la evolución de los individuos infectados  $I(t)$  se aprecia en la Fig. 2. Como puede observarse las soluciones esperadas utilizando los polinomios de Legendre y Hermite en el caos polinomial logran resultados similares. Por otra parte en la derecha de la Fig. 2 se ve la diferencia de los datos reales y los valores obtenidos del modelo. En esta figura se observa que la respuesta del modelo se acerca al comportamiento de los datos reales para esta clase de individuos. Los puntos color verde (Datos Reales) corresponden a la realidad los datos de casos confirmados de AH1N1/09 en el Estado Nueva Esparta (Venezuela), la línea continua de color azul (Solución Esperada) la media de la solución de  $I(t)$  y las líneas de color rojo (Desviación Estándar) su varianza. Se utilizó un factor de escala  $s = 46$  y  $\beta \sim U(6.21, 6.21/9.2)$ .

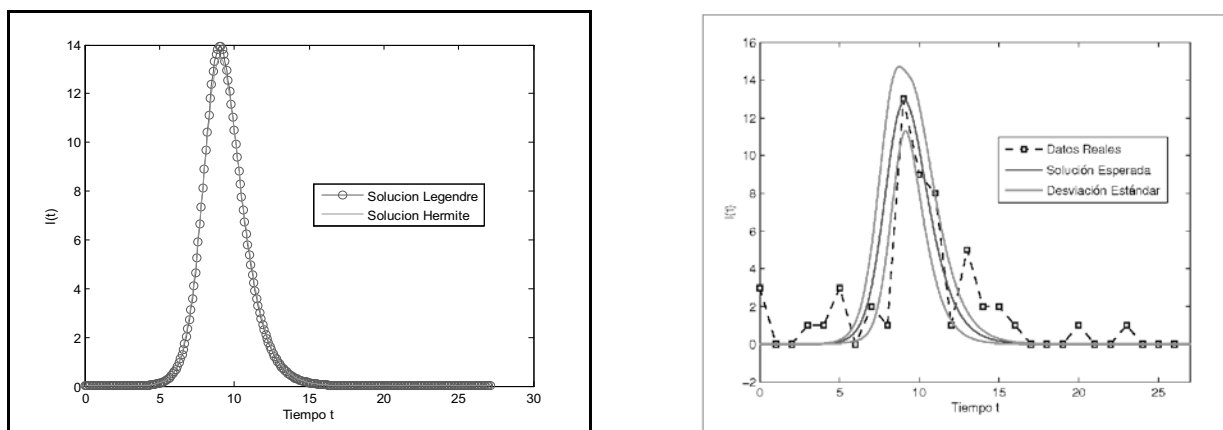


Fig. 2. Evolución de la media utilizando los polinomios de Hermite y Legendre para el modelo epidémico SEIR (izquierda). Solución del modelo SEIR por medio del caos polinomial con los datos reales en el Estado Nueva Esparta (Venezuela), con  $\beta \sim U(6.21, 6.21/12)$  (derecha).

Con los resultados mostrados (en ambos casos), el modelo SEIR sometido a incertidumbre, resuelto con caos polinomial, es capaz de reproducir aproximadamente la serie cronológica de datos de personas infectadas con la gripe AH1N1/09 del Estado Nueva Esparta con una onda.

#### 4. ANÁLISIS Y CONCLUSIONES

En este artículo aplicamos el caos polinomial para resolver la ecuación diferencial ordinaria logística y el modelo SEIR que modela la propagación del virus AH1N1/09 en la población del estado de Nueva Esparta, Venezuela. Se utilizaron distribuciones de probabilidad uniforme y normal para ciertos parámetros de estos modelos que están sometidos a incertidumbre. Se aplicó la expansión en caos polinomial para obtener las soluciones esperadas y sus intervalos de confianza. La base teórica de la aproximación por caos polinomial está basada en que una expansión del caos polinomial converge en algún funcional  $L^2$  en el sentido  $L^2$ . En el contexto de los procesos estocásticos, esto implica que cada proceso estocástico con momento de segundo orden finito se puede representar por una expansión del caos polinomial (infinita). Para obtener los resultados numéricos hemos utilizado los polinomios de Legendre y Hermite debido a su conveniencia cuando los parámetros aleatorios siguen una distribución uniforme y normal respectivamente. Los resultados numéricos muestran la efectividad del método utilizando tanto los polinomios de Hermite como los de Legendre.

#### REFERENCIAS

- [1] Ghanem R., Spanos P.D., 1991, Stochastic Finite Elements: A Spectral Approach, Dover Publications, Mineola, NJ.
- [2] Li T.Y. y Yorke J.A., 1975, Period three implies chaos, Amer. Math. Monthly, Vol. 82, pp. 985-992.
- [3] Cameron R.H. y Martin W.T., 1947, The orthogonal development of nonlinear functionals in series of Fourier– Hermite functionals, Ann. Math. Vol. 48, pp. 385.
- [4] Xiu D., Karniadakis G.E., 2002, The Wiener–Askey polynomial chaos for stochastic differential equations, SIAM J. Sci. Comput. Vol. 24, pp. 619–664.
- [5] Askey R. y Wilson J., 1985, Some basic hypergeometric polynomials that generalize Jacobi polynomials, Memoirs of the American Mathematical Society, AMS, Providence, RI, pp. 319.
- [6] Ogura H., 1972, Orthogonal functionals of the Poisson process, IEEE Trans. Info., Theory 18, pp. 473–481.
- [7] Brauer F. y Castillo-Chávez C., 2001, Mathematical models in population biology and epidemiology, Springer-Verlag.

## NUMERICAL STUDY OF VORTEX-INDUCED VIBRATION IN SLENDER STRUCTURES

**Boris M. Bossio**

**Armando J. Blanco**

**Euro Casanova**

*bossiob@usb.ve*

*ajblanco@usb.ve*

*ecasanov@usb.ve*

Departamento de Mecánica, Universidad Simón Bolívar.  
Valle de Sartenejas, Municipio Baruta. Caracas, Venezuela.

**Abstract.** *Vortex-Induced Vibration (VIV) is a fairly known phenomenon related to the induced oscillatory motion of structural components as a consequence of the interaction between themselves and an external fluid flow. Typical examples are found in offshore pipelines, heat exchangers and tensioned wires. Frequently, fatigue-related problems could appear in structures suffering VIV. Some phenomenological models have been developed following the idea of a wake oscillator. The near wake dynamics is described by a single flow variable modeling the fluctuating nature of the vortex shedding. This variable is assumed to satisfy a van der Pol equation which models a self-sustained, stable and nearly-harmonic oscillation of finite amplitude. However, recent studies using numerical models show that instabilities appear when large time periods are considered. In addition, non-physical dependence with initial conditions in steady-state response has been reported.*

*In this study, VIV in a straight slender cylinder oscillating in the direction transverse to the flow is modeled. The coupled mathematical model, expressed by a set of ordinary differential equations representing the structural motion and the fluid behavior through van der Pol equations is solved, using a finite-differences approach which considers an implicit scheme based on a second order centered differences in space and time. The resulting algebraic equation system is “stiff” and this situation creates an additional numerical problem to deal with. Different simulation conditions were considered, regarding uniform and non-uniform fluid flows, initial conditions, boundary conditions and flow regimes. Results show that the proposed numerical approach is stable for a wide range of conditions considered.*

**Keywords:** Fluid-structure interaction, Vortex-induced vibration, Finite differences.

## 1. INTRODUCTION

Vortex-Induced Vibrations cause structure displacements in the transversal direction to the fluid flow. VIVs are present in many engineering applications involving fluid-structure interaction. Excellent reviews by Williamson & Govardhan (2004) [1] and the books of Blevins (1990) [2] and Naudascher & Rockwell (1994) [3] have summarized fundamental results and discoveries concerning this subject. VIV is of particular interest for the analysis of offshore pipelines and structures.

A simplified approach to model VIV dynamics have been developed considering some phenomenological models following the idea of a wake oscillator (Birkoff and Zarantanello, 1957, [4]). Facchinetti, Langre & Biolley (2004) [5] considered two-dimensional vortex shedding and consecutive VIV describing the near wake dynamics effects on the structure by a single flow variable simulating the fluctuating nature of the vortex shedding. This variable was assumed to satisfy a van der Pol equation which generates a self-sustained, stable and nearly-harmonic oscillation of finite amplitude. Violette *et al.* [6] extended this model to compute VIVs of long structures using a wake oscillator model considering uniform and non uniform external flow around cylinders. Excellent agreement between this work's results and the results obtained using Navier-Stokes numerical simulations and experimental results, was found. However, Violette *et al.* [6] results showed the apparition of some numerical instabilities when long periods of time were considered and, more important, results showed non-physical dependence on initial conditions, which seems to be an important drawback since different sets of initial conditions may lead to different steady states.

In the present work a numerical model based on second order in space and time centered difference finite method was implemented to solve the coupled structural-fluid dynamical system. The model was validated by comparison with several reported cases. Different simulation conditions were considered, regarding uniform and non-uniform fluid flows, initial conditions, boundary conditions and flow regimes. Dominant traveling wave frequency was found using the Cooley-Tukey FFT algorithm.

This paper is organized in the following way: First, the mathematical model is described followed by some details of the numerical model. Then, influence of initial conditions on transient response of tensioned cables under external flow and numerical stability is presented and discussed. Finally, the last section presents some concluding remarks.

## 2. MATHEMATICAL MODEL

An external flow with velocity  $U(z)$  approaches a tensioned cable as shown in Figure 1. Due to VIV, the cable experiences a transversal-to-external flow direction displacement  $y(z,t)$ . External flow effect is represented by a wake oscillator van der Pol model. Following Facchinetti *et al.* [5] and Violette *et al.* [6], transversal displacement  $y(z,t)$  and local fluctuating lift coefficient  $q(z,t)$  can be modelled by two coupled partial differential equations:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} + b^2 \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} = Sq - \frac{\gamma \omega_f}{\mu} \Omega_{ref} \frac{\partial y}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \varepsilon(q^2 - 1)\Omega \frac{\partial q}{\partial t} + \Omega^2 q = \frac{A}{D_0} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (2)$$

where  $S$  represents the external flow influence-on-structure parameter,  $\sigma$  is a stall parameter,  $\omega_f$  is the vortex shredding frequency,  $\Omega_{ref}$  is the reference vortex-shedding angular frequency based on a reference external flow velocity  $U_{ref}$ ,  $\gamma$  is a reference angular frequency,  $\mu$  is the relative mass,  $\sigma = 0.3$  and  $A = 12$  are van der Pol model parameters and  $D_0$  is the cable diameter.

The coefficients  $c$ ,  $b$  and  $S$  are defined by:

$$c^2 = \frac{K/(m_{cyl} + m_{fluid})}{(\Omega_{ref} D_0)^2} \quad b^2 = \frac{EI/(m_{cyl} + m_{fluid})}{\Omega_{ref}^2 D_0^4} \quad S = M \omega_f^2 q \quad (3)$$

where  $K$  is the cable tension,  $m_{cyl}$  is the local cable mass,  $m_{fluid}$  is added cable mass,  $EI$  represents the cable flexural stiffness,  $S$  express the relation between  $C_L$  the local sustantation coefficient and  $C_{L0}$  the rigid cylinder sustantation coefficient, as described by  $q = C_L(z,t)/C_{L0}$  and  $M$  is  $M = (C_{L0}/2)(8\pi^2 S_f^2 \mu)$  where  $S_f$  (0.16-0.20) is the Strouhal number and the stall parameter  $\sigma$  is expressed as  $C_D/4\pi S_f$ . The relative mass  $\mu = (m_{cyl} + m_{fluid})/\rho_{fluid} D_0^2$ , being  $\rho_{fluid}$  the external fluid density. Local and added cable mass are  $m_{cyl} = \rho_{Struct} \pi (D_0^2)/4$  and  $m_{fluid} = C_M \rho_{fluid} \pi D_0^2/4$  respectively, being  $\rho_{Struct}$  the structure density, and  $C_M$  the added mass coefficient, set equal to 1.

To solve the mathematical model (1-2) a numerical implicit finite-differences scheme based on second order centered differences in time and space was developed. Defining  $\Delta t$  and  $\Delta z$  as the discretization increments in time and space respectively,  $n$  and  $j$  as the indices for time levels and spatial position and:

$$c'^2 = \frac{c^2 \Delta t^2}{\Delta z^2}; \quad b'^2 = \frac{b^2 \Delta t^2}{\Delta z^4}; \quad d' = \left( \frac{\gamma \omega_f}{2\mu} \Omega_{ref} \right) \Delta t \quad (4)$$

equations (1) and (2) are discretized as:

$$(b'^2) y_{j-2}^{n+1} + (-c'^2 - 4b'^2) y_{j-1}^{n+1} + (1 + 2c'^2 + 6b'^2 + d') y_j^{n+1} + (-c'^2 - 4b'^2) y_{j+1}^{n+1} + (b'^2) y_{j+2}^{n+1} = S' q_j^{n+1} + 2y_j^n + (d' - 1) y_j^{n-1} \quad (5)$$

$$\left[ 1 + \varepsilon (q_j^{n^2} - 1) \Omega \Delta t / 2 \right] q_j^{n+1} - \frac{A}{D_0} y_j^{n+1} = \frac{A}{D_0} (-2y_j^n + y_j^{n-1}) + \left[ 2 - (\Omega \Delta t)^2 \right] q_j^n - \left[ 1 - \varepsilon (q_j^{n^2} - 1) \Omega \Delta t / 2 \right] q_j^{n-1} \quad (6)$$

Equations (5-6) must be solved simultaneously. Boundary conditions for the cable such as free end, simply-supported end and fixed end were imposed following Rao [7]. Details of the numerical implementation can be found in Bossio (2011) [8].

### 3. CASES OF STUDY

Following Violette *et al.* [13], the model response involving a tensioned cable under a uniform external flow (case I) and non-uniform external flow (case II) were considered. The considered external flow velocity profiles correspond to the ones showed in Fig. 1, where cable longitude to cable diameter ratio is denoted by  $L/D_0$ . For both cases, five simulations considering different initial conditions were conducted.

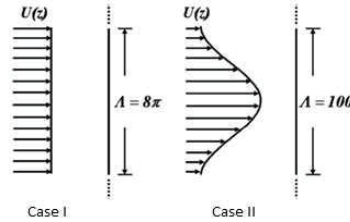


Figure 1 - External flow velocity profiles for cases I and II.

Independence of numerical results with time step and spatial discretization was verified. An elapsed computational time of  $10^6$  seconds was set.

In both cases, the same values for Reynolds number (100) and Strouhal number (0.16) were considered. In addition, three different flow velocities were considered. Table 1 shows the geometrical parameter values and initial conditions.

**Table 1** - Geometrical parameter values and initial conditions for the cases of study

	CASE I (uniform flow)	CASE II (sinusoidal flow)
L/D	8	100
$c$	4	3
$b$	0	0
$\square$	1.785	1.785

For case II, the flow profile was sinusoidal and the maximum flow velocity  $U_{max}$  was twice the minimum value  $U_{min}$ , as showed in Fig. 1. For modeling an infinite cable, the spatial computational domain was set considering a cable extension equal to 100 times cable diameter ( $\square = 100$ ) –a fairly high aspect ratio-. The Reynolds number corresponding to the maximum velocity was set to 100. The boundary conditions used were set as periodic on  $y$ :  $y(0,t)=y(100,t)$ . As initial conditions, a random noise with an amplitude of  $O(10^{-3})$  was applied to the fluid variable  $q$ . Considering the structure, initial velocity and displacement were set to zero in the entire computational domain. The time derivative of the fluid variable was set to zero as initial condition. The number of points used for the spatial integration was 1001 and a dimensionless time step of 0.01 was used for the integration. Like Violette *et al.* [6], the lowest flow velocity used as reference was  $U_{ref} = U_{min}$ . A steel cable of 0.5m in diameter was considered.

#### 4. RESULTS

Figure 2 shows a typical displacement tendency for the center point of the tensioned cable; it becomes evident that after some time, the mathematical model solution for cable displacement tends to be stable. A “pure” oscillatory motion is noted by the end of the considered integration time. As this displacement behavior occurs for any point of the tensioned cable, traveling waves along the cable are formed. Both standing and traveling waves could be present depending on boundary conditions imposed to the cable.

Figure 3a shows the evolution of cable displacement in time and space for the case I, while Fig. 3b shows analogous results obtained by Violette *et al.* [6]. In both figures, cable

displacements in the last half of integration time show a pattern linked to the presence of periodic travelling waves on the cable. It is evident that the proposed model is able to reproduce the simulation tendencies, and differences between results are due to the different initial condition sets considered. Once the initial conditions influence disappears, very good agreement in the behavior of both results is noticed. Waves that propagate upward (Fig. 3a) and downward (Fig. 3b) are evident. FFT analysis of cable displacement responses showed that wave frequencies are exactly the same.

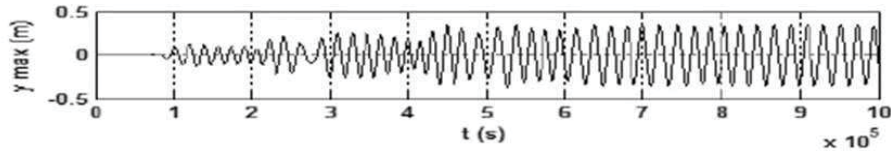


Figure 2- Typical displacement tendency for the midpoint of the tensioned cable.

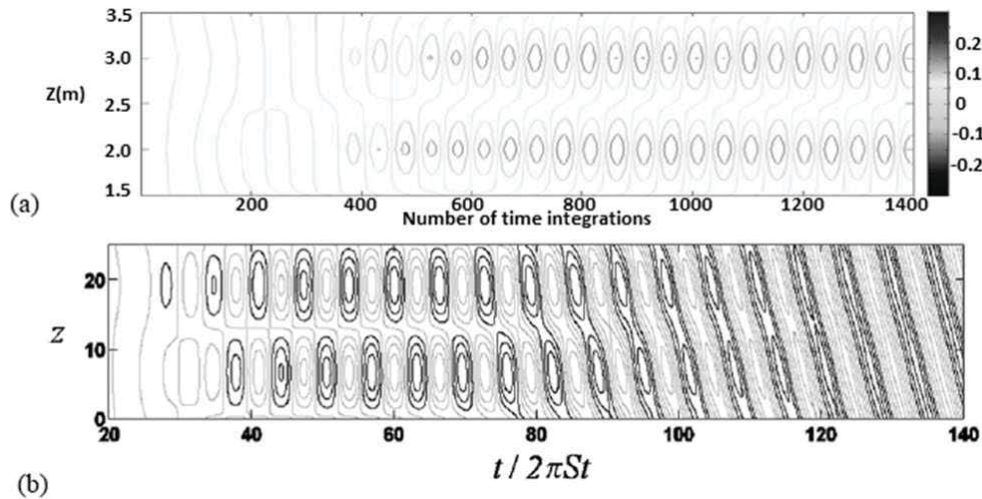


Figure 3 - Evolution of cable displacement in time and space for a simulated condition of case I. (a) this study, (b) Violette *et al.* [13].

Figure 4 shows cable displacement in time for a mean external flow velocity of 1.0 m/s corresponding to case II. It becomes evident that, for the last third of simulation time, a tendency in the cable movement is present, sustaining the presence of a periodic traveling wave along the cable ( $z$  direction). This behavior was consistently observed in each one of the five numerical simulations, independently from the considered initial random condition.

Violette *et al.* [6] found cable response to be quite sensible to initial conditions; however, the authors' opinion on this statement was confirmed by the results simulation: cable response in displacement -after some time- is only a function of the physical parameters and it is not a function of the prescribed initial condition, whose influence disappear after some time. These results were confirmed for all conditions considered in cases I and II.

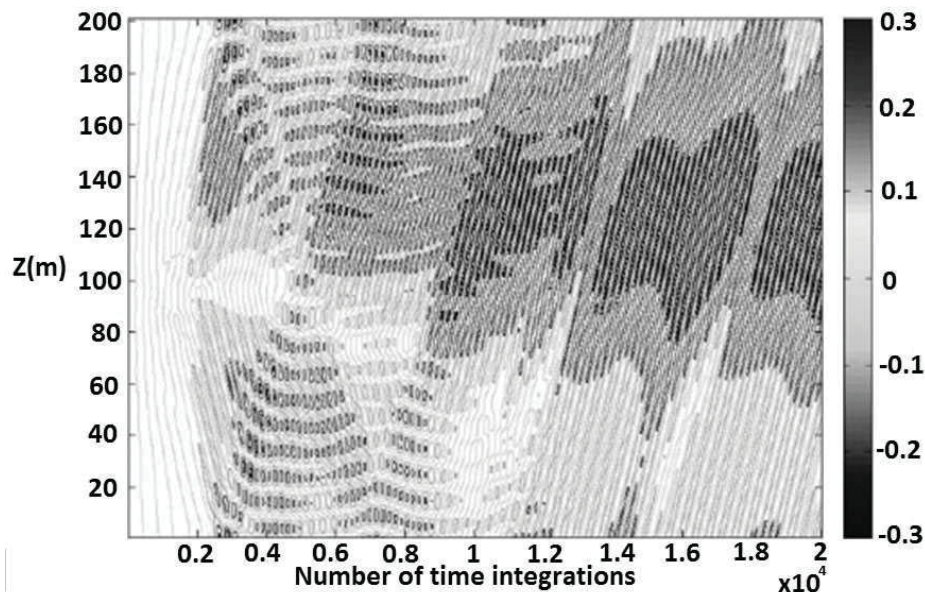


Figure 4- Evolution of cable displacement in time and space for a simulated condition of case II.

## 5. CONCLUDING REMARKS

After governing equations of the mathematical model were solved for the cases under study, it became evident that initial conditions don't influence the steady response. This is contrary to the results obtained by Violette *et al.* [6] related to case II.

In addition, the numerical model implemented showed to be accurate and stable, independently of the initial condition and time period considered in all analyzed cases.

## REFERENCES

- [1]. Williamson C.H.K., Govardhan R. Vortex-Induced Vibrations. Annual Revision of Fluids Mechanics. 2004.
- [2]. Blevins RD. Flow-Induced Vibrations. New York: Van Nostrand Reinhold. 1990.
- [3]. Naudascher E, Rockwell D. Flow-Induced Vibrations: An Engineering Guide. Rotterdam, Netherlands: Balkema. 1994.
- [4]. Birkoff, G., Zarantanello, E.H. Jets, Wakes and Cavities. Academic Press, New York. 1957.
- [5]. Facchinetti ML, de Langre E, Biolley F. Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations. J Fluids Struct. 2004.
- [6]. Violette R., de Langre E., Szydlowski J. Computation of vortex-induced vibrations of long structures using a wake oscillator model: Comparison with DNS and experiments. Computers and Structures N° 85. 2007.
- [7]. Rao S. S. Mechanical Vibrations. Addison Wesley. 2<sup>nd</sup> Edition. 1990.
- [8]. Bossio, B. Trabajo de Ascenso a Profesor Agregado. Universidad Simón Bolívar. 2011.



## ALGEBRAIC MULTIGRID SOLVER: An *out-of-core* approach

**Jorge A. Castellanos D.**

*jcasteld@uc.edu.ve*

Centro Multidisciplinario de Visualización y Cómputo Científico (CeMViCC)  
Universidad de Carabobo. Facultad Experimental de Ciencia y Tecnología.  
Carabobo. Venezuela.

**Germán A. Larrazábal**

*galarrazabal@utep.edu*

Computational Science Program, Mathematical Science Department,  
University of Texas at El Paso, TX, USA.

**Abstract.** *The multigrid methods (MG), in particular the Algebraic Multigrid Solver (AMG), exhibits a theoretical linear complexity with respect to the number of floating point operations (FLOP) and the problem size. This feature is attractive specifically when the linear system to solve is large and sparse. On the other hand, the AMG solver, is based on the multi-level method, it means that it needs to keep in main memory a set of matrices required for the approximate solution of a linear system in each of the levels through the implementation of the product of matrices in an iterative process. In this work, we propose an out-of-core implementation for the Algebraic Multigrid solver in order to overcome the memory limitation. We have obtained significant saving of memory with our proposal. Besides, the proposed implementation overlaps computation with I/O to speed up the different phases of the solver overcoming disk latencies. The experimental results show the good performance in memory requirements and execution time for the Out-of-core AMG's implementation.*

**Keywords:** Out-of-core techniques, Multigrid solver, Linear system of equations.

### 1. INTRODUCTION

The computational core that consumes more CPU time on almost all the numerical simulation package in engineering is the linear solver. Typically when the system is large enough a solution method whose solution time is proportional to the system size is used. This feature has been reached with the multigrid (MG) methods [1]. Others methods, such

as the classical iterative methods, present a quadratic complexity. But, the multigrid methods spend more memory because their solution strategy needs to keep in memory a set of matrices that consumes more memory than other solution methods. Thus, the requirement of memory increases rapidly with the size of the input matrix  $A$ .

In the present work, an *out-of-core* Algebraic Multigrid solver is implemented as a part of the complete *out-of-core* support for the `UCSparseLib` library [2]. This library has a set of functions for solving sparse linear systems. The *out-of-core* layer is based on the development of a specialized cache memory (in main memory) that only stores in main memory a part of the matrices involved in the solution. Furthermore, this work represents an advance regarding [3, 4, 5] by incorporating an *out-of-core* layer to a library that solves sparse linear systems. As a part of the whole project, the *out-of-core* kernel must be capable of solving efficiently linear systems through the Algebraic Multigrid method. The *out-of-core* support is based on a multithread scheme that allows overlapping between input/output and computing operations. Prefetch techniques were implemented in order to take even more advantage of overlapping the computing tasks with the disk access.

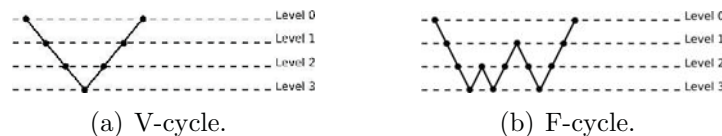
## 2. Multigrid Algorithm

The multigrid method is based on the algorithm shown in Algorithm 1. Because usually the problem contains more than two meshes, step 3 of the algorithm is applied recursively until the problem is reduced to a sufficiently coarse mesh. This algorithm is known as the V-cycle algorithm.

### Algorithm 1: V-cycle multigrid algorithm

1. Relax  $\nu$  times  $A_h u^h = f^h$  in  $V^h$ , with initial solution  $u_0^h$ .
2. Compute  $r^H = R(f^h - A_h u_v^h)$ .
3. Solve  $A_H e^H = r^H$  in  $V^H$ .
4. Correct the approximation in the fine grid:  $u_v^h = u_v^h + Ie^H$ .
5. Relax  $\mu$  times  $A_h u^h = f^h$  with initial solution  $u_v^h$

The Figure 1(a) shows the scheme for the V-cycle, although there are other schemes used such as F-cycle (Figure 1(b)). The relaxation methods, such as Jacobi or Gauss-Seidel, reduce effectively only certain components of the error, in particular those components associated with the relaxer eigenvalues that are close to zero. These are called high frequency components of the error.



**Figure 1.** Algebraic Multigrid Cycles.

## 2.1 Algebraic Multigrid method

The Multigrid method is composed of two phases. In the first phase or setup phase, a multilevel hierarchy of matrices is constructed. Also, transference operators are defined. According to the setup phase, AMG are divided into two groups, methods based on interpolation techniques and methods based on aggregation techniques. The difference between these methods is the manner in which they build the partition of the connectivity graph of the input matrix and the transference operators. In our case an aggregation technique known as red/black coloring was used [6]. The second phase or solver phase consists in the application of the multigrid algorithm (see Algorithm 1) until a defined stopping criterion is reached. In our case, we present the results for a F-cycle, although V-cycle and W-cycle were successfully tested. The relaxer used for the F-cycle was Gauss-Seidel.

## 3. *OUT-OF-CORE* KERNEL DESIGN

As noted in Section §1, the implementation of the *Out-of-core* Multigrid Solver is part of the development of a software layer that will support all the *out-of-core* operations for the `UCSparseLib` library [2]. When the *out-of-core* Multigrid solver was started, the *out-of-core* kernel for basic operations with sparse matrices was already completed [3, 4], sparse matrix transposition and both the matrix-vector and the matrix-matrix product were supported efficiently by the *out-of-core* layer at that time. Also the *out-of-core* kernel was optimized to support the Cholesky factorization method [5]. Besides the AMG Solver was developed and included in the `UCSparseLib` library [7].

The setup phase of the Multigrid is mainly composed of matrix-matrix products, matrix transpose operations and the use of a direct method on the coarsest level [7], then the developed *out-of-core* kernel worked well without major modifications. But it shows up an additional requirement for the *out-of-core* layer because during the setup phase a set of matrices is generated. The solver phase of the multigrid is mainly composed of matrix-vector products. For this phase, all the problems were apparently solved because the *out-of-core* layer was prepared to compute matrix-vector products. Besides, at this point it was capable of selecting the appropriate cache parameters according to the size of the matrices involved. It was observed that the overhead, in percentage of the *out-of-core* layer, increases with the size of the input system. Then the *out-of-core* kernel was modified to have a good overlap between the computing and the disk input/output operations. For a better comprehension of this development, it is recommended to read the previous articles [3, 4, 5, 7] that present in detail the design and operation of the *out-of-core* layer.

## 4. RESULTS

To assess the *out-of-core* support, all the codes were compiled using the `gcc` compiler version 4.6.1 (`x86_64`) without optimization flags, and were run on a laptop computer 2.4GHz, Intel Core 2 Duo P8600™ dual-core processor with 4GB of RAM with the operating system GNU/Linux, kernel 3.0. The data were temporarily stored on a disk partition file system using the `ext3` file system. Swap memory was enabled (`swapon`) during all the tests.

## 4.1 Test Matrices

In order to evaluate the *Out-of-core* Algebraic Multigrid Solver, a set of 8 matrices was generated. The order  $N$  of these matrices goes from a minimum of 343,000 ( $70 \times 70 \times 70$ ) to a maximum of 2,744,000 ( $140 \times 140 \times 140$ ) with the aim of including a range of at least one order of magnitude. The input matrices for the linear solver were generated discretizing a 3D scalar elliptic operator by means of a second order  $7 - stencil$  finite differences method. To test if the solution of the linear system was correct, each test matrix was used as input  $A$  to solve the linear system  $Ax = b$ . The right hand side vector  $b$  was obtained artificially assuming that the solution to the linear system is the vector  $(1, 1, \dots, 1)^t$ .

## 4.2 Testing process

As discussed in Section §3, the *Out-of-core* Algebraic Multigrid Solver was optimized to overlap efficiently computation with I/O to offset the memory/disk latencies. To evaluate if the prefetching techniques, already implemented for the Cholesky factorization process[7] improve the runtime, the testing process was conducted in three stages:

1. Solution of the linear system  $Ax = b$  *in-core* with the *out-of-core* layer disabled. At this stage all the matrices are loaded into physical memory and the linear system is solved.
2. Solution of the linear system  $Ax = b$ , with the *out-of-core* layer enabled and without using prefetching techniques. In this stage, there is no prefetch of *nodes* (rows/cols) from the temporary files to cache while computation is performed, so the matrices are loaded into the *out-of-core* structure and the linear system is solved.
3. Linear system  $Ax = b$  is solved, with both the *out-of-core* layer and the prefetch algorithm activated. At this stage the matrices are loaded into the *out-of-core* structure and the linear system is solved. At this phase the loading, matrix transposition and matrix product processes are performed using prefetching techniques [7], which load the *slots* (rows/cols) early into the cache before the *misses* happen taking advantage of multi-core processors.

In Figure 2, the runtime behavior of the *out-of-core* layer, when the linear system is solved using the *Out-of-core* Algebraic Multigrid solver is shown. In the figure, the relationship between the *in-core* time and *out-of-core* time for the test matrices is plotted with prefetching turned on and off respectively. The ratio  $\frac{in-core\ time}{out-of-core\ time}$  is always a number less than one since  $in-core\ time < out-of-core\ time$  because of the overhead caused by the access to the disk temporary file when the *out-of-core* layer is enabled. Finally, Figure 3 shows graphically the amount of memory required by the AMG for each of the test matrices. The relationship between the memory required with the *out-of-core* layer activated and the memory required with no *out-of-core* layer was plotted for each matrix. The ratio  $\frac{in-core\ Memory}{out-of-core\ Memory}$  is always a number greater than one because only a subset of rows/col of the matrices used to solve the linear system is stored in memory when the *out-of-core* layer is enabled while in the other case all the rows/cols of the matrices are stored in physical memory.

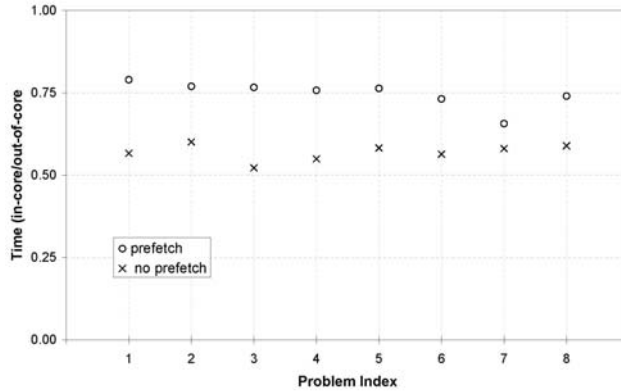


Figure 2. Runtime performance ratios (in-core/out-of-core).

### 4.3 Analysis of results

Figure 2 shows that the behavior of the execution time for solving the linear system without using the prefetch algorithm is quite uniform and tends to a value over 0.50, which means that the execution time with the *out-of-core* layer enabled tends to be less than the double of the *in-core* execution time for all the input matrices. This is mainly due to the overhead caused by the access to the temporary disk files. These files hold all of the sparse vectors that compose all the matrices involved in solving the linear system through the Algebraic Multigrid method.

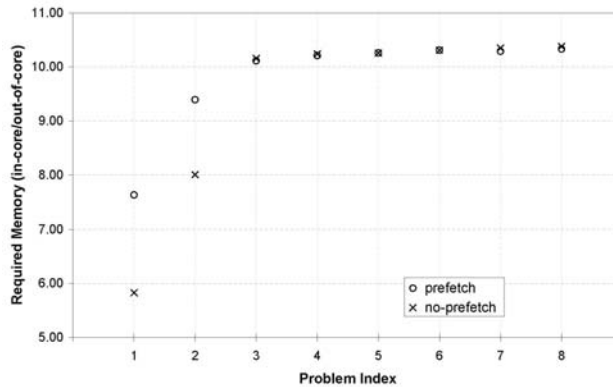


Figure 3. Required memory ratio (in-core/out-of-core).

When the results on Figure 2 are observed, they show that there is a significant improvement in execution time for all test matrices when the prefetch algorithm is enabled. All the input matrices, with the exception of the number 7 show an excellent runtime ratio around 0.75, which means that the overhead of the *out-of-core* layer is about 33%. We believe the test matrix 7 does not take advantage of the prefetch algorithm because its number of rows  $2.197.000$  is slightly above  $2^{21} = 2,097,152$ ; as we said in Section §3. The *out-of-core* kernel was tuned to select the cache parameters according for each matrix number of rows (cols) to be the nearest upper  $2^n$  value. In this case, the selected value of 22 did not get the best cache performance. Figure 3 shows the memory performance of the *out-of-core* layer. As it

can be seen in Figure 3, the prefetch algorithm only affected the results for the matrices 1 and 2 for which the prefetch algorithm allows more memory saving. With the exception of the first two test matrices, the *out-of-core* layer allowed to solve the linear system using less than 10% of the memory needed to solve the system *in-core*.

## 5. CONCLUSIONS

The *out-of-core kernel* supports efficiently the Algebraic Multigrid solver because it shows big savings in memory use, with *in-core/out-of-core* memory ratio better than 10.0 times in almost all test cases. The *out-of-core* kernel, with the auto select cache parameters algorithm, worked well in almost all the test cases. This was evident because the overhead was kept low enough for all test cases showing almost constant memory saves. The prefetching techniques developed for the Cholesky factorization, and used here for the AMG, showed to be very convenient to improve the runtime behavior.

## REFERENCES

- [1]. Brandt, A. *Multi-Level Adaptive Solutions to Boundary-Value Problems*, In Math. Comput. 31(138): 333-390, 1977.
- [2]. Larrazábal, G., *UCSparseLib: Una biblioteca numérica para resolver sistemas lineales dispersos*, Simulación Numérica y Modelado Computacional, SVMNI, TC19–TC25, ISBN:980-6745-00-0, 2004.
- [3]. Castellanos, J. and Larrazábal, G., *Implementación out-of-core para producto matriz-vector y transpuesta de matrices dispersas*, Conferencia Latinoamericana de Computación de Alto Rendimiento, Santa Marta, Colombia. Pags. 250–256. ISBN: 978–958–708–299–9, 2007.
- [4]. Castellanos, J. and Larrazábal, G., *Soporte out-of-core para operaciones básicas con matrices dispersas*, En Desarrollo y avances en metodos numéricos para ingeniería y ciencias aplicadas, Sociedad Venezolana de Métodos Numéricos en Ingeniería, Caracas, Venezuela. ISBN: 978–980–7161–00–8, 2008.
- [5]. Castellanos, J.A. and Larrazábal, G., *A Cholesky out-of-core factorization*, in Mathematical and Computer Modelling, Elsevier. Available online 13 June 2011. <http://dx.doi.org/10.1016/j.mcm.2011.05.057>.
- [6]. Kicking, F., *Algebraic Multigrid for Discrete Elliptic Second-Order Problems* Technical Report. Institute for Mathematics. Johannes Kepler University Linz. Austria. 1997.
- [7]. Castellanos, J.A. and Larrazábal, G., *An efficient implementation of an algebraic multigrid solver*, in Faraute de Ciencias y Tecnología. Facultad de Ciencias y Tecnología. Universidad de Carabobo. Volumen 5, número 1. 2010.

## AN EXPLICIT MIMETIC METHOD FOR TRANSIENT BEAM EQUATIONS<sup>†</sup>

**Freysimar Solano Feo**

**J.M. Guevara-Jordán**

*chiquiucv04@gmail.com*

*jmguevarajordan@gmail.com*

Escuela de Matemáticas, Universidad Central de Venezuela. Ciudad Universitaria, Av. Los Ilustres, Los Chaguaramos, Caracas, Venezuela.

**Otilio Rojas**

*otilio.rojas@ciens.ucv.ve*

Escuela de Computación, Universidad Central de Venezuela. Ciudad Universitaria, Av. Los Ilustres, Los Chaguaramos, Caracas, Venezuela.

**Abstract.** *We present a novel finite difference mimetic scheme for modeling motion of an elastic beam. Our formulation uses a non standard splitting of the time-dependent biharmonic host equation and combines second-order mimetic spatial differentiation with a staggered time differentiation. These features lend to our method faster convergence and higher precision than standard finite difference methods as shown by numerical experimentation. Also, numerical test reveal a wider range of stability of the former scheme.*

**Keywords:** Finite difference, Mimetic, Biharmonic, Transient, Convergence, Stability.

### 1. INTRODUCTION

Transient beam equation (TBE) models time dependent transverse vibrations of homogeneous beam problems, which has many engineering applications [1]. In addition, this equation is related to the biharmonic wave equations and the parabolic fourth order equations in higher dimensions, so it has been well studied from the mathematical and numerical point of view [2, 3].

Mimetic methods are a relatively new type of finite difference conservative schemes for solving partial differential equations. Mimetic discretizations of divergence, gradient, and rotational operators satisfy discrete versions of Green-Gauss-Stokes identity

---

<sup>†</sup> AMS subject classification:65D25, 65G99, 65M06

on general grids. They have been successfully applied on all classical second order equations of the mathematical physics. However, mimetic discretizations of main differential operators in vectorial calculus can mimic the continuous properties of those operators up to second order. This means that a scalar higher order partial differential equation, such as the TBE, cannot be directly discretized by mimetic methods. In fact such approach would produce inconsistent numerical schemes for the TBE. This article presents a novel adaptation of a second order mimetic finite difference method, [4, 5], for solving the TBE under very general boundary conditions. This adaptation produces a new explicit mimetic scheme for the TBE, which has not been reported previously in the technical literature. A description and performance analysis of this new scheme will be developed in this work.

The content of this paper is distributed in six sections. First section, this introduction. Second section gives the general description of the TBE used in this work. Third section describes main features of the second order mimetic method implemented in this work. Fourth section proposes the new mimetic explicit scheme for the TBE. Fifth section provides numerical results of a comparative studied between the new mimetic scheme and standard finite difference for solving the TBE. Finally, section six has the conclusions and recommendations.

## 2. EQUATIONS

We will develop a numerical scheme for solving the adimensional TBE

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = f \quad (1)$$

in  $I \times (0, +\infty)$  with boundary conditions

$$\frac{\partial u}{\partial x} + cu = g_o, \quad \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + c \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = g_1 \quad (2)$$

on  $\partial I$  and initial conditions

$$u = f_o, \quad \frac{\partial u}{\partial t} = f_1 \quad (3)$$

at  $t = 0$ . In these equations  $u$  represents the adimensional beam's displacement,  $I$  is an open unitary interval on the real line and it represents the beam's length,  $\partial I$  represents the two extreme points of interval  $I$  or the beam's extremes,  $c$  is a non null constant,  $f$  is a given function denoting an adimensional external force along the beam's body,  $g_o$  and  $g_1$  are known adimensional constants at the beam's extremes,  $f_o$  represents the initial adimensional position of the beam, and  $f_1$  is the beam's initial adimensional velocity. The above equations arise from the study of transient deflection of an elastic bending beam with free boundaries. The fourth order derivative in (1) is a one dimensional version of the biharmonic operator and conditions (2) are of mixed type, which have been little studied from the numerical point of view in the technical literature. Existence and uniqueness of the solution for the mixed initial-boundary value problem (1), (2), and (3) have been studied in [1, 2]. As it was mentioned in the introduction, the scalar TBE, (1), cannot be discretized by mimetic methods directly. Therefore, a change of variables is proposed

$$v = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad w = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (4)$$

to reduce equations (1), (2), and (3) into a lower order system



$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f \\ \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \end{cases} \quad (5)$$

with boundary conditions

$$v + c \frac{\partial v}{\partial x} = g_0, \quad w + c \frac{\partial w}{\partial x} = g_1 \quad (6)$$

and initial conditions

$$v = f_1, \quad w = f_0'' \quad (7)$$

Equations (5), (6), and (7) define a lower order mixed-boundary value problem, which can be discretized by any numerical method designed for second order equations. Notice that boundary and initial conditions take a simpler form under the proposed change of variable. In particular, boundary conditions are transformed into standard Robin's conditions and initial conditions eliminate the time derivatives. Equations in system (5) are very similar to heat equations, they are the best for implementing numerical methods.

### 3. REVIEW OF MIMETIC METHODS

A mimetic method provides discretizations of the divergence ( $\nabla \cdot$ ), gradient ( $\nabla$ ), and boundary operators represented by  $D$ ,  $G$ , and  $B$ , respectively, on a staggered uniform grid, such that they satisfy a discrete version of the Green-Gauss-Stoke theorem.

$$\langle Du, v \rangle_I + \langle u, Gv \rangle_P = \langle Bu, v \rangle_I \quad (8)$$

In this expression brackets represents generalized inner products of the form  $\langle x, y \rangle_P = x^T P y$  where  $P$  is definite positive matrix and  $I$  is the identity. If the block size in the staggered grid is represented by  $h$  then the truncation error then our mimetic discretization of the divergence operator verify the relation

$$(D - \nabla \cdot) = O(h^2). \quad (9)$$

Similarly, our mimetic discretization of the gradient operator satisfies a second order truncation error

$$(G - \nabla) = O(h^2). \quad (10)$$

Composition of mimetic discretizations of the gradient and divergence operators produce a second order mimetic approximation for the Laplacian ( $\Delta$ )

$$(DG - \Delta) = O(h^2). \quad (11)$$

In addition, the composition of mimetic discretizations for gradient and boundary operators produces a second order approximation for the normal derivatives ( $\partial/\partial n$ )

$$(BG - \partial/\partial n) = O(h^2). \quad (12)$$

The choice of second order mimetic discretizations for solving a fourth order partial differential equation is justified by their uniqueness on uniform staggered grids. This feature assures us that these discretizations produce the best possible second order mimetic schemes for the TBE. It should be said that higher order mimetic discretizations have been reported in the technical literature, but they are parameter dependent and there is not a clear criteria for choosing those parameters in such a way that they produce an optimum mimetic discretizations.

#### 4. NEW EXPLICIT MIMETIC SCHEME

Direct substitution of mimetic discretization of the operators, described in previous section, in the lower order system (5) and associated boundary conditions (6) produce a semidiscrete mimetic approximation for the TBE given by the following expression

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -DG \bar{w} + F, & \bar{w} + cBG \bar{w} = \bar{g}_1, & \bar{w} = F_0'' \\ \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} = DG \bar{v}, & \bar{v} + cBG \bar{v} = \bar{g}_0, & \bar{v} = F_1. \end{cases} \quad (13)$$

In the above equation, the variables  $\bar{v}, \bar{w}$  represent the semi discrete mimetic approximation to  $v, w$ , and  $\bar{g}_0, \bar{g}_1, F, F_0'', F_1$  are the projections of  $g_0, g_1, f, f_0'', f_1$  on the staggered grid. Relations in (13) define a coupled system of equations for  $v$  and  $w$ , so several choices are available for time discretizations. However, we avoid time discretizations that would lead to fully implicit schemes, because the TBE is a special type of hyperbolic equations, which are usually solved by explicit algorithm in applied problems. In order to obtain a fully discrete mimetic approximation from (13), then the time derivatives are approximated by a two level forward staggered finite difference scheme, which produce the following system

$$\begin{cases} \frac{v_i^{n+1} - v_i^n}{\delta t} = -DG w_i^n + F_i^n, & w_i^n + cBG w_i^n = \bar{g}_{i,1}^n, \\ \frac{w_i^{n+1} - w_i^n}{\delta t} = DG v_i^{n+1}, & v_i^{n+1} + cBG v_i^{n+1} = \bar{g}_{i,0}^{n+1}. \end{cases} \quad (14)$$

In this expression the super index represent the time level evaluation, while the sub index defines a generic node in the staggered grid. Initial conditions for  $v, w$  are used to solve the first equation in (14) and the second equation's solution uses the initial condition for  $w$  only. A close look to (14) reveals that the staggered forward approximation of times derivatives have produced a three level explicit scheme for solving the TBE. It has been proved that the scheme converges under appropriated time step stability restriction  $\delta t / (\delta x)^2 < 0.25$  [6]. Although the variables  $v, w$  are important the main unknown in the TBE is the displacement  $u$ , which is not an explicit variable in (14). However, the mimetic approximation to the displacement  $\{u_i^n\}$  can be easily computed by the following equation

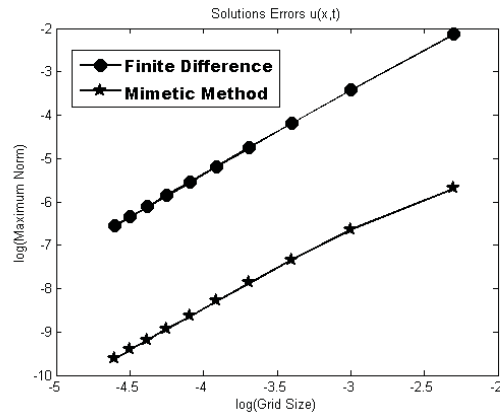
$$u_i^{n+1} = u_i^n + \delta t \left[ \frac{v_i^{n+1} - v_i^n}{2} \right]. \quad (15)$$

This expression is just an Euler's explicit approximation for the solution of the equation relating  $u$  and  $v$  in (4). The equations (14), (15), and the time step stability restriction give a description of the new mimetic explicit scheme for solving the TBE.

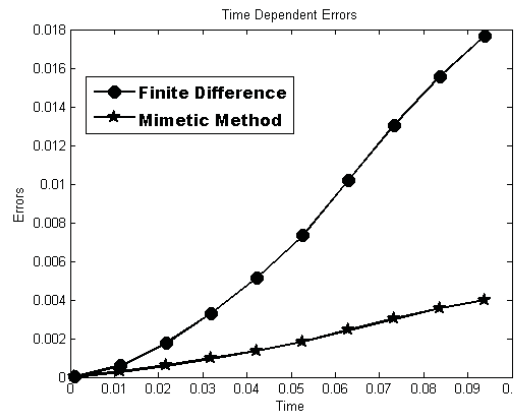
#### 5. NUMERICAL STUDY

The explicit mimetic scheme described in the previous section will be tested on a specific mixed initial-boundary value problem for the TBE. The test problem is defined by a no homogeneous TBE  $\partial^2 u / \partial t^2 + \partial^4 u / \partial x^4 = f$  on  $(0,1) \times [0,1]$ , the boundary conditions  $u \pm \partial u / \partial n = g_0$  and  $\partial^2 u / \partial x^2 \pm \partial^3 u / \partial x^3 = g_1$ , with the initial conditions  $u(x,0) = f_0$  and  $\partial u(x,0) / \partial t = f_1$ . The right hand side of those equations are easily

evaluated by direct substitution its analytic solution  $u(x,t) = e^{-t}(\cos(\pi^2 t) + \text{sen}(\pi^2 t))\text{sen}(\pi x)$ . This test problem was solved by the new explicit mimetic scheme and the standard finite difference method based on ghost point at the boundary. The numerical errors in both schemes were recorded with final solution at time  $t = 1$  and as a function of time in the interval  $[0, 0.1]$ . The errors were computed in the maximum norm. Figure 1 provides the graphical display of these errors for the new mimetic scheme represented by stars, and the standard finite difference method given by circles.



(a)



(b)

**Figure 1:** (a) Error in the maximum norm at  $t = 1$  as a function of grid size. (b) Error in the maximum norm as a function of time.

In Figure 1 (a) shows the maximum errors at the time  $t = 1$  as a function of grid size. Logarithm scales are implemented in both axes to allow the visual evaluation of the convergence rate in space. It is observed that the slope of both curve are almost equal so the mimetic and the finite difference methods have approximately the same convergence rate. However, the errors for the new mimetic explicit scheme are at least two orders of magnitude better than those obtained with the standard finite difference method.

Figure 1 (b) describes the time evolution of the errors in the interval  $[0, 0.1]$ . It says that the errors obtained with the new mimetic scheme are always smaller than those of the standard finite difference method. At the time  $t = 0.1$  the error associated to the mimetic scheme is one order of magnitude better than standard finite difference errors. In this case the difference in errors is smaller than in Figure 1 (a) because the very short time interval used to produce Figure 1 (b). Errors in Figure 1 (b) may lead to think that they will grow indefinitely as a function of time. However, that will not be the case, because the oscillatory character of the solution will produce an upper bound for the errors along all the integration domain.

## 6. CONCLUSIONS

A new explicit mimetic scheme for the solution of the TBE has been presented. The scheme was adapted to a second order system of equations equivalent to the original TBE. Such transformation of the TBE is needed because mimetic methods have been designed for solving up to second order partial differential equations. Full description of the new explicit mimetic scheme was given along with its Courant-Friedrich-Lewy condition for stability. It is relatively easy to implement fully implicit or time weight mimetic schemes for the TBE. However, we have designed a completely explicit scheme, which is the best adapted for parallel implementations. Numerical result of a very simple test problem gives evidence that the new mimetic explicit scheme produce better approximations than standard finite difference method based on a ghost point formulation. This result confirms that the mimetic method developed in [4,5] produces better numerical scheme for static and transient partial differential equations in the context of general Robin's boundary value problems. Evaluation of this new scheme in higher dimension has been investigated in [6] in the context of the biharmonic wave equation.

## REFERENCES

- [1] S. Timoshenko and J. Goodier, "*Theory of Elasticity*", McGraw-Hill, New York, 1970.
- [2] A.N. Tikhonov and A.A. Samarskii, "*Equations of Mathematical Physics*", Pergamon Press, New York, 1963.
- [3] W.F. Ames, "*Numerical Methods for Partial Differential Equations*", Academic Press, New York, 1992.
- [4] J.E. Castillo and M. Yasuda, Linear system arising for second order mimetic divergence and gradient discretizations, *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 4, 2005.
- [5] J.M. Guevara-Jordan, S. Rojas, M. Freites-Villegas, and J.E. Castillo, Convergence of a Mimetic Finite Difference Method for Static Diffusion Equations, *Advances in Difference Equations*, 2007.
- [6] F. Solano Feo, "*Un Esquema Mimético de Diferencias Finitas para la Ecuación de Onda Biarmónica*", Thesis, Dpto. of Mathematics, Universidad Central de Venezuela, 2010.

## SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LAS ECUACIONES DE STOKES EN 2D.

**Orozco T. José A.**

**Cadenas R. Carlos E.**

*manshes\_88@hotmail.com*

*ccadenas@uc.edu.ve*

Departamento de Matemática, FACYT. Universidad de Carabobo - Venezuela.

**Resumen.** *En el siguiente trabajo se utilizan los métodos de Elementos Finitos Galerkin Continuo (GC) de Alto Orden y Diferencias Finitas Escalonadas, para resolver las ecuaciones de Stokes en 2D. Se desarrollaron los algoritmos necesarios para los métodos mencionados y luego se realizó una comparación entre ellos. Para el método de Elementos Finitos se realizó una forma híbrida (simbólico-numérico) para obtener la discretización de las matrices de rigidez y convección. Se utilizaron problemas clásicos a fines de realizar estudios de convergencia para dichos métodos.*

**Palabras Claves:** Stokes, Elementos Finitos, Diferencias Finitas.

### 1. INTRODUCCIÓN

En esta sección se presenta la formulación formal del problema y se proporciona una breve reseña histórica de las ecuaciones de Stokes.

#### 1.1. Planteamiento del Problema

El sistema de ecuaciones de Stokes

$$-\nu \nabla^2 \vec{u} + \nabla p = \vec{f} \quad \text{en } \Omega \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (2)$$

es un sistema de segundo orden, donde las incógnitas son la velocidad  $\vec{u}$  y la presión  $p$ , las cuales son muy utilizadas para modelar el flujo de fluidos. La ecuación (1) representa la conservación de momento, y la ecuación (2), la conservación de la masa, la cual es llamada restricción de incompresibilidad.

## 1.2. Antecedentes

En 1978, V. Girault [1], planteó una formulación equivalente de las ecuaciones de Stokes que se deriva de utilizar métodos de Elementos Finitos Mixtos de orden arbitrario. En 1984, John C. Strikwerda [2], presentó un esquema en diferencias finitas tanto para las ecuaciones de Stokes como para las de Navier-Stokes incompresibles, con un número de Reynolds bajo. En 1997, M.A. Ol'shanskii [3], garantizó en espacios bi y tridimensionales, para el problema de Stokes con condiciones de contorno en el campo de velocidades, que el complemento de Schur correspondiente es el operador identidad. En 1997, Wen Bai [4], propuso dos métodos por Elementos Finitos Mixtos para las ecuaciones de Stokes en 2D. En 2009, C. Pozrikidis [5], recomienda el uso de diferencias finitas escalonadas para la resolución de las ecuaciones de Stokes.

## 1.3. Objetivo General

Desarrollar herramientas computacionales que permitan resolver las ecuaciones de Stokes en 2D por medio del Método Elementos Finitos Rectangulares, utilizando una forma híbrida (Simbólico-Numérico) y compararlo con el Método de Diferencias Finitas Escalonadas.

## 2. MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS ESCALONADAS

### 2.1. Mallado Escalonado

El mallado escalonado se compone de dos mallas superpuestas. Las líneas de la cuadrícula en la malla principal están representadas por las líneas continuas, y las líneas de la cuadrícula en la malla secundaria están representadas por las líneas discontinuas. La malla principal se ajusta a la frontera física del flujo (Figura: 1).

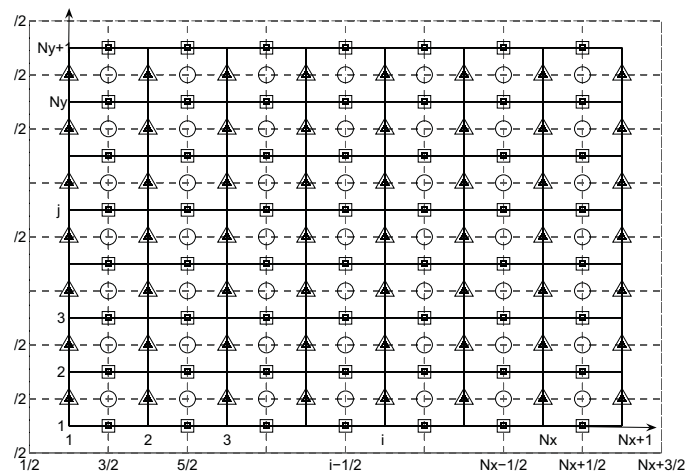


Figura 1: Mallado Escalonado,  $\Delta$  componente  $x$  de la velocidad,  $\square$  componente  $y$  de la velocidad,  $\circ$  presión

### 2.1.1. Ecuaciones y Discretización

Sean  $u$  y  $v$  las componentes de la velocidad y  $p$  la presión. Al discretizar las ecuaciones, se obtiene:

$$f_{i,j-\frac{1}{2}}^1 = -\nu \left( \frac{u_{i+1,j-\frac{1}{2}} - 2u_{i,j-\frac{1}{2}} + u_{i-1,j-\frac{1}{2}}}{(\Delta x)^2} + \frac{u_{i,j+\frac{1}{2}} - 2u_{i,j-\frac{1}{2}} + u_{i,j-\frac{3}{2}}}{(\Delta y)^2} \right) + \frac{p_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} - p_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{\Delta x} \quad (3)$$

$$f_{i-\frac{1}{2}}^2 = -\nu \left( \frac{v_{i+\frac{1}{2},j} - 2v_{i-\frac{1}{2},j} + v_{i-\frac{3}{2},j}}{(\Delta x)^2} + \frac{v_{i-\frac{1}{2}} - 2v_{i-\frac{1}{2}} + v_{i-\frac{1}{2},j-1}}{(\Delta y)^2} \right) + \frac{p_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - p_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{\Delta y} \quad (4)$$

$$0 = \frac{u_{i,j-\frac{1}{2}} - u_{i-1,j-\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{v_{i-\frac{1}{2},j} - v_{i-\frac{1}{2},j-1}}{\Delta y} \quad (5)$$

Para imponer las condiciones de frontera, se utiliza el procedimiento dado en Pozrikidis [5], donde se usa un método de extrapolación

## 3. MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS GC

En esta sección se presenta el método de Elementos Finitos Galerkin Continuo presentado por Elman[6], usando una forma híbrida (Simbólico-Numérico) para obtener las matrices de rigidez y convección asociadas a las ecuaciones de Stokes. Sean los espacios de Sobolev,

$$\mathbf{H}_E^1 = \{ \vec{u} \in \mathcal{H}^1(\Omega)^d \mid \vec{u} = \vec{w} \text{ en } \partial\Omega_D \}, \quad (6)$$

$$\mathbf{H}_{E_0}^1 = \{ \vec{v} \in \mathcal{H}^1(\Omega)^d \mid \vec{v} = \vec{0} \text{ en } \partial\Omega_D \}, \quad (7)$$

El problema se reduce a: Encontrar  $\vec{u} \in \mathbf{H}_E^1$  y  $p \in L_2(\Omega)$  tal que

$$\int_{\Omega} \nabla \vec{u} : \nabla \vec{v} \, d\Omega - \int_{\Omega} p \nabla \cdot \vec{v} \, d\Omega = \int_{\Omega} \vec{f} \cdot \vec{v} \, d\Omega + \int_{\partial\Omega_N} \vec{s} \cdot \vec{v} \, d\partial\Omega \quad \forall \vec{v} \in \mathbf{H}_{E_0}^1, \quad (8)$$

$$\int_{\Omega} q \nabla \cdot \vec{u} \, d\Omega = 0 \quad \forall q \in L_2(\Omega). \quad (9)$$

### 3.1. Aproximación por Elementos Finitos

Partiendo la formulación débil descrita anteriormente y definida mediante espacios de dimensión finita  $\mathbf{X}_0^h \subset \mathbf{H}_{E_0}^1$  y  $M^h \subset L_2(\Omega)$ . La aproximación por Elementos Finitos  $\vec{u}_h \in \mathbf{X}_E^h$  esta asociada únicamente con el vector  $\mathbf{u} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_{n_u})^T$  de coeficientes reales en la expansión,

$$\vec{u}_h = \sum_{j=1}^{n_u} \mathbf{u}_j \vec{\phi}_j + \sum_{j=n_u+1}^{n_u+n_\partial} \mathbf{u}_j \vec{\phi}_j, \quad (10)$$

con  $\sum_{j=1}^{n_u} \mathbf{u}_j \vec{\phi}_j \in \mathbf{X}_0^h$  y donde  $(\vec{\phi}_1, \vec{\phi}_2, \dots, \vec{\phi}_{n_u})$  es una base de este espacio y  $n_u$  su dimensión. Una vez discretizadas dichas ecuaciones se pueden expresar como un sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{C}^T \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{g} \end{bmatrix} \quad (11)$$

donde  $\mathbf{K}$  es la matriz de rigidez,  $\mathbf{C}$  la matriz de convección,  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{p}$  las incógnitas, y  $\mathbf{f}$  y  $\mathbf{g}$  el lado derecho del sistema de ecuaciones.

### 3.1.1. Construcción de la Matriz de Rigidez ( $K$ )

Tomando en consideración la forma bilineal:  $\mathbf{K} = [k_{rm}]$ ,  $k_{rm} = \int_{\Omega} \nabla \vec{\phi}_r : \nabla \vec{\phi}_m$ ,  $K_{r,m} = \int_{\Omega_e} (\nabla \phi_r(x, y))^T \nabla \phi_m(x, y) dx dy$ , donde  $r$  y  $m$  son naturales. Se aplican las transformaciones

$$\nabla \phi_r(x, y) = (J^{-1} \cdot \nabla \phi_r(\xi, \eta)) \quad y \quad \nabla \phi_m(x, y) = (J^{-1} \cdot \nabla \phi_m(\xi, \eta)), \quad (12)$$

siendo  $dx dy = |J| d\xi d\eta$

$$K_{r,m} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (J^{-1} \cdot \nabla \phi_r(\xi, \eta))^T \cdot J^{-1} \cdot \nabla \phi_m(\xi, \eta) |J| d\xi d\eta \quad (13)$$

Colocando  $\phi_r(\xi, \eta) = \psi_{i_1}(\xi) \psi_{j_1}(\eta)$ ,  $\phi_m(\xi, \eta) = \psi_{i_2}(\xi) \psi_{j_2}(\eta)$ , donde las  $\psi$  son las funciones de interpolación de Lagrange en la dirección dada. Luego de simplificar se obtiene:

$$\begin{aligned} K_{r,m} &= \frac{J_{22}^2}{|J|} \int_{-1}^1 \frac{\partial}{\partial \xi} \psi_{i_1}(\xi) \frac{\partial}{\partial \xi} \psi_{i_2}(\xi) d\xi \cdot \int_{-1}^1 \psi_{j_1}(\eta) \psi_{j_2}(\eta) d\eta \\ &+ \frac{J_{11}^2}{|J|} \int_{-1}^1 \frac{\partial}{\partial \eta} \psi_{j_1}(\eta) \frac{\partial}{\partial \eta} \psi_{j_2}(\eta) d\eta \cdot \int_{-1}^1 \psi_{i_1}(\xi) \psi_{i_2}(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (14)$$

donde  $J_{11}^{-1}$  y  $J_{22}^{-1}$  son los elementos de la diagonal de la matriz inversa de la jacobiana.

### 3.1.2. Construcción de la Matriz de Convección ( $C$ )

$$\mathbf{C} = [c_{rm}], \quad c_{rm} = \int_{\Omega} \psi_r \nabla \cdot \vec{\phi}_m = \int_{\Omega_e} \phi_m(x, y) \nabla \cdot \phi_r(x, y) dx dy \quad (15)$$

Sustituyendo a la divergencia y sabiendo que:

$$\frac{\partial}{\partial k} \phi_r(x, y) = \frac{\partial}{\partial \xi} \phi_r(\xi, \eta) \frac{\partial \xi}{\partial k} + \frac{\partial}{\partial \eta} \phi_r(\xi, \eta) \frac{\partial \eta}{\partial k} = \nabla \phi(\xi, \eta) \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial k} \\ \frac{\partial \eta}{\partial k} \end{pmatrix}; \quad k = x, y \quad (16)$$

como  $dx dy = |J| d\xi d\eta$ . Después de simplificar se obtiene,

$$\begin{aligned} C_{r,m} &= |J|^2 J_{11}^{-1} \int_{-1}^1 \psi_{i_1}(\xi) \frac{\partial}{\partial \xi} \psi_{i_2}(\xi) d\xi \cdot \int_{-1}^1 \psi_{j_1}(\eta) \psi_{j_2}(\eta) d\eta \\ &+ |J|^2 J_{22}^{-1} \int_{-1}^1 \psi_{j_1}(\eta) \frac{\partial}{\partial \eta} \psi_{j_2}(\eta) d\eta \cdot \int_{-1}^1 \psi_{i_1}(\xi) \psi_{i_2}(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (17)$$



las ecuaciones (14) y (17) son calculadas usando la librería simbólica de *MatLab*<sup>®</sup>.

#### 4. RESULTADOS

**Ejemplo:** Resolver las ecuaciones de Stokes (1) y (2) en el dominio  $\Omega_{\square} = (0, 1) \times (0, 1)$ , con  $\nu = 1$  y  $\vec{f} = (0, 0)$ , considerando  $u(x, 1) = 1$ ,  $u(x, 0) = v(1, y) = v(0, y) = 0$ . *Solución:* Al utilizar las mallas de tamaño  $2 \times 2$ ,  $4 \times 4$ ,  $8 \times 8$ ,  $16 \times 16$ ,  $32 \times 32$  y  $64 \times 64$  se calcula el error mediante la ecuación  $E = \text{máx}\|u_i - u_i^h\|$ ,  $\forall i \in I$ ; donde  $u_i^h$  es la velocidad calculada,  $u_i$  es la velocidad obtenida con la malla más fina ( $64 \times 64$ ) y el conjunto de índices de los nodos,  $I$ . En la figura 2, se presenta la solución para una malla  $64 \times 64$  la cual se considerará como la solución exacta.

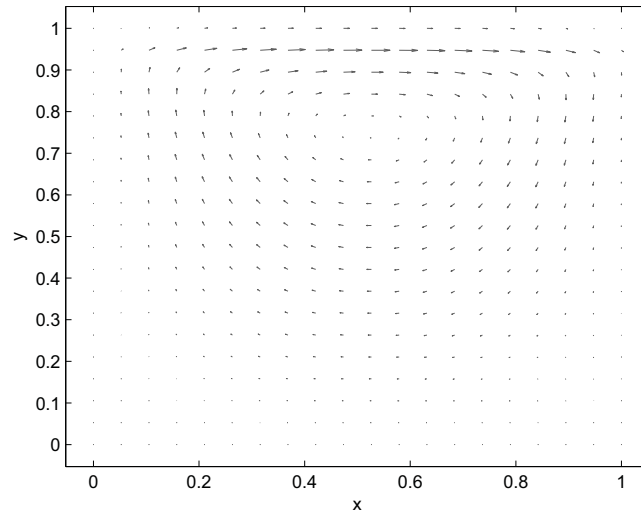


Figura 2: Gráfica de las soluciones exactas del ejemplo

Al aproximar por los métodos Diferencias Finitas Escalonadas y Elementos Finitos Galerkin Continuo se obtuvo los siguientes resultados:

n	$\ E_n(u)\ _{\text{máx}}$	Orden(u)	$\ E_n(v)\ _{\text{máx}}$	Orden(v)
2	$8,6347 \times 10^{-1}$	-	$8,3758 \times 10^{-2}$	-
4	$6,8699 \times 10^{-1}$	0.32986	$2,0527 \times 10^{-1}$	-1.2932
8	$5,8327 \times 10^{-1}$	0.23613	$2,0530 \times 10^{-1}$	-0.0002183
16	$4,5622 \times 10^{-1}$	0.35443	$1,7562 \times 10^{-1}$	0.22528
32	$2,3766 \times 10^{-1}$	0.94083	$1,0175 \times 10^{-1}$	0.78743

Cuadro 1: Convergencia para  $u$  y  $v$ , por el Método DF escalonado

#### 5. CONCLUSIÓN

Se implemento el código para grado genérico, tanto para la matriz de rigidez y convección, en forma simbólica, luego se ensambló la matriz global y se procede a resolver las ecuaciones

n	$\ E_n(u)\ _{máx}$	Orden(u)	$\ E_n(v)\ _{máx}$	Orden(v)
2	$2,1548 \times 10^{-1}$	-	$1,2640 \times 10^{-1}$	-
4	$1,7265 \times 10^{-1}$	0.31970	$1,4303 \times 10^{-1}$	-0.71832
8	$1,5150 \times 10^{-1}$	0.18853	$1,2205 \times 10^{-1}$	0.22885
16	$1,0838 \times 10^{-1}$	0.48322	$9,0168 \times 10^{-2}$	0.43678

Cuadro 2: Convergencia para  $u$  y  $v$ , por el método EF Galerkin Continuo, con  $p = 2$ 

n	$\ E_n(u)\ _{máx}$	Orden(u)	$\ E_n(v)\ _{máx}$	Orden(v)
2	$1,7296 \times 10^{-1}$	-	$1,5838 \times 10^{-1}$	-
4	$1,5528 \times 10^{-1}$	0.15551	$1,5166 \times 10^{-1}$	0.062516
8	$1,3088 \times 10^{-1}$	0.24666	$1,2829 \times 10^{-1}$	0.24145
16	$9,4906 \times 10^{-2}$	0.46367	$8,905 \times 10^{-2}$	0.66513

Cuadro 3: Convergencia para  $u$  y  $v$ , por el método EF Galerkin Continuo, con  $= 3$ 

lineales con las herramientas que posee *MatLab*<sup>®</sup>. Se calculan dichas matrices para diferentes grados de los polinomios que interpolan tanto la presión como la velocidad. Por eso en el ejemplo numérico se pueden usar los elementos generalizados del tipo Taylor-Hood ( $Q_{p+1}Q_p$ ), los cuales proporcionaron en pruebas previamente realizadas una mejor y más confiable aproximación a las soluciones de las Ecuaciones de Stokes que en el caso ( $Q_pQ_p$ ). En base a diversas pruebas realizadas este código de Elementos Finitos Simbólico-Numérico, se muestra competitivo con respecto al método de Diferencias Finitas Escalonadas

## REFERENCIAS

- [1] V. Girault. *A Mixed Finite Element Method for the Stationary Stokes Equations*. SIAM Journal on Numerical Analysis, 534–555, 1978.
- [2] John C. Strikwerda. *Finite Difference Methods for the Stokes and Navier Stokes Equations*. SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 5(1):56–68, 1984.
- [3] M A Ol'shanskii. *On the Stokes problem with model boundary conditions*. Sbornik: Mathematics, 188(4):603–4620, 1997.
- [4] Wen Bai. *The quadrilateral Mini finite element for the Stokes problem*. Elsevier Science S.A., pages 41–47, 1997.
- [5] C. Pozrikidis. *Fluid Dynamics: Theory, Computation, and Numerical Simulation*, Springer, 2009.
- [6] Howard C. Elman y David J. Silvester y Andrew J. Wathe. *Finite Elements and Fast Iterative Solvers*. Oxford University, 2005.

## USO DE MÉTODOS TIPO GRADIENTE ESPECTRAL PARA GENERAR MALLAS 2D DE CUADRILÁTEROS ALINEADAS A FRONTERAS INTERNAS COMPLEJAS DE YACIMIENTOS PETROLÍFEROS.

**Juan C. Valido M.**

**Oswaldo J. Jiménez P.**

**Saúl E. Buitrago B.**

*juanot5@hotmail.com*

*oswjimenez@usb.ve*

*sssibuitrago@gmail.com*

Dpto. Cómputo Científico y Estadística, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela.

**Resumen.** *En la resolución numérica de los sistemas de ecuaciones diferenciales parciales, asociados a las ecuaciones del flujo de fluidos en medios porosos heterogéneos, es necesario generar mallas de cuadriláteros que se ajusten a las estructuras o formas internas presentes en el yacimiento petrolífero, a fin de predecir de manera más precisa la producción de petróleo en el yacimiento. Ejemplos de estas estructuras internas son: fronteras entre tipos de suelos, canales preferenciales de flujo, zonas con alto contraste de permeabilidad, sistemas de fallas, etc. El correcto modelado de este tipo de estructuras pasa por la generación de mallas que se ajusten a las mismas. Una manera de alcanzar este objetivo es mediante la solución de un sistema diferencial parcial elíptico usando diferencias finitas [1]. En este sentido, Borregales et. al. [2] propusieron un método basado en este sistema diferencial elíptico, con el cual se logra generar una malla bidimensional de cuadriláteros no ortogonales que se ajustan a un conjunto de fronteras internas de complejidad moderada. Esta metodología condujo a un sistema de ecuaciones no lineales de gran dimensión, cuya resolución numérica se llevó a cabo a través de un método iterativo tipo Newton, anidado con un método tipo GMRES para resolver el sistema lineal asociado. El objetivo del presente trabajo consiste en usar métodos tipo gradiente espectral para resolver directamente el sistema no lineal, en lugar de usar dos métodos iterativos anidados. Se comparan los resultados obtenidos con ambas metodologías en cuanto a tiempo de cómputo y número de iteraciones. De manera preliminar se pudo constatar que el método de gradiente espectral produce resultados satisfactorios, principalmente en cuanto a la cantidad de iteraciones requeridas.*

**Palabras clave:** Simulación numérica de yacimientos, Generación de mallas, Mallas de cuadriláteros no ortogonales, Fronteras internas complejas, Gradiente espectral proyectado.

## 1. INTRODUCCIÓN

El modelado numérico del flujo de fluidos en medios porosos heterogéneos se basa en la resolución numérica de las ecuaciones diferenciales parciales que rigen este fenómeno. Esta resolución requiere del uso de mallas que se ajusten a las estructuras internas presentes en el yacimiento petrolífero, lo cual debe permitir predecir con mayor precisión la producción de petróleo en el yacimiento. Ejemplos de estructuras internas de interés son: fronteras entre tipos de suelo diferentes, canales preferenciales de flujo, zonas de alto contraste de permeabilidad, sistemas de fallas, etc. Por esta razón, la generación de mallas que se ajusten a las estructuras internas de un yacimiento es un tema de importancia en el ámbito petrolero, específicamente en el modelado numérico de yacimientos petrolíferos. Desde el punto de vista del modelo, se supone que el yacimiento y sus fronteras internas quedan descritos por un conjunto de líneas poligonales abiertas y cerradas, siendo la frontera externa del yacimiento un polígono cerrado, en particular un rectángulo en el caso de los ejemplos considerados en este trabajo. Una manera de generar mallas que se ajusten a las líneas poligonales internas al yacimiento consiste en la resolución de un sistema diferencial parcial elíptico usando diferencias finitas, tal como se plantea en [1]. Esta metodología fue implementada en los trabajos de Álvarez et al. [3] y Borregales et al. [2], en los cuales fue necesario resolver un sistema de ecuaciones no lineales de gran dimensión. La manera de resolver este sistema en [2-3] consistió en el uso de dos métodos iterativos anidados, específicamente Newton y GMRES. En el presente trabajo se propone el uso de un método del tipo gradiente espectral [4] para resolver directamente el sistema no lineal.

## 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En este trabajo se consideran yacimientos rectangulares. Se denominan fronteras internas del yacimiento a los bordes de las estructuras internas presentes en el yacimiento (fallas, barreras, canales, estratos, entre otras). Se quiere generar mallas para el yacimiento dado conformadas únicamente por cuadriláteros. La malla debe reflejar la configuración interna del yacimiento, para lo cual la misma debe poseer las siguientes características: (1) ser conforme, esto es, que sea una partición del dominio bidimensional y que la intersección de dos cuadriláteros cualesquiera sea un vértice, un lado o vacío (nunca una porción de un lado), (2) ser no estructurada, lo cual significa que los cuadriláteros que conforman la malla no tienen por qué ser rectángulos, y (3) apoyarse en las fronteras internas.

Las fronteras internas serán representadas mediante cuatro tipos de poligonales (véase [1-3]). Líneas poligonales abiertas internas al dominio, las cuales serán denotadas por IAC, por sus siglas en inglés Internal Alignment Curves. Líneas poligonales abiertas o IAC extendidas hasta las fronteras del dominio, que se denotarán de ahora en adelante por SIAC, por sus siglas en inglés Spanned IAC. Poligonales cerradas convexas, las cuales serán denotadas por QIAC, por sus siglas en inglés Quadrilateral IAC. Éstas estarán representadas únicamente por cuadriláteros. Cuadriláteros interceptados, denotados por IQIAC, por sus siglas en inglés Intersected QIAC.

En [2] se implementó en MATLAB los siguientes pasos para la generación de la malla deseada.

1. Generación de una malla inicial estructurada cartesiana uniforme.
2. Reubicación global de los nodos de la malla inicial correspondiente a las SIAC presentes originales.
3. Reubicación local de los nodos de la malla para cada subdominio de QIAC.
4. Reubicación local de los nodos de la malla para cada subdominio de IQIAC.
5. Suavizado general

Hay que hacer notar que en los pasos 2 al 4 están involucrados procesos de suavizado de la malla para corregir el solapamiento de ésta que aparece al reubicar sus nodos.

El proceso de suavizado busca reubicar, de manera suave, los nodos de la malla superpuesta para lograr obtener una malla conforme, no estructurada y adaptada a las fronteras internas del dominio. Esto se logró resolviendo un sistema de dos ecuaciones diferenciales en derivadas parciales elípticas, cuyas condiciones de borde corresponden a las posiciones de los nodos fijos (los que están sobre las fronteras internas o en la frontera externa del dominio). El problema radicó entonces en resolver numéricamente el sistema de ecuaciones diferenciales elípticas planteado mediante aproximaciones por diferencias finitas, lo cual condujo a un sistema de ecuaciones no lineales. Dicho sistema fue resuelto en [2] mediante el método iterativo de Newton. Adicionalmente se usó el método GMRES con reinicio y preconditionamiento LU incompleto para resolver el sistema lineal ralo que aparece en cada iteración de Newton. El preconditionamiento fue necesario porque los números de condición de las matrices de los sistemas lineales eran altos, incluso en mallas no tan densas.

El objetivo de este trabajo consiste en usar métodos tipo gradiente espectral para resolver directamente el sistema de ecuaciones no lineales, en lugar de usar dos métodos iterativos anidados.

### 3. RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA

La transformación general  $g$  del plano suavizado  $(x, y)$  al plano superpuesto  $(\xi, \eta)$  está dada por  $\xi = \xi(x, y)$ ,  $\eta = \eta(x, y)$ . De manera similar la transformación inversa de  $g$  está dada por  $x = x(\xi, \eta)$ ,  $y = y(\xi, \eta)$ . Las derivadas son transformadas como sigue

$$\begin{pmatrix} g_\xi \\ g_\eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_\xi & y_\xi \\ x_\eta & y_\eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_x \\ g_y \end{pmatrix}. \quad (1)$$

El sistema de ecuaciones diferenciales elípticas asociado al proceso de suavizado de la malla es el siguiente

$$\begin{cases} \alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} = 0 \\ \alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

donde  $\alpha = x_\eta^2 + y_\eta^2$ ,  $\beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta$ ,  $\gamma = x_\xi^2 + y_\xi^2$  y con condiciones de frontera tipo Dirichlet.

La discretización mediante diferencias finitas de (2) genera un sistema de ecuaciones no lineales  $F(v) = 0$ , donde  $F : R^n \rightarrow R^n$  y el vector  $v$  representa las coordenadas finales de cada uno de los

nodos de la malla. Este sistema se resuelve numéricamente usando el algoritmo SANE (Spectral Approach for Nonlinear Equations) (véase [4]). El método de solución está basado en técnicas de minimización sin restricciones, donde la función objetivo involucrada es  $f(v) = F(v)^t F(v)$ . Lo determinante de esta técnica es la combinación entre la dirección de búsqueda ( $d_k = \pm F_k$ ) y una búsqueda lineal no monótona la cual involucra una interpolación cuadrática. La matriz jacobiana  $J$  de  $F$  es, en general, no simétrica y de gran tamaño.

Formalmente el algoritmo SANE implementado en lenguaje Fortan se presenta a continuación (véase [4]).

---



---

#### Algoritmo SANE

Sean  $\alpha_0 \in \mathbb{R}$ ,  $M \geq 0$ ,  $\gamma > 0$  y  $0 < \sigma_1 < \sigma_2 < 1$ ,  $0 < \varepsilon < 1$  y  $\delta \in [\varepsilon, \frac{1}{\varepsilon}]$ .

Sea  $v_0 \in \mathbb{R}^n$  el iterado inicial y  $k = 0$ .

paso 1: Si  $\|F_k\| = 0$ , detenga el proceso.

paso 2: Si  $\frac{|F_k^t J_k F_k|}{F_k^t F_k} < \varepsilon$ , detenga el proceso.

paso 3: Si  $\alpha_k \leq \varepsilon$  ó  $\alpha_k \geq \frac{1}{\varepsilon}$ , entonces haga  $\alpha_k = \delta$ .

paso 4: Sea  $sgn_k = sgn(F_k^t J_k F_k)$  y  $d_k = -sgn_k F_k$ .

paso 5: Sea  $\lambda = \frac{1}{\alpha_k}$ .

paso 6: Si  $f(v_k + \lambda d_k) \leq \max_{0 \leq j \leq \min\{k, M\}} f(v_{k-j}) + 2\gamma\lambda F_k^t J_k d_k$ , siga al paso 8.

paso 7: Escoja  $\sigma \in [\sigma_1, \sigma_2]$ , y  $\lambda = \sigma\lambda$ . Luego siga al paso 6.

paso 8: Haga  $\lambda_k = \lambda$ ,  $v_{k+1} = v_k + \lambda_k d_k$ ,  $w_k = F_{k+1} - F_k$ .

paso 9: Asigne  $\alpha_{k+1} = sgn_k \left( \frac{d_k^t y_k}{\lambda_k d_k^t d_k} \right)$ ,  $k = k + 1$  y regrese al paso 1.

---

Dado que la metodología para la generación de mallas se implementó en ambiente MATLAB, tal como se mencionó en la sección 2, y el algoritmo SANE para resolver el sistema no lineal está programado en lenguaje Fortan, se recurrió a la interfaz MEX de MATLAB como forma de acoplar ambos desarrollos. La interfaz MEX permite usar subrutinas y/o funciones creadas, probadas y verificadas en sus ambientes nativos (Fortan o C), como si fueran funciones escritas en MATLAB.

El uso de la rutina SANE requiere de la construcción de otra rutina, de nombre evalF, en la cual se especifica la manera de evaluar la función  $F$ . Es de hacer notar que el sistema de ecuaciones no lineales cambia con cada problema, ya que depende de las fronteras internas inherentes a éste. Esto condujo a la programación en ambiente MATLAB de un ensamblador para la rutina evalF en lenguaje Fortran.

La interfaz para SANE consta de cuatro rutinas: mexFunction, sane, ls y evalF, todas dentro de un archivo de nombre sane.f. Este se compila desde el ambiente MATLAB, generando un archivo de nombre sane.dll, el cual podrá ser invocado como una función estándar de MATLAB. Esta es la función que se usa desde el generador de mallas para resolver el sistema de ecuaciones no lineales. Finalmente, la metodología de generación de mallas expuesta en la sección 2, fue modificada en el sentido de realizar un sólo proceso de suavizado al final (paso 5), eliminando los suavizados de los pasos 2 al 4.

## 4. RESULTADOS

Los cuatro ejemplos que se presentan en esta sección corresponden a yacimientos rectangulares. Las fronteras internas a ser consideradas son SIAC, QIAC, IQIAC y combinaciones de ellas. El ejemplo 1 contempla dos SIAC horizontales y una vertical, el ejemplo 2 consta de una QIAC, el ejemplo 3 contiene 3 QIAC (véase Fig.1(a)) y el ejemplo 4 contempla tres SIAC, una QIAC y una IQIAC (véase Fig.2(a)). En la Tabla 1 se comparan los resultados obtenidos con la metodología propuesta en este trabajo y la presentada en [2].

**Tabla 1.** Comparación de los resultados para los métodos SANE y Newton-GMRES

Ejemplos	Método	$\ F\ _2$	$\ M_1 - M_2\ _\infty$	Tiempo	Iteraciones
Ejemplo 1	N-GMRES	$2,0425 \times 10^{-1}$	$1,2917 \times 10^{-1}$	0,9840 seg	8N / 8 GMRES
	SANE	$2,0430 \times 10^{-1}$		0,1100 seg	185
Ejemplo 2	N-GMRES	$2,4367 \times 10^{-2}$	$1,6463 \times 10^{-2}$	0,5310 seg	6N / 6GMRES
	SANE	$2,4414 \times 10^{-2}$		0,0310 seg	107
Ejemplo 3 (Fig.1(b))	N-GMRES	$6,2817 \times 10^{-1}$	$3,3206 \times 10^{-1}$	1,2970 seg	24N / 24GMRES
	SANE	$5,3339 \times 10^{-1}$		0,0780 seg	93
Ejemplo 4 (Fig.2(b))	N-GMRES	$2,6808 \times 10^{-3}$	2,3241	54,6710 seg	55N / 55GMRES
	SANE	$2,8194 \times 10^{-3}$		0,4530 seg	152

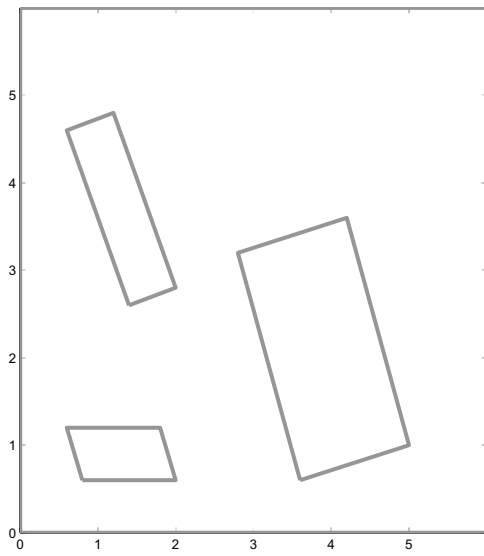
En la Tabla 1, se tiene que  $\|F\|_2$  corresponde a la norma 2 de la función  $F$  y  $\|M_1 - M_2\|_\infty$  corresponde a la norma infinito del vector diferencia de las coordenadas de las mallas obtenidas con las dos metodologías. Adicionalmente, N-GMRES quiere decir el método de Newton, anidado con un método tipo GMRES.

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

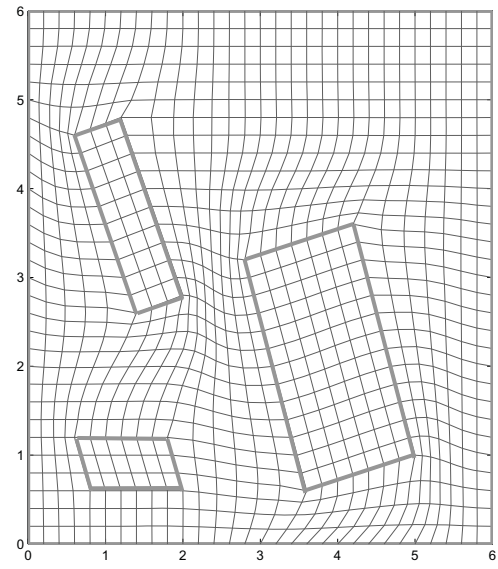
El algoritmo SANE es una opción robusta para resolver el sistema no lineal asociado a la metodología de generación de mallas 2D de cuadriláteros adaptadas a fronteras internas. La interfaz MEX de MATLAB permite agilizar los procesos de cálculo intensivo apoyados en desarrollos previos en lenguajes compilados como Fortran y C. Los resultados obtenidos sugieren la conveniencia de migrar el desarrollo del generador de mallas al lenguaje Fortran.

## REFERENCIAS

- [1]. Hyman, J.M., Li, S., Knupp, P., Shashkov, M., An algorithm for aligning a quadrilateral grid with internal boundaries, *Journal of Computational Physics*, Vol. 163, pp. 133-149, 2002.
- [2]. Borregales, M., Jiménez, O., Buitrago, S., Generación de mallas de cuadriláteros para yacimientos bidimensionales con fronteras internas complejas. Memorias del VI Encuentro Colombia-Venezuela de Estadística, VIII Jornadas de Aplicaciones Matemáticas, ISBN: 978-980-12-4063-1, Valencia, Venezuela, 2009.
- [3]. Álvarez, A., Jiménez, O., Buitrago, S., Generación de mallas 2D conformes no estructuradas de cuadriláteros, para dominios con fronteras internas. Memorias de las VII Jornadas de Aplicaciones Matemáticas, UC, Valencia, Edo. Carabobo, mayo 2008.
- [4]. La Cruz, W., Raydan, M., Nonmonotone spectral methods for large-scale nonlinear systems, *Optimization Methods and Software*, Vol. 18, No. 5, pp. 583-599, octubre 2003.

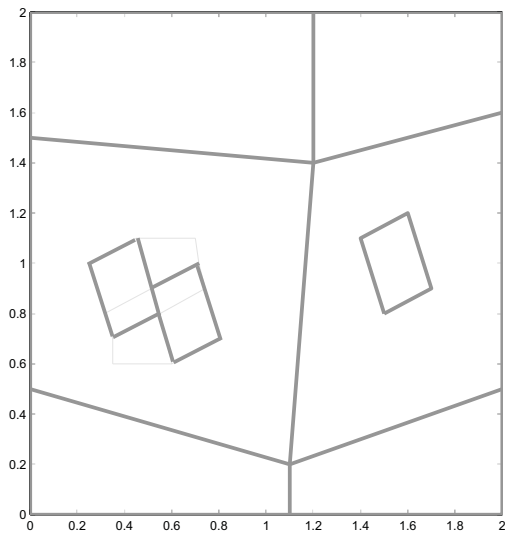


(a)

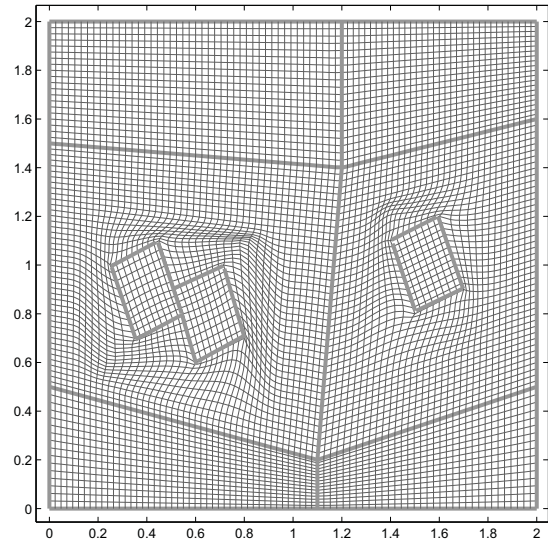


(b)

Figura 1: Ejemplo 3. (a) tres QIAC. (b) mallado honrando las fronteras internas.



(a)



(b)

Figura 2: Ejemplo 4. (a) tres SIAC, una QIAC y una IQIAC. (b) mallado alineado resultante.



## EL MÉTODO DE GRADIENTE CONJUGADO PROYECTADO PRECONDICIONADO (PPCG) EN OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES

**Leobardo Valera**

**Miguel Argaez**

*lvalera@unimet.edu.ve*

Escuela de Matemáticas, Facultad de Ciencias y Artes, Universidad Metropolitana, Caracas-Venezuela  
*mar@math.utep.edu*

Department of Mathematical Sciences, University of Texas at El Paso, Texas-EEUU

**Brigida Molina**

*brigida.molina@ciens.ucv.ve*

Centro de Cálculo Científico y Tecnológico (CCCT), Escuela de Computación, Facultad de Ciencias,  
Universidad Central de Venezuela

**Abstract.** *En este trabajo se propone utilizar el algoritmo gradiente conjugado proyectado precondicionado (PPCG) para resolver un problema de minimización cuadrática con restricciones de igualdad. Para acelerar la velocidad de convergencia del método de gradiente conjugado proyectado (PCG), se plantea precondicionar el sistema KKT usando la factorización incompleta de Cholesky del Hessiano de la función objetivo. Finalmente se muestran algunos resultados numéricos que se obtienen al resolver varios problemas de la librería CUTEr, usando el algoritmo PCG y su versión precondicionada PPCG, los cuales muestran la efectividad del algoritmo.*

**Key words:** Gradiente Conjugado, Precondicionador, Gradiente Conjugado Proyectado, Métodos Iterativos, Espacios de Krilov

### 1. INTRODUCCIÓN

Problemas de optimización lineal con restricciones de igualdad surgen en muchas y variadas aplicaciones entre otras en economía, en la solución de ecuaciones diferenciales parciales para materiales incomprensibles, en la recuperación de señales de entrada. Un problema de optimización cuadrática con restricciones de igualdad tiene la forma:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & \frac{1}{2}x^T Gx + g^T x \\ \text{sujeto a} \quad & Ax = b \end{aligned} \tag{1}$$

donde  $G \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es una matriz simétrica,  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  con  $m < n$ , es una matriz de rango completo,  $g \in \mathbb{R}^n$ ,  $b \in \mathbb{R}^m$  son vectores dados,  $x \in \mathbb{R}^n$  es el vector a determinar. Las condiciones necesarias y

suficientes para resolver (1) son  $A$  sea de rango completo y  $G$  sea definida positiva sobre el núcleo de  $A$ . Resolver (1) es equivalente a resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales, llamado las condiciones Karush-Kuhn-Tucker (KKT)

$$\begin{pmatrix} G & A^T \\ A & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -g \\ b \end{pmatrix}, \quad (2)$$

donde  $y \in \mathbb{R}^m$  es el multiplicador de Lagrange.

Este tipo de sistemas aparecen en muchas investigaciones en ciencia e ingeniería. Resolver este problema eficientemente es la línea de investigación actual [3, 4, 5]. Benzi et al. en [3] presenta un estudio exhaustivo de este problema.

Uno de los propósitos de este artículo es divulgar los trabajos de investigación del Profesor Argaez en el área **PCG**, y presentar nuevas líneas de investigación donde se resuelva el sistema eficientemente sin la necesidad del almacenarlo [1, 2]. La idea fundamental del PCG es conseguir una solución particular para las restricciones lineales y luego buscar la solución del problema moviéndose en una variedad afín determinada por la solución particular y el subespacio generado por el núcleo de  $A$ .

La solución particular es determinada por la solución de norma mínima, la cual está en el espacio fila de la matriz  $A$ . Luego el problema se reduce a encontrar la solución de un sistema lineal positivo definida sobre el núcleo de  $A$ , este sistema lineal es llamada ecuación proyectada. Para resolver la ecuación proyectada aplicamos el algoritmo **CG** el cual nos garantiza la solución en  $n - m$  iteraciones trabajando en aritmética infinita. El algoritmo tiene la propiedad que cada iteración satisface las restricciones de igualdad del problema (1), la sucesión de aproximaciones a la solución, y la sucesión de residuos son estrictamente crecientes y estrictamente decrecientes en norma euclídeana, respectivamente.

En [2] se demuestra que un buen preconditionador para la información de segundo orden del problema produce un buen preconditionador para el algoritmo PCG, esto es, basta con encontrar una buena aproximación de  $G$ .

En este trabajo proponemos seleccionar, para resolver el problema (2), al método PPCG usando como preconditionador a la factorización incompleta de Cholesky del Hessiano de la función objetivo.

El artículo está organizado de la siguiente manera: en la sección 2. se hace una breve revisión de como encontrar la solución de un problema de optimización cuadrática con restricciones lineales de forma directa; posteriormente, en esa misma sección, se plantea el mismo problema pero ahora en función de un operador proyección sobre el espacio nulo de  $A$  para finalizar la sección con la descripción del método gradiente conjugado proyectado y se muestra el algoritmo (**PCG**) [2]. En la sección 3. se presenta el algoritmo gradiente conjugado proyectado preconditionado. En la sección 4. se presentan los resultados numéricos al resolver problemas de la librería CUTER usando el algoritmo **PCG** es sus versiones sin preconditionar y preconditionado. En la sección 5. se proponen algunas líneas de investigación que se pueden estudiar. Las conclusiones se hacen en la sección 6..

## 2. GRADIENTE CONJUGADO PROYECTADO (PCG)

El objetivo de esta sección es presentar el método Gradiente Conjugado Proyectado para resolver problemas de minimización cuadrática con restricciones de igualdad propuesto en [2].

Consideremos el problema (2). Si  $A$  es de rango completo, entonces las columnas de  $A^T$  son linealmente independientes y generan un subespacio de dimensión  $m$  de  $\mathbb{R}^n$ . Si consideramos ahora  $Z$ , una base del espacio nulo de  $A$ , dicho subespacio tendrá dimensión  $n - m$  y  $[A^T Z]$  forma una base de  $\mathbb{R}^n$ .

Supongamos ahora que  $x$  es la solución de (1), entonces,

$$x = A^T x^* + Zw. \quad (3)$$

De la ecuación (3) podemos concluir que  $x$  es la suma de dos vectores; además, multiplicando a la expresión anterior por  $A$ , se tiene que:

$$b = Ax = A(A^T x^*) + A(Zw) = A(A^T x^*) + (AZ)w = A(A^T)x^* \quad (4)$$

es decir,  $x_p = A^T x^*$  es una solución particular de  $Ax = b$  y  $x_h = Zw \in N(A)$ , donde  $N(A)$  es el espacio nulo de  $A$ . Así, la solución  $x$  puede expresarse como:

$$x = x_p + x_h. \quad (5)$$

Por otra parte, como  $A$  es de rango completo con  $m < n$ , se tiene que  $AA^T$  es simétrica definida positiva, por lo tanto, es invertible y así de la expresión (4) se obtiene que:

$$\begin{aligned} x^* &= (AA^T)^{-1}b \\ x_p &= A^T(AA^T)^{-1}b \\ x_h &= (I - A^T(AA^T)^{-1}A)w \quad \text{para } w \in \mathbb{R}^n. \end{aligned}$$

Observe que  $P = I - A^T(AA^T)^{-1}A$ , es una proyección ortogonal sobre el espacio nulo de  $A$ .

Una vez que se halla  $x_p$ , se puede resolver el sistema aumentado (2) en términos de  $x_h$  e  $y$ . En efecto, sustituyendo (5), junto con las expresiones obtenidas para  $x_p$  y  $x_h$  en (2) y realizando algunas manipulaciones algebraicas, el sistema aumentado se reduce a la siguiente ecuación:

$$Gx_h + A^T y = -(g + Gx_p). \quad (6)$$

Resolviendo para  $y$ , se obtiene que:

$$y = -(AA^T)^{-1}Ag - (AA^T)^{-1}AGx_p - (AA^T)^{-1}AGx_h. \quad (7)$$

Luego, sustituyendo (7) en (6) se deduce la siguiente ecuación proyectada:

$$PGx_h = -P(Gx_p + g)$$

donde  $P = I - A^T(AA^T)^{-1}A$ . Finalmente, usando  $P$  en la expresión anterior, ésta puede ser reescrita como:

$$PGPw = -P(Gx_p + g) \quad (8)$$

donde  $Pw = x_h$  para algun  $w \in \mathbb{R}^n$ .

En [2] se demuestra que la ecuación proyectada (8) tiene una única solución en el espacio nulo de  $A$  y ésta es la solución de norma mínima; además, como  $G$  es simétrica definida positiva sobre el espacio nulo de  $A$ , se propone obtener dicha solución a usando el método de gradiente conjugado [9] para el sistema (8) con iterado inicial cualquier vector en el espacio nulo de  $A$ . Una de las ventajas de este procedimiento es que las soluciones aproximadas, las direcciones y los vectores residuales permanecen en el espacio nulo de  $A$ . Más aún, en aritmética exacta, el algoritmo encuentra la solución en a lo sumo  $n - m$  iteraciones puesto que  $PGP$  tiene máximo  $n - m$  autovalores diferentes de cero.

El algoritmo **Gradiente Conjugado Proyectado (PCG)** se presenta en **Algoritmo 1**.

---

**Algoritmo 1** Algoritmo Gradiente Conjugado Proyectado. **PCG**

---

<b>Requiere:</b> $G, A, b, g, \varepsilon, maxiter$	<b>Salida:</b> $x, y$
1. $(AA^T)^{-1}b$	2. $f = Gx + g$
3. $y = -(AA^T)^{-1}Af$	4. $r = -(f + A^T y)$
5. <b>if</b> $\ r\  < \varepsilon$	6. devolver: $x, y$ alto, terminar programa <b>end if</b>
7. $d = r$	8. $\beta_n = r^T r$
9. <b>for</b> $i = 1$ hasta $maxiter$	10. $\alpha_d = d^T Gd$
11. $x = x + \frac{\beta_n}{\alpha_d} d$	12. $f = Gx + g$
13. $y = -(AA^T)^{-1}Af$	14. $r = -(f + A^T y)$
15. <b>if</b> $\ r\  < \varepsilon$	16. devolver: $x, y$ alto, terminar programa <b>end if</b>
17. $\beta_d = \beta_n$	18. $\beta_d = \beta_n$
19. $\beta_d = \beta_n$	20. $\beta_n = r^T r$
21. $d = r + \frac{\beta_n}{\beta_d} d$	22. <b>end for</b>
23. devolver $x, y$	

---

### 3. PRECONDICIONAMIENTO

Un procedimiento para acelerar la velocidad de convergencia del método iterativo **PCG** es mejorar la distribución de los autovalores de la matriz  $PGP$  o reducir su número de condición [6, 7]. Además, los preconditionadores deben ser seleccionados de tal manera que se explote la estructura y la esparcidad de las matrices involucradas en el problema.

Argaéz [2] demostró que  $PMP$  es un buen preconditionador para el sistema (8) si  $M$  es una buena aproximación para la matriz  $G$ . La demostración se basó en aproximar a la inversa Moore-Penrose de la matriz  $PGP$  del sistema (8) por la inversa de Moore-Penrose para la matriz  $PMP$ . Definiendo  $N = M - G$ , se demuestra que mientras mayor reducción se logre en  $\|N\|$  se mejora la calidad del preconditionador  $PMP$  para el sistema (8) y esto también implica una mejora de calidad de  $M$  como un preconditioner para  $G$ ; por lo tanto, las propiedades y estructura de  $G$  son importantes para la elección de preconditionadores adecuados para el algoritmo de **PCG**.

El algoritmo Gradiente Conjugado Proyectado Precondicionado (**PPCG**) es el mismo **Algoritmo 1** pero en su versión preconditionada.

En [2], se proponen como aproximaciones para  $G$  las siguientes:

1.  $M = D + \tau$ , donde  $D$  es la matriz diagonal de  $G$  y  $\tau$  es un escalar dado.
2.  $M = \frac{1}{\omega(2-\omega)}(D+\omega L)D^{-1}(D+\omega L^T)$ , donde  $D$  y  $L$  son la matriz diagonal y la parte triangular estricta de  $G$ , respectivamente. El escalar  $\omega$  es el paraámetro de sobrerrelajación del método de SOR y debe ser seleccionado de tal manera que  $0 < \omega < 2$ .

Aún cuando los resultados obtenidos con estos dos preconditionadores en [2] fueron bastante satisfactorios, ellos son bastante básicos. En este trabajo proponemos utilizar como preconditionador para  $G$  a la matriz  $M = \tilde{L}\tilde{L}^T$ , donde  $\tilde{L}$  es el factor de Cholesky incompleto para la matriz  $G$  con el mismo patrón de esparcidad que la parte inferior de  $G$ .

#### 4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Los experimentos numéricos fueron implementados en una computadora Intel(R) Core(TM) i3-2330M CPU @ 2.20GHz 2.20 GHz, con 2.70 GB de memoria Ram. Los algoritmos fueron implementados en MatLab R2008b. Se usó como criterio de parada  $|Gx + A^T y + g| < 1e - 6$  y el tiempo es medido en segundos. Los problemas seleccionados para las pruebas fueron obtenidos de la colección CUTer [8].

Problema	$m$	$n$	PCG		PPCG		$\ Gx + A^T y + g\ $
			it	$t$ seg.	it	$t$ seg.	
DUAL1	1	85	141	0.044	2	0.004	8.24e-07
DUAL2	1	96	66	0.024	2	0.004	6.55e-07
DUAL3	1	111	56	0.022	2	0.005	7.06e-07
DUAL4	1	75	29	0.011	2	0.003	7.52e-07
GENHS28	4900	5000	100	0.434	3	0.025	2.97e-11
MOSARQP1	700	2500	12	0.013	5	0.010	4.50e-07
MOSARQP2	600	900	17	0.018	6	0.011	7.38e-07
STCQP2	2052	4097	111	0.306	44	0.169	9.39e-07

Table 1: Tamaño de los bloques, número de iteraciones requeridas por PCG y PPCG para satisfacer el criterio de parada, tiempo de CPU y norma de los residuales  $\|Gx + A^T y + g\|$  para los diferentes problemas de prueba

En la tabla (1) se comparan los tiempos de convergencia y el número de iteraciones para algunos problemas de la colección CUTer. El preconditionador utilizado para el algoritmo (??) fue  $M = \tilde{L}\tilde{L}^T$ , donde  $\tilde{L}$  es el factor de Cholesky incompleto para  $G$  con con el mismo patrón de esparcidad que la parte inferior de  $G$ . En los resultados mostrados en la tabla (1) se observa que se reduce de CPU desde un 24% para el problema MOSARQP1 hasta un 91% para el problema DUAL1, cuando se resuelve el sistema usando el algoritmo **PPCG** en lugar de **PCG**.

#### 5. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

A pesar de que el **PCG** tiene una buena rata de convergencia,  $n - m$  iteraciones, tiene el inconveniente de almacenar la matriz asociada a las restricciones de igualdad. En algunas aplicaciones

el tamaño de la matriz  $A$  es tan grande que supera la capacidad de almacenamiento del hardware o la matriz  $A$  no se conoce explícitamente, como en el caso de procesamiento de señales. Por lo tanto proponemos resolver los problemas de mínimos cuadrados asociados al problema usando métodos iterativos, como por ejemplo, **CG**. Como el almacenamiento de  $A$  ya no es un obstáculo, podemos usar  $(PMP)^\dagger$  como preconditionador con una matriz  $M$  lo más cercana a  $G$ .

## 6. CONCLUSIONES

Basados en los resultados numéricos presentados en la tabla (1) observamos que preconditionando con una proyección ortogonal usando una factorización incompleta de Choleski de  $G$ , del algoritmo (**PPCG**) mejora de manera significativa los resultados obtenidos del algoritmo (**PCG**).

## REFERENCES

- [1] M. Argaez, H. Klie, M. Rame, and R. A. Tapia, *An interior point Krylov-orthogonal projection method for nonlinear programming*. Talk presented at the Fifth SIAM Conference on Optimization, Victoria, Canada, 1996.
- [2] M. Argáez, *A projected conjugate gradient algorithm for KKT systems*, Tech. Rep. TR01-2010. Mathematical Sciences Dept. University of Texas at El Paso.
- [3] M. Benzi, G. H. Golub and J. Liesen, *Numerical solution of saddle point problems*, Acta Numerica, Vol. 14, pp. 1-137, 2005.
- [4] D. P. Bertsekas, *Nonlinear Programming*, Athena Scientific, 2th, 1999.
- [5] Z. Cao, *Fast Uzawa algorithm for generalized saddle point problems*, Appl. Numer. Math., Vol. 46, No. 2, pp. 157-171, 2003.
- [6] D. De Cecchis, H. López and B. Molina, *Técnicas de Precondicionamiento de los Métodos de Krylov para la Discretización del Problema Stokes Generalizado*, Proceedings VIII International Congress on Numerical Methods in Engineering and Applied Sciences, pp. TM1-TM7, 2006.
- [7] D. De Cecchis, H. López and B. Molina, *FGMRES Preconditioning by Symmetric/skew-symmetric Decomposition of Generalized Stokes Problems*, Mathematics and Computers in Simulation, Vol. 79, No. 6, pp. 1862-1877, 2009.
- [8] N. I. M. Gould, D. Orban and Ph. L. Toint, *CUTEr (and SifDec), a Constrained and Unconstrained Testing Environment, Revisited*, Tech. Report TR/PA/01/04, CERFACS, Toulouse, France, 2001.
- [9] M.R. Hestenes and E.L. Stiefel, *Methods of conjugate gradients for solving linear systems*, J. Res. Nat. Bur. Stand., Vol. 49, pp. 409-436, 1952.

## SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO TRANSIENTE DE TRANSPORTE ADVECTIVO USANDO SUPG/SD E GLS/ST

**Neyva Maria Lopes Romeiro**

**Paulo Laerte Natti**

*nromeiro@uel.br*

*plnatti@uel.br*

Dpto de Matemática/CCE/UUEL, Cx.P. 6001, Cep: 86051-990, Londrina, Paraná, Brasil

**Rigoberto Gregorio Sanabria de Castro**

*sanabria@uenf.br*

Laboratório de Ciências Matemáticas, UENF, Av. Alberto Lamego, 2000, Cep: 28015-620,  
Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, Brasil.

**Resumo.** Grande parte das incertezas quanto às previsões da solução da equação de transporte é devido à presença predominante do termo advectivo que tem uma forte influência sobre a estabilidade e precisão dos métodos aproximados. Tradicionalmente, equações deste tipo são resolvidas usando o método de diferenças finitas ou o de elementos finitos semi-discreto baseado no método de Galerkin. O método de Galerkin quando aplicado a problemas predominantemente advectivos perde estabilidade gerando oscilações espúrias perto das camadas limites, ou de descontinuidades da solução. Para contornar a perda de estabilidade, o operador Streamline-Upwind/Petrov-Galerkin [1] é adicionado ao método de Galerkin com resultados satisfatórios [2, 3]. Alternativamente às semi-discretizações, nos últimos tempos trabalhou-se na idéia de considerar funções base descontínuas no tempo, dando lugar ao método de Galerkin descontínuo no tempo, aplicado em cada fatia espaço-tempo. Assim, uma extensão à formulação semi-discreta Streamline-Upwind/Petrov-Galerkin (SUPG/SD) é a formulação totalmente discreta estabilizada no espaço-tempo, chamada Galerkin/mínimos quadrados espaço-tempo (GLS/ST) [4, 5]. Com o intuito de estabelecer uma metodologia que seja mais precisa e adequada para resolver equações de transporte, apresenta-se neste trabalho uma análise quanto à estabilidade dos métodos SUPG/SD e GLS/ST para a equação transiente de transporte advectivo e uma avaliação do erro realizando uma inspeção da norma  $L_2$ . Os resultados numéricos dos modelos são obtidos a partir da modelagem bidimensional da equação transiente de transporte advectivo-difusivo-reativo. Os resultados demonstram que o GLS/ST apresenta melhores resultados que o SUPG/SD, proporcionando estabilidade e ótimas taxas de convergência ainda quando se utiliza passos de tempo maiores.

**Palavras-chave:** Equação de transporte, Elementos Finitos, SUPG, Mínimos quadrados

## 1. MODELO MATEMÁTICO

O modelo a ser resolvido, considerando  $\Omega \in \mathfrak{R}^2$  o domínio do problema, refere-se a: encontrar um  $C(\mathbf{x}, t)$  com  $\mathbf{x} \in \overline{\Omega} \in \mathfrak{R}^2$  e  $t \in I = (0, T)$  tal que:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{q} \cdot \nabla C - \nabla \cdot (\mathbf{D} \cdot \nabla C) = -KC \quad \text{em } \Omega \times I \quad (1)$$

$$\text{C.I. } C(\mathbf{x}, 0) = C_o(\mathbf{x}), \text{ para } x \in \Omega \quad \text{C.F. } C(\mathbf{x}, t) = 0 \text{ para } x \in \partial\Omega, t \in I \quad (2)$$

onde  $C$  é a concentração,  $t$  a variável temporal,  $\mathbf{q} = (u, v)$  é o vetor de velocidade nas direções  $x$  e

$y$ , respectivamente,  $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_x & 0 \\ 0 & D_y \end{bmatrix}$  representa a matriz de dispersão sendo  $D_x$  e  $D_y$  os coeficientes das difusões nas respectivas direções  $x$  e  $y$ ,  $K$  é o parâmetro cinético linear que descreve o processo de remoção e  $T$  o tempo definido no problema.

## 2. METODOLOGIAS NUMÉRICAS

### 2.1 Elementos finitos semi-discreto (SUPG/SD)

Aplicando o esquema implícito do método de diferenças finitas na Eq. (1), obtém-se:

$$\frac{C^{n+1} - C^n}{\Delta t} + \mathbf{q}^n \cdot \nabla C^{n+1} - \nabla \cdot (\mathbf{D} \cdot \nabla C^{n+1}) + KC^{n+1} = 0, \quad n = 0, 1, \dots, N_t \quad (3)$$

em seguida utiliza-se o método SUPG na Eq. (3), do que se obtém o problema equivalente a: encontrar  $C^{n+1} \in M_h^l(T_h)$  tal que  $B(C_h^n, v_h) = F(v_h)$ ,  $\forall v_h \in M_h^l(T_h)$  em que

$$\begin{aligned} B(C_h^{n+1}, v_h) &= (1-K)(C_h^{n+1}, v_h)_\Omega + \Delta t (\mathbf{q}^n \cdot \nabla C_h^{n+1}, v_h)_\Omega + \Delta t (\mathbf{D} \cdot \nabla C_h^{n+1}, \nabla v_h)_\Omega \\ &\quad + \sum_{\Omega^e \in T_h} (1-K)(C_h^{n+1} + \Delta t \mathbf{q}^n \cdot \nabla C_h^{n+1} - \Delta t \mathbf{D} \cdot \nabla C_h^{n+1}, \delta \nabla v_h)_{\Omega^e} \end{aligned} \quad (4)$$

sendo  $M_h^l(T_h)$  o espaço dos elementos finitos de funções polinomiais por partes, de ordem menor ou igual a  $l$ ,  $l \geq 1$ , em cada elemento  $\Omega^e \in T_h$ , onde  $T_h$  é uma partição de  $\Omega$ . O operador  $(\cdot, \cdot)_\Omega$  denota o produto interno em  $L^2(\Omega)$ , e  $\delta = O(h)$  um parâmetro estabilizador, dado por

$$\delta = \begin{cases} \alpha h^e, & P_e \geq 1 \\ 2 \|u\|, & 0 < P_e < 1 \\ 0, & \end{cases} \quad (5)$$

onde  $\alpha = \min\left(\frac{P_e}{3}, 1\right)$  é o parâmetro de *upwind*,  $P_e$  é o número de *Péclet* do elemento, calculado

por,  $P_e = \frac{1}{2} \frac{\|\mathbf{q}\| h^e}{|\mathbf{q}^T \mathbf{D} \mathbf{q}|}$ , com  $h^e = \sqrt{A}$ , sendo o tamanho característico do elemento e  $A$  a área do

elemento.



## 2.2 Elementos finitos espaço-tempo (GLS/ST)

O método de Galerkin/mínimos quadrados espaço-tempo (GLS/ST) é aplicado em cada fatia espaço-tempo  $Q_n = \Omega \times I_n$ , onde  $I_n = (t_{n+1}, t_n)$  e  $\Delta t = t_{n+1} - t_n$  é o  $n$ -ésimo passo local do tempo. Deste modo, para cada  $n = 0, 1, \dots, N_t$  o problema original, apresentado na Eq. (1), segundo sua formulação completamente discretizada, é equivalente ao problema: encontrar  $C^h \in M_h^{n,k}(Q_n)$  tal que:  $IB(C^h, \eta^h) = IF(\eta^h), \forall \eta^h \in M_h^{n,k}(Q_n)$  em que:

$$IB(C^h, \eta^h) = -(C^h, \eta_t^h)_{Q_n} + (\mathbf{q} \cdot \nabla C^h + KC^h, \eta^h)_{Q_n} + (\mathbf{D} \cdot \nabla C^{n+1}, \nabla v_h)_{Q_n} + \sum_{Q_n^e \in T_n^h} (LC^h, \tau L \eta^h)_{Q_n^e} + (C^h(t_{n+1}^-), \eta^h(t_{n+1}^-))_{\Omega} \quad (6)$$

$$IF(\eta^h) = (C^h(t_n^-), \eta(t_n^+))_{\Omega} \quad (7)$$

$$LC^h = \frac{\partial C^h}{\partial t} + \mathbf{q} \cdot \nabla C^h - \nabla \cdot (\mathbf{D} \cdot \nabla C^h) + KC^h. \quad (8)$$

Neste caso  $T_n^h(Q_n) = \{Q_n^e\}_e$ , onde  $Q_n^e = \Omega^e \times I_n$  corresponde à subdivisão de  $Q_n$  indexada por  $h$ , com  $h = \max\{h^*, \Delta t\}$  e  $h^*$  representando o diâmetro máximo dos elementos  $\Omega^e \in T_h(\Omega)$ ,  $M_h^{n,k}(Q_n)$  é o espaço dos elementos finitos espaço-tempo de funções polinomiais por partes de ordem menor ou igual a  $k$ ,  $k \geq 1$  e, analogamente à formulação semi-discreta. Tem-se na Eq. (6) o parâmetro estabilizador denotado por  $\tau = O(h, \Delta t)$  e representado por [6]

$$\tau = \left( \left( \frac{2}{\Delta t} \right)^2 + \left( \frac{2\|\mathbf{q}\|}{h} \right)^2 + 9 \left( \frac{4D}{h^2} \right)^2 \right)^{-1/2}, \quad (9)$$

cuja discretização conduz a um sistema algébrico de equações em cada passo de tempo, que é resolvida com uma classe de algoritmos *preditor-multicorretor*. Em (9),  $D = \max\{D_x, D_y\}$  é considerado como sendo o maior valor entre as difusões.

## 3. TESTE NUMÉRICO

Para avaliar o desempenho das metodologias descritas neste trabalho, será considerado no teste um número de Peclet grande ( $P_e = \infty$ ) e o número de Courant, este calculado por

$$C_r = \left( \frac{|u|}{\Delta x} + \frac{|v|}{\Delta y} \right) \Delta t, \quad (10)$$

sendo  $u$  e  $v$  as componentes do vetor de velocidade,  $\Delta x$  e  $\Delta y$  o comprimento característico na direções  $x$  e  $y$ , respectivamente, e  $\Delta t$  o intervalo de tempo. Esta avaliação será dada para  $\mathbf{q} = (1, 0) \text{ md}^{-1}$ ,  $D_x = 2 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ d}^{-1}$ ,  $D_y = 2 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ d}^{-1}$ ,  $K = 0.1 \text{ d}^{-1}$

Elementos triangulares serão empregados em toda a discretização do problema bidimensional, onde este será resolvido sob uma malha  $256 \times 128$  em  $0 \leq x \leq 2$  e  $0 \leq y \leq 1$  para diferentes intervalos de tempo  $\Delta t$ , em particular escolhe  $\Delta t = 0.02$ ,  $\Delta t = 0.008$  e  $\Delta t = 0.004$ , com os respectivos números de Courant dados por  $C_r = 2.56$ ,  $1.024$  e  $0.512$ . O passo de tempo

requerido em cada caso foi de 40, 120 e 200 para um tempo total de  $t = 0.8$  d. Além disto, apresenta uma análise da estabilidade e convergência dos métodos para o teste numérico e inclui a avaliação de erro realizando uma inspeção da norma  $L_2$ .

### 3.1 Exemplo: Equação Transiente de Transporte Advectivo

Resultados da distribuição gaussiana do problema de transporte advectivo-difusivo-reactivo, Eq. (1), com condições na fronteira do tipo  $C(0,t) = C(2,t) = 0$  e a condição

inicial  $C_0(\mathbf{x}) = C_0(x)$ , dada por  $C_0(x) = \exp\left[-\left(\frac{x-x_0}{l}\right)^2\right]$ , com  $x_0 = 0.25$  e  $l = 0.04$ ,

encontram-se apresentados na Figura 1. Os resultados foram obtidos usando os métodos SUPG/SD e GLS/ST para problema de transporte advectivo-difusivo-reactivo predominantemente advectivo,  $P_e = \infty$  e  $C_r = 2.56, 1.024$  e  $0.512$

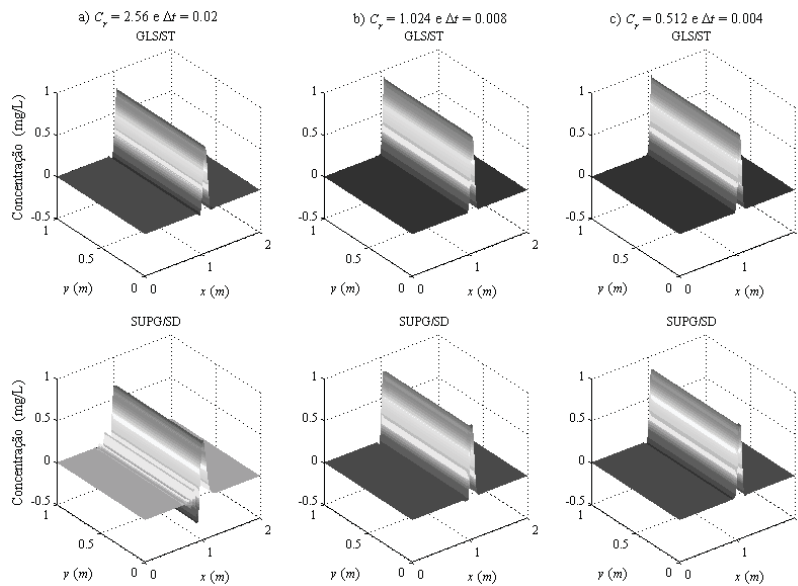


Figura 1: GLS/ST (linha superior) e SUPG/SD (linha inferior), para  $P_e = \infty$

Observa-se na Figura 1 que os resultados da formulação semi discreta (SUPG/SD) são mais dissipativo e dispersivo em relação à formulação espaço-tempo (GLS/ST) para o problema apresentado,  $P_e = \infty$ , e valores de Courant maiores que 1. Entretanto, os resultados da formulação semi-discreta mostram significativas melhoras quando o intervalo de tempo é refinado, ou seja, quando diminui o número de Courant, como pode ser verificado nas Figuras 1 a-c (linha inferior). Para uma análise mais precisa sobre a estabilidade dos métodos, apresenta-se resultados dos modelos numéricos utilizando um corte da solução ao longo da linha  $y = 0.3125$  comparando-os com a solução analítica apresentada por Donea e Huerta [7]. Observe-se que os dados utilizados nos modelos reproduzem as condições de um modelo unidimensional, pois considerou na direção  $y$  a velocidade nula e uma difusão de ordem  $10^{-10}$ , e considerou-se

também condição inicial dependendo apenas da variação espacial  $x$ . Tais resultados encontram ilustrados na Figura 2, onde o perfil inicial  $t = 0$  foi propagado até  $t = 0.8 d$ .

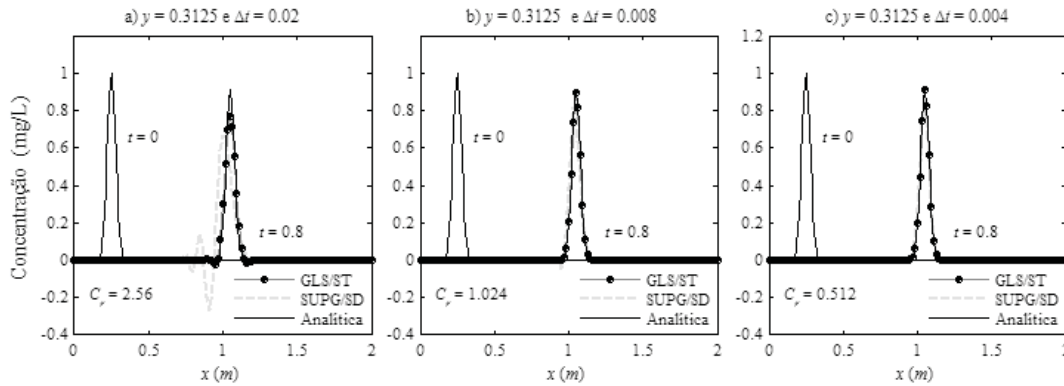


Figura 2: Comparação entre os resultados numéricos e analítico utilizando um corte ao longo da linha  $y = 0.3125$  para: a)  $C_r = 2.56$ , b)  $C_r = 1.024$  e c)  $C_r = 0.512$ .

A Figura 2 confirma os resultados apresentados na Figura 1. Observa-se que, de fato, os resultados do SUPG/SD são mais dissipativo e dispersivo em relação ao GLS/ST, para o problema apresentado,  $P_e = \infty$ , e valores de Courant superiores a 1 (Figura 2a), apresentando percentuais de erros superiores a 20% e 10%, respectivamente, em comparação com a solução analítica, para  $y = 0.3125$ , em seu valor máximo. Entretanto, os resultados mostram significativas melhoras quando o número de Courant diminui, confirmando que a estabilidade da solução dos métodos não sofre quando o intervalo de tempo é refinado.

### 3.1.1 Cálculo do erro – norma $L_2$

A ausência da desestabilização entre as soluções de ambos os métodos, quando o passo de tempo é refinado, também pode ser verificada por uma inspeção da norma  $L_2$  utilizando grids de malhas menos refinados. Para esta análise será considerado cinco malhas, onde o tamanho de passo nas direções  $x$  e  $y$  são iguais, ou seja,  $\Delta x = \Delta y = 2^{-(n+2)}$ ,  $n = 1, 2, \dots, 5$ , o que resulta em malhas variando de 256 até 65536 elementos triangulares. Os resultados da norma  $L_2$  no cálculo do erro entre as soluções numéricas e analíticas encontram-se apresentados na Figura 3.

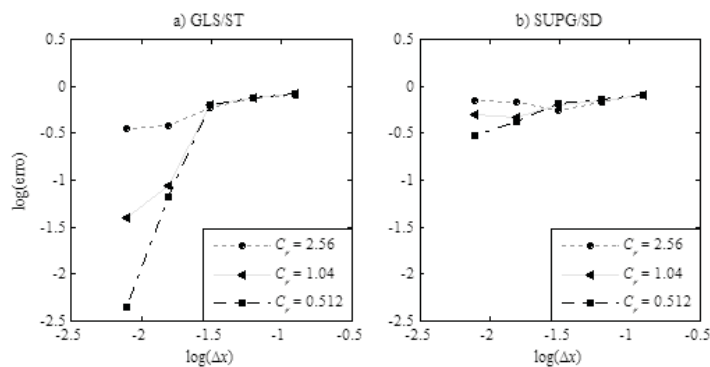


Figura 3: Resultados da norma  $L_2$  no cálculo do erro sobre cinco malhas, sendo os resultados descritos para: a) GLS/ST e b) SUPG/SD.

Observando a Figura 3, verifica-se que ambos os métodos proporcionaram estabilidade na convergência com o refinamento da malha e do tempo e, que houve uma diminuição significativa do erro entre os métodos (Figura 3a e Figura 3b). Porém, o GLS/ST mostrou-se mais adequado, pois obteve melhores taxas de erros que o SUPG/SD.

## CONCLUSÃO

Uma análise quanto à estabilidade dos métodos de elementos finitos SUPG/SD e GLS/ST para a equação de advecção-difusão-reação e uma avaliação do erro realizando uma inspeção da norma  $L_2$  foi apresentado. Os resultados obtidos mostram que o SUPG/SD é mais dissipativo e dispersivo em relação ao GLS/ST para problema predominantemente advectivo,  $P_e = \infty$ , e valores de Courant maiores que 1, porém, estes resultados melhoram significativamente quando o número de Courant diminui, confirmando que a estabilidade da solução do SUPG/SD não sofre quando o intervalo de tempo é refinado. Quanto ao GLS/ST, observou-se que este eliminou totalmente as oscilações para  $P_e = \infty$ , e apresentou melhores taxas de erros.

Assim, os resultados obtidos neste trabalho demonstram que o GLS/ST apresenta melhores resultados que o SUPG/SD, proporcionando estabilidade na convergência, com o refinamento da malha, diminuindo a ordem de erro em relação ao SUPG/SD e obtendo melhores resultados para valores maiores de  $\Delta t$ . Mostrando ser mais adequado, pois não exige que  $\Delta t \rightarrow 0$  para garantir a convergência do método.

## REFERÊNCIAS

- [1]. Brooks A.N; Hughes, T.J.R. “Streamline upwind Petrov-Galerkin formulations for convection-dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations”. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* Vol. **32**, pp.199–259, (1984).
- [2]. Bochev, P.B., Gunzburger, M.D. and Shadid, J.N., *Stability of the SUPG finite element method for transient advection–diffusion problems*, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 193 (2004), pp. 2301–2323.
- [3]. Corsini, A., Rispoli, F. and Santoriello, A., *A quadratic petrov-galerkin formulation for advection-diffusion-reaction problems in turbulence modeling*, *Journal of Computational and Applied Mechanics*, Vol. 5., No. 2., (2004), pp. 237-249.
- [4]. Romeiro, N.M.L., Castro, R.G.S, Cirilo, E.R., *Análise de metodologias numéricas para a busca da solução da equação de convecção-difusão-reação*, *Congresso de Métodos Numéricos em Engenharia 2009, Barcelona, Espanha, (2009)*, CD-Rom.
- [5]. Castro, R.G.S.; Malta, S.M.C. *Finite element simulations of miscible fingering problems*, *International Journal of Computer Mathematics*, (2009), pp. 1-11.
- [6]. Shakib, F. and Hughes, T. J. R., *A new finite element formulation for computational fluid dynamics*. IX. Fourier analysis of space-time Galerkin/least-squares algorithms, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 87(1), (1991), pp. 35.58.
- [7]. Donea, J. and Huerta, A.C., *Finite Element Methods for Flow Problems*, John Wiley and Sons, West Sussex, England, (2003).

## INTEGRACIÓN SIMBÓLICA PARA ELEMENTOS LINEALES ISOPARAMÉTRICOS EN ELEMENTOS DE CONTORNOS, APLICADO A CONDUCCIÓN DE CALOR

**F. Nieto**

**Y. González**

*felix.nieto@inabio.edu.ve*

*yomar.gonzalez@inabio.edu.ve*

Aula CIMNE-Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela Ciudad Universitaria, Av. Miguel Otero Silva, entre tercera y cuarta transversal, Urbanización Sebucán. Municipio Sucre, Caracas-Venezuela

**Resumen.** *En este trabajo de investigación presentamos una metodología basada en integración simbólica para calcular las matrices asociadas al método de elementos de contorno (MEC), cuyas entradas vienen dadas por la integración de las soluciones fundamentales que por lo general se calculan mediante integración numérica. Esta metodología se caracteriza por el ahorro de tiempo computacional en comparación con la integración numérica, una mayor precisión del valor de cada integral y su fácil aplicación en cualquier código MEC, lo cual se observa en los ejemplos al comparar la solución analítica y la numérica, obtenida a través de esta metodología y con integración Gaussiana.*

**Palabras clave:** Métodos Numéricos, Ecuación del calor, Método de elementos de contorno y reciprocidad dual, Integración simbólica.

### 1 INTRODUCCIÓN

En algunos de los métodos numéricos como Elementos Finitos (MEF) y Elementos de Contorno (MEC), la integración numérica juega un papel importante en su implementación (Beer et al [1], Brebbia et al [2], Liu G y Quek S [3]). Sin embargo este tipo de integración esta asociada con altos costos computacionales y de tiempo en el procesamiento. En el caso particular del método del MEC, la integración es sobre la frontera lo cual disminuye la cantidad de nodos de la maya necesarios para la resolución de un problema cualquiera (comparado con el MEF). Este método requiere de unas funciones que dependen del problema, denominadas Soluciones Fundamentales, que han sido estudiadas anteriormente por diversos autores (ver [4],[1],[2]) y que suelen ser integradas

sobre la frontera por integración Gaussiana. Sin embargo, esta técnica posee desventajas que dificultan conseguir el grado de exactitud requerido en determinadas aplicaciones. El objetivo de esta investigación es realizar la integración exacta o simbólica mediante el uso de un software de cálculo simbólico siguiendo una metodología para obtener y simplificar dichas expresiones.

## 2 EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DE CONTORNO

Consideremos el problema de flujo de calor bidimensional, que puede ser representado por el laplaciano,

$$D\nabla^2 u = 0, \quad \text{sobre } \Omega \subset \mathbb{R}^2 \quad (1)$$

Integrando sobre el dominio dos veces y empleando las identidades de Green (ver Banerjee et al ([4]) y Brebbia et al ([2])) se obtiene la siguiente ecuación integral de contorno

$$C(X)T(X) + \int_{\Gamma} T(P)K_1(P, X)d\Gamma(P) - \int_{\Gamma} Q(P)K_2(P, X)d\Gamma(P) = 0 \quad (2)$$

donde  $T$  es la temperatura,  $Q = \frac{\partial T}{\partial n}$  es el flujo en dirección normal,  $C$  es una constante que depende del punto de evaluación de la temperatura,  $P = (x_p, x_p)$ ,  $X = (x, y) \in \mathbb{R}^2$  son el punto de colocación e integración respectivamente y por último  $K_1$  y  $K_2$  son las soluciones fundamentales, que para este caso vienen dadas por las siguientes expresiones (3):

$$K_1(P, X) = -\frac{1}{2} \frac{[(x - x_p)n_x + (y - y_p)n_y]}{\pi (r(P, X))^2}, \quad K_2(P, X) = -\frac{1}{2} \frac{\ln(r(P, X))}{\pi} \quad (3)$$

donde  $n_x$  y  $n_y$  son las componentes del vector normal exterior a la frontera y  $r(P, X)$  es la distancia del punto de integración al de colocación.

Al subdividir el contorno del dominio, mediante el uso de  $M$  elementos lineales y realizar un cambio de coordenadas del elemento al intervalo  $[-1, 1]$ , se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones integrales (4) cuyas incógnitas son los valores de la temperatura y/o flujo sobre la frontera.

$$C(X)T(X) + \sum_{m=1}^M \left( \sum_{c=1}^2 T(P) \int_{-1}^1 K_1(X, P) N_c(\xi) J(\xi) d\xi \right) = \sum_{m=1}^M \left( \sum_{c=1}^2 Q(P) \int_{-1}^1 K_2(X, P) N_c(\xi) J(\xi) d\xi \right) \quad (4)$$

donde  $J(\xi)$  es el jacobiano de la transformación de coordenadas y  $N_c(\xi)$ , con  $c = 1, 2$ , son las funciones de interpolación sobre cada elemento, conocidas como funciones de forma locales.

El sistema (4) se puede escribir en forma matricial de la siguiente manera:

$$\mathbf{H}T - \mathbf{G}Q = 0 \quad (5)$$

donde las entradas de las matrices  $\mathbf{H}$  y  $\mathbf{G}$  vienen dadas por (6)

$$\begin{aligned} [h_{ij}^1 \ h_{ij}^2] &= \int_{-1}^1 K_1(x, p) [N_1(\xi) \ N_2(\xi)] J(\xi) d\xi \quad \text{si } i \neq j \\ [g_{ij}^1 \ g_{ij}^2] &= \int_{-1}^1 K_2(x, p) [N_1(\xi) \ N_2(\xi)] J(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (6)$$

Las ecuaciones mostradas en (6) son en general aproximadas por integración gaussiana.

### 3 INTEGRACIÓN DE LAS SOLUCIONES FUNDAMENTALES $K_1$ Y $K_2$ MEDIANTE CÁLCULO SIMBÓLICO

Aunque los paquetes de cálculo científico actuales son potencialmente aplicables para calcular la integrales dadas en la Ec.(6), no es recomendable integrar de manera directa, ya que, los resultados obtenidos pueden ser difíciles de manejar o factorizar.

Primero se realizará la integración de los elementos de la matriz  $\mathbf{H}$ . Para ello se tienen que expresar  $n_x, n_y, x, y, J(\xi)$  y  $r(X, P)$  en términos de la variable de integración  $\xi$ . Las coordenadas del punto de integración  $x, y$  están dados en terminos de las funciones de interpolación  $N_c(\xi)$  con  $c = 1, 2$ .

$$x(\xi) = x_1N_1 + x_2N_2 \quad , \quad y(\xi) = y_1N_1 + y_2N_2 \quad (7)$$

donde  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$  son los nodos del elemento a integrar.

El jacobiano y las componentes del vector normal dependen de las derivas de  $x(\xi)$  e  $y(\xi)$ . Al sustituir las expresiones dadas en la Ec.(7) se obtienen las siguientes expresiones mostradas en (8):

$$\begin{aligned} J(\xi) &= \sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2} = \sqrt{a} \\ n_x &= \frac{1}{J(\xi)} \frac{dy}{d\xi} = \frac{z}{\sqrt{a}}, \quad n_y = -\frac{1}{J(\xi)} \frac{dx}{d\xi} = -\frac{b}{\sqrt{a}} \end{aligned} \quad (8)$$

Es fácil ver que el Jacobiano sobre cada elemento es constante ya que las funciones de forma son lineales, la expresión para  $a, b$  y  $z$  aparecen en el apéndice A.

Al estudiar el término  $(r(P, X(\xi)))^2$ , se observa que se puede escribir como un polinomio cuadrático siguiendo la expresión (9)

$$r^2(P, X(\xi)) = (x(\xi) - x_p)^2 + (y(\xi) - y_p)^2 = f\xi^2 + g\xi + h \quad (9)$$

Dicho polinomio es positivo y presenta una raíz doble particularmente cuando el punto de integración coincide con el punto de colocación. Aprovechando esta propiedad escribiremos el polinomio mostrado en la Ec. (9), en términos de los vértices de la parábola, como se ve en la Ec. (10).

$$r^2(P, X(\xi)) = f(\xi - Vx)^2 + Vy \quad (10)$$

Las expresiones para  $f, g, h, Vx$  y  $Vy$  aparecen en apéndice A. Por último, para obtener los elementos de la matrix  $\mathbf{H}$  es necesario escribir las diferencias de las componentes de los puntos de integración y colocación como polinomios lineales en la variable  $\xi$  de la siguiente manera,

$$(x(\xi) - x_p) = b\xi + e \quad , \quad (y(\xi) - y_p) = z\xi + n \quad (11)$$

los valores de los coeficientes  $e, n$  aparecen en el apéndice A.

Al sustituir las ecuaciones (8), (10) y (11) en las expresiones para los elementos de matrix  $\mathbf{H}$  de la ecuación (6), se obtienen las expresiones regulares ( $i \neq j$ ) de la integral de  $K_1$ , ecuación (12)

$$\begin{aligned} h_{ij}^1 &= \int_{-1}^1 K_1 N_1(\xi) J(\xi) d\xi = -\frac{1}{4} \frac{(-ze + bn)(Int1 - Int2)}{\pi} \\ h_{ij}^2 &= \int_{-1}^1 K_1 N_2(\xi) J(\xi) d\xi = \frac{1}{4} \frac{(-ze + bn)(Int1 + Int2)}{\pi} \end{aligned} \quad (12)$$

donde

$$Int1 = \int_{-1}^1 \frac{\xi}{f(\xi - Vx)^2 + Vy} d\xi \quad , \quad Int2 = \int_{-1}^1 \frac{1}{f(\xi - Vx)^2 + Vy} d\xi \quad (13)$$

En el apéndice A aparecen las expresiones cerradas de las integrales dadas en (13).

Con el valor de  $Int1$  y  $Int2$  se pueden calcular los elementos de la matriz  $H$ , salvo los valores de la diagonal, los cuales se obtienen al resolver  $\mathbf{H}\mathbf{I} = 0$  donde  $\mathbf{I}$  es un vector con todas las entradas unitarias, dicho problema se presenta al asumir potencial constante (unitario) sobre la frontera (Brebbia et al ([2])) y las incógnitas son los elementos de la diagonal de  $\mathbf{H}$ .

Para la integración de  $K_2$  se procede de manera análoga, al sustituir la expresión (10) en los términos de la Ec.(6) se obtienen los correspondientes elementos de la matriz  $\mathbf{G}$ , quedando expresados como se muestra en (14)

$$\begin{aligned} g_{ij}^1 &= \int_{-1}^1 K_2(x, p) N_1(\xi) J(\xi) d\xi = \frac{\sqrt{a}}{8\pi} (IntB1 - IntB2) \\ g_{ij}^2 &= \int_{-1}^1 K_2(x, p) N_2(\xi) J(\xi) d\xi = -\frac{\sqrt{a}}{8\pi} (IntB1 + IntB2) \end{aligned} \quad (14)$$

donde

$$IntB1 = \int_{-1}^1 \ln(f(\xi - Vx)^2 + Vy) \xi d\xi \quad , \quad IntB2 = \int_{-1}^1 \ln(f(\xi - Vx)^2 + Vy) d\xi \quad (15)$$

#### 4 RESULTADOS

En esta sección se presenta la solución del problema de flujo de temperatura sobre la región en “**L**” con condiciones de borde mostradas en la figura (1,a). Además el coeficiente de conductividad térmico se considera unitario. Para la discretización de la frontera se emplearon 38 elementos lineales y 78 nodos internos en su mayoría en la vecindad de la esquina entrante, Figura (1,b). La solución analítica en series sobre la vecindad de la esquina entrante (punto (2, 2)) [5], es la siguiente:

$$T(r, \theta) = 0.667 - 0.156r^{\frac{2}{3}} \cos\left(\frac{2\theta}{3}\right) - 0.025r^{\frac{4}{3}} \cos\left(\frac{4\theta}{3}\right) + 1e - 8r^2 \cos(2\theta) + \dots \quad (16)$$

En la tabla (1) se muestran los resultados para integración numérica con cantidades diferentes de puntos de Gauss, se puede notar que la exactitud de la integración cerrada o simbólica es similar a obtenida con 64 nodos de Gauss, lo cual implica una gran eficiencia de estas expresiones simbólicas, siendo este uno de los atractivos de la metodología utilizada.

Por otro lado, se puede observar que los tiempos de computo para el MEC con integración simbólica son menores que los reportados por su equivalente con integración numérica, ver tabla (2).

Con tiempos menores de computo y la exactitud que tiene la integración simbólica de las soluciones fundamentales, se brinda una contribución en el desarrollo del método de elementos de contorno.



Tabla 1: Comparación entre las respuestas del MEC simbólico y el MEC con integración Gaussiana.

x	y	MEC			MEC Simbólico	Solución Analítica	Error	
		NG=4	NG=16	NG=64			Absoluto MEC(64)	Absoluto Simb
1.8513	1.9365	0.16911970	0.16373756	0.16333642	0.16330835	0.14486796	1.8468E-02	1.8440E-02
2.	1.875	0.67332702	0.66968918	0.66941810	0.66939913	0.66700000	2.4181E-03	2.3991E-03
1.8246	2.0625	1.13625621	1.13436270	1.13422172	1.13421185	1.15018150	1.5959E-02	1.5969E-02
2.	2.	0.35606756	0.35246611	0.35219758	0.35217879	0.33822852	1.3969E-02	1.3950E-02
1.9375	2.1083	0.57703102	0.57388994	0.57365573	0.57363934	0.56685746	6.7982E-03	6.7818E-03
2.125	2.	0.79061499	0.78768838	0.78747024	0.78745497	0.78716030	3.0994E-04	2.9467E-04
Promedio							8.2748E-03	8.2622E-03

Tabla 2: Comparación entre los tiempos de computo para las respuestas del MEC simbólico y el MEC con integración Gaussiana.

	MEC				MEC	
	NG=4	NG=8	NG = 16	NG=32	NG=64	Simbólico
$\frac{Tiempo(Seg)}{MaxTiempo(Seg)}$	0.679277033	0.682424431	0.729167965	0.825771268	1.000000000	0.585789966

### 5 CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

La implementación de nuevas metodologías matemáticas empleadas por los diferentes métodos numéricos existentes, tienen gran importancia en el desarrollo y maduración de los mismos, particularmente, en esta investigación se calcularon e implementaron expresiones cerradas para la integración de las soluciones fundamentales del MEC, arrojando mejoras tanto en precisión como en tiempo de computo.

Como trabajo futuro se plantea el calculo de soluciones cerradas sobre elementos cuadráticos isoparamétricos en el caso de potencial y elasticidad plana.

#### Agradecimientos

Este trabajo corresponde a una de las líneas de investigación que se desarrollan en el Instituto Nacional de Bioingeniería, que cuenta con el apoyo del Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico de la UCV (CDCH) y el CIMNE a los cuales agradecemos su gran apoyo.

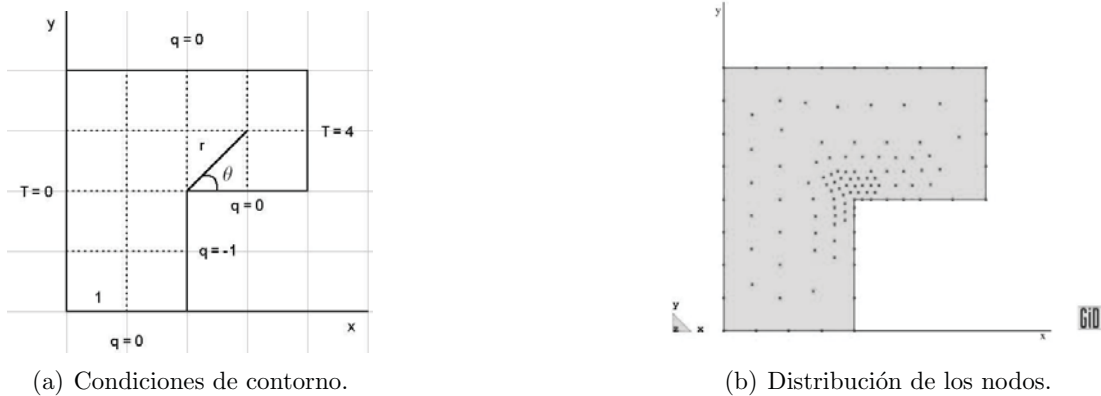


Figura 1: Geometría del problema.

## APÉNDICE A

En esta sección se muestran las expresiones para los coeficientes dados en las expresiones (8), (9), (10), (11) y (12)

$$\begin{aligned}
 b &= \frac{x_2 - x_1}{2} & a &= f = b^2 + z^2 \\
 z &= \frac{y_2 - y_1}{2} & g &= 2eb + 2nz \\
 e &= 1/2(x_1 + x_2) - Xp & h &= e^2 + n^2 \\
 n &= 1/2(y_1 + y_2) - Yp & Vx &= -\frac{g}{2f} \\
 & & Vy &= h - \frac{g^2}{4f}
 \end{aligned}$$

y para las integrales (13) y (15)

$$\begin{aligned}
 Int1 &= \left( 2fVx \arctan \left( 2 \frac{\sqrt{fVy}}{Vy + fVx^2 - f} \right) + \sqrt{fVy} \ln \left( \frac{f(Vx - 1)^2 + Vy}{f(Vx + 1)^2 + Vy} \right) \right) \frac{1}{2f\sqrt{fVy}} \\
 Int2 &= \arctan \left( 2 \frac{\sqrt{fVy}}{Vy + fVx^2 - f} \right) \frac{1}{\sqrt{fVy}} \\
 IntB1 &= -\frac{1}{2} (f + Vy) \ln \left( \frac{f(Vx + 1)^2 + Vy}{f(Vx - 1)^2 + Vy} \right) \frac{1}{f} - \frac{1}{2} Vx^2 \ln \left( \frac{f(Vx - 1)^2 + Vy}{f(Vx + 1)^2 + Vy} \right) \\
 &\quad - \frac{1}{2} \left( 4\sqrt{fVy}fVx - 4VxVy \arctan \left( 2 \frac{\sqrt{fVy}}{Vy + fVx^2 - f} \right) f \right) \frac{1}{(f\sqrt{fVy})} \\
 IntB2 &= \ln \left( (f(Vx - 1)^2 + Vy) (f(Vx + 1)^2 + Vy) \right) + \ln \left( \frac{f(Vx + 1)^2 + Vy}{f(Vx - 1)^2 + Vy} \right) Vx \\
 &\quad + 2Vy \arctan \left( 2 \frac{\sqrt{fVy}}{Vy + fVx^2 - f} \right) \frac{1}{\sqrt{fVy}} - 4
 \end{aligned}$$

## REFERENCIAS

- [1] BEER G. “*Programming the boundary element method: An introduction for engineers*”. 1st edition, John Wiley & Sons, Ltd., U.K, (2001).
- [2] BREBBIA C., DOMINGUEZ J. “*Boundary Elements - An Introductory Course*”. Computational Mechanics Publications, Boston, and McGraw Hill, New York, (1982).
- [3] LUI G., QUEK S. “*The Finite Element Method - A Practical Course*”. Elsevier Applied Science, New York, (2003).
- [4] BANERJEE P. “*The boundary Element Methods in Engineering*”. 2th edition, McGraw-Hill International, U.K. (1994).
- [5] PREM K. “*An introducción to Boundary Element Method*”. CRC Press, London, (1995).

## A NONSTANDARD FINITE DIFFERENCE SCHEME FOR AN EPIDEMIC MODEL OF FRACTIONAL ORDER

**Gilberto C. González-Parra**

**Miguel Díaz-Rodríguez**

**Victor Comezaquira**

*{gcarlos,dmiguel,comezaquira}@ula.ve*

Grupo de Matemática Multidisciplinar, Universidad de Los Andes, Mérida-Venezuela.

**Resumen.** *In this work we propose a nonstandard numerical scheme in order to study the dynamic behavior of a fractional-order epidemic model. The Grünwald–Letnikov method is used to approximate the fractional derivatives. We found some interesting dynamics behaviors and the numerical results show that the proposed nonstandard finite difference scheme is accurate when applied to the epidemic model of fractional order.*

**Palabras clave:** Nonstandard finite difference method, Derivative of fractional order.

One of the most important issues to deal in the real world is health. Thus, epidemic have received a lot of attention. The dynamic behavior of epidemic diseases has been studied for a long time. Three important and fundamental epidemic models are the SI, SIS and SIR. There are several approaches to study the dynamic of epidemics. One important branch are the models that include derivatives such as the systems of ordinary differential. In these models each equation may represent the number of individuals in various categories through continuous variables. The most discussed type of infection spread is the SIR-system, in which individuals are susceptible (S), infective (I) or removed/immune (R). However, other models also include SI, SIS, SIRS, SEIR and others shown in [1, 2].

Recently, fractional derivatives have been used in several areas of science, engineering, applied mathematics, economics, and bioengineering and consequently considerable attention has been given to the solutions of fractional differential equations [3, 4, 5]. In many cases, fractional derivatives provide a better model of a system than integer order derivatives do. Fractional space derivatives are used to model anomalous diffusion or dispersion, a phenomenon observed in many problems. There are some diffusion processes in which the Fick's second law fails to describe the related transport behavior. This phenomenon is called anomalous diffusion, which is characterized by the nonlinear growth of the mean square displacement, of a diffusion particle over time [6]. Diffusion processes that involve fractional derivatives with  $0 < \alpha < 1$  are called sub-diffusive and with  $1 < \alpha < 2$  super-diffusive. However, the challenges for these two type of processes are different.

It is important to remark that fractional differential operators have a long history, having been mentioned by Leibniz in a letter to L'Hospital in 1695 [7]. Following L'Hopital's and Leibniz's

first inquisition, fractional calculus was primarily a study reserved to the best minds in mathematics. Fourier, Euler, and Laplace are among the many that contributed to the development of fractional calculus. Generally, systems that involve fractional derivatives lead to fractional differential equations. Several analytical and numerical techniques have been developed to solve fractional differential equations [5, 7, 8]. Many of the analytical techniques are applicable only to a limited class of fractional differential equations, and the closed form solutions are expressed in terms of infinite series which are difficult to handle. One of the major drawbacks of the numerical techniques is that they require storing of the past response, and if the simulation time is large, the memory required to store the past data and the computational cost could also be large [8].

In this work we propose a numerical scheme based on the nonstandard finite difference method in order to study the dynamic behavior of a fractional-order epidemic model. The nonstandard finite difference methodology developed by Mickens has been applied in many areas of science including biology and epidemic models [9, 10, 11, 12]. Here, the Grünwald–Letnikov method is used to approximate the fractional derivatives [5]. We are interested in obtaining numerical solutions that preserve the positivity and equilibrium points of the continuous epidemic model. The epidemic model considered here is the susceptible-infected (SI) used to study several diseases [1].

Fractional derivatives are non-local opposed to the local behavior of integer derivatives. In this way the next state of a fractional system depends not only upon its current state but also upon all of its historical states. Therefore, different challenges appear when we try to derive numerical methods for this type of equations [8]. Numerical approaches to different types of fractional diffusion models are increasingly appearing in literature [7, 8, 5].

The Grünwald-Letnikov approximation is often used to numerically approximate the Riemann-Liouville derivative and it was the first algorithm to appear for approximating fractional derivatives [13]. However, this approximation has consistency of order one and also very frequently numerical approximations based in this formula originate unstable numerical methods and henceforth a shifted Grünwald-Letnikov formula is used [13].

## 1. BASIC DEFINITIONS

Along the history, many mathematicians have been using their own notation and methodology, definitions that fit the concept of a non-integer order integral or derivative. The most famous of these definitions among mathematicians in the literature of fractional calculus is the Riemann-Liouville. However, the most useful applications of fractional derivatives and integrals in engineering and science have been found in the past one century. In this way the mathematical notions evolved in order to better meet the requirements of physical reality [5]. For instance, the Caputo fractional derivative, nowadays the most popular fractional operator among engineers and applied scientists, obtained by reformulating the “classical” definition of Riemann-Liouville fractional derivative in order to be possible to solve fractional initial value problems with standard initial conditions. Caputo’s definition of fractional derivative is a modification of the Riemann-Liouville definition and has the advantage of dealing with initial value problems in a proper way [5, 14].

Here we present the definition of fractional derivatives in the sense of Riemann-Liouville and Caputo. In addition, we present the Grünwald-Letnikov scheme based on finite differences. In order to simplify the basic definitions we consider the interval  $[0, t]$  instead of  $[a, t]$  and omit  $a = 0$  as an index in the differential operator. Suppose that the function  $y(\tau)$  satisfies some smoothness

conditions in every finite interval  $(0, t)$  with  $t \leq T$ . Then the Riemann-Liouville definition for fractional derivative is given by:

$${}^R D_t^\alpha y(t) := \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \frac{d^m}{dt^m} \int_0^t (t-\tau)^{-\alpha-1+m} y(\tau) d\tau \quad m-1 < \alpha < m, \quad (1)$$

and the Caputo fractional derivative is defined as follows:

$${}^C D_t^\alpha y(t) := \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{-\alpha-1+m} \frac{d^m}{d\tau^m} y(\tau) d\tau \quad m-1 < \alpha < m, \quad (2)$$

where  $\alpha$  is the order of the derivative. These two definitions are not equivalent to each other, and their difference is expressed by

$${}^C D_t^\alpha y(t) = {}^R D_t^\alpha y(t) - \sum_{\nu=0}^{m-1} r_\nu^\alpha(t) y^{(\nu)}(0), \quad r_\nu^\alpha(t) = \frac{t^{\nu-\alpha}}{\Gamma(\nu+1-\alpha)} \quad (3)$$

The Caputo operator  ${}^C D_t^\alpha$  has advantages for differential equations with initial values. In the case of Riemann-Liouville and Caputo derivatives, respectively, the initial values are usually given as:

$${}^R D_t^\alpha y(0) = b_\nu \quad {}^C D_t^\alpha y(0) = b_\nu, \quad \nu = 1, 2, \dots, m. \quad (4)$$

A direct definition of the fractional derivative  $D_t^\alpha y(t)$  is based on finite differences of an equidistant grid in  $[0, t]$ . Assume that the function  $D_t^\alpha y(\tau)$  satisfies some smoothness conditions in every finite interval  $(0, t)$ ,  $t \leq T$ . Choosing the grid

$$0 = \tau_0 < \tau_1 < \dots < t = \tau_{n+1} = (n+1)h, \quad \tau_{n+1} - \tau_n = h, \quad (5)$$

and using the classical notation of finite differences

$$\frac{1}{h^\alpha} \Delta_h^\alpha y(t) = \frac{1}{h} \left( y(\tau_{n+1}) - \sum_{\nu=1}^{n+1} c_\nu^\alpha y(\tau_{n+1-\nu}) \right) \text{ where, } c_\nu^\alpha = -(1)^{\nu-1} \binom{\alpha}{\nu} \quad (6)$$

and the Grünwald-Letnikov definition reads [5, 13],

$$D_t^\alpha y(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \Delta_h^\alpha y(t). \quad (7)$$

In a sense Grünwald-Letnikov it is an extension of the Euler method to fractional differential equations. If  $\alpha \rightarrow 1$ , then the classical explicit or implicit Euler method is given. Compared with linear multistep methods, the sum of divided differences becomes longer and longer [5, 13]. Let us now apply the Grünwald-Letnikov definition to the following fractional differential equation using the Caputo operator

$${}^C D_t^\alpha y(t) = f(y(t)), \quad y(\tau) = y_0 \quad (0 < \alpha < 1). \quad (8)$$

and assume that there exists a unique solution  $y = y(\tau)$  in the interval  $[0, T]$  and let  $y_k$  denote the approximation of the true solution  $y(\tau_k)$ . Then the explicit or implicit Grünwald-Letnikov method for an equidistant grid is given by,

$$y_{n+1} - \sum_{\nu=1}^{n+1} c_\nu^\alpha y_{n+1-\nu} - r_{n+1}^\alpha y_0 = h^\alpha f(y_n) \text{ or } h^\alpha f(y_{n+1}) \quad (9)$$

## 2. NONSTANDARD NUMERICAL METHOD FOR FRACTIONAL DIFFERENTIAL SYSTEM

In this section we develop a nonstandard numerical scheme for the SI epidemic fractional differential system. In particular we apply the nonstandard methodology to the Grunwald-Letnikov discretization method for fractional differential equations. The considered SI fractional epidemic model, using the first-order Caputo derivatives of order  $\alpha$  is given by,

$$\begin{cases} {}_0^C D_t^\alpha S(t) = -\beta S(t)I(t) \\ {}_0^C D_t^\alpha I(t) = \beta S(t)I(t) \end{cases} \quad (10)$$

In order to construct the nonstandard scheme we point out some basic definitions. A scheme is called nonstandard if at least one of the following conditions is satisfied [9]: (i) Nonlocal approximation is used and (ii) discretization of derivative is not traditional and use a nonnegative function  $\psi(h) = h + \mathcal{O}(h^2)$ . For the construction of the numerical scheme, discretization of system (10) is made based only on nonlocal approximations where the second terms on the right-side of (10), have the following discrete forms:  $-SI \rightarrow -S^{n+1}I^n$  and  $SI \rightarrow S^{n+1}I^n$ . Therefore, using Grunwald-Letnikov discretization method we obtain the following nonstandard explicit scheme,

$$\begin{cases} S_{n+1} = \frac{\sum_{\nu=1}^{n+1} c_\nu^\alpha S_{n+1-\nu} - r_{n+1}^\alpha S_0}{1+h^\alpha \beta I_n} \\ I_{n+1} = \sum_{\nu=1}^{n+1} c_\nu^\alpha I_{n+1-\nu} - r_{n+1}^\alpha I_0 + h^\alpha \beta S_{n+1} I_n \end{cases} \quad (11)$$

## 3. NUMERICAL SIMULATIONS

In this section numerical results for the solution of the SI epidemic fractional differential system using the proposed nonstandard numerical scheme are presented. The proposed nonstandard numerical scheme is applied with different step sizes  $h$  and figures of the numerical solutions are given using different values for the derivative order  $\alpha$ .

In Fig. 1, it can be seen that the explicit Euler, Grünwald–Letnikov and the nonstandard numerical schemes converge to the correct equilibrium point for a time step size  $h = 0.01$ . In Fig. 2, it is shown that the Grünwald–Letnikov and the nonstandard numerical schemes agree for a time step size  $h = 0.01$  and  $\alpha = 0.9$ . It can be observed that in this case the solution curve of the integer derivative order using the explicit Euler scheme differs from the fractional system. This fact is important since some real epidemic data may be explained more easily with a fractional model than the traditional classical model. In addition, it can be seen that the fractional model is very sensitive to the order of differentiation  $\alpha$ . Finally Fig. 4 shows one advantage of using a nonstandard numerical scheme where the solution representing populations only take positive values. On the other hand, it can be observed that the explicit Euler and Grünwald–Letnikov produce incorrect negative values for some time steps.

## 4. CONCLUSIONS

In this paper we develop a nonstandard finite difference scheme using the Grunwald-Letnikov discretization method for fractional differential equations. This scheme is developed in order to solve numerically a SI fractional epidemic model that has been used to study Chagas or avian influenza. The proposed nonstandard scheme was analyzed and tested in numerical simulations.

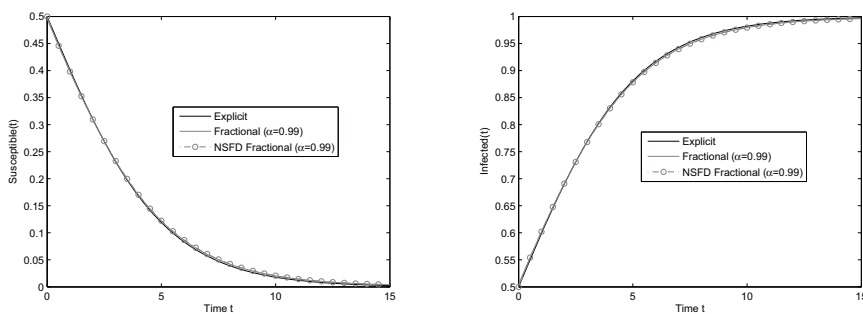


Figure 1: Numerical solutions of the SI fractional model (10) using explicit Euler, Grünwald–Letnikov and the nonstandard numerical schemes for  $\alpha = 0.99$  and  $h = 0.01$ .

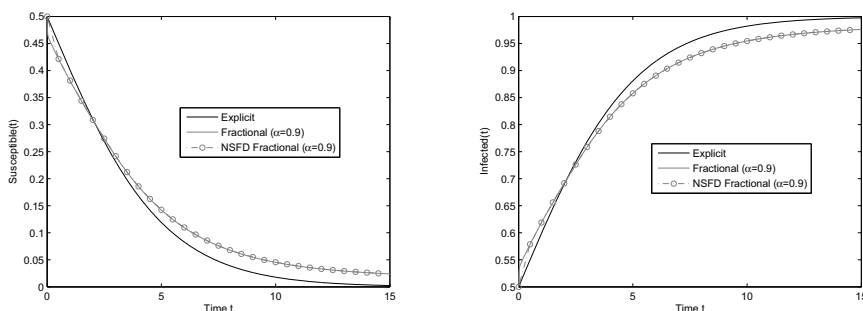


Figure 2: Numerical solutions of the SI fractional model (10) using explicit Euler, Grünwald–Letnikov and the nonstandard numerical schemes for  $\alpha = 0.90$  and  $h = 0.01$ .

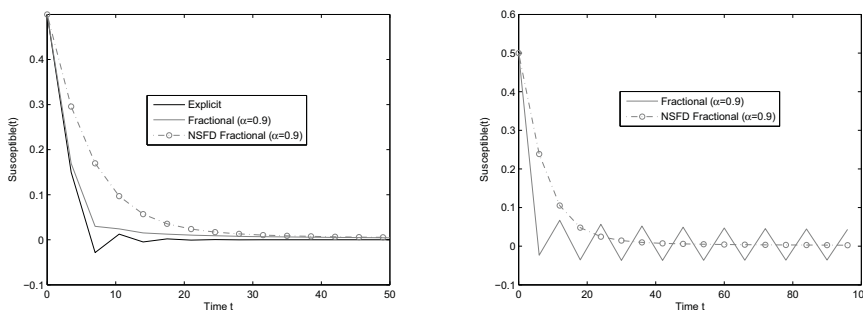


Figure 3: Numerical solutions of the SI fractional model (10) using explicit Euler, Grünwald–Letnikov and the nonstandard numerical schemes for  $\alpha = 0.90$ . (i)  $h = 3.5$ . (ii)  $h = 6$

One of the advantages of the nonstandard finite difference scheme developed here is that it preserves numerical stability in larger regions for the time step size in comparison to the smaller regions of numerical stability of the approximations obtained by the classical Grünwald–Letnikov discretization method. The construction of this nonstandard scheme is not a straightforward task, in fact many schemes may be developed for one model and several can fail to converge. Nevertheless,

some principles of dynamic consistency can be used with great efficiency to place restrictions on the design of nonstandard finite difference scheme in order to obtain efficient schemes.

Finally, it is important to remark that mathematical models based on fractional differential equations in many cases are a more powerful approach to epidemiological models, since one can design the order  $\alpha$  of fractional differentiation that best corresponds to real data.

## REFERENCES

- [1] H.W. Hethcote. Mathematics of infectious diseases. *SIAM Review*, 42(4):599–653, 2005.
- [2] J. D. Murray. *Mathematical Biology I. An Introduction*. Springer, Berlin, 2002.
- [3] Y. Ding, Z. Wang, and H. Ye. Optimal control of a fractional-order hiv-immune system with memory. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, PP(99):1–7, 2011.
- [4] E. Hanert, E. Schumacher, and E. Deleersnijder. Front dynamics in fractional-order epidemic models. *J. Theor. Biol.*, 279(1):9–16, 2011.
- [5] R. Scherer, S.L. Kalla, Y. Tang, and J. Huang. The grünwald–letnikov method for fractional differential equations. *Comput. Math. Appl.*, 62(3):902–917, 2011.
- [6] C. Li, Z. Zhao, and Y. Chen. Numerical approximation of nonlinear fractional differential equations with subdiffusion and superdiffusion. *Comput. Math. Appl.*, 62(3):855–875, 2011.
- [7] A. Saadatmandi and M. Dehghan. A new operational matrix for solving fractional-order differential equations. *Comput. Math. Appl.*, 59(3):1326–1336, 2010.
- [8] Om Prakash and Agrawal. A numerical scheme for initial compliance and creep response of a system. *Mech. Research Commun.*, 36(4):444–451, 2009.
- [9] R.E. Mickens. *Nonstandard Finite Difference Models of Differential Equations*. World Scientific, 1994.
- [10] R. E. Mickens. Calculation of denominator functions for nonstandard finite difference schemes for differential equations satisfying a positivity condition. *Wiley InterScience*, 23 (3):672–691, 2006.
- [11] L. Jódar, R.J. Villanueva, A.J. Arenas, and G.C. González. Nonstandard numerical methods for a mathematical model for influenza disease. *Math. Comput. Simul.*, 79:622–633, 2008.
- [12] G. González-Parra and A.J. Arenas and B.M. Chen-Charpentier. Combination of nonstandard schemes and Richardson’s extrapolation to improve the numerical solution of population models. *Math. Comput. Model.*, 54:1030–1036, 2010.
- [13] I. Podlubny. *Fractional Differential Equations*, volume 204. Academic Press, San Diego, 1999.
- [14] A. A. Kilbas, H. M. Srivastava, and J. J. Trujillo. *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*, volume 204. North-Holland Mathematics Studies. The Netherlands: Elsevier, 2006.



## INTEGRACIÓN SEMI-ANALÍTICA DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ PARA UN ELEMENTO FINITO LAGRANGIANO CUADRILÁTERO DE NUEVE NODOS USANDO MATEMÁTICA SIMBÓLICA

**Liseth L. Valencia**

*liseth.valencia@inabio.edu.ve*

Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado. Decanato de Ciencias y Tecnología, Departamento de Matemática. Barquisimeto, Venezuela.

**Juan C. Osorio**

*josorio@ucla.edu.ve*

Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado. Decanato de Ingeniería Civil. Barquisimeto, Venezuela.

**Resumen.** *En este trabajo se presenta una metodología general aplicada a la integración simbólica de la matriz de rigidez de un elemento finito lagrangiano cuadrilátero de 9 nodos en problemas de elasticidad plana. El elemento es considerado isoparamétrico de lados rectos. Esta metodología permite calcular los elementos de la matriz de rigidez de forma sencilla y se presenta la integración semi-analítica de su matriz de rigidez. Antes de calcular la integral se hace una clasificación de los términos de la matriz en distintos grupos según metodología presentada por Griffiths D.(1994). La matriz de rigidez del elemento es de orden  $18 \times 18$ , simétrica y esta particionada en bloques de orden  $2 \times 2$ , correspondientes a la incidencia de los grados de libertad de cada par de nodos. La integración semi-analítica y la matemática simbólica son usadas para obtener una formula básica para evaluar la matriz de rigidez. La expresión resultante mantiene la precisión obtenida por integración numérica tipo Gaussiana de orden  $2 \times 2$ . El software de matemática simbólica Maple es usado para simplificar y optimizar los cálculos.*

**Palabras clave:** Integración semi-analítica, elementos finitos, matriz de rigidez, matemática simbólica.

### 1 INTRODUCCIÓN

En el campo de la ingeniería, el permanente desarrollo computacional exige la incorporación de nuevas tecnologías que mejoren las existentes. El cálculo de matrices de rigidez y masa en el método de los elementos finitos, ha evolucionado exigiendo dicha incorporación. Hasta 1980, en la integración de matrices de rigidez de elementos finitos cuadriláteros, no contaba con metodologías para

calcular de forma explícita sus coeficientes, salvo en casos específicos (rectángulos y cuadriláteros convexos).

Griffiths [1](1994) presentó una técnica de clasificación que permite obtener una expresión general para las integrales que intervienen en el cálculo de la matriz de rigidez de un elemento finito cuadrilátero isoparamétrico de cuatro nodos, utilizando transformaciones de coordenadas. Otro trabajo elaborado en esta línea, fue el de Lozada et al. [2](2006). Estos autores generalizaron los resultados obtenidos por Griffiths, para ser aplicados en la integración semi-analítica de las matrices de rigidez de los elementos finitos cuadriláteros de ocho nodos en problemas de elasticidad bidimensional, obteniendo mejoras de un 37% en los tiempos de cálculo en comparación a la integración numérica (Gauss con 4 puntos).

Para la presente investigación se considera los resultados de este autor y se hacen generalizaciones en torno a esto para el elemento lagrangiano de 9 nodos.

## 2 ENFOQUE SIMBÓLICO: FORMULACIÓN Y APLICACIÓN

El elemento finito a estudiar en este trabajo es lagrangiano cuadrilátero de nueve nodos con dos grados de libertad por nodo, enumerados en sentido horario como se muestra en la (Figura1,a).

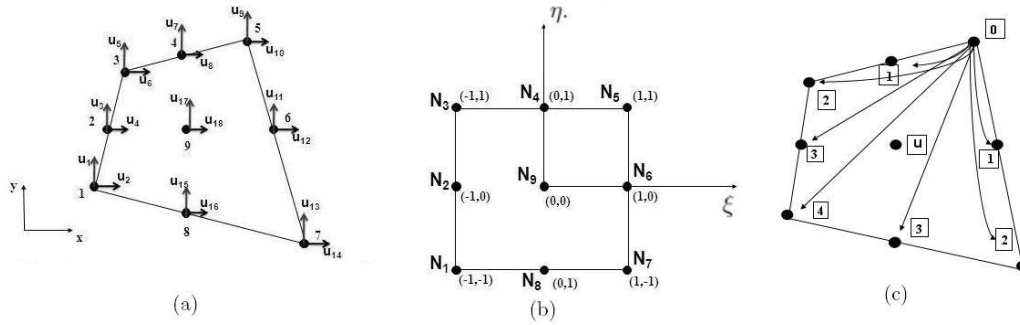


Figura 1: a) Elemento finito lagrangiano cuadrilátero de 9 nodos con dos grados de libertad por nodo. b) Elemento finito en el plano de Gauss. c) Relación de adyacencia entre nodos.

Las tensiones están relacionadas con las deformaciones a través de la ley constitutiva para el estado plano de tensión y de deformación en la expresión dada por  $\sigma = D \varepsilon$ , donde  $D$  es la matriz con las propiedades elásticas del material, conocida como matriz constitutiva (simétrica),  $\sigma$  son las tensiones normales y  $\varepsilon$  es la deformación. Las funciones de forma que se muestran en (1) para interpolar la geometría y los campos de desplazamiento son obtenidas utilizando el polinomio de Lagrange según dirección  $\xi$ , multiplicado por el polinomio de Lagrange según dirección  $\eta$ , como se muestra en la Fig. (1,b).

$$\begin{aligned}
 N_1(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}\xi\eta(\xi - 1)(\eta - 1) & N_2(\xi, \eta) &= \frac{1}{2}\xi(\xi - 1)(1 - \eta^2) \\
 N_3(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}\xi\eta(\xi - 1)(1 + \eta) & N_4(\xi, \eta) &= \frac{1}{2}\eta(1 - \xi^2)(1 + \eta) \\
 N_5(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}\xi\eta(\xi + 1)(1 + \eta) & N_6(\xi, \eta) &= \frac{1}{2}\xi(\xi + 1)(1 - \eta^2) \\
 N_7(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}\xi\eta(\xi + 1)(\eta - 1) & N_8(\xi, \eta) &= \frac{1}{2}\eta(1 - \xi^2)(\eta - 1) \\
 N_9(\xi, \eta) &= (\xi^2 - 1)(\eta^2 - 1)
 \end{aligned} \tag{1}$$

La transformación del plano Cartesiano al Gaussiano está dada por (2):

$$x = \sum_{i=1}^9 N_i(\xi, \eta)x_i ; \quad y = \sum_{i=1}^9 N_i(\xi, \eta)y_i \quad (2)$$

Siendo  $|J|$  el determinante de la matrix Jacobiana y  $B$  la matriz de deformación-desplazamiento, se hace el producto de matrices ( $B^t DB$ ) para obtener la matriz de rigidez  $K$  (3).

$$K = \int_e \int B^t DB dx dy = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B^T DB |J| d\xi d\eta \quad (3)$$

Se considera a la matriz de rigidez particionada en submatrices  $K_{ij}$  de orden 2 x 2 (4). Así, las componentes de cada submatriz  $K_{ij}$  representan las incidencias del grado de libertad horizontal y vertical del nodo  $i$  sobre el grado de libertad horizontal y vertical del nodo  $j$ .

$$K_{ij} = \begin{bmatrix} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (E_1 \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + G \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y}) |J| d\xi d\eta & \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (E_2 \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial y} + G \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial x}) |J| d\xi d\eta \\ \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (E_2 \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial x} + G \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial y}) |J| d\xi d\eta & \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (E_1 \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + G \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x}) |J| d\xi d\eta \end{bmatrix} \quad (4)$$

Los términos de la matriz de rigidez se obtienen usando la regla de integración de Gauss-Legendre de orden 2x2. Como se trata de una matriz simétrica de orden 18x18 (agrupada en bloques de 2x2 ( $K_{ij}$   $i, j = 1, \dots, 9$ )), solo 171 elementos son necesarios. Esos elementos son clasificados en 12 grupos (A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L) de acuerdo a la adyacencia entre los nodos que conforman el elemento y la relación de paralelismo y ortogonalidad entre sus grados de libertad (GDL), factor clave en esta metodología de Griffiths [1]; quedando cada grupo como se muestra en la Tabla (1)(Relaciones de paralelismo y ortogonalidad son tratadas por separado).En la Fig.(1,c) se muestran las relaciones de adyacencia entre los nodos.

Con esta clasificación los elementos que conforman cada grupo quedan distribuidos en la matriz como se muestra en (5):

$$K = \begin{bmatrix} A & B & G & H & C & D & I & J & E & F & I & J & C & D & G & H & K & L \\ & A & G & H & D & C & J & I & F & E & J & I & D & C & H & G & L & K \\ & & A & B & G & H & C & D & I & J & E & F & I & J & K & L \\ & & & A & H & G & D & C & J & I & F & E & J & I & L & K \\ & & & & A & B & G & H & C & D & I & J & E & F & K & L \\ & & & & & A & H & G & D & C & J & I & F & E & L & K \\ & & & & & & A & B & G & H & C & D & I & J & K & L \\ & & & & & & & A & H & G & D & C & J & I & L & K \\ & & & & & & & & A & B & G & H & C & D & K & L \\ & & & & & & & & & A & H & G & D & C & L & K \\ & & & & & & & & & & A & B & G & H & K & L \\ & & & & & & & & & & & A & H & G & L & K \\ & & & & & & & & & & & & A & B & K & L \\ & & & & & & & & & & & & & A & L & K \\ & & & & & & & & & & & & & & A & B \\ & & & & & & & & & & & & & & & A \end{bmatrix} \quad (5)$$

### 3 TÉRMINOS DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ

Considerando las funciones de forma (1) y la transformación isoparamétrica tenemos que:

$$X = \frac{1}{4}\{a_x + b_x\xi + c_x\eta + d_x\xi\eta\} , \quad Y = \frac{1}{4}\{a_y + b_y\xi + c_y\eta + d_y\xi\eta\} \quad (6)$$

Tabla 1: Clasificación de los términos de la matriz de rigidez del elemento lagrangiano cuadrilátero de 9 nodos.

Grupo	Términos	Descripción
A	$k_{11}, k_{22}, k_{33}, k_{44}, k_{55}, k_{66}, k_{77}, k_{88}, k_{99}, k_{1010}$ $k_{1111}k_{1212}k_{1313}, k_{1414}, k_{1515}, k_{1616}, k_{1717}, k_{1818}$	GDL paralelos de nodos 0-adyacentes
B	$k_{12}, k_{34}, k_{56}, k_{78}, k_{910}, k_{1112}, k_{1314}, k_{1516}, k_{1718}$	GDL ortogonales de nodos 0-adyacentes
C	$k_{15}, k_{59}, k_{913}, k_{113}, k_{37}, k_{315}, k_{711}, k_{1115}$ $k_{26}, k_{610}k_{1014}, k_{214}, k_{416}, k_{48}, k_{812}, k_{1216}$	GDL paralelos de nodos 2-adyacentes
D	$k_{114}, k_{16}, k_{316}, k_{38}, k_{25}, k_{510}, k_{47}, k_{712}, k_{69}$ $k_{914}k_{811}, k_{1116}, k_{1215}, k_{415}, k_{1013}, k_{213}$	GDL ortogonales de nodos 2-adyacentes
E	$k_{19}, k_{311}, k_{513}, k_{715}, k_{210}, k_{412}, k_{614}, k_{816}$	GDL paralelos de nodos 4-adyacentes (opuestos)
F	$k_{110}, k_{312}, k_{514}, k_{716}, k_{29}, k_{411}, k_{613}, k_{815}$	GDL ortogonales de nodos 4-adyacentes (opuestos)
G	$k_{13}, k_{35}, k_{57}, k_{79}, k_{911}, k_{1113}, k_{1315}, k_{115}$ $k_{24}, k_{46}, k_{68}, k_{810}, k_{1012}, k_{1214}, k_{1416}, k_{216}$	GDL paralelos de nodos 1-adyacentes
H	$k_{116}, k_{14}, k_{23}, k_{36}, k_{45}, k_{58}, k_{67}, k_{710}, k_{89}$ $k_{912}, k_{1011}, k_{1114}, k_{1213}, k_{1316}, k_{1415}, k_{215}$	GDL ortogonales de nodos 1-adyacentes
I	$k_{17}, k_{111}, k_{39}, k_{313}, k_{511}, k_{515}, k_{713}, k_{915}$ $k_{28}k_{212}, k_{410}, k_{414}, k_{612}, k_{616}, k_{814}, k_{1016}$	GDL paralelos de nodos 3-adyacentes
J	$k_{112}, k_{18}, k_{314}, k_{310}, k_{516}, k_{512}, k_{27}, k_{714}$ $k_{49}k_{916}, k_{611}, k_{211}, k_{813}, k_{413}, k_{1015}, k_{615}$	GDL ortogonales de nodos 3-adyacentes
K	$k_{117}, k_{317}, k_{517}, k_{717}, k_{917}, k_{1117}, k_{1317}, k_{1517}$ $k_{218}k_{418}, k_{618}, k_{816}, k_{1018}, k_{1218}, k_{1418}, k_{1618}$	GDL paralelos de nodos unico-adyacentes
L	$k_{118}, k_{318}, k_{518}, k_{718}, k_{918}, k_{1118}, k_{1318}, k_{1518}$ $k_{217}, k_{417}, k_{617}, k_{817}, k_{1017}, k_{1217}, k_{1417}, k_{1617}$	GDL ortogonales de nodos unico-adyacentes

donde

$$\begin{cases} a_s = s_1 + s_3 + s_5 + s_7 \\ b_s = -s_1 - s_3 + s_5 + s_7 \\ c_s = -s_1 + s_3 + s_5 - s_7 \\ d_s = s_1 - s_3 + s_5 - s_7 \end{cases} \quad (7)$$

con  $s = x$  ó  $y$

Así, el determinante Jacobiano de la transformación puede ser expresado como:

$$|J| = \frac{\partial(x, y)}{\partial(\xi, \eta)} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} = \alpha_0 + \alpha_1 \xi + \alpha_2 \eta \quad (8)$$

con  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$  dados por

$$\begin{cases} \alpha_0 = \frac{1}{8}(b_x c_y - c_x b_y) \\ \alpha_1 = \frac{1}{8}(b_x d_y - d_x b_y) \\ \alpha_2 = \frac{1}{8}(c_x d_y - d_x c_y) \end{cases} \quad (9)$$

Aplicamos cuadratura gaussiana y manipulamos (4) usando matemática simbólica para obtener la expresión general de los elementos de la matriz de rigidez mostrada en (10)

$$\begin{aligned} k_{ij} = & \left[ \frac{3(E_1 s_1 + E_2 s_2 + G s_3) A_1 + \sqrt{3} f_1 (E_1 s_4 + E_2 s_5 + G s_6)}{3A_1^2 - f_1^2} \right] \\ & + \left[ \frac{3(E_1 t_1 + E_2 t_2 + G t_3) A_1 + \sqrt{3} f_2 (E_1 t_4 + E_2 t_5 + G t_6)}{3A_1^2 - f_2^2} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

donde  $A_1 = \alpha_0$ ,  $f_1 = \alpha_1 + \alpha_2$  y  $f_2 = \alpha_1 - \alpha_2$ ; y las funciones  $s_i, t_i$  para  $i = \{1, \dots, 6\}$  dependen de las coordenadas nodales y de los grupos donde se encuentre el elemento  $k_{ij}$ .

#### 4 OBTENCIÓN DE LOS ELEMENTOS

Usando la fórmula anterior (10) se procede a obtener todos los grupos de la matriz de rigidez partiendo de un representante, ya que el resto de los términos del grupo correspondiente puede ser generado usando una de las transformaciones basadas en las coordenadas nodales como se muestra en la Tabla (2).

Tabla 2: Transformaciones de coordenadas.

<b>Nodo</b>	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$
$(x_1, y_1)$	$(x_3, y_3)$	$(y_5, x_5)$	$(y_3, x_3)$	$(y_1, x_1)$
$(x_3, y_3)$	$(x_5, y_5)$	$(y_3, x_3)$	$(y_1, x_1)$	$(y_3, x_3)$
$(x_5, y_5)$	$(x_7, y_7)$	$(y_1, x_1)$	$(y_7, x_7)$	$(y_5, x_5)$
$(x_7, y_7)$	$(x_1, y_1)$	$(y_7, x_7)$	$(y_5, x_5)$	$(y_7, x_7)$

Se simplifica la obtención de algunos términos usando las igualdades obtenidas por Osorio, J. et al. en [3](2008).

## 5 EJEMPLO

Se modeló una pieza bidimensional en forma de “llave” como se muestra en la Figura (5,a), empotrada en su orificio y simulando las fuerzas necesarias para enroscar una tuerca, fue discretizado por el software ABAQUS en 31 elementos finitos lagrangianos cuadriláteros de 9 nodos. En la Figura (5,b) se muestran los resultados obtenidos al hacer el análisis elástico lineal.

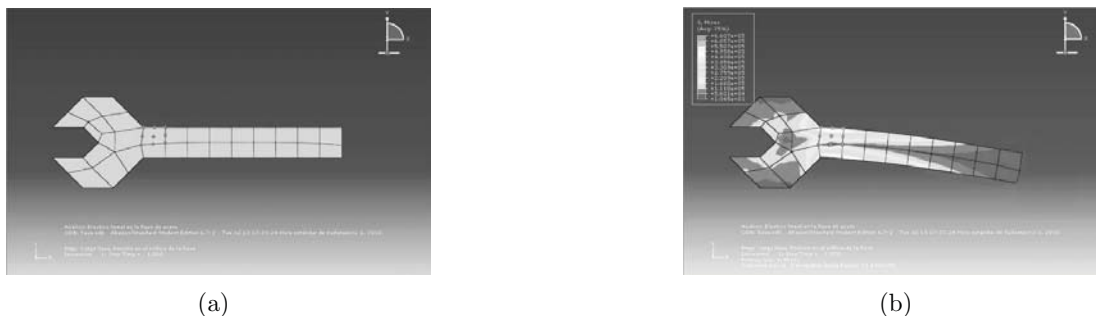


Figura 2: a) Discretización en llave de acero. b) Análisis elástico lineal en la llave de acero.

Se puede apreciar los sectores donde se produce mayor estrés y es allí donde se tomó el elemento de muestra; éste elemento resaltado se le hizo el cálculo de su matriz de rigidez usando la metodología expuesta y se hizo la evaluación de desempeño de la integración semi-analítica versus integración numérica y se ha mantenido la precisión de la integración numérica convencional (Cuadratura de Gaussiana de orden 2x2) con 10 cifras significativas usando la fórmula cerrada para los términos de la matriz de rigidez del elemento que se desarrolló.

## 6 CONCLUSIONES

Se obtuvo una expresión general que permite calcular las integrales involucradas en el cálculo de las componentes de la matriz de rigidez del elemento, mediante manipulaciones algebraicas sencillas. Las fórmulas son obtenidas fácilmente mediante matemática simbólica. El desempeño de la integración semi-analítica versus integración numérica se mantuvo con respecto al elemento de 8 nodos. Las relaciones que ya se han obtenido entre algunos de los términos de la matriz de rigidez para estos elementos de lados rectos se pueden muy bien extender a elementos de lados curvos.

## REFERENCIAS

- [1] GRIFFITHS D. V., Stiffness matrix of the four-node quadrilateral element in closed form. *Int. J. Numer. Methods Eng.* 1994 (1027-1038).
- [2] LOZADA I., OSORIO J., GRIFFITHS D. & CERROLAZA M., Semi-analytical Integration of the 8-Noded Plane Element Stiffness Matrix Using Symbolic Computation. *Numer Methods Partial Differential.* 2006 (296-316).
- [3] OSORIO, J. & CERROLAZA M., Relación entre los términos de la matriz de rigidez de un elemento finito tridimensional hexaédrico de ocho nodos. *Revista internacional de Metodos Numéricos en Ingeniería (RIMNE)* Vol. 24 No 2. 2008.

## DISTRIBUCIÓN DE CÍRCULOS SOBRE UNA CÍCLIDE

**Francisco J. Tovar**

*francisco.tovar@ciens.ucv.ve*

**Jonnathan E. Otero**

*jonnathan.otero@ciens.ucv.ve*

Laboratorio de Computación Gráfica y Geometría Aplicada, Escuela de Matemática, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela Ciudad Universitaria, Av. Los Ilustres Caracas-Venezuela.

**Resumen.** *La representación gráfica de una curva paramétrica es una poligonal compuesta de muchos segmentos. En general, estos segmentos de rectas tienen diferentes longitudes, ya que una partición uniforme del dominio de la curva, no garantiza que cada segmento tenga la misma longitud. Solo en el caso que la curva esté parametrizada por su longitud de arco, una partición uniforme de su dominio, permite obtener segmentos tal que sus longitudes sean iguales. Un hecho similar ocurre al desplegar una cíclide, dicha superficie está formada de perfiles circulares que son obtenidos usando el algoritmo de de Casteljau en una cónica estándar de Bézier y una distribución uniforme del dominio de la cónica no garantiza que el despliegue de los perfiles circulares sea visualmente apropiado. El problema que abordamos es controlar la distribución de los perfiles usando una curva en  $\mathbb{R}^4$ , que permite distribuir las esferas que definen la cíclide de acuerdo a la distancia entre ellas y en otro caso de acuerdo a la energía de doblamiento de la curva de centro de las esferas.*

**Palabras claves:** Cíclides, envolvente, distribución uniforme, longitud de arco, curvatura.

### 1 INTRODUCCIÓN

Las cíclides son las principales primitivas geométricas usadas en la modelación de estructuras tubulares con conexión suave. Estas superficies han sido estudiadas por importantes geómetras en el área de C.A.G.D. (Computer Aided Geometric Desing) durante los últimos 20 años, véase [3], [4] y [5]. Diversos modelos matemáticos se emplean en el estudio de las cíclides, por ejemplo: el modelo propuesto por Dan Pedoe, el modelo de Moebius y el modelo de Laguerre. Sin embargo, hasta ahora no se tienen herramientas computacionales eficientes para el despliegue de su gráfico.

Una cíclide es una superficie tubular definida por la superficie envolvente de una familia cuadrática monoparamétrica de esferas en el espacio. Esto implica que, una cíclide está formada de perfiles circulares y en consecuencia para desplegar su gráfico se deben trazar dichos círculos en

3D convenientemente. El objetivo del trabajo es presentar dos algoritmos que permiten obtener una distribución conveniente de los círculos que conforman una cíclice. En el primer algoritmo se estudia una distribución que llamaremos *uniforme*, la cual utiliza el concepto de distancia entre esferas, dado en [7] y los resultados publicados en [6]. Los autores en [6] presentan una manera de distribuir puntos sobre una curva regular en un espacio Euclídeo de dimensión  $m$ , utilizando una aproximación de la inversa de la función longitud de arco. Aplicando esta idea sobre el concepto de distancia entre dos esferas en el espacio, se obtiene una secuencia de las esferas que definen la cíclice, la cual genera una buena distribución visual de los perfiles circulares. El segundo algoritmo permite obtener una distribución de los puntos sobre la curva de centro de las esferas que definen la cíclice, proporcional al potencial de esta curva. Con éste algoritmo se despliegan más perfiles circulares, en las secciones donde la curva de centro de las esferas, tiene mayor curvatura.

## 2 Preliminares

### 2.1 Cónica estándar de Bézier en $\mathbb{R}^m$

Una cónica estándar de Bézier en  $\mathbb{R}^m$  está dada por:

$$b(t) = \frac{(1-t)^2 \mathbb{b}_0 + 2t(1-t)\omega \mathbb{b}_1 + t^2 \mathbb{b}_2}{(1-t)^2 + 2t(1-t)\omega + t^2}$$

Con  $\mathbb{b}_i \in \mathbb{R}^m$ ,  $i = 0, 1, 2$  y  $\omega$  un escalar positivo. Esta curva satisface propiedades descritas en [2], entre las cuales se tiene que:

La traza de la cónica estándar de Bézier se puede desplegar de manera iterativa usando el algoritmo de de Casteljau dado por:

$$\mathbb{b}_i^r(t) = (1-t) \frac{\omega_i^{r-1}}{\omega_i^r} \mathbb{b}_i^{r-1} + t \frac{\omega_{i+1}^{r-1}}{\omega_i^r} \mathbb{b}_{i+1}^{r-1} \text{ con } \omega_i^r(t) = (1-t)\omega_i^{r-1} + t\omega_{i+1}^{r-1}$$

de manera iterativa la recta tangente a la cónica, lo cual resulta muy útil para obtener los círculos que conforman la cíclice, la Figura 1 muestra un ejemplo del algoritmo de de Casteljau.

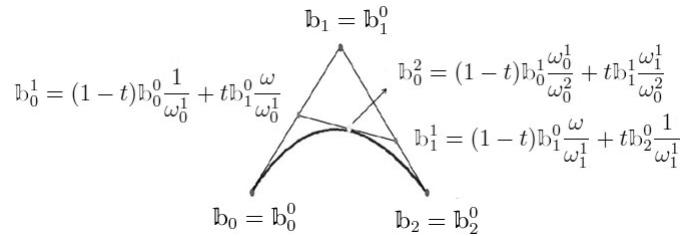


Figure 1: Algoritmo de de Casteljau para una cónica estándar de Bézier.

### 2.2 Modelo de Dan Pedoe

Sea:  $\psi = \{(X, Y, Z, W) \in \mathbb{R}^4 : X^2 + Y^2 + Z^2 - W = 0\}$ , el modelo de Dan Pedoe basado en la definición de puntos armónicos conjugados, establece una correspondencia biyectiva entre el exterior de  $\psi$  denotado por:  $\psi^+ = \{(X, Y, Z, W) \in \mathbb{R}^4 : X^2 + Y^2 + Z^2 - W > 0\}$  con esferas de  $\mathbb{R}^3$ .



Dicha biyección está dada por la siguiente relación: sea  $\mathbb{J}_p = (X_{\mathbb{J}_p}, Y_{\mathbb{J}_p}, Z_{\mathbb{J}_p}, W_{\mathbb{J}_p}) \in \psi^+$ , este punto representa la esfera:

$$(x - X_p)^2 + (y - Y_p)^2 + (z - Z_p)^2 = r_p^2$$

Si  $\mathbb{J}_p \in \psi$  entonces  $r_{\mathbb{J}_p}^2 = 0$ , por lo que le punto  $\mathbb{J}_p$  se corresponde con el punto  $(X_{\mathbb{J}_p}, Y_{\mathbb{J}_p}, Z_{\mathbb{J}_p}) \in \mathbb{R}^3$  y en el caso que  $\mathbb{J}_p$  está en el exterior  $\psi^-$ , el radio de la esfera es imaginario, que no es de interés para este trabajo.

### 2.3 Correspondencia de rectas y haces de esferas

Sea  $L_{a,lb}(t) = (1 - t)a + tb$  la recta que pasa por los puntos  $a = (X_a, Y_a, Z_a, W_a)$  y  $b = (X_{lb}, Y_{lb}, Z_{lb}, W_{lb})$ , los puntos de la recta anterior se corresponden con una familia monoparamétrica de esferas o haz de esfera de ecuación:

$$E_{L_{a,lb}(t)} : (x - (X_a + (X_{lb} - X_a)t))^2 + (y - (Y_a + (Y_{lb} - Y_a)t))^2 + (z - (Z_a + (Z_{lb} - Z_a)t))^2 = (X_a + (X_{lb} - X_a)t)^2 + (Y_a + (Y_{lb} - Y_a)t)^2 + (Z_a + (Z_{lb} - Z_a)t) - (W_a + (W_{lb} - W_a)t).$$

De acuerdo a la ubicación de  $L_{a,lb}(t)$  respecto a  $\psi$  se tienen tres diferentes haces de esferas. En este trabajo se considera solo el caso en que  $L_{a,lb}(t) \subset \psi^+$ , la cual genera una familia de esferas que se intersecan en un círculo en  $3D$ . En la Figura 2 se ilustra el caso de interés para desplegar la cíclide.

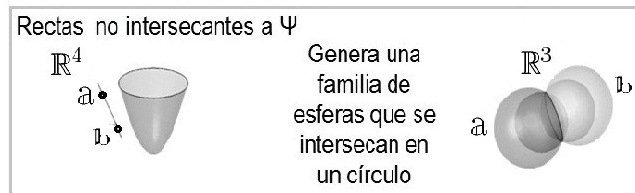


Figure 2: Correspondencia de una recta  $\mathbb{R}^4$  en  $\psi^+$  con un haz de esferas en  $\mathbb{R}^3$ .

El punto en el infinito de un haz de esferas representa un plano de  $\mathbb{R}^3$ , llamado *plano radical*, dado por  $\pi_r : 2x(X_a - X_{lb}) + 2y(Y_a - Y_{lb}) + 2z(Z_a - Z_{lb}) - (W_a - W_{lb}) = 0$ , cuya intersección con las esferas del haz define el círculo común del haz de esferas, que en el caso de las cíclides se utiliza para el despliegue de los perfiles circulares que la definen.

### 3 Cíclides

Una cíclide se define como la envolvente de una familia cuadrática monoparamétrica de esferas en  $3D$  véase [3]. Dada una cónica estándar de Bézier  $\mathbf{b}(t) = (X(t), Y(t), Z(t), W(t))$  en  $\psi^+$ , a través del modelo de Dan Pedoe cada punto de  $\mathbf{b}(t)$  se corresponde con una esfera de centro  $(X(t), Y(t), Z(t))$  y  $r^2(t) = X(t)^2 + Y(t)^2 + Z(t)^2 - W(t)$ . Cada recta tangente a la cónica  $\mathbf{b}(t)$  se corresponde con un círculo de contacto que es un perfil circular de la cíclide. Usando el algoritmo de de Casteljaou se obtienen las rectas tangentes a  $\mathbf{b}(t)$  y por ende los perfiles circulares de la superficie. Considerando una partición uniforme del dominio de una cónica estándar de Bézier y aplicando el algoritmo de de Casteljaou se obtienen los círculos con los cuales se despliegue la cíclide, que en general no están bien distribuidos. En la Figura 3 se ilustra una cíclide y una

secuencia de perfiles circulares obtenidos a partir de una partición uniforme del dominio de la cónica, donde la tangente a cada uno de los puntos en  $\mathbf{b}(t)$  define un círculo de la cíclice.

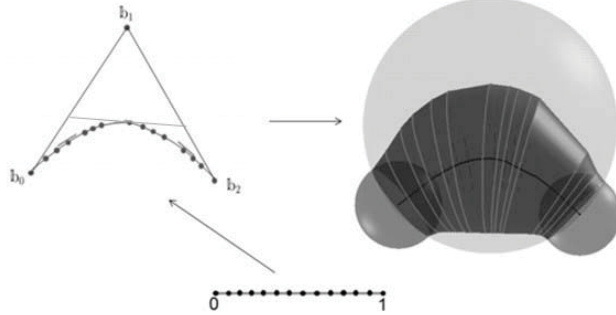


Figure 3: Distribución de perfiles circulares usando una distribución uniforme del dominio de la curva  $\mathbf{b}(t)$ .

#### 4 Distancia entre esferas

Dadas las esferas  $E_a = (x - X_a)^2 + (y - Y_a)^2 + (z - Z_a)^2 = r_a^2$  y  $E_{lb} = (x - X_{lb})^2 + (y - Y_{lb})^2 + (z - Z_{lb})^2 = r_{lb}^2$ , en [7] se define la distancia entre ellas como:

$$D(E_a, E_{lb}) = \lambda((X_a - X_{lb})^2 + (Y_a - Y_{lb})^2 + (Z_a - Z_{lb})^2) + (r_a - r_{lb})^\beta$$

donde  $\lambda, \beta$  establecen un peso diferente entre la distancia los centros y la diferencia entre los radios. Considerando  $\lambda = 1$  y  $\beta = 2$ , para conseguir una distribución uniforme de las esferas, se debe calcular una familia de puntos en la curva  $\mathbb{C}(t) = (X(t), Y(t), Z(t), r(t))$  de manera que puntos adyacentes tenga la misma longitud. Uno de los objetivos de este trabajo es determinar una secuencia de esferas tangentes a la cíclice, tal que la distancia entre dos adyacentes sea aproximadamente la misma, usando una distribución de puntos en  $\mathbb{C}(t)$ , para mejorar la representación visual de los perfiles circulares.

#### 5 Distribución de los perfiles circulares

##### 5.1 Distribución uniforme

Los autores en [6], plantean un algoritmo que permite calcular una distribución de puntos sobre una curva regular tal que, la longitud de arco entre cada par de puntos adyacentes es aproximadamente la misma. Esto resulta de aproximar la inversa de la función longitud de arco denotada por  $l^{-1}(s)$ , para lo cual se construye un spline racional lineal  $f(s) : [0, L] \rightarrow [0, 1]$  de clase  $C^1$ , donde  $L$  es la longitud de arco  $\langle t \rangle$ . En cada nodo  $s_k$  de la partición del intervalo  $[0, L]$  se satisfacen condiciones de interpolación y tangencia, esto es  $f(s_k) = l^{-1}(s_k)$  y  $(l^{-1})'(s_k) = f'(s_k) \neq 0$ , además  $f(s)$  es creciente compuesto de  $n - 1$  segmento de funciones racionales lineales dadas por:

$$f_k(s) = \begin{cases} \frac{a_0 + a_1 s}{a_2 + a_3 s} & \text{para } s \in [s_k, s_{km}] \\ \frac{b_0 + b_1 s}{b_2 + b_3 s} & \text{para } s \in [s_{km}, s_{k+1}] \end{cases}$$

con  $s_{km} = \frac{s_{k+1} + s_k}{2}$ . Cada segmento  $f_k(s)$  es creciente definido en el intervalo  $[s_k, s_{k+1}]$ , ver Figura [4]. En el algoritmo planteado en [6] se debe prescribir un entero  $n$  (número de puntos a distribuir) y un error tal que  $\max |s_k^{j+1} - s_k^j| < \epsilon$  para  $k = 0, \dots, n - 1$  donde,  $j$  representa la  $j$ -ésima iteración del proceso. Entre  $s_k^{j+1}$  y  $s_k^j$  el parámetro  $\tilde{s}_k$  es calculado, cuya imagen a través del spline  $f(s)$  es un valor  $u_k^{j+1}$  en  $[0, 1]$ , tal que la longitud de arco de la secuencia de puntos  $\mathbb{C}(u_k^{j+1})$  es aproximadamente la misma. El orden de convergencia del algoritmo descrito es 2. Para calcular los parámetros  $a_0, a_1, a_2, a_3, b_0, b_1, b_2$  y  $b_3$  correspondientes a cada segmento  $f_k(s)$  se debe resolver un sistema de ecuaciones lineales, que se deriva de las condiciones de interpolación y tangencia.

Una aplicación de los resultados en [6], sobre la curva  $\mathbb{C}(t)$ , permite distribuir uniformemente las esferas que definen la cíclice de manera que, la distancia entre dos esferas adyacente sea aproximadamente la misma. Estas esferas tienen un círculo de contacto con la cíclice y por la distribución uniforme de estas esferas, los perfiles que definen la cíclice son seleccionados de una manera más apropiada. Ver Figura 5.

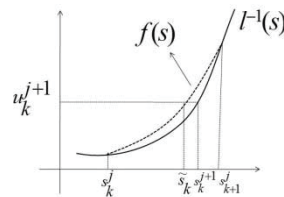


Figure 4: Spline que aproxima a  $l^{-1}$ .

### 5.2 Distribución de acuerdo al potencial

El objetivo de esta sección es obtener una distribución de puntos de la curva de centros de las esferas dadas por  $d(t) = (X(t), Y(t), Z(t))$ , proporcional a la curvatura de la misma. En este caso se construye el spline  $g(s) : [0, V] \rightarrow [0, 1]$  utilizando un esquema similar propuesto para el spline  $f(s)$ . El spline  $g(s)$  aproxima la función inversa de  $v(t) = \int_0^t k(u)^2 du$  (energía de doblamiento), donde  $k(t)$  la curvatura  $d(t)$ . La Figura 5 muestra tres gráficos con diferentes distribuciones de perfiles circulares.

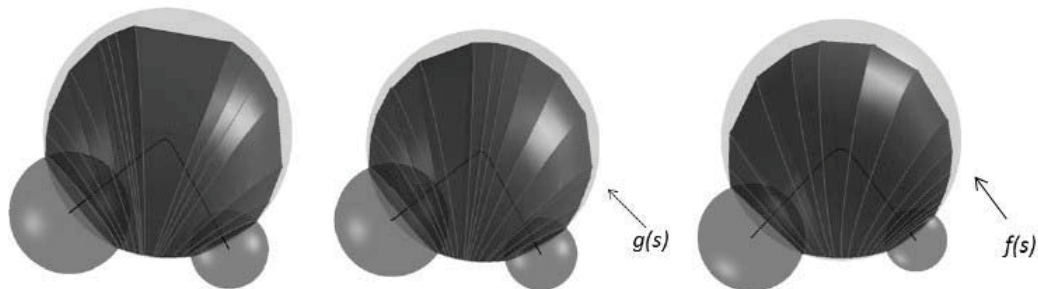


Figure 5: Distribución de perfiles circulares usando una distribución uniforme del dominio de la curva ( $\mathbb{C}(t)$ ) y los spline  $f(s)$  y  $g(s)$ .

## 6 Conclusiones

Se puede observar que si la curva de centros de las esferas tiene una variación significativa de su curvatura, es recomendable usar la distribución de los perfiles circulares obtenida a través del spline  $g(s)$ . En caso contrario el spline  $f(s)$  resulta más útil para visualizar la gráfica de la cíclice. Otra manera de combinar ambos resultados es definir la función  $R_q(t) = qv(t) + (1 - q)l(t)$  donde  $q \in [0, 1]$  y aproximar su función inversa usando el esquema planteado. Para valores de  $q$  cercanos a 0, resulta una distribución de puntos de acuerdo a la longitud de la curva y para el caso que  $q$  es cercano a 1 se obtiene una distribución de puntos de proporcional a la curvatura.

## 7 Agradecimientos

Al CDCH - UCV por el apoyo para el desarrollo de éste trabajo a través del proyecto N° PI-03-7482-2009/1 y al personal del Laboratorio de computación Gráfica y Geometría Aplicada (CGGA) de la Escuela de Matemática, Facultad de Ciencias UCV.

## REFERENCES

- [1] Dan, Pedoe. Geometric a comprehensive course, Dover Publications Inc. Cambridge Uni- versity, Inglaterra, 1970.
- [2] Farin, Gerald E., Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design: A practical Guide, 3rd Edition, Academic Press, 1992 ISBN 0-12-249052-5.
- [3] Helmut Pottmann and Martin Peternell. Envelopes computational theory and apli- cations. In Budmerice, Slovakia (eds.). Proceedings, Spring Conferece on Computer Graphics and its Applications, pp 3-23, 2000.
- [4] Marco Paluszny, and Wolfgang Boehm. General cyclides, Computer Aided Geometric Design 15, pp. 699-710, 1998.
- [5] Marco Paluszny and Katja Buehler. Canal surfaces and inversive geometry, In M. Daehlen, T. Lyche, L.L, Schumaker (eds.), Mathematical Methods for Curves and Surfaces, pp. 367-374, 1998.
- [6] Victoria Hernández and Jorge Estrada. Sampling points on regular parametric cur- ves with control of their distribution, Computer Aided Geometric Design 20, pp. 363-382, 2003.
- [7] Vishwa Ranjan and Alain Fournier. Shape interpolations with unions of spheres, Uni- versity Bristish Columbia, <http://citeseerx.ist.psu.edu>, 2005.

## PRIMITIVES INTERSECTION WITH CONFORMAL 5D GEOMETRY

**Eduardo Roa**

**Víctor Theoktisto**

*eduroam@ldc.usb.ve*

*vtheok@usb.ve*

Laboratorio de Computación Gráfica e Interacción

Universidad Simón Bolívar, Caracas-VENEZUELA.

**Abstract.** *Conformal algebra in conformal geometric space allows for undifferentiated algebraic treatment of first class members such as points, vectors, areas (defined by bivectors) and volumes (defined by trivectors). We have derived a novel unified approach for all types of collisions in conformal space, based in a reformulation of euclidean (3D) collision queries mapped to conformal space (5D). The algebraic formulation of collisions/intersections in conformal space was then prototyped in MATLAB to verify the accuracy of the algorithms for an optimized implementation in GPU.*

**Keywords:** Conformal Geometry, Collision Detection, Geometric Algebra

### 1. INTRODUCTION

Intersection among primitives (such as lines, planes and spheres) are core concepts for any collision algorithm, and essential in several Computer Graphics areas such as dynamics, simulation, and graphics rendering [4]. We propose a new unified treatment described herein for all types of collisions: line segment-line segment, line segment-triangle, line segment-sphere, triangle-sphere and sphere-sphere, using Conformal 5D Geometry. A related work [5] shows the implementation in GPU of this algorithms to optimize computation times.

Conformal Geometry uses the geometric algebra framework, which allows for a simple and compact representation of all primitives, adapting easily to the way of how these objects are represented in computer graphics. In its relation to collision detection it has the great advantage of unifying all object intersections by just one formula.

## 2. GEOMETRIC ALGEBRA

Of the varied approaches for mathematical description in Computer Graphics, the most recent has been the Geometric Algebra formulation, of which a complete description may be found in the work of Dorst [2][3], and Vince [7].

This algebra has three main operators: the known inner (*dot*) product ( $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ ), the outer (*bivector*) product ( $\mathbf{x} \wedge \mathbf{y}$ ), and the geometric product ( $\mathbf{xy}$ ). As a vector space, it shares other properties of a vector algebra, such as Euclidean distance, invariance, etc.

**Definition 2.1** For vectors  $\mathbf{a}$  and  $\mathbf{b}$ , the outer product  $\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}$  defines an oriented hyperplane, or bivector, with magnitude the signed area (ccw) of the parallelogram  $\|\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}\| = \|\mathbf{a}\| \|\mathbf{b}\| \sin \theta$

**Definition 2.2** The geometric product  $\mathbf{ab}$  is a notation for the sum of its inner and outer products,

$$\mathbf{ab} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \wedge \mathbf{b} \quad (1)$$

From these definitions are derived the following algebraic properties

$$\begin{array}{ll} a \wedge a = 0 & a^2 = a \cdot a = \|a\|^2 \\ (\lambda a) \wedge b = \lambda(a \wedge b), \text{ for scalar } \lambda & (\lambda a)b = \lambda(ab), \text{ for scalar } \lambda \\ b \wedge a = -a \wedge b = a \wedge (-b) & ba = b \cdot a + b \wedge a = a \cdot b - a \wedge b \\ a \wedge (b+c) = a \wedge b + a \wedge c & a(b+c) = ab+ac \\ a \cdot b = \frac{1}{2}(ab+ba) & a \wedge b = \frac{1}{2}(ab-ba) \end{array}$$

## 3. CONFORMAL GEOMETRY

Conformal Geometry [1][2] describes an elegant algebraic space for geometric visualization in  $R^3$ , being homogeneous, supporting point and lines at infinity, preserving angles and distances, and defining concisely points, lines, planes and spheres.

**Definition 3.1** A conformal space  $R^{p+1,q+1}$  of  $p+1$  positive dimensions and  $q+1$  negative dimensions is built from a  $R^{p,q}$ . A point  $x = ue_1 + ve_2 + we_3$  in  $R^3$  is a null vector  $X = P(x)$  in  $R^{4,1}$  (inner product  $X \cdot X = 0$ , for  $X \neq 0$ ), having the orthonormal base  $\{e_1, e_2, e_3, e, \bar{e}\}$ .

$$\begin{array}{ll} e_1 \cdot e_1 = 1, & e_2 \cdot e_2 = 1, & e_3 \cdot e_3 = 1, & n = e + \bar{e}, & \bar{n} = e - \bar{e} \\ e \cdot e = 1, & \bar{e} \cdot \bar{e} = -1 & & X = P(x) = 2x + x^2 n - \bar{n} \end{array}$$

with  $n$  and  $\bar{n}$  representing null vectors at *infinity* and at the *origin*. The primitives shown on Table 1 are derived from these null vectors.

**Definition 3.3** A  $k$ -blade or  $k$ -vector is the outer product of  $k$  vectors:

$$v_1 \wedge v_2 \wedge \dots \wedge v_{k-1} \wedge v_k = V \in R^{n,m}, \quad k \leq n+m \quad (2)$$

**Definition 3.3** A pseudoscalar is the highest order blade in the space  $R^{n,m}$ , represented by  $I$  ( $I^2 = -1$ ), and analogous to  $\mathbf{i}$ , the imaginary  $90^\circ$  canonical (ccw) rotor of the complex plane.

**Table 1:** Algebraic primitives built in Conformal Geometry 5D

Primitive	Representation	Geometric Interpretation
Circle	$C = P_1 \wedge P_2 \wedge P_3$	Three noncollinear points in the circle's perimeter
Line	$L = P_1 \wedge P_2 \wedge n$	Two nonidentical points on the line plus the point at $\infty$
Sphere	$S = P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge P_4$	Four noncoplanar points on the surface of the sphere
Plane	$\Pi = P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge n$	Three noncollinear points define a triangle plus the point at $\infty$
Parallelogram	$A = q_1 \wedge q_2$	Area formed by two anchored vectors
Parallelepiped	$V = q_1 \wedge q_2 \wedge q_3$	Volume formed by three anchored vectors
Pseudoscalar	$I = e_1 \wedge e_2 \wedge e_3 \wedge e \wedge \bar{e}$	Canonical rotor of the $R^{4,1}$ conformal space vector base

### 3.1 INTERSECTIONS IN CONFORMAL SPACE

Intersections in the conformal geometry model [6] have the advantage of being expressed by just one formula for all primitives, as shown in Table 2.

**Definition 3.4** The meet operator ( $\vee$ ) denotes a multivector expression of up to 32 terms (in  $R^{4,1}$ ) representing the geometric intersection of two multivectors. It has the 5-term multivector  $I = e_1 e_2 e_3 e \bar{e}$  as pseudo-scalar for that space

$$B = (X \vee Y) = (I X) \cdot Y, \quad B^2 = \|B\|^2$$

$$B = \beta_0 + \beta_{e_1} e_1 + K + \beta_{e_1 e_2} e_1 e_2 + K + \beta_{e_1 e_2 e_3 e \bar{e}} e_1 e_2 e_3 e \bar{e} \quad (3)$$

The work of Roa [6] shows the calculus made for each intersection expressing value for  $B^2$ :

## 4. ALGORITHMS

In computer graphics the intersection of a plane with a sphere or a line with a plane, is straightforward, but not very interesting. More useful are the intersections of triangles with spheres, or line segments with triangles. The following algorithms solve these intersections using the formulas given in Table 2.

**Table 2:** Primitive intersections in  $R^{4,1}$  conformal space

Primitives	Conformal representation
Line-Plane	$B = \Pi_1 \vee L_1 = (I \Pi_1) \cdot L_1$
Plane-Plane	$B = \Pi_1 \vee \Pi_2 = (I \Pi_1) \cdot \Pi_2$
Line-Sphere	$B = S_1 \vee L_1 = (I S_1) \cdot L_1$
Plane-Sphere	$B = S_1 \vee \Pi_1 = (I S_1) \cdot \Pi_1$
Sphere-Sphere	$B = S_1 \vee S_2 = (I S_1) \cdot S_2$

$$B^2 \begin{cases} > 0, & \text{intersection at least at two points} \\ = 0, & \text{intersection at a tangent point} \\ < 0, & \text{primitives do not intersect} \end{cases}$$

For spheres (and circles), the radius  $\rho$  and center  $\varepsilon$  are given by the expressions

$$\rho^2 = \frac{-S^2}{(S \wedge n)^2} \quad \text{and} \quad \varepsilon = S n S$$

### 4.1 Line segment-triangle intersection

The first step is to determine the intersection of the line containing the segment with the plane containing the triangle in the conformal model. Using the equation [6]:

$$\mathbf{B} = (\omega_2\beta_3 + \omega_1\beta_4 - \omega_4\beta_1)e_1e + (\omega_2\beta_3 + \omega_1\beta_4 - \omega_4\beta_1)e_1\bar{e} + (\omega_3\beta_1 - \omega_2\beta_2 + \omega_1\beta_5)e_2e + (\omega_3\beta_1 - \omega_2\beta_2 - \omega_1\beta_5)e_2\bar{e} + (-\omega_3\beta_3 + \omega_4\beta_2 + \omega_1\beta_6)e_3e + (-\omega_3\beta_3 + \omega_4\beta_2 + \omega_1\beta_6)e_3\bar{e} + (-\omega_3\beta_4 - \omega_4\beta_5 - \omega_2\beta_6)e\bar{e}, \quad \text{with scalar discriminant } \mathbf{B}^2 = (\omega_3\beta_4 + \omega_4\beta_5 + \omega_2\beta_6)^2 \quad (4)$$

where the  $\beta$ 's y  $\omega$ 's are the coefficients of the corresponding multivectors  $L_1$  and  $\Pi_1$ . A nonnegative  $B^2$  signals a potential collision. If the intersection occurs, it then proceeds to intersect the line segment with each edge of the triangle. Algorithm 1 describes the procedure for calculating the intersection.

*Algorithm 1: Line Segment-Triangle intersection*

```

1 kernel Segment_Triangle_Intersect(segment L1, plane P1)
2 Normalize(L1); Normalize(P1)
3 [s, s3er] = ConformalIntersectLinePlane(L1, P1)
4 L2 = Line(L1.point1, L1.point2)
5 L3 = Line(P1.point1, P1.point2)
6 [out1, ind1] = ConformalIntersectSegmentSegment(L2, L3)
7 L2 = Line(P1.point1, P1.point2)
8 [out2, ind2] = ConformalIntersectSegmentSegment(L2, L3)
9 L3 = Line(P1.point1, P1.point2)
10 [out3, ind3] = ConformalIntersectSegmentSegment(L2, L3)
11 // out0 = 1 (segments intersect); 0 (they do not)
12 // ind0: scalar coefficient of a vector
13 if (s == 0) then //line and plane parallel
14   if s3er == 0 then //line lies on the triangle's plane
15     //verify segment intersection with other triangles
16     return (out1==1) or (out2==1) or (out3==1)
17   else return 0 // No intersection found
18   end if
19 else //whether both points are in same side of plane
20   sign1 = trivector(P1.point2-P1.point1, P1.point3-P1.point1, L1.point1-P1.point1)
21   sign2 = trivector(P1.point2-P1.point1, P1.point3-P1.point1, L1.point2-P1.point1)
22   if (sign1 == sign2) then
23     return 0 // Segment does not touch plane
24   end if
25   // Segment crosses the plane
26   return result = (ind1>0 and ind2>0 and ind3<0) or
27     (ind1<0 and ind2<0 and ind3>0);
28 end if

```

*Algorithm 2: Triangle-Triangle intersection*

```

1 kernel Triangle_Triangle_Intersect(triangle P1, triangle P2)
2 //Verify if all points are at same side of plane
3 if not VerifySameSidePoints(P1) then
4   return 0 // No intersection
5 end if
6 Normalize(P1); Normalize(P2)
7 r1 = Line(P2.point1, P2.point2)
8 r2 = Line(P2.point2, P2.point3)
9 r3 = Line(P2.point3, P2.point1)
10 // out0 = 1, intersection exists, 0 no intersection.
11 out1 = ConformalIntersectSegmentPlane(r1, P1)
12 out2 = ConformalIntersectSegmentPlane(r2, P1)
13 out3 = ConformalIntersectSegmentPlane(r3, P1)
14 if (out1 == 1) or (out2 == 1) or (out3 == 1) then
15   return 1 // intersection exists
16 end if
17 r1 = Line(P1.point1, P1.point2)
18 r2 = Line(P1.point2, P1.point3)
19 r3 = Line(P1.point3, P1.point1)
20 out1 = ConformalIntersectSegmentPlane(r1, P2)
21 out2 = ConformalIntersectSegmentPlane(r2, P2)
22 out3 = ConformalIntersectSegmentPlane(r3, P2)
23 return (out1 == 1) or (out2 == 1) or (out3 == 1)

```

## 4.2 Triangle-triangle intersection

For triangle-triangle intersections, we do not use the plane-plane intersection from the conformal model. Instead, we take each edge of first triangle and intersect it with the edges of the second one using Algorithm 1. Then we take each edge of the second triangle and repeat the process above with the first triangle. Algorithm 2 describes this procedure.

## 4.3 Line segment-sphere intersection

The first step checks whether just one endpoint on the line segment is inside the sphere, therefore an intersection occurs. If both points are outside the sphere, we proceed to apply the calculus using the conformal model, checking the sign of  $B^2$  [6].



**Figure 1:** Left: one of the angles between the vectors is  $> 90^\circ$ . Right: both angles are acute



For this case that there is a crossing between the line segment and the sphere, but both endpoints of the line segment are outside of it, we consider the angles among the vectors indicated in Figure 1. If both angles are acute, then the line segment has pierced the sphere. The procedure is indicated in Algorithm 3.

*Algorithm 3: Line Segment-Sphere intersection*

```

1 kernel Segment_Sphere_Intersect(segment R1, sphere E1 )
2
3 ChangedCoordinatedSphere (E1)
4 ChangedCoordinatedLine (R1)
5 b = CheckPointInsideSphere (R1)
6 if (b==true)
7     return 1 // Intersection exist
8 end if
9 Normalize(R1)
10 a = IntersectionsConformalModelLineSphere(R1, E1)
11 // a = 0 segment is tangent, a >= 0 No intersect
12 if (a<=0)
13     if (a==0) return 1
14     if (a>=0) return 0
15 else
16     vecOP1 = -R1.punto1
17     vecOP2 = -R1.punto2
18     vecPIP2 = R1.punto2 - R1.punto1
19     vecP2P1 = R1.punto1 - R1.punto2
20     cos1 = CosineAngle(vecOP1, vecPIP2)
21     cos2 = CosineAngle(vecOP2, vecP2P1)
22     if (cos1 < 0) && (cos2 < 0)
23         return 0
24     else // both angles are acute, intersection exist
25         return 1
26     end if
27 end if
    
```

*Algorithm 4: Triangle-Sphere intersection*

```

1 kernel Triangle_Sphere_Intersect(triangle P1, sphere E1 )
2
3 ChangedCoordinatedSphere (E1)
4 ChangedCoordinatedPlane (P1)
5 r = CheckPointInsideSphere (P1)
6 if (r==true)
7     return 1 // Intersection exist
8 end if
9 Normalize(P1)
10 r = CalculateIntersectionConformalModelPlaneSphere(P1, E1)
11 // r < 0 no intersection, r > 0 possible intersection
12 if (r < 0)
13     return 0
14 else
15     // Check if one line of the triangle intersect the
16     // sphere
17     r1 = Line(P1.punto2, P1.punto1)
18     r2 = Line(P1.punto3, P1.punto2)
19     r3 = Line(P1.punto1, P1.punto3)
20     res1 = Segment_Sphere_Intersect(r1, E1);
21     res2 = Segment_Sphere_Intersect(r2, E1);
22     res3 = Segment_Sphere_Intersect(r3, E1);
23     if (res1 = 1) or (res2 = 1) or (res3 = 1)
24         return 1 // Intersection exist
25     else
26         // Calculate point with minimal distance of the
27         // center sphere
28         (d, q) = PointMinimalDistanceSphere(E1, P1) // d =
29         // distance, q point in the plane
30         if (d <= r)
31             v12 = P1.punto2 - P1.punto1
32             v10 = q - P1.punto1
33             v23 = P1.punto3 - P1.punto2
34             v20 = q - P1.punto2
35             v31 = P1.punto1 - P1.punto3
36             v30 = q - P1.punto3
37             signed1 = bivector(v12, v10)
38             signed2 = bivector(v23, v20)
39             signed3 = bivector(v31, v30)
40             //if signed are equal the point q is inside
41             //triangle
42             if (signed1 = signed2) and (signed2 = signed3)
43                 return 1
44             else
45                 return 0
46             end if
47         else
48             return 0
49         end if
50     end if
51 end if
52 end if
53 end if
54 end if
55 end if
56 end if
57 end if
    
```

#### 4.4 Triangle-sphere intersection

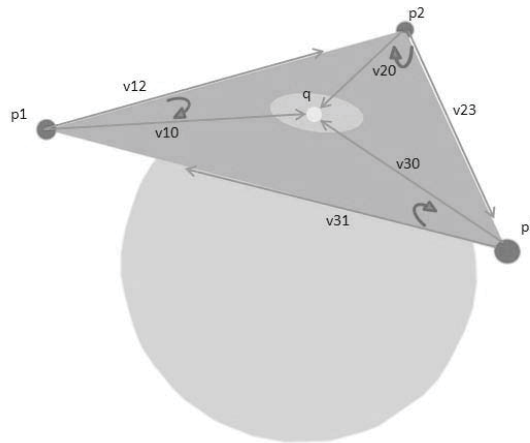
This algorithm requires three steps. If all three vertexes of the triangle are inside, then there are no intersections. If just one or two points of the triangle are inside the sphere, an intersection exists. If these conditions are not met, then the three points of the triangle are outside the sphere.

We proceed to calculate the intersection in the conformal model, checking the sign of  $B^2$  [6], signaling a potential plane-sphere collision. Then we proceed to see if one of the triangle's segments intersects the sphere. If it's affirmative the intersection occurs. However, it may be possible that no segment intersects the sphere and still the intersection exists (see figure 2).

To solve this case, we calculate the point  $q$  (Figure 2) whose distance is minimal respect to the center. If that point  $q$  lies inside the sphere, then the triangle intersects it, otherwise there is no collision. The procedure is indicated in Algorithm 4.

## 4.5 Sphere-sphere intersection

The simplest of all intersections, just verifying the sign of  $B^2$  [6] in the last equation of Table 2.



**Figure 2:** Triangle-Sphere Intersection

## 5. CONCLUSIONS

We found a elegant procedure to deal with collisions among primitives in a unified manner under the conformal model, based on reformulating the collisions of  $R^3$  euclidean space in the corresponding conformal  $R^{4,1}$  geometric space. In our algorithms we also used several geometric formulations in  $R^3$  to complement our results. All the algorithms were prototyped and implemented in MATLAB to prove accuracy and correctness. When implemented using the GPU (Graphics Processor Unit) [5], it accounts for greatly accelerated computation times, in some cases allowing for real-time collision detection.

Future work involves simplifying and speeding up even more the calculation of these formulas, and investigating the geometric meaning of each coefficient of the intersection multivector.

## REFERENCES

- [1] C. Doran and A. Lasenby. *Geometric Algebra for Physicists*. Cambridge, Cambridge, UK, 2009.
- [2] L. Dorst and D. Fontijne and S. Mann. *Geometric Algebra for Computer Science*. Morgan Kaufmann, San Francisco, CA, 2007.
- [3] Leo Dorst and Stephen Mann. Geometric Algebra: A Computational Framework for Geometrical Applications (Part 1). *IEEE Computer Graphics and Applications*, 22:24-31, 2002.
- [4] C. Ericson. *Real Time Collision Detection*. Morgan Kaufmann, San Francisco, CA, 2005.
- [5] E. Roa and V. Theoktisto and M. Fairén and I. Navazo. GPU Collision Detection in Conformal Geometric Space. *V Ibero-American Symposium in Computer Graphics SIACG'2011*, pages 153-157, 2011. Universidade do Algarve, Portugal.
- [6] Eduardo Roa. GPU-based Operations in 5D Conformal Geometric Space. Master's thesis, Universidad Simón Bolvar, Caracas, Venezuela, 2011.
- [7] J. Vince. *Geometric Algebra for Computer Graphics*. Springer, London, UK, 2008.

## IMPLEMENTACIÓN DE UNA ARQUITECTURA BASADA EN REGRESIÓN DE MEDIANA PONDERADA (RMP) PARA LA RECONSTRUCCIÓN DE SEÑALES POCO DENSAS USANDO COMPUTACIÓN RECONFIGURABLE

**Ronal D. Celaya**

**Luis J. Vega**

**José L. Paredes**

**Juan M. Ramírez**

*rcelaya@ula.ve*

*luisgvega@ula.ve*

*paredesj@ula.ve*

*juanra@ula.ve*

Escuela de Ing. Eléctrica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Mérida-Venezuela

**Resumen.** *En este artículo se propone el diseño, descripción en VHDL y síntesis en FPGa de una arquitectura para la reconstrucción de señales usando la técnica del Censado Comprimido mediante el algoritmo de reconstrucción basado en Regresión de Mediana Ponderada. Para disminuir la complejidad, se realizan ciertas simplificaciones al algoritmo original, sin que esto afecte severamente la exactitud en la reconstrucción de la señal. Se presentan resultados detallados del consumo de potencia para la reconstrucción de una señal poco densa en el dominio canónico así como también se especifica el área ocupada; todo esto usando una FPGA Xilinx Virtex5 xc5vlx30-3ff324.*

**Palabras claves:** Censado Comprimido, LAD, Filtros de mediana ponderada, FPGAs

### 1. INTRODUCCIÓN

La teoría de Censado Comprimido ha surgido como una alternativa en el proceso de adquisición y compresión de señales [1]. Esta teoría establece que una señal poco densa en un determinado diccionario se puede muestrear a una frecuencia mucho menor a la exigida por el teorema de Nyquist, simplificándose de esta forma los recursos de conversión A-D en el proceso de adquisición. La clave en esta teoría es que la señal se adquiere luego de ser proyectada a un espacio expandido por una base aleatoria. Claro está, a partir del conjunto reducido de proyecciones es posible recuperar la señal original con alta probabilidad.

Asimétrico en su naturaleza, censado comprimido simplifica el proceso de adquisición recayendo la complejidad y exigencias de recursos en el proceso de reconstrucción. Para ello, una gran variedad de algoritmos de reconstrucción han sido propuestos que intentan resolver el problema inverso. Esto es, dado el conjunto de medidas, que siguen el modelo , el objetivo en el proceso de reconstrucción es recuperar la señal  $-dimensional$  a partir de la señal  $-dimensional$  , con . Dado que este sistema de ecuaciones es indeterminado, presenta múltiples soluciones por lo que un enfoque que ha sido ampliamente usado en la literatura es resolver este problema inverso haciendo uso de la teoría de optimización. Así, la señal es recuperada como solución al problema de la Ec. 1, donde  $\tau$  es el parámetro de regularización que controla la densidad en la solución y a su vez la minimización de la norma del residuo y es la matriz de proyecciones aleatorias. Dada la complejidad de este problema de optimización, el tiempo de cómputo es en general alto por lo que surge la necesidad de desarrollar implementaciones a nivel de hardware que aceleren el proceso de reconstrucción bajo el enfoque de censado comprimido. Trabajos preliminares [2, 3] en implementación en FPGA de algoritmos de reconstrucción usan la norma conduciendo a un proceso de cómputo de la pseudo-inversa de la cual tiende a ser computacionalmente costoso en la medida que el tamaño de la señal aumenta.

$$\hat{X} = \arg \min_X \|Y - AX\|_{l_p} + \tau \|X\|_{l_1} \quad (1)$$

En este artículo se propone el diseño, descripción en VHDL y síntesis en FPGA del algoritmo de reconstrucción basado en regresión de mediana ponderada (RMP) [4]. Específicamente, la solución del problema de optimización para se resuelve en forma iterativa mediante operaciones de estimación basada en mediana ponderada seguido de operaciones de umbralización con parámetro adaptable que determina la relevancia o no de la componente a recuperar. De la implementación desarrollada se hace un estudio de la potencia que consume cada parte del algoritmo así como del área ocupada.

## 2. ARQUITECTURA

La arquitectura propuesta, presentada en la Fig. 1, realiza ciertas simplificaciones al algoritmo de reconstrucción original propuesto en [4]. Específicamente, las simplificaciones se concentran en tres aspectos, el criterio de parada, la matriz de proyección utilizada y el cálculo de la componente a reconstruir.

El criterio de parada propuesto en principio se basa en dos condiciones: la energía normalizada residual y el número de iteraciones. En la arquitectura propuesta el criterio de parada solo se centra en alcanzar un número de iteraciones.

En referencia a la matriz de proyección, la usada en la implementación es una matriz compuesta por números generados de forma pseudo-aleatoria a partir de un proceso de Bernoulli; contraria a la usada en el algoritmo original la cual son realizaciones de una variable Gaussiana.

La última simplificación de peso realizada, se basa en el criterio de relevancia tomado. El algoritmo original detecta las componentes que producen la mayor variación de la norma  $l_1$ , mientras que la implementación detecta las componentes en orden de magnitud.

### 2.1 Unidad de Procesamiento de Columna (UPC)

Esta es la unidad principal de la arquitectura, en ella se realiza todo el proceso de

reconstrucción de la señal, por lo que también es la que contiene la lógica más compleja y las simplificaciones ya mencionadas. La UPC se muestra en la Fig. 2

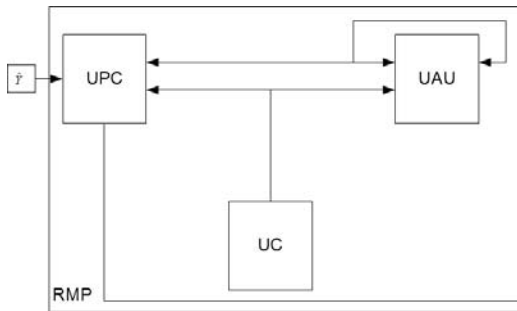


Figura1 - Arquitectura del algoritmo RMP

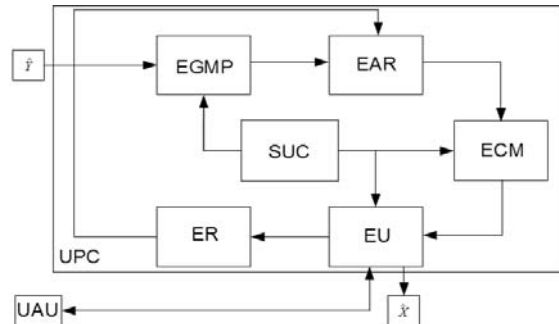


Figura2 -Arquitectura de la UPC

**Etapa de Generación de la Matriz de Proyecciones (EGMP).** Los valores que componen la matriz de medida son generados en el momento necesario para su utilización, para ello se usa un LFSR. Este bloque permite obtener números pseudo-aleatorios a partir de una semilla especificada, presentando un ciclo de repeticiones que depende del polinomio generador seleccionado. Para nuestra aplicación el polinomio generador es  $p(x) = x^{16} + x^{14} + x^{13} + x^{11} + 1$  el cual permite una pseudo-aleatoriedad con un periodo de  $2^{16} - 1$  [5].

El LFSR genera los valores correspondientes a la *n*-ésima columna de la matriz de proyecciones,  $A(:, n)$ , valores que no son almacenados, sino que son procesados una vez se generan. Esta generación *on-chip* permite el ahorro de energía y da la facilidad de generar cualquier matriz necesaria.

**Etapa de Actualización (EA).** En esta unidad se realiza la operación de actualización de residuo descrita en la Ec. 2.

$$\frac{y - \hat{y} + A(:, n) * \hat{f}(n)}{A(:, n)} \tag{2}$$

El primer bloque, Unidad de Signo (US), se emplea para el cálculo tanto de  $A(:, n) * \hat{f}(n)$  como de la división entre  $A(:, n)$ . El empleo de la US es una consecuencia directa del hecho de que los valores que componen la matriz *A* son valores aleatorios binarios. Esto hace que las operaciones antes mencionadas se reduzcan a una operación de desacople del signo, es decir la operación de multiplicación se reduce a pasar el signo de  $A(i, j)$  al correspondiente multiplicando. La segunda unidad que compone la EA es la Unidad de Actualización (UA), encargada de las operaciones de suma y resta que completan la el cálculo de la Ec. 2

**Etapa de Cálculo de Mediana (ECM).** El cálculo de la mediana se realiza usando el algoritmo Bit-Voter (BV) [6], que solo permite el cálculo de medianas sin signo. Para poder calcular la mediana con pesos que tienen asociado un signo, se usó la implementación presentada en [7].

Un procesamiento previo al BV es el arreglo de los datos. El diseño del algoritmo exige el ingreso de todos los datos que conforman la ventana, bit a bit, para ello se utilizó una unidad que se encarga de guardar los datos generados del bloque anterior, en un arreglo de longitud igual al tamaño de la ventana. A la salida del algoritmo BV, se tiene la mediana de la ventana anterior bit a bit; por ello se emplea un registro de desplazamiento que ordena cada uno de los bits hasta formar el número con la precisión indicada.

Como última etapa del cálculo de mediana, se tiene otra unidad que casting que permite corregir el signo de la misma manera que se hizo al comienzo.

**Etapa de Umbralización (EU).** Inmediatamente después del cálculo de mediana se compara el valor obtenido con el valor umbral, para de esta forma decidir si el resultado obtenido es relevante o no en la reconstrucción de la señal. Hay que destacar que esta etapa solo se encarga de la comparación con el umbral, mas no de la actualización. La actualización es realizada en una unidad externa que será tratada más adelante. La umbralización es del tipo rígida, esto es cualquier valor por debajo del umbral es forzado a cero, mientras que un valor mayor deja de inalterado.

**Etapa de Actualización Residuo (EAR).** El resultado a la salida de la EU, denotada como  $\hat{f}(n)$  toma dos caminos, uno es hacia la salida de la UPC, obteniéndose así una componente de la señal reconstruida; el otro hacia la ER encargada de calcular el residuo. El cálculo del residuo se realiza según la Ec. 3. Se observa que las operaciones necesarias para el cálculo del residuo son semejantes a las utilizadas para la EA, compuestas de sumadores y una operación de asignación de signo.

$$y = \hat{y} + (\hat{f}(n) - t) * A(:, n) \quad (3)$$

Esta etapa es la última operación realizada. Luego de ella, el sistema vuelve a ejecutar el algoritmo desde el principio, ahora con los valores actualizados y operando con la columna  $A(:, n + 1)$  de la matriz de proyecciones hasta llegar a la  $n$ -ésima componente de la señal.

**Sub-unidad de Control (SUC).** Todas las etapas descritas anteriormente deben ser controladas para asegurar su correcta sincronización, es ahí donde entra en funcionamiento la SUC. Ella se encarga de comandar la carga de cada uno de los datos y de mantener el encausamiento. Al mismo tiempo, tiene la función de decir cuando el algoritmo ha terminado para de esta forma reiniciar y habilitar de nuevo cada una de las etapas. Este reinicio no afecta el resultado anterior ya que él no se guarda en ninguna parte de la UPC; la salida de cada resultado se debe guardar de manera externa si es necesario.

## 2.2 Unidad de Actualización de Umbral (UAU)

La decisión de si una componente es relevante o no es vital para el algoritmo RMP. La decisión es tomada por la EU en la UPC, pero el valor inicial y luego las actualizaciones del umbral son hechas en la UAU. Ella se encarga de definir el umbral en cada iteración, para de esta forma ir adaptando el parámetro de decisión.

La disminución del valor umbral, inicialmente establecido en un valor máximo, se realiza mediante la multiplicación de este por un parámetro  $\beta < 1$ . Esta multiplicación fue simplificada

mediante la elección de un  $\beta$  que permitiera una reconstrucción óptima y a la vez fuera un número submúltiplo de  $2^m$ , para que de esta forma la multiplicación se transformará en un desplazamiento.

### 2.3 Unidad de Control (UC)

Al igual que la SUC, la UC tiene la función de controlar la ejecución ordenada de las demás unidades, pero en este caso a nivel macro. Ella se encarga del control de la UPC y UAU, decidiendo en qué momento se cargan los valores a la entrada de la UPC: señal a reconstruir, semilla para el LFSR, umbral de comparación para el BV, retroalimentación y en general, de la sincronización de todas las etapas que conforman la jerarquía superior del algoritmo. Se podría decir que es una especie de control maestro del sistema.

## 3. RESULTADOS

La arquitectura propuesta fue evaluada mediante la reconstrucción de una señal poco densa en el dominio canónico con las siguientes características: 30 elementos no-nulos,  $M = 256$  proyecciones y un tamaño de señal de  $N = 1024$  puntos. La amplitud y posición de los elementos no-nulos es aleatoria. Para evaluar el resultado de la reconstrucción, se describió el algoritmo en MATLAB siguiendo las mismas restricciones que en hardware. Además de las características anteriores, la señal reconstruida presenta valores que oscilan en el intervalo  $[-255, 255]$ . El número de iteraciones para esta reconstrucción fue igual a 64 y el valor de  $\beta = 0.875$ .

La implementación en hardware se realizó en una FPGA Xilinx Virtex5 xc5vlx30-3ff324 y las estimaciones de potencias mediante la herramienta Xilinx XPower Analyzer.

El error de reconstrucción que presentó la descripción en hardware fue de -38.744 dB. Este error se calculó usando el error medio cuadrático. Cabe destacar que el mismo puede variar ligeramente debido a la cualidad aleatoria de la reconstrucción. La Fig. 3 representa un ejemplo ilustrativo de la señal original y el resultado de la reconstrucción. El error cometido puede ser disminuido al aumentar el número de iteraciones que realizará la reconstrucción.

La potencia total consumida por el sistema [8] para la señal del ejemplo fue de 570 mW. La potencia estática fue de 382 mW, esto es, poco más del 67% de la potencia total. Ahora, de la potencia dinámica de la arquitectura, cerca del 93% es consumida por la UPC debido a que en ella se realiza todo el procesamiento necesario para la reconstrucción de la señal.

Si nos concentramos en la UPC, alrededor del 99% de la potencia le pertenece a la unidad encargada del cálculo de la mediana. Este alto consumo relativo es de esperarse, dado que este bloque es ejecutado para cada componente de la señal por el número de iteraciones seleccionado.

Por otro lado, el área total consumida por la implementación fue del 25 % de los FlipFlops disponibles y 36% de los LUTS. Hay que destacar que el costo de área es relativamente menor a otras implementaciones [2,3], siendo en estos la dimensión del problema de reconstrucción mucho menor. Además la velocidad conseguida en la implementación fue de 62.9 MHz, velocidad que dependiendo de la aplicación nos permitiría resultados en tiempo real.

## 4. CONCLUSIONES

Se presentó una arquitectura en hardware del algoritmo de reconstrucción RMP. La implementación se valió de ciertas simplificaciones necesarias para disminuir la complejidad del desarrollo y permitir la optimización del uso del FPGA. Como prueba de desempeño se presentó

la reconstrucción de una señal poco densa en el dominio canónico de 1024 puntos, con tamaño de soporte de 30 y 256 medidas; usando la arquitectura propuesta, se comparó con el mismo desarrollo en MATLAB y se mostró el error cometido respecto a la señal original. La implementación fue hecha en una FPGA Xilinx Virtex5 xc5vlx30-3ff324 obteniéndose un consumo de potencia dinámica de 188 mW, un área total ocupada del 25% en el caso de los FlipFlops y 36% de los LUTS y una velocidad de reloj igual a 62.9 MHz.

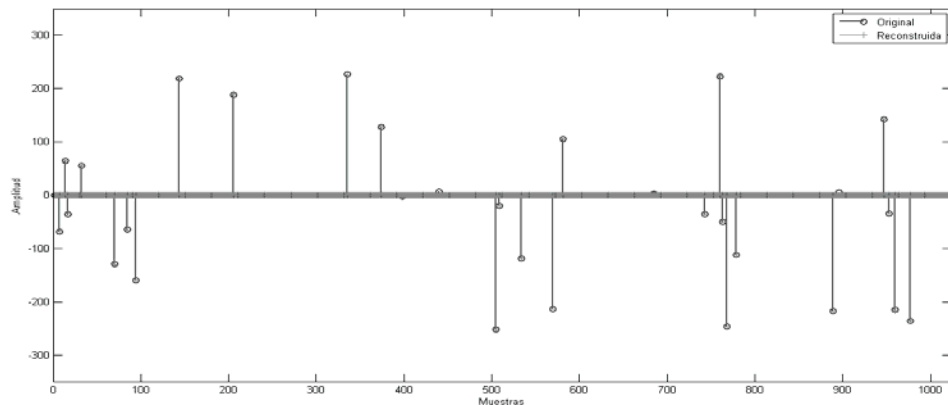


Figura 3. Señal original y reconstruida.

## REFERENCIAS

- [1].Donoho, L., Compressed sensing. *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 52, n. 4, pp. 1289-1306, 2006.
- [2].Lu J., Zhang, H., & Meng, H., Novel Hardware Architecture of Sparse Recovery Based on FPGAs. *2nd International Conference on Signal Processing Systems (ICSPPS)*, vol. 1, pp. 302-306, 2010.
- [3].Septimus, A., & Steinberg, R., Compressive Sampling Hardware Reconstruction. *Proceedings of 2010 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*, pp. 3316-3319, 2010.
- [4].Paredes, J., & Arce, G., Compressive Sensing Signal Reconstruction by Weighted Median Regression Estimates. *IEEE Trans. on Signal Proce.*, vol. 59, n. 6, pp. 2585-2601, 2011.
- [5].Viterbi, A., *CDMA: Principles of Spread Spectrum Communication*. Adison-Wesly, 1995.
- [6].Benkrid, K., & Crookes, D., New bit-level algorithm for general purpose medianfiltering. *J. ElectronicImaging*, vol. 12, n. 2, pp. 263-269, 2003.
- [7].García, D., *Implementacion enFPGA de filtro mediana de frecuencia selectiva*. Tesis de Pre-Grado, Universidad de Los Andes, 2011.
- [8].Xilinx® Inc., ISE Help (v. 12.2), 2010.



## APLICACIÓN DE LA TRANSFORMADA DE WAVELET Y MÁQUINAS DE VECTORES DE SOPORTE PARA EL DIAGNOSTICO DE SEÑALES DE VOZ.

**Carlos Jiménez**

**Jesús Jiménez**

**José Antonio Díaz.**

*carlosjimenezing@gmail.com, cjimenez@uc.edu.ve*

*jadiaz@uc.edu.ve*

*jjjiméne@uc.edu.ve, jjjimenezgriman@gmail.com*

Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Valencia-Venezuela.

**Resumen.** *En este trabajo se realizó un procedimiento para el diagnóstico de las señales de voz, utilizando transformada de wavelet y máquina de vectores de soporte. Para la obtención de rasgos que representen indicadores del estado de las señales de voz se aplicó la transformada de wavelet haciendo ajustes a sus parámetros. La Transformada de Wavelet, se aplicó para realizar el filtrado de la señal de voz, extraer características, hacer análisis en el dominio del tiempo y en la frecuencia simultáneamente y también debido a las características no estacionarias que presenta la señal de voz. Para el diagnóstico de las señales de voz como sanas o patológicas, se utilizó la Máquina de Vectores de Soporte. Se apreció que con el proceso de filtrado mediante la transformada de wavelet la clasificación mejora respecto a la señal no filtrada. Los resultados se mostraron en tablas, con la indicación del error total y la máquina de soporte vectorial con los parámetros de entrenamiento que mejor resultado produjo.*

**Palabras Claves:** Voz, DSP, Wavelet, Máquinas de Vectores de Soporte.

### 1. INTRODUCCIÓN

Según Aronson [1] hay alteración de la voz cuando difiere de las voces de otras personas del mismo sexo, similar edad y grupo cultural, en timbre, tono, volumen, flexibilidad y en dicción. Por lo tanto no hay una definición objetiva de la calidad de voz y como la evaluación del especialista se basa en síntomas subjetivos del paciente, entonces para ayudarlo a diagnosticar en forma objetiva y rápida el estado de salud del aparato fonador de los pacientes, se plantea utilizar técnicas de procesamiento digital de señales, con el objetivo de comparar voces provenientes de pacientes sanos y de pacientes con patologías de voz.

Se propone utilizar para el diagnóstico de las señales de voz, la máquina de vectores de soporte (SVM), la cual se empleó para la clasificación de las señales de voz en sanas y

patológicas. Para facilitar el aprendizaje, disminuir la cantidad de datos y mejorar la capacidad de generalización de esta técnica, se extrajeron rasgos a las señales voz, en el dominio del tiempo y la frecuencia, procesadas con la Transformada de Wavelet, para realizar el proceso de filtrado de la voz, analizar la señal de voz en el tiempo y en la frecuencia y también debido a las características no estacionarias que presenta la señal de voz [2, 3,4].

## 2.1 Transformada de wavelet

La transformada de Wavelet permite realizar un análisis de múltiple resolución (MRA), lo cual descompone la señal con distinta resolución para diferentes frecuencias. En la Ec. (1), se indica la forma como se aplica la transformada de wavelet continua (CWT) a una función  $f(t)$  [5,6,7,8].

$$CWT(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt \quad (1)$$

Donde  $\psi(t)$  es la función wavelet (llamada wavelet madre), la cual se debe escalar ( $s$ ) y desplazar ( $\tau$ ) sobre el eje del tiempo. El factor en el denominador (la raíz cuadrada del valor absoluto de  $s$ ) es utilizado para normalización de la energía. Existen diferentes funciones de wavelet con características que la definen y diferencian de las otra, las cuales permiten adaptarlas a determinadas aplicaciones. El análisis de las señales con la transformada de wavelet es equivalente a un proceso de filtrado, donde se obtienen los coeficientes de aproximación (A) y detalle (D). El proceso de filtrado o descomposición se itera, para descomponer la señal en  $N$  niveles, cada una con una resolución más baja. En la fig. 1 se muestra el árbol de descomposición de wavelet con tres niveles de descomposición.

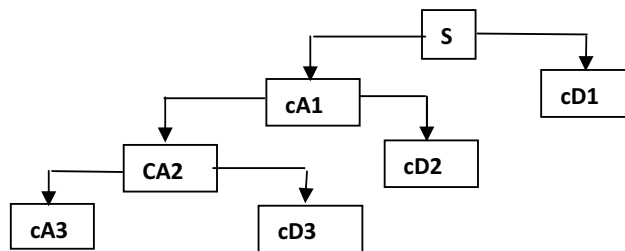


Figura 1- El árbol de wavelet con tres niveles de descomposición.

## 2.2 Coeficientes cepstrales de frecuencia mel.

Los coeficientes cepstrales de frecuencia mel, (MFCC) por sus siglas en ingles, propuesto por Davis and Mermelstein (1980), fueron diseñados como un juego de parámetros no correlacionados, obtenidos de la transformada discreta del coseno, utilizando la energía del espectro de densidad de potencia, calculado con la transformada discreta de Fourier, concentrado a través del filtrado con un grupo de 20 filtros triangulares de igual altura, cuyos centros están equiespaciados de acuerdo a la frecuencia mel, en un rango de frecuencia de 0 Hz a 3200 Hz de frecuencia lineal, y los extremos de sus bases se encuentran en el centro del filtro anterior y centro del filtro posterior [9].

## 2.3 Máquinas de vectores de soporte.

Las máquinas de vectores de soporte (SVM) permiten realizar procesos de clasificación de señales, donde se mapean los puntos de entrada a un espacio de características de una dimensión mayor, y encuentran un hiperplano que los separe y maximice el margen (M) entre

las clases utilizando una función de costo (C ). Se presentan varios casos, el linealmente separable, cuando se desea separar una señal que tengan dos rasgos que se puedan separar linealmente y el no linealmente separable cuando no se puede separar linealmente con facilidad y se pudiera permitir que en la clasificación se cometan ciertos errores [10, 11,12].

Existen Máquinas de Vectores de Soportes no Lineales, que se aplican en el caso donde se necesitan funciones no lineales para delimitar las clases de los datos. Se hace una transformación de los puntos de entrenamientos a un espacio distinto, llamado espacio de características de mayor dimensión, buscando con esto que en el nuevo espacio, las clases tengan una mayor probabilidad de ser separadas linealmente. Para esto se utiliza una función Kernel y en este trabajo se empleó la de base radial (rbf), la cual se muestra en la Ec.(2). Donde  $x_i$  y  $x_j$  son los datos de entradas a clasificar y  $p_1 \in R$  es el parámetro de la función Kernel.

$$K(x_i, x_j) = e^{-\frac{[x_i - x_j]^2}{2 p_1}} \tag{2}$$

### 3. METODOLOGÍA

En la fig. 2 se muestran las etapas empleadas para el desarrollo de la investigación. El procesamiento de la señal consistió en aplicarle la transformada de Wavelet a las señales de voz sanas y patológicas en diferentes niveles de descomposición y también realizar un proceso de filtrado. La Wavelet utilizada en este trabajo es la Daubechies (DbN)[13,14] . En la extracción de datos se obtuvieron los rasgos a utilizar en el clasificador: la relación señal a ruido[13,14], los momentos estadísticos de los coeficientes de detalles y análisis y los coeficientes cepstrales de frecuencia mel. En la etapa de clasificación de las señales entre patológicas y sanas, se utilizó la máquinas de vectores de soporte, con una función kernel rbf y se emplearon tres máquinas de vectores de soporte independientes para cada conjunto de los rasgos obtenidos en la etapa anterior.

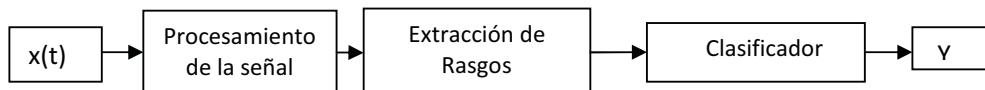


Figura 2 - Diagrama de bloques del procedimiento metodológico.

### 4. RESULTADOS

Los señales de voz fueron obtenidas de la base de dato: Disordered Voive Database( ver 1.03 , October 1994) y evaluada por el Massachusetts Eye and Ear Infirmary, voice and Speech Lab.. Consta de voces ( sanas y patológicas) clasificadas por expertos del hospital de Massachusetts y grabada en lengua inglesa la vocal sostenida /ah/. Para estas grabaciones se utilizó un micrófono tipo condensador, a 15 cm del locutor, en un ambiente controlado y después fueron remuestreadas a tasa de 25 kHz y 50 kHz.

#### 4.1 Clasificación mediante los coeficientes cepstrales de frecuencia mel

Se calcularon los coeficientes cepstrales de frecuencia mel de las señales de voz con veinte filtros y frecuencias entre los valores de 0 Hz y 3200 Hz para la señal sin preprocesar. Y también se hizo con preprocesado disminuyendo el ruido en niveles diferentes, utilizando la

transformada wavelet. Se repitieron las operaciones anteriores con ventanas de duración en el tiempo de 10 milisegundos y 50 milisegundos. Se utilizó la transformada de wavelet db15, con varios niveles de descomposición. Para las máquinas de vectores de soporte se utilizarán 33 señales sanas de las 53 disponibles y 27 señales patológicas de las 392 disponibles. Los valores de  $p1$  (ver Ec. (2).) y el valor de la función de costo ( $C$ ) de la máquina de vectores de soporte fueron variados para cada uno de los casos, hasta obtener los valores de precisión mayores. Los mejores resultados de la clasificación por la longitud de ventana son mostrados en la tabla 1.

De los experimentos realizados con las diferentes longitudes de ventanas, los distintos niveles de descomposición aplicada en la transformada de wavelet y los parámetros  $p1$  y  $C$  de la máquina de vectores de soporte, se observa que el mejor porcentaje de acierto (96,8%) para las voces sanas, es para una ventana de 20 ms, con un nivel de descomposición de la señal en la transformada de wavelet y  $p1=0.34$  y  $C=6$ . Se observa que al aumentar la duración de la ventana, a partir de 20 ms, disminuye el porcentaje de acierto en la clasificación de las voces sanas clasificadas como sanas, y disminuye el efecto producido por los niveles de descomposición de la transformada, ya que los resultados en la clasificación empeoran. Se obtuvo la mejor clasificación de las señales patológicas clasificadas como patológicas, para la ventana de 40 ms, mientras que los efectos de la descomposición no son significativos.

**Tabla 1.** Resultado con los coeficientes cepstrales de frecuencia mel para diferentes ventanas

Ventana de tiempo (ms)	Nivel	P1	C	Sana/ Sana	Sana/ Patológica	Patológica/ Patológica	Patológica/ Sana	Numero de Vectores de Soportes
10	3	.024	3	49	4	326	66	28
20	4	.034	9	51	2	346	46	28
30	4	.054	4	50	3	338	54	30
40	3	0.024	9	49	4	349	43	24
50	4	0.014	5	49	4	347	45	21

## 4.2 Clasificación mediante la relación señal a ruido

Para la obtención de la señal a ruido de las señales de voz se utilizó la Wavelet : db15, con un nivel de descomposición 10 y un Umbral de 0,1. Para el cálculo de la relación señal a ruido (snr) de las señales se utilizó la Ec. (3). [13, 14,15].

$$snr = 10 \log_{10} \left[ \frac{\sum_{n=0}^{L-1} (x(n))^2}{\sum_{n=0}^{L-1} (x'(n) - x(n))^2} \right] \quad (3)$$

Donde:  $x'(n)$  es la señal filtrada,  $x(n)$  es la señal con ruido, snr es la relación señal a ruido en decibels y  $L$  es número de muestras del segmento de la señal a procesar.

Se aplicó un umbral fijo a todas las señales tanto a las normales como a las patológicas. De la relación señal a ruido obtenido se calcularon los seis siguientes parámetros: valor promedio, desviación estándar, el coeficiente de asimetría, la kurtosis, el valor máximo y el valor mínimo. Para las máquinas de vectores de soporte se utilizaron los siguientes parámetros: 30 señales sanas y 30 señales patológicas para el entrenamiento. Para la validación se emplearon las 53 señales sanas disponibles y 55 señales patológicas tomadas al azar de las 392 disponibles. Los resultados son mostrados en la tabla 2.

En estos experimentos variando la cantidad y el tipo de rasgos, aplicados a la entrada de la máquina de vectores de soportes, de la relación señal a ruido (el valor medio, la variancia, el coeficiente de asimetría, la kurtosis y los valores máximos y mínimos), así como también los valores de los parámetros de la función rbf (p1) y el valor de la función de costo (C) de la máquina de vectores de soporte, se observa que los mejores resultados de aciertos (error global de 12%) es en el caso donde se utilizaron los seis rasgos nombrados. También se observa que la clasificación de las señales patológicas en todos los experimentos realizados es mejor que la clasificación de las señales sanas. Por otro lado, con respecto a la cantidad de vectores de soporte, se observa que la menor cantidad (25) de ellos, se obtiene cuando se utilizan los seis rasgos de la relación señal a ruido para realizar el proceso de clasificación.

**Tabla 2.** Resultados de la clasificación con seis rasgos de snr

P1	C	NVs	Sana/ Sana	Sana/ Patológica	Patológica/ Patológica	Patológica/ Sana	Error %
0.6	10000000	25	44	9	50	5	12,97
0.7	10000000	27	45	8	50	5	12

### 4.3 Momentos de los Coeficientes de Wavelet.

Para la descomposición de las señales de voz se utilizó la transformada de wavelet db4, con tres niveles de descomposición. Obteniéndose los coeficientes de aproximación (cA) y detalles (cD) en los tres niveles de descomposición. A todos estos coeficientes se le calcularon los cuatro primeros momentos estadísticos, de tal manera que se obtiene un vector de rasgos que posee los momentos de los coeficientes del nivel de aproximación (cA) y los momentos de los coeficientes de los tres niveles de los detalles(cD), dando como resultado un total de 16 rasgos (Ver tabla 3).

**Tabla 3.** Resultados de la clasificación con los momentos de los coeficientes

P1	C	NVs	Sana/ Sana	Sana/ Patológica	Patológica/ Patológica	Patológica/ Sana	Error %
0,3	100	43	52	1	49	6	6,48
0,6	100	38	52	1	49	6	6,48
0,7	100	38	52	1	47	8	8,33
0,9	1000	33	49	4	47	8	11,11

Con los experimentos realizados, donde se variaron los valores de p1 y C en las máquinas de vectores de soporte para su entrenamiento, se observa que el porcentaje de aciertos de las señales sanas es aproximadamente 98%, mientras que el de las señales patológicas es de 90%. También se observa que el porcentaje del error global, con los rasgos de los momentos, es más bajo que los obtenidos con los rasgos de la relación señal a ruido.

## 5. CONCLUSIONES

Se analizó la teoría de la transformada de wavelet, su funcionamiento y aplicaciones en el proceso de filtrado de señales. A los coeficientes de aproximación y detalles obtenidos se le calcularon los cuatro primeros momentos estadísticos, para obtener los rasgos para la clasificación de la señal. Se calculó la relación señal a ruido de las señales para el proceso de clasificación y también los coeficientes ceptrales mel de la señal filtrada. Se apreció que con el proceso de filtrado mediante la transformada de wavelet la clasificación, con la máquina svm, mejora respecto a la señal no filtrada en la evaluación de voces sanas. Esta metodología

podría ser utilizada para realizar un diagnóstico preliminar de las señales de voz en forma objetiva y emplearse para el entrenamiento de los futuros expertos en el área de voz. Igualmente se podría realizar diagnóstico en forma remota, debido a que solo se necesita procesar la señal de voz.

## REFERENCIAS

- [1] Casado Adrain J. La evaluación clínica de la voz (1ed.). España ediciones Alljibe S.L. 2002
- [2] Dormido De La Cruz J.M, Vega, Santos M y otros. Análisis de Formas de Onda de Plasmas con Wavelet y Máquinas de Vectores de Soporte. Departamento Informática y automática España..
- [3] Hurtado J.E., Henao R., Castellanos G. Clasificación de señales sísmicas por medio de ondas y máquinas de soporte vectorial. Primer simposio colombiano de sismología.
- [4] Rabiner L.R y Schafer R.W Digital Processing of Speech Signals. Prentice Hall. 1978.
- [5] Chui K Charles An Introduction in Wavelet .Academia. Press Inc. Reino Unido. 1992
- [6] Mallat Stephane A Wavelet Tour of Signal Processing. Segunda Edición Academic Express U.S.A. 1998
- [7] Kaiser Gerald “A Friendly Guide to Wavelets” Birkhauser U.S.A. 1999.
- [8] Rao Raghuveer y Bopardikar Ajit. Wavelet Transforms. Introduction to Theory and Applications. Addison Wesley. 1998.
- [9] Davis and Mermelstein Comparison of parametric Representations for Monosyllabic Word Recognition in continuously Spoken sentences. IEEE trans.on Acoustic. Speech and signal processing , 28(4):357-366 ,1980
- [10] Betancourt Gustavo. Las máquina de Soporte Vectorial (SVMs) Scientia Technica Año XI, No 27, Abril 2005 UTP, ISSN 01222-1701. 2005.
- [11] Gunn Steve, Support Vector Machines for Classification and Regression. Faculty of Engineering and Applied Science. University of Southampton USA. 1998
- [12] Crisianini Nello, Shawe –Taylor John An Introduction to support vector machines. 1999.
- [13] Jiménez Carlos. Análisis de la relación señal a ruido de la voz, utilizando la transformada de Wavelet, Universidad de Carabobo Venezuela. 2004
- [14] Jiménez Carlos, Diaz J. A., Del Pino P. y Rothman H. Aplicación de la transformada de wavelet para el análisis de señales de voz normales y patológicas. Revista de Ingeniería. Vol. 15. No. 1 Abril 2008. Venezuela. 2008
- [15] Donoho D Denoising by soft – thresholding. IEEE. Trabs. Information theory. Vol 41, num. 3. 1995.

## DETECCIÓN DE ZONAS DE ACTIVACIÓN EN FMRI MEDIANTE MODELOS TEMPORAL-ESPACIAL QUE PROMUEVEN REPRESENTACIÓN POCO DENSA DE LA SEÑAL BOLD

**Blanca Guillén**

*blancag@unet.edu.ve*

Grupo de Bioingeniería, Universidad Nacional Experimental del Táchira, San Cristóbal, Venezuela  
Grupo de Bioingeniería y Biofísica Aplicada GBBA, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela

**José Luis Paredes**

**Rubén Medina**

*paredesj@ula.ve*

*rmedina@ula.ve*

Grupo de Ingeniería Biomédica, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de los Andes, Mérida-Venezuela

**Resumen.** *En este trabajo se propone un nuevo método para detectar voxeles activados ante la presencia de un estímulo en experimentos fMRI, el cual explota información conocida a priori sobre la representación poco densa de la señal neuronal. El método propuesto combina el Modelo Lineal General con el método LAD regularizado por  $\ell_0$  para estimar los parámetros del modelo. Bajo este enfoque, la señal BOLD es vista como la superposición poco densa de elementos de un diccionario conformado por predictores para los estímulos así como para los efectos confusos. El método fue probado sobre una base de datos sintéticos diseñados para tal fin. Los resultados demuestran que el método exhibe un excelente desempeño para datos con un SNR superior a 0.2125, mientras que para datos con un SNR por debajo de este valor su desempeño es aún competitivo.*

**Palabras clave:** Sintetización de datos fMRI, LAD regularizado por  $\ell_0$ , Detección

### 1 INTRODUCCIÓN

La imaginología por resonancia magnética funcional (fMRI) basada en el cambio del contraste dependiente del nivel de oxígeno en la sangre (contraste BOLD) es una técnica no invasiva que permite visualizar las zonas del cerebro que se activan ante ciertos estímulos. En los últimos años ha habido un interés creciente en el análisis de datos fMRI mediante modelos que promueven la representación poco densa de la señal BOLD, especialmente a partir del trabajo realizado por Daubechies y col. [1], en base a cuyos resultados, los autores recomiendan desarrollar métodos de descomposición basados en el modelo lineal general (GLM), pero orientando las descomposiciones en componentes poco densas. Más recientemente, Lee y col. [2] desarrollaron un método de

análisis de datos fMRI basado en el GLM, en el cual la señal BOLD en cada voxel es representada mediante la superposición poco densa de elementos de un diccionario dinámico.

El método de regresión utilizado tradicionalmente para resolver el problema inverso, inducido por el GLM, ha sido el método de mínimos cuadrados, el cual conduce, por lo general, a una solución densa. Recientemente, se han propuesto varios métodos para resolver problemas inversos en los cuales se conoce *a priori* que el vector de parámetros es poco denso [3]. Entre estos se encuentra el método  $\ell_0$ -LAD [4], el cual ha resultado ser el más adecuado para la aplicación objeto de esta investigación.

En este trabajo, el problema de detectar voxeles activados es abordado bajo el marco de la representación poco densa de la señal BOLD en un diccionario apropiado. Específicamente, se propone usar el método  $\ell_0$ -LAD para estimar los parámetros del GLM:  $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e}$ , donde  $\mathbf{y}$  es la señal fMRI observada en un voxel,  $\mathbf{X}$  es el diccionario,  $\boldsymbol{\beta}_j$  es el vector de parámetros a determinar, y  $\mathbf{e}$  representa el término del error. Bajo este enfoque, cada serie de tiempo es considerada una combinación lineal de unos pocos elementos del diccionario, y el algoritmo  $\ell_0$ -LAD es usado para determinar si un estímulo está presente o no en la señal observada y su contribución a la formación de la señal. Seguidamente, se usa un modelo estadístico tipo Laplaciano el cual induce poca densidad espacial en los voxeles para definir el umbral relacionado con una probabilidad de falsa alarma especificada.

## 2 BASES TEÓRICAS

### 2.1 El Modelo Lineal General (GLM)

El GLM para la serie de tiempo observada  $\mathbf{y}_j$ , en el  $j$ -ésimo voxel,  $j = 1, \dots, N$ , viene dado por:

$$\mathbf{y}_j = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_j + \mathbf{e}_j \quad (1)$$

donde  $\mathbf{y}_j \in R^M$ , con  $M$  el número de scans,  $\mathbf{X} \in R^{M \times L}$  denota la matriz de diseño,  $\boldsymbol{\beta}_j \in R^L$  representa la contribución de cada estímulo a la formación de la señal en el  $j$ -ésimo voxel, y  $\mathbf{e}_j \in R^M$  denota el ruido en el  $j$ -ésimo voxel. En la literatura existen dos enfoques distintos para definir la matriz de diseño. En el primer enfoque cada vector columna de  $\mathbf{X}$  se corresponde con la respuesta BOLD esperada de cada uno de los estímulos presentes en el experimento, la cual se obtiene mediante la convolución de la función estímulo con una función de respuesta hemodinámica (HRF) típica [5]. En el segundo enfoque, el cual fue adoptado en este trabajo,  $\mathbf{X}$  contiene tanto predictores para los estímulos como para los efectos que causan confusión (*confounds*). A su vez, la función estímulo se asume equivalente al paradigma experimental, mientras que la HRF es modelada mediante la diferencia de dos funciones Gamma [5].

Una vez ajustado el modelo lineal es posible evaluar efectos de interés generados por uno o más vectores columna de  $\mathbf{X}$  observando el valor que toma la entrada de  $\boldsymbol{\beta}_j$  asociada al estímulo de interés, originando así un mapa estadístico a partir del cual es posible generar el mapa de activaciones mediante la aplicación de pruebas de hipótesis en la modalidad voxel a voxel [5].

### 2.2 Estimación de Parámetros Mediante el Método $\ell_0$ -LAD

Considere la serie de tiempo  $\mathbf{y}$  dada por el modelo lineal:  $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e}$ , nuestro objetivo es localizar los vectores columna de  $\mathbf{X}$  y su contribución, tal que el término de ajuste del error dado



por:  $\|\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{y}\|_1$  alcance un mínimo sujeto a la restricción que sólo unas pocas entradas de  $\boldsymbol{\beta}$  son no nulas. Formalmente, se busca resolver el problema de regresión regularizado  $\ell_0$ -LAD:

$$\min_{\boldsymbol{\beta}} \|\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{y}\|_1 + \tau \|\boldsymbol{\beta}\|_0 \quad (2)$$

donde  $\|\boldsymbol{\beta}\|_0$  denota la pseudo norma  $\ell_0$  que cuenta el número de entradas no nulas de  $\boldsymbol{\beta}$ ,  $\|\cdot\|_1$  denota la norma  $\ell_1$ , y  $\tau$  es el parámetro de regularización que equilibra el conflicto de minimizar el término de ajuste del error induciendo a la vez una solución poco densa [3]. La solución del problema (2) es numéricamente inestable de tipo NP completo. Un algoritmo iterativo para resolver este problema, basado en el método del descenso de coordenada, es propuesto en [4]; bajo este enfoque el problema  $L$ -dimensional es reducido a  $L$  problemas unidimensionales suponiendo que todas las entradas de  $\boldsymbol{\beta}$  son conocidas salvo una de ellas. Es decir, para estimar  $\beta_n$  se suponen conocidas  $\beta_j$ ,  $j = 1, \dots, L$ ,  $j \neq n$ , de este modo el problema  $\ell_0$ -LAD se reduce a:

$$\hat{\beta}_n = \arg \min_{\beta_n} \sum_{i=1}^M |r_{in} - x_{in}\beta_n| + \tau |\beta_n|_0 + b \quad (3)$$

donde  $b = \tau \sum_{j=1, j \neq n}^L |\beta_j|_0$ , con  $|\beta_j|_0 = 1$  si  $\beta_j \neq 0$ , caso contrario  $|\beta_j|_0 = 0$ , y  $r_{in}$  denota la  $i$ -ésima entrada del  $n$ -ésimo vector columna del residuo:  $\mathbf{r}_n = \mathbf{y} - \sum_{j=1, j \neq n}^L \mathbf{x}_j \beta_j$ , con  $\mathbf{x}_j$  la  $j$ -ésima variable explicativa de  $\mathbf{X}$ . En [4] se demuestra que la solución del problema de optimización (3) puede ser vista como un proceso de dos etapas: estimación y selección de bases. En la primera etapa se resuelve (3), cuya solución conduce al operador de mediana ponderada:

$$\tilde{\beta}_n = \text{MEDIAN} \left( |x_{in}| \diamond \frac{r_{in}}{x_{in}} \Big|_{i=1}^M \right) \quad (4)$$

como operación fundamental para la estimación de  $\beta_n$ , donde  $\diamond$  denota la operación de repetición definida como:  $W_i \diamond v_i = (v_i, v_i, \dots, v_i)$  repetido  $W_i$  veces. La segunda etapa es inducida por la regularización  $\ell_0$ , en la cual un operador de umbral rígido es aplicado sobre el valor estimado:

$$\hat{\beta}_n = \begin{cases} \tilde{\beta}_n, & \|\mathbf{r}_n\|_1 - \|\mathbf{r}_n - \tilde{\beta}_n \mathbf{x}_n\|_1 > \tau \\ 0, & \text{para otros valores} \end{cases} \quad (5)$$

Es importante destacar que la determinación de  $\tau$  es un paso crítico ya que éste no sólo controla la baja densidad de  $\boldsymbol{\beta}$  sino que además se convierte en el parámetro que define si una entrada de  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  es relevante o no. En [4], los autores siguen un enfoque de continuación mediante el cual  $\tau$  es “entonado” a medida que el algoritmo iterativo progresa, definiendo  $\tau = \alpha^k$ ,  $0 < \alpha < 1$  y  $k = 1, \dots, K$ , siendo  $K$  el número total de iteraciones. Este enfoque busca detectar en orden de magnitud descendente a la contribución de la señal los valores no nulos del vector de parámetros, dado que comienza con un valor grande de  $\tau$  y a medida que el algoritmo progresa reduce su valor. Más interesante aún, esta estrategia para resolver (2) puede ser vista como una cancelación sucesiva de los efectos de los estímulos sobre la data observada. De modo que si un voxel es activado por cualquier estímulo particular su contribución en la formación de la serie de tiempo es removida de manera iterativa para permitir la identificación de otros estímulos en la señal residual.

### 3 METODOLOGÍA

Dado que no existen mapas de activaciones “absolutamente verdaderos” que sirvan de referencia para validar el método propuesto, en este trabajo se generó una base de datos sintéticos a partir de una base de datos fMRI reales donde se tiene control absoluto en las áreas de activación y el estímulo actuante. El enfoque propuesto fue probado utilizando la base de datos sintética.

#### 3.1 Bases de Datos y Diccionario

La base de datos fMRI reales utilizada en esta investigación para generar la base de datos sintéticos fue proporcionada por *Pittsburgh Brain Activity Interpretation Competition 2007* (PBAIC 2007) (ver <http://pbc.lrdc.pitt.edu/>). Las imágenes cerebrales fueron adquiridas durante un experimento fMRI mientras tres sujetos (sujeto 1, sujeto 13 y sujeto 14) estaban inmersos en un mundo virtual. El conjunto de datos de cada sujeto consta de tres corridas con 704 volúmenes cada una. A su vez, cada corrida incluye 24 series de tiempo adicionales denominadas vectores de características que describen las experiencias (estímulos) vividas por los sujetos.

Los datos sintéticos se generaron a partir del conjunto de datos fMRI del sujeto 14 corrida 1 siguiendo un procedimiento similar al reportado en [6]. Es decir, superponiendo activaciones a series de tiempo de voxels no activados. Específicamente, la serie de tiempo sintética  $\mathbf{y}_{sint}$ , de un voxel cualquiera, viene dada por:

$$y_{sint}[m] = bs[m] + y_{nact}[m], \quad m = 1, \dots, M \quad (6)$$

donde  $b \geq 0$  es la magnitud de la activación,  $\mathbf{s}$  es la serie de tiempo del estímulo, y  $\mathbf{y}_{nact}$  es una serie de tiempo extraída de la base de datos PBAIC de un voxel no activado. Para ello, fueron seleccionadas las series de tiempo asociadas a 32000 voxels no activados por el estímulo *Instructions*, utilizando el software *Statistical Parametric Map* (SPM) (ver, <http://www.fil.ion.ucl.ac.uk/spm/>). Los voxels seleccionados fueron separados en 20 conjuntos de 1600 voxels cada uno. A partir de estos conjuntos, fijando los niveles de activación  $b = 1, 2, 3, 4$ , se generaron 80 conjuntos de datos, separados según el valor de  $b$ , en los grupos  $g_1, g_2, g_3$  y  $g_4$ , respectivamente. Posteriormente, fue calculado el cociente señal a ruido (SNR) para cada conjunto, y a partir de estos valores se determinó el SNR promedio para cada grupo, obteniéndose los valores: 0.1419 para  $g_1$ , 0.2838 para  $g_2$ , 0.4256 para  $g_3$  y 0.5675 para  $g_4$ .

La serie de tiempo del estímulo  $\mathbf{s}$  también es un vector de datos sintéticos obtenido mediante la convolución de una secuencia de 3 pulsos de 6s de duración cada uno con una HRF típica [5], donde la ubicación del inicio de cada pulso se seleccionó de manera aleatoria. Además de  $\mathbf{s}$ , el diccionario  $\mathbf{X}$  contiene como predictores de los estímulos los vectores de características: *Arousal, Dog, Faces, FruitsVegetables, Hits, Instructions, Interior-Exterior, SearchFruit, SearchPeople, SearchWeapons, Valence, Velocity, y WeaponsTools*, junto con 14 predictores para los *confounds* generados siguiendo el esquema del filtrado pasa altos implementado en SPM.

Así mismo, en vez de intentar modelar el cortex cerebral, se diseñó un conjunto de 4 rebanadas de  $20 \times 20$  voxels que simulan la anatomía cerebral, ver Fig. 1. Cada rebanada está dotada de una “zona de activación” de morfología diferente. El número de voxels activados representa un 6.75% del volumen total, garantizando baja densidad en el conjunto de voxels activados respecto del número total de voxels, como es de esperarse en un conjunto de datos reales.

### 3.2 Análisis de Datos

Para cada conjunto de datos, los parámetros del modelo fueron estimados mediante el método  $\ell_0$ -LAD, para valores de  $\alpha = 0.9, 0.92$  y  $0.94$ , y  $K = 100, 130$  y  $150$ . A partir del conjunto de estimaciones se definió el estadístico  $z_j = \mathbf{c}^T \hat{\beta}_j$ , donde  $j$  indexa el número de voxel, y  $\mathbf{c}$  es un vector diseñado para evaluar la presencia del estímulo  $\mathbf{s}$  en cada voxel, cuyas componentes, salvo la primera, son todas nulas. Finalmente, con el fin de generar el mapa de activaciones, se ha supuesto que la distribución de probabilidad de las entradas de  $\hat{\beta}_j$  es Laplaciana, lo cual tiene sentido pues el vector de parámetros estimado es poco denso. Usando todas estas entradas como muestras es posible estimar la función de distribución acumulativa inversa  $F^{-1}$  de dicha distribución. Bajo este enfoque, el voxel  $j$  se declara activado si  $z_j > \theta$ , donde el umbral  $\theta = F^{-1}(p)$  es determinado fijando una probabilidad  $p = 0.05$  de detección de falsas alarmas.

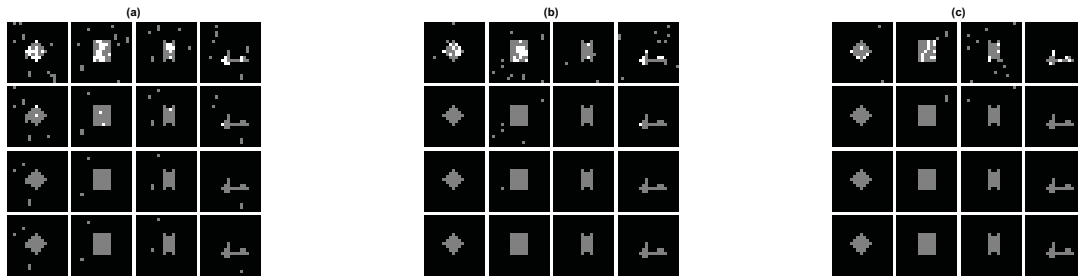


Figura 1: Mapa de activaciones para el estímulo  $\mathbf{s}$ , cada fila corresponde a un grupo, numerados de 1 a 4 de arriba hacia abajo. (a) Conjunto 1, (b) Conjunto 20, (c) Conjunto 13.

## 4 RESULTADOS

En la Fig. 1 se muestran solapados los mapas de activaciones verdadero y estimado, para el estímulo  $\mathbf{s}$ , obtenidos al analizar los conjuntos 1, 13 y 20 de todos los grupos con el método propuesto. Los voxeles en blanco corresponden a las activaciones verdaderas, mientras que los grises a las activaciones detectadas por el método propuesto. La selección de estos conjuntos particulares se realizó evaluando el nivel de respuesta al análisis respecto del número de falsos positivos. Es decir, el conjunto 1 reporta el mayor número de falsos positivos en todos los grupos, el 13 reporta el menor número de falsos positivos en 3 de los 4 grupos, mientras que el número de falsos positivos para el conjunto 20 de cada grupo se ubica dentro del promedio, ver Fig. 2. Nótese además que el conjunto 1 muestra un comportamiento atípico en todos los grupos, ocasionado fundamentalmente por el alto nivel de ruido que contiene la señal BOLD de los voxeles que conforman este conjunto. No obstante, para los niveles de activación  $b = 2, 3, 4$  el promedio de falsas alarmas es 6.25, 1.5 y 0.55, respectivamente. Salvo para el grupo 2, cuyo promedio de falsos positivos supera ligeramente el porcentaje esperado, en los grupos 3 y 4, el promedio de falsos positivos está muy por debajo del valor esperado.

## 5 CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un nuevo método para el análisis de datos fMRI, el cual explota la baja densidad de la señal BOLD en el marco del GLM. Bajo este enfoque, cada serie de tiempo es considerada una combinación lineal de unos pocos elementos de un diccionario apropiadamente

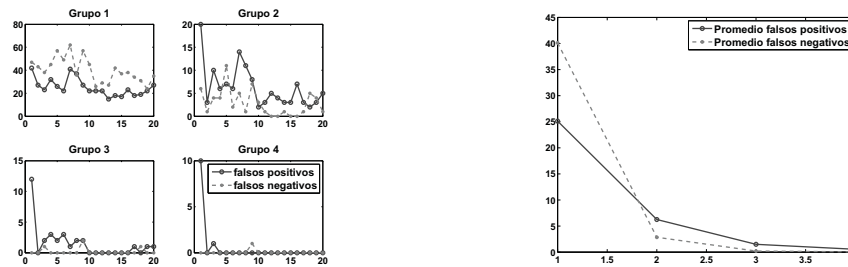


Figura 2: Izq. Falsos positivos y falsos negativos por grupo para cada uno de los conjuntos. Der. Promedio de falsos positivos y falsos negativos por grupo.

diseñado, y el método de regresión LAD regularizado por  $\ell_0$  es usado para determinar si un estímulo está presente o no en la señal observada y su contribución a la formación de la señal.

El método fue probado sobre una base de datos sintéticos conformada por 4 grupos, diferenciados entre sí por el SNR. Los resultados demuestran que el método es capaz de identificar los voxeles activados, ante la presencia de un estímulo sintético, con un porcentaje de error, tanto de falsos positivos como falsos negativos, muy bajo ( $\approx 0$ ) para los grupos 3 y 4, mientras que para los grupos 1 y 2 el desempeño del método sigue siendo aún competitivo. Tomando en consideración el alto nivel de ruido presente en cada uno de los grupos que conforman la base de datos, se puede afirmar que el método propuesto exhibe un desempeño adecuado en la detección de zonas de activación en experimentos fMRI.

### Agradecimientos

Los autores agradecen al Vicerrectorado Académico de la Universidad Nacional Experimental del Táchira y al proyecto ECOS-NORD-FONACIT PI-20100000299 por el apoyo financiero.

### REFERENCIAS

- [1] I. Daubechies, E. Roussos, S. Takerkart, M. Benharrosh, C. Golden, K. D'Ardenne, W. Richter, J. Cohen, and J. Haxby, "Independent component analysis for brain fMRI does not select for independence," in *PNAS*, vol. 106, 2009, pp. 10 415–10 422.
- [2] K. Lee, S. Tak, and J. Ye, "A data-driven sparse GLM for fMRI analysis using sparse dictionary learning with MDL criterion," *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol. 30, no. 5, pp. 1076–1089, 2011.
- [3] E. G. Larsson and Y. Selén, "Linear regression with a sparse parameter vector," *IEEE Trans. on Signal Proc.*, vol. 55, no. 2, pp. 451–460, 2007.
- [4] J. Paredes and G. Arce, "Compressive Sensing Signal Reconstruction by Weighted Median Regression Estimates," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 59, no. 6, pp. 2585–2601, 2011.
- [5] M. A. Lindquist, "The Statistical Analysis of fMRI Data," *Statistical Science*, vol. 23, no. 4, pp. 439–464, 2008.
- [6] F. G. Meter and X. Shen, "Classification of fmri time series in a low-dimensional subspace with a spatial prior," *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 27, no. 1, pp. 87–98, 2008.

## ANÁLISIS AUTOMÁTICO DE SEÑALES ELECTROCARDIOGRÁFICAS USANDO ALINEAMIENTO LOCAL

**Gerardo A. Ceballos**

**Angel V. Molina**

*ceballos@ula.ve*

*valeco08@gmail.com*

Grupo de Ingeniería Biomédica, Universidad de Los Andes

Edif. Ingeniería, Av. Don Tulio, Estado Mérida, Mérida-Venezuela

**Resumen.** *Se propone un algoritmo para realizar un análisis cuantitativo de manera automática y rápida de señales electrocardiográficas (ECG) usando un enfoque bajo “Dynamic Time Warping” (DTW) llamado Alineamiento Local. El algoritmo que proponemos se usará para reconocer los patrones de onda del ECG en una señal realizando las operaciones de segmentación y alineamiento en una misma acción. Se propone la codificación a caracteres en base a la derivada de la señal como paso previo al alineamiento local. La búsqueda de varios máximos locales en la matriz de programación dinámica del algoritmo de alineamiento local permite conseguir varias ondas en la señal electrocardiográfica. Todas las ondas detectadas se alinean respecto a una plantilla y se representan mediante una matriz de fácil visualización en la que se pueden realizar las respectivas mediciones de manera rápida y automática. Se mencionan las ventajas que tiene el algoritmo y para ejemplificar se aplica en la medición automática del segmento QT de señales provenientes de una base de datos del MIT (Massachusetts Institute of Technology). Se estudia la capacidad del algoritmo para detectar correctamente las ondas del ECG encontrándose porcentajes mayores al 95% y con un error en la medición del segmento QT menor a 3% respecto a mediciones semi-asistidas realizadas por especialistas. Se presenta una medida del tiempo de ejecución del procedimiento en comparación con el método semi-asistido.*

**Palabras claves:** Programación dinámica, Electrocardiografía, Alineamiento local, Análisis automático.

### 1. INTRODUCCIÓN

El análisis automático del ECG permite, entre muchas otras posibilidades, la detección de arritmias, la cuantificación de la variabilidad de la frecuencia cardíaca y el estudio del desnivel

del segmento ST para la determinación de isquemias. Dicho análisis requiere de dos procesos fundamentales: la segmentación o detección de cada ciclo cardíaco (PQRST) y luego la cuantificación en base a parámetros de distinta índole medidos para cada ciclo. En [1] se propone un método de segmentación automático del ECG, basado en el alineamiento dinámico temporal de secuencias (“Dynamic Time Warping”) y la aproximación adaptativa de señales (“Piecewise”). En [2] y [3] haciendo uso de la técnica de alineamiento global de secuencias, se busca lograr un procesamiento de la señal ECG para hacer detección y clasificación de patrones. Pero en estos trabajos el alineamiento dinámico temporal es usado para alinear cada onda detectada luego de haber segmentado cada complejo PQRST mediante otros métodos. Retomando algunas ideas presentadas en [4], proponemos el uso del algoritmo de alineamiento local de secuencias de Smith and Waterman como un método directo de detección y a la vez de alineamiento de las ondas del ECG. El método de Alineamiento Local, fue desarrollado y es usado para el alineamiento de secuencias de ADN, por lo que realizamos modificaciones y aportes relevantes que adaptan dicho método al análisis de señales electrocardiográficas.

## 2. METODOLOGÍA

Suponemos que disponemos de una señal electrocardiográfica a analizar y una plantilla o segmento de ECG de duración un ciclo cardíaco. La plantilla que se obtiene de una señal considerada normal, de un sujeto sano, y debe contener un ciclo completo (ondas P, Q, R, S y T). Previamente al análisis de cualquier señal, un experto ha marcado en la plantilla los puntos necesarios para realizar la medición que queremos obtener. Por ejemplo, si se quiere medir la longitud del segmento QT, el experto ha marcado en la plantilla el inicio de la onda Q y el fin de la onda T. En la señal a analizar se busca el patrón de onda que más se asemeje a la plantilla usando alineamiento local. Luego este patrón de onda encontrado se usará como plantilla definitiva para buscar todos los demás patrones en la señal. Al obtener el alineamiento de todos los patrones encontrados respecto a la plantilla, existe una correspondencia entre los puntos marcados por el especialista en la plantilla y los puntos respectivos en cada patrón encontrado. Entonces se puede hacer la medición del parámetro en cuestión en cada onda.

### 2.1 Preprocesamiento

Está basado en el análisis multiresolucional aplicando a los datos la transformada Wavelets Discreta usando la familia wavelet Daubechies (db6). Se usa para reducir los niveles de ruido usando denoising con umbralización “Hard-thresholding” y reducir la dimensión de los datos a la mitad al trabajar con los coeficientes de aproximación del primer nivel de descomposición. En [6] se puede encontrar información acerca del procesamiento de ECG con wavelets.

### 2.2 Codificación a caracteres

Cada muestra de adquisición de la señales (ya preprocesadas), se codifica como “p” si la derivada es positiva o como “n” si es negativa, dando como resultado una cadena de caracteres corta para la plantilla definitiva y una cadena de caracteres larga representativa de toda la señal. Usamos la definición de derivada en diferencia finita más simple (diferencia de dos muestras consecutivas).

En Fig. 1, izquierda, se muestra un segmento de ECG, su derivada y la respectiva codificación a caracteres.

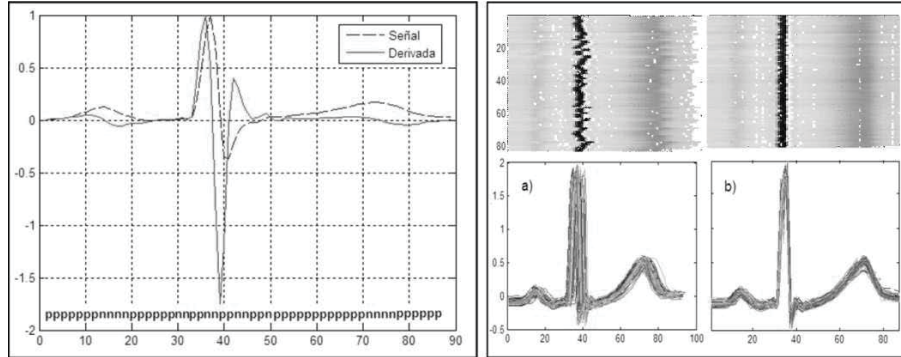


Figura 1. Izquierda: Codificación de la señal electrocardiográfica a caracteres según su derivada. Derecha: Alineamientos de todas las ondas del electrocardiograma con la plantilla definitiva.

### 2.3 Alineamiento Local

Luego de haber codificado la señal se aplica el algoritmo de alineamiento local propuesto por Smith y Waterman para alinear secuencias de caracteres. Usamos la implementación optimizada por Gotoh [5], con algunas modificaciones necesarias.

El algoritmo de alineamiento local se basa en la construcción de una matriz de programación dinámica, como la que presentamos en la Fig. 2 (arriba), en la que cada fila representa una muestra de la plantilla y cada columna una muestra de la señal donde se busca la plantilla. Cada elemento de la matriz representa una medida de similitud entre segmentos de la plantilla y segmentos de la señal. Si la plantilla tiene  $n$  muestras y la señal tiene  $m$  muestras, la matriz de programación dinámica  $M$  se construye de la siguiente manera:

$$\text{Inicialización:} \quad M(i,0)=0, \quad 0 \leq i \leq n, \quad M(0,j)=0, \quad 0 \leq j \leq m, \quad (1)$$

$$M(i,j) = \max \begin{cases} M(i-1,j-1) + \text{score}(x_i,y_j) \\ M(i,j-1) + d \\ M(i-1,j) + d \\ 0 \end{cases} \quad \forall 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \quad (2)$$

$\text{score}(x_i,y_j)$  representa la puntuación al aparear una letra  $p$  con  $p$ ,  $n$  con  $n$  o  $n$  con  $p$ , generalmente se obtiene de una matriz de sustitución (ver Fig. 2). Como se puede observar en Ec. (2), el valor de un elemento de la matriz proviene de considerar el máximo entre cuatro elementos, llamaremos *caso 1, 2, 3, 4* cuando el máximo resulte ser el primero, segundo, tercero o cuarto de los argumentos de la función.  $d$  tiene un valor de -15 (llamado penalización por inserción de espacio) si el sumando con  $d$  en la Ec. (2) provino de un *caso 1* y tiene un valor de -25 (llamado penalización por extensión de espacio) en otro caso.

Es necesaria la construcción de una matriz  $Ptr$  de punteros donde cada elemento  $Ptr(i,j)$  apunta a un elemento de la matriz  $M$  dependiendo de que caso provino el valor de  $M(i,j)$ :

$$Ptr(i,j) = \begin{cases} & \& M(i-1,j-1) & \text{si caso 1} \\ & \& M(i,j-1) & \text{si caso 2} \\ & \& M(i-1,j) & \text{si caso 3} \\ nulo & \text{si } M(i,j) = 0 \end{cases} \quad \text{Para } 1 \leq i \leq n \text{ y } 1 \leq j \leq m \quad (3)$$

& “significa dirección en memoria de“. La construcción de cada alineamiento de la plantilla con segmentos de la señal se realiza buscando los máximos locales en la matriz de programación  $M$ . Desde la posición del máximo local se hace un seguimiento de los apuntadores hasta conseguir un apuntador nulo. Para una descripción detallada de este procedimiento ver [4], [7].

El algoritmo de alineamiento local detecta un patrón de caracteres dentro de otra cadena buscando un máximo global en la matriz de programación dinámica. Nosotros buscamos varios máximos locales, correspondientes a cada patrón (ciclo cardíaco) que se encuentra en la señal y lo hacemos sólo en la última fila asegurando un alineamiento completo de la plantilla y reduciendo la complejidad computacional del algoritmo.

En Fig. 2, arriba a la izquierda se muestra la matriz de programación dinámica como una imagen en la que una coloración oscura representa una magnitud alta en los elementos de la matriz. Debajo de esa matriz se muestra el perfil de la última fila, en la que se buscan los máximos locales.

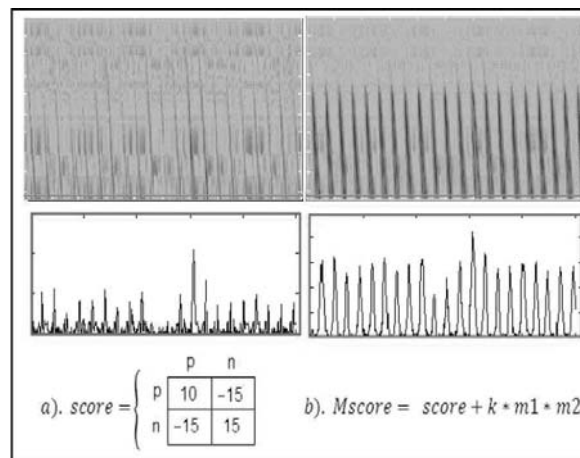


Figura 2. Matriz de programación dinámica, perfil de la última fila y puntuación usada el alineamiento entre caracteres.

Pero este tipo de asignación de puntajes, usando solo la matriz de sustitución, produce un perfil en la última fila en la que es difícil establecer un umbral para detectar cada onda. Uno de nuestros aportes más relevantes es la modificación en la forma de calcular la puntuación correspondiente a aparear un carácter con otro. Añadimos un puntaje adicional definido por una constante de proporcionalidad y por la multiplicación de las pendientes en la señal analizada y en la plantilla (Ver Fig. 2, abajo a la derecha). Con esta puntuación adicional se premian los alineamientos en los que coincide pendiente alta con pendiente alta, favoreciendo de esta manera la detección correcta del complejo QRS. En Fig. 2 se observa la uniformidad en la nueva matriz



de programación dinámica y en especial en los picos de la última fila, lo cual facilita la fijación de un umbral para escoger los máximos locales a usar. En base a la observación de los datos analizados se fijó como umbral de detección el 40% del máximo global. Los máximos locales de mayor magnitud en la matriz de programación dinámica representan la detección de cada ciclo cardíaco.

En Fig. 1 (derecha), se puede apreciar la diferencia entre una matriz construida con todos los ciclos encontrados y una con los ciclos alineados donde cada onda encontrada está alineada con la plantilla definitiva por lo que puede encontrarse una correspondencia entre todos los puntos de los patrones. Esta matriz puede usarse para hacer cualquier tipo de medición de amplitud o distancia en cada patrón encontrado de manera fácil y directa. Para que estos alineamientos fueran posible el algoritmo de Smith & Waterman inserta espacios en las señales mas cortas para que coincidan las pendientes (en nuestro caso) entre la plantilla y los patrones encontrados.

### 3. RESULTADOS

#### 3.1 Medición del segmento QT

Se midió la eficiencia del algoritmo para detectar y medir el segmento QT en 5 señales de una base de datos de ECG del MIT. En la tabla 1 se muestran los resultados ofrecidos por la metodología propuesta y se comparan con los obtenidos de manera semi-asistida. El análisis semi-asistido se basa en la medición que realiza una persona ubicando los puntos clave en cada onda (ciclo cardíaco) del ECG usando una herramienta computacional de apoyo. La derivación escogida para analizar la señal se realizó en base a la que mostrara una presencia más notoria de la onda Q. En la tabla 1, QTv es el número de segmentos QT existentes en la señal analizada, QTd es el número de QT detectados, Ef % la eficiencia del algoritmo en la detección del segmento,  $\bar{\mu}_{QTc}(s)$  y  $\sigma_{QTc}(s)$  son la media y desviación estándar del intervalo QT corregido (fórmula convencional de Fridericia).

**Tabla 1.** Medición del segmento QT usando alineamiento local.

Señal	QTv	QTd	Ef %	$\bar{\mu}_{QTc}(s)$		$\sigma_{QTc}(s)$	
				Auto	Manual	Auto	Manual
e0611	79	79	100	0.4023	0.4087	0.0052	0.0117
e0119	99	97	97.97	0.4233	0.4177	0.0162	0.0154
e0207	90	89	98.89	0.4161	0.4263	0.0148	0.0131
sele0106	109	109	100	0.4486	0.4707	0.0122	0.0165
Sel116	127	127	100	0.3784	0.3908	0.0103	0.0166

El algoritmo propuesto presenta una eficiencia en la correcta detección del segmento QT mayor al 95% y un error medio en la medición de dicho segmento menor al 3%. Estos resultados sugieren confiabilidad y precisión satisfactorias.

#### 3.2 Tiempo de ejecución del algoritmo

Se realizó la medición de la variabilidad en la frecuencia cardíaca, la longitud del segmento QT y la amplitud de la onda T en 127 ondas de un electrocardiograma. De manera semi-asistida el tiempo de medición fue de 10 minutos y medio, mientras que el software desarrollado en

Matlab lo realiza automáticamente en 2.4 segundos. Este tiempo debe reducirse si se usa C, C++, java, etc.

#### 4. CONCLUSIONES

El uso de alineamiento local en señales ECG representa un enfoque interesante y prometedor en este tipo de señales pues permite la segmentación o detección del ciclo cardíaco a la vez que alinea todas las ondas permitiendo una medición directa de los parámetros morfológicos para su posterior análisis estadístico. Las pruebas de nuestro método en bases de datos del MIT sugieren que puede ser muy útil y confiable en el análisis masivo de electrocardiogramas, sin embargo consideramos que es necesaria una evaluación más rigurosa en cuanto a cantidad de señales analizadas y es necesaria la comparación con los algoritmos actuales que realicen una tarea similar en ECG. La implementación de los algoritmos realiza en segundos mediciones automáticas en las que muchos médicos especialistas e investigadores invierten varios minutos. Es decir, posibilita el análisis masivo y permite una gran versatilidad en cuanto a la información que se puede obtener de los datos una vez segmentados y alineados todos los ciclos. Para obtener una funcionalidad completa de nuestra propuesta y que pueda convertirse en una herramienta de apoyo al diagnóstico y a la investigación de las enfermedades cardíacas se requiere el desarrollo de una etapa de postprocesamiento que permita la minería de datos, entrenamiento, clasificación y adecuada presentación de la información relevante para el especialista.

#### REFERENCIAS

- [1]. Zifan Ali, Saberi Sohrab, Mohammad Hassan Moradi, and Farzad Towhidkhah. Automated ECG Segmentation Using Piecewise Derivative Dynamic Time Warping. *International Journal of Biomedical Sciences*, vol. 1, n. 3, pp. 181-185, 2006.
- [2]. Volkan Tuzcu, Selman Nas. Dynamic Time Warping As a Novel Tool in Pattern Recognition of ECG Changes in Heart Rhythm Disturbances. *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 182-186, 2005.
- [3]. Kotas Marian. Application of Dynamic Time Warping to Ecg Processing. *XI Conference. Medical Informatics & Technologies*, 2006.
- [4]. Ceballos Gerardo, Paredes Jose. *Reconocimiento de patrones en electroforesis capilar utilizando análisis multiresolucional y programación dinámica*. MSc Tesis, Universidad de Los Andes. Facultad de Ingeniería, 2005.
- [5]. Gotoh O. *An improved algorithm for matching biological sequences*. *J. Mol. Biol.*, vol. 162, pp. 705 - 708, 1982.
- [6]. Addison Paul. Wavelet transforms in the ECG: a review. *Physiological Measurement*, vol. 26, pp. 155-199, 2005.
- [7]. Ceballos, G., Paredes, J., Hernandez, L., Pattern recognition in capillary electrophoresis data using dynamic programming in the wavelet domain. *Electrophoresis*, vol. 29, pp. 2828-2840, 2008.

## SÍNTESIS EN FPGA DE FILTROS RECONFIGURABLES DE MEDIANA PONDERADA DE FRECUENCIA SELECTIVA

**Daniel Garcia Urdaneta**

**José L. Paredes**

**Juan M. Ramírez**

**Luis J. Vega**

**Ronal D. Celaya**

*d.garcia@ula.ve*

*paredesj@ula.ve*

*juanra@ula.ve*

*luisgvega@ula.ve*

*rcelaya@ula.ve*

Escuela de Ing. Eléctrica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Mérida-Venezuela

**Resumen.** *Los filtros de mediana ponderada han sido ampliamente utilizados en las áreas de procesamiento digital de señales como una alternativa que permite implementar procesos de filtrado robustos ante ruido de naturaleza impulsiva. Recientemente, se ha extendido este tipo de filtros a una clase más general de filtros que, equipados con ponderaciones negativas, permiten sintetizar respuesta en frecuencia tipo selectiva. En este trabajo se propone el diseño, descripción en VHDL y síntesis en FPGA de dos arquitecturas que implementan los filtros de mediana ponderada de frecuencia selectiva. Específicamente, se desarrolla el diseño y síntesis en FPGA de estas arquitecturas, una basada en redes de ordenamiento y la otra soportada en el algoritmo Bit Voter, cuya estructura es similar a quickselect. Se muestran los requerimientos en área, potencia que consume, y frecuencia máxima de operación para cada arquitectura.*

**Palabras claves:** FPGA, Filtros de mediana ponderada, Ruido Impulsivo, Robustez.

### 1. INTRODUCCIÓN

Los filtros de mediana ponderada de frecuencia selectiva [1] han sido introducidos en la literatura desde hace aproximadamente una década como una nueva familia de filtros no lineales robustos. Equipados con ponderaciones reales, este tipo de filtros pueden ser utilizados en

aplicaciones donde se requiera robustez y a su vez comportamiento paso-banda o paso-alto en la respuesta de frecuencia; comportamiento que no podía ser alcanzado por los tradicionales filtros de mediana ponderada admitiendo sólo ponderaciones positivas. La clave para tener un desempeño de frecuencia selectiva recae en el hecho que el signo de las ponderaciones son pasadas a las muestras, redefiniéndose así el conjunto de muestras sobre la cual actúa el operador de mediana ponderada. Específicamente, considere el conjunto de muestras  $x = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_N]$  y las ponderaciones  $W = [W_1, W_2, W_3, \dots, W_N]$ . La mediana ponderada se define como [1]:

$$\bar{\beta} = \text{MEDIANA} \left[ |W_1| \diamond \text{sgn}(W_1) x_1, |W_2| \diamond \text{sgn}(W_2) x_2, \dots, |W_N| \diamond \text{sgn}(W_N) x_N \right] \quad (1)$$

donde  $\diamond$  denota el operador replicación definido como  $W_i \diamond x_i = \overbrace{x_i, x_i, x_i, \dots, x_i}^{W_i \text{ veces}}$ . Así, el signo de cada ponderación es pasado a la correspondiente muestra, y la nueva muestra es repetida tantas veces como lo indica la magnitud de la ponderación [1]. Luego la mediana es el percentil 50 que separa el conjunto de muestras repetidas en dos subconjuntos de igual cardinalidad. Aunque esta estructura pareciera limitar las ponderaciones a valores enteros, en [1] se presentó un algoritmo que permite el uso de ponderaciones reales. En este caso la mediana se calcula como a) Determinar el valor umbral definido como  $U = 1/2 \sum_{i=1}^N |W_i|$  b) Ordenar el nuevo conjunto de muestras ( $\text{sgn}(W_i) x_i; i = 1, 2, 3, \dots, N$ ) con sus correspondiente ponderaciones, c) Sumar las ponderaciones desde la muestra más grande hasta la más pequeña, d) Seleccionar como salida de filtro aquella muestra cuya ponderación hace que la suma parcial sea mayor o igual al umbral  $U$ .

Como puede observarse el cómputo de mediana conlleva implícitamente un proceso de ordenamiento de los datos, que implica un alto consumo computacional. Esto ha motivado a la búsqueda de alternativas de implementación vía hardware. Específicamente en este artículo, se propone el diseño, descripción en VHDL y síntesis en FPGA de dos arquitecturas que permiten implementar los filtros de mediana con ponderaciones negativas. La primera arquitectura es una extensión natural de la propuesta en [2] donde una red de ordenamiento actúa sobre las muestras previamente modificadas con el signo de las correspondientes ponderaciones. La segunda arquitectura usa el principio del algoritmo *quickselect* para calcular la mediana ponderada del nuevo conjunto de muestras [3]. En ambas arquitecturas se diseña un bloque de desacople de signos en el cual el signo de cada ponderación es asignado a la correspondiente muestra. Se realiza un estudio comparativo del desempeño de ambas arquitecturas, presentándose como medida de desempeño, el área de ocupación, la potencia consumida y la frecuencia de reloj máxima como una función del tamaño de la ventana de observación y de la resolución de las muestras.

Adicionalmente, se presenta la evolución de estas medidas de desempeño en la medida que la estructura de filtrado va cambiando en complejidad, partiendo de los filtros de mediana sin ponderación, pasando por los filtro de mediana con ponderación positiva y finalmente filtros de mediana con ponderaciones negativas.

## 2. DESCRIPCIÓN DE LAS ARQUITECTURAS

### 2.1. Filtros de mediana con ponderaciones negativas basadas en redes de ordenamiento.

En la figura 1 se muestra la arquitectura de mediana ponderada con ponderaciones negativas basada en redes de ordenamiento. La implementación de ponderaciones negativas se realiza mediante los bloques de signo y desplazamiento (DESPL). Para realizar la asignación del signo de la ponderación a la muestra, se toman las ponderaciones en representación binaria signo magnitud y

las muestras en representación binaria complemento a 2. Así, el bit más significativo de la ponderación indica entonces si se debe realizar un cambio de signo de la muestra (MSB = 1, ponderación negativa) o dejar la muestra inalterada (MSB = 0, ponderación positiva).

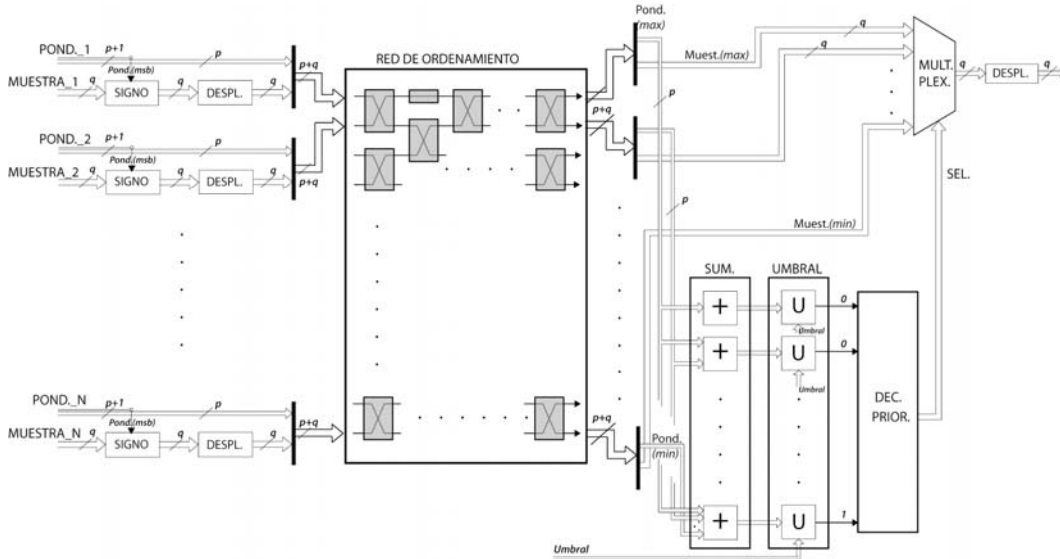


Figura 1 - Arquitectura de Red de Ordenamiento

El cambio de signo de la muestra es realizado por complemento a 2. Luego los datos son desplazados para obtener una representación de la muestra sin signo. El desplazamiento de los datos se consigue al sumar a todas las muestras el valor más negativo posible en la resolución utilizada. El resultado de esta suma es equivalente a complementar el bit más significativo de la muestra a desplazar. Estos datos desplazados ingresan entonces a la red de ordenamiento. Esta red, basada en comparadores, intercambian los datos de posición dependiendo de su magnitud, desplazándose así las muestras de valor máximo a la parte alta de la red y las muestras de valor mínimo a la parte baja. Estos comparadores conectados en paralelo y en cascada dividen el proceso en etapas, consiguiéndose una estructura encauzada o *pipeline* el cual aumenta el rendimiento del cálculo de mediana. Debido a la metodología utilizada para el cálculo de mediana, es necesario mantener las ponderaciones asociadas a las muestras después del proceso de ordenamiento. Para conseguir esto se define un vector binario concatenado de  $p+q$  bits, en el cual la muestra es ubicada en sus  $q$  bits menos significativos mientras que la magnitud de las ponderaciones en sus  $p$  bits más significativos.

Los comparadores realizan entonces las operaciones sobre los  $q$  bits menos significativos de las muestras y definen su salida el vector concatenado en su totalidad. De esta manera se tiene a la salida de esta red de ordenamiento los datos ordenados con sus respectivas ponderaciones asociadas. Para el cálculo de mediana ponderada se sigue entonces con el cómputo de la suma parcial de las ponderaciones, se toman las ponderaciones comenzando por la ponderación asociada a la muestra de valor máximo y se sigue en orden descendiente, estas sumas parciales son realizadas en paralelo por los bloques sumadores (SUM.) de la figura 1, cada bloque sumador realiza una suma parcial, y se tendrán entonces tantos bloques sumadores como muestras se tengan en la ventana de observación. Obsérvese, que el bloque sumador asociado a la muestra de valor mínimo

realizara la suma de todas las ponderaciones. Los resultados de estos bloques sumadores son comparados con el umbral el cual es igual a, en el bloque UMBRAL. La salida de este bloque es de  $N$  bits en paralelo (un bit por cada comparador) siendo 1 si la suma supera el valor del umbral  $U$ , 0 en caso contrario. Estos valores ingresan entonces a un codificador de prioridad el cual indica la posición del primer 1 encontrado entre las salidas de los bloques umbral. La posición del primer uno, indica el índice de la mediana, y se seleccionara el valor de mediana en un multiplexor, al cual ingresan las muestras en orden y la salida del decodificador de prioridad. A la salida de esta estructura se realiza el proceso inverso al realizado para el desplazamiento de los datos, obteniéndose el valor real en representación binaria complemento a 2 del valor de mediana.

## 2.2. Filtros de mediana con ponderaciones negativas basadas en *Bit Voter*.

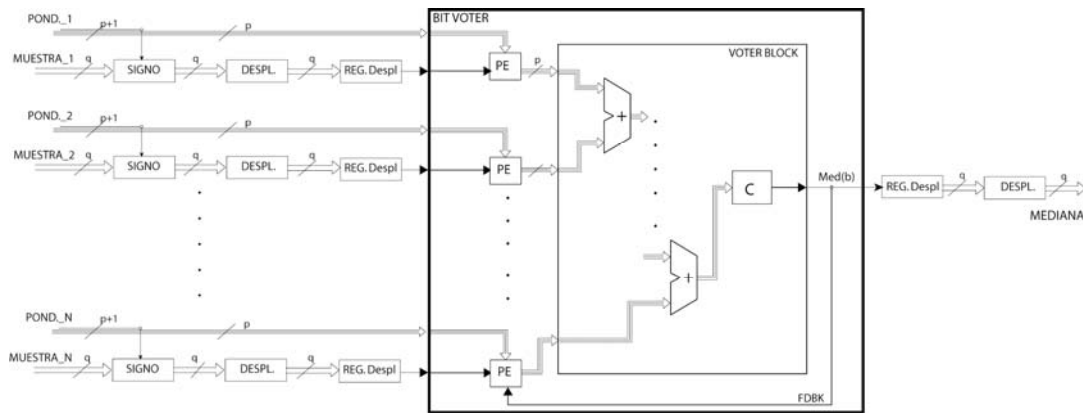


Figura 2 - Arquitectura de Bit Voter

La segunda arquitectura implementada adapta el algoritmo de *Bit Voter* [3], usado para determinar la mediana, al computo de la mediana con ponderaciones negativas. El algoritmo *Bit Voter* procesa los datos de manera Bit-Serial, comenzando por el bit más significativo formándose dos subconjuntos: a) El conjunto de muestras con 1 en el bit más significativo, b) El conjunto de muestras con 0 en el bit más significativo. Seguidamente se examina el valor de las ponderaciones acumuladas asociadas a las muestras de cada subconjunto. Claramente la mediana se encuentra en el subconjunto con mayor ponderación acumulada, por lo tanto, el primer bit del valor de la mediana es el bit correspondiente al subconjunto, el subconjunto restante es entonces descartado. El valor de mediana se obtiene entonces bit a bit, de esta forma la mediana es obtenida después de procesar una cantidad de bits igual a la precisión de los datos. Inicialmente, el signo de la ponderación es pasado a las muestras siguiendo la lógica descrita en la red de ordenamiento, así como el desplazamiento de los datos. Seguidamente un registro de desplazamiento paralelo/serial alimenta los datos a la arquitectura *Bit Voter*. Para implementar este enfoque, se define un elemento de procesamiento (*Processing Element PE*) el cual determina si el bit de entrada es considerado o descartado, comparando su valor actual con el valor del bit asociado al subconjunto donde se encuentra la mediana, en general se requiere un PE por cada muestra de entrada. Las salidas de los PE son entonces enviadas a un bloque de votación (*Voter Block*) que determina el acumulado de las ponderaciones y compara este acumulado con el umbral. Si el acumulado de las ponderaciones a la salida es mayor al umbral, el correspondiente bit de la mediana se ajusta a 1, en caso contrario este se hace 0.

### 3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los resultados presentados a continuación son tomados a partir de la síntesis de los diseños descritos en la sección anterior. Dichos diseños, fueron codificados en el lenguaje de descripción de hardware VHDL, y la síntesis fue realizada con la herramienta Xilinx ISE Design Suite V10.1, para una tarjeta de desarrollo Xilinx Virtex II PRO, que cuenta con 13696 slices y un reloj de frecuencia máxima 200 MHz. La figura 3 muestra las tendencias en área en función de las resolución de los datos y tamaño de la ventana como también las variaciones en área de cada arquitecturas en la medida que se incrementa la complejidad del proceso de filtrado, es decir, partiendo de filtros de mediana sin ponderaciones, luego con ponderaciones solo positivas y finalmente con ponderaciones negativas. La resolución de las ponderaciones es de 4 bits en todos los casos. En dicha figura se observan la cantidad de *slices* requeridos para implementar cada arquitectura, se distinguen las grandes diferencias en área entre las redes de ordenamiento y *Bit Voter*. Este último presenta requerimientos de área mínimos, ocupando un máximo de tan solo el 2% del área total del chip, mientras que la red de ordenamiento presenta requerimientos máximos de 35%. Además los requerimientos en área de la arquitectura *Bit Voter* no aumentan al variar la resolución de los datos, manteniéndose siempre constante, la resolución de las muestras no afecta los requerimientos en área, afecta el tiempo de cálculo como se muestra en la figura 4.

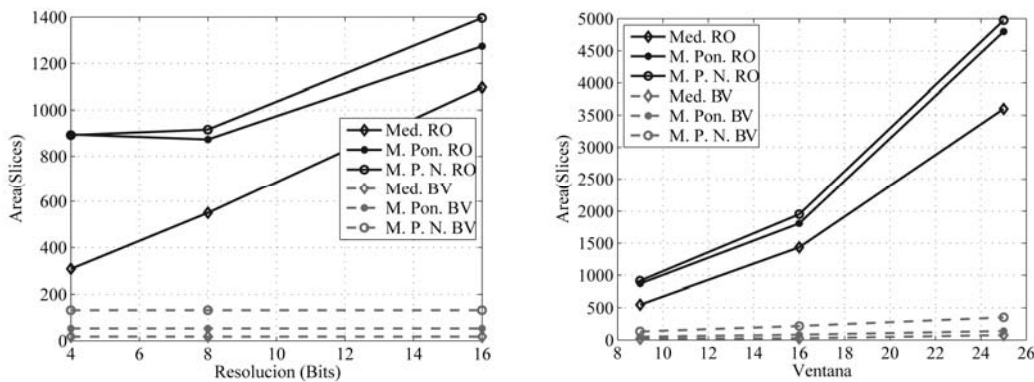


Figura 3 - Tendencias en área para diferentes arquitecturas: Filtro de mediana (Med.), Filtro de mediana ponderada (Med. Pond.), Filtro de mediana de frecuencia selectiva (M. P. N)

Las diferencias entre las arquitecturas de mediana ponderada y mediana con ponderaciones negativas es mínima para las redes de ordenamiento, la complejidad introducida por los bloques agregados para la implementación de ponderaciones negativas no agrega un consumo en área considerable para esta arquitectura. Aunque para *Bit Voter* la variación es ligeramente mayor, los requerimientos máximos en área no se acercan a los requerimientos en área mínimos de la red de ordenamiento.

La figura 4 muestra la tendencia en frecuencia con las variaciones en resolución de las muestras y las variaciones en frecuencia al aumentar la complejidad del proceso de filtrado para cada arquitectura. Como es de esperarse, la resolución de las muestras afecta el rendimiento del cálculo de mediana debido a la naturaleza del algoritmo *Bit Voter*, obteniéndose frecuencias tan bajas como 3 MHz, de un reloj de frecuencia 200 MHz presentado por la tarjeta de desarrollo. El aumento de la ventana de observación disminuye la frecuencia máxima de operación ya que agrega entradas adicionales al *Voter Block*, el cual es un sumador, por lo que se introduce un retardo al proceso del cálculo de mediana como se aprecia en la tabla 1.

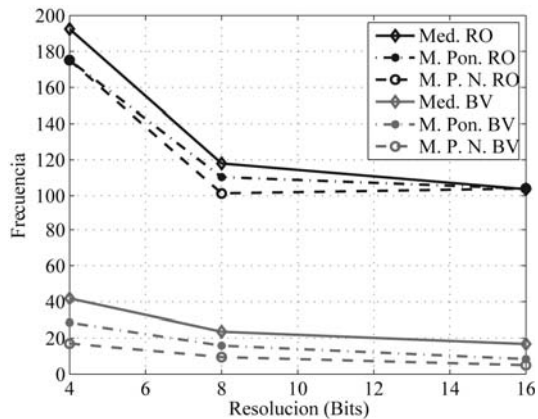


Figura 4 – Tendencias en frecuencias

La red de ordenamiento, por otro lado, presenta frecuencias cercanas al reloj de la tarjeta de desarrollo para resolución de muestras bajas (4 bits), disminuyendo al aumentar la resolución de los datos. Esto debido a las operaciones realizadas por los comparadores que conforman la red, ya que al aumentar la resolución de los datos las comparaciones se hacen más complejas. En cuanto a potencia consumida por las arquitecturas se obtienen 120 mW y 101 mW para la red de ordenamiento y *Bit Voter* respectivamente, para una ventana de observación de 9 muestras y resolución de 8 bits. Estos resultados están en concordancia con el hecho que, diseños de bajo requerimiento en área y baja frecuencia de operación presentan valores de consumo de potencia más bajas, como el caso del *Bit Voter*, mientras que diseños de gran tamaño y frecuencias de operación altas, como la red de ordenamiento, presentan consumo de potencia altos.

#### 4. CONCLUSIONES

En este artículo se desarrollaron dos arquitecturas de hardware diferentes que implementan los filtros de mediana de frecuencia selectiva. Se mostró que la arquitectura basada en *Bit Voter* presenta un consumo mínimo en área, presentando limitaciones en cuanto al tiempo de cálculo. Mientras que la red de ordenamiento presenta el caso contrario, es decir, un buen rendimiento en tiempo de cómputo pero un consumo elevado en área. Aunque *Bit Voter* presenta deficiencias en tiempo de cálculo, el bajo consumo en área, la independencia entre los valores de mediana y el paralelismo introducido por el FPGA permite tener varias instancias de esta arquitectura ejecutándose en paralelo lo que permitiría incrementar el rendimiento de este algoritmo.

#### REFERENCIAS

- [1] G. R. Arce, "A general weighted median filter structure admitting negative weights," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, no. 12, pp. 3195–3205, 1998.
- [2] Y. Hu and H. Ji, "Research on image median filtering algorithm and its fpga implementation," *Intelligent Systems, WRI Global Congress on*, vol. 3, pp. 226–230, 2009.
- [3] K. Benkrid and D. Crookes, "New bit-level algorithm for general purpose median filtering," *Journal of Electronic Imaging*, vol. 12, no. 2, pp. 263–269, 2003.

Tabla 1. Frecuencias Máximas

N	Bits	Frecuencia(MHz)	
		Red Ord.	Bit Voter
	4	175,09	11,02
9	8	101,37	6,13
	16	104,01	3,24
16	8	-	4,42
25	8	-	3,15



## SISTEMA DE ADQUISICIÓN MULTICANAL Y ANÁLISIS DE LA SEÑAL ELECTROCARDIOGRÁFICA DE ALTA RESOLUCIÓN APLICADO A PACIENTES CHAGASICOS

**Nelson Dugarte**

*nelsond@ula.ve*

**Jhosmary Cuadros**

*jcuadros@unet.edu.ve*

Universidad de los Andes, Postgrado de Ingeniería Biomédica, Grupo de Ingeniería Biomédica  
GIBULA, Mérida, Venezuela

**Rubén Medina**

**Rubén Rojas**

**Diego Jugo**

*rmedina@ula.ve*

*rdrojas@ula.ve*

*djugo@ula.ve*

Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería, Grupo de Ingeniería Biomédica GIBULA,  
Mérida, Venezuela

**Tulio Nuñez**

*tulio@ula.ve*

Hospital Universitario de la Universidad de Los Andes, Centro Cardiovascular, Mérida,  
Venezuela

**Abstract.** *El mal de Chagas es una enfermedad infecciosa causada por el parásito *Trypanosoma cruzi*. Ésta se caracteriza por alteraciones en el sistema cardiovascular que normalmente están asociadas a la cardiopatía chagásica. El presente trabajo reporta el desarrollo de un sistema integral para la adquisición y posterior análisis de la señal electrocardiográfica de alta resolución (ECGAR) de pacientes chagásicos. El proyecto consta de una etapa de hardware y una de software. La adquisición se realiza a 2000 muestras por segundo (mps) con una resolución de 12 bits por muestra. El software realiza preprocesamiento de los datos así como la segmentación de la señal electrocardiográfica. Para determinar el inicio del complejo QRS y el final de la onda T se utilizan Máquinas de Soporte Vectorial de mínimos cuadrados (LSSVM), entrenadas en base a atributos extraídos de la señal preprocesada y de señales obtenidas*

*mediante descomposiciones con Wavelets. Estas técnicas permiten estimar el intervalo QT así como el intervalo QT corregido (QTc). La efectividad de este tipo de análisis en el reconocimiento de pacientes chagásicos es estudiada al procesar un grupo de 20 pacientes chagásicos y 20 sujetos de control. Los resultados muestran diferencias estadísticamente significativas entre ambos grupos. Los algoritmos de procesamiento implementados son validados utilizando como referencia una aplicación similar denominada CardioSoft [1].*

**Palabras Clave:** Enfermedad de Chagas, Señal Electrocardiográfica, Máquinas de Soporte Vectorial, Intervalo QT, Wavelet.

## 1. INTRODUCCIÓN

El mal de Chagas es una enfermedad infecciosa causada por el parásito *Tripanosoma cruzi*. Se caracteriza por alteraciones en el sistema cardiovascular que normalmente están asociadas a la cardiopatía chagásica. La Organización Mundial de la Salud (OMS) estima que en Latinoamérica hay entre 16 y 18 millones de personas infectadas por la enfermedad del Chagas, y 100 millones corren el riesgo de contraer la infección [2]. Una de las alteraciones en el registro electrocardiográfico (ECG) en presencia de la enfermedad del Chagas es la variación anormal de del intervalo QT (duración total de la fase de despolarización como la de repolarización ventricular) [3]. La exactitud y estabilidad en la medición del intervalo QT dependen de la precisión que se logre en la identificación del inicio del complejo QRS y del final de la onda T.

Schlegel et al. [4] han desarrollado un software que permite monitorear en tiempo real la variabilidad del intervalo QT en los 8 canales independientes de los 12 canales estándar del ECG [4], sin embargo el enfoque utilizado para la detección del inicio y fin de dicho intervalo, está basado en el uso de plantillas con formas fijas, lo cual resulta poco flexible con respecto a las diferentes morfologías de la señal ECG.

En consecuencia, es importante abordar el análisis de las señales de ECG en presencia de dicha patología con el objetivo de mejorar el diagnóstico, hacer seguimiento y tratamiento en pacientes que padecen de la enfermedad del Chagas; para ello se propone un sistema para el análisis ECGAR donde la segmentación de la señal ECG se realiza empleando la técnica de máquinas de soporte vectorial de mínimos cuadrados (LSSVM) [5] para realizar la detección del inicio del complejo QRS y el final de la onda T, estimando posteriormente el intervalo QT y QTc. Se hipotetiza que tal intervalo se modificarán si el paciente padece de la enfermedad del Chagas, tal como se observó en los resultados obtenidos en [6], en el cual se comprobó que tanto la pendiente de subida como la de bajada del complejo QRS se ven reducidas en enfermos chagásicos crónicos y, además el factor de reducción guarda una relación directa con el grado del daño asociado a la miocarditis chagásica. Una validación preliminar se realiza comparando un grupo de pacientes chagásicos con respecto a un grupo de control.

## 2. BASES TEORICAS

### 2.1 El electrocardiograma

El Electrocardiograma (ECG) es el registro de la actividad eléctrica del corazón medida entre dos puntos de la superficie del cuerpo [7]. Tiene gran valor clínico para diagnosticar trastornos del ritmo, anormalidades en la conducción, isquemia e infartos de miocardio recientes

o antiguos, para valorar el funcionamiento de marcapasos electrónicos, entre otros [8]. El trazado típico de un electrocardiograma consiste en una onda P (despolarización auricular), un complejo QRS (repolarización de las aurículas y la despolarización de los ventrículos) y una onda T (repolarización ventricular) [7]. Los valores normales del intervalo QT dependen principalmente de la frecuencia cardíaca y del sistema nervioso autónomo. Para corregirlo en función de la frecuencia cardíaca, normalmente se utiliza la fórmula de Bazett ("Eq. (1)"):

$$QTc = QT / (RR)^{1/2} \quad (1)$$

donde RR es el intervalo comprendido entre dos ondas R consecutivas.

Una de las anomalías del intervalo QT es su prolongación, que se presenta cuando el QTc es mayor de 0.44 s. Según se ha mencionado, esta prolongación puede ser primaria o secundaria debida a fármacos, además de que está asociada a un alto riesgo de arritmias ventriculares malignas y muerte súbita [8].

## 2.2 Máquinas de Soporte Vectorial de Mínimos Cuadrados

Las máquinas de soporte vectorial (SVM) son una técnica de clasificación, basadas en la Teoría de Aprendizaje Estadístico [5]. Constituyen una de las principales herramientas de aprendizaje que implementan el principio inductivo de minimización de riesgo estructural [9], para obtener buenas cualidades de generalización sobre un número limitado de patrones de aprendizaje. Esta teoría toma como base matemática la dimensión de Vapnik-Chervonenkis y la existencia de un hiperplano medio que sea capaz de establecer una frontera que maximice un margen de separación entre las clases. Por otra parte, SVM resuelve el problema de la no linealidad de los datos incluyendo el uso de las funciones kernel. Las máquinas de soporte vectorial de mínimos cuadrados (LSSVM), son una variante de las SVM que resuelven ecuaciones lineales en lugar de un problema de programación cuadrática [10], y son más eficaces que las SVM clásicas.

## 3 MATERIALES Y MÉTODOS

### 3.1 Características General

El sistema incluye dos subsistemas uno de hardware y otro de software. El hardware permite adquirir, almacenar y transmitir al computador la señal ECG de alta resolución (ECGAR). El software principal incluye algoritmos instalados en el computador destinados al despliegue y procesamiento de la señal adquirida. El sistema realiza la adquisición simultánea de los 8 canales independientes y se calculan las cuatro restantes (II, aVR, aVL y aVF) para almacenar las 12 derivaciones estándar del ECG.

### 3.2 Hardware del Sistema

Los circuitos de adquisición analógica incluyen un arreglo de 8 amplificadores de instrumentación, proporcionando así un rechazo de modo común de 114 dB. El ancho de banda es 0.05 Hz a 300 Hz. La ganancia máxima de cada amplificador es de 1000. La conversión A/D se realiza a 2000 muestras/ segundo/canal. Cada una de las derivaciones es digitalizada a 12 bits de resolución por muestra.

### 3.3 El Software

El software realiza el preprocesamiento de los datos electrocardiográficos empleando algoritmos para la corrección de línea base, reducción de ruidos, detección de complejos QRS, así como la segmentación de la señal electrocardiográfica. El objetivo principal del software es realizar la medición del intervalo QT a partir de registros electrocardiográficos de reposo. Se toma como base la metodología propuesta por Todd et. al [4] en su artículo denominado "Real-time multichannel system for beat-to-beat QT interval variability" pero introduciendo como aporte novedoso la detección de la onda Q y el final de la onda T mediante Máquinas de Soporte Vectorial de Mínimos Cuadrados (LSSVM). Para ello, se construye un clasificador LSSVM con kernel Gausiano de base radial. El entrenamiento de las LSSVM se realiza en base a: puntos de referencia seleccionados por el experto denominados marcadores, características extraídas de la señal y la descomposición Wavelet [11]. Se ha usado una descomposición wavelet multinivel unidimensional usando las wavelet madre daubechies (db4) nivel cinco para el complejo QRS y symlet (sym7) nivel seis para la onda T.

El vector de marcadores para la LSSVM que detectará el inicio del complejo QRS tiene una longitud de 41 muestras. El vector marcador para el final de la onda T tiene una longitud de 51 muestras.

La creación del vector de No Marcadores en cada uno de los 1152 latidos del grupo de entrenamiento se realiza a partir de un punto de referencia seleccionado aleatoriamente de zonas del ECG que no correspondan a marcadores, para éste caso se establece una relación de 1:5, es decir, por un marcador se establecen 5 vectores de No Marcadores.

El software se desarrolló utilizando el entorno de trabajo GNU Octave [12].

### 3.4 Protocolo Utilizado

El protocolo incluyó un total de 20 pacientes chagásicos con igual número de sujetos control con edad promedio de 44 años. Fueron excluidos del estudio aquellos individuos con enfermedades cardiovasculares, insuficiencia renal, enfermedad broncopulmonar, diabetes ó hipertensión. Se les realizó un registro ECG de alta resolución de 12 derivaciones mediante un electrocardiógrafo digital (con una duración entre 6 y 10 min., con el paciente en reposo y con respiración controlada, 15 respiraciones por minuto, a una tasa de muestreo de 2000 Hz, con una resolución de 12 bits por muestra). Para el entrenamiento de la LSSVM el protocolo se dividió en dos grupos: el primer grupo se constituyó por 10 sujetos de control y 10 pacientes chagásicos, del cual se seleccionaron un total de 1152 latidos para la extracción de características (Marcadores y No Marcadores) denominado conjunto de entrenamiento, éste grupo esta formado por 648 latidos de sanos y 504 latidos de chagásicos. Un segundo grupo de 10 pacientes chagásicos y 10 sujetos de control denominado conjunto de validación, es el que se utilizó para validar la detección de los puntos Q y T por parte de la LSSVM, de los cuales la máquina no tiene una información exacta solo que provienen de la misma base de datos de los 40 pacientes adquiridas bajo las mismas condiciones.

## 4 RESULTADOS

Se realizó una validación preliminar de la herramienta. Para ello, en cada uno de los pacientes chagásicos y sujetos de control, se determinó el intervalo QT para 300 complejos QRS válidos y el intervalo QT corregido mediante la técnica de Bazett. En la Tabla 1 se muestran los resultados numéricos correspondientes al parámetro QTc para 10 pacientes chagásicos y sujetos de control usando la herramienta desarrollada y la aplicación CardioSoft. Las filas representan lo siguiente:

QTc calculado con la herramienta para Chagásicos (QTc HCh), QTc calculado con CardioSoft para Chagásicos (QTc CCh), error porcentual de QTc en Chagásicos (EPorcCh), QTc calculado con la herramienta para sanos (QTc HS), QTc calculado con CardioSoft para sanos (QTc CS), error porcentual de QTc en sanos (EPorcS). Como puede observarse, a partir de la Tabla 1, los resultados usando la herramienta desarrollada presentan un error porcentual promedio de 2,329 % para chagásicos y 1,867% para sanos. Para ambos casos el error máximo es 5%.

**Tabla 1.** Resultados del Parámetro QT corregido usando la Herramienta desarrollada y la Aplicación CardioSoft

Paciente	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
QTc HCh	379	409	458	427	414	466	398	451	438	409
QTc CCh	379,7	414,5	478,3	428	427,1	445	407,1	457,4	418,7	414,6
EPorcCh	0,18	1,34	4,43	0,23	3,16	4,50	2,28	1,41	4,40	1,36
QTc HS	434,4	433,5	421,0	392,8	460,1	407,8	454,5	416,8	446,7	430,2
QTc CS	432,5	418,0	406,5	404,0	453,5	401,0	451,0	414,0	432,0	431,0
EPorcS	0,439	3,708	3,567	2,772	1,455	1,695	0,776	0,676	3,402	0,185

Se utilizó análisis de varianza de un factor para determinar cambios estadísticamente significativos ( $p < 0.05$  y  $F > 1$ ) entre el grupo de pacientes chagásicos y el grupo de control. La Tabla 2 compendia los resultados obtenidos para el parámetro QT y QTc. Se puede apreciar que ambos parámetros presentan diferencias estadísticamente significativas entre ambos grupos.

**Tabla 2.** Parámetros de la Variabilidad del Intervalo QT y QTc (Media±Sd)

Parámetro	Grupo Chagásicos (N=20)	Grupo Control (N=20)	P
QT	0,406±0,032 seg	0,384±0,033 seg	0,000
QTc	0,423±0,030 seg	0,436±0,028 seg	0,000

### 5 CONCLUSIONES

Se desarrolló una herramienta para la adquisición y procesamiento de señales electrocardiográficas de alta resolución, implementando algoritmos para estudiar el intervalo QT y el intervalo QTc. La confiabilidad de la herramienta se validó preliminarmente utilizando funciones de prueba definidas explícitamente. Adicionalmente se realiza una validación clínica preliminar a objeto de estudiar el valor de la significancia estadística de los parámetros determinados para discriminar pacientes chagásicos con respecto a sujetos sanos.

**Agradecimientos**

Los autores agradecen al CDCHT de la Universidad de los Andes (proyecto I-947-06-07-A) y al Centro Nacional de Desarrollo e Investigación en Tecnologías Libres (CENDITEL) por el soporte financiero correspondiente al proyecto 0007-2009.

**REFERENCES**

- [1]. Cardiosoft, HfQRS-ECG – high frequency QRS electrocardiograph (Enero 2009).  
URL <http://www.cardiosoft.com/>.
- [2]. WHO, Control of Chagas disease, The World Health Report Geneva, World Health Organization (Julio 2002).
- [3]. R. Medina, M. Garreau, D. Jugo, C. Castillo, J. Toro, Adquisición y procesamiento de la señal electrocardiográfica basado en la extracción de potenciales intra-QRS e índices de variabilidad del intervalo QT, in: Proceedings of IV Latin American Congress on Biomedical Engineering 2007, Bioengineering Solutions for Latin America Health CLAIB2007, Vol. 18, Margarita, Venezuela, 2007, pp. 198–201.
- [4]. T. Schlegel, W. Kulecz, J. Depalma, A. Feiveson, J. Wilson, M. Rahman, M. Bungo, Real-time 12-lead high-frequency QRS electrocardiography for enhanced detection of myocardial ischemia and coronary artery disease, Mayo Clinic Proceedings 79 (3) (2004) 339–350.
- [5]. V. Vapnik, The Nature of Statistical Learning Theory, Springer Verlag,
- [6]. E. Pueyo, E. Laciari, E. Anzuola, P. Laguna y R. Jane. “Pendientes del QRS para la evaluación del daño miocárdico en pacientes chagásicos crónicos”. Memorias del XVI Congreso de la Sociedad Argentina de Bioingeniería, San Juan, Argentina, 2006, pp. 543-546.
- [7]. D. Davis, Interpretación del ECG, Ed. Medical Panamericana, Buenos Aires, Argentina, 2007.
- [8]. Alvarado, Análisis de la variabilidad de intervalos de tiempo del ECG, Ph.D. thesis, Universidad Politécnica de Cataluña, España (1998). New York, USA, 1995.
- [9]. G. Betancourt. Las máquinas de Soporte Vectorial (SVMs). Scientia et Technica. Universidad Tecnológica de Pereira. vol. 11, N° 27, 2005, pp:67-72.
- [10]. Suykens JAK, Gestel TV, Brabanter J, Moor B, J. Vandewalle, Least Squares Support Vector Machines, World Scientific, Singapore, 2002.
- [11]. S. Mallat, A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation, IEEE Pattern Analysis and Machine Intelligence 11 (7) (1989) 674–693.
- [12]. W. Eaton, Octave (Enero 2009). URL <http://www.gnu.org/software/octave/>

## ANÁLISIS DE LA EFICIENCIA DEL ALGORITMO DE RECONSTRUCCIÓN DE SEÑALES BASADO EN LA MEDIANA PONDERADA A TRAVÉS DE LA REGRESIÓN DE COX

**Jabbour, Georges**

*jabbour@ula.ve*

Escuela de Ingeniería de Sistemas, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes  
Av. Alberto Carnevalli, Núcleo Pedro Rincón Gutiérrez. Mérida - Venezuela

**Paredes, José Luis**

*paredesj@ula.ve*

Escuela de Ingeniería Eléctrica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes  
Av. Alberto Carnevalli, Núcleo Pedro Rincón Gutiérrez. Mérida - Venezuela

**Resumen.** En el presente artículo se analiza, a través del modelo de regresión de Cox, la eficiencia del algoritmo de reconstrucción de señales basado en la regresión de Mediana Ponderada, en el contexto del Sensado Comprimido. Se realizaron 1620 reconstrucciones de señales de diferente tamaño, con diferente tamaño de soporte ( $K$ ), y variando además, el número de medidas ( $M$ ) y el parámetro de regularización ( $\alpha$ ), que forma parte esencial del algoritmo bajo estudio. Entre los resultados más importantes obtenidos se encuentra que la eficiencia del algoritmo tiene un comportamiento parabólico invertido con respecto a  $\alpha$ , alcanzando su máximo en  $\alpha=0.8$ . Además, se obtuvo que este algoritmo es muy sensible a variaciones en los valores de  $\alpha$  y del número de mediciones ( $M$ ), de manera que con ligeros cambios en estos parámetros el algoritmo puede cambiar radicalmente su velocidad de convergencia. En este sentido, ajustando adecuadamente el valor de  $M$  se logra controlar el comportamiento inestable antes descrito, pues si la relación  $M/K$  pasa de 7 a 9, la probabilidad de que el algoritmo presente un buen desempeño aumenta del 40% al 70%. De igual manera, si el valor de  $\alpha$  cambia de 0.5 a 0.9, la probabilidad de que el algoritmo presente un buen desempeño aumenta del 14% al 96%.

**Palabras claves:** Reconstrucción de señales, Sensado comprimido, Mediana ponderada, Regresión de Cox, Análisis de supervivencia.

## 1. INTRODUCCIÓN

El Sensado Comprimido (SC) ha surgido como una técnica vanguardista en el campo del muestreo/reconstrucción de señales, permitiendo representar señales mediante un número reducido de medidas, y a su vez, ofreciendo herramientas capaces de reconstruir las señales originales con muy poca pérdida de información, con una eficacia que no depende del ancho de banda de la señal sino de la cantidad de información que posee la misma [1]. Así, el SC simplifica el proceso de adquisición a un costo de tener una mayor complejidad en el proceso de reconstrucción.

Aún así, existe la necesidad de mejorar los resultados de este novedoso enfoque de adquisición de señales, apuntando a simplificar su aplicación, y a su vez, hacerlo cada vez más robusto, ya que entre sus principales desventajas se encuentra la complejidad y la gran cantidad de cálculos asociados a sus algoritmos en la fase de reconstrucción [2][3][4]. Por esta razón, el presente artículo pretende generar resultados que permitan a los investigadores y usuarios de este tipo de métodos conocer aspectos técnicos relacionados con la eficiencia de los algoritmos que forman parte del mismo, y así, facilitar su uso. Específicamente, se realiza un análisis estadístico de la influencia de las características relativas a la señal a recuperar/reconstruir y del parámetro de regularización sobre la eficiencia del algoritmo de reconstrucción de señales basado en la regresión de la mediana ponderada. Se escoge este algoritmo de reconstrucción en particular dado que según se muestra en [4], es robusto a una gran variedad de tipos de ruido que pudiera contaminar las mediciones, además de la facilidad para seleccionar el parámetro de regularización que define el grado de densidad de la señal a reconstruir. A continuación se describen los métodos involucrados en esta investigación.

## 2. RECONSTRUCCIÓN DEL SEÑALES MEDIANTE LA REGRESIÓN DE MEDIANA PONDERADA

La reconstrucción de una señal consiste en realizar el proceso inverso al de su compresión, es decir: a partir del vector de medidas ( $\mathbf{y}$ ),  $\mathbf{y}=[y[1], \dots, y[M]]^T$ , y la matriz de proyecciones [1],  $\Phi = [\phi_{ij}]_{i=1, \dots, M; j=1, \dots, N}$ , el objetivo es obtener la secuencia  $\mathbf{x}$  original ( $\mathbf{x}=[x[1], \dots, x[N]]^T$ ), aquella cuya compresión condujo precisamente a  $\mathbf{y}$ . En el caso particular de este trabajo, se hace uso de un método que consiste en un enfoque regresivo basado en estimaciones obtenidas mediante el operador de Mediana Ponderada [4]. Específicamente, este método consiste en la solución de  $N$  problemas unidimensionales, de la forma:

$$\hat{x}_n = \arg \min_{X_n} \sum_{i=1}^M |y[i] - \phi_{in} X_n| + \tau_0 \|X_n\|_{l_0}; \quad n=1, \dots, N \quad (1)$$

cuya solución,  $\hat{x}_n$  ( $n=1, \dots, N$ ), que se interpreta como la señal reconstruida, se obtiene como la mediana ponderada de la señal residuo, seguido de un proceso de umbralización, esto es [4]:

$$\hat{x}_n = \begin{cases} \text{Mediana} \left( \left| \phi_{in} \diamond \frac{y[i] - \sum_{j=1, j \neq n}^N \phi_{ij} \hat{x}_j}{\phi_{in}} \right|_{i=1}^M \right) & \text{si } \|r_n\|_{l_1} - \|r_n - \hat{x}_n \Phi_n\|_{l_1} > \tau_0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad \text{para } n=1, \dots, N \quad (2)$$



en donde  $r_n = y - \sum_{j=1; j \neq n}^N \Phi_j \hat{x}_j$ ,  $\Phi_n$  es la n-ésima columna de  $\Phi$  y  $\|\cdot\|_p$  denota la norma  $l_p$ . Esta expresión se utiliza iterativamente para estimar los N elementos de la secuencia original, aunque, dado que en cada optimización individual se toma en cuenta una sola variable a la vez, con N iteraciones (una iteración para cada variable) muy difícilmente se logra alcanzar el óptimo global N-dimensional. Esto conlleva a la necesidad de repetir múltiples ciclos de estimación para alcanzar la solución óptima global, en donde se define como ciclo al proceso de estimar a cada  $x_i$  una vez, es decir, un ciclo corresponde a N iteraciones. Uno de los criterios más utilizados para detener al algoritmo se basa en la energía residual normalizada, en donde, el algoritmo se detiene cuando se cumple que  $\|y - \Phi \hat{x}\|_2^2 / \|y\|_2^2 \leq \varepsilon$  [1][4]. Por otro lado, vale la pena señalar que el umbral  $\tau$ , que en el primer ciclo toma el valor  $\tau_0$ , va disminuyendo progresivamente de un ciclo a otro con el fin de permitir la incorporación de nuevos elementos no nulos a la secuencia X. El algoritmo inicia el proceso de cálculo asumiendo que  $x[i]=0$  ( $i=1, \dots, N$ ), y dependiendo de la importancia de cada elemento se van asignando valores no nulos a los mismos, y a medida que se disminuye el valor del umbral, más elementos se van incorporando al soporte de la secuencia a recuperar. Es por esto que, en el k-ésimo ciclo, el umbral se define como  $\tau_k = \tau_0 \alpha^k$ , en donde  $\alpha$  es una constante comprendida en el intervalo (0,1); haciendo que el umbral vaya reduciéndose gradualmente.

### 3. ANÁLISIS DE SUPERVIVENCIA A TRAVÉS DE LA REGRESIÓN DE COX

En el análisis de supervivencia, uno de los principales objetivos consiste en determinar la influencia que poseen ciertos factores sobre el tiempo que transcurre desde que se inicia algún proceso en particular hasta que ocurre cierto evento de interés (llamado *Muerte*) [5].

Entre los conceptos asociados al análisis de supervivencia, son de especial interés la *función de supervivencia* y la *función de riesgo* [6]. En detalle, la función de supervivencia,  $S(t)$ , representa la probabilidad de que cierto individuo esté vivo en el instante t; mientras que la función de riesgo,  $H(t)$ , es una medida inversamente proporcional a la función de supervivencia, es decir, a mayor supervivencia menor riesgo, y viceversa [5][6].

Dentro del conjunto de métodos que forman parte del análisis de supervivencia se encuentra la regresión de Cox, la cual se basa en un modelo de regresión que permite determinar la influencia que poseen ciertos factores sobre la función de riesgo, y por ende, sobre el tiempo esperado que transcurre hasta la ocurrencia del evento muerte en un contexto dado. Por lo tanto, el modelo de regresión de Cox es una función cuya variable dependiente es el riesgo en el que se encuentra un individuo en el instante t, y cuyas variables independientes son factores que se cree que pueden influir sobre tal riesgo [5]; específicamente:

$$H(t) = H_0(t) e^{\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_p X_p} \tag{3}$$

en donde  $H_0(t)$  es un valor constante, irrelevante para el presente estudio. Por otro lado, el interés se centra en las variables independientes, cuyo efecto se mide directamente a través de sus coeficientes  $\beta_i$  ( $i=1, \dots, p$ ). Si  $\beta_i > 0$ , entonces la presencia del i-ésimo factor aumenta el riesgo, mientras que, si  $\beta_i < 0$ , entonces el i-ésimo factor reduce el riesgo [5].

### 4. METODOLOGÍA

En el contexto de esta investigación se desea analizar la influencia de los factores S (señal

madre), N (tamaño de la señal), K (soporte de la señal), M (número de mediciones) y  $\alpha$  (parámetro de regularización) sobre el número de ciclos necesarios hasta que el algoritmo de la mediana ponderada regresiva alcance la condición de energía residual normalizada menor a 0.1, es decir:  $\|y - \Phi\hat{x}\|_2^2 / \|y\|_2^2 \leq 10^{-1}$ , haciendo uso de la regresión de Cox. Para tal fin se realizaron pruebas de reconstrucción para 12 señales, obtenidas a partir de 3 señales madre,  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$ , generadas aleatoriamente y con una longitud de 1024 cada una. A partir de cada una de estas 3 señales se generaron 4 señales: desde el componente 1 hasta el componente  $N=256*L$ , para  $L=1,2,3,4$ ; de manera que en total se tienen 3 señales de longitud 256, 3 de 512, 3 de 768 y 3 de 1024. Para  $N=256$ , se utilizaron valores de K (tamaño de soporte) de 10, 14 y 18; para  $N=512$ , se utilizaron valores de K de 20, 28 y 36; para  $N=768$ , se utilizaron valores de K de 30, 42 y 54; y para  $N=1024$ , se utilizaron valores de K de 40, 56 y 72. Además, Para cada valor de N (de cada una de las señales madre) y K, se utilizaron 3 valores de M:  $7*K$ ,  $8*K$  y  $9*K$ . Por otro lado, para cada combinación de parámetros descritos anteriormente, se aplicó el algoritmo de la mediana ponderada para valores de  $\alpha$  comprendidos entre 0.2 y 0.9, con incrementos de 0.05:  $\alpha = \{0.20, 0.25, \dots, 0.90\}$ . En resumen, se realizaron 1620 ( $3S \times 4N \times 3K \times 3M \times 15\alpha$ ) pruebas de reconstrucción, para las cuales se ha registrado el número de ciclos, C, para el cual se alcanzó la condición  $\|y - \Phi\hat{x}\|_2^2 / \|y\|_2^2 \leq 10^{-1}$ . Adicionalmente, se utilizó la misma matriz de proyecciones para todas pruebas para garantizar que estas se realizaran en las mismas condiciones.

En relación al análisis estadístico de las señales reconstruidas, en primer lugar, se realizó un análisis descriptivo que consistió en tablas de resumen de los casos en donde se alcanzó la condición  $\|y - \Phi\hat{x}\|_2^2 / \|y\|_2^2 \leq 10^{-1}$ . Luego, se aplicó el modelo de regresión de Cox a las señales reconstruidas, para las cuales se utilizó la variable C como el tiempo de supervivencia [5], y se asumió la condición  $C \leq 100$  como el *evento muerte*, y por lo tanto, a partir de los valores de C se estimó el riesgo para cada caso. Además como variables independientes de este modelo se toman las variables S, N, K, M y  $\alpha$ ; con lo cual, el modelo de regresión a evaluar tendría la forma:

$$H(t) = H_0(t)e^{\beta_1 S + \beta_2 N + \beta_3 K + \beta_4 M + \beta_5 \alpha} \quad (4)$$

## 5. RESULTADOS

### 5.1 Análisis estadístico descriptivo

De las 1620 reconstrucciones de señal llevadas a cabo (utilizando la versión estudiantil del programa computacional Matlab<sup>®</sup>), en 552 casos ocurrió  $C \leq 100$  (evento de interés): 22 casos (3.4%) para  $\alpha \leq 0.45$  y 530 casos (54.53%) para  $\alpha \geq 0.5$ . Dado que es necesario contar con resultados en donde exista diversidad de casos para poder estimar el modelo de regresión de Cox satisfactoriamente, se descartan los registros asociados a  $\alpha \leq 0.45$ , puesto que en el 96.6% de estas pruebas no ocurrió el evento de interés, y por lo tanto, no ofrecen tal diversidad; y esto conlleva a un primer resultado que indica que no es recomendable utilizar valores de  $\alpha$  inferiores a 0.5. Así, el análisis que se realiza en lo sucesivo se basa sólo en las 972 reconstrucciones de señal asociadas a  $\alpha \geq 0.5$ , en donde, en 530 casos ocurrió el evento de interés, distribuidos como sigue:

**Tabla 1.** Resultados según el valor de  $\alpha$

$\alpha$	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90
$\bar{C}$	7	9	9.08	8.92	8.56	9.88	9.86	10.53	11.91
No. de Casos	15	21	39	36	54	78	87	96	104
% Casos	13.89	19.44	36.11	33.33	50.00	72.22	80.56	88.89	96.30

**Tabla 2.** Resultados según la relación M/K

M/K	$\bar{C}$	No. de Casos	% Casos
7	10.69	128	39.51
8	10.07	177	54.63
9	9.6	225	69.44

En las Tablas 1 y 2,  $\bar{C}$  denota el promedio de ciclos registrados en las pruebas asociadas al respectivo caso, pero sólo en donde ocurrió el evento de interés; “No. de Casos” se refiere al número de casos en donde ocurrió el evento de interés, mientras que “% Casos” indica el porcentaje de casos en los cuales ocurrió el evento de interés, que a su vez puede ser interpretado como una estimación de la probabilidad de que ocurra el evento de interés.

En los 530 casos en los que ocurrió el evento de interés, los valores de C se mantuvieron dentro del rango [6,16], con un promedio de 10.02, es decir, que el error establecido ( $\epsilon = 10^{-1}$ ) o era alcanzado en  $6 \leq C \leq 16$  (en 530 casos) o era alcanzado en  $C > 100$  (en los 442 casos restantes), es decir, ninguna de las 972 corridas duró entre 17 y 100 ciclos. Esta brecha puede ser interpretada como un indicador de la volatilidad del algoritmo, o alternativamente, que la velocidad de convergencia del algoritmo es altamente no lineal con respecto a las características de la señal y con respecto al parámetro de regularización  $\alpha$ , de manera que en algunos casos el algoritmo es muy rápido y en los demás casos es lento, sin posibilidad de términos medios.

Así mismo, en la Tabla 1 se puede observar que a mayor valor de  $\alpha$ , más tarda el algoritmo para alcanzar el error establecido ( $\epsilon = 10^{-1}$ ), aunque logra esta meta con mayor probabilidad. Por ejemplo, con  $\alpha=0.5$  hicieron falta sólo 7 ciclos en promedio ( $\bar{C}=7$ ), pero apenas en el 13.89% de los casos ocurrió el evento de interés, mientras con  $\alpha=0.9$  hicieron falta 11.91 ciclos en promedio ( $\bar{C}=11.91$ ), pero el evento de interés se alcanzó en el 96.30% de los casos. Lo antes afirmado refleja una fuerte sensibilidad del desempeño del algoritmo de reconstrucción con respecto a  $\alpha$ .

Por otro lado, se tiene la relación M/K, que indica cuántas medidas (Y) se utilizan por cada elemento no nulo de la señal original. En la Tabla 2 se puede apreciar que mientras más grande sea el vector de medidas con respecto al grado de densidad de la señal original, más rápido será el algoritmo, y además, existe una mayor probabilidad de ocurrencia del evento de interés, siendo esto último lo más significativo del resultado, ya que, por ejemplo, si en vez de utilizar 7 medidas se utilizan 9 por cada elemento no nulo de la señal original, se logra aumentar de 39.51% a 69.44% tal probabilidad.

## 5.2 Resultados del modelo de regresión de Cox

En las Tablas 3 y 4 se resumen los resultados correspondientes al modelo de regresión de Cox definido en la Ec. (4) (utilizando el programa estadístico R, versión 2.12.1):

**Tabla 3.** Prueba del Omnibus (bondad de ajuste)\*

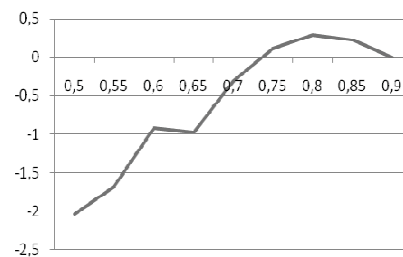
-2 Log (Verosimilitud)	Chi-cuadrado	GL	Sig.
6731.064	254.624	6	.000

**Tabla 4.** Resultados del modelo de Cox<sup>†</sup>

Var	N	K	M	$\alpha$	$\alpha(1)$	$\alpha(2)$	$\alpha(3)$	$\alpha(4)$	$\alpha(5)$	$\alpha(6)$	$\alpha(7)$	$\alpha(8)$	S	S(1)	S(2)
$\beta$	-.001	-.085	.012		-	-	-.915	-.973	-.306	.117	.292	.227		.008	.000
Wald	10.947	40.800	69.034	178.999	53.716	49.000	23.381	24.956	3.269	.595	3.926	2.540	.009	.006	.000
Sig.	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.071	.440	.048	.111	.996	.937	.999

En la Tabla 4 se asume que todas las variables son cuantitativas, excepto S (indicadora de la señal madre) y  $\alpha$  (parámetro de regularización) que son variables categóricas, en donde,  $\alpha$  se codificó de la siguiente manera: se tomó  $\alpha=0.90$  como la categoría de referencia, y se asignaron los valores de 0.50, 0.55, ..., 0.85 a  $\alpha(1)$ ,  $\alpha(2)$ , ...,  $\alpha(8)$ , respectivamente.

La Tabla 3 indica que, según la prueba del Omnibus [5], no se rechaza la hipótesis de que el modelo se ajusta bien a los datos, lo cual indica que el modelo es válido. Por otro lado, según la Tabla 4, se puede concluir con un 99.9% de confianza lo siguiente: a mayor valor de N y K (mientras más grande sea la secuencia, y mientras mayor sea su soporte), menor riesgo, o equivalentemente, mayor supervivencia, y por lo tanto, mayor será el número de ciclos necesarios hasta que los residuos alcancen el error establecido. Por el contrario, mientras más grande sea el valor de M, más rápido será el algoritmo de reconstrucción. En cuanto a las señales madre, estas no han influido en lo absoluto sobre los resultados, es decir, los resultados han sido independientes de las señales madre que se utilizaron. Por último, en la Tabla 4 se puede observar que a medida que se incrementa a  $\alpha$ , el algoritmo se acelera hasta llegar a  $\alpha=0.80$ , en donde el algoritmo alcanza su máxima eficiencia, para comenzar a desmejorar en los siguientes valores de  $\alpha$ . El siguiente gráfico permite visualizar el efecto del parámetro de regularización sobre la eficiencia del algoritmo:

Figura 1-  $\alpha$  vs.  $\beta_i$ 

\* Los valores de la Tabla 3 representan lo siguiente: **-2\*Log(Verosimilitud)**: es un estadístico de prueba de la bondad de ajuste del modelo, cuya hipótesis nula establece que todos los coeficientes del modelo son nulos, es decir, que el modelo no se ajusta bien a los datos. Este estadístico se distribuye chi-cuadrado con **GL** grados de libertad. **Sig**: nivel de significancia del estadístico antes mencionado. Si  $\text{Sig} < p$ ,  $0 \leq p \leq 1$ , entonces se rechaza la hipótesis nula, y en tal caso, se concluye que el modelo se ajusta bien a los datos con un nivel de confianza del  $100*(1-p)\%$ .

<sup>†</sup> Los valores de la Tabla 4 representan lo siguiente: **Var**: nombre de la variable;  **$\beta$** : valor de su coeficiente en el modelo de Cox ( $\beta_i$ ); **Wald**: valor del estadístico de Wald, que es un estadístico de prueba de la significancia de una variable, cuya hipótesis nula establece que tal variable no es significativa (su coeficiente es nulo). **Sig**: nivel de significancia del estadístico de Wald. Si  $\text{Sig} < p$ ,  $0 \leq p \leq 1$ , entonces la respectiva variable es significativa al  $100*(1-p)\%$ .

En este gráfico, el eje horizontal representa los diferentes valores de  $\alpha$  evaluados (de 0.50 hasta 0.90), mientras que el eje vertical corresponde a los coeficientes del modelo de Cox asociados a cada valor de  $\alpha$ . La curva obtenida demuestra que la relación entre la eficiencia del algoritmo con respecto a  $\alpha$  no es monótona creciente sino que sigue, a groso modo, una parábola invertida que alcanza su máximo en  $\alpha=0.80$ , de manera que entre 0 y 0.8 la eficiencia del algoritmo mejora a medida que  $\alpha$  aumenta, y a partir de ahí, comienza a desmejorar. Es importante señalar que estos resultados no contradicen lo presentado en la Tabla 1, ya que en ese caso,  $\bar{C}$  fue calculado tomando en cuenta sólo las pruebas en donde el algoritmo convergió ( $C \leq 100$ ), a diferencia de los resultados del modelo de Cox, en donde se consideran todas las pruebas realizadas.

## 6. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en esta investigación indican que el algoritmo de reconstrucción de señales basado en la regresión de mediana ponderada presenta dos tipos de comportamientos sumamente homogéneos y diferentes entre sí: uno lento y otro rápido; sin la posibilidad de resultados intermedios. Sin embargo, ajustando adecuadamente los valores de  $\alpha$  y  $M$  se puede reducir drásticamente la probabilidad de que el algoritmo se comporte en forma lenta: con  $\alpha=0.5$  hicieron falta sólo 7 ciclos en promedio ( $\bar{C}=7$ ), pero apenas en el 13.89% el algoritmo requirió menos de 100 ciclos para converger, mientras con  $\alpha=0.9$  hicieron falta en promedio 11.91 ciclos, pero la convergencia se alcanzó en el 96.30% de los casos. En ningún caso es recomendable utilizar  $\alpha \leq 0.45$ , pues con estos valores se obtuvo que en el 96.6% de los casos el algoritmo fue ineficiente, indiferentemente de los valores de los parámetros restantes.

Por otro lado, existe la posibilidad de ajustar el valor de  $M$  con el fin de aumentar la probabilidad de que el algoritmo se comporte en forma rápida, por ejemplo, si en vez de utilizar  $M=7K$  se utiliza  $M=9K$ , se logra aumentar de 39.51% a 69.44% tal probabilidad. En este caso, es importante tener presente que es de interés que  $M$  sea lo más pequeño posible, o lo que es equivalente, que  $N/M$  sea lo más grande posible, pues uno de los objetivos de Sensado Comprimido es comprimir las señales, por lo tanto, es necesario tener cuidado al aumentar el valor de  $M$ .

En cuanto al resto de las características de la señal, según el modelo de regresión de Cox, se obtuvo que a mayor valor de  $N$  y  $K$ , menor riesgo (mayor supervivencia), y por lo tanto, mayor será el número de ciclos necesarios hasta que los residuos alcancen el error establecido. Además, con este modelo se confirmaron los resultados asociados a  $\alpha$  y  $M$ , expuestos anteriormente; aunque en el caso de  $\alpha$ , se obtuvo una información adicional que indica que la relación entre la eficiencia del algoritmo con respecto a  $\alpha$  no es monótona creciente sino que sigue, aproximadamente, una parábola invertida que alcanza su máximo en  $\alpha=0.80$ , valor que representa un punto de equilibrio entre un número de ciclos bajo y la probabilidad de que el algoritmo no se desempeñe en forma lenta.

## REFERENCIAS

- [1] Baraniuk, R., Compressive Sensing. IEEE Signal Proc. Magazine, Vol. 24, pp. 118-124, 2007.
- [2] Majumdar, A., y Ward, R., Compressed Sensing of Color Images. Signal Processing, Elsevier, Vol. 90, No. 12, pp. 3122-3127, 2010.
- [3] Paredes, J., Arce, G., y Wang, Z., Ultra-Wideband Compressed Sensing: Channel Estimation. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, Vol. 1, No. 3, pp 383-395, 2007.

- [4] Paredes, J., y Arce, G., Compressive Sensing Signal Reconstruction by Weighted Median Regression Estimates. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 59, No. 6, pp. 2585-2601, 2011.
- [5] Harrell, F., *Regression Modeling Strategies: With Applications to Linear Models, Logistic Regression, and Survival Analysis*, 1era Edición, pp. 465 – 507, Springer, 2001.
- [6] Berry, M., y Linoff, G., *Data Mining Techniques*, 2da Edición, pp. 383-420, Wiley, 2004.

## DISEÑO METODOLÓGICO PARA EL DIMENSIONAMIENTO ELECTROMAGNÉTICO EN GRANDES HIDROGENERADORES

**Luis A Vizcaya**

**Pedro J Carvajal**

*luis.vizcaya1933@gmail.com*

*pedrocarvajal54@gmail.com*

Universidad Nacional Politécnica Antonio José de Sucre, UNEXPO, Bolívar-Venezuela.

**Fernando J Navarro**

**Verena Mercado**

*Araque.692@gmail.com*

*verenamercado@gmail.com*

Escuela de Ingeniería y Ciencias Aplicadas. Universidad de Oriente, Anzoátegui-Venezuela.

**Paola C Castellano**

*polin63@hotmail.com*

Universidad de Los Andes, ULA, Mérida-Venezuela.

**Juan Toledo**

**José F Pedroza**

**Juan M Ñañez**

*jtoledo@corpoelec.gob.ve*

*jpdroza@corpoelec.gob.ve*

*jñanez@corpoelec.gob.ve*

Proyecto Hidroeléctrico “Manuela Piar” en Tocoma. CORPOELEC, Bolívar-Venezuela.

**Resumen.** *La presente investigación tiene la finalidad de desarrollar una metodología que permita la realización de los cálculos electromagnéticos de generadores de las Centrales Hidroeléctricas del Bajo Caroní, lo cual constituye un factor primordial para los mantenimientos de las máquinas. La metodología de cálculo empleada usa como base ecuaciones de generadores tomadas de libros especializados en el diseño de máquinas sincrónicas de polos salientes. Adicionalmente, se desarrolló un programa computacional en Visual Basic 6.1, el cual incluye además el cálculo de parámetros eléctricos utilizando las dimensiones físicas de la máquina, mediante el uso de las ecuaciones desarrolladas por los ingenieros Kilgore y Talaat. Finalmente para la validación del programa se efectuaron los cálculos electromagnéticos para los generadores de Macagua I, obteniéndose, en aproximadamente el 80% de los resultados, porcentajes de error menores de 5%.*

**Palabras Claves:** Generador, Proyecto Hidroeléctrico, Geometría, Dimensionamiento, Diseño.

## 1. INTRODUCCIÓN

El sistema eléctrico venezolano, presenta actualmente un crecimiento progresivo de los niveles de demanda de energía. A consecuencia de esto CORPOELEC, sea visto en la necesidad de implementar nuevos planes y proyectos en el área de generación. Uno de estos proyectos, es la rehabilitación de la central hidroeléctrica “Antonio José de Sucre”, en Macagua I, correspondiente al cambio y reemplazo de un conjunto de piezas no empotradas en el área de generación, mantenimiento, transformación y control, con la finalidad de aumentar la producción y confiabilidad en la central. Este trabajo de rehabilitación, será ejecutado por la empresa argentina IMPSA HYDRO, que fue el encargado de realizar los estudios, diseños y cálculos para el mejoramiento de la planta, siguiendo una serie de lineamientos y especificaciones exigidas por CORPOELEC. Estos estudios realizados por la empresa diseñadora, serán verificados y comprobados por la empresa licitadora.

CORPOELEC bajo exigencias de las Especificaciones Técnicas del contrato está en la obligación de la revisión de la ingeniería de detalle, diseño electromagnético y estimación paramétrica de las máquinas sincrónicas, debido a que actualmente CORPOELEC no cuenta con una metodología de cálculo, esta investigación tiene por finalidad desarrollar una metodología y un programa computacional desarrollado en el lenguaje Visual Basic 6.1 que le permita a la empresa realizar los cálculos electromagnéticos de los generadores de las Centrales Hidroeléctricas de Bajo Caroní.

## 2. DIMENSIONAMIENTO DE LAS PARTES ACTIVAS DEL GENERADOR SINCRÓNICO

El dimensionamiento de un generador sincrónico de polos salientes, depende principalmente de las exigencias que establece el cliente y de criterios que forman parte de la experiencia del fabricante. El cliente con conocimientos de operación y el fabricante con conocimiento de la tecnología, ambos pueden colaborar para elegir el diseño óptimo para cada caso. Las dimensiones primordiales de un generador sincrónico, son el diámetro interno “ $D_i$ ” y la longitud total del núcleo del estator “ $L$ ”, ambos describen el perfil principal de la máquina con respecto a la utilización eléctrica y la inercia.

## 3. CALCULO ELECTROMAGNÉTICO

La metodología de cálculo electromagnético consiste en determinar las ecuaciones que rigen el comportamiento electromagnético de los generadores sincrónicos de polos salientes, con las cuales se determina las densidades de flujo magnético y las fuerzas magnetomotrices que se originan en el estator, rotor y entrehierro tanto en condiciones de vacío como para condiciones carga. De acuerdo a la ley de Ohm para circuitos magnéticos los amperios-vueltas requeridos en condiciones de vacío de una máquina sincrónica dependen del flujo útil por polo y de la reluctancia del circuito magnético. El circuito magnético de una máquina sincrónica consiste del núcleo del polo, el centro del polo, los dientes del estator, la corona del estator y el entrehierro (Fig. 1).

Como puede observarse en la Fig. 1, el flujo magnético circula a través del polo se divide en dos partes en el centro del polo y en la corona del estator, en la figura además se ilustra las partes que conforman el circuito magnético del generador sincrónico de polos salientes. La metodología para realizar el cálculo electromagnético en el estator, rotor y entrehierro tanto en condiciones de vacío como para condiciones carga, se determinaron usando ecuaciones deducidas, tomando como referencia [1] [2] [3] y [4].



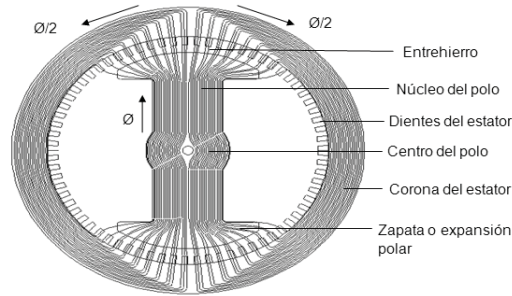


Figura 1 - Distribución de las líneas de flujo en el circuito magnético del generador síncrono.

#### 4. PARÁMETROS ELÉCTRICOS DE LA MAQUINA SINCRÓNICA

Las ecuaciones para el cálculo de los parámetros establecen el comportamiento eléctrico de un generador síncrono, en periodos estable y transitorio. En esta investigación se llevó a cabo a través de los métodos matemáticos de Kilgore [5] y Talaat [6], que permiten conocer dichos parámetros solo conociendo las dimensiones físicas de la máquina. El cálculo de las reactancias de secuencia y constantes de tiempo se utilizan para modelar la máquina síncrona en variables de Park [7] con cual se pueden obtener los circuitos equivalentes de la misma según los ejes directo y transversal. Los parámetros eléctricos a los que se hace referencia son los siguientes: reactancia de dispersión de armadura, reactancias de reacción de armadura en el eje  $d$  y  $q$ , reactancias sincrónicas en el eje  $d$  y  $q$ , reactancias subtransitoria en el eje  $d$  y  $q$ , reactancia transitoria en el eje  $d$  y la reactancia de secuencia negativa.

#### 5. DISEÑO COMPUTACIONAL

El programa computacional fue desarrollado en Microsoft Visual Basic 2008 Express Edition, el cual cuenta en el interfaz de usuario con tres pestañas principales, una para realizar el cálculo electromagnético, una pestaña para realizar el cálculo de reactancias y constantes de tiempo de la máquina síncrona y otra para realizar el cálculo de las geometrías del generador. El interfaz de usuario consta de varios controles, como botones, campos para la introducción de texto, en la Fig. 2 se muestra el diseño de la pestaña para el cálculo electromagnético.

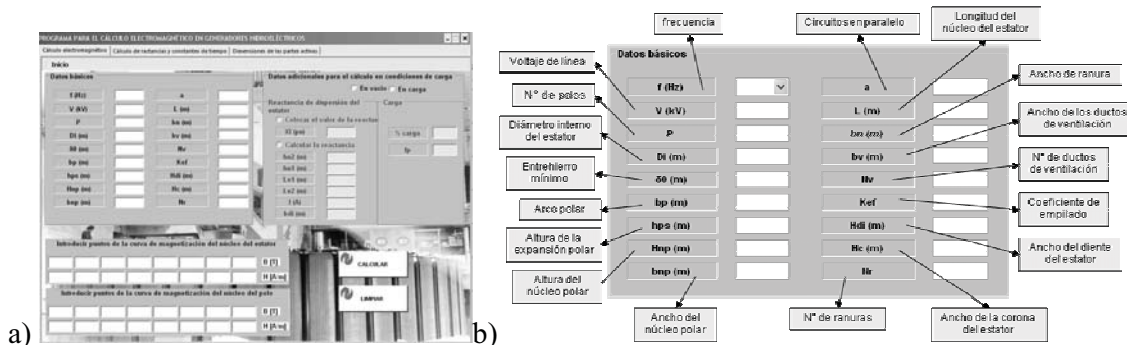


Figura 2 - a) Ventana del programa para realizar los cálculos electromagnéticos b) Ampliación del grupo de entrada de datos llamado "Datos básicos".

En la vista principal del programa hay un conjunto de casillas denominado “Datos básicos” (Fig. 2b), esta parte se refiere a la entrada de los datos que requiere el programa para realizar los cálculos electromagnéticos del generador tanto en condiciones de vacío como en carga. En la figura 3 se muestran las pestañas en las cuales se introducen los datos en el programa para realizar el cálculo de las geometrías, de las reactancias y constantes de tiempo del generador hidroeléctrico.

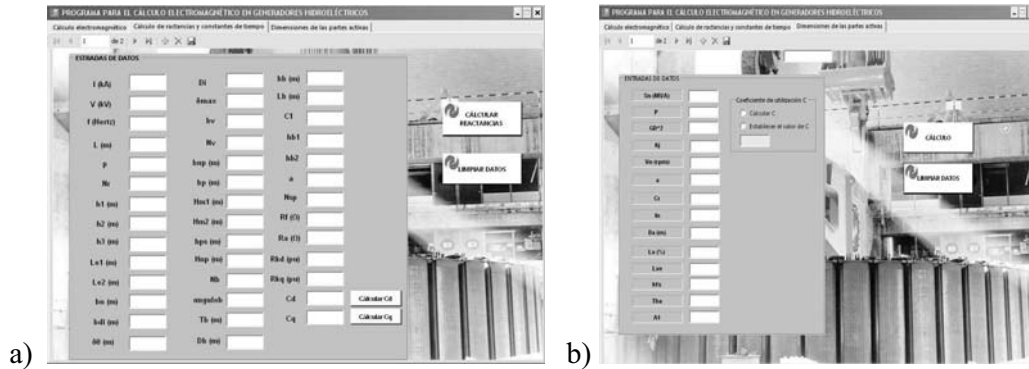


Figura 3 - a) La ventana para calcular los parámetros eléctricos del generador sincrónico b) Ventana para calcular las geometrías del generador.

En la ventana de resultados de las reactancias se muestra una columna donde los resultados se obtienen aplicando el método de Talaat y aplicando el método de Kilgore. Adicionalmente en la ventana está la opción de ver los circuitos equivalentes del generador hidroeléctrico en los ejes *d* y *q*.

## 6. RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados obtenidos con el programa desarrollado:

**Tabla 1.** Cálculos de las geometrías de un generador de Macagua I

Parámetro	Descripción	software	fabricante	% Error
$K_c \left( \frac{kVA \cdot min}{m^2} \right)$	Coefficiente de utilización	6,43	6,3	2,06
$D_i$ (m)	Diámetro interno	8,08	8,10	-0,25
$L$ (m)	Longitud del núcleo del estator	1,719	1,746	-1,57
$N_z$	Número de ranuras	450	450	0
$q$	Número de ranuras por polo y fase	2,5	2,5	0
$\tau_n$ (m)	Paso de ranura	0,0564	0,0565	-0,01
$b_n$ (m)	Ancho de ranura	0,020	0,0202	-0,99
$H_n$ (m)	Altura de ranura	0,1365	0,1374	0,66
$h_c$ (m)	Altura de la corona del estator	0,1595	0,1501	3,06
$L_c$ (m)	Longitud de la corona del estator	0,223	0,223	0
$h_v$ (m)	Altura de los ductos de ventilación	0,206	0,216	-4,63
$N_v$	Número de canales de ventilación	34	36	5,55
$L_{ef}$ (m)	Longitud neta del núcleo del estator	1,424	1,489	-4,36
$b_{np}$ (m)	Ancho del núcleo polar	0,211	0,212	0,47

$b_p$ (m)	Ancho de la expansión polar	0,296	0,298	0,67
$H_{pz}$ (m)	Altura de la expansión polar	0,0355	0,033	0,76
$\delta_g$ (m)	Entrehierro mínimo	0,0017	0,0017	0
$\delta_{máx}$ (m)	Entrehierro máximo	0,002706	0,00276	1,96
$N_b$	Número de barras amortiguadoras por polo	4	4	0
$D_{ba}$ (m)	Diámetro de las barras amortiguadoras	18,58	19	2,2

Los resultados en la Tabla 1 muestran que aproximadamente el 100 % de los datos comparados poseen un nivel de error comprendido entre el 0% y 5% considerándolos como despreciables.

**Tabla 2.** Cálculos electromagnéticos de un generador de Macagua I

Parámetro	software	fabricante	%Error
Flujo Útil (Wb)	0,42	0,42	0,00%
Inducción en el entrehierro en vacío (Tesla)	0,787	0,79	0,38%
Inducción en el diente en carga nominal (Tesla)	1,62	1,63	0,61%
Inducción en la corona en carga nominal (Tesla)	1,05	1,06	0,94%
Inducción en el núcleo del polo en carga nominal (Tesla)	1,69	1,67	-1,20%
Amper Vueltas en el entrehierro en carga nominal (Av)	12550	12565	0,12%
Amper Vueltas de reacción de inducido en carga nominal (Av)	9999	9999	0,00%
Amper Vueltas en el diente del estator en carga nominal (Av)	511	505	-1,18%
Amper Vueltas en la corona del estator en carga nominal (Av)	102	104	1,92%
Amper Vueltas en el núcleo del polo en carga nominal (Av)	1210	1155	-4,76%
Amper Vueltas en el entrehierro entre el núcleo del polo y la corona del estator en carga nominal (Av)	806	785	-2,67%
Amper Vueltas totales del generador (Av)	25178	25113	-0,26%

Los resultados en Tabla 2 muestran que aproximadamente el 96 % de los datos comparados poseen un nivel de error comprendido entre el 0% y 3% considerándolos como despreciables. El mayor porcentaje de error es de 4,76% en los Amper-vueltas en el núcleo del polo de la máquina.

**Tabla 3.** Reactancias y constantes de tiempos de los generadores de Macagua I

Parámetro	software (Método de Talaat)	software (Método de Kilgore)	Datos del fabricante	%Error (Talaat)	%Error (Kilgore)
Xl	0,194	0,181	0,19	-2,11%	4,74%
Xad	0,865	0,865	0,87	0,57%	0,57%
Xaq	0,458	0,458	0,48	4,58%	4,58%
Xd	1,058	1,046	1,06	0,19%	1,32%
Xq	0,65	0,64	0,67	2,99%	4,48%
X'd	0,38	0,40	0,36	-5,55	-11,11
X''d	0,31	0,289	0,27	-14,81%	-7,04%
X''q	0,39	0,31	0,39	0,00%	18,33%
X2	0,35	0,27	0,33	-6,06%	18,18%
T'do	5,11	5,11	4,89	-4,50%	-4,50%
T''do	0,059	0,056	0,055	-7,27%	-1,82%

Los resultados en la Tabla 3 muestran que aproximadamente el 70% de los datos comparados poseen un nivel de error comprendido entre el 0% y 5% considerándolos como despreciables, debido a las pequeñas diferencias existentes. El 30% de los resultados se encuentran entre el 8% y 16% de error, calificados como aceptables.

## 7. CONCLUSIONES

- Se realizó el cálculo del dimensionamiento de un generador de la Central Hidroeléctrica “Antonio José de Sucre”, en Macagua I, y se obtuvieron valores satisfactorios, ya que los resultados se compararon con los datos suministrados por la empresa fabricante IMPSA HYDRO, y el 90% de los porcentajes de error fueron menores de 1%.

- Dicho estudio hizo posible verificar la información entregada por el fabricante en cuanto al Cálculo Electromagnético, ya que los errores conseguidos en general fueron relativamente pequeños, aproximadamente un 96% de los errores son menores al 1%, lo que es un resultado satisfactorio, el resto de los resultados con errores de aproximadamente 5% respectivamente.

- Los Modelos Matemáticos de Kilgore y Talaat, son una buena herramienta, pues al comparar los resultados obtenidos según la aplicación de estos modelos con los valores dados por IMPSA, se encontraron errores dentro de un rango aceptable. Los errores más grandes para ambos modelos se presentaron en la reactancia subtransitoria del eje “ $q$ ” y la reactancia de secuencia negativa de 18% en ambos casos.

- Los cálculos con el método de Kilgore presenta un nivel de error superior a los obtenidos por el método de Talaat, siendo este último de mayor confiabilidad, por tal motivo es el método de mayor confiabilidad para realizar los cálculos de los parámetros eléctricos.

## REFERENCIAS

- [1]. Jain, G., *Design, Operation and Testing of Synchronous Machines*. Asia Publishing House. New York, 1966.
- [2]. Corrales, J., *Cálculo Industrial de Máquinas Eléctricas*. Tomo I, Fundamentos del Cálculo, Editorial Marcombo. Barcelona-España, 1982.
- [3]. Wieseman, R., *Graphical Determination of Magnetic Fields*. Practical Applications to Salient Pole Synchronous Machine Design, AIEE, New York, 1927.
- [4]. Walker J., *Large Synchronous Machines Design, Manufacture, and Operation*. Oxford University Press. New York-United States, 1981.
- [5]. Kilgore. L., *Calculations Synchronous Machines Constant Reactance and Time Constant Affecting Transient Characteristics*. AIEE Transactions, vol. 50, pp. 1201-1214, 1931.
- [6]. Talaat. M., *A New Approach to the Calculation of Synchronous Machines Reactance*. AIEE Transactions. Part I, pp.317-328, 1956.
- [7]. Carvajal. P., *Regímenes Transitorios y Estabilidad de Máquinas rotativas de Corriente Alterna*. Ed. 1. CVG Electrificación del Caroní C.A, 2005.

## DISEÑO DE LA ARQUITECTURA DE UN MICROPROCESADOR RISC MODULAR DE 8 BITS

**Yaneth Moreno**

*ycmoreno@ula.ve*

Departamento de Física y Matemática, Núcleo Rafael Rangel, Universidad de Los Andes,  
Trujillo-Venezuela.

**Juan Ramírez**

**Ícaro Alzúru**

**César Fuguet**

**Gerard Páez**

*juanra@ula.ve*

*icaro@ula*

*cesarf@ula.ve*

*gerard@ula.ve*

Centro de Estudios en Microelectrónica y Sistemas Distribuidos (CEMISID), Facultad de  
Ingeniería, Universidad de Los Andes, Núcleo La Hechicera, Mérida-Venezuela

**Resumen.** *El conocimiento de los elementos esenciales de la arquitectura de los computadores, en conjunto con el incremento en la accesibilidad de las herramientas computacionales de diseño, ha sido determinante en el desarrollo de la mayoría de los dispositivos usados en la actualidad. Además, la incorporación de procesadores de múltiples núcleos ha sido un hecho significativo, dado que ha mantenido el crecimiento sostenido en la velocidad de procesamiento, considerando a su vez los peligrosos límites físicos asociados a la frecuencia de la señal de reloj y la disipación de potencia. En consecuencia, la realidad tecnológica impone el conocimiento de los elementos modulares y la coordinación de los procesos que articulan la operación de un núcleo de procesamiento, para luego incorporarse al campo de diseño de sistemas de múltiples procesadores. En este trabajo, se describe la arquitectura de un procesador RISC modular de 8 bits y con operaciones de rotación y desplazamiento de bits que permite la interconexión con otros procesadores de igual configuración. El diseño reseñado está basado en la arquitectura DMN-6, y debido a su resolución de 8 bits y a la incorporación de extensiones para su operación modular, será referido como DMN-8M. El DMN-8M es un procesador organizado de manera encauzada, con un repertorio de 64 instrucciones de 32 bits que ejecuta cada instrucción en el camino de datos, con módulos para la resolución de dependencias hasta de segundo nivel.*

**Palabras Clave:** Arquitectura RISC, Diseño Modular, FPGA, Microprocesador, SystemC, VHDL.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los conceptos fundamentales de arquitectura del computador se han convertido en elementos esenciales para el diseño, desarrollo y fabricación de circuitos integrados. Los diseños resultantes, generalmente tienen la capacidad de administrar sistemas electrónicos complejos que permite la aceleración de operaciones de cálculo, comunicaciones, y automatización industrial. En la última década, la inclusión de unidades de procesamiento de múltiples núcleos o *multicores* cambió el paradigma de diseño de los circuitos integrados, manteniendo el crecimiento sostenido de la velocidad de procesamiento, evitando alcanzar los peligrosos límites en la disipación de potencia. Un aspecto significativo de resaltar, es que en el último lustro se ha consolidado el desarrollo de sistemas electrónicos basados en *multicores*, convirtiendo a los microprocesadores en los nuevos transistores de una segunda era de la computación. Por tanto, los nuevos diseños se orientan a la especificación de unidades de procesamiento con un repertorio reducido de instrucciones, con la capacidad adicional de integrar el diseño en un sistema de múltiples núcleos, y de este modo incrementar la velocidad de ejecución de los procesos y la precisión de los cálculos. Una de las razones del incremento exponencial de nuevos diseños, es el uso de lenguajes y/o bibliotecas de funciones para la especificación de circuitos integrados, tales como VHDL y SystemC, que posibilitan la descripción de las arquitecturas usando un alto nivel de abstracción. La utilización de dichos lenguajes, junto con otras herramientas computacionales de diseño, acelera el proceso de evaluación del comportamiento temporal de los modelos especificados y la corrección de los errores de operación antes de iniciar el costoso proceso de fabricación de los chips [1].

Este trabajo, describe la arquitectura de un microprocesador modular de ocho bits diseñado bajo la estrategia de repertorio reducido de instrucciones (RISC, *Reduced Instruction Set Computing*). El diseño es un modelo escalable basado en la arquitectura DMN-6 [2], y sus modificaciones están orientadas hacia la utilización del microprocesador en sistemas integrados de múltiples núcleos. Debido a que el diseño está fundamentado en la arquitectura DMN, se hará referencia al microprocesador DMN de 8 bits modular usando las iniciales DMN-8M. Entre las especificaciones generales del DMN-8M podemos resaltar que es un procesador RISC que ejecuta las instrucciones de forma encauzada en el camino de datos, reúne todas las instrucciones aritméticas, lógicas, de desplazamiento, rotación, comparación y de salto en su unidad aritmético lógica (ALU, *Arithmetic-Logic Unit*) cuya operación articulada con el resto de los elementos del encauce de datos son administradas por la Unidad de Control (CU, *Control Unit*). Las características principales del microprocesador DMN-8M son las siguientes: arquitectura de carga y almacenamiento (*load/store*), encauce de cinco etapas, unidades de dependencia de primer y segundo nivel, 32 registros de propósito general de 8 bits, memoria de datos tipo Harvard de 256 bytes y 64 instrucciones de 32 bits. Este procesador fue especificado inicialmente con fines docentes y está orientado hacia el diseño de productos inteligentes System on a Chip (SoC) para aplicaciones empotradas. La arquitectura DMN-8M fue descrita usando la librería SystemC y el lenguaje VHDL y su desempeño se evaluó mediante la simulación del comportamiento de los programas para la determinación de la serie Fibonacci, la operación del factorial y la serie Faulhaber. Adicionalmente, se sintetizó e implementó en FPGA la descripción VHDL de la organización del microprocesador.

El artículo está estructurado de la siguiente forma. En la sección de arquitectura, se especificarán en detalle los módulos y sub-módulos más importantes del diseño propuesto, así

como también el repertorio general de instrucciones. Luego, en la sección posterior se mostrarán los resultados de la verificación de comportamiento del procesador en la ejecución de operaciones que utilizan la mayoría del repertorio de instrucciones, y finalmente, se sintetizan las conclusiones y recomendaciones más importantes derivadas del trabajo.

## 2. ARQUITECTURA

El DMN-8M es un procesador de 8 bits, con una arquitectura encauzada paralela (parallel pipeline), que divide la ejecución de la instrucción en cinco etapas y que permite el procesamiento en paralelo de hasta cinco instrucciones [3]. El diagrama de bloques del DMN-8M se despliega en la Fig. 1. Las etapas del encauzado paralelo son 1) captura de la instrucción (FETCH) 2) decodificación de la instrucción (DECODE) 3) ejecución de la instrucción (EXECUTION) 4) acceso a memoria (MEMORY) y 5) escritura (WRITE-BACK). Cada una de las etapas del encauzado tiene un conjunto de módulos bien definidos para la operación satisfactoria de la tarea asignada, adicionando elementos para la comunicación sincronizada entre etapas. Las características más importantes de cada una de las etapas, así como también la coordinación entre sus elementos se especificarán más adelante en esta misma sección.

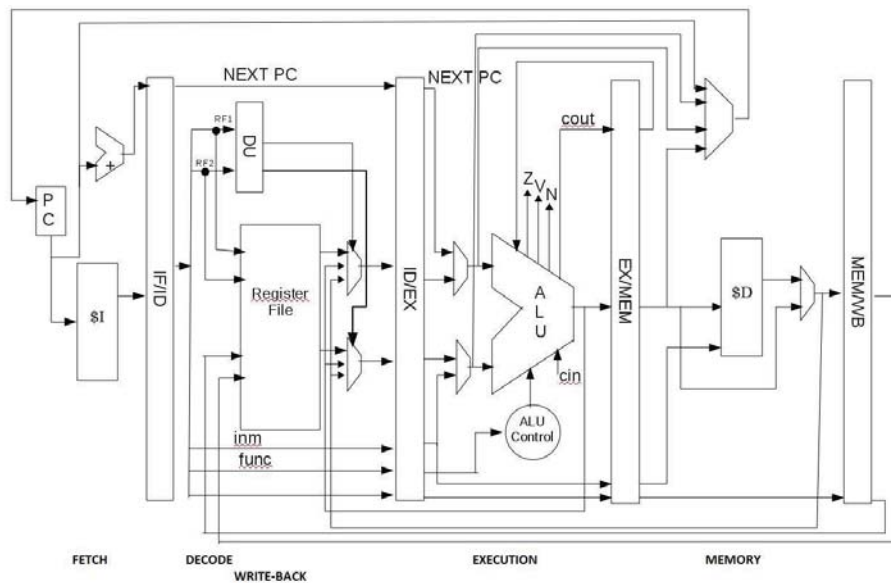


Figura 1- Diagrama de bloques del DMN-8M

### 2.1. Señales de interfaz

Una de las características principales del diseño propuesto es que puede usarse como un módulo de un sistema de múltiples núcleos, por tanto, la especificación en hardware puede replicarse en un chip o pueden usarse varios chips sobre una tarjeta impresa. Las señales de interfaz del tope del microprocesador DMN8-M se muestran en la Fig. 2 y la función de cada línea es descrita en la Tabla 1.

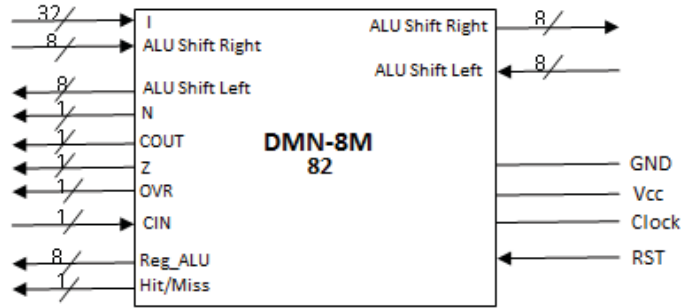


Figura 2- Interfaz de Conexiones de la Arquitectura DMN-8M

Tabla 1. Descripción de las Señales de Interfaz del DMN-8M

Señal	Dirección	Descripción
Clock	INPUT	Proporciona una sucesión de impulsos eléctricos o ciclos a intervalos constantes (frecuencia constante), que marcan los instantes en que han de comenzar los distintos pasos de que consta cada instrucción.
Reset (RST)	INPUT	Esta entrada fuerza al microprocesador a volver a su estado inicial. El PC vuelve a la dirección 0, se limpian las banderas y el Archivo de Registros pone el valor de todos sus registros en cero
I	INPUT	Instrucción: instrucción de 32 bits capturada en la memoria de instrucciones.
UAL_Sh_R_in	INPUT	Puerto de 8 bits, indica cuántos bits hacia la derecha será desplazada la entrada.
UAL_Sh_L_in	INPUT	Puerto de 8 bits, indica cuántos bits hacia la izquierda será desplazada la entrada.
UAL_Sh_R_out	OUTPUT	Puerto de 8 bits por donde salen desplazados los bits que entraron por el puerto UAL_Sh_R_in
UAL_Sh_L_out	OUTPUT	Puerto de 8 bits por donde salen desplazados los bits que entraron por el puerto UAL_Sh_L_in
CIN	INPUT	Acarreo de entrada para las operaciones aritméticas
COUT	OUTPUT	Carry: toma el valor de 1 en caso de existir un acarreo de Salida en alguna de las operaciones aritméticas o cuando una comparación resulte ser cierta, 0 en caso contrario
OVR	OUTPUT	Overflow: toma el valor de 1 en caso de existir un desbordamiento en alguna de las operaciones aritméticas, 0 en caso contrario
Z	OUTPUT	Zero: toma el valor de 1 en caso de que el resultado de la operación que ejecute la alu sea cero, 0 en caso contrario
N	OUTPUT	Negativo: toma el valor de 1 en caso de que el resultado en alguna de las operaciones aritméticas sea negativo, 0 en caso contrario
ALU_out (Reg_ALU)	OUTPUT	Puerto de salida de la ALU
Hit/Miss	OUTPUT	Puerto conectado a la salida booleana de la memoria de datos. 1 si hay un acierto y 0 de no haberlo.

## 2.2. Segmentación encauzada

El microprocesador, consta de cinco etapas: Instruction Fetching, Instruction Decoding, Execution, Memory Access y Write Back. Cada etapa se compone de los elementos necesarios para su funcionamiento, como lógica combinatorial y registros de sincronización. Los registros de sincronización existen en todas las etapas excepto la última. se describe el funcionamiento de cada etapa y la implementación de sus componentes, Fig 1. Otro aspecto en común es que el procesamiento de todas las etapas se produce antes del próximo flanco ascendente de reloj.



### 2.3. Captura de la instrucción (IFETCH, *Instruction fetching*)

El contador de programa (PC) envía la dirección de la instrucción que debe ser ejecutada a la memoria de instrucciones, dicha instrucción es guardada por un registro especial (IR). El PC se incrementa en 4 bytes, arrojando la dirección de la siguiente instrucción, esta dirección será filtrada junto con otras tres señales por un multiplexor que indicará al PC la dirección a tomar en el siguiente ciclo de reloj.

### 2.4. Decodificación de la instrucción (DECODE, *Instruction decoding*)

A partir de la instrucción almacenada en el registro IR, se divide la instrucción en bloques de bits que indicarán el código de operaciones, los registros, el valor inmediato y la función a realizar, según el formato de instrucciones diseñado para éste microprocesador, el cual puede ser estudiado en [4]. En caso de que se produzca una señal de lectura, se actualizan las salidas del archivo de registros con el contenido de los registros direccionados. Si se activa una señal de escritura, hecho que ocurre en la última etapa, se guarda un nuevo dato dentro del archivo de registros. De igual forma, durante esta etapa se resuelven las dependencias de primer y segundo nivel, comparando los valores de las direcciones de los registros fuentes generadas en la etapa previa y los valores propagados de las dos instrucciones anteriores a la que se está ejecutando.

### 2.5. Ejecución de la instrucción (EXE, *Execution*)

En esta etapa la Unidad Aritmético Lógica (ALU) ejecuta la operación que indica la instrucción en ese ciclo, devolviendo un resultado de 8 bits para todas las operaciones, exceptuando las de comparación (CMPEQ, CMPGT, CMPLT O CMPZ), ya que estas devuelven un valor booleano, a través de la bandera que arroja el acarreo de salida (CARRY) en el caso de las operaciones aritméticas. Este valor entra en el registro de selección (SR), el cual le indicará a la ALU si se cumple o no la condición de salto, en el caso del salto condicional (JCOND).

### 2.6. Acceso a memoria (MEM, *Memory Access*)

La Memoria de Datos es controlada por dos señales, una de lectura y otra de escritura. Si la instrucción que se está ejecutando es de lectura de memoria, sólo la señal de lectura será activada, por tanto la memoria de datos emitirá como salida el contenido de la dirección calculada en la ALU. Si la instrucción es de almacenamiento, sólo la señal de escritura será activada, esto producirá que se escriba un dato en memoria. Dicho dato será provisto por la etapa anterior, a través del registro que almacena el valor inmediato.

### 2.7. Escritura (WB, *Write back*)

El objetivo de esta etapa es actualizar un dato del Archivo de Registros. Dicha escritura sólo es válida para las instrucciones aritméticas, lógicas y de carga en el archivo de registro.

## 3. RESULTADOS

La arquitectura descrita en la sección anterior fue especificada inicialmente usando la biblioteca de funciones SystemC y el lenguaje de descripción de hardware VHDL. Los detalles la

especificación en cada uno de los lenguajes están desplegados en [4]. Con el objeto de verificar el funcionamiento de la arquitectura, se elaboraron en lenguaje de máquina los programas para la estimación del factorial, de la serie de Fibonacci y la serie de Faulhaber. Las líneas de programa se almacenaron en el módulo de la memoria de instrucciones, y se elaboró un banco de prueba para verificar la correcta operación de los diseños especificados en los lenguajes antes mencionados. Es importante mencionar, que la herramienta usada para la simulación de la arquitectura descrita en VHDL fue el paquete ISIM del software de diseño ISE de Xilinx.

La especificación VHDL de la arquitectura fue implementada en un FPGA que opera como unidad de control principal de un sistema de desarrollo Virtex II-Pro de Xilinx. Con el objeto de visualizar la salida de la ALU durante la ejecución de los programas, se construyó un módulo de expansión de 11 diodos LED, con ocho diodos correspondientes al resultado de la operación y los tres restantes para la visualización de las banderas que indican si el resultado es cero (ZERO), el acarreo de la ejecución (CARRY) y si el resultado es negativo (NEG). Un video ilustrativo de la ejecución en hardware de la estimación del número factorial puede observarse en [5].

#### 4. CONCLUSIONES

Este trabajo presenta la descripción de la arquitectura de un procesador RISC modular de 8 bits. El diseño puede considerarse como un núcleo de procesamiento para un sistema multicore, con la capacidad de ejecutar en paralelo operaciones aritméticas, lógicas, de desplazamiento y de rotación de cadenas de bits. La arquitectura propuesta fue especificada bajo la biblioteca de funciones SystemC y en el lenguaje VHDL, evaluando su comportamiento con la simulación de la ejecución de programas para la estimación del factorial, la serie de Fibonacci y la serie de Faulhaber. Adicionalmente, se sintetizó y se implementó la descripción VHDL del procesador modular en un FPGA, realizando la verificación electrónica de los programas previamente simulados.

#### REFERENCIAS

- [1]. Hennessy J.L., Patterson D. A., *Computer Architecture A Quantitative Approach*, 2nd edition, Morgan Kaufmann, San Francisco, CA, 1996
- [2]. Páez-Monzón G., *The RISC processor DMN-6: an unified data-control flow architecture*, *ACM SIGARCH Computer Architecture News*, Vol. 24, Issue 4, Sept. 1996, New York, NY, USA.
- [3]. Páez-Monzón G., *Arquitectura y organización del computador*, Editorial Senda Sol, 1993, Mérida, Venezuela.
- [4]. Moreno Y., *Diseño e implementación de un microprocesador en pedazo de 8 bits (DMN-8M)*, Tesis de Maestría. Postgrado de Computación. Universidad de Los Andes. Nov. 2010
- [5]. Moreno Y., *Implementación en FPGA de un microprocesador DMN-8M (2011)*, url: <http://www.youtube.com/watch?v=3dlWZSwqsew>

## FORWARD POSITION PROBLEM OF A 2R1T PARALLEL ROBOT USING GRÖBNER BASIS

**Miguel Díaz-Rodríguez**

**Rubén Chacón**

**SebastianProvenzano**

*dmiguel, rdchacon, prse@ula.ve*

Grupo de Diseño y Modelado de Máquina, Facultad de Ingeniería, Universidad de los Andes,  
Mérida-Venezuela

**Gilberto Gonzalez-Parra**

*gcarlos@ula.ve*

Grupo de Matemática Multidisciplinaria, Universidad de los Andes, Mérida- Venezuela

**Abstract.** *In this paper a closed form solution for the forward kinematics of a 3-PRS fully parallel robot is developed. The closed form solution is obtained based on Grobner Basis. This paper is a contribution to a work in progress toward the mechatronic design of a rehabilitation robot for sprained ankle injuries.*

**Keywords:** Forward kinematics, parallel manipulator, Closed form solution, Gröbner Basis

### 1. INTRODUCTION

A Parallel Manipulator (PM) consists of a mobile platform connected to a fixed base by means of several kinematic chains. These manipulators have an end-effector attached to the mobile platform. PMs have advantages over its counterpart serial robots such as: high stiffness, load-carrying capacity, high speed, and high accuracy. However, the forward kinematic solution, the system dynamics, and the control of PMs are difficult to develop compared to a serial robot.

Due to their advantages, PMs have several applications such as: motion simulators or in the field of rehabilitation robotics. Several PMs mechanical architectures and applications can be found in [1]-[4]. Research on PMs was first focused on 6 Degrees of Freedom (DOF) platforms. However, 6-DOF is not always required for many applications. Hence, the number of research works on PMs with less than 6-DOF is increasing. The reason is that a PM with limited DOF maintains the inherent advantages of parallel mechanisms but presents additional benefits such as the reduction of total costs in manufacturing and operations. For instance, the well-known Delta

Robot has 3 translational DOF (3T) [4]. This PM is well suited to pick-and-place tasks [5]. The translational 3T PM has not only been implemented in pick-and-place tasks, but also in medical applications such as cardiopulmonary resuscitation equipment [6], and as machine tools [7]. When combined translational and rotary motions are required, 3-PRS [8] and 3-RPS [9] architectures have been proposed. Here the notation R, P and S stands for the revolute, prismatic and spherical joint, respectively.

The purpose of this paper is to develop a closed form solution for the forward kinematics of a 2R1T 3-DOF using Gröbner Basis (GB). The choice of the parallel manipulator architecture and movement is guided by the need for developing a low-cost robot able to generate angular rotation in two axes (roll and pitch, 2R) and heave as a linear motion (1T). This is a first step toward the design of a rehabilitation robot for sprained ankle injuries. The roll angle reproduces dorsiflexion and plantar flexion while the pitch can induce inversion and eversion over the ankle [10], thus, typical rehabilitation exercises for a sprain ankle recovering can be reproduce.

The paper is organized as follows, in Section 2; the kinematics equations for a 3-PRS parallel manipulator are developed. Section 3 summarizes the GB method. In Section 4, GB is applied for finding the forward kinematics of the robot. Finally, main conclusions are drawn.

## 2. KINEMATICS OF 3-PRS PARALLEL MANIPULATORS

The direct kinematics of a PM consists of given the linear movement of the prismatic joints finding the roll ( $\gamma$ ) and pitch ( $\beta$ ) angles and the heave ( $z$ ) of the platform. Figure 1 depicts a sketch of the parallel manipulator. Denavit-Hartenbert (D-H) notation is used to establish the generalized coordinates of the kinematic model. The location of the coordinate systems for modeling the kinematics is shown in Fig 1. Table 1 shows the D-H parameters for the robot considered. From the table it can be seen that with 9 generalized coordinates, robot kinematics can be defined.

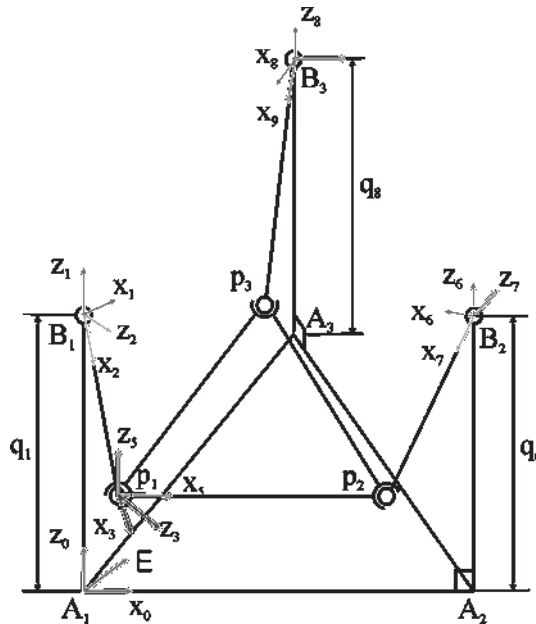


Figure 1 -Location of the coordinate systems.

**Table 1.**D-H Parameters for the 3-DOF PM

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d_i$	$q_1$	0	0	0	0	$q_6$	0	$q_8$	0
$a_i$	0	0	$l_a$	0	0	0	0	0	0
$\theta_i$	$\pi/6$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$5/2\pi$	$q_7$	$-\pi/2$	$q_9$
$\alpha_i$	0	$\pi/2$	0	$\pi/2$	$\pi/2$	0	$\pi/2$	0	$\pi/2$

The robot has 3-DOF. Applying the geometric approach it can be seen that the length between  $p_i$  and  $p_j$  is constant and equal to  $c$ . Thus,

$$a_1 c_2 + a_2 c_7 + a_3 s_2 + a_4 s_7 + a_5 c_2 c_7 + a_6 s_2 s_7 + a_7 \quad (1)$$

$$b_1 c_2 + b_2 c_9 + b_3 s_2 + b_4 s_9 + b_5 c_2 c_9 + b_6 s_2 s_9 + b_7 \quad (2)$$

$$h_1 c_9 + h_2 c_7 + h_3 s_9 + h_4 s_7 + h_5 c_9 c_7 + h_6 s_9 s_7 + h_7 \quad (3)$$

In the above equations,  $c_i$  and  $s_i$  stand for  $\cos(q_i)$  and  $\sin(q_i)$  respectively. In Eqs 1-3:  
 $a_1 = b_1 = h_1 = \sqrt{3}Ld$ ,  $a_2 = b_2 = h_2 = -\sqrt{3}Ld$ ,  $a_3 = 2Lq_1 - 2Lq_6$ ,  $b_3 = 2Lq_8 - 2Lq_1$ ,  
 $h_3 = -2Lq_6 + 2Lq_8$ ,  $a_4 = -2Lq_1 + 2Lq_6$ ,  $b_4 = -2Lq_8 + 2Lq_1$ ,  $h_4 = -2Lq_6 + 2Lq_8$ ,  
 $a_5 = b_5 = h_5 = L^2$ ,  $a_6 = b_6 = h_6 = -2L^2$ ,  $a_7 = 2L^2 - c^2 + d^2 + (q_1 - q_6)^2$ ,  
 $b_7 = 2L^2 - c^2 + d^2 + (q_8 - q_1)^2$ ,  $h_7 = 2L^2 - c^2 + d^2 + (q_6 - q_8)^2$ . Parameter  $d$  corresponds to the length between  $A_i$  and  $A_j$ , and  $L$  is the length between  $B_i$  and  $p_i$ .

It is worth to note that  $q_1$ ,  $q_6$  and  $q_8$  are the corresponding independent generalized coordinates for the forward kinematic problem and  $q_2$ ,  $q_7$  and  $q_9$  are the dependent generalized coordinates, which are the unknowns when solving the forward kinematics. Eqs. (4)-(6) are the ones to be solved by GB

### 3. GRÖBNER BASIS

The method of GB provides a uniform approach to solving a wide range of problems expressed in terms of sets of multivariate polynomials. The book [11] includes surveys on the application of the GB method for a broad range of areas. A detailed mathematical introduction to the theory of GB is given in [12]. The strategy can be summarized as stated in [11]:

“Given a set  $f$  of polynomials in  $k(x_1, x_2, \dots, x_n)$  (that describes the problem at hand):

- We transform  $f$  into another set  $g$  of polynomials "with certain nice properties" (called a "Gröbner basis") such that
- $f$  and  $g$  are "equivalent" (i.e. generate the same ideal).”

The idea behind the strategy is that the set  $g$  of polynomials are easier to solve compare to  $f$ , and the solution of  $g$  can be translated back to the solution of  $f$ , allowing that a whole range of problems definable in terms of finite polynomial sets becomes algorithmically solvable.

### 3.1 Application to a simple set of equation.

Let us consider the following set of equations:

$$f = \{f_1, f_2\}, \quad f_1 = xy - 2, f_2 = 2y^2 - x^2 \quad (4)$$

We can obtain the basis which is another set of polynomial  $g$  as follows,

$$g = \{f_1, f_2, f_1 \cdot y + f_2 \cdot y^2\} \quad (5)$$

$$g = \{xy - 2y, y^2 - x^2, y^4 + 2y^2\} \quad (6)$$

It can be seen that  $g(3)$  gives us the possible solutions for  $y=0$  and  $y=\pm\sqrt{2}$ . Now we can use this solution for solving  $x$  from  $g(1)$  and  $g(2)$ . By doing so, we obtain  $x=\{0,0,0\}$ . Implementations of the Gröbner Basis (GB) algorithms are contained in any of the current mathematical software systems like Maple, among others. Eqs. (4)-(6) have to be written so that GB can be applied within the frame of these computational packages.

## 4. FORWARD KINEMATICS FOR THE 3-DOF PM BY GRÖBNER BASIS

Eqs (4)-(6) have to be written as polynomial equations. Thus, trigonometric equations must be transformed to be a set of polynomials. A way to achieve this is by using the tangent-half-angle and then introducing  $x_i = \tan(q_i/2)$ . However, in addition to introducing extraneous roots, clearing the denominators of such an expression can increase both the number and the total degree of its terms considerably. Here, we transform the equations into polynomial equations by using the transformations introduced in [13], such that:  $x_1 = c_2$ ,  $x_2 = s_1$ ,  $x_3 = c_7$ ,  $x_4 = s_7$ ,  $x_5 = c_9$ ,  $x_6 = s_9$ . This substitution requires the introduction of auxiliary equations  $x_1^2 + x_2^2 = 1$ ,  $x_3^2 + x_4^2 = 1$ ,  $x_5^2 + x_6^2 = 1$ .

The set  $f$  consists of six functions polynomial: Eqs. (4)-(6) and the three above auxiliary equations. As a cases study the following kinematics parameters are used:  $L = 1.0$ ,  $c = 0.3$ ,  $d = 0.75$ . The parameter corresponds with the ones presented in [14]. With the given parameters and considering the position of the independent generalized coordinates  $q_1 = q_6 = q_8 = 0$ ,  $f$  get the form of equation (10). To apply GB algorithm to  $f$  in a practical way, the polynomial coefficients have to be converted to rational numbers, either by multiplying the  $f$  by powers of 10 until all coefficients are integers, or by using the `convert/rational` function in Maple. We adopt the latter option, `>convert(f, rational, n)`, being  $n=7$  the precision in the conversion.

$$f = \left\{ \begin{array}{l} 1.29904 x_1 - 1.29904 x_3 + 0.20 x_2 - 0.2 x_4 + 1.0 x_1 x_3 - 2.0 x_2 x_4 + 9.76250 \\ 1.29904 x_3 - 1.29904 x_5 + 0.20 x_4 - 0.2 x_6 + 1.0 x_3 x_5 - 2.0 x_4 x_6 + 9.76250 \\ 1.29904 x_5 - 1.29904 x_1 + 0.20 x_6 - 0.2 x_2 + 1.0 x_5 x_1 - 2.0 x_6 x_2 + 9.76250 \\ x_1^2 + x_2^2 - 1 \\ x_3^2 + x_4^2 - 1 \\ x_5^2 + x_6^2 - 1 \end{array} \right. \quad (7)$$

After that, the GB package is loaded `>with(Groebner):`. Then, GB function is applied to  $f$ , `>Basis(F,plex(var)):`.

$$g = \left\{ \begin{array}{l} 0.321-1.756 x_6^2+3.532 x_6^4-3.097 x_6^6+x_6^8 \\ -0.456+1.403 x_6^2-1.963 x_6^4+x_6^6+0.165 x_5 \\ -0.0978*x_6+3.184 x_6^3-3.223 x_6^5+x_6^7+0.502 x_4-1.331 x_4x_6^2+0.851 x_4x_6^4 \\ 0.089-0.828x_6^2+x_6^4-0.379x_6^6+0.534x_4x_6-0.257x_4x_6^3-0.166x_4^2 \\ -0.314-0.542x_6^2+x_6^4-0.447x_6^6+0.748x_4x_6-0.488x_4x_6^3+0.152x_3 \\ -0.156*x_2+0.303x_6-0.988x_6^3+x_6^5-0.310x_6^7+0.413x_6^2x_2-0.264x_6^4x_2 \\ 0.089x_6^2-1.396x_6^4+x_6^6+0.414x_6x_2+0.414x_4x_6-0.414x_2x_4 \\ 0.235+2.186x_6^2-2.642x_6^4+x_6^6-1.410x_6x_2+0.678x_6^3x_2+0.438x_2^2 \\ 0.702+1.213x_6^2-2.237x_6^4+x_6^6-1.673x_6x_2+1.091x_6^3*x_2-0.340x_1 \end{array} \right. \quad (8)$$

From  $g(1)$ , eight possible solutions  $x_6$  can be found by factorizing,  $(x_6+0.986)(x_6+0.966)(x_6+0.795)(x_6+0.749)(x_6-0.749)(x_6-0.795)(x_6-0.966)(x_6-0.986)=0$ . Then  $g(2)$  gives  $x_5$  thus,  $q_9=\{-80.243^\circ, -74.941^\circ, -52.683^\circ, -48.490^\circ, 80.243^\circ, 74.941^\circ, 52.683^\circ, 48^\circ.490^\circ\}$ . These values are similar to the ones obtained in [14] in which Bezout's elimination method was applied. Function  $g(3)$  and  $g(5)$  allow finding  $x_4$  and  $x_3$  and  $q_7$ . Finally, from  $g(8)$  and  $g(9)$  we obtain  $x_2$ ,  $x_1$  and  $q_2$ . Eight possible solutions for  $q_9$  have been found but not all the solutions are feasible. From Fig. 1 it can be seen that  $-\pi/2 < \{q_2, q_7, q_9\} < 0$ . So only those corresponding with negative values are feasible. Table 2 includes the corresponding values for  $q_2$  and  $q_7$ . Group (1) and (3) produces feasibly solution. However, Group (1) represents undesired configurations because legs interlaced each other. Group (2) represents wrong solutions.

**Table 2.** Gröebner Basis solutions.

$q_2$	$q_7$	$q_9$	Configuration
-52.683	-52.683°	-80.243°	(1)
-64.420	-64.420°	-80.243°	(2)
-48.489	-48.490°	-74.941°	(2)
-74.941	-74.941°	-74.941°	(3)
-52.683	-52.683°	-52.683°	(2)
-80.243	-80.243°	-52.683°	(2)
-50.270	-50.270°	-48.490°	(2)
-74.941	-74.941°	-48.490°	(2)

## 5. CONCLUSIONS.

A closed form solution for the forward kinematics of a 3-PRS PM has been developed. The closed form solution was obtained through Grobner Basis. Findings were compared to the solution obtained by other authors. The same solution, within calculations precision, has been found by using N-R method.

## REFERENCES

- [1]. Steward D. A., A platform with 6 degree of freedom. *Proceedings of the Institution of mechanical engineers*. Part 1, vol. 15, pp. 371-386, 1965.
- [2]. Gough, V.E & Whitehall, S.G., Universal tire test machine. *In Proceedings of 9<sup>th</sup> International Technical Congress FISITA*, pp. 117-135, 1962.
- [3]. Merlet, J.P., *Parallel Robots*. Kluwer, London, U.K., 2000.
- [4]. Tsai, L.W., *Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulator*. Wiley Interscience, Canada, 1999.
- [5]. Clavel, R.. Delta a fast robot with parallel geometry. *Proceedings of 18<sup>th</sup> International Symposium on Industrial Robot*, pp. 91-100, 1988.
- [6]. Pierrot, F., Nabat V., Company, O., Krut, S. & Poignet, P., Optimal design of a 4-dof parallel manipulator: From academia to industry, *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 25, n° 2, pp. 213-224, 2009.
- [7]. Li, Y. & Xu Q., Design and Development of a Medical Parallel Robot for Cardiopulmonary Resuscitation. *IEEE/ASME Transaction on Mechatronics*, vol. 12, n° 3, pp. 265–273, 2007.
- [8]. Chablat D. & Wenger P.. Architecture optimization of a 3-DOF translational parallel mechanism for machining applications, the Orthoglide. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 19, n° 3, pp. 403-410, 2003.
- [9]. Lee. K.M & Arjunan, S., A three-degrees-of-freedom micro motion in parallel-actuated manipulator. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 7 n° 5, pp. 634–641, 1991.
- [10]. Fan, Y. & Yin, Y., Mechanism Design and Motion Control of a Parallel Ankle Joint for Rehabilitation Robotic Exoskeleton. *In Proceedings of IEEE Robotics and Biomimetics, China*, pp. 2527-2532, 2009.
- [11]. Buchberger, B., *Gröbner Bases and System Theory*, Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [12]. Fröberg, R., *An Introduction to Gröbner Bases*. Wiley, Chichester, 1997.
- [13]. Ushida, T. & McPhee, J., Triangularizing kinematic constraint equations using Gröbner bases for real-time dynamic simulation. *Multibody System Dynamics*, vol. 25, n° 3, pp. 335-356, 2011.
- [14]. Tsai M.S., Shiau T.N., Tsai Y.J. & Chang T.H., Direct kinematic analysis of a 3- PRS parallel mechanism. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 38, n° 1, pp. 71-83, 2003.



## DESARROLLO DE UN SISTEMA SCADA PARA UNACOLUMNA DE DESTILACIÓN BENCENO-TOLUENO

**Marilin J. Inciarte**

*marilin@ula.ve*

Laboratorio de Investigación y desarrollo en Automatización e instrumentación (LABIDAI),  
Universidad de Los Andes. Edo.Mérida. Venezuela.

**Resumen.** *En la actualidad los procesos industriales han ido evolucionando de una manera tal, que pueden ser supervisados y controlados de forma remota y automática según el grado de inteligencia del sistema, en tiempo real, sin poner en riesgo a los operadores. Los sistemas SCADA (Supervisory Control And Data Acquisition), se crean para alcanzar este objetivo, estos comprenden una serie de aplicaciones de software y hardware, en la que se toman datos provenientes de un determinado proceso y se evalúan para determinar si están dentro de los valores deseados o si es necesario realizar alguna acción correctiva de control. En este artículo se estudió el proceso de un tambor de evaporación el cual será utilizado para vaporizar parcialmente una mezcla de Benceno-Tolueno, es decir, se desea obtener una concentración mayor del componente más volátil (Benceno) en el tope del tambor. Para lograr esto, se desarrolla un sistema que nos permita monitorear, supervisar, y controlar una columna de destilación de Benceno-Tolueno. Como primer paso se realiza una descripción y desarrollo del proceso para luego proceder a simularlo con el Toolbox Simulink de MATLAB. Seguidamente se describirá e implementará el sistema SCADA con el software LabVIEW, para proceder con su simulación, y de esta manera supervisar las variables de importancia y controlar las variables críticas de manera remota. Con él se pueden observar las alarmas generadas en tiempo real, el comportamiento de las señales de interés y almacenar los valores en una base de datos. Por ultimo con la implementación realizada se probó la funcionalidad, flexibilidad y seguridad de las herramientas proporcionadas por National Instruments para el diseño de sistemas SCADA, obteniéndose resultados satisfactorios. Además, para el desarrollo de sistemas de supervisión es eficaz, ya que los Toolkits que provee mejoran su desenvolvimiento, permitiendo establecer un protocolo de comunicación directa con otras herramientas de software como lo es MATLAB, para la elaboración del modelado matemático del proceso que se desee implementar.*

**Palabras claves:** Columna de destilación, Sistema SCADA, Supervisión y Control.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas SCADA [1], comprenden una serie de aplicaciones de software, en la que se toman datos provenientes de un determinado proceso y se evalúan para determinar si están dentro de los valores deseados o si es necesario realizar alguna acción correctiva de control. Ellos utilizan diversas arquitecturas de comunicación, una de las más básicas, es la conformada por un servidor centralizado y uno o varios clientes, PLC (Programmable Logic Controller).

En este artículo se desarrolla un sistema SCADA para monitorear, supervisar, y controlar una columna de destilación de Benceno-Tolueno [2]. Como primer punto se hará una descripción del proceso, el cual será simulado con el Toolbox Simulink de MATLAB, seguidamente se describirá el desarrollo del sistema SCADA.

El esquema general se muestra en la Fig. 1, el mismo se simulará con el software LabVIEW de National Instruments [3], el cual es capaz de supervisar las variables del proceso, controlarlas, generar alarmas, almacenar la información en una base de datos, generar los histogramas y comunicarse en red con otros computadores.

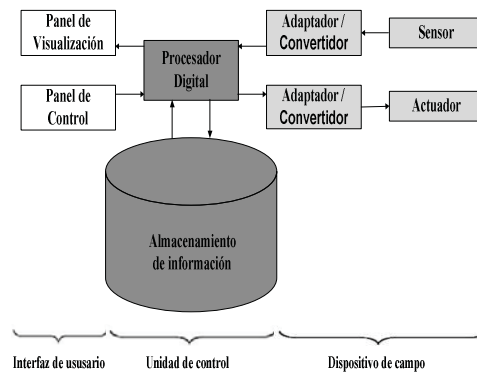


Figura 1- Esquema básico de un sistema SCADA.

## 2. DESCRIPCIÓN DE UNA COLUMNA DE DESTILACIÓN BENCENO-TOLUENO UTILIZANDO EL TOOLBOX DE MATLAB SIMULINK

El proceso en estudio consta de un tambor de evaporación el cual se puede observar en la Fig. 2, este será utilizado para vaporizar parcialmente una mezcla de Benceno-Tolueno.

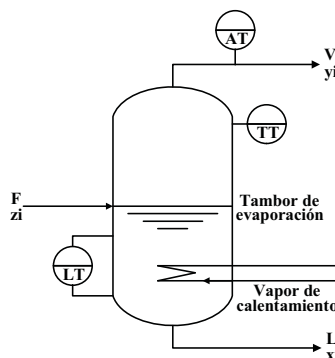


Figura 2- Modelo del tambor de evaporación de la mezcla.

La alimentación del tambor (F) entra como líquido saturado con una composición del 40% molar en benceno (zi) y la temperatura de ésta corresponde a la temperatura del punto de burbuja. El proceso se desarrolla a una presión constante de 1 atm y los compuestos presentan un comportamiento ideal y se encuentran en equilibrio dentro del tambor, es decir tenemos un equilibrio de líquido-vapor. Para calcular las condiciones en estado estacionario se realizó un balance de masa general y un balance de masa por componentes para el benceno [3], obteniéndose las siguientes ecuaciones:

$$\bar{F} - \bar{L} - \bar{V} = 0 \quad (1)$$

$$\bar{F}\bar{z}_1 - \bar{L}\bar{x}_B - \bar{V}\bar{y}_B = 0 \quad (2)$$

Donde  $\bar{L}$  representa la cantidad de líquido a la salida del tambor,  $\bar{V}$  es la cantidad de vapor a la salida del tambor,  $\bar{z}_1$  se refiere a la composición molar en benceno,  $\bar{x}_B$  describe la concentración de líquido de benceno dentro del tambor,  $\bar{y}_B$  simboliza la concentración de vapor de benceno dentro del tambor. Al realizar un balance de masa general y un balance de masa por componentes en el benceno, ambos en estado dinámico, se obtiene:

$$F(t) - L(t) - V(t) = \frac{d}{dt} \frac{M(t)}{PM(t)} \quad (3)$$

$$F(t)z_1(t) - L(t)x_B(t) - V(t)y_B(t) = A \frac{d}{dt} \frac{\rho_{pi} h(t)x_B(t)}{PM_L(t)} \quad (4)$$

En la Ec.(3),  $M(t)$  muestra la masa del líquido más la masa del vapor dentro del tambor,  $PM(t)$  denota el peso molecular. De la Ec.(4),  $A$  representa el área del tambor,  $\rho$  es la densidad,  $h(t)$  es la altura del tambor y  $PM_L(t)$  es el peso molecular del líquido. Seguidamente se realizó el balance de energía en estado dinámico del tambor de evaporación obteniendo la Ec. (5).

$$F(t)C_{pi}(t)T_i(t) - L(t)C_{pi}(t)T(t) - V(t) \left( C_{pi}^y(t)T(t) + \lambda_{vap}^y(t) \right) + Q = A \frac{d}{dt} \frac{C_v(t)\rho_{pi}(t)h(t)T(t)}{PM_L(t)} \quad (5)$$

Siendo  $C_{pi}(t)$  la capacidad calorífica a presión constante,  $T_i(t)$  muestra la temperatura de entrada,  $T(t)$  representa la temperatura,  $C_{pi}^y(t)$  se refiere a la capacidad calorífica de vapor en el benceno,  $\lambda_{vap}^y(t)$  denota el calor de evaporación en el benceno,  $Q$  es la cantidad de calor transferida,  $C_v(t)$  simboliza la capacidad calorífica del vapor.

Después de realizar el análisis de sensibilidad sobre el proceso se determinó que la variable controlada es el nivel de flujo dentro del tambor de evaporación  $f(t)$  y las variables manipuladas son: la concentración del flujo de entrada  $Zi(t)$ , la temperatura del flujo de entrada  $Ti(t)$ , y el flujo de vapor que circula por el serpentín  $W(t)$ . Se seleccionó el método de sintonización de Dhalin[4], ya que fue el que presentó mejores resultados, los cuales se verificaron determinando el IAE en cada caso.

En la Fig. 3, se puede observar el sistema en Simulink, el cual se ha diseñado en función de las ecuaciones del proceso obtenidas anteriormente.

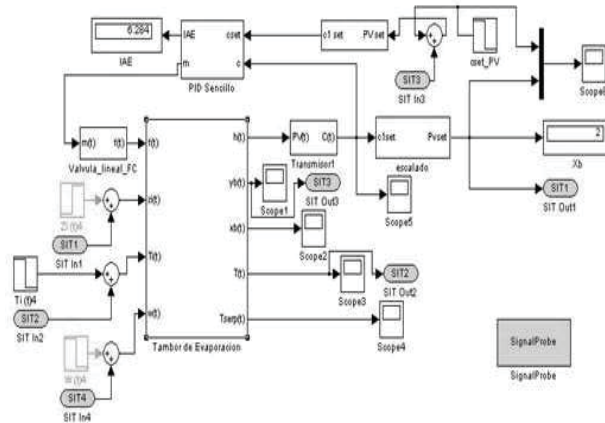


Figura 3- Simulación del proceso en Simulink.

### 3. DESARROLLO DEL SISTEMA SCADA

El sistema SCADA en estudio se desarrolló utilizando el software LabVIEW [5,6,7]. El mismo tiene como objetivo primordial, evaluar el desempeño de los nuevos Toolkit del software para probar las eficiencias de estas herramientas en el desarrollo de sistemas SCADA, así como la comunicación que se establece entre los equipos que conforman.

Un SCADA es un sistema de Supervisión, Control y Adquisición de Datos en tiempo real en un proceso, el cual ofrece una serie de prestaciones entre las que podemos mencionar; la posibilidad de crear paneles de alarma, generación de datos históricos, ejecución de programas de control, supervisión remota del proceso, interfaz gráfica del proceso agradable al usuario, y almacenamiento de la información.

El primer paso para el desarrollo del SCADA fue la creación de la interfaz gráfica del proceso en LabVIEW [8], esto se realizó utilizando las imágenes que provee el módulo DSC (DistributedSystems Control) [5,9]. En ella se creó la columna de destilación con las variables de interés para el proceso, tales como: El punto de consigna, la temperatura del serpentín, el flujo del serpentín, y la concentración del flujo de entrada.

Una vez creada la interfaz gráfica, se utilizó el módulo SIT (Simulation Interfaz ToolkitConnection Manager)[6], con el cual se realizará la comunicación entre la simulación del proceso que se estará ejecutando en Simulink y el sistema SCADA que se ejecutarán en LabVIEW. Con estese pueden seleccionar las variables de intercambio de información entre ambos software y se ajustan los parámetros de simulación para que sean compatibles y no se produzcan errores en la ejecución.

### 4. RESULTADOS

Para su comprobación, se estableció una secuencia de supervisión sobre el sistema de control de la torre de destilación, luego se asignaron los parámetros de comunicación y las respuestas del sistema SCADA, que fue establecido entre los dos programas antes mencionados. Estas son las pruebas a las cuales fue sometido el sistema SCADA y de las cuales se obtuvo el conjunto de respuestas deseadas, según la secuencia de funcionamiento pautada para el control y supervisión.

En la Fig. 4, se puede observar la activación de la alarma a causa de la perturbación aplicada al sistema, así como la respuesta generada.

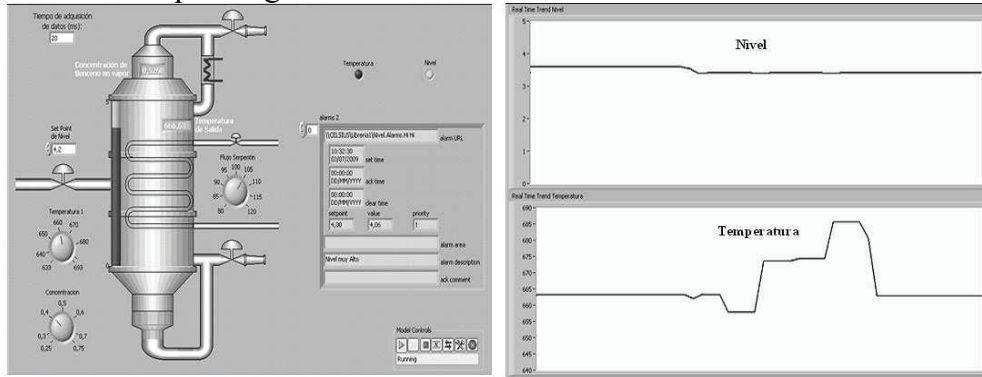


Figura 4- Perturbaciones e Histórico en el SCADA.

La repuesta a las perturbaciones aplicadas al sistema se almacenan en una base de datos, la misma es creada en el servidor, los valores almacenados en ella se obtienen del proceso que está corriendo en el cliente los cuales son transportados por el sistema al servidor para ser almacenados y estudiados, dichos valores se guardan en una tabla en Excel, con lo cual posteriormente se pueden realizar estudios estadísticos complementarios. En la Tabla 1 se presenta una muestra de las variables de interés obtenidas en el proceso.

**Tabla 1.** Basededatosdel SCADA

Numero de muestras	Nivel del Tambor (m)	Concentración de Benceno (%)	Temperatura de Salida (°F)
30	3,2005	05216	664,3157
31	3,2001	0,5215	664,3170
32	2,9950	0,5186	664,6691
33	2,7999	0,5154	664,8719
34	2,6050	0,5129	664,9302
35	2,3984	0,5123	664,8451
36	2,4005	0,5134	664,4910
37	2,4001	0,5134	664,4907
38	2,4000	0,5134	664,4907
39	2,4000	0,5134	664,4907
40	2,5991	0,5157	664,4378

Otro de los resultados que se obtuvo fue el intercambio de datos del sistema SCADA en una red tipo LAN, es decir, el sistema SCADA puede ser manejado con LabVIEW desde diferentes computadores utilizando direccionamiento IP para el intercambio de datos en el sistema.

**5. CONCLUSIONES**

En el desarrollo del sistema SCADA se probó la funcionalidad, flexibilidad y seguridad de las herramientas proporcionadas por National Instruments para el diseño de sistemas SCADA,

obteniéndose resultados satisfactorios. Esta herramienta es muy ágil y permite la creación e implementación en forma rápida y eficiente.

El protocolo de comunicación utilizado para la supervisión remota del sistema SCADA presentó resultados exitosos, los tiempos de respuesta fueron bastante rápidos cuando se realizaron las pruebas de desempeño del mismo.

Las herramientas desarrolladas por National Instruments para el desarrollo de sistemas de supervisión son eficaces, ya que los Toolkits que provee mejoran su desenvolvimiento, permitiendo establecer un protocolo de comunicación directa con otras herramientas de software como lo es MATLAB, para la elaboración del modelado matemático del proceso que se desea implementar.

El tipo de control que ejercen los sistemas SCADA sobre un proceso industrial es de tipo supervisorio y estos sistemas permiten hacer variaciones en los parámetros de control más importante o críticos que tiene el proceso que se está implementando de forma remota, es decir, a una distancia segura para los operadores.

## REFERENCIAS

- [1]. Aquilino Rodriguez (2007). “Sistemas SCADA”. 2da Ed. Editorial Alfaomega. México. México.
- [2]. Himmelblau David (1997). “Principios básicos y cálculos en Ingeniería Química”. 6ta Ed. PRENTICE-HALL HISPANOAMERICANA. Naucalpan de Juárez, México.
- [3]. YongXiong; BinQin; MinjunWu; Jun Yang y Mingwu Fan Huazhong (2007). “Labview and Matlab based virtual control system for virtual prototyping of Cyclotron”. , University of Science and Technology, Wuhan, P. R. China, IEEE Proceeding Instrumentation, Controls
- [4]. Smith Carlos y Corripio Armando (1991). “Control automático de procesos. Teoría y práctica”. 1era Ed. Editorial Limusa. México DF. México.
- [5]. National Instrument (2001). “Database Connectivity Toolset User Manual” Consultado en Marzo 2009, Disponible en: [www.ni.com/pdf/manuals/321525c.pdf](http://www.ni.com/pdf/manuals/321525c.pdf)
- [6]. National Instruments (2003) “LabVIEW Simulation Interface Toolkit User Guide, National Instruments” Consultado en Marzo 2009, Disponible en: <http://ftp.ni.com/pub/devzone/tut/manual.pdf>
- [7]. National Instrument (2006). “Working with .m File Scripts in NI LabVIEW for Text Based Signal Processing, Analysis, and Math”. Consultado Mayo 2009. Disponible: <http://zone.ni.com/devzone/cda/tut/p/id/4854>
- [8]. González, Rodrigo y Pradines Rodrigo. (2007) “Análisis de software para desarrollo entorno gráfico Labview y propuesta de implementación para laboratorio en el instituto de electricidad y electrónica en universidad austral de Chile”. Valdivia, Chile.
- [9]. Kasemir, K.U; Pieck, K.U y. Dalesio, L.R (2001). “Integrating Labview Into a Distributed Computing Environment”. , San Jose, California (USA) Consultado Abril 2009. Disponible: <http://arxiv.org/pdf/cs/0111001>

## ESTRATEGIA DE CONTROL POR MODO DESLIZANTE EN CASCADA

**María Coronel**

**Rubén Rojas**

*maria.coronel@ula.ve*

*rdrojas@ula.ve*

Postgrado en Automatización e Instrumentación. Facultad de Ingeniería Universidad de Los Andes.  
Mérida-Venezuela.

**Resumen:** *Algunos procesos industriales presentan dinámicas internas que varían rápidamente y afectan la variable controlada, actuando como perturbaciones del sistema; para evitar esto se ha desarrollado la técnica de Control en Cascada, que consiste en añadir un nuevo lazo de retroalimentación contenido dentro del lazo original y generalmente regula el comportamiento de alguna variable intermedia en el proceso. El Control en Cascada ha sido ampliamente utilizado en conjunto con el controlador PID debido a su simplicidad, fácil implementación y porque en la mayoría de los casos logra mantener la variable controlada en el valor deseado, sin embargo cuando el efecto de esta dinámica es significativa generalmente no son modeladas, por lo que estos errores de modelaje y las perturbaciones degradan el desempeño de la estrategia de control, basada en Controladores PID.*

*Por esto, el Control por Modo Deslizante (SMC) se presenta como una alternativa viable para resolver este problema pues tiene la ventaja de ser robusto ante la variación de los parámetros del sistema y errores de modelado; además si es utilizado en Cascada, debe mejorar la estabilidad y la velocidad de respuesta del sistema de control.*

*En este trabajo se desarrolló una nueva estrategia de control considerando las bondades del Controlador por Modo Deslizante y del Control en Cascada. La ley de control se plantea en base a los parámetros característicos de los componentes del sistema en cascada. Además se plantearon ecuaciones de sintonización inicial basadas en las especificaciones de diseño requeridas y en los parámetros del sistema. Se determinó la validez de las ecuaciones obtenidas mediante simulaciones a través de un caso de estudio: Tanque de Mezclado. Se obtuvo como resultado que las ecuaciones de sintonización inicial permiten un desempeño aceptable de los controladores en cascada y que el controlador diseñado es robusto tanto a cambios de referencia como a perturbaciones.*

**Palabras Claves:** Control, PID, SMC, Cascada.

## 1. INTRODUCCIÓN

Algunos procesos industriales presentan dinámicas internas que varían rápidamente y afectan la variable controlada, actuando como perturbaciones y disminuyendo el desempeño del control, para evitar esto se desarrolló la técnica de control en cascada, la cual puede dramáticamente mejorar el desempeño de la estrategia de control, reduciendo la máxima desviación y la integral del error en la respuesta a perturbaciones [1]. Éste ha sido ampliamente utilizado en conjunto con el PID debido a su simplicidad y fácil implementación, pero a pesar de que para algunos procesos, el controlador en cascada basado en PID presenta un buen desempeño, cuando el efecto de las dinámicas internas es significativo, generalmente éstas no son modeladas; por lo que estos errores de modelaje y las perturbaciones degradan el desempeño de ésta estrategia de control, haciendo necesario utilizar otra táctica que mejore el desempeño del sistema de control. Por ello, el control por modo deslizante (SMC) se presenta como una buena alternativa para resolver este problema ya que presenta la ventaja de ser robusto ante la variación de los parámetros del sistema y ante errores de modelado. El objetivo principal de esta investigación, es desarrollar una nueva estrategia de control considerando las bondades de ambos controladores. La ley de control se plantea en base a los parámetros de un modelo de primer orden más tiempo muerto POMTM.

## 2. CONCEPTOS BÁSICOS

### 2.1 Control en Cascada

El control en cascada consiste en añadir un nuevo lazo de retroalimentación contenido dentro del lazo original, utilizando la medición adicional de una variable secundaria, que debe estar directamente afectada por la perturbación principal del proceso. Para realizar la sintonización de los controladores en cascada, primero se sintoniza el lazo interno desconectando el modo cascada, una vez sintonizado el lazo interno se cierra la cascada y se sintoniza el externo, en esta investigación se utilizó el método de sintonización de Austin [2].

### 2.2 Control por Modo Deslizante (SMC)

El SMC es una estrategia de control que permite, a partir de señales conmutadas al rededor de una superficie (superficie deslizante), dirigir cualquier estado inicial ubicado fuera de esta superficie hacia la misma, hasta que se intercepte con ella (condición de alcance) y a partir de allí se desplace por ella hasta el valor final deseado (régimen deslizante).

Para diseñar un sistema de control por modo deslizante primero se debe definir la superficie deslizante  $S(t)$ , el objetivo principal del control es asegurar que la variable controlada sea igual a la referencia durante todo el tiempo, este problema se puede solucionar manteniendo la superficie deslizante en cero [3], es decir, garantizando la condición  $S(t) = 0$ . Luego que la superficie deslizante ha sido diseñada, la ley de control  $u(t)$  es calculada y ésta consta de una parte continua  $u_C(t)$  y una parte discontinua  $u_D(t)$ , [3].

## 3. DISEÑO DEL CONTROLADOR

Siguiendo el procedimiento descrito en [3] se obtienen las ecuaciones de los controladores por modo deslizante aplicados en cascada, para esto se utilizaron modelos de POMTM. Para el diseño del controlador interno se utilizó una superficie de deslizamiento del tipo PI, ya que el



proceso interno es rápido. Luego del desarrollo se obtuvieron las ecuaciones para el controlador interno con sus respectivos parámetros de sintonización inicial:

$$u_2(t) = \frac{(\tau_2 + t_{02})}{K_2} \left[ \frac{du_1(t)}{dt} + \lambda_2 u_1(t) + \left( \frac{1}{(\tau_2 + t_{02})} - \lambda_2 \right) x_2(t) \right] + K_{D2} \frac{S_2(t)}{|S_2(t)| + \delta_2} \quad (1)$$

$$S_2(t) = \text{sign}(K_2) \left( e(t) + \lambda_2 \int_0^t e(t) \right) \quad (2)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{\tau_2} K_{D2} = \frac{0,51}{|K_2|} \left( \frac{\tau_2}{t_{02}} \right)^{0,76} \quad \delta_2 = 0,68 \quad (3)$$

Una vez obtenida la ley de control del controlador interno se obtiene la del controlador externo  $C_1$ , que permite completar el control en cascada. En esta parte el tiempo muerto o retardo de la función de transferencia se aproximo mediante la serie de Taylor de primer orden [3], quedando el controlador externo descrito por las siguientes ecuaciones:

$$u_1(t) = \frac{1}{K_1} \left[ (1 - \tau_1 t_{01} \lambda_{01}) x_1(t) + \tau_1 t_{01} \lambda_{01} r(t) \right] + K_{D1} \frac{S_1(t)}{|S_1(t)| + \delta_1} \quad (4)$$

$$S_1(t) = \text{sign}(K_1) \left( -\frac{dx_1(t)}{dt} + \lambda_{11} e_1(t) + \lambda_{01} \int_0^t e_1(t) \right) \quad (5)$$

$$\lambda_{11} = \frac{\tau_1 + t_{01}}{\tau_1 t_{01}} \quad \lambda_{01} = \sqrt{\frac{\lambda_{11}}{2\zeta}} \quad K_{D1} = \frac{0,51}{|K_1|} \left( \frac{\tau_1}{t_{01}} \right)^{0,76} \quad \delta_1 = 0,68 + 0,12 |K_1| K_{D1} \lambda_{11} \quad (6)$$

## 4. RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados obtenidos al evaluar el desempeño de los controladores por modo deslizante aplicados en cascada, contra la estrategia de control PID. Se utilizará como caso de estudio el Tanque de Agua Fría-Agua Caliente con volumen variable [4] que recibe dos flujos de entrada, uno de agua caliente  $W_1(t)$  y otro de agua fría  $W_2(t)$ .

### 4.1 Identificación del Proceso

Para realizar la identificación del proceso se utilizó el método de la curva de reacción, para trabajar con la estrategia de control PID se aplicó un cambio escalón en la entrada de la válvula de agua fría de 10% a los 20 min, para la estrategia de control SMC se aplicó primero un cambio escalón en el flujo de agua fría de 10% a los 20 min, con esta prueba se registró la salida del transmisor de nivel y se sintonizó el controlador interno, luego se cerró el lazo de control interno y se aplicó un cambio escalón en la entrada de  $C_2$  de 10% a los 20 min y se registró la salida del transmisor de temperatura. Los resultados obtenidos de ambas identificaciones son presentados en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Parámetros de POMTM para ambas estrategias de control.

Controlador PID				Controlador SMC			
Proceso Interno ( $G_2$ )		Proceso Externo ( $G_1$ )		Proceso Interno ( $G_2$ )		Proceso Externo ( $G_1$ )	
Parámetro	Valor	Parámetro	Valor	Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
$K_2$	0,8868	$K_1$	-0,2805	$K_2$	0,8868	$K_1$	-0,2452
$\tau_2$	3,5015	$\tau_1$	6,4852	$\tau_2$	3,5015	$\tau_1$	2,4885
$t_{02}$	0,1243	$t_{01}$	4,9333	$t_{02}$	0,1243	$t_{01}$	4,4243

### 4.3 Sintonización de los Controladores

Utilizando el modelo de POMTM se procedió a calcular los parámetros de los controladores para cada caso. La Tabla 2 muestra los parámetros ajustados de los controladores.

**Tabla 2.** Parámetros de Sintonización de los Controladores.

Controlador PID				Controlador SMC			
Controlador Interno ( $C_2$ )		Controlador Externo ( $C_1$ )		Controlador Interno ( $C_2$ )		Controlador Externo ( $C_1$ )	
Parámetro	Valor	Parámetro	Valor	Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
$K_{p2}$	14,30	$K_{p1}$	-2.90	$\lambda_2$	0,40	$\lambda_{11}$	0,42
$\tau_{12}$	0,41	$\tau_{11}$	6,49	$K_{D2}$	17,82	$\lambda_{01}$	0,05
		$\tau_{D1}$	0,72	$\delta_2$	1,22	$K_{D1}$	10,00
						$\delta_1$	2,09

### 4.4 Desempeño de los Controladores

Para comprobar el buen funcionamiento de los controladores se realizaron cambios en la señal de referencia, primero se comprobó el desempeño de  $C_1$  realizando dos cambios uno de 10% a los 20 min y otro de -10% a los 60 min, en Fig. 1(a) se presenta la salida controlada de nivel obtenida con el controlador PID y con el SMC propuesto. Luego se cerró el sistema en cascada, permitiendo obtener el desempeño del sistema de control del lazo externo los cambios fueron de 10 % a los 20 min y de -10% 180 min, la salida obtenida tanto con el controlador PID como con el SMC propuesto se muestra en Fig. 1(b).

La Figura 1 muestra que el controlador SMC propuesto presenta una respuesta con menos sobrepaso que la del controlador PID, aunque para dinámicas inversas en el lazo externo trabaja mejor el controlador PID. Además la salida del controlador interno una vez que la cascada está cerrada, es más suave cuando se utiliza el SMC propuesto.

Luego se evaluó el desempeño del sistema de control en cascada ante perturbaciones en la temperatura del agua caliente  $T_1$  de 5 °F a los 20 min y en la temperatura del agua fría  $T_2$  de -5 °F a los 150 min, en este caso cambia la sintonización del controlador PID, ya que éste presenta una sintonización diferente ante perturbaciones modificando el valor de  $K_{p1}$  a -4.98, en Fig. 2 se presenta la salida del sistema ante perturbaciones utilizando el controlador PID y el SMC propuesto, en ésta figura se observa como al igual que con cambios en la referencia el controlador SMC propuesto funciona mejor ante un cambio positivo presentando una menor variación a la salida, ya que para cambios negativos funciona mejor el controlador PID.

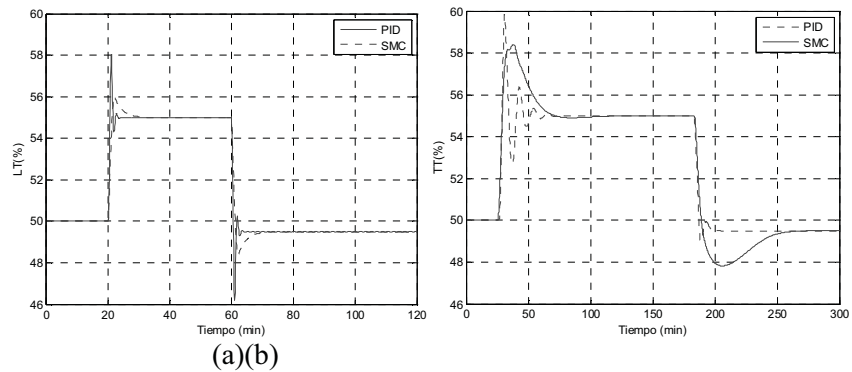


Figura 1- Salida Controlada:(a) del Lazo Interno y (b) del Lazo Externo.

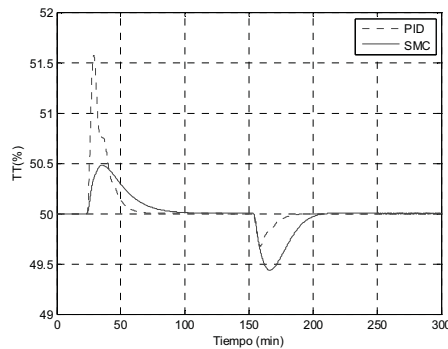


Figura 2- Salida del Sistema de Control ante Perturbaciones.

Por último se prueba la robustez de los controladores ante variaciones en los parámetros característicos del sistema externo  $K_I$ ,  $\tau_I$  y  $t_{0I}$ , las variaciones realizadas fueron de  $\pm 20\%$  del valor obtenido inicialmente con la identificación de POMTM del sistema. Primero se realizaron variaciones en la ganancia ( $K_I$ ) y la salida obtenida para ambos controladores se muestra en Fig. 3(a), luego se realizaron variaciones en la constante de tiempo ( $\tau_I$ ) cuya salida se presenta en Fig. 3(b) y posteriormente se hicieron variaciones en el tiempo muerto ( $t_{0I}$ ) y la salida se muestra en Fig. 3(c).

La Figura 3 muestra como el controlador SMC propuesto es más robusto ante variaciones en los parámetros del sistema externo que el controlador PID, ya que la respuesta de dicho controlador no se ve afectada por éstas variaciones mientras que en el caso del controlador PID las variaciones llevan al sistema a la inestabilidad lo cual no es conveniente en un sistema de control.

## 5. CONCLUSIONES

Se puede concluir con esta investigación que la estrategia de control propuesta, basada en Controladores por Modo deslizante resultó ser un controlador robusto ante cambios en la señal de referencia y ante perturbaciones, presentando menor sobrepaso cuando la dinámica es directa que el mostrado por el controlador PID. También es importante resaltar que el controlador propuesto es más robusto que el PID ante errores de modelaje debido a que su salida se ve menos afectada

por estas variaciones y además el controlador PID llega a ser inestable ante éstos errores. Asimismo las ecuaciones obtenidas para realizar su sintonización presentan una buena aproximación inicial, requiriendo solo un pequeño ajuste para logra cumplir con las especificaciones requeridas.

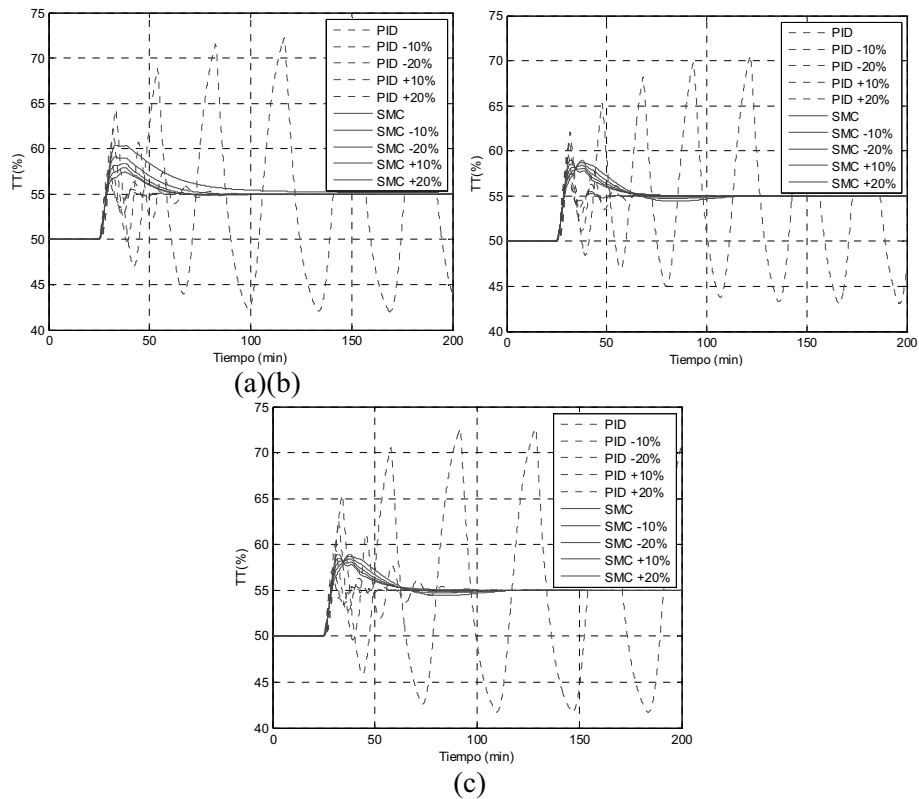


Figura 3- Salida del Sistema de Control ante Variaciones en los Parámetros del Sistema Externo: (a) variaciones en  $K_I$ , (b) variaciones en  $\tau_I$  y (c) variaciones en  $t_{0I}$ .

## REFERENCIAS

- [1].Marlin T., *Process Control: Designing Processes and Control Systems for Dynamic Performance*. McGraw-Hill, 1995.
- [2].Smith C. *Automated Continuous Process Control*. John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- [3].Camacho O. y Smith C. Application of Sliding Mode Control to Nonlinear Chemical Processes with Variable Deadtime. *2nd Congress of Colombian Association of Automatics*, pp. 122-128, 1997..
- [4].Coronel M. y Rojas R. Efecto de las Consideraciones en los Sistemas de Control: Caso Volumen del Tanque Agua Fría-Agua Caliente. *XIII Congreso Latinoamericano de Control Automático y VI Congreso Venezolano de Automatización y Control*. MT3-2, pp 293-297. 2008.

## CONTROL DE ESTRUCTURA VARIABLE POR MODO DESLIZANTE PARA SISTEMAS MULTIVARIABLES

**Rafael Orellana**

**Rubén Rojas**

*rafael.orellana@ula.ve*

*rdrojas@ula.ve*

Postgrado Automatización e Instrumentación Universidad de Los Andes Facultad de Ingeniería.  
Mérida-Venezuela

**Resumen.** *La gran mayoría de procesos que necesitan un sistema de control requieren mantener más de una variable en el valor deseado, es decir, necesita un sistema de control multivariable. La interacción entre las variables del proceso afecta el diseño y sintonización de lazos de control, ha sido tradicionalmente resuelta con el uso de controladores proporcional, integral y derivativo (PID) junto a desacopladores. Sin embargo, cuando esta interacción es significativa los errores de modelaje y perturbaciones degradan el desempeño de la estrategia de control. Este efecto se busca reducir mediante técnicas de control robustas como lo es el control por estructura variable usando modos deslizantes.*

*Este trabajo presenta el desempeño de un sistema de control por modo deslizante (SMCr) aplicado a un sistema multivariable, comparando su rendimiento con un control proporcional, integral y derivativo (PID), ambos sintonizados usando modelos de primer orden más tiempo muerto (POMTM). Se emplearon desacopladores de realimentación adelantada (feedforward) para reducir el efecto de la interacción de las variables. Como caso de estudio se presenta un sistema multivariable de dos entradas y dos salidas que representa el modelo de un reactor exotérmico de agitación continua con chaqueta para control de temperatura y concentración del producto final.*

*Se estudió la robustez del sistema de control ante cambios de valor de referencia y efecto de perturbaciones. Se comprobó que ante perturbaciones y cambios de punto de operación, el sistema de control por modo deslizante (SMCr) es robusto en comparación con un control PID, observándose un aumento en el sobre impulso y tiempo de establecimiento de la variable controlada. Para errores de modelaje se observó un mejor rendimiento del control SMCr para cambios en las ganancias estáticas y tiempo muerto, aumentando el tiempo de asentamiento para variaciones en las constantes de tiempo.*

**Palabras clave:** Multivariable, Estructura variable, Modo deslizante, Robustez

## 1. INTRODUCCIÓN

El diseño de estrategias de control para sistemas M.I.M.O (Multiple Input- Multiple Output), se basa en el uso de técnicas de desacoplamiento que permiten reducir la interacción entre las variables del proceso y diseñar cada lazo de control de manera independiente [1,2]. Características como no linealidades, elevados tiempo muerto, interacción significativa entre las variables, degradan el desempeño del sistema de control y el uso de estrategias por estructura variable por modo deslizante (SMCr) mejoran la robustez del sistema.

Este trabajo presenta el diseño de una estrategia de control por modo deslizante para sistemas multivariables basado en el uso de técnicas de desacoplamiento por realimentación adelantada (feedforward) partiendo del modelo de primer orden más tiempo muerto (POMTM) del sistema.

Se muestra el desempeño de ambas estrategias de control aplicadas a un sistema multivariable de dos entradas y dos salidas que representa el modelo matemático de un reactor exotérmico de agitación continua para controlar concentración y temperatura del producto final, ante cambios del valor de referencia y rechazo a las perturbaciones.

## 2. CONCEPTOS BÁSICOS

### 2.1 Sistema multivariable desacoplado

El esquema de un sistema multivariable de dos entradas y dos salidas se muestra en la ecuación Eq. (1). Para  $i=1,2$  y  $j=1,2$  se tiene  $C_i(s)$  que representa la  $i$ -ésima variable controlada,  $G_{pij}(s)$  es la función de transferencia del proceso de la  $i$ -ésima variable controlada con respecto a la  $j$ -ésima variable manipulada y  $M_i(s)$  es la  $i$ -ésima variable manipulada.

$$\begin{bmatrix} C_1(s) \\ C_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_1(s) \\ M_2(s) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Considerando la ganancia estática  $K_{ij}$  de cada función de transferencia  $G_{pij}(s)$  se puede normalizar las ganancias en estado estacionario y elegir el mejor par de variables manipuladas-controladas basándose en la interpretación de la matriz de ganancia relativa (MGR) [2,3]. Para reducir el efecto de la interacción entre las variables del proceso se utiliza un bloque desacoplador el cual permite sintonizar cada lazo de control de forma individual como múltiples lazos independientes [4].

Existen casos donde los desacopladores se determinan en base a ganancias estáticas del sistema obviando el efecto de la dinámica en los mismos [5].

El desacoplamiento por realimentación adelantada (feedforward) transforma el sistema original multivariable en la forma diagonal cancelando los términos que generan la interacción [6]. Para el tiempo muerto se utiliza la aproximación por serie de Taylor de primer orden [2].

### 2.3 Control por estructura variable basado en modos deslizantes (SMCr)

El control por modo deslizante (SMCr) es una técnica de control cuyo fundamento radica en lograr el movimiento del sistema en un subespacio de estado llamado superficie deslizante (S) y que éste permanezca sobre dicha superficie [7]. La acción de control discontinua dirige cualquier estado inicial hacia la superficie en un tiempo finito hasta que se intercepte con ella (modo de

alcanse), y una vez sobre ella la ley de control restringe el movimiento sobre ella en todo instante de tiempo posterior buscando llegar al valor final deseado en un tiempo finito  $t_s$  (modo deslizante) [8]. Esto se muestra en “Fig. 1”.

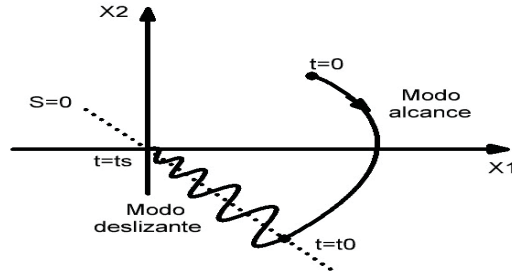


Figura 1- Trayectoria de los estados del sistema a lazo cerrado

### 3. METODOLOGÍA

En esta sección se describe el diseño del controlador por modo deslizante (SMCr) para sistemas multivariables basándose en técnicas de desacoplamiento por realimentación adelantada (feedforward). Se determina la sintonización del controlador mediante especificaciones de máximo sobreimpulso ( $Mp$ ) y tiempo de establecimiento ( $Ts$ ) de las variables controladas partiendo de una superficie deslizante integro-diferencial [8]. Aplicando el método de control equivalente se obtiene la parte continua del controlador como [7]:

$$Veq_1(t) = \frac{1}{b_{11}} \cdot \left( (a_{11} - 2 \cdot \lambda_{11} \cdot \lambda_{01}) \cdot x_2(t) + a_{12} \cdot x_1(t) + \lambda^2_{01} \cdot e_1(t) \right) \quad (2)$$

$$Veq_2(t) = \frac{1}{b_{22}} \cdot \left( (a_{21} - 2 \cdot \lambda_{12} \cdot \lambda_{02}) \cdot x_4(t) + a_{22} \cdot x_3(t) + \lambda^2_{02} \cdot e_3(t) \right) \quad (3)$$

Donde:

$$a_{11} = \frac{\tau_{11} + \tau_{12}}{\tau_{11}\tau_{12}} \quad a_{12} = b_{11} = \frac{1}{\tau_{11}\tau_{12}} \quad a_{21} = \frac{\tau_{21} + \tau_{22}}{\tau_{21}\tau_{22}} \quad a_{22} = b_{22} = \frac{1}{\tau_{21}\tau_{22}} \quad (4)$$

Por otro lado, la parte discontinua del controlador asegura la existencia del modo deslizante y por lo tanto debe satisfacer la condición de alcanzabilidad [9]. El problema del chattering tiene una buena solución si la parte discontinua del controlador se diseña como [10]:

$$V_{jN}(t) = K_{Dj} \frac{S_j(t)}{|S_j(t)| + \delta_j}; \quad K_{Dj}, \delta_j > 0 \quad (5)$$

Donde  $K_{Dj}$  es el parámetro que permite asegurar el alcance del modo deslizante, y el ajuste de  $\delta_j$  se logra obtener la supresión del chattering [2]. Partiendo del desacoplamiento feedforward se obtiene la salida del controlador  $M_j$ .

#### 4. RESULTADOS

En esta sección se muestra el desempeño del controlador SMCr multivariable junto con un control PID en un reactor exotérmico con chaqueta para el control de temperatura y concentración del producto final usando como índice de funcionamiento la integral cuadrática del error (ICE). Se usó el modelo matemático de un reactor exotérmico con chaqueta y de fase no mínima para identificar las salidas del transmisor de concentración ( $AT(\%)$ ) y temperatura ( $TT(\%)$ ) empleando el método de la curva de reacción para primer orden mas tiempo muerto (POMTM) [5].

La Figura 2 muestra la respuesta del sistema cuando el controlador SMCr se sintoniza para un sobreimpulso menor al 25% y un tiempo de asentamiento menor a 15 min y se realizan cambios en el valor de referencia de la concentración y de la temperatura en  $t=10$  min y  $t=100$  min. Se observa que para la salida del transmisor de concentración,  $AT(\%)$ , se obtiene un sobreimpulso de aproximadamente 23,32% con un tiempo de asentamiento en una banda del 2% cercano a 14,7 min cumpliendo con las especificaciones de la respuesta deseada. De forma similar ocurre en la respuesta del transmisor de temperatura,  $TT(\%)$ , con un sobreimpulso de 21,88% y tiempo de asentamiento de aproximadamente 13 min.

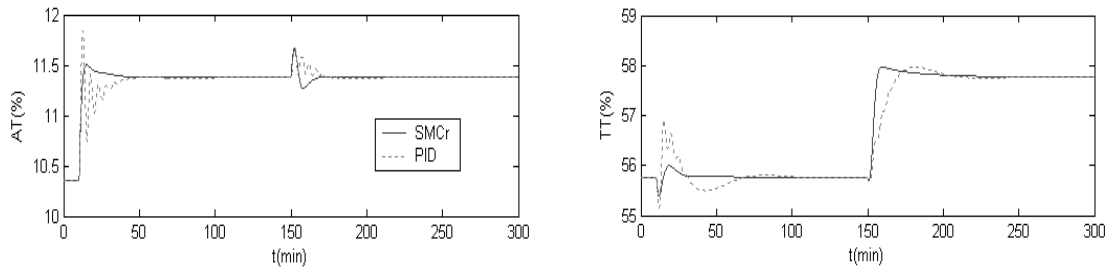


Figura 2- Respuesta del sistema ante cambios de referencia para controlador SMCr y PID

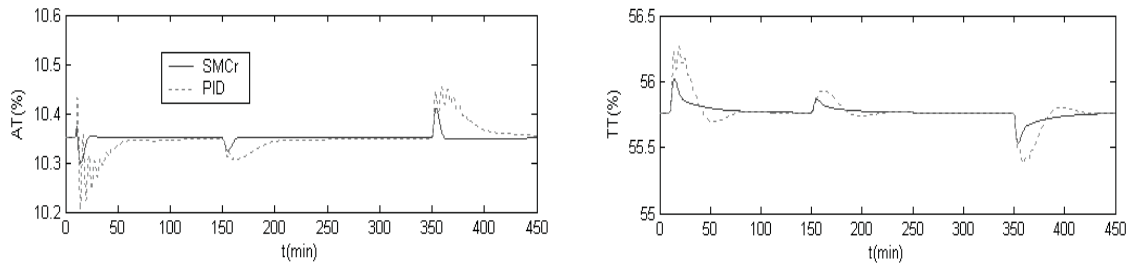


Figura 3- Respuesta del sistema ante perturbaciones para controlador SMCr y PID

La Figura 3 muestra la respuesta del sistema cuando se introducen perturbaciones en el sistema para la concentración de entrada  $C_{Ai}(t)$ , temperatura de entrada  $T_i(t)$  y temperatura de entrada en la chaqueta  $T_{Ci}(t)$  en +5%, -5°R y +5°R para  $t=10$  min,  $t=150$  min y  $t=300$  min



respectivamente. Las variables controladas permanecen en el valor deseado ante el rechazo de perturbaciones.

La Tabla 1 compara el desempeño de cada estrategia de control en base al índice de funcionamiento de la integral cuadrática del error (ICE). Se observa como el controlador SMCr disminuye el sobreimpulso que produce en su caso la patada derivativa con el controlador PID.

**Tabla 1.** Rendimiento del sistema de control en base al ICE

Controlador	Cambios de referencia		Perturbaciones	
	AT(%)	TT(%)	AT(%)	TT(%)
SMCr	1,283	13,97	0,01756	0,8819
PID	2,475	32,75	0,3825	5,655

La Figura 4 muestra la robustez del sistema de control SMCr ante errores de modelaje en los parámetros de identificación del proceso  $K_{ij}$ ,  $\tau_{ij}$  y  $t_{0ij}$  en un rango de  $\pm 20\%$ . La respuesta del sistema ante cambios del valor de referencia es similar, sin embargo, cambios en la constante de tiempo desmejoran el tiempo de asentamiento de las salidas del sistema (ver, Fig. 5). La ganancia estática y tiempo muerto son menos sensibles para el control SMCr, caso contrario ocurre en el control PID donde introducen oscilaciones en las variables de salida.

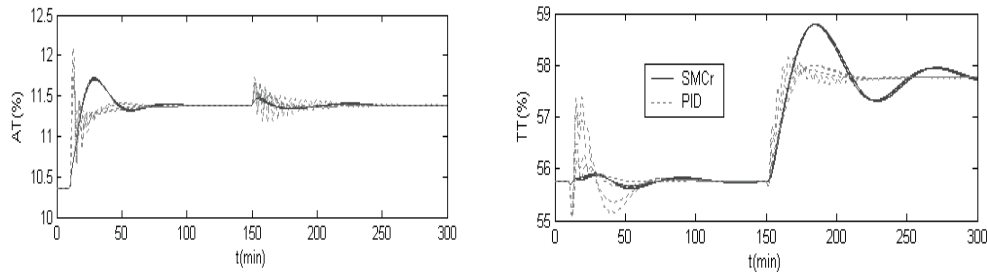


Figura 4– Respuesta del sistema ante cambios del valor de referencia y errores de modelaje en  $K_{ij}$  y  $t_{0ij}$

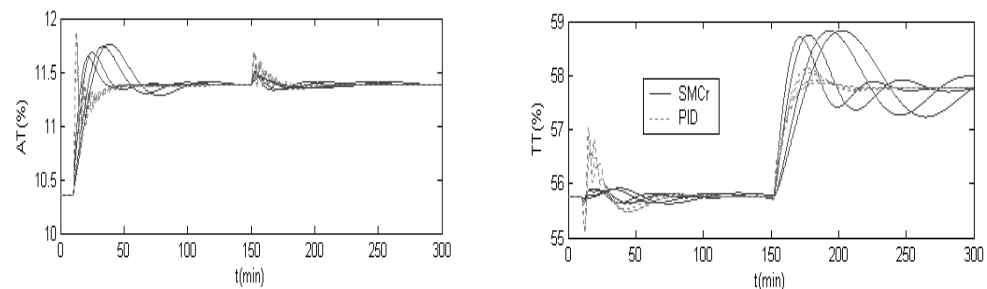


Figura 5– Respuesta del sistema ante cambios del valor de referencia y errores de modelaje en  $\tau_{ij}$

## 5. CONCLUSIONES

Con este trabajo se observó que el uso de técnicas de control robustas mejora el desempeño de un sistema de control multivariable ante cambios de valores de referencia y rechazo a las perturbaciones obteniéndose un mejor rendimiento cuando se considera la dinámica en la etapa de desacoplamiento del sistema multivariable. Sin embargo el efecto ante errores de modelaje es más sensible cuando se introducen cambios en los valores de la constante de tiempo desmejorando el tiempo de asentamiento de la salida del sistema. En cuanto a errores en las ganancias estáticas y tiempo muerto reducen el rendimiento del control PID introduciendo oscilaciones que pueden afectar la vida útil de los elementos finales de control, en este caso, válvulas. Este efecto se compensa con el uso de técnicas de control por estructura variable basadas en modos deslizantes siendo más robusta ante el rechazo de dichos errores de modelaje, donde resulta una buena aproximación a la fase no mínima del sistema como parte del tiempo muerto.

## REFERENCIAS

- [1]. Ho, W., Lee, T., & Gan, O., Tuning of multiloop proportional integral derivative controllers based on gain and phase margin specifications. *Industrial and Engineering Chemical Research*, pp.2231, 1997.
- [2]. García, W. *Una propuesta de Control por Modo Deslizante para Sistemas Multivariables con Tiempo Muerto*. Tesis Msc. Postgrado en Automatización e Instrumentación. Universidad de Los Andes. Mérida, 1998.
- [3]. Bristol, E., On a new measurement of interaction for multivariable process control. *IEEE Transaction Automatic Control*, 133, 1966.
- [4]. Espinosa, J., *Control lineal de sistemas multivariables*. Draft versión 3.0, 2003.
- [5]. Smith, C., Corripio, A., *Control Automático de Procesos*. Segunda Edición. Limusa, México 1997.
- [6]. Albertos, P, Sala, A. *Multivariable Control Systems: An Engineering Approach*. Springer. 2004.
- [7]. Utkin, J. Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transaction on Automatic Control*. vol. 22, pp. 212-222, 1977.
- [8]. Castellano, A. *Una propuesta de Control por Modo Deslizante para Sistemas Eléctricos No Lineales*. Tesis Msc. Postgrado en Automatización e Instrumentación. Universidad de Los Andes. Mérida, 2001.
- [9]. Perruquetti, W., Pierre, J. *Sliding Mode Control in Engineering*. Marcel Dekker Inc, New York 2002.
- [10]. Zinober, A. *Variable Structure and Liapunov Control*. Springer- Verlag. London, 1994.

## THE OPTIMISATION PROBLEM IN THE ENHANCEMENT OF RAILWAY VEHICLES PERFORMANCE USING NOVEL SUSPENSION SYSTEMS

**Alejandra Z. Matamoros-Sanchez**

**Roger M. Goodall**

*A.Z.Matamoros-Sanchez@lboro.ac.uk*

*R.M.Goodall@lboro.ac.uk*

Control Systems Group, School of Electronic, Electrical and Systems Engineering,  
Loughborough University, Loughborough, LE11 3TU, UK

**Abstract.** *This paper presents the normal trade-off arising in the design of active suspensions for enhancing the performance of railway vehicles. The design objective is to improve the ride quality without causing large suspension deflections. To this end, an active and a novel passive structure using an inerter are combined with the conventional secondary suspension. We seek for the simplification of the design conflict with the introduction of the novel passive suspension. For numerical optimisation, more attention is given to the design of a scalar objective function rather than choosing time-costly evolutionary optimisation techniques for the multi-objective problem. Although the model used here is rather simple, the notions of the problem are provided. The scalar objective function designed allows the attainment of the trade-off curves for sub-optimal settings; however, this procedure results effective to propose and compare the potential of different suspension structures using an inerter combined with springs and dampers.*

**Keywords:** Suspension systems, railway vehicles, optimisation, inerter, skyhook damping.

### 1. INTRODUCTION

In railway vehicle design there is a variety of challenges all motivated by aspects like systems demand, rail conditions and the technology evolution, for example. This research is concerned with high-speed railway vehicles systems dynamics. We use numerical optimisation to describe the normal optimisation problem arising in the vehicle suspension design once the suspension structure is pre-defined.

Particularly, certain external conditions such as rail roughness and unevenness are an issue influencing the vertical dynamical behaviour, with increasing effects for high-speed vehicles. Therefore, the suspension systems have to be designed to provide the required support between the bodies in the system, and to dissipate –and if possibly to employ– the energy introduced by the systems’ undesirable excitation.

The work presented in this paper is from a research study of the potential of a new mechanical device called ‘inerters’ to simplify the conflicts<sup>1</sup> in the design of active suspensions for railway vehicles. The results included are from numerical optimisation for two suspension designs. Comparisons and analysis on the results are provided at the end of the paper.

## 2. RAILWAY VEHICLE SYSTEM

In this study, only one of the characteristic motions of a railway vehicle is extracted, the vertical dynamic, which is normally improved by modification of the suspension systems. In order to do a first comparison among the suspensions performance and the optimisation problem in the design, the model is simplified from the model in Fig. 1(a) to the side-view of a quarter vehicle to represent the bouncing mode only. Though the simplification, the main dynamic properties of a conventional suspension system are importantly preserved.

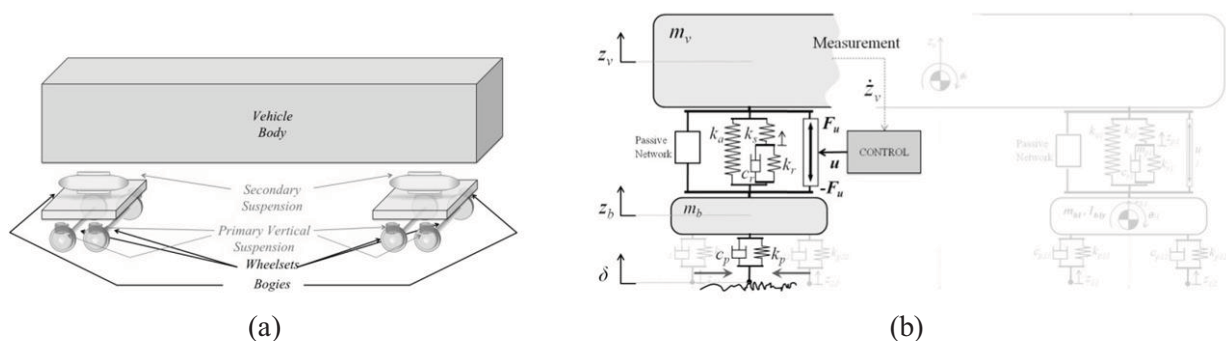


Figure 1. Side-view model of a railway vehicle: (a) schematic, (b) diagram of the quarter vehicle model with the linear suspension components detailed.

## 2. SUSPENSION SYSTEMS AND INERTERS

Vertical primary suspensions in a railway vehicle are normally parallel arrangements of stiff springs and dampers (see Fig. 1(b)), while the secondary suspension is rather softer. Conventionally, the secondary suspension would be an airspring (see Orlova and Boronenko in [1], chapter 3) whose dynamic in the vertical direction is frequency dependent. The Nishimura’s airspring model (Presthus [5]) is used here –as shown in Fig. 1(b), with the physical parameters values in Pratt [6].

From vehicle dynamics research ride quality is improved by softening the suspensions, though practical considerations might be violated if the stiffness of the whole suspension is significantly reduced (Orlova and Boronenko in [1], chapter 3). Here, the maximum amplitude of the secondary suspension deflection is considered as physical restriction in the design of active suspensions (see Goodall in [1]), albeit other practicalities should be also considered.

<sup>1</sup> see Goodall in [1], chapter 11, and Goodall [2].

The inerter is a two-terminal novel mechanical device developed by Smith [3]. It allows mechanical suspension systems to be re-thought or complemented by using passive compensation implemented with simple elements, i.e. springs, dampers e inerters. The inerter has been researched for different passive suspension applications and it is being successfully used in racing cars. Here, the objective is to present one of the common optimisation problems in the active suspension design by using a modified version of the conventionally accepted *skyhook* damping concept presented by Karnopp in [4]. We attempt to simplify the optimisation problem by introducing a novel passive structure using inerters to the active suspension in the enhancement of the performance of the conventional airsprings.

### 3 NEWTONIAN MODEL OF THE VERTICAL DYNAMICS

Under continuity, invariability, linearity, and equilibrium assumptions, an incremental model of the system is developed using Newton's second law in the Laplace domain as

$$\begin{aligned} m_v s^2 \hat{z}_v &= -(\beta_c + \beta_k/s)(s + \alpha)^{-1} s(\hat{z}_v - \hat{z}_b) - \hat{F}_u - \hat{F}_n \\ m_b s^2 \hat{z}_b &= (\beta_c + \beta_k/s)(s + \alpha)^{-1} s(\hat{z}_v - \hat{z}_b) + \hat{F}_u + \hat{F}_n - 2(c_p + k_p/s)s(\hat{z}_b - \hat{\delta}) \end{aligned} \quad (1)$$

with  $\alpha = \frac{k_s + k_r}{c_r}$ ,  $\beta_c = k_s + k_a$ , and  $\beta_k = \frac{k_s k_a + k_r(k_s + k_a)}{c_r}$ . Variables  $z_v$  and  $z_b$  represent the bounce of every mass.  $F_n$  is the reaction force of the complementary passive suspension, and  $F_u$  is the active force applied by an ideal actuator. (The symbol  $\hat{\phantom{x}}$  denotes the Laplace transform of the variables.) The symbols for the physical parameters are shown in Fig. 1(b).

### 4 TRACK GEOMETRY

In the assessment of railway vehicles vertical dynamics, both deterministic and stochastic models are used to define important vertical geometric features of the rail. As an alternative to measured data, it is well accepted that velocity of stochastic irregularities can be modelled by a process in the time-domain with a power spectrum density given by

$$S_{\delta} = 2\pi A_v V \frac{1}{\varepsilon^2 \omega^2 + 1} \left[ \frac{(ms^{-1})^2}{\text{rad } s^{-1}} \right] \quad (2)$$

for  $0 \leq \omega < \infty$ , with a typical value for  $\varepsilon$  of 0.008, for  $(2\pi\varepsilon)^{-1}$  approximately 20Hz, to reproduce a moderate range of frequencies according to Evans and Berg in [7].  $A_v$  is the track roughness factor, and  $V$  is the vehicle's speed (nominally  $55\text{ms}^{-1}$ ). The model selected as a critical deterministic profile,  $f(t)$ , corresponds to a transitional section with a superimposed acceleration of  $0.4\text{ms}^{-2}$  with one second duration for the vehicle leading to a railway gradient.

$$f(t) = 0.4 \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^{\tau_2} (1(\tau_1 - t_0) - 1(\tau_1 - (t_0 - 1))) d\tau_1 d\tau_2 \quad [m] \quad (3)$$

### 5 ACTIVE PLUS NOVEL PASSIVE SUSPENSIONS

- **Configuration 1 (S1):** skyhook damping control with complementary filter (Li and Goodall [8]) in parallel to the conventional airspring, with active force:

$$\hat{F}_u = c_{sky}(G_h(s)s\hat{z}_v + G_l(s)s(\hat{z}_v - \hat{z}_b)), \quad \text{with} \quad G_h(s) + G_l(s) = 1. \quad (4)$$

$G_h$  is a second order high-pass filter with adjustable cut-off frequency,  $f_c$ .

- **Configuration 2 (S2):** a system with S1 connected in parallel to a novel passive suspension as shown in Fig. 1(b). It consists in a simple spring-damper-inerter series structure with stiffness, damping and inertance parameters:  $k_{pn}$ ,  $c_{pn}$ , and  $b_{pn}$ , respectively. The admittance function for this novel suspension is given by

$$G_{pn}(s) = \left( \frac{s}{k_{pn}} + \frac{1}{c_{pn}} + \frac{1}{sb_{pn}} \right)^{-1}, \quad \text{for} \quad \hat{F}_{pn} = G_{pn}(s)s(\hat{z}_b - \hat{z}_v). \quad (5)$$

The design parameters are:  $c_{sky}$  and  $f_c$  for S1, and  $c_{sky}$ ,  $f_c$ ,  $c_{pn}$ , and  $b_{pn}$  for S2. The stiffness in S2,  $k_{pn}$ , is included only because of practicalities; we fix this value in  $5\text{MNm}^{-1}$ .

## 6 THE OPTIMISATION PROBLEM

### 6.1 Metrics for the design objective

In the design of the suspension parameters, it is of interest to minimise the ride quality index,  $J_1$ , i.e. maximise the ride comfort, but without increasing the critical suspension deflection index,  $J_2$ , compared to conventional suspensions.

**Ride quality Index,  $J_1$ :** corresponds to the r.m.s. (root-mean-square) value of the vehicle body acceleration to the stochastic input described in Eq. (2), i.e.  $J_1 = \sigma_{\ddot{z}_v}$ .

**Maximum Suspension Deflection Index,  $J_2$ :** It is defined by the r.m.s. value of the secondary suspension deflection,  $\sigma_{def}$ , to the stochastic input described in Eq. (2) and the maximum suspension deflection to the deterministic input described in Eq. (3), as:

$$J_2 = 3\sigma_{def} + \max_{\delta=f(t)} |z_b - z_v|.$$

### 6.2 Objective functions and constraints

The following objective functions were independently used:

- $J_{obj0} = \min J_1$ .
- $J_{obj1} = \min \left( J_1 + \gamma_{obj} \Big|_{f=0}^{0.5\text{Hz}} \right)$ , where  $\gamma_{obj}$  is a factor related with the double integral of suspension deflection, justified by the characteristic of the critical deterministic input at specific ranges of frequency.

Additionally,  $\gamma_{obj} \Big|_{f=0}^{0.8\text{Hz}}$  and  $\gamma_{obj} \Big|_{f=0}^{\infty}$  (for  $J_{obj2}$  and  $J_{obj3}$ ) were calculated for comparison purposes. In every case, the normal constraint on positivity of the parameters is considered. Also because of practicalities, a maximum value for  $c_{sky}$  was set to  $100\text{kN/ms}^{-1}$  for the results shown in the plots as  $[J_{obj0}]$  and  $[J_{obj1}]$ .

### 6.3 The Trade-Off

The function NMinimize from Mathematica® (with default settings) was used for minimising every objective function for  $f_c = \{0.2, 0.225, 0.25, 0.275, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5\}$  Hz. In order to compare the optimisation criteria mentioned above –and before illustrating the optimisation problem, we chose as an example the optimal settings obtained with  $f_c = 0.275$  Hz for S2, and varied  $c_{sky}$  away from its optimal value. The plot at the left in Fig. 2 shows the curves for the normalised objective functions vs.  $c_{sky}$  with a clear location of their minimum values. In contrast, the plot at the right in Fig. 2 contains the curves for the ride quality index,  $J_1$  (in percentage of gravity), calculated accordingly with the optimal setting for different  $f_c$  values, while varying  $c_{sky}$  away from its optimal. The small dots in the plot show the optimal values for  $J_1$  according to the criteria  $J_{obj1}$ ; most of them remain close to the minimum value of  $J_1$  (larger dots). Also with this setting, a reduction in the value of  $c_{sky}$  is obtained, and so in  $J_2$ .

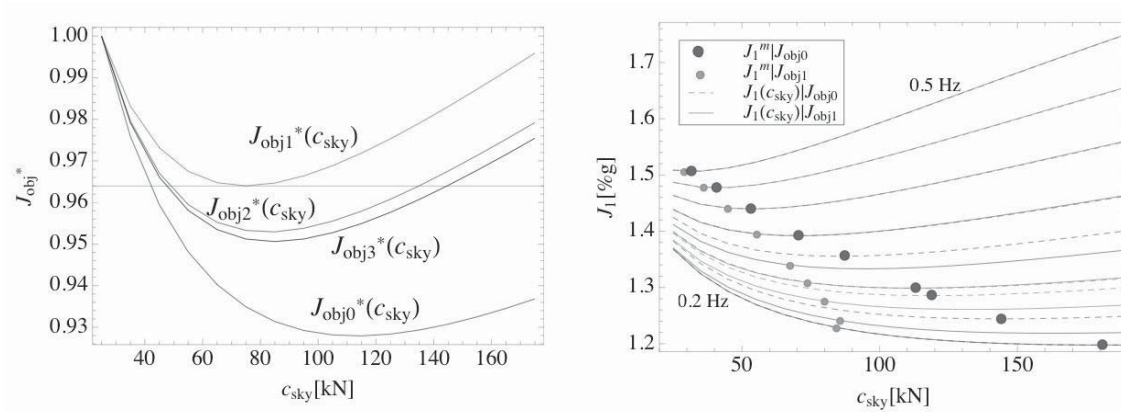


Figure 2. Left: Normalised objective functions vs.  $c_{sky}$  for the optimal settings with  $f_c = 0.275$  Hz. Right: location of the optimal values on the  $J_1$  vs  $c_{sky}$  curves.

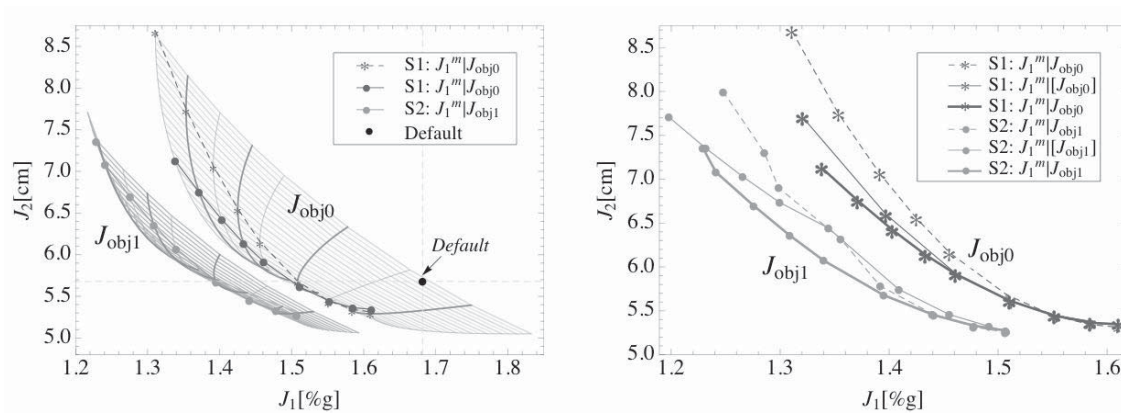


Figure 3. Trade-off curves of the vertical suspension design.

In Fig. 3, the main optimisation problem in the active vertical suspension design is shown. In the left, we show the trade-off curves obtained from numerical calculation of the performance indices for a set of consecutive values for  $c_{sky}$  (containing the optima) and the values of  $f_c$  stated above: the mesh at the right in the plot for  $J_{obj0}$  –similarly, the mesh at the left for  $J_{obj1}$ , is obtained with  $c_{sky}$  fixed and  $f_c$  variable (thin curves), and with  $f_c$  fixed and  $c_{sky}$  variable (thicker curves). In the same plot, the dots represent the optimal settings obtained with NMinimize for S1

and S2, respectively. The right hand side plot shows the difference between the trade-off curves obtained with the different optimisation criteria. It was found that the precision settings used for NMinimize caused the algorithm to find sub-optimal solutions; however, the local minima obtained are very close together and possibly all valid for the design.

There are two main observations from these results for the suspension design: 1) that the inclusion of the novel passive suspension to the active configuration simplifies the trade-off problem by improving the ride quality for similar critical suspension deflection values; 2) that  $J_{obj1}$  attempts to find a better local optimal solution.

## 7 FINAL COMMENTS

Although we acknowledge that more sophisticated algorithms are available, e.g. genetic algorithms for solving multi-objective problems, we find the procedure used here effective enough to provide useful preliminary answers in this study, especially on more complex models. In particular, numerical results obtained in this way have resulted helpful in the definition of the structure and the number of components of the novel suspension which is not easy to define analytically only. As part of this research, other active and novel passive configurations are being explored, the same than their practicalities and effects on more realistic models of the vehicle. Also, some analytical aspects from the dynamic point of view are in study. Nevertheless, we only present two configurations given the fact that they are rich enough to illustrate the optimisation problem in the suspension design, which is the objective of this paper.

### *Acknowledgements*

A. Matamoros-Sánchez is also with Universidad de Los Andes (Venezuela) and gratefully acknowledges its support for this research during her PhD studies in Loughborough University.

## REFERENCES

- [1]. Iwnicki, S., *Handbook of railway vehicle dynamics*, edited by S. Iwnicki CRC Press, United States of America, 2006.
- [2]. Goodall, R., *Veh. Syst. Dyn.* , n.28, pp. 87-117, 1997.
- [3]. Smith, M. C., *IEEE Transactions on Automatic Control* , n.47, pp. 1648-1662, 2002.
- [4]. Karnopp, D., in *Proc. ASME Winter Annual Meeting, Dynamic Systems and Control Division*, San Francisco, CA, USA, pp. 1-9, 1978.
- [5]. Presthus, M., *Derivation of Air Spring Model Parameters for Train Simulation*, Lulea University of Technology, 2002.
- [6]. Pratt, I., *Active suspension applied to railway trains*, Loughborough University, 1996.
- [7]. Evans, J. and Berg, M., *Veh. Syst. Dyn.* , n.47, pp. 1023-1048, 2009.
- [8]. Li, H. and Goodall, R. M., *Control Eng. Pract.* , n.7, pp. 843-850, 1999.



## DESARROLLO DE UN CONTROLADOR PARA UN ROBOT TRAZADOR DE LÍNEAS CON VISIÓN ARTIFICIAL

**Jackson Angulo**

**Jesús García**

**Ángel Gil**

*jenrique2180@gmail.com*

*jmgarcia@unet.edu.ve*

*agil@unet.edu.ve*

Laboratorio de Prototipos, Universidad Nacional Experimental del Táchira  
Avenida Universidad, Paramillo, UNET. Táchira, Venezuela.

**Resumen.** *Esta investigación tiene como objetivo el desarrollo de un controlador para ser utilizado en una estación de trabajo automatizada cuya función es la reproducción de líneas en tamaño real o a escala. Dicha estación está conformada por un brazo robótico tipo cilíndrico y una cámara la cual está situada en una posición fija. El controlador permite la interconexión y control de todos los elementos de la estación. La imagen que será reproducida por el robot es proporcionada por el operador en un espacio ubicado justo frente a la cámara, dicha imagen tendrá dibujada una línea. Una vez percibida la imagen por la cámara, se realizan diferentes operaciones sobre dicha imagen para extraer finalmente el esqueleto de la línea. A continuación, partiendo de cada píxel de la línea, se realiza una conversión para obtener las coordenadas reales de cada punto en la línea. Dichas coordenadas son transferidas al sistema de control que luego calcula las diferentes actuaciones a ser generadas por el robot quien finalmente reproduce el trazo percibido por la cámara inicialmente. El mérito de esta investigación está en la obtención de resultados aceptables a través de un sistema que utiliza periféricos de baja resolución y bajo precio comparado con otros sistemas.*

**Palabras claves:** Brazo robótico, Controlador, Trazador, Visión artificial.

### 1. INTRODUCCIÓN

El rápido avance de nuevas tecnologías genera la necesidad de buscar innovaciones para los procesos de automatización en el país, razón por la cual el estudio de la robótica como medio de automatización se está incrementando en las casas de estudios superiores. En función de ello, se

plantea este proyecto, el cual servirá como base para futuras aplicaciones como es el caso de soldaduras con brazos robóticos, perforación de placas para circuitos electrónicos y realización de cortes precisos sobre piezas. Específicamente, este robot trazador es un sistema conformado por una cámara y un brazo robótico fundamentalmente. A través de la cámara, se toma la imagen de una curva o línea que se espera reproducir; a su vez, el brazo intenta reproducir la curva presentada en la cámara. Para llegar a dicho desarrollo, esta investigación se fundamentó en el trabajo de Ardila y Romero [1], quienes diseñaron y construyeron un prototipo de un brazo robótico tipo cilíndrico, el cual fue utilizado en este proyecto. Además, partiendo del trabajo de Montilla et al. [2], se estudió el método para el procesamiento de imágenes que permitiera transformar los píxeles de la imagen en coordenadas reales (X,Y) a reproducir por el robot.

## 2. METODOLOGÍA

Se describe a continuación los componentes utilizados dentro del sistema que conforma el trazador de líneas y a su vez, el proceso seguido para encausar la información obtenida a partir de una imagen hasta lograr el trazado de la trayectoria por el brazo trazador.

### 2.1 Hardware

**Brazo robótico.** Se utilizó un brazo de tipo cilíndrico con 3 grados de libertad, el cual posee como efector final, un marcador de tinta que reproduce sobre una superficie horizontal, la información recibida del controlador (curva). La Fig. 1 exhibe el prototipo utilizado mientras que en la Tabla 1 se muestran los parámetros de Denavit-Hartenberg [3] para este brazo.

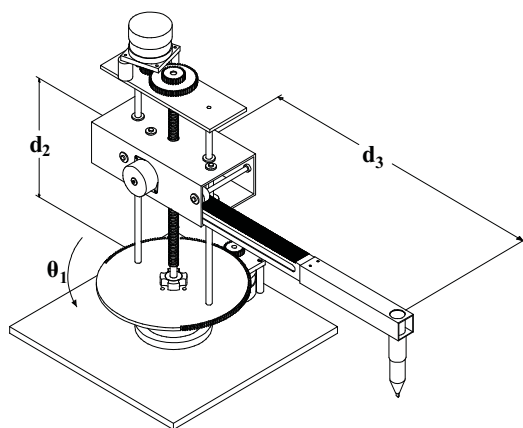


Figura 1. Prototipo del brazo cilíndrico

Tabla 1. Parámetros de Denavit-Hartenberg para el brazo cilíndrico

Articulación (i)	$\theta_i$ (°)	$d_i$ (mm)	$a_i$ (mm)	$\alpha_i$ (°)
1	$\theta_1$	72	0	0
2	90	$d_2$	0	90
3	0	$d_3$	-34.2	0

**Plataforma de la cámara.** Consta de una superficie plana de dimensiones 230x130mm donde se muestra la trayectoria a reproducir. Dicha trayectoria es una línea que puede ser recta, curva o con quiebres. A su vez, en la plataforma hay un brazo donde se aloja una cámara web la cual está en una posición fija y con el foco posicionado frontalmente respecto a la superficie donde se muestra la trayectoria a seguir. La cámara web utilizada es de bajo costo, la cual toma imágenes con una resolución de 640x480 píxeles.

**Controlador.** Calcula los valores de las variables articulares del brazo a partir de las coordenadas recibidas por el computador. El controlador utilizado está conformado

fundamentalmente por 3 circuitos: el circuito de control, el cual tiene como función calcular las variables articulares y controlar el movimiento de los actuadores. Adicionalmente, se tiene un circuito de potencia y un circuito de comunicación serial.

## 2.2 Procesamiento de los datos

A continuación se describen las operaciones seguidas en cada componente del sistema desde la captura de la imagen por la cámara hasta la reproducción de la trayectoria por el brazo robótico

**Captura de la imagen.** Se efectuó la calibración de la cámara como proceso primario antes de realizar la captura de la imagen. Para ello se utilizó el método de Zhang [4], el cual se basa en la observación de varias figuras planas desde varios puntos de vista. A partir de este método se obtuvieron los parámetros intrínsecos de la cámara:  $\alpha$  y  $\beta$  (factores de escala en el eje  $U$  y  $V$ );  $U_0$  y  $V_0$  (coordenadas del punto principal de la imagen),  $\gamma$  (parámetro que representa la pérdida de ortogonalidad de los ejes en la imagen),  $K_1$  y  $K_2$  (coeficientes de distorsión radial). Además, se obtuvieron los parámetros extrínsecos para la posición fija que tendría la cámara en la plataforma. Estos parámetros son la matriz de rotación y el vector de traslación de la cámara respecto a uno de los sistemas de referencia presentes en el estudio (Sistema Mundo). Una vez calibrada la cámara, es posible la captura de la imagen. Al computador se envían las coordenadas de la imagen en píxeles ( $U_d$ ,  $V_d$ ).

**Procesamiento de la imagen.** El procesamiento de la imagen, que realiza en el computador, incluye dos procesos bien diferenciados: Reconocimiento de la trayectoria en la imagen y transformación de píxeles a coordenadas reales.

**a. Reconocimiento de la trayectoria en la imagen.** El objetivo de esta fase es, reconocer entre todos los píxeles de la imagen, cuales pertenecen a la línea a reproducir y luego, etiquetar dichos píxeles para definir una trayectoria continua que pueda seguir el robot al ejecutar su tarea. A continuación se describen las operaciones más importantes que se efectuaron en esta etapa:

- **Binarización.** Después de la transformación de la imagen a escala de grises, se efectuó la binarización de la misma. Para ello se utilizó una función de optimización para el cálculo del umbral basada en el método de Otsu [5], la cual elige el umbral óptimo maximizando la varianza entre clases mediante una búsqueda exhaustiva (ver Fig. 2b).

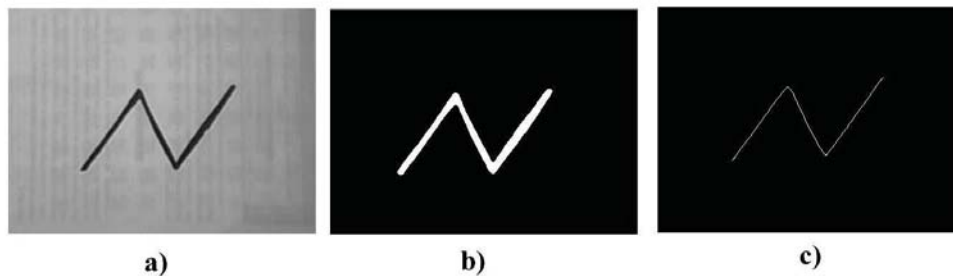


Figura 2. Tratamiento de la imagen. a) Imagen original. b) Binarización. c) Adelgazamiento

- **Adelgazamiento.** Esta operación tiene por objetivo disminuir el grosor de la línea en la imagen hasta lograr que tenga un píxel de espesor (ver Fig. 2c); para lograrlo, se utilizan

funciones que se basan en el uso de operaciones morfológicas de erosión y dilatación. En este caso se utilizó una función de adelgazamiento basada en el trabajo de Lam et al. [6].

- **Etiquetado.** En esta operación se busca enumerar los píxeles pertenecientes a la curva, de manera que el robot pueda trazar la trayectoria de manera continua. Para ello, se hizo un recorrido en los píxeles que conforman la línea, buscando aquellos que tengan solo un píxel vecino; al encontrar uno, es considerado un extremo. Luego, partiendo de este, se van recorriendo sus 8 vecinos ubicando el próximo píxel de la línea, el cual se etiqueta. Este proceso se repite hasta encontrar el píxel cuyo único vecino ya está etiquetado.

**b. Transformación de píxeles a coordenadas reales.** Una vez etiquetados los píxeles que forman parte de la trayectoria  $(U_d, V_d)$  se deben transformar dichos píxeles en coordenadas reales  $(X_m, Y_m)$ . Para ello, a cada píxel se le aplicó una transformación geométrica de normalización como sigue:

$$\begin{bmatrix} U_{dn} \\ V_{dn} \\ 1 \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} U_d \\ V_d \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Esta normalización es aplicada antes de corregir la distorsión radial, donde  $U_{dn}$  y  $V_{dn}$  son coordenadas homogéneas normalizadas distorsionadas.  $A$  es la matriz que contiene los parámetros intrínsecos de la cámara.

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma & U_0 \\ 0 & \beta & V_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

A continuación se corrige la distorsión radial (propia de cada cámara) ya que esta agrega cambios en la imagen que puede alterar los resultados al realizar la transformación. Por lo tanto, considerando la distorsión de la lente y las coordenadas normalizadas y distorsionadas se tiene:

$$U_{in} = U_{dn} + U_{dn} \left[ K_1 (U_{dn}^2 + V_{dn}^2) + K_2 (U_{dn}^2 + V_{dn}^2)^2 \right] \quad (3)$$

$$V_{in} = V_{dn} + V_{dn} \left[ K_1 (U_{dn}^2 + V_{dn}^2) + K_2 (U_{dn}^2 + V_{dn}^2)^2 \right] \quad (4)$$

Donde  $(U_{in}, V_{in})$  son coordenadas homogéneas normalizadas corregidas. Después de corregir la distorsión radial se devuelven las coordenadas a su sistema de referencia original aplicando transformación geométrica de normalización inversa, obteniendo  $(U_i, V_i)$  coordenadas homogéneas sin distorsión.

$$\begin{bmatrix} U_i \\ V_i \\ 1 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} U_{in} \\ V_{in} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

La relación entre un punto 3D en el sistema de coordenadas mundo y su proyección en el plano de la imagen esta dado por:

$$s \begin{bmatrix} U_i \\ V_i \\ 1 \end{bmatrix} = \left( A * \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & t_3 \end{bmatrix} \right) * \begin{bmatrix} X_m \\ Y_m \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Donde  $X_m$  y  $Y_m$  es el conjunto de posiciones de los puntos en el espacio tridimensional ( $Z_m=0$ ),  $U_i$  y  $V_i$  son sus correspondientes posiciones en la imagen,  $s$  es un factor de escala dado que las coordenadas de los puntos son homogéneas. Los  $r_i$  son elementos de la matriz de rotación y los  $t_i$ , pertenecen al vector de traslación de la cámara. La Ec. (6), se puede simplificar generando  $C_{ij}$  de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} sU_i \\ sV_i \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_m \\ Y_m \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Luego de aplicar la regla de Cramer,  $X_m$  y  $Y_m$  quedan definida por:

$$X_m = \frac{C_{33}C_{22}U_i - C_{13}C_{22} + C_{13}C_{32}V_i - C_{12}C_{33}V_i + C_{12}C_{23} - C_{32}C_{23}U_i}{C_{11}C_{22} - C_{11}C_{32}V_i - C_{31}C_{22}U_i - C_{12}C_{21} + C_{12}C_{31}V_i + C_{32}C_{21}U_i} \quad (8)$$

$$Y_m = \frac{C_{11}C_{33}V_i - C_{11}C_{23} + C_{23}C_{31}U_i - C_{21}C_{33}U_i + C_{21}C_{13} - C_{13}C_{31}V_i}{C_{11}C_{22} - C_{11}C_{32}V_i - C_{31}C_{22}U_i - C_{12}C_{21} + C_{12}C_{31}V_i + C_{32}C_{21}U_i} \quad (9)$$

**c. Cálculo de variables articulares.** Partiendo de las ecuaciones de cinemática directa generadas siguiendo el algoritmo de Denavit-Hartenberg, se dedujeron las ecuaciones para calcular la cinemática inversa del brazo. Dichas ecuaciones permiten calcular los valores de las variables articulares del robot ( $\theta_1$ ,  $d_2$  y  $d_3$ ) partiendo de las coordenadas del efector final, las cuales serán las coordenadas de los puntos que debe trazar el robot ( $X_m, Y_m$ ). Para este caso, la coordenada  $Z_m = 0$ .

$$\theta_1 = 2 \arctan \left( \frac{X_m \pm \sqrt{X_m^2 + Y_m^2 - 34.2^2}}{-(Y_m - 34.2)} \right) \quad (10)$$

$$d_2 = Z_m - 72 \quad (11)$$

$$d_3 = X_m \cos(\theta_1) + Y_m \sin(\theta_1) \quad (12)$$

### 3. RESULTADOS PRELIMINARES

Al efectuar las pruebas con el trazador construido, se encontró que este reproduce las líneas de manera aproximada. Al comenzar el trazo, el brazo se situó exactamente sobre el punto de origen donde se espera que comience la línea pero, a medida que se realiza en trazo, se nota una desviación de la trayectoria ideal. La Fig. 3a muestra la trayectoria original que se espera reproducir y la fig. 3b, muestra la trayectoria seguida por el robot. La fig. 4 muestra las dos curvas superpuestas notándose en este caso la desviación en el trazo.

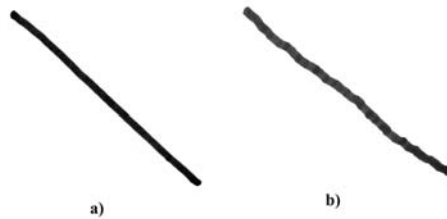


Figura 3. Trayectoria de prueba. a) Trayectoria a reproducir. b) Trayectoria seguida por el robot.

Otro aspecto importante a considerar fue el trazo irregular efectuado por el brazo (ver Fig. 3b). Este hecho se puede atribuir parcialmente al avance mínimo que puede efectuar el brazo en función al giro u avance mínimo de sus articulaciones ya que, por estar accionadas con motores paso a paso, existirá un avance mínimo directamente proporcional al paso de los motores, lo cual afectará la precisión del trazo efectuado. Finalmente, se calculó el error promedio entre los puntos de la trayectoria ideal (a reproducir) y los puntos obtenidos en el trazado efectuado por el robot. El error promedio se situó en 20.3%, el cual se considera aceptable en la aplicación.

#### 4. CONCLUSIONES

Se desarrolló una estación de trabajo automatizada que permite la reproducción de trayectorias por un brazo robótico a partir de una imagen capturada por una cámara web. Se utilizaron herramientas de procesamiento de imágenes para la obtención de la trayectoria a partir de la imagen original. Adicionalmente, por medio de ecuaciones basadas en la proyección de perspectiva y otras basadas en la cinemática de manipuladores, se calcularon las actuaciones del brazo para reproducir la trayectoria mostrada en la imagen. Al efectuar pruebas, se obtuvo un error promedio de 20.3%, el cual se considera aceptable para esta aplicación. Los trabajos futuros estarán dirigidos a disminuir este error por medio de adecuaciones físicas en el brazo utilizado.

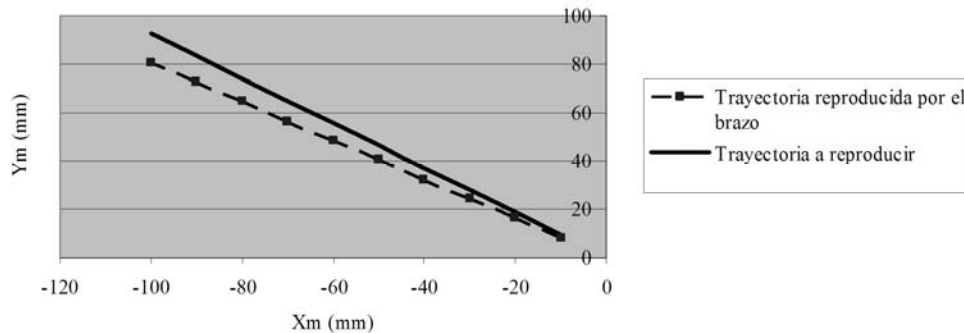


Figura 4. Comparación entre la trayectoria a reproducir y la trayectoria seguida por el brazo

#### REFERENCIAS

- [1]. Ardila, J. & Romero, J. *Diseño y Construcción de la Estructura Mecánica de un Brazo Robótico Tipo Cilíndrico*. Trabajo de aplicación profesional no publicado. Universidad Nacional Experimental del Táchira, San Cristóbal, 2005.
- [2]. Montilla, H., Romero, L., García, J., Gil, A. & Márquez, M. *Sistema Asistido de captura y procesamiento de datos antropométricos, utilizando Visión Artificial*. X Congreso Internacional de Métodos numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas CIMENICS'2010. pp. Ps 43 - 48, 2010
- [3]. Denavit, J. & Hartenberg, R. *A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices*. Trans ASME J. Appl. Mech, 23:215–221, 1955
- [4]. Zhang, Z. *A Flexible New Technique for Camera Calibration*. Microsoft Research, Microsoft Corporation. <http://research.microsoft.com/enus/um/people/zhang/Papers/TR98-71.pdf>. 1998. [Consulta: 2008, abril 12].
- [5]. Otsu, N. *A threshold selection method from grey level histograms*. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*. Vol. SMC-9, No. 1, pp. 62-66. 1979.
- [6]. Lam, L., Lee, S. & Suen, C. *Thinning Methodologies-A Comprehensive Survey*. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol 14, No. 9. pp. 879. 1992.

## DIAGNÓSTICO DE SISTEMAS A EVENTOS DISCRETOS CONTROLADOS: UN ENFOQUE BASADO EN CRÓNICAS Y ANÁLISIS MODULAR TEMPORIZADO

**Olga González-Miranda**

*ogonzalez@ula.ve*

Postgrado en Ingeniería de Control y Automatización, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela

**Mariela Cerrada-Lozada**

*cerradam@ula.ve*

Departamento de Sistemas de Control, CEMISID, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela

**Resumen.** *El diagnóstico de fallas es un campo muy amplio de investigación en la actualidad debido a las necesidades tecnológicas de la industria. En los enfoques modulares, se construyen varios diagnosticadores locales y el diagnóstico se realiza a partir de información local. En los enfoques de diagnóstico basados en crónicas, cada falla se suele asociar con un conjunto de crónicas, cada crónica reconociendo una firma de la falla. Este trabajo propone un enfoque de diagnóstico basado en crónicas y análisis modular temporizado, y se define un protocolo de coordinación para combinar la información diagnóstica modular.*

**Palabras claves:** Sistemas de eventos discretos, Diagnóstico de fallas, Diagnosticabilidad, Crónicas, Firmas de fallas.

### 1. INTRODUCCIÓN

Con el fin de tratar sistemas industriales donde las hipótesis asumidas en Sampath *et al* [1] no son aplicables, en Ferrarini *et al* [2] se presenta un enfoque pragmático para el diagnóstico de fallas. Este enfoque se basa en el uso del análisis temporizado y estados transitorios, lo que permite a los operadores obtener información de diagnóstico útil.

Debido a la dificultad de construir diagnosticadores centralizados en sistemas complejos, se han desarrollado los enfoques modulares que aprovechan la estructura modular del sistema. Una descomposición modular simple se presenta en Cerrada *et al* [3], donde cada módulo se considera como un subsistema controlado, se diseñan diagnosticadores locales para cada módulo y el diagnóstico se realiza a través de reglas de coordinación entre ellos, utilizando el análisis

temporizado. Por otro lado, tenemos el formalismo de crónicas. Una crónica es un conjunto de eventos con restricciones temporales que describe una situación. En este enfoque, cada falla se suele asociar con un conjunto de crónicas, cada crónica reconociendo una firma de la falla. Una firma de falla es una serie de eventos observables que ocurren en presencia de la falla.

En este trabajo, se propone un enfoque de diagnóstico mediante el reconocimiento de crónicas modulares. Las crónicas modulares se asocian a unas firmas de fallas que se obtienen a partir del modelo basado en diagnosticadores de estado mediante el análisis temporizado. Se propone un protocolo de coordinación, con el fin de obtener el diagnóstico global. El enfoque de diagnóstico se aplica al caso real de un sistema de manufactura.

## 2. PRELIMINARES

**Observaciones.** Sea  $r$  una secuencia de eventos, las observaciones del sistema  $OBS$ , son el conjunto de  $r_{obs} = P_{obs}(r)$ , donde  $P_{obs}$  es el operador de proyección sobre los eventos observables.

**Macrofallas y Conjunto Abarcador.** El conjunto de las posibles fallas de un sistema se define como  $F = \{f_1, \dots, f_n\}$  [4]. Una *macrofalla*  $F_j$  es un conjunto de fallas,  $F_j \neq \emptyset$ . Si  $F_j$  está presente en el sistema, significa que una de las fallas  $f_i \in F_j$  está presente en el sistema. Un conjunto de macrofallas  $E(F)$  es un *conjunto abarcador* de  $F$  si y sólo si  $\forall f_i \in F, \exists F_j \in E(F)$  tal que  $f_i \in F_j$ .

**Lenguaje de una falla.** El lenguaje  $L_{f_i}$  de la falla  $f_i$ , es el sub-lenguaje del sistema que contiene todas las secuencias en las cuales se encuentra  $f_i$ . Dentro de las palabras de  $L_{f_i}$  nos interesan aquellas que se observan en un tiempo arbitrariamente largo, esto es, las que terminan en un ciclo infinito, definiéndose como palabras maximales, y formando el lenguaje maximal de la falla  $L_{f_i}^{max}$ . Una palabra  $s$  de  $L_{f_i}$  pertenece a  $L_{f_i}^{max}$  si y sólo si  $\exists t, u \in E^*, s = tu^\infty$ .

**Firma de una falla.** La firma de una falla básica  $Sig(f_i)$  es la proyección de  $L_{f_i}^{max}$  sobre los eventos observables,  $Sig(f_i) = P_{obs}(L_{f_i}^{max}) \subseteq OBS$ .

**Firma característica.** La observación de una firma  $\sigma$  que caracteriza a  $F_j$ , asegura que una de las  $f_i \in F_j$  ha ocurrido, y otra  $f_k \notin F_j$  no ha ocurrido. Luego una *firma característica* de una macrofalla  $F_j$  se define como:  $cSig(F_j) \subseteq (\cup_{f_i \in F_j} (Sig(f_i)) \setminus \cup_{f_k \notin F_j} (Sig(f_k)))$ .

**Diagnosticabilidad de un conjunto abarcador.** Un conjunto abarcador es diagnosticable si y sólo si, existe un conjunto de firmas características para estas macrofallas que forman una partición de  $OBS^{max}$ . Es decir: (1)  $\cup_{i=1}^m cSig(F_i) = OBS^{max}$ ; (2)  $\forall i, j, i \neq j, cSig(F_i) \cap cSig(F_j) = \emptyset$ .

**Crónica.** Un modelo de crónica  $c$  es un par  $(S, T)$  donde  $S$  es un conjunto de eventos y  $T$  un conjunto de restricciones temporales. Un modelo de crónica  $c = (S, T)$  es reconocido en una secuencia  $\sigma$  si: (i) Existe para todo evento  $(e_i, t_i) \in S = \{(e_1, t_1), \dots, (e_n, t_n)\}$ , una instancia de evento  $(e_i, t_i) \in \sigma$ ; (ii) Las restricciones  $\{t_1 = t_1, \dots, t_n = t_n\} \cup T$  se satisfacen [5]. Una crónica es instanciada cuando se instancian todos y cada uno de sus eventos y se cumplen las restricciones de  $T$ .

**Lenguaje de reconocimiento.** Sea  $c$  un modelo de crónica y  $OBS$  las observaciones del sistema, el lenguaje de reconocimiento  $L(c, OBS)$  es el conjunto de observaciones  $\sigma \in OBS$  tal



que el modelo de crónica  $c$  es reconocido en la secuencia observable  $\sigma$ . Un modelo de crónica asociado a una falla se denota  $c(f)$ , la cual caracteriza a  $f$  si y sólo si:  $L(c(f), OBS) \subseteq cSig(f) \subseteq Sig(f)$ . Si  $c(f)$  caracteriza a  $f$ , significa que la ocurrencia de  $f$  es cierta [5].

**Diagnosticabilidad basada en crónicas.** Sea  $L \subseteq OBS$  un conjunto de observaciones, una crónica  $c$  cubre a  $L$  si y sólo si  $L \subseteq L(c, OBS)$ . Un conjunto de crónicas  $c_1, \dots, c_n$  cubre a  $L$  si y sólo si  $L \subseteq \bigcup_{i=1}^n L(c_i, OBS)$ . Sea  $f$  una falla, un conjunto de crónicas  $c_1, \dots, c_n$  cubre a  $f$  si y sólo si cubre a  $Sig(f)$ . Una vez que un conjunto de crónicas cubre una falla  $f$ , sabemos que si la falla  $f$  ocurre, una de las crónicas  $c_1, \dots, c_n$  será reconocida.

**Propiedad 1.** Sea  $f$  una falla en un flujo de eventos del SED  $S$ , si existe un conjunto de crónicas  $C(f) = \{c_1, \dots, c_n\}$  tal que: (1)  $C(f)$  cubre a  $f$ ; (2)  $\forall j \in \{1, \dots, n\}$   $c_j(f)$  caracteriza a  $f$ ; entonces  $f$  es diagnosticable en el flujo de eventos del sistema  $S$  [5].

### 3. DIAGNÓSTICO BASADO EN ANÁLISIS TEMPORIZADO

**Definición 1.** Sea  $x_1$  y  $x_2$  dos estados relacionados por un evento causa  $\sigma$  generando un evento-efecto físico explícito. Un *estado transitorio* entre  $x_1$  y  $x_2$  es definido por un nuevo estado  $x_t \in X$ , y un nuevo evento  $\varepsilon_t \in \Sigma_{uc} \cup \Sigma_{uo}$  tal que  $\delta(x_t, \varepsilon_t) = x_2$  y  $\delta(x_1, \sigma) = x_t$ . Esto es, el subconjunto de estados transitorios  $X_t \subset X$  se define como:  $X_t = \{x \in X / \forall x \in X_t, \exists \varepsilon_t \in (\Sigma_{uc} \cup \Sigma_{uo}): \delta(x, \varepsilon_t) \text{ está definido}\}$ .

Para llevar a cabo el análisis propuesto en Ferrarini *et al* [2], se hacen las siguientes suposiciones: (A1) Sea  $c \in \Sigma_c$  un evento controlable. La dinámica nominal del sistema se supone ejecutada correctamente si luego del evento  $c$ , los eventos observables esperados ocurren dentro de un período de tiempo  $T_{max}$ . (A2) Sea  $o \in \Sigma_o$  un evento observable. El sistema se supone en estado de equilibrio si luego del último evento  $o$ , no son producidos eventos observables sucesivos dentro del período  $T_{max}$ .

El análisis temporizado es como sigue: Sea  $G_d$  el diagnosticador del sistema  $S$  definido como  $G_d = (Q_d, \Sigma_o, \delta_d, q_0)$ , descrito en el sentido habitual y sea  $q_d$  un estado de  $G_d$  definido como  $q_d = \{(x_1, l_1), \dots, (x_m, l_m)\}$  donde  $x_i \in X$  y  $l_i \in \Delta$ , siendo  $\Delta$  un conjunto de etiquetas de falla. Entonces:

**Definición 2.** En el estado de equilibrio, el estado de equilibrio del diagnosticador es definido como el conjunto  $q_{eq} \subset q_d \in Q_d$  tal que  $q_{eq} = \{(x_i, l_i) / x_t \notin x_i\}$ .

**Definición 3.** Bajo el análisis temporizado, el estado de equilibrio  $q_{eq} \subset q_d \in Q_d$  se dice  $F_i$ -cierto si  $\forall (x_i, l_i) \in q_{eq}, F_i \in l_i$ .

### 4. ARQUITECTURA MODULAR PROPUESTA BASADA EN CRÓNICAS

La Figura 1 muestra la arquitectura modular basada en crónicas propuesta en este trabajo, la cual está inspirada en la arquitectura modular presentada en Cerrada *et al* [3], y en la arquitectura de diagnóstico de Cordier *et al* [4]. En la Fig. 1 se observa: el propio módulo, definido como en Cerrada *et al* [3]; un diagnosticador de estado local, definido como en Sampath *et al* [1]; una base modular de crónicas, generada fuera de línea a partir del diagnosticador de estado; los *logs* generados en tiempo real por el proceso; un sistema de reconocimiento de crónicas modulares, llamado MCRS (por sus siglas en inglés); y un diagnosticador global encargado de producir el diagnóstico global.

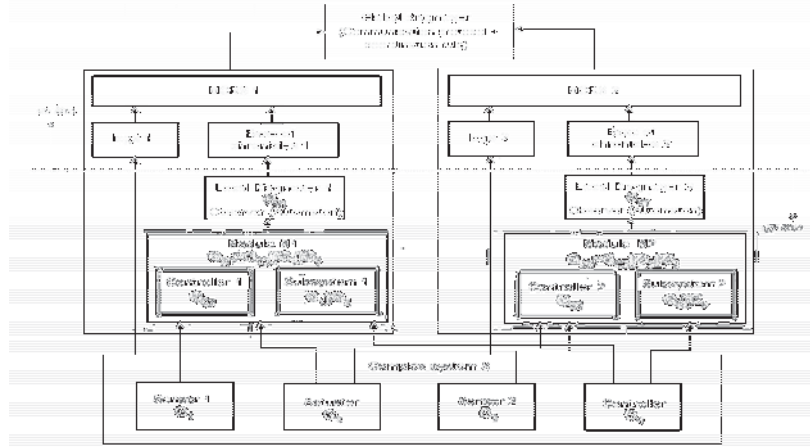


Figura 1- Arquitectura modular basada en crónicas.

#### 4.1 Obtención de la base modular de crónicas

El procedimiento para obtener firmas de fallas a partir del diagnosticador de estado es el siguiente: (1) Obtener el estado de equilibrio del diagnosticador según la Definición 2, (2) Identificar en el diagnosticador los estados que formen un ciclo  $f_i$ -cierto o un ciclo  $f_i$ -indeterminado (según se define en Sampath *et al* [1]), (3) Obtener el lenguaje observable  $L_{OBS}(q)$  de cada estado  $q$  que pertenece al ciclo, (4) Obtener la unión de los lenguajes observables de todos los estados que pertenecen al ciclo, esto es,  $\cup L_{OBS}(q) \forall q$  en un ciclo, (5) Obtener la unión de los lenguajes observables de todos los ciclos  $f_i$ , este conjunto es  $Sig(f_i)$ .

Después de tener las firmas de las fallas para cada módulo, se obtiene un conjunto abarcador diagnosticable, y las crónicas asociadas. Dado que las crónicas se obtienen a partir de la firma de un conjunto abarcador diagnosticable, la Propiedad 1 se cumple. Luego, las crónicas se construyen a partir de cada firma del conjunto abarcador, añadiendo las restricciones temporales.

#### 4.2 Protocolo de comunicación

Los *logs* de los eventos en tiempo real junto con la base de crónicas permiten al sistema de reconocimiento de crónicas instanciar las crónicas creadas previamente. Cuando una crónica modular es reconocida, el MCRS transmite al supervisor, la macrofalla asociada. Si el módulo no reconoce ninguna crónica, transmite la macrofalla  $\{N\}=normal$ . El supervisor obtiene el diagnóstico global, dado por el conjunto  $F_C=\{fg_1, \dots, fg_n\}$ , donde las fallas  $fg_i$  provienen de aplicar la siguiente operación de fusión para cada par  $f_k, f_l$ :

$$\text{merg}(f_k, f_l) = \begin{cases} f_k \wedge f_l & \text{si } \exists f_{ci} / (f_{ci} \in f_k), (f_{ci} \in f_l) \\ f_k & \text{si } f_l = \{N\} \\ f_l & \text{si } f_k = \{N\} \end{cases}$$

### 5 CASO DE ESTUDIO

En esta sección se considera un sistema de componentes electro-hidráulicos que se usan para mover actuadores que bloquean y desbloquean una mesa giratoria (RT-rotary table). El sistema está compuesto por una válvula eléctrica de apertura/cierre (YV9) y sensores de presión (SP9 y SP10) con los valores 1/0. Cuando el comando de apertura (YV9\_0) se da, la válvula va al estado de abierto, el sensor de baja presión, SP10, va a 0 y el de alta presión, SP9, va a 1. Esta transición debe ocurrir dentro de un tiempo máximo de  $T_{max} = 5$  seg. Los autómatas que modelan el sistema se muestran en la Fig. 2. Los eventos de falla de la válvula son atascada abierta (SO-stuck open) y atascada cerrada (SC-stuck closed), y las fallas  $g0$  y  $g1$  llevan al sensor SP9 permanentemente atascado en 0 o en 1, respectivamente. Los estados de la válvula y del sensor, insertados antes de llegar a la configuración siguiente son estados transitorios. El sensor SP10 funciona de manera dual y su modelo se denota como  $G_3$ , con las fallas  $G0$  and  $G1$ . La partición de falla es definida como  $F_1=\{g0\}$ ,  $F_2=\{g1\}$ ,  $F_3=\{G0\}$ ,  $F_4=\{G1\}$ ,  $F_5=\{SO\}$  y  $F_6=\{SC\}$ .

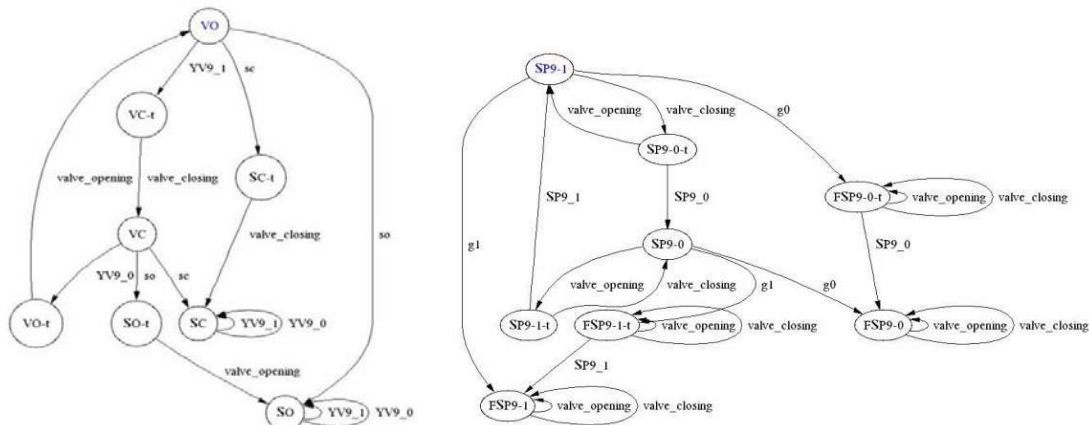


Figura 2- Modelo de la válvula YV9 ( $G_1$ ) y el sensor SP9 ( $G_2$ ).

Los diagnosticadores modulares,  $G_{d1}$  y  $G_{d2}$ , a partir de los cuales se obtienen las bases modulares de crónicas, se muestran en la Fig. 3. El evento observable artificial STOP modela la ocurrencia de un *no evento* en el sistema real.

Supongamos que se observa la secuencia  $YV9_1, STOP, SP9_0, STOP, SP10_1, STOP$ . El módulo 1 reconoce la crónica  $c_1: (S_1 = \{(YV9_1, ?t_1), (STOP, ?t_2), (SP9_0, ?t_3), (STOP, ?t_4)\})$ , con  $T_1 = \{?t_2-?t_1 \in ]0, T_{max}], ?t_3 > ?t_1 + T_{max}, ?t_4 - ?t_3 \in ]0, T_{max}], ?t_1 < ?t_2 < ?t_3 < ?t_4\}$ , asociada a la macrofalla  $\{F1F5, F1F6\}$ . *?var* significa que *var* es una variable. El módulo 2 reconoce la crónica  $c_2: (S_2 = \{(YV9_1, ?t_1), (STOP, ?t_2), (SP10_1, ?t_3), (STOP, ?t_4)\})$ , con  $T_2 = \{?t_2 - ?t_1 \in ]0, T_{max}], ?t_3 > ?t_1 + T_{max}, ?t_4 - ?t_3 \in ]0, T_{max}], ?t_1 < ?t_2 < ?t_3 < ?t_4\}$ , asociado a la macrofalla  $\{F4F5, F4F6\}$ . El diagnosticador global, que realiza la fusión sobre las macrofallas, obteniendo la macrofalla  $\{F1F4F5, F1F4F6\}$ . Esto significa que se han producido las fallas  $F1, F4$  y  $F5$ , ó  $F1, F4$  y  $F6$ , es decir  $F1$  y  $F4$  han ocurrido con certeza.

## 6 CONCLUSIÓN

Este trabajo aborda el problema de diagnóstico de fallas de una clase de sistemas de control mediante la aplicación de un enfoque basado en el reconocimiento de crónicas sobre una descomposición modular particular del sistema. La primera contribución de este trabajo es la

proposición de un procedimiento basado en modelo para obtener las firmas de fallas que permitan identificar una base modular de crónicas diagnosticable. Como una segunda contribución, se establece un protocolo de coordinación que combina los diagnósticos locales para llegar a un diagnóstico global.

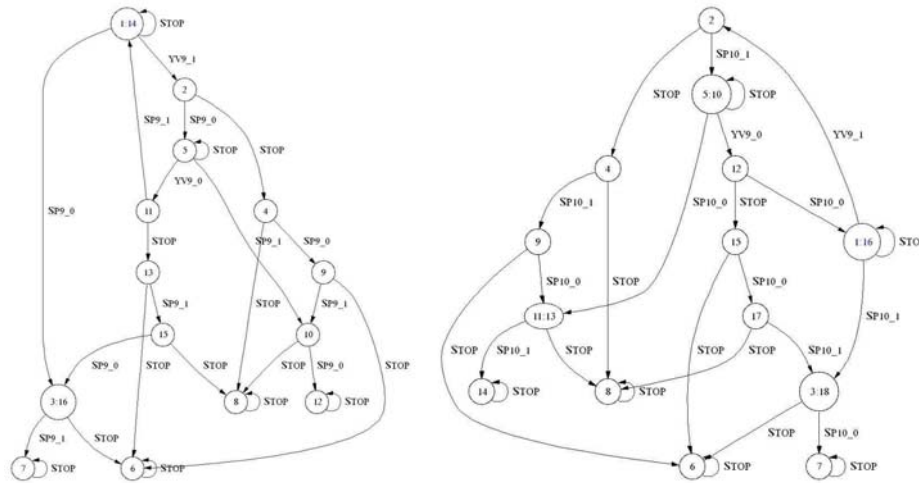


Figura 3- Diagnosticadores locales  $G_{d1}$  (izquierda) y  $G_{d2}$  (derecha).

### Agradecimientos

Agradecemos el soporte del CDCHT-ULA a través del proyecto No. I-1237-10-02-AA.

### REFERENCIAS

- [1]. Sampath, M., Sengupta, R., Lafortune, S., Sinnamohideen, K., & Teneketzis, D., Failure Diagnosis Using Discrete-Event Models. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 4, n. 2, pp. 105-124, 1996.
- [2]. Ferrarini, L., Brusa, R., & Veber, C., A pragmatic approach to fault diagnosis in hydraulic circuits for automated machining: a case study. In *IEEE CASE 2008, the 4th annual IEEE Conference on Automation Science and Engineering*. Washington DC, USA, 2008.
- [3]. Cerrada, M., Ferrarini, L., & Dedé, A., Modular fault diagnosis using Temporized Analysis for a Class of Discrete Event Systems. In *12th LSS Large Scale Systems: Theory and Applications Symposium*. Villeneuve d'Ascq. France, 2010.
- [4]. Cordier, M., Le Guillou, X., Robin, S., Rozé, L., & Vidal, T., Distributed Chronicles for On-line Diagnosis of Web Services. In *The 18th International Workshop on Principles of Diagnosis (DX-07)*. Nashville, TN, USA, 2007.
- [5]. Pencilé, Y., & Subias, A., A Chronicle-based Diagnosability Approach for Discrete Timed-event Systems: Application to Web-Services. *Journal of Universal Computer Science*, vol. 15, n. 17, pp. 3246-3272, 2009.

## AN ENCRYPTION MODEL BASED ON THE MULTILAYER RANDOM NEURAL NETWORK

**Jose Aguilar**  
**Cristhian Molina**  
*aguilar@ula.ve*  
*cristhianm@ula.ve*

CEMISID, Departamento de Computación, Escuela de Ingeniería de Sistemas  
Universidad de Los Andes Mérida, 5101. Venezuela

**Abstract.** *We propose in this paper an encryption mechanism based on the multilayer random neural networks (MRNN), where each layer is responsible of a part of the encryption or decryption processes. The use of MRNN is the point of differentiation from other encryption and decryption algorithms. In particular, the neural model is stochastic.*

**Keywords:** cryptography, neural encryption model, random multilayer artificial neural network

### 1. INTRODUCTION

Artificial neural networks have been used to solve many problems, thanks to the characteristics that they represent. A general process of neural cryptography is to assign a multilayer artificial neural network to each one of the actors in the communication process, and through a process known as mutual learning to make these to synchronizer [1]. W. Yu and others propose another model of encryption based on the Hopfield neural network, this model generates binary sequences used as a mask for plain texts [2]. Later studies from universities in China indicates that this model is not so sure, since from a cryptographic point of view it was found that can be easily broken by plaintext attacks or brute force [1]. There are other papers in the literature about neural cryptography, but the most relevant to our work are those presented above.

In this paper we propose to use the MRNN, an extension to the RNM (Random Neural Model) [3, 4, 5]. Using its property of learning we obtain an encryption system in which the content of the encrypted information is distributed through the weights of the neural model. The use of the MRNN allows us establishing an encryption stochastic model, which gives great strength to the encryption system.

## 2. THE MRNN

The MRNN is defined by a set of layers (see [6]). The variables  $c_e$  represent the input layer,  $c_s$  the output layer, and  $c_i$  the  $i$  hidden layer of the neural network,  $n_e$  represents each neuron in the input layer,  $n_i$  each neuron in the  $c_i$  layer, and  $n_s$  each neuron of the output layer. The number of neurons in the first layer is the same number as in the last layer, and so on. The two arcs of a neuron to another in the next layer represent the positive ( $w^+$ ) and negative weights ( $w^-$ ). In our extension,  $q(c_e, n_e)$  represents the probability of excitation of the neuron  $n_e$  in the  $c_e$  layer.

$$q(c_e, n_e) = \frac{\lambda^+(c_e, n_e)}{r(c_e, n_e) + \lambda^-(c_e, n_e)} \quad (1)$$

Where  $r(c_e, n_e)$  is the rate of signals emission of the neuron,  $\lambda^+(c_e, n_e^i)$  is the sum of positive signals arrive to the neuron and  $\lambda^-(c_e, n_e^i)$  is the sum of negative signals arrive to the neuron. The input to the MRNN is  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_{N_e}\}$ , where  $x_i \in [0,1]$ . For the input layer we assume that  $r(c_e, n_e) = 1$ ,  $\lambda^+(c_e, n_e^i) = x_i$  and  $\lambda^-(c_e, n_e^i)$  is zero, so  $q(c_e, n_e) = x_i$ . From the second layer to the penultimate layer, the excitation formula of a neuron is ( $N_i$  is the total number of neurons in each layer  $c_i$ ).

$$q(c_{i+1}, n_{i+1}) = \frac{\sum_{n_i=1}^{N_i} q(c_i, n_i) w^+(c_i, n_i; c_{i+1}, n_{i+1})}{\sum_{n_{i+2}=1}^{N_{i+2}} (w^+(c_{i+1}, n_{i+1}; c_{i+2}, n_{i+2}) + w^-(c_{i+1}, n_{i+1}; c_{i+2}, n_{i+2})) + \sum_{n_i=1}^{N_i} q(c_i, n_i) w^-(c_i, n_i; c_{i+1}, n_{i+1})} \quad (2)$$

And, for the last layer if we assume that the penultimate layer is  $c_{i+3}$ , and because in this last layer appears  $\lambda(c_s, n_s)$  (external signals), the excitation equation is:

$$q(c_s, n_s) = \frac{\sum_{n_{i+3}=1}^{N_{i+3}} q(c_{i+3}, n_{i+3}) w^+(c_{i+3}, n_{i+3}; c_s, n_s)}{\sum_{n_{i+3}=1}^{N_{i+3}} q(c_{i+3}, n_{i+3}) w^-(c_{i+3}, n_{i+3}; c_s, n_s) + \lambda(c_s, n_s)} \quad (3)$$

### 2.1 MRNN Learning Scheme

To update the weights we use the gradient descent. The updating of the output layer is:

$$w^+(c_{i+3}, n_{i+3}; c_s, n_s)^{t+1} = w^+(c_{i+3}, n_{i+3}; c_s, n_s)^t + \mu \delta_s^+ \quad (4)$$

$$w^-(c_{i+3}, n_{i+3}; c_s, n_s)^{t+1} = w^-(c_{i+3}, n_{i+3}; c_s, n_s)^t - \mu \delta_s^- \quad (5)$$

Where, 
$$\delta_s^+ = (y_s^d - q(c_s, n_s)) \frac{\partial(q(c_s, n_s))}{\partial \lambda^+(c_s, n_s)} \frac{\partial \lambda^+(c_s, n_s)}{\partial w^+(c_{i+3}, n_{i+3}; c_s, n_s)} \quad (6)$$

$$\delta_s^- = (y_s^d - y_s) \frac{\partial(q(c_s, n_s))}{\partial \lambda^-(c_s, n_s)} \frac{\partial(\lambda^-(c_s, n_s))}{\partial w^-(c_{i+3}, n_{i+3}; c_s, n_s)} \quad (7)$$

For the hidden layers we make a generalization, since it is the same until the input layer (for more details see [6]). Only the last hidden layer has a particular mathematical expression:

$$\begin{aligned}
 w^+(c_{i+2}, n_{i+2}; c_{i+3}, n_{i+3})^{t+1} &= w^+(c_{i+2}, n_{i+2}; c_{i+3}, n_{i+3})^t \\
 &+ \mu \delta_{i+3} \frac{\partial q(c_{i+3}, n_{i+3})}{\partial \lambda^+(c_{i+3}, n_{i+3})} \frac{\partial \lambda^+(c_{i+3}, n_{i+3})}{\partial w^+(c_{i+2}, n_{i+2}; c_{i+3}, n_{i+3})}
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 w^-(c_{i+2}, n_{i+2}; c_{i+3}, n_{i+3})^{t+1} &= w^-(c_{i+2}, n_{i+2}; c_{i+3}, n_{i+3})^t \\
 &- \mu \delta_{i+3} \frac{\partial q(c_{i+3}, n_{i+3})}{\partial \lambda^-(c_{i+3}, n_{i+3})} \frac{\partial \lambda^-(c_{i+3}, n_{i+3})}{\partial w^-(c_{i+2}, n_{i+2}; c_{i+3}, n_{i+3})}
 \end{aligned} \tag{9}$$

Where

$$\delta_{i+3} = \sum_{n_s=1}^{N_s} (y_s^d - y_s) \frac{\partial q(c_s, n_s)}{\partial q(c_{i+3}, n_{i+3})} \tag{10}$$

### 3. UTILIZATION OF THE MRNN LIKE ENCRYPTION MODEL

#### 3.1 Adaptation of the MRNN like a Cryptography Model

The encryption model proposed is based on several stages, the first step is to create a code combination, that represents a lock. The next step is to create two keys, one to encrypt and another to decrypt the information. This is accomplished by first training the neural network with the information (pattern) we want to encrypt. For this, the pattern is divided into blocks and for each block we construct a MRNN. After, we carry out the learning process of each MRNN. Then, each MRNN is divided into two parts: a first part called sender key, responsible for producing excitation signals needed by the second part to generate the correct output; and a second part called receiver key, which with the signals of excitation of the sender key received can recover the information that the entire network had learned in the learning phase.

Encryption is carried out by introducing in the sender key the same flat file that the network had learned. The output generated by this key is the activation file of the receiver key. These signals are only understandable by the receiver key, and are necessary to initialize the input layer of this key in order to recover the flat file from the synaptic weights that it has. This process is carried out for each block of pattern to encrypt, and finally we connect all the outputs of each block in order to recover the original pattern. The decryption process is successful when the receiver key can activate the layer 1 correctly due to the activation file, and generate the desired output. The advantage of using MRNN in this encryption model is that if an intruder steals the encrypted message, by the stochastic propriety of the MRNN, it is impossible for the attacker to know what sequence of bits may correspond to a series of synaptic weights.

#### 3.2 Algorithms of the cryptosystem

The algorithm is divided into 3 parts: one section is devoted to learn the selected patterns, another is dedicated to encryption, and the last to the decryption. When we select a file to be encrypted, before training we need translate this file to bits, and from these creates a text file with binary values. From that, the text file created will be divided into blocks which can vary from 8 bits to n,

where  $n$  is a multiple of 8 and less than the number of bits that has the pattern to encrypt. We create MRNN as many blocks have been defined. Once the pattern divided into blocks, we proceed to train each MRNN. At the end of the learning process we create two files: a receiver key and the sender key. The next macro-algorithm describes the learning phase:

1. Translate the flat file into a format understandable by the MRNN.
2. Divide the bits in the flat file into blocks.
3. Repeat until to process the total number of blocks:
  - Initialize the synaptic weights randomly with values between 0 and 1.
  - Repeat until the least squares error is less than a predefined threshold:
    - Calculate the excitation function for each neuron of each layer.
    - Calculate the least square error of the output layer.
    - Update the synaptic weights of each layer.
  - Save the synaptic weights of this phase of training in order to create the sender and receiver keys.

The encryption algorithm with the sender key is:

1. Translate the plain text into a format understandable by the MRNN.
2. Divide the bits in the flat file into blocks.
3. Repeat until to process the total number of blocks
  - Initialize the synaptic weights with the file of the sender key (these are the weights of each MRNN trained with the text to send).
  - Calculate the excitation function for each neuron of each layer.
  - Save the output of the last layer in a file called activation file.

The activation file is the output produced by the MRNN of the sender key, it is sent with the receiver key. The macro-algorithm of the decryption process is:

1. Receive the activation file as input to the MRNN of the receiver key.
2. Repeat until to process the total number of blocks:
  - Initialize the synaptic weights with the receiver key file.
  - Calculate the excitation function of the neurons in the key of the receiver.
  - Save the last layer in a file called flat file.
3. Translate the output to recover the original file.

## 4. TESTS AND RESULTS ANALYSIS

### 4.1 Security of the MRNN neuronal cryptosystem

In this section we attack the system to brute force. The key space size is determined by the number of neurons in each layer and the depth of the synaptic weights.  $w$  refer as the depth of the weights, which is given by positive real numbers (as we have double connections because we have positive and negative signals, in total we have  $2(w+1)$ ). The total number of possible results for a satisfactory training for a receiver key is:  $2(w+1)^{N_1 \dots N_s}$ , for  $N_1$  the number of neurons in the first layer of the receiver key, and  $N_1 + \dots + N_s$  are the neurons of the second half of the layers of the MRNN, respectively.

To calculate the depth of  $w$ , one must first know that we use real numbers with 6 decimals, therefore, to move from 0.000001 to 1 is required of 999999 numbers. The following table shows the space of possible values of the synaptic weights (receiver key) during a brute force attack for different sizes of blocks in a 4-layer MRNN.



**Table 1.** Keys space for the receiver key

Blocks size (bits)	depth of w	Size of N1	Size of N2	Keys space
8	1000000	4	8	4.2951047370837970820082360488714x10201
16	1000000	8	16	3.403259258298355897835980721396x10806
32	1000000	16	32	1.34146744818567403053317309832x103226

A powerful computer as the Cray XT5 'Jaguar' at Oak Ridge National Laboratory ([7], provide 2.3 petaflop per second theoretically, and 1.75 petaflop per second in the tests carried out. In Table 2 we calculate how long it would theoretically for this super-computer to test every possible key of our system (for a MRNN of 4 layers.

**Table 2.** Brute force attack for the receiver key

Blocks sizes (bits)	Keys space	Time needed to go through all the keys for jaguar (sec).
8	4.2951047370837970820082360488714x10201	2.4543455640478840468618491707836x10186
16	3.403259258298355897835980721396x10806	1,9447195761704890844777032693697x10791
32	1.34146744818567403053317309832x103226	7,6655282753467087459038462761623x103210

If an intruder steals the activation file and not the receiver key, for a brute force attack on the receiver key the intruder would have to make a number of calculations for a space of possible keys of the receiver key very large (see Table 2), it is impractical to test all keys. It is the computing time required for a single MRNN.

#### 4.2 Comparisons with other works

Our encryption approach is much more robust than the DES in terms of brute force (see table 3). Our proposition using RNN for the same file encrypted several times, the synaptic weights of the receiver key of each learning changes due to the property of randomness that is inherent to the MRNN. The strength of DES regarding our proposal is that the encrypted file by MRNN model is much heavier than the original file. DES when encrypting the text does not change the size that this had. The AES algorithm is almost equal to the DES, only the AES encryption key is 128 bits (see table 3), making it more secure than DES [7]. Our model can use different sizes, however, a size of 64 has more space of possible keys to be factorial, for this reason our approach is better than AES against brute force attack. The RSA algorithm belongs to the asymmetric cryptography (see table 3), the keys that use this model are not less than 1024 bits to obtain the same results that would have a 128-bit symmetric key [7], reflecting the strength of our proposal over the RSA in a brute force attack.

**Table 3.** Comparisons with other works

Problem	DES	AES	RSA	Our approach
Keys Size	56 bits,	128-bit, the key space is large	1024 bits, the key space is large.	64 blocks, the biggest key space
Encrypt. file size vs. original file	Same size.	Same size.	Increase the size [9, 10].	Increase the size more than RSA.
Repeat the same ciphertext for the same input	Yes	Yes	Yes	Not

## 5. CONCLUSIONS

We have proposed a model of encryption based on dividing a MRNN into 2 parts, in order to obtain a sender key and a receiver key. The number of neurons in each layer is decisive in the learning phase, a larger number of neurons imply a slower training. In the comparisons made with other commercially successful works, such as DES, AES and RSA, was found under a brute force attack our proposal is better than AES (the most robust of the 3). The main disadvantage of our approach is the size of the encrypted file (it is very large).

The MRNN works very well for discontinuous spaces. The MRNN learns the original file (which will be encrypted), under a stochastic scheme of manipulation of the weights resulting from this learning process. The approach works well in environments of high entropy, as is the random world of cryptography. Finally, the model MRNN proposed able to learn multiple patterns in a training session. With this ability the proposed encryption model gains potential.

## REFERENCES

- [1]. Kanter, I., Secure exchange of information by sychronization of neural networks. *Europhysics Letters*, vol. 57. n. 1, pp. 141-147, 2002.
- [2]. Wen Yu, J., Cryptography based on delayed chaotic neural networks. *Physics Letters*. vol. 356 , pp. 333-338, 2006
- [3]. Aguilar, J., A color pattern recognition problem based on the multiple classes random neural network model. *Neurocomputing*, vol. 61, pp. 71-83, 2004.
- [4]. Aguilar, J. Learning Algorithm and Retrieval Process for the Multiple Classes Random Neural Network Model. *Neural Processing Letters*, vol. 13, pp. 81-91, 2001.
- [5]. Gelenbe, E. *Theory of the random neural network model*. *Neural Networks: Advances and Applications*, North Holland, 1991.
- [6]. Aguilar, J. *The Multilayer Random Neural Network*, submitted to publication, 2010
- [7]. Stallings, W., *Fundamentos de Seguridad en Redes, Aplicaciones y Estándares*. Pearson, 2004.

## LIBRERÍA PARA LA UTILIZACIÓN DE REDES NEURONALES DE TIPO PERCEPTRÓN MULTICAPA CON LISTAS MULTINIVEL EN C++

### **Sebastián Tovar**

*sebastian.tovar@gmail.com*

Departamento de Ingeniería Informática. Decanato de Docencia, Universidad Nacional Experimental del Táchira Av. Universidad, San Cristóbal-Venezuela

### **Juan Mantilla**

### **María Valero**

### **José Clemente**

*jmantill@unet.edu.ve*

*mvalero@unet.edu.ve*

*jclement@unet.edu.ve*

Grupo de Bioingeniería, Decanato de Investigación. Universidad Nacional Experimental del Táchira Av. Universidad, San Cristóbal-Venezuela

**Resumen.** *Se describe el desarrollo de una librería para la utilización de redes neuronales de tipo Perceptron Multicapa, con el método de entrenamiento de Backpropagation. Para el desarrollo se utilizó una multilista de dos niveles como arquitectura donde el nivel principal corresponde a la lista de neuronas existentes en la red y el segundo nivel corresponde a una sublista donde se guardan las conexiones o sinapsis asociadas a la neurona de la misma. Durante la fase de pruebas de la librería, se tomó como caso de estudio el reconocimiento de vocales del alfabeto latino provenientes de imágenes sintéticas, se desarrolló una interfaz que utiliza C++ y, Fast Light Toolkit (FLTK) como esquema de programación y desarrollo de interfaz gráfica respectivamente. Se entrenaron cinco arquitecturas de red, con 55 imágenes de cada vocal, teniendo como un total 275 patrones por etapa. Se estableció como coeficiente de aprendizaje 0,4 y como error medio cuadrático mínimo 0,01. Las configuraciones de las pruebas en el orden (entradas, neuronas en la primera capa oculta, neuronas en la segunda capa oculta y salidas) fueron las siguientes: 1) (225-105-105-5), 2) (255-105-100-5), 3) (225-100-100-5), 4) (225-105-95-5) y (225-100-95-5). Resultados arrojaron que las arquitecturas 2 y 5 tienen los porcentajes más altos de acierto, con una capacidad de generalización sobre el 87%, y un nivel de aserción del 93%.*

**Palabras Claves:** Red Neural, perceptrón, backpropagation, Listas Multinivel, librería.

## 1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años las Tecnologías de la Información y la Comunicación han cambiado las formas de almacenamiento de la información. Actualmente, la mayor parte de los procesos de una empresa se hacen de forma digital, reduciendo el nivel de error y la redundancia en los datos de los procesos realizados en la misma. El problema radica en la información que se encuentra en medios físicos, como el papel, mucha de ella elaborada a mano, la cual debe ser digitalizada, de una forma sencilla y rápida; el procesamiento de manuscritos ha recibido menor atención en este ámbito, probablemente, a la naturaleza cursiva que hace más difícil su interpretación de forma automática [1]. Es por esta razón que se han buscado formas de crear tecnologías que automaticen el proceso, surgiendo las aplicaciones de Reconocimiento Óptico de Caracteres (OCR). Con base en lo anterior, se presenta la elaboración de una librería para el reconocimiento automático de texto manuscrito, haciendo uso de redes neurales y teniendo como entrada imágenes de letras ya segmentadas.

## 2. MÉTODO

### 2.1. Preprocesamiento

Dentro de esta fase se implementaron los algoritmos de conversión de imágenes de tipo BMP a imágenes RAW, ya que las fases posteriores parten de una imagen RAW como entrada a las mismas. La librería tiene la capacidad de recibir imágenes BMP de 24 y 8 bits, que posteriormente son convertidas en formato RAW para su procesamiento.

### 2.2 Reconocimiento.

En esta etapa se procedió a elaborar e implementar una red neural clásica con dos capas ocultas, que funcionará de forma completamente dinámica; en la cual, el usuario puede variar la cantidad de neuronas existentes en cada capa. Para esto, se estudiaron las diferentes formas de implementación de redes neurales y se buscó la manera más dinámica para su ejecución. Cuando se estudiaron las redes neurales se descubrió que su arquitectura puede ser implementada por medio de una estructura de datos, ya que esta funciona de manera similar a un grafo. Por esta razón se partió con la premisa de buscar formas dinámicas de implementar este tipo de datos.

Se inició el proceso de implementación y se determinó la utilización de una multilista de dos niveles como arquitectura. Donde el nivel principal corresponde a la lista de neuronas existentes en la red y el segundo nivel corresponde a una sub-lista donde se guardarían las conexiones o sinapsis asociadas a la neurona de la misma.

**Creación de la red neural.** Consiste en la creación de la multilista de la red dado los parámetros necesarios por parte del usuario. La creación de la estructura de la red puede efectuarse de dos formas: de forma Manual, donde el usuario crea la red enviando los parámetros necesarios al método que las crea. Como lo son: Alto y Ancho de la imagen, Número de neuronas de la primera capa oculta, Numero de neuronas de las segunda capa oculta. Cantidad de neuronas de salida de la red. Una segunda forma de creación mediante la carga de un archivo: El usuario envía la dirección del archivo donde se encuentra la información de la red, este corresponde a un

archivo binario que debió ser generado por la librería en una ejecución anterior, donde se guardaron los pesos, las letras a reconocer y las variables de inicialización de la multilista.

Una vez suministrados los datos de inicialización de la red, la librería se encarga de la construcción de la misma: Se crea la lista principal que representan a las neuronas, se hacen tantos nodos como neuronas en total existan. Se crean las conexiones de la red, mejores conocidas como sinapsis. En cada neurona origen se crean tantas sinapsis como neuronas en la capa siguiente existan. En esta fase también se crea una sinapsis con la misma neurona que va funcionar como neurona BIAS. El cálculo de los pesos iniciales de la red vienen dados de forma aleatoria con valores entre 0 y 1 o son proporcionados por el archivo de carga según sea el caso. De esta forma la estructura de la red es finalmente construida

**Ejecución de la Red.** El algoritmo de reconocimiento es utilizado para la obtención de resultados, a partir de un arreglo de flotantes que funcionan como entrada a la red neural, cada posición del arreglo va ser el valor adoptado por cada nodo tipo neurona. Luego de ello se procede a hallar el valor de las neuronas de la capa siguiente. Cuando los valores de las neuronas de la primera capa oculta son hallados, se calcula la función de transferencia y el resultado de la misma, que junto al peso van a servir para hallar los valores de las neuronas de la capa siguiente. La función de transferencia elegida para la red neural desarrollada es la sigmoidea. Todos estos pasos se repiten de forma análoga, en el recorrido de las neuronas siguientes, hasta la obtención de la salida de la red, cuyo valor es guardado en un arreglo de flotantes y es retornado al usuario final.

Efectuado el reconocimiento se hace necesaria la limpieza de la red, dejando solo los valores de los pesos y todos los punteros hacia las otras neuronas.

### 2.3 Entrenamiento.

El entrenamiento de la red tiene similitud con el proceso de ejecución de la red con la diferencia, que se sigue un proceso extra de recálculo de pesos. En esta investigación se optó por aplicar la técnica *Backpropagation*, el cual es un método de aprendizaje supervisado altamente utilizado en el reconocimiento de patrones [2].

Partiendo por los aspectos generales de este tipo de entrenamiento, se hace necesario el suministro del error mínimo, coeficiente de aprendizaje y el número máximo de épocas que puede durar el entrenamiento. Toda esta información debe ser suministrada por parte del usuario final. Estos valores controlaran directamente el número de iteraciones que se van a generar durante el mismo.

El algoritmo iterará hasta que el número de épocas máximo haya sido sobrepasado o cuando el Error Medio Cuadrático sea menor al error mínimo suministrado anteriormente. Cada vez que finaliza una época, un archivo de pesos es resguardado para su posterior uso. Se calcula el error de la salida o delta, comparando el resultado obtenido con el resultado deseado, el cual debe ser suministrado por el usuario. El delta es calculado por medio del uso de derivadas parciales.

Después del cálculo de los deltas de salida se hace necesario, el cálculo de los deltas de las capas anteriores. Donde se hacen necesarios los deltas obtenidos en la capa posterior, los pesos de cada sinapsis, y el valor de activación obtenido en el reconocimiento.

Para el entrenamiento de prueba de la red neural, se procedió a estudiar las imágenes que se iban a usar en el entrenamiento y en el reconocimiento. Se varió el tamaño de entrada a la red por medio de la interpolación del vecino más próximo. Se probaron con tres tamaños diferentes de

imagen, y se determinó que el tamaño ideal de entrada a la red recomendado fue 15 x 15 píxeles ya que, la imagen de este tamaño tiene una cantidad de píxeles razonable y no presenta exceso o falta de información. De esta forma el número de neuronas de entrada a la red es igual a 225. La cantidad de neuronas de salida corresponde al número de caracteres a reconocer.

La red tiene posibilidad de caer en mínimos locales o de tener un aprendizaje muy lento durante el entrenamiento. Si el coeficiente de aprendizaje es alto se corre el riesgo que la red converja en una solución rápida pero cayendo en un mínimo local y si el coeficiente es muy bajo la red va demorar mucho tiempo en conseguir una solución por lo que el número de iteraciones aumenta [3]. Es por esto que se estableció como coeficiente de aprendizaje 0,4 y como error medio cuadrático mínimo 0,01 o 1 por ciento que representan valores medios para el aprendizaje [4].

Efectuar el proceso de entrenamiento no es sencillo por parte del usuario final ya que la calidad en los resultados de la red, depende mucho de la cantidad de neuronas presentes en la capa oculta, así que se tienen que probar varias arquitecturas para elegir la que mejor arroje resultados.

## 2.4 Implementación.

En esta fase de desarrolló una interfaz de prueba que implementó la librería elaborada, donde se observa su funcionamiento básico junto con otras librerías auxiliares demostrando la completa integración de la misma con cualquier tipo de aplicación que la necesite. La interfaz de reconocimiento es de tipo gráfica, donde se emplearon las librerías FLTK y VTK.

## 3. DISCUSIÓN Y ANALISIS DE RESULTADOS

Durante la fase de pruebas de la librería, se entrenaron cinco arquitecturas de red, con 55 imágenes de cada vocal, teniendo como un total de 275 patrones por etapa. Luego de ello se procedió a ejecutar la red entrenada con el conjunto de imágenes usado durante entrenamiento, y con un grupo nuevo de 275 imágenes con ruido y cierta inclinación, para probar la efectividad del entrenamiento y la capacidad de generalización de la red. Las pruebas fueron realizadas en una computadora, con un procesador Intel Core I3-350M con 2,26 GHz, memoria RAM DDR3 de 3Gb, bajo el sistema operativo Windows 7 de 32 bits.

El número de épocas en las que los entrenamientos convergieron se muestra en siguiente tabla.

**Tabla 11.** Número de épocas por arquitectura.

Arquitectura	Nº Épocas
(225-105-105-5)	28
(255-105-100-5)	25
(225-100-100-5)	27
(225-105-95-5)	27
(225-100-95-5)	20

A continuación se muestran los resultados obtenidos en las 5 arquitecturas.

**Tabla 2.** Resultados de los entrenamientos con las cinco arquitecturas propuestas.

N°	Arquitectura	Valores Entrenamiento		Valores con Ruido		Total	
		Aciertos	Fallos	Aciertos	Fallos	Aciertos	Fallos
1	(225-105-105-5)	270	5	240	35	510	40
2	(255-105-100-5)	272	3	241	34	513	37
3	(225-100-100-5)	267	8	225	50	492	58
4	(225-105-95-5)	271	4	255	20	526	24
5	(225-100-95-5)	272	3	246	29	518	32

En la Tabla 2, se observa con respecto a los valores de entrenamiento que, las arquitecturas 2 y 5 tienen los porcentajes más altos de acierto. Sin embargo, con respecto a los valores con ruido y en el total general la arquitectura 4 es la mejor. Al momento de elegir cual arquitectura de red es la más óptima, es necesario tener en cuenta su capacidad de generalización, es decir, la capacidad de la misma de reconocer valores que no procesó durante el entrenamiento. Cuya premisa es el propósito general de este tipo de investigaciones. De esta forma, la arquitectura de red elegida es la número 4, ya que su capacidad de generalización es la más alta y también porque fue la que arrojó los porcentajes de acierto general más elevados observándose en la (Fig. 1).

**Valores Entrenamiento**

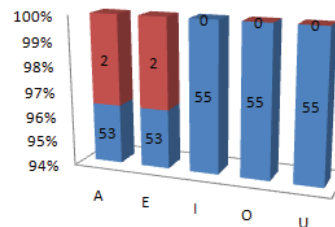


(a)

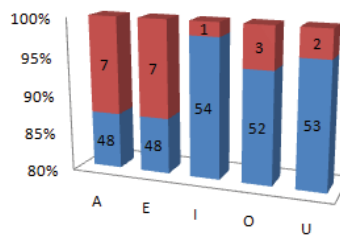
**Valores con Ruido**



(c)



(b)



(d)

Figura 1 - Resultados entrenamiento arquitectura (225-105-95-5). (a) Porcentaje total de aciertos con los valores de entrenamiento, (b) Porcentaje de aciertos con los valores de entrenamiento sectorizado por letras, (c) Porcentaje de aciertos con valores con ruido, (d) Porcentaje de aciertos con los valores de ruido sectorizado por letras.

Observando los resultados mostrados en la Fig. 1 se puede decir que la red implementada, tiene una capacidad de generalización alta, donde la aceptación de caracteres más bajo está sobre el 87%, y en general se observa un nivel de aserción del 93%. De esta forma se puede decir que la librería puede lograr un excelente desempeño si el usuario tiene los conocimientos suficientes sobre el funcionamiento de una red neural, y las imágenes segmentadas son de buena calidad. En cuanto el tiempo de ejecución de las épocas, con la arquitectura planteada el tiempo fue aproximadamente de 3 segundos por época, lo que en total dio un tiempo de entrenamiento aproximado de un minuto y treinta segundos.

#### 4. CONCLUSIONES

El trabajo realizado ha permitido desarrollar una librería de reconocimiento automático de texto manuscrito, usando una red neural implementada de forma dinámica, que la hace altamente adaptable a las necesidades del usuario final. Siendo una herramienta que puede ser usada en el desarrollo de un OCR evitándole al programador la programación del proceso de reconocimiento. Los datos de entrada corresponden a imágenes de caracteres manuscritos, los cuales debieron ser procesados, para adaptarlos como entrada a la red neural y para evitar problemas de distorsión de la información con cualquier imagen. Cabe destacar, que la calidad de la imagen y la uniformidad entre las mismas, juegan un papel muy importante a la hora de elevar la precisión en el reconocimiento.

La red neural de tipo Perceptron Multicapa, es una arquitectura bastante eficiente para el reconocimiento de patrones. Éste, integrado al procesamiento previo de las imágenes utilizadas como entradas a la red, hacen de esta arquitectura una de gran potencial para el desarrollo de aplicaciones de tipo OCR.

El producto final tiene la capacidad de integrarse a otras librerías y herramientas, como se comprobó en la fase de implementación; la integración de la misma con librerías de procesamiento de imágenes, como VTK y FLTK hace de esta una buena opción para el programador que lo requiera.

#### REFERENCIAS

- [1].Saeed, K & Albakoor, M. Region growing based segmentation algorithm for typewritten and handwritten text recognition. *Applied. Soft Computing*. J, 2008
- [2].Álvarez, L. Fundamentos de inteligencia artificial. *España: Universidad de Murcia*, 1994.
- [3].Flórez, R. & Fernández, J. Las Redes Neuronales Artificiales. *Netbiblo*, 2008
- [4].Pino, R., Gómez, A. & Abajo, N. Introducción a la inteligencia artificial: sistemas expertos, redes neuronales artificiales y computación evolutiva. *Servicio de Publicaciones, Universidad de Oviedo*, 2001.



## SIMULADOR DE TAREAS PARA UN SISTEMA MULTI-ROBOTS COMPUESTO POR MANIPULADORES

**Angel Zambrano**

**Angel Gil**

**Marcey García**

*angel.zguerrero@gmail.com*

*agil@unet.edu.ve*

*jmgarcia@unet.edu.ve*

Laboratorio de Prototipos, Decanato de Investigación, Universidad Del Táchira  
Paramillo, San Cristóbal, Edo. Táchira – Venezuela.

**Resumen.** *El presente trabajo describe el desarrollo de un simulador 3D de manipuladores industriales, específicamente para dos tipos de brazos: antropomórfico RX60 y SCARA. La aplicación permite modelar celdas de trabajo, donde uno o más manipuladores llevarán a cabo una serie de acciones que simularán la ejecución de una o más tareas. La celda de trabajo podrá estar formada por uno o más brazos, soportes, sensores, bloques (tareas) y bandas transportadoras, que permitirán bajo la filosofía del mundo de bloques modelar la tarea a ser ejecutada por el sistema. La posición y orientación de los manipuladores fue determinada por medio de configuraciones con solución cerrada de cinemática inversa, utilizando el método de desacople cinemático (Solución de Pieper), en donde los tres primeros grados de libertad son calculados geoméricamente y los restantes por medio de proyecciones sobre los sistemas de referencia en base a los valores de las variables calculadas anteriormente, sin hacer uso de ecuaciones no lineales. Cada manipulador, puede ser configurado por separado, mediante un intérprete de comandos que reconoce instrucciones básicas de lenguaje V+, así como estructuras de decisión y repetición, el cual fue desarrollado utilizando expresiones regulares y estructuras de datos. La herramienta permite construir la celda de trabajo mediante una interfaz gráfica orientada a objetos, donde cada elemento de la celda es un objeto 3D que el usuario puede manipular. Los manipuladores se modelaron en Blender V.2.49, se utilizó el framework para desarrollo de videos juegos XNA V.3.1 para la implementación de la interfaz gráfica, así como lenguaje de programación C# de Microsoft®.*

**Palabras claves:** Manipulador, Simulador 3D, Cinemática, Antropomórfico, SCARA.

## 1. INTRODUCCIÓN

La simulación de sistemas es de gran importancia en la actualidad y es una de las herramientas utilizadas antes de la implantación de sistemas multi – robots, que pueden ser utilizados para la automatización de procesos industriales u otras tareas del quehacer humano. Esta implantación requiere de extremo cuidado debido a que una mala configuración puede traer como consecuencia el deterioro o fallo en el funcionamiento de algún manipulador, la obtención de un producto defectuoso así como también el desperdicio de recursos. Gracias a la simulación se pueden prevenir estos posibles acontecimientos, esta herramienta ofrece la posibilidad de diseñar escenarios diferentes para celdas de trabajo de un mismo proceso, observar la ejecución de las tareas a nivel de cada manipulador y la interacción con otros elementos para así poder determinar la cantidad y tipo de manipuladores que reduzcan el consumo y costo de recursos [1]. Con base a lo anterior, la investigación se orientó al desarrollado de un simulador para sistemas multi – robot compuestos por manipuladores industriales, específicamente: antropomórficos y SCARA. Esta herramienta permite al usuario modelar celdas de trabajo con diferentes elementos entre los que se tienen las tareas a realizar (bajo la filosofía del mundo de bloques), bandas transportadoras, soportes y sensores. Pudiendo configurar cada manipulador por medio de un intérprete de comandos que reconoce sentencias básicas del lenguaje de programación V+. Cada una de estas instrucciones hacen llamadas internas al simulador el cual calcula por medio del modelo cinemático inverso el valor de las variables articulares y por medio del modelo cinemático directo se muestra en pantalla la configuración que adopta cada manipulador al ejecutar dicha instrucción.

## 2. DESARROLLO

El simulador desarrollado en la presente investigación se divide en tres módulos, los cuales se describirán a continuación.

### 2.1 Módulo de cinemática directa

En este módulo se encuentra implementado el modelo cinemático directo de cada manipulador, el cual está conformado por un conjunto de composiciones de matrices de transformación homogénea, ver *Ec. (1)* [2]. Para la representación analítica de cada uno de los sistemas de referencia relativos, asociados a cada articulación, este recibe como entrada el valor de cada una de las variables articulares para determinar espacialmente la localización del efector final del manipulador [3].

$$T = \begin{bmatrix} \text{Orientación}_{3 \times 3} & \text{Posición}_{3 \times 1} \\ \text{Perspectiva}_{1 \times 3} & \text{Escala}_{1 \times 1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Haciendo uso de la notación de Craig (1989) propuesta en Bturone, se pueden describir los modelos cinemáticos directos respecto a la base de cada manipulador de la siguiente manera:

- Para el antropomórfico se tiene:

$${}^0_1T = \text{Tras}(\hat{Y}_0, |d_1|) \text{Rot}(\hat{Y}, q_1) \quad (2)$$

$${}^1_2T = \text{Tras}(\hat{X}_1, |d_2|)\text{Rot}(\hat{X}, q_2) \quad (3)$$

$${}^2_3T = \text{Tras}(-\hat{X}_2, |d_4|)\text{Tras}(\hat{Z}_2, |d_3|)\text{Rot}(\hat{X}, q_3) \quad (4)$$

$${}^3_4T = \text{Tras}(-\hat{Y}_3, |d_5|)\text{Rot}(\hat{Y}, q_4) \quad (5)$$

$${}^4_5T = \text{Tras}(-\hat{Y}_4, |d_6|)\text{Rot}(\hat{X}, q_5) \quad (6)$$

$${}^5_6T = \text{Tras}(-\hat{Y}_5, |d_7|)\text{Rot}(\hat{Y}, q_6) \quad (7)$$

Localización del efector final:

$${}^0_6T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T {}^4_5T {}^5_6T \quad (8)$$

- Para el SCARA se tiene:

$${}^0_1T = \text{Tras}(\hat{Y}_0, |d_1|)\text{Rot}(\hat{Y}, q_1) \quad (9)$$

$${}^1_2T = \text{Tras}(\hat{Z}_1, |d_2|)\text{Tras}(\hat{Y}_1, |d_3|)\text{Rot}(\hat{Y}, q_2) \quad (10)$$

$${}^2_3T = \text{Tras}(\hat{Z}_2, |d_4|)\text{Tras}(-\hat{Y}_2, |d_5|)\text{Tras}(\hat{Y}_2, |q_3|) \quad (11)$$

Localización del efector final:

$${}^0_3T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T \quad (12)$$

Para ambos se tiene la siguiente ecuación la cual puede ser usada para determinar el sistema de referencia absoluto respecto al espacio en común para los manipuladores (sistema de referencia  $\{W\}$ ), en una celda de trabajo.

$${}^w_iT = \left(\prod_{j=1}^i {}^{j-1}_jT\right)W \quad (13)$$

Para  $i \geq 1$  e  $i \leq N^\circ$  grados de libertad ( $gl$ ), y  $W$  es una composición de matrices de transformación homogénea que representa cualquier transformación posible en el espacio de trabajo.

La Ec. (13) es utilizada por el motor gráfico para graficar cada eslabón de la cadena cinemática.

## 2.2 Módulo de cinemática inversa

Este módulo es el encargado de determinar el valor de las variables articulares a partir de una matriz de transformación homogénea  $F$ , la cual estará asociada de forma relativa a la localización espacial de la tarea actual a alcanzar por el manipulador.

Para el SCARA solo fue necesaria la aplicación del método geométrico ya que este solo cuenta con 3 grados de libertad, dicho método consiste en la proyección sobre el espacio cartesiano y haciendo uso de planos auxiliares de la estructura del manipulador para poder determinar de forma geométrica las relaciones entre la conformación morfológica y sus variables articulares [5]. Estas relaciones se expresaron en términos de arco-tangente de doble argumento, la cual es una función computacional capaz de calcular ángulos comprendidos entre  $-\pi$  y  $\pi$ . Para las dos primeras articulaciones se obtuvieron dos soluciones para cada una la combinación de estas da como resultado la configuración de codo izquierdo o codo derecho, y una solo solución posible para la ultima articulación.

En el caso del antropomórfico se propone un método alternativo, derivado del desacoplo cinemático; este consiste en separar el problema cinemático inverso en dos problemas menos complicados aplicable para manipuladores cuyos tres últimos ejes articulares se cruzan en un mismo punto conocido como punto de corte, por lo general se calculan las tres primeras variables articulares por medio del método geométrico [6]; como se hizo en este simulador y las otras tres restantes haciendo uso de sistemas de ecuaciones no lineales, determinadas a partir del modelo cinemático directo, aquí es donde se propone una solución alternativa.

Sustituyendo  $q_1, q_2$  y  $q_3$  en la Ec. (14) se obtiene un sistema de referencia  $\{Z\}$  respecto a la base del antropomórfico sobre el cual se puede proyectar el sistema de referencia representado por la transformación  ${}^0_F T$ .

$${}^0_Z T = {}^0_1 T \quad {}^1_2 T \quad {}^2_3 T \quad {}^3_A T \tag{14}$$

Donde:

$${}^3_A T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -d_5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{15}$$

Luego por medio de la Ec. (16) se transforma el sistema  $\{F\}$  sobre el sistema  $\{Z\}$ , obteniendo así un nuevo problema el cual puede ser resuelto por medio del método geométrico ver Fig. 1, para determinar los valores de  $q_4$  y  $q_5$ .

$${}^Z_F T = ({}^0_Z T)^{-1} {}^0_F T \tag{16}$$

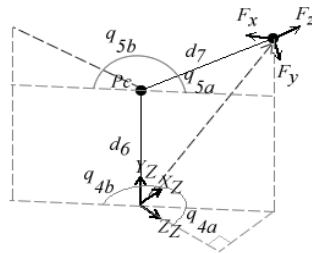


Figura 1- Proyección y relaciones trigonométricas de la localización del sistema  $\{F\}$  sobre el sistema  $\{Z\}$ .

Luego se repite este mismo procedimiento para determinar  $q_6$ .

### 2.3 Interprete de comandos V+

Este modulo es el encargado de ejecutar el código escrito en lenguaje V+; se desarrolló un intérprete de comandos, haciendo uso de expresiones regulares, para especificar cada una de las tareas a ser realizadas por el manipulador ejecutando las funciones básicas dentro del servo control para la descripción de trayectorias, esperas, localización espacial del último eslabón entre otros. Este intérprete también es capaz de ejecutar estructuras de control como toma de decisiones y ciclos, así como también declaración de variables y operaciones aritméticas o lógicas. Cada manipulador localizado en la escena tiene su propia interfaz donde se puede ingresar su propio código, es decir, cada manipulador puede ser programado por separado. [7] [8]

## 3. RESULTADOS

Para la verificación del simulador se llevaron a cabo una serie de pruebas basadas en el diseño de distintos escenarios, sobre los cuales se probaron diferentes configuraciones de los manipuladores: como brazo izquierdo, brazo derecho, codo arriba y codo abajo, así como su interacción con distintos tipos de tareas y diferentes formas de alcanzarlas, obteniendo una correcta ejecución en el 95% de las pruebas.

La aplicación desarrollada permite programar cada manipulador por separado con el objeto de coordinar su funcionamiento en el entorno de trabajo y su interacción con otros manipuladores, así como también con otros elementos del entorno.

El entorno de simulación permite visualizar en 3D el funcionamiento de los manipuladores y su interacción con los demás objetos de la celda de trabajo diseñada por el usuario. En la Fig. 2 se observa una celda de trabajo donde interactúan manipuladores antropomórficos y SCARA en la ejecución de tareas donde se ven involucradas bandas transportadoras.

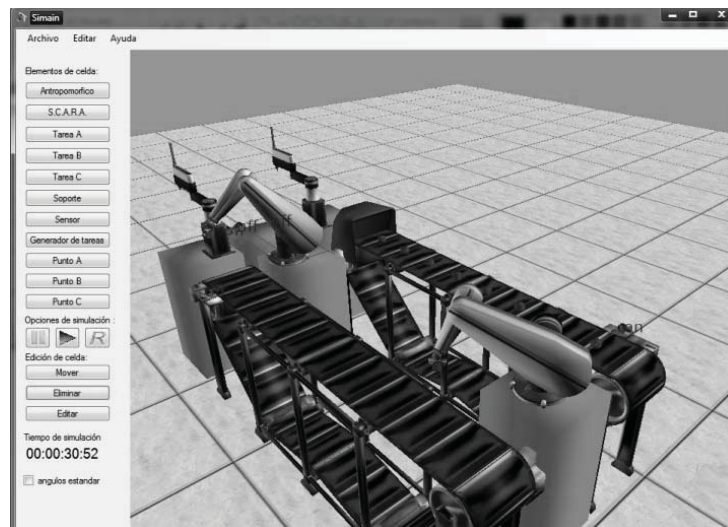


Figura 2- Entorno de simulación 3D.

## 4. CONCLUSIONES

Se desarrolló un simulador para el diseño y programación de sistemas multi – robot, aportando así una herramienta de fácil aprendizaje, instalación y manejo. Se obtuvieron las expresiones matemáticas necesarias para solventar el problema cinemático directo por medio de matrices de transformación homogénea así como también el modelo inverso, por medio del método de desacople cinemático, obteniendo así una solución analítica cerrada, la cual permite el cálculo de todas las posibles configuraciones de ambos manipuladores. Además se propuso una forma alternativa de desacoplo cinemático de doble posicionamiento, para hallar las últimas tres variables articulares de cualquier manipulador que cumpla con la condición del punto de corte.

## REFERENCIAS

- [1]. Groover, M., Weiss M., Nagel R. y Odrey N. *Robotica Industrial*. MacGraw-Hill, 1990.
- [2]. Barrientos, A., Peñin, L., Balaguer C. y Aracil R. *Fundamentos de Robótica*. Madrid: MacGraw-Hill, 1997.
- [3]. Duarte, F. *Software de simulación cinemática de brazos robóticos*. Venezuela. Universidad Nacional Experimental del Táchira, 2008.
- [4]. Bturone, A. *Robótica Manipuladores y Robots móviles*. Alfaomega, 2007.
- [5]. Kucuk, S. y Bingul, Z. The Inverse Kinematics Solutions of Fundamental Robot Manipulator with Offset Wrist. *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Mechatronics*, 2005.
- [6]. Fernández, W. *Plataforma virtual interactiva para la modelación y simulación de robots bajo el ambiente de programación de Matlab*. Venezuela. Universidad Central de Venezuela, 2003.
- [7]. Louden, K. *Construcción de compiladores: principios y práctica*. International Thomson Editores, 2004.
- [8]. Moreno, R., Cabrera, J., Hernández, F., Vargas, J., Pedraza, J. *Software de simulación de un robot manipulador marca mitsubishi rv-2aj*. México. Universidad Tecnológica de San Juan del Río, 2005.

## SIMULADOR DE SISTEMAS MULTI-ROBOTS UTILIZANDO MODELOS DE ENJAMBRE PARA LA COORDINACION DE TAREAS

**Wilson Pérez**

**Angel Gil**

**Yurisan Collado**

*weps84@gmail.com*

*agil@unet.edu.ve*

*yurisan29@gmail.com*

Laboratorio de Prototipos. Universidad Nacional Experimental del Táchira.

Av. Universidad. Pueblo Nuevo. San Cristóbal – Venezuela.

**Resumen.** *La presente investigación generó un software de simulación de sistemas multi-robot móviles utilizando algoritmos de inteligencia de enjambre, el cual permite simular la ejecución de tareas de exploración y búsqueda por parte del sistema. El software consta de un módulo editor y uno de simulación; el editor tiene como objeto permitir al usuario diseñar entornos de trabajo, ubicando los nodos por los cuales el sistema multi-robot se puede mover, además de la ubicación de las tareas a ejecutar; mientras que en el módulo de simulación el usuario puede elegir bajo que algoritmo de inteligencia de enjambre se simulará la tarea y mostrará el resultado de la misma en un ambiente gráfico 3D. Para el sistema multi-robot se tomó en consideración la utilización de robots homogéneos. En cuanto a los algoritmos de inteligencia de enjambre se tomó en consideración el algoritmo de Optimización de Colonias de Hormigas, propuesto por Marco Dorigo, 1988, y algoritmo de Optimización de Colonias de Abejas, propuesto por Lucic y Teodorovic, 2001. Durante la investigación se realizó la adaptación de estos algoritmos en función de la ejecución de las tareas de búsqueda y/o exploración, aplicando el algoritmo de la pizarra propuesto por Yingying Ding y Miaoliang Zhu, 2006, permitiendo resolver los problemas de comunicación entre los robots que conforman el sistema. Para el desarrollo de este software se implementaron los módulos en Visual Studio® 2008, usando C#, las herramientas de desarrollo para video juegos XNA 3.1, ambos de Microsoft® y Blender 2.49 para el diseño de los modelos utilizados, bajo la licencia de Software Libre.*

**Palabras Clave:** Inteligencia de enjambre, Computación evolutiva, Simulador, Multirobot.

## 1. INTRODUCCION

El trabajo en equipo es una práctica que el hombre realiza desde tiempos inmemorables y que le ha servido para conseguir diferentes objetivos a lo largo de su evolución, en función de mejorar su calidad de vida. En los animales estos comportamientos también se pueden hacer notar de manera acentuada, tal es el caso de los insectos, que son los que mantienen las comunidades más numerosas y las más organizadas.

Las abejas mantienen un orden jerárquico en su comunidad dividiéndose en tres tipos, la reina encargada de producir nuevas abejas, los zánganos que son los que fecundan a la reina y las obreras que se encargan de mantener las reservas de alimentos de la comunidad a través de estrategias para conseguir y llevar comida al panal.

Por otra parte las hormigas, encargadas de buscar alimento dejan un rastro de feromona a lo largo del camino entre el alimento y el nido, que permiten a las demás guiarse hacia el alimento y llevarlo a formar parte de sus reservas.

Inspirándose en estos comportamientos, se han desarrollado muchas investigaciones que han permitido modelar matemática y algorítmicamente los procesos que se llevan a cabo en estas comunidades. En función de plantear la solución a tareas de exploración y búsqueda, se tomaron como base los algoritmos de colonia de hormigas y colmena de abejas, se realizaron modificaciones en la comunicación entre los agentes y la clasificación de los mismos.

## 2. DESARROLLO

Durante el desarrollo de esta investigación se realizaron adaptaciones a los algoritmos de Optimización por Colonia de Hormigas y Optimización por Colmena de Abejas, en función de resolver tareas de exploración y búsqueda. A continuación se relata cada algoritmo y las adaptaciones realizadas.

### 2.1 Optimización por Colonia de Hormigas

Es un modelo basado en el comportamiento colectivo de las hormigas, durante la búsqueda de fuentes de alimento, los agentes se comunican mediante rastros de feromona artificial, consiguen el camino más corto de un punto a otro en un determinado grafo  $G=(G,L)$ , donde  $G=N$  son los nodos que representan las ciudades y  $L=A$  son los arcos que unen a los nodos. [1] Previamente se debe inicializar el rastro de feromona de cada ciudad, el cual estará representado por  $\tau_{ij}$ . Un estimado del valor para inicializar la feromona se calcula con la Ec. (1), donde  $\tau_0$  es el valor de la feromona inicial;  $m$  representa la cantidad de hormigas y  $C$  es la longitud de un *tour*  $nn$  creado aleatoriamente.

$$\forall(i,j), \tau_{ij} = \tau_0 \text{ donde } \tau_0 = m/C^{nn} \quad (1)$$

En la construcción del *tour*, se asigna una ciudad inicial de forma aleatoria, luego las hormigas  $k$  seleccionan cual ciudad es la siguiente a visitar, aplicando reglas probabilísticas, en base a la información heurística y el rastro de feromonas, finalizando cuando se alcanza un estado objetivo. La ecuación (2) muestra el cálculo de esta probabilidad, donde  $\rho_{ij}^k$  es la probabilidad con la cual una  $k$ -ésima hormiga, se desplaza desde la ciudad  $i$  a la ciudad  $j$ .



$$\rho_{ij}^k = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{l \in N_i^k} [\tau_{il}]^\alpha [\eta_{il}]^\beta}, & \text{si } j \in N_i^k \\ 0, & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad (2)$$

El valor de la feromona de dicho arco se representa por  $\tau_{ij}$ ,  $\eta_{ij}$  es la información heurística denotada por el inverso de la distancia entre las ciudades  $i$  y  $j$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  son parámetros previamente definidos que determinan la influencia del rastro de feromona y la información heurística respetivamente. Si  $\alpha = 0$  la ciudad más cercana es escogida, debido que sólo se toma en cuenta la visibilidad. Si  $\beta = 0$  sólo la feromona del arco será utilizada para determinar la siguiente ciudad. Si  $\alpha > 1$  permite que el problema se establezca más rápido. Luego de la construcción del *tour*, se actualizará el rastro de feromona, en la cual primero se evaporará la feromona en todos los arcos por un factor constante y luego se depositará más feromona en los arcos que se encuentre en los *tour* construido por las hormigas, se lleva a cabo implementando la *Ec.* (3), donde  $\rho$  es un valor atenuador de evaporación de feromonas mencionado en [1], que se utiliza para evitar la acumulación ilimitada de los rastros de feromonas y permite que el algoritmo pueda desechar las decisiones mal tomadas con anterioridad [2].  $\Delta\tau_{ij}^k$  es definido mediante la *Ec.* (4) y  $C^k$  es la longitud del *tour*  $T^k$  construido por la  $k$ -ésima hormiga. [3]

$$\tau_i = (1 - \rho)^m \tau_i + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_k \quad 0 < \rho \leq 1 \quad (3)$$

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} 1/C^k, & \forall (i, j) \in T^k \\ 0, & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad (4)$$

## 2.2 Optimización por Colmena de Abejas

Muñoz et ál [1], propone un algoritmo donde a las abejas se les permite explorar y conseguir un *tour* completo de camino, desde la colmena hasta una fuente de alimento. Antes de que la  $b$ -ésima abeja deje la colmena, crea un conjunto de pasos llamado camino preferido, lo cual logra observando la danza de otras abejas. El camino preferido contiene un *tour* que ha sido examinado previamente por otras abejas exploradoras. Las abejas viajan de ciudad en ciudad hasta llegar a su destino, sometidas a una regla de transición heurística, *Ec.* (5), la cual consiste en el uso de la información heurística de la distancia y la resistencia del arco; donde  $\alpha$  y  $\beta$  son parámetros que determinan la influencia de la resistencia del arco y la información heurística de distancia, respetivamente.

$$P_{ij,n} = \begin{cases} \frac{[\rho_{ij,n}]^\alpha \left[\frac{1}{d_{ij}}\right]^\beta}{\sum_{l \in A_{i,n}} [\rho_{il,n}]^\alpha \left[\frac{1}{d_{il}}\right]^\beta} \end{cases} \quad (5)$$

En la información heurística de distancia, las abejas tienden a escoger el siguiente nodo donde más cercano, donde  $d_{ij}$  es la distancia entre los nodos  $i$  y  $j$ . La resistencia del arco es calculada por todos los caminos posibles que tiene un nodo  $i$ , que puede ser visitada por la  $b$ -ésima abeja, en un tiempo  $n$ ; basándose en el camino preferido. Un alto valor es asignado al

arco que pertenece al camino preferido. La resistencia del arco desde el nodo  $i$  hasta el nodo  $j$  en un tiempo  $n$  es denotada por  $\rho_{ij,n}$ ; se calcula en base a la Ec. (6). Cuando la abeja se encuentra en una ciudad  $i$  en un tiempo  $n$ , posee dos variables:  $F_{i,n}$  que representa el siguiente nodo preferido recomendado por el camino preferido y el conjunto de nodos permitidos, denotado por  $A_{i,n}$ .

$$\rho_{ij,n} = \begin{cases} \lambda & , j \in F_{i,n}, |A_{i,n}| > 1 \\ \frac{1-\lambda |A_{i,n} \cap F_{i,n}|}{|A_{i,n} - F_{i,n}|} & , j \ni F_{i,n}, |A_{i,n}| > 1 \\ 1 & , |A_{i,n}| = 1 \end{cases} \quad (6)$$

Una vez que la abeja termine de construir el *tour* con la reglas de transición, regresa a la colmena para realizar una danza a las compañeras, pero no todas las abejas tienen derecho a danzar, sólo se le permite danzar a la abeja que realice un *tour* menor a los previos *tour*. Las abejas poseen la habilidad de recordar cuál es el mejor *tour* previo. Puede ocurrir que ninguna abeja dance, esto sucede cuando ninguna abeja consigue un mejor *tour*, para solucionar esto se aplica la siguiente política: si ninguna de las abejas danza por un periodo de 10 iteraciones continuas, la memoria de ellas será refrescada para alcanzar un valor que es 10% mayor que el largo del mejor *tour*. La duración de la danza de una abeja  $i$ ,  $D_i$ , es calculada por la Ec. (8), donde  $K$ , se refiere a un factor de escalabilidad de la danza de la abeja,  $Pf_i$  es la probabilidad record de la abeja  $i$ , definida en la Ec. (9) y  $Pf_{colonia}$  es la probabilidad promedio de la colonia. La duración de la danza es actualizada cuando cada abeja complete su *tour* y  $Pf_i$  puede ser interpretado como la cantidad de néctar que recolecta la abeja  $i$ , cuando se asume que una abeja puede recolectar la mayor cantidad posible de néctar. [4]

$$D_i = K \cdot \frac{Pf_i}{\frac{1}{N_{Abejas}} \sum_{i=1}^{N_{Abejas}} Pf_i} \quad (8)$$

$$Pf_i = \frac{1}{L_i} \quad , \quad L_i = \text{longitud del tour} \quad (9)$$

### 2.3 Mejora propuesta para los algoritmos

A los algoritmos de optimización por colonias de hormigas y por colmenas de abejas se les realizó una modificación orientada a mejorar la comunicación entre los agentes; Ding et ál [5], propone una pizarra pública para la comunicación, donde cada agente del sistema escribe sus datos cada cierto instante de tiempo y estos son leídos por otros agentes de manera simultánea. En la Fig. 1, se muestran los datos almacenados en la pizarra, un ID o número de referencia de la tarea encontrada, su estado, la cantidad inicial de la tarea al ser encontrada, cantidad de la tarea en un instante de tiempo, un listado de todos los *tour* encontrados durante el proceso de exploración, un valor de feromona o duración de la danza (dependiendo del algoritmo que se esté ejecutando) y el mejor *tour* encontrado, el cual será su solución óptima.

ID	Estado	Cantidad inicial de la tarea	Cantidad actual de la tarea	Listados de tour encontrados	Feromona o Duración de la danza	Mejor Tour
----	--------	------------------------------	-----------------------------	------------------------------	---------------------------------	------------

Figura 1 - Pizarra

Al momento de la selección de una tarea, en el caso de la Optimización por Colonia de hormigas, es posible que queden tareas en espera, por lo cual cada agente tendrá un tiempo máximo de espera antes de elegir una nueva tarea, dicho tiempo es denotado por  $T_w$ . Se definieron dos clases de agentes, los agentes exploradores que se encargan de recorrer el entorno completamente desconocido en busca de tareas y dar a conocer el camino encontrado desde su ubicación hasta el nido o colmena; por otra parte se encuentran los agentes obreros, cuya función es la recolección y traslado de la tarea desde su ubicación hasta el nido o colmena, utilizando los datos almacenados en la pizarra como criterio de selección de la tarea a recolectar.

### 3. RESULTADOS

Se tomaron para cada algoritmo valores para los parámetros fijos, mostrados en la Tabla 1, y se variaron los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$ , la cantidad de tareas ubicadas y el número de robots como se muestra en la Tabla 2.

**Tabla 1.** Parámetros Fijos en ambos algoritmos

Parámetro	Hormigas				Abejas	
	$\tau_0$	$\rho$	$Q$	$T_w$	$\lambda$	$k$
Valor	0,0003	0,5	100	5	0,5	100

**Tabla 2.** Variación de Parámetros Comunes para ambos algoritmos

Prueba	Cantidad de Tareas	Numero de Robots	$\alpha$	$\beta$
1	5	{5,10,15}	{2,5}	{2,5}
2	10	{5,10,15}	{2,5}	{2,5}
3	15	{5,10,15}	{2,5}	{2,5}

De las pruebas realizadas se obtuvieron resultados en función de tiempo de ejecución promedio y la longitud promedio del mejor tour para cada algoritmo, tal y como se muestra en la Tabla 3.

**Tabla 3.** Resultados Promedio Obtenidos

Tiempo de ejecución (ms)		Longitud Promedio (m)	
Hormigas	Abejas	Hormigas	Abejas
43.625,19	234.587,42	58,92	44,59

En la Tabla 3, se puede observar que en promedio el algoritmo de optimización por Colonia de Hormigas (ACO), permite realizar las tareas asignadas en menor tiempo, siendo este tiempo de ejecución aproximadamente un 18,6% del tiempo empleado por el módulo de Optimización por Colmena de Abejas.

En promedio el algoritmo de Optimización por Colmena de Abejas a pesar de tener mayores tiempos de ejecución, es el que obtiene las menores distancias recorridas en cuanto a la longitud promedio del mejor tour teniendo una reducción del 24,32% de la obtenida por el módulo de Optimización por Colonia de Hormigas.

#### 4. CONCLUSIONES

La optimización por colmena de abejas aprovecha de mejor manera los agentes involucrados puesto a que ellos solo cuentan con 2 estados a lo largo de la simulación (Inactivo y Trabajando) en comparación del caso de la colonia de hormigas, debido a que puede que las tareas en algún instante mantenga agentes esperando a que se tengan la cantidad de agentes que se requiere para ejecutar una tarea, generando para este módulo un estado de Espera.

A pesar de tener mayores tiempos de ejecución, el algoritmo de optimización por colmena de abejas, aprovecha de mejor manera los agentes del sistema, con la inclusión de la técnica de la pizarra, se está descartando el tiempo que invertirían los agentes exploradores en realizar la danza para que los obreros seleccionen la mejor opción en cuanto a tareas disponibles, y poder aprovechar dicho tiempo en el proceso de exploración. En cuanto a la optimización por colonia de hormigas, la pizarra permite a los agentes tomar mejores decisiones en cuanto a la selección de una tarea por parte de los agentes obreros, permitiendo una mejor distribución de los agentes en el momento de la recolección.

#### REFERENCIAS

- [1].Muñoz, M.; López, J. y Caicedo, E. (2008, Agosto) *Inteligencia de Enjambres: Sociedades para la solución de problemas*. Revista De Ingeniería E Investigación, Vol. 2 (119). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
- [2].Dorigo, M., y Stutzle, T. (2004). *Ant Colony Optimization*. Inglaterra: The MIT Press.
- [3].Wong, P.; Hean, M.; Chong, C. (s.f.) *Bee Colony Optimization with Local Search for Traveling Salesman Problem*. [Documento en línea]. Disponible: <http://web.mysites.ntu.edu.sg/yhlow/public/Shared%20Documents/papers/tsp-indin08.pdf> [Consulta: 2011, Abril 18].
- [4].Alfonso, W.; Muñoz, M.; López, J. y Caicedo E., (2007). *Optimización de Funciones Inspirada en el Comportamiento de Búsqueda de Néctar en Abejas* [Documento en línea]. Ponencia presentada en Congreso Internacional de Inteligencia Computacional – CIIC, Bogotá. Disponible: <http://andremun.110mb.com/documents/Alfonso07.pdf> [Consulta: 2011, Febrero 7].
- [5].Ding, Y.; Zhu M., He, Y. y Jiang J.(2006, Diciembre). *An autonomous task allocation method of the multi-robot system*. Ponencia presentada en International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, ICARCV, Singapore.

## RESPUESTA DEL MOTOR DE INDUCCIÓN TRIFÁSICO ANTE FLUCTUACIONES DE TENSIÓN CON ÍNDICES DE $P_{st}$ SUPERIORES A LA UNIDAD

**Carlos A. Cruz**

**Julio C. Molina**

*carloscruzd@gmail.com*

*julio.molina@ucv.ve*

Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad Central de Venezuela  
Ciudad Universitaria, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

**Resumen.** *El  $P_{st}$  es un indicador denominado índice de severidad de flicker de corta duración que cuantifica la percepción visual del flicker por el ser humano. El flicker es causado por modulaciones de amplitud de la onda de tensión, y cada valor de  $P_{st}$  está asociado con un valor de magnitud de modulación y de frecuencia de modulación. De esta forma, es posible relacionar cada fluctuación de tensión con un valor de  $P_{st}$ . En el ámbito de la Calidad del Servicio Eléctrico, se ha establecido el límite para el  $P_{st}$  en el valor de uno (1). En investigaciones previas, se han estudiado los efectos de las fluctuaciones de tensión con un  $P_{st}$  igual a uno sobre el motor de inducción trifásico, obteniéndose que los mismos son no significativos. Entonces, el nivel límite del  $P_{st}$  podría ser sujeto a modificación tomando en cuenta al motor. Con el objeto de ofrecer aportes en este sentido, en el presente trabajo se estudian por medio de simulaciones, los efectos de las fluctuaciones de tensión con un  $P_{st}$  mayor que uno sobre el motor de inducción trifásico. Se presentan gráficos en 3D para determinar cómo afectan variaciones de magnitud y de frecuencia de modulación a variables del motor.*

**Palabras claves:** Fluctuación de tensión, Motor de inducción,  $P_{st}$ , Calidad del servicio eléctrico.

### 1. INTRODUCCIÓN

La regulación a las fluctuaciones rápidas de tensión (así también se denominan a las fluctuaciones que producen flicker) se realiza por medio del índice de severidad de flicker de corta duración, también conocido como  $P_{st}$ . El nivel límite para el  $P_{st}$  está establecido en el valor de uno (1), ya que para índices mayores, la fluctuación de tensión asociada produce un flicker causante de molestia visual [1]. La importancia de estudiar los efectos de las fluctuaciones rápidas de tensión sobre el motor de inducción trifásico, radica en que ayudará a construir una

regulación más amplia, que tome en cuenta los efectos de las fluctuaciones sobre diversos equipos aparte de las lámparas. Esto además otorgará una mayor flexibilidad a la normativa.

En los trabajos previos de Medeiros *et ál* [2] y Cruz *et ál* [3], se estudiaron los efectos de las fluctuaciones de tensión asociadas a límites de flicker ( $P_{st} = 1$ ) sobre el motor de inducción trifásico, obteniéndose que el impacto es poco significativo.

Una fluctuación rápida de tensión puede ser representada matemáticamente como una onda modulada en amplitud, por lo tanto, es posible caracterizarla por medio de la magnitud de la onda moduladora (magnitud de la fluctuación) y la frecuencia de modulación. Para un  $P_{st} = 1$ , las fluctuaciones de tensión presentan una magnitud relativa (amplitud de la onda moduladora referida a la tensión máxima) que en la mayoría de los casos no supera el 1 %, sin embargo, en la práctica se han registrado fluctuaciones que alcanzan magnitudes instantáneas de 3.5 % aproximadamente [4]. Por lo tanto, es necesario evaluar si el motor de inducción resultará afectado por fluctuaciones con magnitudes mayores que las que producen un  $P_{st}$  igual a uno. Esto implica trabajar con valores de  $P_{st}$  superiores a la unidad, ya que este indicador se incrementa ante aumentos de la magnitud de la fluctuación.

En el presente trabajo, se investigan a través de simulaciones, los efectos en régimen permanente de las fluctuaciones rápidas de tensión sinusoidales, con un  $P_{st}$  asociado mayor que uno, sobre el motor de inducción trifásico.

## 2. CARACTERIZACIÓN MATEMÁTICA DE LA FLUCTUACIÓN DE TENSIÓN

En el trabajo previo de Cruz *et ál* [3], se vio que una fluctuación de tensión sinusoidal puede ser representada matemáticamente como una onda modulada en amplitud:

$$v(t) = V_p \text{sen}(2\pi f_p t) \left[ 1 + \frac{1}{2} dV(\%) \text{sen}(2\pi f_m t) \right] \quad (1)$$

donde  $V_p$  es la tensión máxima fundamental,  $f_p$  la frecuencia fundamental,  $dV$  la magnitud relativa de la fluctuación y  $f_m$  la frecuencia de modulación. Desarrollando la Ec. (1), se llega a una forma que será de utilidad posteriormente:

$$v(t) = V_p \text{sen}(2\pi f_p t) + \frac{1}{4} dV(\%) V_p \cos[2\pi(f_p - f_m)t] - \frac{1}{4} dV(\%) V_p \cos[2\pi(f_p + f_m)t] \quad (2)$$

## 3. DATOS NOMINALES Y PARÁMETROS DEL MOTOR

Los datos nominales y parámetros del motor utilizado en el estudio se presentan en la Tabla 1, donde  $r_s$  es la resistencia del estator,  $r'_r$  la resistencia del rotor,  $X_{\sigma s}$  la reactancia de dispersión del estator,  $X'_{\sigma r}$  la reactancia de dispersión del rotor,  $X_M$  la reactancia de magnetización y  $J$  el momento de inercia.

**Tabla 1.** Datos y parámetros del motor [5].

Tensión (V)	Potencia (hp)	Velocidad (rpm)	Polos (P)	$r_s(\Omega)$	$r'_r(\Omega)$	$X_{\sigma s}(\Omega)$	$X'_{\sigma r}(\Omega)$	$X_M(\Omega)$	$J(\text{kg.m}^2)$
220	3	1710	4	0.435	0.816	0.754	0.754	26.13	0.089

#### 4. CARACTERÍSTICAS DE LAS FLUCTUACIONES DE TENSIÓN

En la Tabla 2, se muestran la frecuencia de modulación ( $f_m$ ), la magnitud de la fluctuación ( $dV$ ) y el  $P_{st}$  asociado, para cada una de las fluctuaciones de tensión utilizadas. Estas características fueron obtenidas con un flickermetro implementado a nivel de software [6].

**Tabla 2.** Características de las fluctuaciones de tensión.

$f_m(\text{Hz})$	$dV(\%)$	$P_{st}$	$f_m(\text{Hz})$	$dV(\%)$	$P_{st}$	$f_m(\text{Hz})$	$dV(\%)$	$P_{st}$
1	1	0.47132	5	1	1.51977	10	1	2.08618
	2	0.95178		2	3.03955		2	4.17235
	3	1.42198		3	4.57724		3	6.22102
	4	1.90362		4	5.95953		4	8.21431
	5	2.38646		5	7.59886		5	10.43088
15	1	1.19973	20	1	0.71716	25	1	0.47715
	2	2.39946		2	1.43432		2	0.96352
	3	3.57766		3	2.17556		3	1.43432
	4	4.79893		4	2.86864		4	1.92704
	5	5.95877		5	3.65611		5	2.42472

#### 5. RESULTADOS

Para simular la respuesta del motor de inducción trifásico, se utilizaron sus ecuaciones dinámicas en un sistema de coordenadas ortogonales estacionario en el estator [7]. Las ecuaciones fueron resueltas numéricamente ya que no tienen solución analítica. Se hallaron las respuestas ante fluctuaciones de tensión trifásicas (fluctuaciones en las 3 fases) y utilizando un par de carga constante en el eje del motor (se tomó el par a velocidad nominal, igual a 14.0269  $N.m$ ). En la Fig. 1, se grafica el contenido total de par pulsante en función de la magnitud de la fluctuación ( $dV$ ) y la frecuencia de modulación ( $f_m$ ). Para hallar el contenido total de par pulsante, se propone el uso de una expresión parecida a la empleada en el cálculo de la distorsión armónica total en presencia de armónicos. La expresión es la siguiente:

$$TPT = \frac{\sqrt{\sum T_n^2}}{T_{DC}} \times 100 (\%) \quad (3)$$

donde  $TPT$  es el contenido total de par pulsante,  $T_n$  el valor  $rms$  de cada componente sinusoidal de par y  $T_{DC}$  el valor promedio del par.

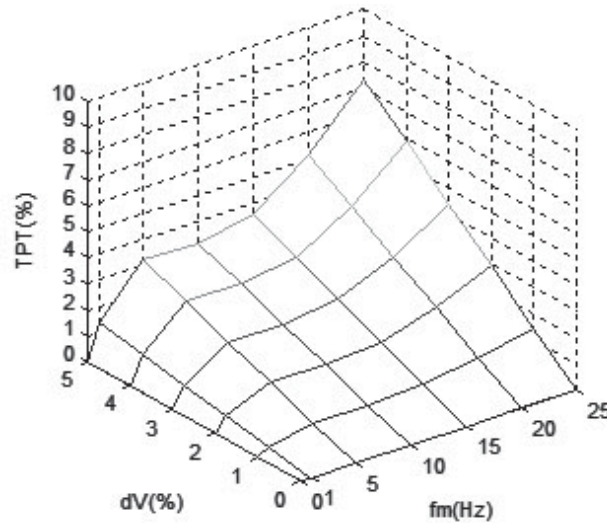


Figura 1- Contenido total de par pulsante.

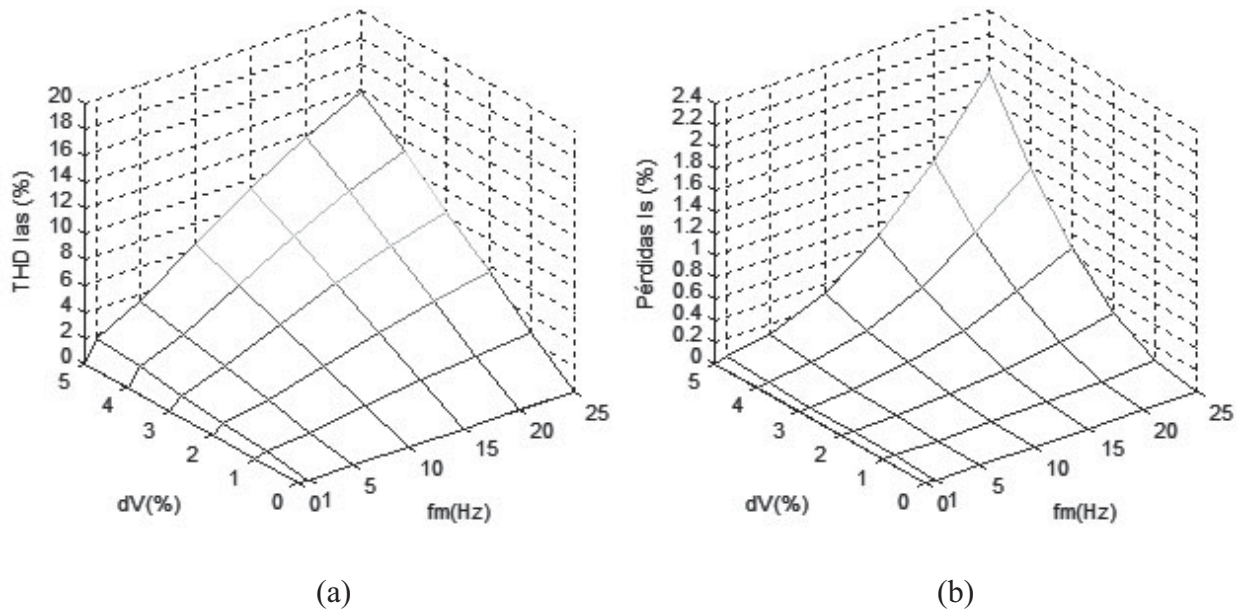


Figura 2- a) Contenido armónico de la corriente del estator fase “a”, b) Pérdidas en el arrollado del estator por corrientes armónicas.

De la Ec. (2), se observa que las fluctuaciones de tensión sinusoidales generan componentes armónicas de voltaje a las frecuencias  $f_p - f_m$  y  $f_p + f_m$ . El orden de estos armónicos es fraccionario debido a los valores de  $f_m$  utilizados. Estos voltajes armónicos causan a su vez corrientes armónicas circulando en el motor. En la Fig. 2(a), se muestra el contenido armónico total de la corriente de la fase “a” del estator, en función de la magnitud de la fluctuación ( $dV$ ) y la frecuencia de modulación ( $f_m$ ). El contenido armónico se calculó con la conocida ecuación de la distorsión armónica total (THD). En la Fig. 2(b), se muestran las pérdidas Joule debido a las corrientes armónicas en las fases a, b y c del estator, con respecto a las pérdidas Joule debido a la corriente fundamental. Estas pérdidas se hallaron con la Ec. (4):



$$P\acute{e}rdidas(\%) = \frac{r_s I_{a,har}^2 + r_s I_{b,har}^2 + r_s I_{c,har}^2}{r_s I_{a1}^2 + r_s I_{b1}^2 + r_s I_{c1}^2} \times 100(\%) \quad (4)$$

donde  $I_{a1}$ ,  $I_{b1}$  e  $I_{c1}$  son las corrientes fundamentales y las corrientes armónicas vienen dadas por:

$$I_{m,har} = \sqrt{\sum I_n^2} \quad (5)$$

donde  $m$  indica la fase e  $I_n$  son las componentes de corriente distintas a la fundamental.

En la Fig. 3, se presentan gráficos análogos a los de la Fig. 2, pero ahora tomando en cuenta el arrollado del rotor.

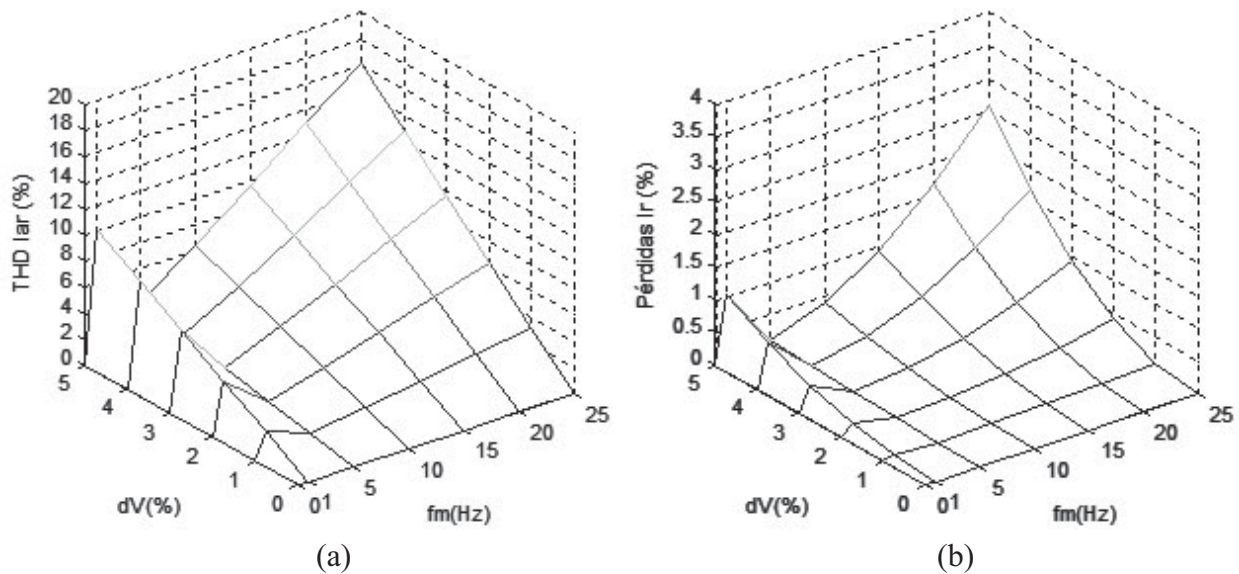


Figura 3- a) Contenido armónico total de la corriente del rotor, b) Pérdidas en el arrollado del rotor por corrientes armónicas.

## 6. CONCLUSIONES

Las fluctuaciones rápidas de tensión sinusoidales, causan la aparición de corrientes armónicas en el motor de inducción trifásico. Estas corrientes producen a su vez, tanto en el estator como en el rotor, pérdidas adicionales en los arrollados. A partir de los resultados, se observó que el contenido armónico de las corrientes, así como las pérdidas adicionales en los arrollados, son mayores a medida que se incrementan la magnitud de la fluctuación y la frecuencia de modulación. En el caso de las pérdidas adicionales, se obtuvo que las mismas no son significativas con respecto a las ocasionadas por la corriente fundamental, estando en el peor caso por debajo del 2 % para el arrollado del estator, y del 3 % para el arrollado del rotor. Con respecto al contenido armónico de la corriente del estator, se puede concluir lo siguiente: para el rango de frecuencias de modulación, y mientras la magnitud de la fluctuación no supere el 1 %, el contenido armónico total no superará el 4 %, sin embargo, si la magnitud de la fluctuación alcanza el 3 %, y si la frecuencia de modulación se sitúa entre 14 Hz y 25 Hz, podríamos estar en presencia de un contenido armónico de la corriente entre 5 % y 8.5 % aproximadamente, y si la

magnitud de la fluctuación es mayor, de contenidos armónicos mayores. Si bien en el estándar IEEE 519-1992 [8] se recomiendan límites para la distorsión de corriente introducida por un consumidor utilizando el índice  $TDD$  (distorsión total de la demanda el cual es calculado de la misma forma que el  $THD$ ), aquí podemos recomendar inicialmente que se fijen límites cuando el  $THD$  de corriente del estator supere el 5 %. En cuanto a los pares pulsantes, éstos tienen un valor promedio igual a cero, por lo que no afectan el par medio del motor, sin embargo, sí pueden ocasionar problemas de vibraciones, las cuales se verían acentuadas ante incrementos de los parámetros  $f_m$  y  $dV$ , según la Fig. 1. Se recomienda finalmente, con el objeto de estudiar más adecuadamente la severidad de las pulsaciones en el par, determinar por separado la magnitud de cada componente de par pulsante.

## REFERENCIAS

- [1]. Normas de Calidad del Servicio de Distribución de Electricidad. *Gaceta Oficial de la República Bolivariana de Venezuela*, N° 38.029, 2004.
- [2]. Medeiros, C. A. G., de Oliveira, J. C., Effects of voltage fluctuation associated to flicker limits on equipments performance. *10<sup>th</sup> International Conference on Harmonics and Quality of Power, 2002*, vol. 1, pp. 347-352, 2002.
- [3]. Cruz, C., Molina, J., Efecto de las fluctuaciones de tensión simétricas relacionadas con límites de flicker sobre motores de inducción trifásicos. *Modelos Computacionales en Ingeniería: Desarrollos Novedosos y Aplicaciones*, pp. EC-31-36. Sociedad Venezolana de Métodos Numéricos en Ingeniería, 2010.
- [4]. Surgevil, T., Akpnar E., Effects of electric arc furnace loads on synchronous generators and asynchronous motors. *6<sup>th</sup> International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO 2009)*, pp. I-49-I-53, 2009.
- [5]. Cathey, J., Cavin, R., Ayoub, A., Transient load model of an induction motor. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 17, pp. 1399-1406, 1973.
- [6]. Montoya, D. E., Comparison between the modeled and simulation of the Flickermeter based on the Standard IEC-61000-4-15 through the Discrete Wavelet Transform and Fast Fourier Transform. *Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia*, vol. 31, n. 1, pp. 31-40, 2008.
- [7]. Krause, P., Wasynczuk, O., Sudhoff, S., *Analysis of Electric Machinery*, pp. 172-178. IEEE PRESS, New York, 1995.
- [8]. IEEE Std. 519-1992. *IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems*. Institute of Electrical and Electronic Engineers, 1993.

## DETERMINACION DE LA CONFIABILIDAD O TIEMPO PROMEDIO ENTRE FALLAS (TPEF) EN TRANSFORMADORES DE DISTRIBUCION

**María Mago**

**Luis Valles**

*mmago@uc.edu.ve*

*le.vallesd@gmail.com*

Doctorado en Ingeniería, Universidad de Carabobo

Av. Universidad, Facultad de Ingeniería, Valencia-Venezuela

**Jhon Olaya**

*jjolaya@unal.edu.co*

Doctorado en Ciencia y Tecnología de los Materiales, Universidad Nacional de Colombia

Carrera 30 No. 45-03, Postgrado de Materiales y Procesos, Bogotá- Colombia.

**Martha Zequera**

*mzequera@javeriana.edu.co*

Doctorado en Ingeniería, Universidad Pontificia Javeriana

Carrera 7 No. 40- 62, Facultad de Ingeniería, Bogotá-Colombia.

**Resumen.** *Esta investigación desarrolla una teoría aplicada a la confiabilidad en sistemas eléctricos que permiten determinar el tiempo promedio entre fallas (TPEF) en transformadores monofásicos de poste utilizando las ecuaciones de Weibull, lo que permitiría determinar el periodo de vida de estos equipos. Los resultados indican un bajo nivel de confiabilidad para los transformadores objeto de este estudio en Venezuela. Por su parte, la muestra analizada de equipos en Colombia indica que la probabilidad de falla está influenciada por las condiciones ambientales. Se concluyó que las inversiones requeridas por este sector son impostergables, por lo tanto, se recomienda la implementación de programas de mantenimiento a corto, mediano y largo plazo de manera inmediata.*

**Palabras claves:** Confiabilidad, Transformador monofásico, Tiempo promedio entre fallas, Mantenimiento, Disponibilidad.

## 1. INTRODUCCION

Las Teorías de Mantenimiento basadas en Fiabilidad, Confiabilidad, Mantenibilidad o Disponibilidad, permiten el diseño de estrategias donde se implementen programas de mantenimiento en plantas industriales o empresas de servicio, que mejoren los procesos y aumenten la vida útil de los equipos. En las empresas del sector eléctrico por ejemplo, la organización de mantenimiento localiza un conjunto de recursos y una demanda de servicios de suma importancia para los usuarios residenciales o industriales, siendo necesario el diseño de planes de acción, que garanticen la continuidad del suministro de energía eléctrica bajo los parámetros establecidos de calidad y eficiencia energética.

Una de las condiciones necesarias para la operación de estos sistemas, requiere determinar la Confiabilidad o TPEF (tiempo promedio entre fallas), de los equipos que forman parte de las redes de distribución, entre los cuales se encuentran, los transformadores de distribución monofásicos de poste.

La confiabilidad se define como “*la probabilidad de que un componente o equipo no falle estando en servicio durante un periodo determinado*”, cuando es operado en condiciones razonablemente uniformes de voltaje, corriente, potencia, frecuencia, etc.

La probabilidad de supervivencia o sobrevivencia es el “*término sinónimo de confiabilidad*”, en cambio, la probabilidad de falla es el que representa la “*desconfiabilidad*”. [1]. Si se tiene un equipo sin falla, se dice que el equipo es cien por ciento confiable, o que tiene una probabilidad de supervivencia igual a uno, cuando la frecuencia de falla aumenta, decrece entonces, la confiabilidad. Para realizar estudios de confiabilidad se debe conocer la causa y la influencia del factor tiempo o en su defecto, cantidad de equipos fallados en un periodo determinado, utilizando para ello, los resultados de análisis estadístico o similar. Los parámetros utilizados para el estudio de confiabilidad son: tiempo promedio entre fallas, probabilidad de supervivencia y rata de fallas, como se indica a continuación:

### ***Probabilidad de supervivencia***

$$P(s) = 1 - PF(t) \quad (1)$$

### ***Rata de fallas***

$$r(t) = \frac{p(t)}{Ps(t)} \quad (2)$$

$$Ps(t) = e^{-\int_0^t r(t)dt} \quad (3)$$

Un buen análisis de fallas es el paso más importante en la determinación de un programa de mantenimiento (*óptimo*), y este depende, del conocimiento del índice de fallas de un equipo en cualquier momento de su vida útil. La vida útil de un equipo esta dividida en tres periodos separados, los cuales se definen en función del comportamiento de la rata de fallas: arranque, operación normal y desgaste (obsolescencia)[1].

**Período de arranque o mortalidad infantil:** Las características resaltantes de este período son:

- ✓ Al aumentar el tiempo, la rata de fallas decrece.
- ✓ Baja confiabilidad.
- ✓ Se corrigen defectos en las operaciones producto del arranque de los equipos hasta el punto que la frecuencia de fallas disminuye y llega a estabilizarse en un índice constante.

**Período normal:** las características resaltantes de este período son:

- ✓ Índice de fallas constante, es decir, la rata de fallas no varía, mientras ocurre el envejecimiento del equipo.

$$r(t) = r = \text{constante} = \frac{1}{MTEF} \quad (4)$$

Resolviendo queda:

$$Ps(t) = \frac{p(t)r e^{-rt}}{r(t) r} = e^{-rt} \quad (5)$$

- ✓ Repentinias acumulaciones de esfuerzos por encima de la resistencia de diseño de los componentes.
- ✓ El coeficiente de variación es igual a uno, es decir,

$$\frac{\sigma}{MTEF} = 1 \quad (6)$$

$$p(t) = r(t)e^{-\int_0^t r(t)dt} \quad (7)$$

**Periodo de desgaste:** las características resaltantes de este período son:

- ✓ Un índice de falla decreciente, es decir, al aumentar el tiempo, la rata de fallas  $r(t)$ , se incrementa. Las fallas son debidas a: fatiga, desgaste mecánico, corrosión, erosión.
- ✓ Cuando un equipo entra a este periodo, debe someterse a una reparación general.
- ✓ El coeficiente de variación es menor que uno, es decir,

$$\frac{\sigma}{MTEF} < 1 \quad (8)$$

A continuación en la fig 1, se muestra la curva característica que representa los periodos de vida de un equipo:

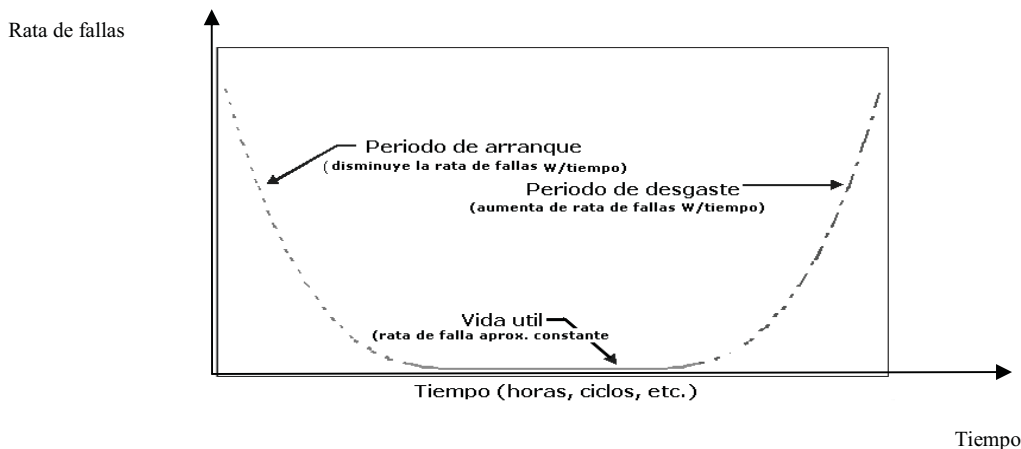


Figura 1. Curva característica que representa los periodos de vida de un equipo.

Para estimar la condición del equipo en estudio, que en el caso de la presente investigación corresponde a transformadores fallados, se aplica de manera bastante útil la

*Distribución de Weibull*,[2] ya que describe las fallas durante cualquier período en la vida de un equipo. La estimación de los parámetros que aplican a este modelo de distribución se obtiene, a partir de la función de sobrevivencia por el método de mínimos cuadrados. A los valores obtenidos en la distribución se les llama “*V*” vida característica o edad característica en el momento de la falla, y el valor de “*K*” es una media de dispersión y se utiliza para calcular la varianza o período de vida de un equipo, donde si “*K*”<1 supone una tasa de falla decreciente o también conocida como “mortalidad infantil”, si “*K*”=1 supone una tasa de falla constante o también conocida como operación normal, en cambio si “*K*”>1 supone una tasa de falla creciente o también conocida como obsolescencia.

De acuerdo a lo indicado anteriormente, se tomaron los resultados obtenidos del análisis estadístico, clasificando la frecuencia de fallas de los equipos, de acuerdo al mes de ocurrencia correspondiente, determinando la probabilidad de falla y sobrevivencia respectivamente, utilizando un modelo de “*Planilla de análisis de falla*”[3].

## 2. CÁLCULO Y PREDICCIÓN DE CONFIABILIDAD

2.1. Las fallas están clasificadas según los meses de ocurrencia de las mismas. Los tiempos entre fallas (TEF) deben ser ordenados en orden ascendente (de menor a mayor) y listados en forma consecutiva en la columna T(N).

2.2. En el caso de dos observaciones con el mismo valor, se debe determinar la medida geométrica de los números de igual orden.

*T(N)* = tiempo de sobrevivencia, entonces  $M(N) = N$ ,

Donde; 
$$M = \sqrt{N_i - N_j} \tag{9}$$

*N<sub>i</sub>* y *N<sub>j</sub>* indican rangos menores y mayores respectivamente.

El rango *M(n)* se usa para determinar la probabilidad de falla *PF(t)*, de acuerdo a lo siguiente:

$$PF(t) = \frac{M(N)}{N_{max}+1.0} \tag{10}$$

Para cada rango se calcula la probabilidad de supervivencia. Luego, utilizando el método de mínimos cuadrados, a partir de esta función de sobrevivencia se pueden estimar los valores teóricos de *V* y *K*, calculando luego, el *TPEF* (tiempo promedio entre fallas) o *MTEF*. A continuación lo indicado:

$$V = \exp \left[ \frac{(N \sum_{i=1}^n Z_i b_i - \sum_{i=1}^n Z_i \sum_{i=1}^n b_i)}{(\sum_{i=1}^n Z_i b_i \sum_{i=1}^n b_i - \sum_{i=1}^n Z_i \sum_{i=1}^n b_i^2)} \right] \tag{11}$$

$$K = \frac{\sum Z_i b_i}{\sum b_i - \ln V x \sum b^2} \tag{12}$$

$$TPEF = V * \left(1 + \left(\frac{1}{k}\right)\right) \tag{13}$$

**3. RESULTADOS Y DISCUSION.**

A continuación, en la tabla 1 se muestra el resultado estadístico obtenido con el programa SPSS (*Statistical Package for the Social Sciences*) del análisis de los transformadores fallados incluyendo el valor T(N) que fue calculado, de acuerdo a la cantidad de unidades falladas en el mes correspondiente. A continuación se muestran dos casos de referencia, uno corresponde a la empresa Corpoelec en Valencia, Venezuela y el otro, a la empresa Codensa en Bogotá, Colombia[4]:

**CASO VENEZUELA:**

En la tabla 1 se presentan los resultados estadísticos de los ciento once (111) equipos analizados.

**Tabla 1.** Resultados estadísticos de equipos fallados.

<b>Meses</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje Valido</b>	<b>Porcentaje Acumulado</b>	<b>T(N) (equipos fallados)</b>
1 enero	10	9,00900901	9,00900901	3,10000000
2 febrero	13	11,71171117	20,7207207	2,07692308
3 marzo	27	24,3243243	45,045045	1,14814815
4 abril	10	9,00900901	54,0540541	3,00000000
5 mayo	26	23,4234234	77,4774775	1,19230769
6 junio	14	12,6126126	90,0900901	2,14285714
7 julio	11	9,90990991	100	2,81818182
Total	111	100		

A continuación en la fig 2, se muestra la curva de confiabilidad para el caso Venezuela:

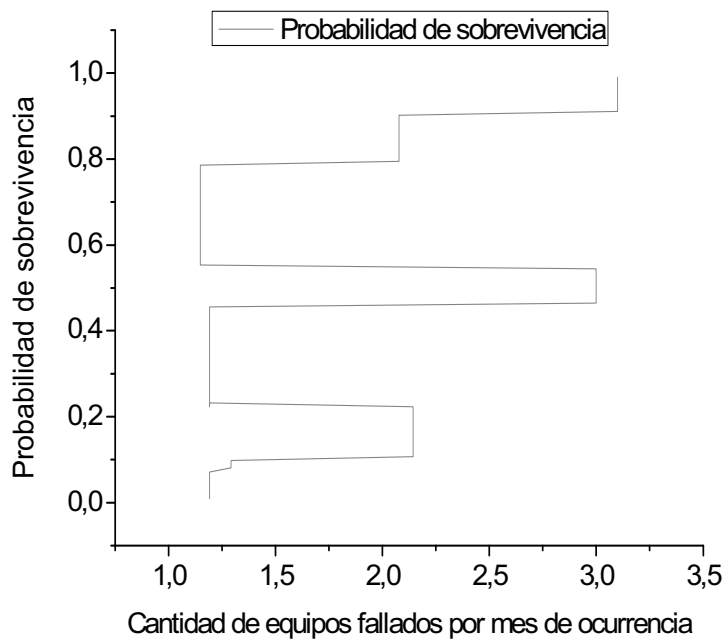


Figura 2. Curva de Confiabilidad caso Venezuela.

**CASO COLOMBIA:**

En la tabla 2 se presentan los resultados estadísticos de los ciento veintinueve (129) equipos analizados.

**Tabla 2.** Resultados estadísticos de equipos fallados.

Meses	Frecuencia	Porcentaje valido	Porcentaje acumulado	T(N) (equipos fallados)
1 abril	27	20,93023256	20,9302326	1,11111111
2 may	46	35,65891473	56,5891473	0,67391304
3 junio	6	4,651162791	61,2403101	5
4 julio	24	18,60465116	79,8449612	1,29166667
5 agost	26	20,15503876	100	1,19230769
Total	129	100		

A continuación en la fig 3 se muestra la curva de confiabilidad del caso Colombia:



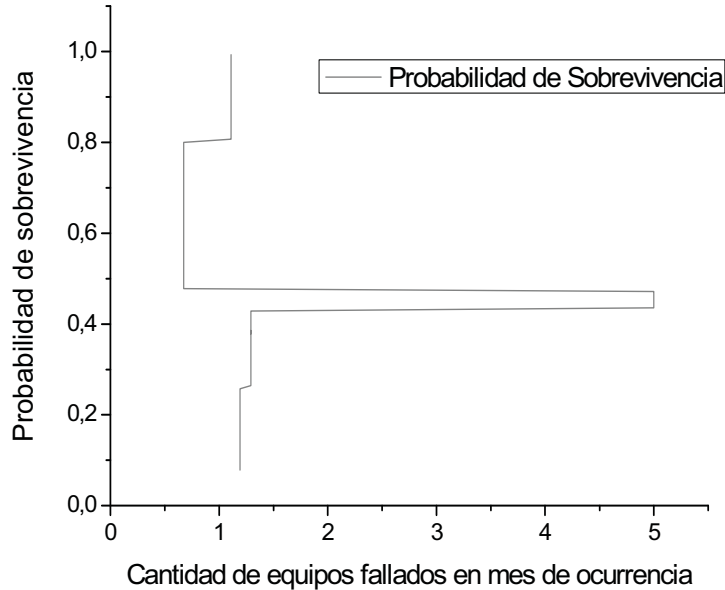


Figura 3. Curva de Confiabilidad caso Colombia.

#### 4. CONCLUSIONES.

##### CASO VENEZUELA.

1. Como  $K=B= 0,2353024$ , es decir,  $K < 1$  se puede concluir que los equipos tienen una tasa de falla decreciente o también conocida como “*mortalidad infantil*”. Es importante revisar el estado de toda la red eléctrica, ya que esta condición indica, que los programas de mantenimiento preventivo y correctivo, deben aplicarse de inmediato. Hay alteraciones en el suministro de energía de forma imprevista. Las inversiones que requiere el sistema eléctrico, deben realizarse de manera inmediata. La confiabilidad es muy baja.

2. Siendo el resultado para el **TPEF** de 30,0810927 lo cual muestra que, al menos treinta equipos fallaran en un mes.

##### CASO COLOMBIA.

1. Como  $K=B= 1,28563392$ , es decir,  $K \approx 1$  se puede concluir que los equipos tienen una tasa de falla constante o también conocida como “*operación normal*”. Esta condición indica, que se están cumpliendo los programas de mantenimiento preventivo, sin embargo, se podría presumir, que algunos factores ambientales, inciden en las condiciones de funcionamiento, incrementando la probabilidad de ocurrencia de falla. Los costos indirectos para los usuarios de estas redes de distribución eléctrica, son elevados. Debe mejorarse la frecuencia de inspección, en los programas de mantenimiento preventivo.

2. Siendo el resultado para el **TPEF** de 6,169198071 lo cual muestra que, al menos seis equipos fallaran en un mes.

## 5. RECOMENDACIONES

En el caso venezolano, se recomienda desarrollar investigaciones en el estado de toda la red eléctrica, ya que esta condición indica, que los programas de mantenimiento preventivo y correctivo, deben aplicarse de inmediato.

Igualmente se recomienda que las investigaciones futuras se orienten a la revisión de las políticas para el diseño de equipos para el sector eléctrico.

En el caso, colombiano se recomienda que las investigaciones futuras determinen la vinculación entre las condiciones medioambientales y la confiabilidad.

## REFERENCIAS

- [1].Nava, J. *“Teoría de Mantenimiento. Fiabilidad”*. Consejo de Publicaciones. Universidad de los Andes. Mérida, Venezuela. 2004.
- [2].Nava, J. *“Aplicación Práctica de la Teoría de Mantenimiento”*. Consejo de Publicaciones. Universidad de los Andes. Mérida, Venezuela. 2004.
- [3].Mago, M. *“Análisis de Fallas en Transformadores de Distribución Utilizando Métodos No Convencionales”*. Tesis de Maestría. Área de Estudios de Postgrado, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela. 2011.
- [4].Mago, M. *“Análisis de Fallas en Transformadores de Distribución Utilizando el Software Estadístico SPSS (STATISTICAL PACKAGE FOR THE SOCIAL SCIENCES)”*. Artículo No Publicado de resultados de Tesis de Maestría. Área de Estudios de Postgrado, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela. 2011.
- [5].Pansini, A. *“Transporte y Distribución de la Energía Eléctrica”*. Tomos 1 y 2. Buenos Aires, Editorial GLEM. 1975.
- [6].Mota, J y CONTRERAS, E. *“Problemática de los Transformadores Sumergidos en Aceite”*. Tesis de grado. Escuela de Ingeniería Eléctrica. Universidad de Carabobo. Valencia. 1985.
- [7]. Normas para transformadores de distribución. CADAPE. Caracas, (1979). Código: NT-DV-1-09-044-02.

## DESARROLLO DE UN SISTEMA DE CONTROL DE NIVEL EMPLEANDO VISIÓN ARTIFICIAL

### **Omaira Camacaro**

*omairacamacaro77@gmail.com*

Facultad de Ingeniería. Universidad Central de Venezuela  
Ciudad Universitaria, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

### **Carlos Prieto**

*carlpri400@gmail.com*

Centro Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela  
Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

### **Domingo Ramirez**

*ramirez.domingo227@gmail.com*

Facultad de Ingeniería. Universidad Central de Venezuela  
Ciudad Universitaria, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

**Resumen:** *Para un equipo de destilación atmosférica del sistema metanol agua, se ha diseñado una aplicación para medir la altura del volumen correspondiente a la sección de reflujo que controla la relación de reflujo de operación y condensado. Empleando visión artificial, se desarrollo un programa de adquisición de imágenes que detecta el borde superior del líquido retenido y acciona la electroválvula que se encuentra en el tope de la columna por donde sale destilado rico en metanol. Debido a que el volumen de control se encuentra en un lugar de difícil acceso y es de vidrio fundido la aplicación Vision de Labview<sup>®</sup> se presenta como el instrumento idónea para el desarrollo del control de nivel. Ésta valiosa herramienta permite, mediante la detección de bordes, establecer un sistema de control que mantenga la relación de reflujo entre el destilado y la fracción que recircula a la torre de destilación de manera de obtener la separación óptima de la mezcla binaria.*

**Palabras clave:** Control de nivel, destilación, visión artificial.

## 1. INTRODUCCIÓN

En el laboratorio de operaciones unitarias de la facultad de ingeniería de la Universidad Central de Venezuela opera, un equipo de destilación atmosférica en el cual los estudiantes de octavo semestre separan una mezcla binaria de metanol y agua. Este montaje tiene ya muchos

años de uso por lo que algunos de sus componentes presentan deterioro, es el caso de una electroválvula que permite el paso de reflujo, que proviene del destilado, a la columna donde ocurre la separación de los compuestos. Desde hace un tiempo se tiene que para determinadas condiciones de operación la separación ocurre en forma eficiente, pero al cambiar algún parámetro de entrada las composiciones de destilado y residuo no son las esperadas y esto se debe a que la relación de reflujo no varía. Se requiere entonces establecer un lazo de control en el que el usuario pueda variar la relación de reflujo para lograr la separación requerida bajo condiciones específicas. Este trabajo se enfoca en el desarrollo de una herramienta virtual que permite determinar el nivel de líquido en la sección de reflujo de manera de que la electroválvula deje pasar la cantidad de reflujo que el usuario fijará como condición de operación. El uso de una aplicación de detección de bordes se emplea por lo complicado que resulta colocar en ese lugar un medidor de nivel estándar, pues tendría que modificarse la estructura de la columna lo que resultaría costoso. A continuación se muestra un detector de nivel que ha sido desarrollado empleando visión artificial.

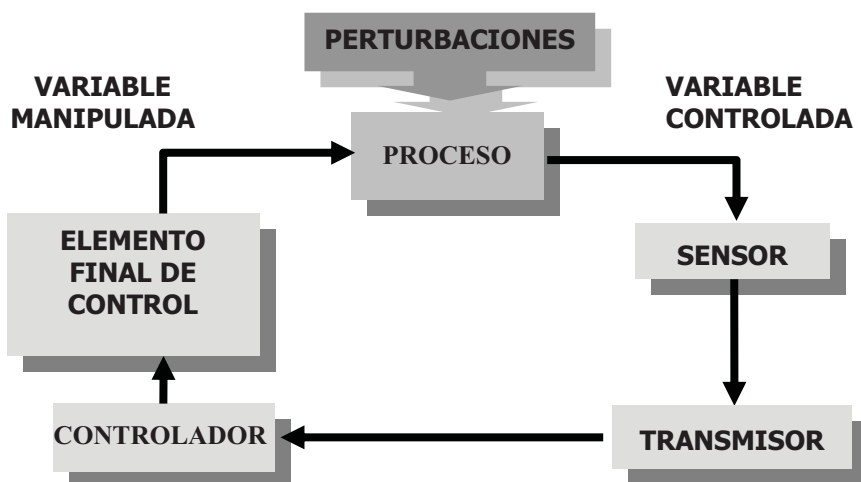


Fig. 1- Lazo de Control

## 2. METODOLOGÍA

Los procesos están caracterizados por parámetros los cuales pueden ser monitoreados y medidos. La función de control tiene tres etapas, primero se obtiene la información acerca del parámetro de proceso de interés, luego se toma una decisión sobre ese parámetro de proceso, y finalmente se ejecuta una acción basada en la decisión.[1]

Este trabajo se enfocará en desarrollar la primera etapa de la función de control, es decir el proceso de obtención de información acerca del parámetro de interés. En vista de que implementar un dispositivo de medición de nivel convencional, resulta costoso se implementó un sistema de medición no invasivo que resulta adecuado para el montaje. La detección de bordes se presenta como una buena alternativa para establecer el nivel requerido para cierto volumen de reflujo necesitado por el usuario. Así pues empleando una cámara de video se tomó el proceso de llenado de la sección, estas imágenes fueron procesadas por la aplicación de procesamiento de imágenes de Labview<sup>®</sup> llamada IMAQ,

## 2.1 Captura de imágenes en tiempo real

Para la adquisición de imágenes se emplea la selección de fuente para escoger el dispositivo que se utilizará para una adquisición. Con el bloque “*Continuous acquisition with inline processing*” se puede hacer una adquisición continua de las imágenes. La obtención de las imágenes de la sección de reflujo se llevó a cabo con una cámara web, que se ubicó a una distancia fija del punto donde se quería medir el borde de la sección.

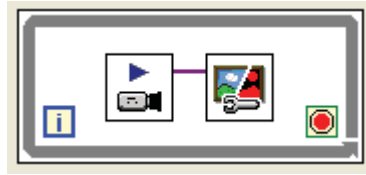


Fig. 2- SubVI para la adquisición de datos.

Dentro de este bloque se encuentra un arreglo que incluye varias funciones de las que resaltan: IMAQ AVI Open VI, en donde se describe la ruta completa incluida de la unidad de donde se adquiere la imagen, el directorio y el nombre para el archivo. Además está el bloque IMAQ Create, que crea un espacio en memoria temporal del archivo AVI. Por último dentro de esta estructura se encuentra el sub vi llamado “Vision acquisition calculate FPS” donde se calcula la velocidad de cuadro del archivo .avi que ha pasado por los bloques anteriores obteniéndose como salida la imagen o grupo de imágenes que se procesaran en el bloque de preprocesamiento y procesamiento.

## 2.2 Preprocesamiento de las imágenes

Debido a la poca iluminación del lugar en el que se encuentra el equipo, se realizó un ajuste a las imágenes obtenidas de manera de minimizar la interferencia de sombras y efectos de reflexión que pueden afectar la detección de los bordes. Para esta tarea se empleó el bloque llamado “Image Mask” Con la que se construyó una imagen a partir de la que captó la cámara inicialmente, de manera de que se procesara luego la sección de interés, haciendo que las partes de la imagen que no son de interés no sean objeto de estudio. Por otra parte con la herramienta “Brighness” se ajustó el brillo y el contraste de la imagen original con el fin de facilitar el procesamiento en la siguiente etapa.

## 2.3 Procesamiento de las imágenes

La imagen que sale del bloque de preprocesamiento entra a un segundo grupo de aplicaciones en las cuales se conseguirán los bordes de acuerdo a los criterios previamente establecidos, es decir el programador debe realizar una calibración previa de la imagen o grupo de imágenes, de manera de asegurar que se trabaja con los bordes principales, en el caso de la sección de reflujo se eligió el nivel máximo de líquido para que luego esta aplicación forme parte del lazo de control donde elemento de medición sea las imágenes captadas por la cámara web.

La detección de bordes se realiza con un bloque llamado IMAQ Find Straight Edges 3. Este bloque tiene como entradas las opciones para bordes, donde se especifican los parámetros que se emplean para que se calculen los bordes. Además la imagen o grupo de imágenes objeto de

estudio, por otra parte está el ROI Descriptor que no es más que un descriptor que define el área de interés dentro de la imagen. La entrada que se denomina Search Direction sirve para especificar la dirección en la cual se examinara el área de búsqueda de bordes establecida en el ROI Descriptor. La entrada Line Options, permite establecer parámetros de importancia para la detección de bordes, entre ellas están el numero de líneas que pueden ser bordes, tipo de bordes, Porcentaje mínimo de puntos que pueden ser considerados para que una línea sea un borde detectable, ángulo de tolerancia entre otros.

La salida de este bloque contiene la imagen que se está procesando, los bordes rectos encontrados, además de información sobre las líneas que se emplearon para hallar los bordes, por último se tiene la salida llamada Used Edges que es la que posee información acerca de los bordes rectos que fueron hallados en el área estudiada, dice los números de bordes encontrados, la distancia entre el borde y un punto que fija el usuario en pixeles o en dimensiones de longitud. Los bordes rectos encontrados van a un último bloque llamado Overlay Edges del cual sale una imagen con los bordes superpuestos que fueron encontrados. De éste bloque de procesamiento de imágenes sale también Used Edges a un cluster que a su vez envía la información a los indicadores que formaran parte de la interfaz visible al usuario es decir un grafico que muestra el aumento del nivel, el video del área de estudio en tiempo real y la localización de los bordes encontrados en el archivo .avi.

## 2.4 Análisis de datos

A continuación se muestran los resultados obtenidos para la detección de bordes de la sección de reflujo de una columna de destilación a escala laboratorio. La fig. 3 muestra la imagen capturada por la cámara web en la interfaz de programación de Vision para Labview<sup>®</sup>.

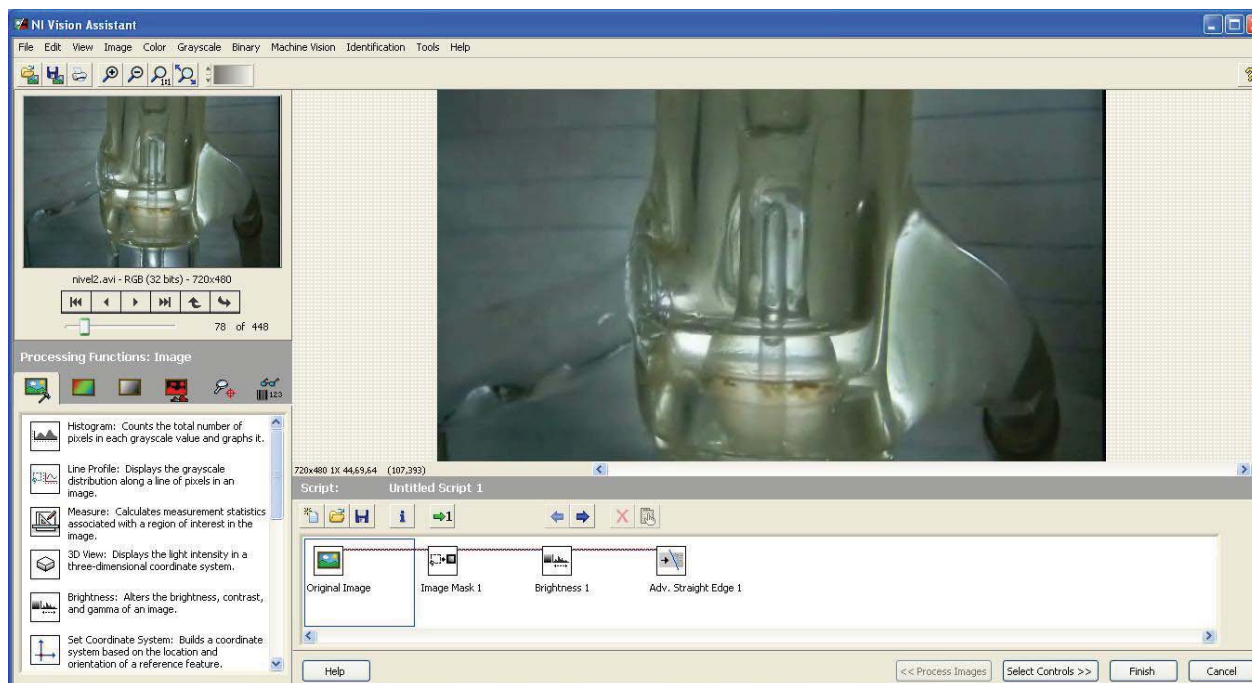


Fig. 3- Imagen de la sección de reflujo en el ambiente de programación donde se llevo a cabo la detección de bordes.

La Figura 4 muestra la interfaz en Labview<sup>®</sup> que el usuario operará y que será la entrada al lazo de control para el nivel de la sección de reflujo en la columna de destilación.

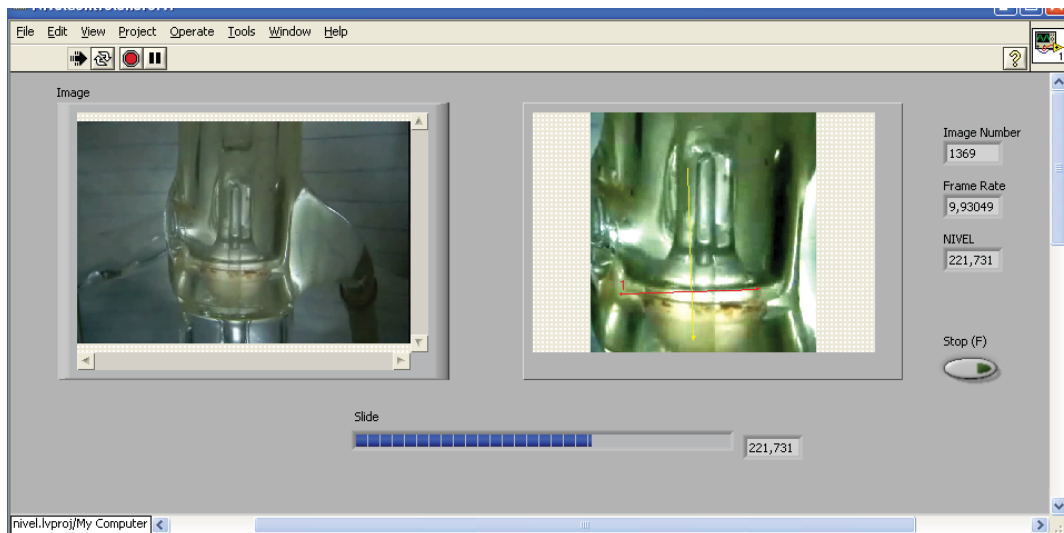


Fig.4- Interfaz del usuario.

La detección de los bordes principales del área de interés se llevo a cabo empleando el preprocesamiento de imágenes y el posterior procesamiento empleando aplicaciones de Vision de Labview<sup>®</sup>, esto representa una valiosa herramienta cuando se trata de detectar nivel en lazos de control donde el instrumento de medición típico de nivel no puede ser empleado, por ejemplo en sistemas donde se empleen sustancias altamente corrosivas, radiactivas o la localización de un sensor tradicional afecte la estructura del volumen de control que se estudia. Las aplicaciones con visión artificial al ser poco invasivas y exactas se presentan como una alternativa operacional de bajo costo y con la precisión propia de las herramientas computacionales.

## REFERENCIAS

- [1]. Corripio, A., Smith, C., *Control Automático de Procesos*. Lumusa, 1991.
- [2]. Pérez, A., Rosales, A., *Guía de Laboratorio de operaciones unitarias*. Obra no publicada Escuela de Ingeniería Química Universidad Central de Venezuela. 2006.
- [3]. S.A . *N.I Vision for Labview<sup>®</sup> User Manual*. 2005.
- [4]. Tocci, R., Widmer, N., *Sistemas Digitales*. Prentice Hall, 2003





## SISTEMA DE DETECCIÓN Y SEGUIMIENTO DE PUNTOS LUMINOSOS PARA LA OBTENCIÓN DE INFORMACIÓN DE VUELO EN VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS (UAVS).

**Gianbattista Pagano**

**Oscar G. Chang**

*gianpg@gmail.com*

*ogchang@gmail.com*

Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad Central de Venezuela.

Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela.

**Resumen.** *El uso de algoritmos de visión artificial se ha incrementado notablemente en los últimos años en los campos académicos, médicos, industrial y militar. Este incremento se debe en parte a las numerosas librerías gráficas de código abierto, con mayor rapidez de procesamiento de imágenes, que han aparecido. Trabajar con vehículos aéreos no tripulados (UAVs) controlados por visión es uno de los grandes retos contemporáneos, debido a su enorme complejidad técnica, que nos enfrenta a espacios de alta dimensionalidad, ricos en variaciones y formas de ruido. El presente trabajo utiliza la librería gráfica OpenCV de Intel para hacer seguimiento a tres LEDs con diferentes longitudes de onda ubicados en la estructura de un vehículo aéreo radio controlado (mini helicóptero). El elemento de visión es una cámara web estándar y el método de seguimiento está basado en la estimación del momento espacial y central de cada fuente de luz, para así obtener las coordenadas de las abscisas, ordenadas y el área ocupada (profundidad) para cada punto de luz rastreado y mapeado en 2D. Esta información visual compleja, captada en tiempo real, será posteriormente utilizada para entrenar una red neural evolutiva que cerrara el lazo de control y vuelo autónomo del UAV.*

**Palabras Clave:** Visión Artificial, Control Visual, OpenCV, UAVs (Unmanned Aerial Vehicles).

## 1. INTRODUCCIÓN

Los vehículos aéreos no tripulados (UAV: Unmanned Aerial Vehicle) son aeronaves que han sido desarrolladas para volar sin tripulación ya sea por control autónomo o humano. Estos tuvieron su origen luego de la primera guerra mundial y se emplearon posteriormente en la segunda guerra mundial.

Aunque los UAVs fueron creados para fines bélicos de reconocimiento y ataque. En la actualidad, existen numerosos equipos orientados a la investigación en las aéreas de la robótica [1], inteligencia artificial, visión [2] y control que han enfocado esfuerzos para realizar aplicaciones con fines civiles.

Existen universidades y empresas alrededor del mundo trabajando con vehículos aéreos no tripulados. Entre los más destacados orientados a aplicaciones civiles podemos encontrar el “Institute for Dynamic System and Control” en Suiza, el laboratorio “Robobees” de la Universidad de Harvard el departamento “Visión for Unmanned System” y la Universidad politécnica de Madrid por nombrar unos tantos. En Venezuela, la empresa G&F Tecnología tiene una rama dedicada al diseño de UAV de gran tamaño orientado a aplicaciones militares en ambiente externos.

Al usar librería gráficas, podemos modelar y por mucho mejorar las condiciones de visión que posee un ser humano. Por tal motivo, se utilizó la librería gráfica OpenCV de Intel como método de visión para hacer seguimiento a tres LEDs con diferentes longitudes de onda ubicados en la estructura de un vehículo aéreo radio controlado (mini helicóptero).

Como bien se sabe, el procesamiento de imágenes, es un tema complejo ya que se posee una gran cantidad de información que en muchos casos no es de interés. Nuestro método de seguimiento está basado en la estimación del momento espacial y central [3] de cada fuente de luz (segmentación), para así obtener las coordenadas de las abscisas, ordenadas y el área ocupada (profundidad) para cada punto de luz rastreado y mapeado en 2D logrando un modelo simplificado de posición y distancia. Esta información visual compleja, captada en tiempo real, será posteriormente utilizada para entrenar una red neural evolutiva [4] que cerrará el lazo de control y permitirá vuelo autónomo (vuelo estático- “hover”) del UAV en ambientes interiores.

El algoritmo propuesto ha sido probado solo en condiciones interiores con iluminación artificial controlada y su principal función es suministrar información de vuelo en tiempo real del desplazamiento y posición del UAV para su posterior procesamiento neural. En este documento se presentan los bloques funcionales, el algoritmo de detección y seguimiento, los resultados obtenidos así como la conclusión y futuros trabajos.

## 2. BLOQUES FUNCIONALES

Los bloques funcionales que se utilizan para la detección y seguimiento de los puntos luminosos ubicados en el UAV están integrados por diferentes componentes tanto de hardware como de software. Estos se encuentran detallados a continuación:

### 2.1 Helicóptero de prueba

El UAV utilizado es un helicóptero coaxial CX2 de E-flite Blade Fig. 1 controlado por radio frecuencia. Al ser coaxial, posee mayor estabilidad y control al vuelo. Sin embargo, solo se puede volar en aéreas cerradas sin flujo de viento ya que su área es reducida.



Fig. 1 - E-Flite Blade CX2 como UAV.

## 2.2 Sistema de visión

El sistema de visión, utiliza una cámara web integrada en una laptop. Esta cuenta con una resolución de 2 mega píxeles y es capaz de trabajar a 30 imágenes por segundo lo que en aplicaciones de video, es denominado tiempo real de captura. Sin embargo, este tiempo está directamente relacionado con el procesamiento y almacenamiento de los datos de interés; abscisas, ordenadas y áreas de cada punto luminoso ubicado en el UAV.

Para obtener como resultado, la detección y seguimiento de los puntos luminosos ubicados en el UAV, el algoritmo de visión debe cumplir un ciclo dividido en 4 etapas entre las cuales encontramos:

## 2.3 Captura de la imagen

En la captura, se discretiza una imagen de 320x240 píxeles para su posterior procesamiento. El funcionamiento de una cámara es detallado en [5] y los métodos de modelaje son planteados y descritos en [6]. Este trabajo no aborda estos puntos en profundidad ya que el modelaje de la cámara formará parte intrínseca en el control neural que se utilizará para controlar el vuelo del UAV en el trabajo posterior.

## 2.4 Segmentación del color

La selección del color de los LEDs que se encuentran ubicados en el UAV fue de vital importancia ya que al ser de colores: rojo (620-750nm), verde (495-570nm) y azul (450-475nm) se evita la interpolación por la distancia existente entre longitudes de onda.

El proceso de visión puede ser representado en términos en diferentes espacios del color. Sin embargo, aunque la captura de la imagen inicialmente se realiza en formato RGB es necesaria la conversión al el modelo de espacio HSV (matiz, saturación y valor) el cual se asemeja al comportamiento del ojo humano. El modelo de conversión RGB a HSV está discutido ampliamente en [7].

Para realizar una exitosa segmentación, es necesario determinar los umbrales (thresholds) de los colores de los LEDs en el espacio HSV. El algoritmo entonces, procederá a buscar en el segmento de la imagen compuesta, los píxeles que se encuentren en el rango máximo y mínimo predeterminado generando una nueva imagen únicamente con la información preparada para un post-procesamiento.

## 2.5 Suavizado

Todo proceso de visión es propenso al ruido. Para minimizarlo, se utilizó el operador de suavizado gaussiano Eq. 1 que no es más que una convolución que se realiza para difuminar y reducir el contraste de la imagen utilizando una ponderación donde los pesos toman forma de una campana de Gauss. Donde  $\mu$  representa el pico y  $\sigma$  la varianza (para cada variable del  $x$  e  $y$ ).

$$G_0(x, y) = Ae^{-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}} \quad (1)$$

## 2.6 Cálculo de momentos y almacenaje de datos

Una vez que la imagen se encuentra pre-procesada y filtrada (se reconstruyó la imagen 2D a partir de la proyección 3D por medio de las marcas visuales del UAV), se utilizó el método de momentos geométricos para extraer la información simplificada sobre cada punto luminoso.

Este método, aunque es muy sensible al ruido comparado con el cálculo de los momentos ortogonales, tiene como gran ventaja su rapidez logrando un procesamiento computacional mínimo [8].

Los momentos son clasificados por órdenes. Estos órdenes están dados por los índices  $p$  y  $q$  donde la suma de estos, indica el orden del momento. Para obtener la información sobre las abscisas, ordenadas y área se calcularon los momentos  $m_{(0,0)}$ ,  $m_{(1,0)}$  y  $m_{(0,1)}$  Ec. 2.

$$\begin{aligned} m_{(0,0)} &= \iint dx dy yb(x, y) \\ m_{(1,0)} &= \iint dx dy xf(x, y) \\ m_{(0,1)} &= \iint dx dy yf(x, y) \end{aligned} \quad (2)$$

Donde  $m_{(0,0)}$  describe el área y los momentos de primer orden contienen información sobre el centro de gravedad Ec. 3.

$$x = \frac{m_{(1,0)}}{m_{(0,0)}} \quad y = \frac{m_{(0,1)}}{m_{(0,0)}} \quad (3)$$

El proceso mencionado anteriormente, se realizó para cada punto luminoso con la finalidad de extraer información relevante sobre la estimación de la posición del UAV vista desde la cámara web. Todos estos datos son almacenados en tiempo real para luego servir de entradas a una red neural que tendrá la capacidad de controlar el vuelo estacionario del vehículo aéreo no tripulado.

## 3. EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

Las pruebas realizadas, tienen como finalidad validar el funcionamiento y comportamiento del algoritmo de visión. Estas pruebas se realizaron utilizando la plataforma OpenCV 2.0, Visual Studio C++ y fuente de luz fue artificial cercana a los 40 Lux.

### 3.1 Prueba de repetitividad

Esta prueba consistió en observar la respuesta del software de seguimiento de los puntos luminosos para obtener los errores en la medición en función de la distancia.

En la Figura 2, se observó que el error en la medición de los puntos luminosos aumenta con respecto a la distancia entre el UAV y el punto focal. Es importante destacar que el error mínimo es de  $\pm 1$  pixel. Con esta prueba se definió que el rango de visión para este algoritmo está entre los 30 cm y 120 cm.

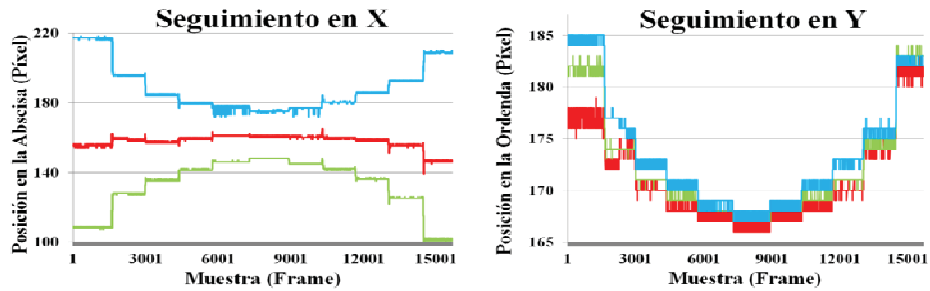


Fig. 2 - Prueba de seguimiento de la posición X e Y de los puntos luminosos.

### 3.2 Prueba de vuelo

Con esta prueba, se verificó el seguimiento de los puntos luminosos en tiempo real donde un piloto controla el vuelo del UAV. Con esto se determinó la capacidad de trabajo del algoritmo antes cambios de posición, velocidad y aceleración.

Como resultado de esta prueba, en la Fig. 3 se apreció, el comportamiento de los puntos de forma individual durante el vuelo. En el plano X, la separación que se observa corresponde con ubicación de los LEDs en el UAV. En el plano Y, al estar referenciados al mismo nivel (horizontal), el seguimiento es común. La medición del área, al ser dependiente de la detección del color en el espectro visual es variable pero calibrable.

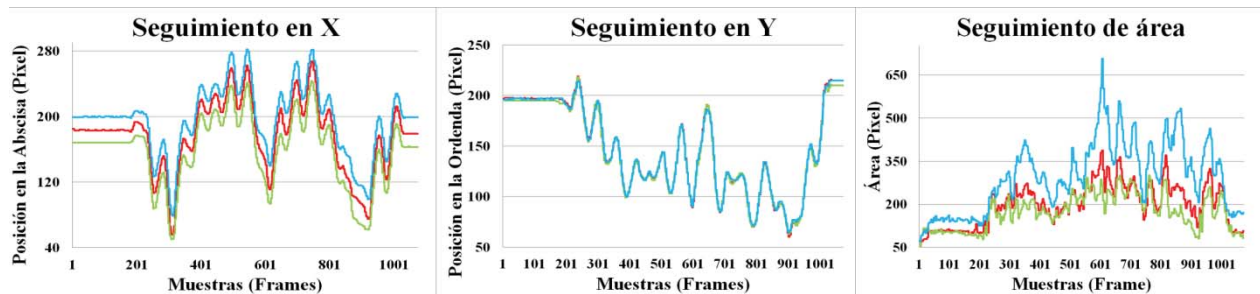


Fig. 3 - Seguimiento puntos luminosos en vuelo.

### 3.3 Tiempos de procesamiento

Se demostró el tiempo de cada proceso en función de 30 imágenes por segundos. El mayor tiempo se utiliza en el cálculo de los momentos y algoritmo de suavizado (mayor carga procesal). El tiempo libre de ejecución está conformado por el 11% (tiempo libre) y el 3% (almacenaje de

datos) dan un total de 4,545 mili segundos lo que garantiza el procesamiento de imágenes en tiempo real.

#### 4. CONCLUSIONES Y FUTUROS TRABAJOS

La detección y seguimientos de puntos luminosos para la estimación de la posición del UAV formarán parte fundamental del sistema de visión de una red neural evolutiva que utilizará las características de importancia extraídas en este procesamiento de imágenes para controlar el vuelo estacionario de un mini helicóptero.

Debido a que la red neural funciona utilizando numerosas operaciones de multiplicación (pesos por entradas), la estimación rápida de la posición de los puntos luminosos permitirán minimizar el tiempo de las salidas de la red en función de la excitación de las neuronas de entrada (imágenes adquiridas por el método propuesto).

Es importante resaltar que este método solo propone el seguimiento de puntos luminosos en interiores donde las condiciones de iluminación y ruido pueden ser controladas.

#### REFERENCIAS

- [1].Chang, O. *Evolving Cooperative Neural Agents for Controlling a Vision Guided Mobile Robot*. 8th IEEE International Conference on Cybernetic Intelligent Systems 2009. University of Birmingham, Birmingham, UK Computer Vision Group. ETSII – Universidad Politécnica de Madrid, Septiembre 2009. Email: ogchang@gmail.com
- [2].Chang, O., Campoy, P., Martínez, C. y Olivares, M. *A Robotic Eye Controller Based on Cooperative Neural Agents*. The 2010 IEEE World Congress on Computational Intelligence (IEEE WCCI 2010) Universidad Politécnica de Madrid ETSII Madrid – 28006, Computer Vision Group, Barcelona-Spain, 2010. Email: ogchang@gmail.com.
- [3].Fletcher, L. *An Introduction to Computer Vision*. Australian National University, 2005.
- [4].Elmenreich, W., Klinger, G. *Genetic Evolution of a Neural Network for the Autonomous Control of a Four-Wheeled Robot*. Viena University of Technology. Institute of Computer Engineering. Viena-Austria. 2007. Email: {will,gernot.klingler}@umars.tuwien.ac.at
- [5].Xin, L. *Modelling the Pinhole Camera- Projection, perspective, matrices*. University of Central Florida. Email: xli@math.ucg.edu
- [6].Truchetta, R., Spring, K., Davidson, M. *Introduction to CMOS Image Sensors*. Optical Microscopy Division, 2004. Revisado en: 3 de Septiembre de 2011. Disponible en: <http://www.micro.magnet.fsu.edu/primer/digitalimaging/cmosimagesensors.html>
- [7].Cardani, D. *Adventures in HSV Space*. 2008. Email: dcardani@buena.com
- [8].Kotoulas L. y Andreadis I. *Image analysis using moments*. Laboratory of Electronics. Section of Electronics and Information Systems Technology, Democritus University of Thrace, Greece. Email: {lkotoula, iandread}@ee.duth.gr

## MODELO Y PROGRAMA PARA EL ANALISIS ENERGETICO Y EXERGETICO DEL CICLO BRAYTON

**Carlos G. Villamar**

**Yoel J. Valera**

**Alirio Rondón**

*villamar@ula.ve*

*ingjosevalera@cantv.net*

*alirio\_rs@hotmail.com*

Grupo de Motores Térmicos (GRUMOTE), Universidad de los Andes. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Mecánica. Mérida, Venezuela.

**Rafael Santos**

*rsantosl@ula.ve*

Grupo de TermoFluidoDinámica (TFD), Universidad de los Andes. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería Mecánica. Mérida, Venezuela.

**Resumen:** *En este trabajo se presenta un modelo que permite determinar los principales parámetros de funcionamiento del ciclo Brayton, empleando diferentes combustibles, así como realizar su análisis energético y exerético. El modelo utiliza un método de cálculo basado en ecuaciones termodinámicas, tales como, conservación de la masa, Primera y Segunda Ley de la Termodinámica; las cuales permiten determinar la cantidad, calidad y degradación de la energía durante los procesos. Se considera que el fluido de trabajo se comporta como un gas ideal y que su composición así como sus propiedades tales como los calores específicos, los cuales son función de la temperatura y composición, cambian a lo largo del ciclo debido al proceso de combustión. Los resultados conseguidos permiten concluir que la suposición de que el fluido de trabajo es solo aire con calores específicos constantes y procesos de absorción y rechazo de calor de fuentes externas de energía, es aceptable ya que al comparar los resultados al emplear diferentes combustibles, se observa que los parámetros de operación tienen un comportamiento similar, adicionalmente de los resultados obtenidos se puede concluir que, de los combustibles estudiados el que más potencia produce, consume menos combustible y permite obtener una mayor eficiencia exerética, es el metano, consiguiendo adicionalmente con esto una reducción en las emisiones de dióxido de carbono.*

**Palabras clave:** Ciclo Brayton, Eficiencia, Disponibilidad, Energía, Exergía

## 1. INTRODUCCION

El ciclo Brayton modela el funcionamiento de las turbinas de gas y su propósito es el de producir potencia al transformar la energía química contenida en el combustible en trabajo mecánico, por lo cual su rendimiento se expresa en términos de eficiencia térmica [1]. En este trabajo se presenta un modelo que permite realizar estudios energéticos basados en la Primera Ley de la Termodinámica y estudios exergéticos o de disponibilidad empleando la Segunda Ley de la Termodinámica, esto con el fin de comparar la eficiencia del ciclo bajo estudio desde dos puntos de vista: uno basado en la conservación de la energía y otro desde la calidad de la energía.

## 2. MARCO TEORICO

Se considera que el fluido de trabajo se comporta como gas ideal y su composición cambia a lo largo del ciclo debido al proceso de combustión, por consiguiente sus propiedades tales como la entalpía y calores específicos son función de la temperatura y composición. Empleando las ecuaciones de la Primera y Segunda ley de la Termodinámica, aplicada a cada uno de los dispositivos del ciclo, considerando que todos ellos trabajan en estado estable y despreciando los cambios de energía cinética ( $E_c$ ) y potencial ( $E_p$ ) se obtiene las siguientes ecuaciones:

$$\dot{Q} - \dot{W} + \sum \left( \dot{m} h \right)_e - \sum \left( \dot{m} h \right)_s = 0 \quad (1)$$

$$\sum \left( \dot{m} s \right)_e + \sum \frac{\dot{Q}_K}{T_K} + \dot{S}_{gen} = \sum \left( \dot{m} s \right)_s \quad (2)$$

Dónde:  $\dot{Q}$  : flujo de calor;  $\dot{W}$  : potencia;  $\dot{m}$  : flujo másico;  $h$ : entalpía específica, los subíndices  $e$  y  $s$  se refieren a la entrada y salida respectivamente,  $s$ : representa la entropía específica;  $\dot{S}_{gen}$  es la entropía generada, la cual es una medida de las irreversibilidades. La Ec. (2) Considera que existe intercambio de calor con los alrededores en una tasa igual a  $\dot{Q}_K$  y  $T_K$  es la temperatura de la superficie del volumen de control, en este estudio se considera que la temperatura de la frontera del volumen de control es igual a la temperatura de los alrededores en cualquier punto [1][2].

Despreciando los efectos magnéticos, eléctricos de tensión superficial y nuclear, se dice que un sistema está en el estado muerto cuando este se encuentra en equilibrio termodinámico con sus alrededores, es decir; la temperatura ( $T_0$ ) y presión ( $p_0$ ) deben ser iguales a las de los alrededores, no debe existir variación de la cantidad de masa que se encuentra en cada fase y su composición química debe ser constante [2][3]. El análisis de disponibilidad requiere el empleo del término exergía ( $X$ ), que representa el potencial de trabajo o la parte de la energía que puede convertirse en trabajo cuando un sistema que se encuentra en un estado inicial especificado es llevado reversiblemente hasta el estado muerto [3]. La cantidad de trabajo neto real que se obtiene de un sistema se conoce como trabajo útil ( $W_U$ ) o real y el trabajo reversible ( $W_{rev}$ ) se define como la cantidad máxima de trabajo que puede producirse cuando un sistema realiza un proceso entre un estado inicial y uno final de manera totalmente reversible, o el trabajo mínimo que requiere un dispositivo que consume trabajo; si el estado final es el estado muerto entonces el trabajo reversible es igual a la exergía [1][3]. Combinando las Ec. (1) y (2) se obtiene la Ec. (3).



$$\dot{W}_U = \sum \left( \dot{m} h - T_0 s \right)_e - \sum \left( \dot{m} h - T_0 s \right)_s - T_0 \dot{S}_{gen} \quad (3)$$

Al realizar un análisis de exergía, el primer paso es elegir un volumen de control ( $vc$ ) apropiado y luego aplicarle un balance de exergía, tal como se observa en las Ec. (4) y (5).

$$X_Q - X_W + X_{m,e} - X_{m,s} - X_{destruida} = (X_2 - X_1)_{vc} \quad (4)$$

Los términos  $X_{m,e}$  y  $X_{m,s}$ , representan la exergía que entra y sale con la masa que atraviesa el  $vc$  y los subíndices 1 y 2 representan el estado inicial y final respectivamente.

$$\sum \left( 1 - \frac{T_0}{T_K} \right) \dot{Q}_K - \left[ \dot{W} - P_0 \frac{dV_{vc}}{dt} \right] + \sum \dot{m}_e \psi_e - \sum \dot{m}_s \psi_s - \dot{X}_{destruida} = \frac{dX_{vc}}{dt} \quad (5)$$

donde la exergía de flujo ( $\psi$ ) expresada por unidad de masa para una sola corriente de fluido que entra y sale de un dispositivo de flujo permanente y despreciando los cambios de  $E_c$  y  $E_p$ , se obtiene al considerar la entrada del estado real y la salida del estado muerto [2].

$$\psi = (h_e - T_0 s_e) - (h_0 - T_0 s_0) = (h_e - h_0) - T_0 (s_e - s_0) \quad (6)$$

Para obtener el trabajo reversible se hace cero el término de exergía destruida,  $T_0 \dot{S}_{gen}$  en la Ec. (3), dicho término representa la irreversibilidad, la cual siempre es una cantidad positiva o cero en los procesos reversibles. La eficiencia exergética, es distinta de la eficiencia tradicional empleada en el análisis de los diversos dispositivos y ciclos, también llamada eficiencia energética ya que esta última se cuantifica desde el punto de vista de la conservación de la energía, mientras que la eficiencia exergética mide la aproximación de un proceso o ciclo a su operación reversible y se expresa de forma general mediante la siguiente ecuación.

$$\eta_{II} = \frac{X_{recuperada}}{X_{suministrada}} = \frac{X_{suministrada} - X_{destruida}}{X_{suministrada}} = 1 - \frac{X_{destruida}}{X_{suministrada}} \quad (7)$$

### 3. DESARROLLO DEL MODELO

El modelo considera que el fluido de trabajo es solo aire durante las etapas previas a la combustión y una mezcla de productos de combustión en los procesos posteriores, cuya composición y propiedades serán función de la temperatura, tipo de combustible y la cantidad de cada especie formada o empleada. Se considera que por el compresor y los interenfriadores solo circula aire. Para determinar la temperatura de salida isentrópica del compresor se emplean las relaciones  $Tds$  y la ecuación de gases ideales, haciendo cero el cambio de entropía, para determina el calor específico y la entalpía se emplea el polinomio de cuarto grado propuesto por Cengel [2] el cual está en función de la temperatura, el estado de salida real se determina por medio de la eficiencia isentrópica, conociendo los estados inicial y final se puede determinan las potencias, irreversibilidad, exergía y eficiencia exergética empleando las Ec. (1) a la Ec. (7). Para analizar los interenfriadores empleados en el ciclo con el fin de reducir la temperatura de entrada del aire en cada etapa de compresión, se requiere realizar un balance de energía similar al que se hizo para el compresor, sabiendo que en estos dispositivo no hay trabajo, se asume que el calor absorbido por el fluido "frío" (aire del ambiente) es el mismo que el rechazado por el fluido

"caliente" (aire comprimido que circula en el ciclo). En este caso se considera que la temperatura de entrada del aire comprimido es la temperatura de salida real del compresor que le antecede y se asume que el enfriamiento se realiza hasta la temperatura mínima que es la de los alrededores. Por otro lado los regeneradores son intercambiadores de calor en donde un fluido caliente (gases de escape) y uno frío (aire comprimido del ciclo) fluyen en sentido opuesto sin que se produzca mezcla entre ellos. Su función en el ciclo es precalentar el aire que entra a la cámara de combustión con el fin de reducir el consumo de combustible, para el análisis de este dispositivo se considera que el regenerador se comporta como un intercambiador de calor con dos corrientes de fluido sin mezclarse. La(s) cámara(s) de combustión es el lugar donde se realiza la reacción de combustión entre el aire y el combustible inyectado, se asume que está bien aislada y no hay pérdidas de calor al ambiente, por lo tanto la temperatura de los productos será la máxima posible, dicha temperatura se conoce como la temperatura de llama adiabática. Se considera que la combustión es completa, ya que la relación aire combustible con que operan las turbinas de gas, es elevada lo que hace que las probabilidades de obtener combustión completa también lo sea [3, 5]. Al realizar el balance de energía se llega a la siguiente ecuación:

$$\left[ \sum_{i=1}^n N_i (\bar{h}_f + \bar{h}_T - \bar{h}_{T_0}) \right]_{prod} = \left[ N_i (\bar{h}_f + \bar{h}_T - \bar{h}_{T_0}) \right]_{comb} + \left[ \sum_{i=1}^n N_i (\bar{h}_f + \bar{h}_T - \bar{h}_{T_0}) \right]_{aire} \quad (8)$$

Para determinar la entalpía de cada especie se emplea la Ec. (8),  $\bar{h}_f$  es la entalpía de formación que se obtienen de las tablas de propiedades publicadas por JANAF [6];  $\bar{h}_T - \bar{h}_{T_0}$  es la diferencia de entalpía sensible referida al estado estándar de referencia: 100 kPa y 25°C;  $H$  representa la entalpía y el subíndice *prod* indica productos o especies formadas, al considerar que los reactantes están formados por la mezcla aire - combustible para la primera cámara de combustión y para las cámaras de combustión posteriores se toma en cuenta la presencia de los gases de escape producidos en las cámaras de combustión anteriores, más la cantidad de combustible adicional suministrada en cada cámara, la cantidad de aire no se incrementa ya que las turbinas de gas operan comúnmente con relaciones aire - combustible de 50 o más [2], por lo tanto la cantidad de aire inicialmente admitida es suficiente para quemar el combustible adicional suministrado en las diversas cámaras de combustión con el fin de obtener la máxima temperatura posible. Para determinar la entalpía y calor específico de los combustibles, así como la entalpía de cada especie formada durante la combustión requieren el empleo las ecuaciones respectivas propuesta por Heywood [7] y Stephen [8], las cuales son función de la temperatura y composición del fluido de trabajo. Determinar la entalpía de los productos de los reactantes requiere conocer los moles de cada especie que participa en la reacción, para ello se plantea la ecuación de la reacción de combustión para cada cámara y luego se balancea, considerando que en la primera cámara solo hay aire y combustible mientras que en las cámaras de combustión posteriores ingresa aire, productos de combustión de la cámara de combustión anterior más el combustible adicional suministrado. La determinación de los parámetros de funcionamiento de las turbinas requiere seguir un procedimiento similar al de los compresores pero considerando que el fluido de trabajo es una mezcla de gases producto de la combustión. La exergía destruida durante todo el ciclo se determina realizando la sumatoria del producto de la temperatura de los alrededores y la entropía generada en cada uno de los dispositivos, mientras que eficiencia exergética se obtiene entre el cociente de la potencia útil total y la reversible.

El modelo descrito se implementó en un programa de computación [9], el cual puede descargarse en la siguiente dirección:

www.webdelprofesor.ula.ve/ingenieria/villamar/PROGRAMAS/ProgramasComputacion.htm

#### 4. RESULTADOS

Se presenta una muestra de los resultados obtenidos empleando el programa desarrollado, se tomó como ejemplo un ciclo Brayton con dos etapas de compresión, dos de expansión y regeneración, se consideró que las condiciones ambientales eran de 27°C y 100 kPa, temperatura máxima del ciclo de 1200°C, relación de presión de cada etapa de compresión igual a 3, flujo másico de aire unitario, las eficiencias isentrópicas de los compresores, turbinas y regenerador fueron de 80%, 85% y 75% respectivamente, dichos valores se tomaron de condiciones promedio de operación en esta clase de dispositivos [1][2][3].

**Tabla 1.** Resumen de resultados.

Combustible	Hexano	Metano	Propano	Octano	Aire
$c$ [kW] =	-277.31	-277.31	-277.31	-277.31	-277.5
$T$ [kW] =	714.12	720.02	715.42	713.83	677
$n$ [kW] =	436.81	442.71	438.11	436.52	399.4
$c$ [kg/s]	0.0217	0.0199	0.0212	0.0219	0
$\eta_I$ =	0.4170	0.4009	0.4112	0.4165	0.4689
$\eta_{II}$ =	0.8589	0.8600	0.8591	0.8588	0.8488

**Tabla 2.** Potencia neta [kW] empleando diferentes combustibles en función de  $r_p$

$r_p$	2	2.5	3	3.5	4	4.5
netaMetano	308.11	386.35	442.70	485.04	517.76	543.57
netaPropano	305.63	382.75	438.11	479.55	511.48	536.58
netaOctano	304.77	381.50	436.52	477.66	509.32	534.17
netaHexano	304.93	381.73	436.81	478.01	509.71	534.61
netaAire	286.60	353.60	399.40	432.20	456.10	473.70

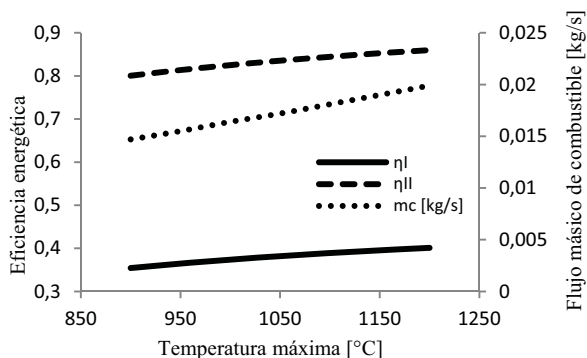


Figura 2 - Eficiencia energética, exérgica y flujo másico de combustible para el Metano en función de la temperatura máxima

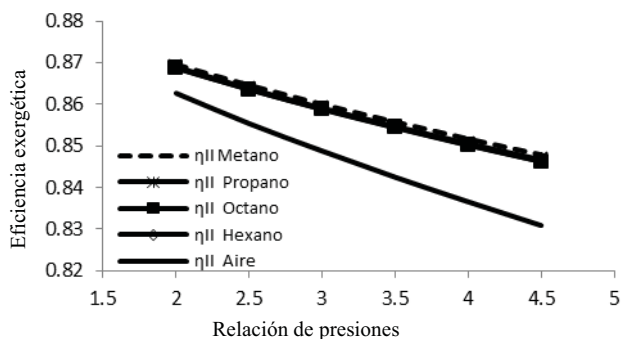


Figura 1 - Eficiencia exérgica en función de la relación de presiones empleando diferentes combustibles

En la se aprecia un resumen de los resultados obtenidos al emplear el modelo, utilizando diferentes combustibles, en la última columna se hace la comparación con un ciclo de aire con calores específicos constantes. Se puede observar que la mayor eficiencia exérgica, mayor potencia neta y el menor consumo de combustible se obtiene al emplear metano como combustible, aunque su eficiencia energética es la menor de los casos mostrados. En la se aprecia que al aumentar la temperatura máxima todas las eficiencias, potencias y calores involucrados se incrementan como era de esperarse. En la se puede observar la variación de la eficiencia exérgica al emplear diferentes combustibles en función de la relación de presiones. En la Tabla 2, se observa que al aumentar  $r_p$  se incrementa el consumo de combustible, la eficiencia energética y la potencia neta, pero se reduce la eficiencia exérgica

## 5. CONCLUSIONES

El modelo presentado permite determinar los principales parámetros de funcionamiento del ciclo Brayton mediante un análisis energético y exergético, con el fin de poder realizar su estudio desde dos puntos de vista distintos tales como la conservación de la energía y la degradación de la calidad de la energía. Se puede observar en la Tabla 1 que al hacer la suposición de que el ciclo Brayton opera como un ciclo de aire, con calores específicos constantes, los resultados obtenidos solo difieren en 0.06% y 5.44% al comparar la potencia del compresor y turbina respectivamente con los casos cuando se emplea el modelo propuesto con diferentes tipos de combustibles al tomar resultados promedios, además se observó que el comportamiento del ciclo de aire es igual al que se obtiene empleando diferentes combustibles, con esto se puede concluir que la suposición hecha en los estudios iniciales de la Termodinámica de que el ciclo Brayton opera solo con aire con calores específicos constantes y procesos de transferencia de calor, es válida, la ventaja de emplear esta suposición es que simplifica notablemente el análisis del ciclo en las etapas iniciales del estudio de la Termodinámica y permite una considerable disminución en la complejidad de los cálculos. De los resultados de las tablas 1 y 2 se puede concluir que el combustible que más potencia produce al emplearlo en el ciclo es el metano, así mismo consume menos combustible y tiene mayor eficiencia exergética, además el metano ( $CH_4$ ) al contener solo un átomo de carbono es el combustible que menos dióxido de carbono produce, reduciendo con esto el efecto sobre la contaminación atmosférica debido al efecto invernadero.

## REFERENCIAS

- [1] Van Wylen., Sonntag, R., Borgnakke, C. 2002. *Fundamentos de Termodinámica*. Limusa.
- [2] Cengel, Yunus A. 2006. *Termodinámica*. 5° Edición. McGraw-Hill.
- [3] Wark, Kenneth Jr. 2002. *Termodinámica*. 6° Edición. McGraw-Hill.
- [4] Szargut, J., Morris, D., Steward, F. 1988. *Exergy Analysis of Thermal, Chemical and Metallurgical Processes*. Hemisphere Publishing Corporation
- [5] Araque, Jesús., Figueroa, Simón. 2005. *El Proceso de Combustión en Motores de Combustión Interna Alternativos*. Mérida – Venezuela
- [6] JANAF. 1971. *Thermochemical Tables*, NSRDS-NBS-37
- [7] Heywood, Jhon B. 1988. *Internal Combustion Engines Fundamentals*. McGraw Hill.
- [8] Stephen R. Turns. 1996. *An Introduction to Combustion Concepts and Applications*. McGraw-Hill
- [9] Rondon, Y., Valera, Y. 2006. *Software para el análisis exergético del ciclo Brayton*. Proyecto de grado. Universidad de los Andes. Mérida, Venezuela.

## **SOLUCION DE CINEMATICA INVERSA EMPLEANDO ANFIS EDIT DE MATLAB**

**Carlos Prieto**

*carlos.prieto@inabio.edu.ve*

**Miguel Cerrolaza**

*miguel.cerrolaza@inabio.edu.ve*

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela, Av. La Salle entre 3° y 4° transversal, Urb. Sebucán, Caracas, Venezuela, <http://www.inabio.edu.ve>

**Resumen.** *La solución del modelo cinemática inverso para calcular cada ángulo de un brazo robótico es necesario para lograr una posición específica del efector final, existen varias técnicas y métodos para resolver el problema, sin embargo son computacionalmente costosos y más en el caso de una ejecución en tiempo real, además de la complejidad de los cálculos al presentarse funciones no lineales. Se propone una solución con un modelo difuso sintonizado por redes neuronales artificiales utilizando el editor ANFIS de MATLAB® (Adaptive Neural based Fuzzy Inference System). Se implementan los resultados sobre una simulación de un brazo robótico tipo PUMA (Programmable Universal Manipulation Arm) de 3GDL (Grados de libertad). Las posiciones angulares de las articulaciones son calculadas empleando 3 modelos ANFIS, teniendo como entradas las coordenadas cartesianas (x, y, z). Concluyendo que la solución al problema cinemática inverso de un manipulador robótico de 3GDL puede ser aprendida sin ningún algoritmo analítico matemático, obteniendo resultados que están dentro del margen de error permitido.*

**Palabras Clave:** Cinemática Inversa, ANFIS (Adaptive Neural based Fuzzy Inference System), Robótica, Redes Neuronales, Lógica Difusa.

## 1. INTRODUCCION

Se disponen de diversos métodos para resolver el problema de cinemática inversa en brazos robóticos, pero la mayoría de estos métodos son costosos computacionalmente y requieren una gran habilidad matemática. Por ello se propone la implementación de un sistema neuro-difuso que da la solución al problema de la cinemática inversa en un manipulador robótico de 3 grados de libertad.

La solución de la cinemática inversa por ANFIS involucra 3 temas esenciales:

- Cinemática en Robótica.
- FIS (Sistemas de Inferencia Difusa).
- RNA (Redes Neuronales Artificiales).

### 1.1 Cinemática Robótica

Estudia el movimiento del robot con respecto a un sistema de referencia sin considerar las fuerzas que intervienen. Enfocándose en la descripción analítica del movimiento espacial del robot y en particular por las relaciones entre posición y orientación del extremo final del robot con los valores de las coordenadas articulares. (Barrientos, y otros, 2007) [1]. Los problemas a resolver en la cinemática del robot son:

***La Cinemática Directa.*** Permite conocer cuál es la posición y orientación que adopta el extremo del robot cuando se saben los ángulos de las entre las articulaciones.

***La Cinemática Inversa.*** Consiste en encontrar los valores que deben adoptar las coordenadas articulares del robot para que su extremo se posicione y oriente según la ubicación espacial deseada. Encontrar la solución de la cinemática inversa no es fácil cuando la configuración del robot ofrece varios grados de libertad, en la medida que aumentan los GDL las ecuaciones aumentan encontrándose con sistemas no lineales y con discontinuidades que hacen la solución bastante complicada por métodos convencionales como la matriz de transformación homogénea o métodos geométricos. Otra alternativa es usar tecnología soft-computing o computación flexible.

***Computación Flexible. ( soft-computing).*** Término propuesto por Lotfi A. Zadeh en 1992 y definiéndolo como una aproximación para construir sistemas computacionales inteligentes, que posean la remarcada habilidad de la mente humana para razonar y aprender en un ambiente de incertidumbre e imprecisión. Constituye varias teorías computacionales como las redes neuronales, la lógica difusa, los algoritmos genéticos y los algoritmos evolutivos. Siendo las redes neuronales artificiales y la lógica difusa dos teorías que unidas conforman una herramienta para la solución de la cinemática inversa denominada ANFIS.

### 1.2 FIS (Sistemas de Inferencia Difusa).

Es un conjunto de principios matemáticos basados en grados de membresía o pertenencia, cuya función es modelar información. Este modelado se hace con base en reglas lingüísticas que aproximan una función mediante la relación de entradas y salidas del sistema. Esta lógica presenta rangos de membresía dentro de un intervalo entre 0 y 1. (Ponce Cruz, 2011)[2]. Mediante el uso de la lógica difusa se puede representar la forma de la lógica humana además que

no es necesario conocer un modelo matemático del sistema real. MATLAB® dispone de una herramienta llamada FIS editor, Fig. 1, a la cual se accede colocando *fuzzy* en el editor de comandos, con la cual es posible diseñar controles difusos de gran complejidad.

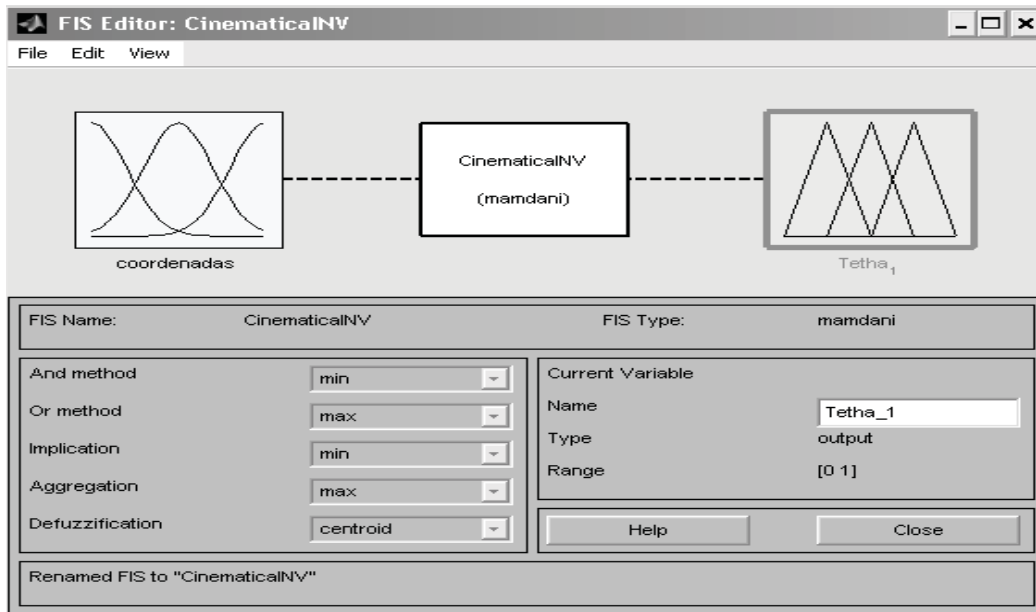


Figura 1 – FIS Editor

### 1.3 RNA (Redes neuronales Artificiales)

Introducidas por McCulloch y Pitts en 1943, las redes neuronales artificiales son aproximadores no lineales a la forma en que funciona el cerebro. Constan de un número grande de procesadores simples ligados por conexiones con pesos. Las unidades de procesamiento se denominan neuronas. Cada unidad recibe entradas de otros nodos y genera una salida simple escalar que depende de la información local disponible, que llega a través de las conexiones con pesos. Las RNA requieren entrenamiento una forma de llevarlo a cabo es a partir del establecimiento de pesos con anterioridad o con el uso de técnicas de retroalimentación y patrones de aprendizaje que cambien los pesos hasta encontrar los adecuados.

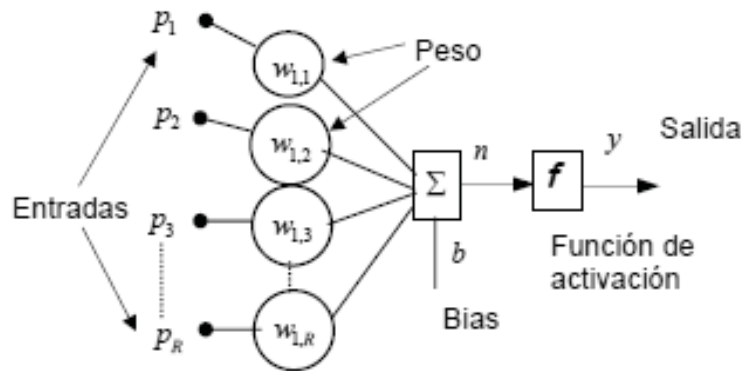


Figura 2 – Modelo de una neurona con múltiples entradas (McCulloch, y otros, 1943) [3]

## 2. REDES ANFIS

Los sistemas ANFIS son sistemas basados en redes neuronales adaptables con inferencia difusa. Para el ajuste de los parámetros se usa el método de retropropagación del error. La idea principal de este método es el empleo de los parámetros de las funciones de activación como parámetros de ajuste, esto es, los pesos de las redes neuronales convencionales, lo cual permite el ajuste automático de las reglas, así como el ajuste de las funciones de membresía. El mapeo difuso puede representarse a través de una matriz de asociación difusa y después trasladarse a regiones de activación; esto se puede representar por redes de tipo ANFIS las cuales pueden ser empleadas para el mapeo correcto de las decisiones en un sistema de inferencia difuso bajo un proceso de entrenamiento. (Ponce Cruz, 2011) [2]. En Matlab® se puede generar una red tipo ANFIS por medio de la herramienta ANFIS edit que permite entrenar una red neuronal con la se generan las leyes del conocimiento en un sistema difuso. El editor se invoca con la palabra *anfisedit* en el editor de comandos de Matlab®. Fig. 3.

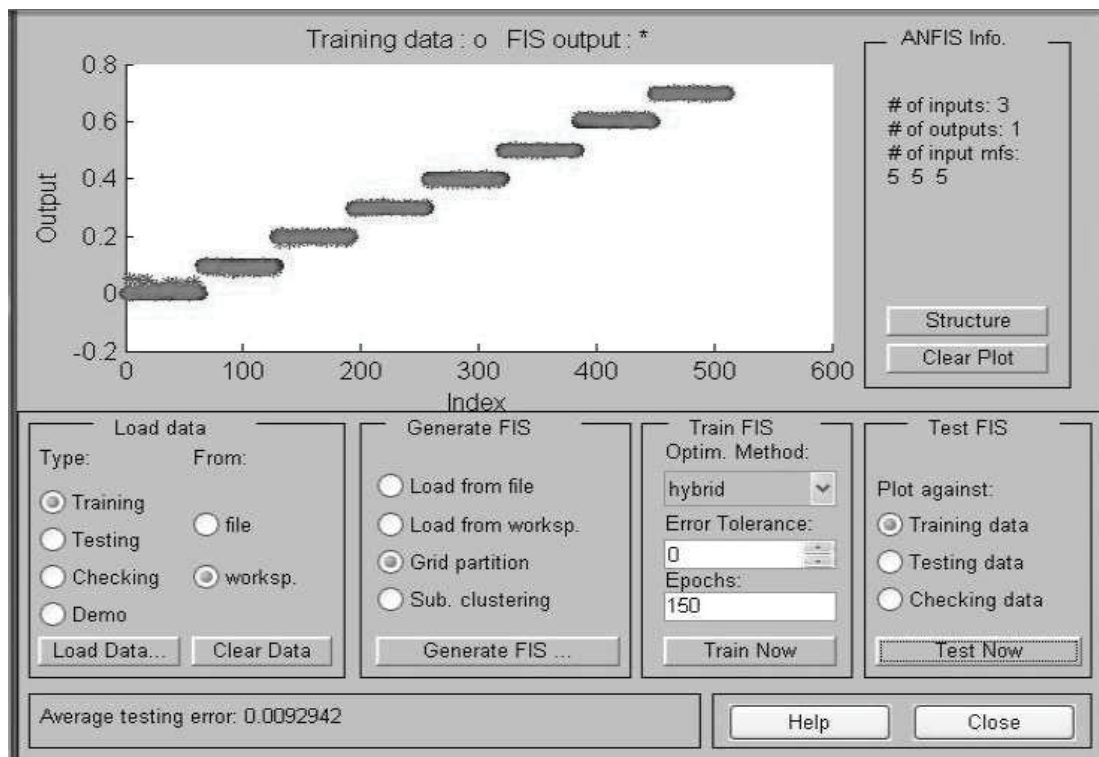


Figura 3 – Editor ANFIS

## 3. CALCULOS Y RESULTADOS DE LA CINEMATICA INVERSA

Inicialmente para el desarrollo de la estructura neuro-difusa es proporcionar la información de entrada y salida que se le entrega a la red ANFIS para el aprendizaje. Como el problema a solucionar es un la cinemática inversa de un manipulador robótico de tres grados de libertad es necesario plantear la cinemática directa del manipulador defina por las Ecu. (1, 2, 3) (Ponce Reynoso, 2008) [4], para el brazo tipo PUMA 3GDL presentado en la Fig. 4



$$x = \cos(\theta_1) * (L_3 * \cos(\theta_2 + \theta_3) + L_2 * \cos(\theta_2)) \quad (1)$$

$$y = \sin(\theta_1) * (L_3 * \cos(\theta_2 + \theta_3) + L_2 * \cos(\theta_2)) \quad (2)$$

$$z = L_3 * \sin(\theta_2 + \theta_3) + L_2 * \sin(\theta_2) + L_1 \quad (3)$$

Se definió  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  y  $\theta_3$  como las variables de los ángulos articulares con un rango de movilidad de 0 a 90 grados, con un incremento de 0.1 que definirá el bloque de datos de entrenamiento, es necesario entrenar 3 redes ANFIS con entradas  $(x, y, z)$  y salida  $\theta_1$  otra para salida  $\theta_2$  y otra para  $\theta_3$ . Es necesario generar una matriz con todas las posibles combinaciones de ángulos para ello se crea una matriz tridimensional usando *meshgrid()*. En código de Matlab® se define como:

```
[Theta1, Theta2, Theta3] = meshgrid(theta1, theta2, theta3)
```

Se reemplazan los valores en las Ecu. (1,2,3) y tendremos las matrices de las coordenadas  $(x, y, z)$ .

Finalmente se crean los datos de entrada-salida para cada una de las redes ANFIS. En código de Matlab® se define como:

```
% Generación de data entrenamiento para 3 redes ANFIS la solución de la
% Cinemática Inversa de un brazo Robótico tipo PUMA con 3GDL

L1=15; %Longitud de eslabón 1
L2=30; %Longitud de eslabón 2
L3=20; %Longitud de eslabón 3

a1 = 0:0.1:pi/2; %Recorrido Angular de la Articulación 1
a2 = 0:0.1:pi/2; %Recorrido Angular de la Articulación 2
a3 = 0:0.1:pi/2; %Recorrido Angular de la Articulación 3

[A1, A2, A3] = meshgrid(a1, a2, a3);

%Ecuaciones de la Cinemática Directa de un Brazo Robótico Tipo PUMA 3GDL
x = cos(A1) .* (L3 * cos(A2 + A3) + L2 * cos(A2));
y = sin(A1) .* (L3 * cos(A2 + A3) + L2 * cos(A2));
z = L3 * sin(A2 + A3) + L2 * sin(A2) + L1;

Data1 = [x(:) y(:) z(:) A1(:)]; % dataset x,y,z,A1, 3 IN 1 OUT para ANFIS1
Data2 = [x(:) y(:) z(:) A2(:)]; % dataset x,y,z,A2, 3 IN 1 OUT para ANFIS2
Data3 = [x(:) y(:) z(:) A3(:)]; % dataset x,y,z,A3, 3 IN 1 OUT para ANFIS3

ANFISEDIT % Abre el toolbox de neuro-fuzzy

% Cada Data se emplea como datos de entrenamiento para el toolbox anfisedit
```

Se cargan los datos en el editor de ANFIS como se ve en la Fig. 3 y se genera un FIS de 5 funciones de membresía de tipo Gbell para cada entrada  $x, y, z$  y se propone una salida de tipo constante. Además se proponen 150 épocas para el entrenamiento, y por último se logra el entrenamiento con un error de 0.01 % aprox. En la Fig. 3 se muestran los resultados obtenidos para el ángulo 1.

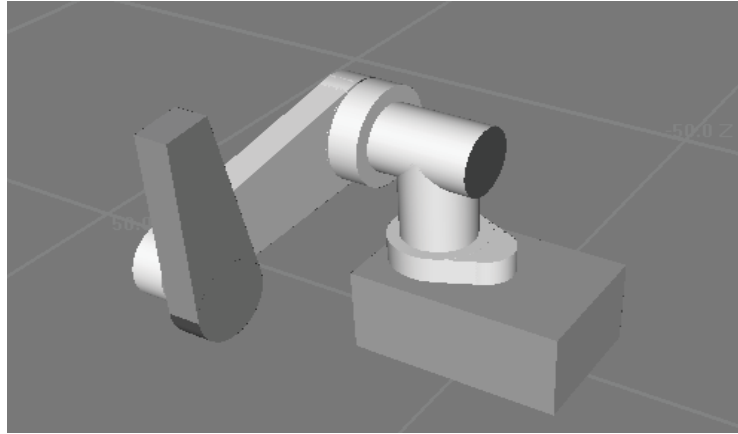


Figura 4 - Brazo tipo PUMA 3GDL

Los resultados fueron implementados en un el brazo tipo PUMA 3GDL simulado bajo el ambiente de Roboworks® gracias a una librería que permite el enlace con Matlab®.

#### 4. CONCLUSIONES

La solución al problema cinemático inverso de un manipulador robótico de 3GDL puede ser aprendida sin ningún algoritmo analítico matemático, obteniendo resultados que están dentro del margen de error permitido.

El obtener el modelo ANFIS requirió un gasto computacional significativo en el entrenamiento de la red, fue necesario una maquina (4Gb de memoria, procesador dual core 2,8Ghz, sobre una plataforma de 32Bits). Después del entrenamiento de la red disminuye el consumo de memoria y la manipulación de la red ANFIS en ambiente SIMULINK® es eficiente.

Es posible disminuir el error aumentando la data y las funciones de membresía (*mf*).

Es necesario generar un algoritmo de trayectorias para que el movimiento del brazo sea continuo y suave.

#### REFERENCIAS

- [1]. Barrientos, A, y otros. 2007. *Fundamentos De Robotico*. Madrid : McGraw Hill, 2007. 978-84-4815-5636-7.
- [2]. Ponce C, P. 2011. *Inteligencia Artificial con Aplicaciones a la Ingenieria*. Barcelona : Marcombo, 2011. 978-84-267-1701-1.
- [3]. McCulloch, W S y Pitts, W. 1943. *A logical calculus of ideas immanent in Nervous Activity*. s.l. : Bull. Math. Biophys, 1943. págs. 115-133.
- [4]. Ponce R, R. 2008. *Desarrollo de un Sistema Neuro-Difuso para la Solucion a la Cinematica Inversa de Manipuladores Roboticos*. Mexico : Instituto Politecnico Nacional, 2008.

## CONSIDERACIONES EN EL USO DE SENSORES INALÁMBRICOS INDUSTRIALES

**Felipe Corso**

**Oscar Aviles**

**Dario Amaya**

*juan.corso@unimilitar.edu.co*

*oscar.aviles@unimilitar.edu.co*

*dario.amaya@unimilitar.edu.co*

Laboratorio de Automatización, Universidad Militar Nueva Granada. Bogotá – Colombia

**Resumen.** *Los sensores industriales por redes inalámbricas (IWNS), actualmente están incrementando su uso en la automatización industrial [1], ofreciendo varias ventajas sobre los tradicionales cables de monitoreo industrial y sistemas de control, incluyendo la auto-organización, flexibilidad y la capacidad inherente de procesamiento inteligente y eficiente en los diversos procesos en ambientes físicos con entornos generalmente inaccesibles u hostiles.*

*Los sensores inalámbricos industriales no se limitan a la medición de variables utilizadas en la instrumentación; su uso se puede extender por ejemplo, en maquinas de fresado o rectificado, centros de mecanizado o en aplicaciones giratorias y estrechas que no permiten el tendido de cables.*

*Se realizó un estudio de las diversas tecnologías existentes, además de proporcionar un análisis contemporáneo del estado actual del arte, sobre las cuales se realizará una comparación de las mismas. En este artículo se presentan los problemas más comunes cuando se emplean tales dispositivos y sus posibles soluciones alternativas con respecto a los ya analizados en estudios anteriores [2].*

**Palabras claves:** IWNS, 6LoWPAN (IPv6 over Low power Wireless Personal Area Networks), DSSS (Direct Sequence Spread Spectrum), CSMA/CA (Carrier Sense Multiple Access/ Collision Avoidance)

### 1. INTRODUCCIÓN

Sea la tecnología o protocolo utilizado por los sensores inalámbricos industriales siempre se van a enfrentar a diversos problemas de transmisión y potencia debido a su naturaleza inalámbrica. Aunque los buses de campo continuarán dominando las redes industriales, las soluciones basadas en Ethernet se están utilizando cada vez más en el sector de las tecnologías de

automatización, donde las secuencias de procesos y producción son controladas por un modelo maestro/esclavo, PLC (Controladores Lógicos Programables) y sistemas ERP (Planificación de los recursos de la empresa), teniendo acceso a cada sensor que se conecta a la red [3]. Los problemas más frecuentes que experimentan los sensores inalámbricos industriales son:

- Control de acceso al medio
- Interferencia por diversidad de caminos (Multipath interference)
- Comunicación en tiempo real
- Consumo de potencia y Calidad de servicio (QoS)
- Diversidad en las topologías inalámbricas

Con el estado de arte, se toman algunas consideraciones, y se replantea otras en el análisis que se le dará a cada una las condiciones anteriores.

## 2. DESARROLLO

En la tabla 1, se presenta una comparación de las especificaciones y protocolos existentes en la utilización de sensores inalámbricos industriales que utilizan la banda ISM y celular, con sus características más relevantes y se entrará a analizar cada uno de los problemas con base a estudios existentes y en algunos casos se aportará una solución alternativa.

**Tabla 1.** Estándares sensores inalámbricos industriales

Estándar	802.15.1 (bluetooth) PAN	802.11 b (Wi-Fi) LAN	802.15.4 (ZigBee) PAN	(GPRS,GSM) WAN
Rango de transmisión	100 m (clase 1); 50 m (v 4.0)	100 m	75 m	> 300 m
Nodos soportados	7	32	$2^{64}$	Ilimitado
Consumo de corriente	Clase 2 (45 mA); V 4.0 (< 20mA)	300 mA	30 mA	Alta en las células
Técnica de modulación	8DPSK,DQPSK,GFSK	DBPSK, DQPSK, CCK, DSSS	BPSK, OQPSK, ASK, DSSS, TDMA	TDMA, GMSK
Frecuencia de trabajo	2.4-2.5 GHZ	2,4 GHz	868 / 915 MHz; 2,4 GHz	900 MHz or 1800 MHz
Tasa de transmisión	1-3 Mbit/s V 4.0 (200 Kbits/s)	11 Mbit/s	40 Kbits/s 250 Kbits/s	9.6 Kbits/s
Estándar para uso industrial de sensores inalámbricos	-	-	<b>Wireless Hart</b> (IEC 62591) <b>WIA-PA</b> (IEC 62601) <b>ISA 100,11a</b>	-
Bus de Campo Inalámbrico (Wireless Profibus, W-Profinet, R-Fieldbus, WISA, etc)	X	X	X	-

## 2.1 Control de acceso al medio

En el estado de arte, pocos son los estudios que abordan el problema del acceso al medio de los sensores industriales, que en síntesis son las técnicas que se encarga de escuchar el medio para saber si existe presencia de portadora en los momentos en los que se ocupa el canal. El fin es evitar colisiones, es decir que dos sensores se comuniquen al mismo tiempo con la puerta de enlace; generalmente se utiliza CSMA/CA y virtual carrier sensor. Como una nueva alternativa encontramos que existe un mecanismo implementado por algunos sensores inalámbricos, donde se hace una reserva en la trama al envío de la misma. Dependiendo de su distancia y velocidad, se mejora la reutilización del espacio ocurrido durante la solicitud y aceptación del envío. Este estándar se denomina DDR (Date Rate Reservation) [4].

## 2.2 Multipath interference

En general no existe un solo camino entre el transmisor y el receptor de una onda electromagnética. La onda se propaga por muchos caminos, algunos de los cuales se generan por reflexiones u otros fenómenos como obstáculos que se presentan en el área entre el emisor y el receptor. Debido a los múltiples caminos, se produce una reducción en el rendimiento (throughput) total de la transmisión. Se concluye [5] que el protocolo IAMR (Interference Aware Multipath Routing) posee mejor desempeño en lo referente a minimizar la interferencia entre dos caminos de un mismo origen y destino que su protocolo homologo AOMDV, utilizado en redes ad-hoc.

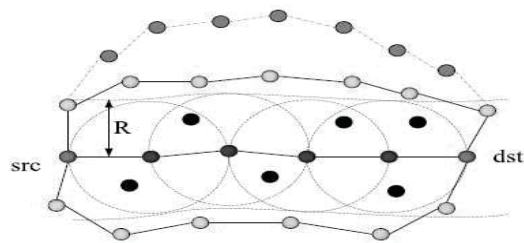


Fig.1- Multipath Routing [5]

Todos los nodos tienen el mismo rango de comunicación omnidireccional ( $R$ ), y el mismo rango de interferencia ( $I$ );  $\rightarrow I=2R$  [5]. Minimizar la interferencia entre los dos caminos (fuente-destino) construidos; cada par de nodos tienen que estar separados por una distancia  $I=2R$ ; (Ruta verde), pero no pueden estar muy separados el uno del otro porque se traduciría en costo innecesario de energía (camino gris), como se muestra en la Fig. 1. La solución implementada por algunos fabricantes de sensores inalámbricos, es la de utilizar varias antenas entre emisor y receptor (demultiplexando y multiplexando) para prevenir la interferencia por caminos múltiples que para mi concepto es la solución más acertada; se analizaría los costos de implementación.

### 2.3 Comunicación en tiempo real

Enviar y recibir información en tiempo real, es la mayor limitante de los sensores industriales inalámbricos y en general de todos los dispositivos de esta naturaleza. Algunos estudios proponen emplear sistemas distribuidos empotrados para optimizar tal necesidad [2]. Pero los avances de algunos algoritmos como round-robin scheduling, mejoran el rendimiento en tiempo real en los errores de ráfaga y es un buen candidato para utilizarlos en Profibus Inalámbricos [6]. Los análisis se enfocan en el protocolo 802.15.4, que toma mas fuerza en los sensores inalámbricos utilizados en la industria.

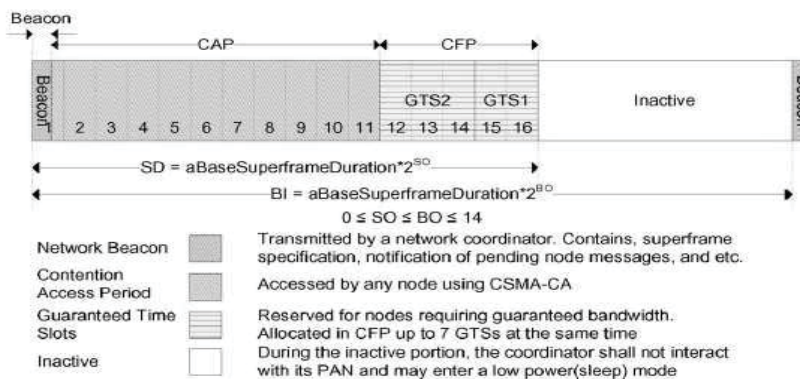


Fig. 2 - IEEE 802.15.4 Estructura de la supertrama

En la figura 2 se muestra la trama correspondiente al protocolo 802.15.4, la cuál comienza con un encabezado de señalización (Beacon) enviadas periódicamente por el nodo coordinador entre 15 ms a 245 s. En el modo inactivo, existe bajo consumo de energía. El modo activo del superframe, está dividido por 16 time slots iguales y consta de 3 partes el beacom, el periodo de acceso a contención (CAP) y el periodo libre de colisión (CFP) [7]. Las comunicaciones en tiempo real no son posibles, pero el estándar IEEE 802.15.4 permite el uso opcional de la CFP para dispositivos que requieren ancho de banda dedicado para lograr una latencia muy baja; en síntesis, un dispositivo que requiera ancho de banda dedicado o baja latencia, puede reservar un tiempo garantizado por el slot GTS de CFP, por el dispositivo coordinador que pertenezca a la PAN. La transmisión inalámbrica no es muy adecuada para aplicaciones industriales con una fiabilidad muy alta, por su alta latencia en procesos críticos.

### 2.3 Consumo de potencia

El objetivo de la eficiencia energética es maximizar el tiempo de vida de la red al mismo tiempo que la aplicación cumple con sus requisitos de QoS [8]. Las mejoras tecnológicas que permiten aumentar la capacidad de las baterías progresan muy lentamente. Esto quiere decir que la eficiencia energética seguirá siendo un reto para este tipo de redes en el futuro próximo.

Existen protocolos como C-MAC que puede reducir radicalmente la latencia y mejorar el rendimiento, en comparación con otros protocolos como B-MAC (Berkeley Media Access Protocol) que obtiene un modo de operación de muy bajo consumo de energía efectiva a la hora de evitar colisiones, además de no disipar energía cuando no hay ningún paquete a transmitir [9].

## 2.4 Diversidad en las topologías inalámbricas

Las IWNS, al igual que los dispositivos inalámbricos convencionales, ofrecen las mismas topologías de la redes cableadas como lo son la redundancia, spanning-tree, roaming, redes de sensores en malla que es una topología muy implementada para prevenir incendios forestales, o implementar el internet de las cosas, basada en IPv6 sobre 802.15.4, que es el futuro de los sensores inalámbricos industriales inteligentes, como se aprecia en la Fig.3. El grupo de trabajo (6LoWPAN) ha iniciado la adopción de IPv6 (RFC 4944), con ISA100.11a, que es uno de los estándares para la implementación de sensores industriales. IEEE 802.15.4, presenta potencias típicas de transmisión de 1 miliwatios de potencia, que es 100 veces menos que utilizados por el estándar 802.11 y permite que se extiende en decenas de metros con un consumo mínimo de energía que en un futura podría ser con celdas solares.

Con base a lo anterior, el concepto como QoS y seguridad (no tratada en este artículo) podrán mejorar su efectividad.

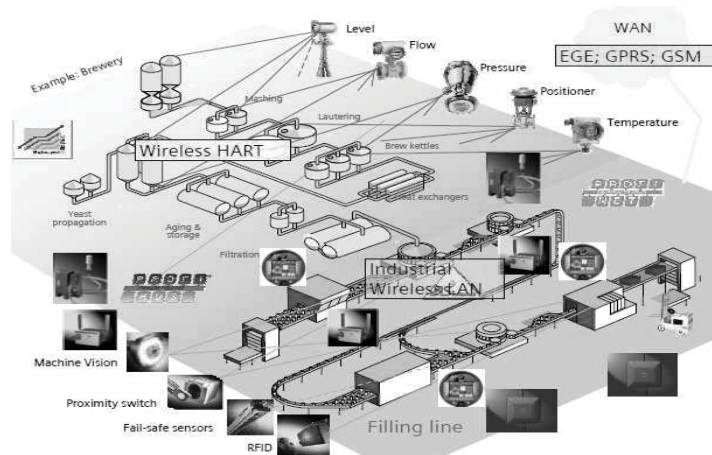


Fig.3 - Sensores inalámbricos industriales inteligentes

## 3. RESULTADOS

A partir de la discusión bibliográfica planteada y a las comparaciones realizadas; se estableció la tendencia que tienen los protocolos y estándares establecidos actualmente en lo referente a los sensores inalámbricos pero en especial a los dedicados al monitoreo de variables utilizadas en la industria. De acuerdo al estudio realizado se detectó, los principales problemas que se deben tener en cuenta en el momento de realizar las simulaciones y la implementación de prototipos utilizados en la línea de investigación sobre los buses de campo inalámbricos y por ende los sensores utilizados en la industria.

## 4. CONCLUSIONES

La especificación IEEE 802.15.4, ha sido recientemente adoptada como estándar de comunicación para las redes de área personal inalámbrica de baja tasa de transmisión (LR-WPAN, Low-Rate Wireless Personal Area Networks); esto es lo suficientemente flexible y configurable como para poder adaptarse a la medición de las diversas variables aplicadas en la industria, por su baja tasa de transmisión, el bajo consumo de energía y costo de despliegue de la

red, que son parámetros claves para tal fin. La implementación del protocolo con direccionamiento IPv6 y los estándares existentes para sensores inalámbricos utilizados para la industria (6LowPAN), mejoraran los servicios como QoS y seguridad en la comunicación de los dispositivos. Las IWSN ofrecen una solución a los nuevos desafíos que presentan los procesos de manufactura, respecto del dinamismo y flexibilidad que demandan, sin embargo aún existen múltiples problemas a resolver, de acuerdo al análisis del estado del arte efectuado.

## REFERENCIAS

- [1]. Petersen, S.; Carlsen, S.; Talevski, A.; "Industrial IT revolution through wireless sensor network technologies," *IT Revolutions, 2008 First Conference on*, vol., no., pp.1-6, 17-19 Dec.2008
- [2]. Quezada, Gustavo, Línea de Investigación Aplicada a Redes de Sensores Inalámbricos Industriales (IWSN), [en línea], Chile, Universidad de Santiago, 2008, [citado 01/05/2012], Formato pdf, Disponible en:  
<http://ewh.ieee.org/sb/chile/uach/archivos/postgrado5.pdf>
- [3]. Trikaliotis, S.; Gnad, A.; "Mapping WirelessHART into PROFINET and PROFIBUS fieldbusses," *Emerging Technologies & Factory Automation, 2009. ETFA 2009. IEEE Conference on*, vol., no., pp.1-4, 22-25 Sept. 2009
- [4]. O'Neill, O.; , "Industrial wireless LAN applications, supplying solutions to industry demands," *Industrial Networking and Wireless Communications for Control, 2006. The IEE Seminar on (Ref. No. 2006/11301)*, vol., no., pp. 1- 26, 2 Feb. 2006
- [5]. Zijian Wang; Jun Zhang; , "Interference aware multipath routing protocol for wireless sensor networks," *GLOBECOM Workshops (GC Wkshps), 2010 IEEE*, vol., no., pp.1696-1700, 6-10 Dec. 2010
- [6]. Willig, A.; , "Polling-based MAC protocols for improving real-time performance in a wireless PROFIBUS," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol.50, no.4, pp. 806- 817, Aug. 2003
- [7]. Seong-eun Yoo; Poh Kit Chong; Daeyoung Kim; Yoonmee Doh; Minh-Long Pham; Eunchang Choi; Jaedoo Huh; , "Guaranteeing Real-Time Services for Industrial Wireless Sensor Networks With IEEE 802.15.4," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol.57, no.11, pp.3868-3876, Nov. 2010
- [8]. Yang Liu; Elhanany, I.; Hairong Qi; , "An energy-efficient QoS-aware media access control protocol for wireless sensor networks," *Mobile Adhoc and Sensor Systems Conference, 2005. IEEE International Conference on*, vol., no., pp.3 pp.-191, 7-7 Nov. 2005
- [9]. Arshad, M.; Kamel, N.; Saad, N.M.; Armi, N.; , "Performance enhancement of wireless sensor nodes for environmental applications," *Intelligent and Advanced Systems (ICIAS), 2010 International Conference on*, vol., no., pp.1-5, 15-17 June 2010



## OPTIMIZACIÓN DEL CHASIS DE UNA EXOPRÓTESIS DE RODILLA UTILIZANDO LA INTERACCIÓN DIRECTA ENTRE PROGRAMAS DE DISEÑO EN 3D Y ANÁLISIS DE ESFUERZOS POR MEF

**Rafael R. Torrealba<sup>1</sup>**

**Lilibeth A. Zambrano<sup>1,2</sup>**

**Gabriel Messingher L.<sup>1</sup>**

*rtorrealba@usb.ve*

*lazambrano@usb.ve, lzambrano@unimet.edu.ve*

*gabm89@hotmail.com*

<sup>1</sup>Grupo de Biomecánica, Universidad Simón Bolívar

Valle de Sartenejas, Baruta, Caracas-Venezuela

<sup>2</sup>Departamento de Ciencias y Técnicas de la Construcción, Universidad Metropolitana

Terrazas del Ávila, La Urbina, Caracas-Venezuela

**Resumen.** *En la actualidad es posible combinar programas para realizar diseños basados en estudios por elementos finitos que permiten realizar análisis de esfuerzos confiables, sin necesidad de exportar e importar información de un programa a otro. En el presente trabajo se optimiza el chasis de una prótesis inteligente de rodilla para pacientes con amputación transfemoral, buscando una reducción del peso de la prótesis para disminuir la carga que ésta representa para el paciente al caminar. La prótesis debe cumplir con los requerimientos de la norma ISO 10328, de donde se extrajeron las condiciones de carga crítica durante la fase de apoyo del ciclo de marcha. Se utilizó AnsysWorkbench<sup>®</sup> 12 para el estudio, el cual realiza la optimización a través de la variación de cotas geométricas en un rango específico escogido por el usuario y determina cómo son afectados los parámetros de salida. Además, se implementó una metodología de cálculo que permitió la comunicación entre el programa de diseño ProEngineer<sup>®</sup> y el de elementos finitos, de manera que las variaciones de los parámetros geométricos se hicieron automáticamente a través de la interfaz, evitando la reconstrucción del modelo. El proceso de optimización permitió reducir el peso de la prótesis de 2104 g del prototipo anterior a 1750 g en este nuevo prototipo. El diseño 3D propuesto para este último llevó su peso a 1815 g sin haber sido sometido al proceso de optimización. En este trabajo se estudió y mejoró dicho diseño, al mismo tiempo que se optimizó su peso para los niveles de carga de la norma ISO.*

**Palabras Claves:** Prótesis externa de rodilla, Optimización, Diseño, Análisis de esfuerzos, ISO 10328.

## 1. INTRODUCCIÓN

Un aspecto importante para que una prótesis sea considerada cómoda es su peso. En este sentido, el presente trabajo muestra el último avance realizado hasta la fecha en el desarrollo de una prótesis inteligente de rodilla en Venezuela, el cual encuentra su motivación principal en la necesidad de reducir el peso del diseño propuesto sin comprometer la resistencia del mecanismo a los esfuerzos producidos por las cargas aplicadas sobre éste al caminar. Esta prótesis se ha venido desarrollando desde el año 2006 en la Universidad Simón Bolívar (USB), con miras a cubrir el mercado nacional. Actualmente se dispone de dos prototipos que han sido probados en pacientes [1,2]. Para el primero se realizó un análisis de esfuerzos preliminar a través del Método de Elementos Finitos (MEF), en el cual se probó la resistencia del mecanismo ante ciertas fuerzas de reacción del piso durante la fase de apoyo del ciclo de marcha [3]. Ya construida, se demostró que la prótesis era capaz de cumplir las funciones para las cuales fue diseñada, aunque su proceso de construcción no podía ser implementado en una línea de producción y su peso de 2060 g resultó por encima de los 1500 g promedio que ofrecen las prótesis comerciales de este tipo [4,5].

El segundo prototipo se desarrolló utilizando un proceso de fabricación semi-automatizado para el chasis, con la intención de lograr la automatización completa en un futuro. Se propuso un chasis de aluminio con una carcasa de ABS recubierta en fibra de carbono, a diferencia del chasis fabricado completamente en fibra de vidrio y poliuretano del primer prototipo. Más allá de la facilidad del mecanizado de las piezas de metal y la factibilidad de someter la construcción a un proceso de fabricación semi-automatizado, la prótesis terminó siendo igualmente pesada (2104 g) [2,6]. En este trabajo, además de presentar una nueva propuesta de diseño inspirada en los prototipos anteriores para el chasis de la prótesis, se busca reducir el peso a través del uso de algoritmos de optimización basados en el MEF, mejorando el proceso que ha sido utilizado en proyectos anteriores del Grupo de Biomecánica de la USB [7], al combinar programas CAD y de análisis de esfuerzos, tal y como ha sido aplicado en otros proyectos de diseño de componentes mecánicos [8,9].

## 2. METODOLOGÍA

El presente trabajo se enfoca en la optimización de la geometría buscando una reducción de peso en la prótesis. No obstante, previo a la optimización se realizó un análisis preliminar de los esfuerzos que se producen sobre el chasis producto de las fuerzas estipuladas en la norma que rige el diseño de prótesis para miembros inferiores, ISO 10328 [10]. En este trabajo se estudia el mecanismo para el caso de carga I (inicio de contacto), el más crítico para el máximo nivel de carga (P5) de la prueba estructural principal estipulada por dicha norma.

### 2.1 Optimización del diseño propuesto

La Figura 1 muestra el mecanismo de la prótesis propuesto y sus diferentes componentes. Las propiedades mecánicas de los materiales asociados a cada parte se muestran en la Tabla 1. Las piezas consideradas dentro del estudio fueron: la articulación de rodilla, la pletina superior, el rigidizador y los ejes. No se optimizaron las pletinas laterales por presentar esfuerzos cercanos a los admisibles. La base tampoco es parte del estudio a pesar de presentar zonas en las cuales se

podía lograr una reducción importante, pero por la complejidad de la pieza la definición de los parámetros geométricos era limitada.

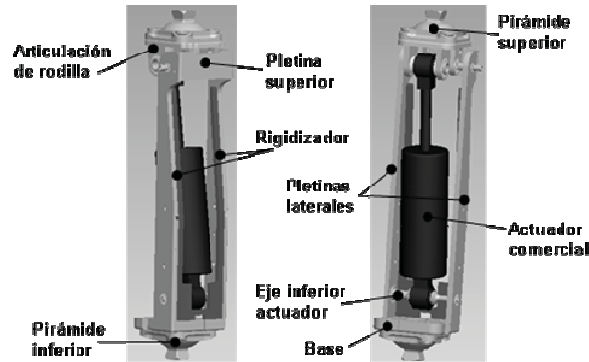


Figura 1- Mecanismo de la prótesis

Para visualizar las zonas más propensas a ser eliminadas, se utilizó la herramienta *ShapeFinder* de Ansys Workbench®, con la cual el programa identifica zonas que podrían ser suprimidas manteniendo la capacidad de soportar las cargas. Esto se hizo para tres porcentajes de masa a eliminar, 20, 40 y 60 %, con lo cual se decidió cuáles parámetros geométricos utilizar para la optimización.

Tabla 1. Propiedades mecánicas de los materiales

Pieza	Material	Densidad [kg/m <sup>3</sup> ]	Esfuerzo de Fluencia [MPa]	Módulo de Young [MPa]	Módulo de Poisson
Articulación, pletina superior, pletinas laterales y base	Aluminio T6061	2,800	276	71,700	0.34
Bocinas	Latón CA270	8,600	100	110,300	0.33
Eje superior, inferior y principal de la rodilla	Acero Inoxidable AISI1304	7,800	1103	189,600	0.28

El proceso de optimización se realizó de manera acumulativa: en un principio se trabajó una pieza en el ensamblaje completo y luego de optimizarla se continuó con la siguiente, manteniendo los cambios anteriores. Finalizado este proceso se hizo un nuevo estudio de *ShapeFinder* para precisar cualquier posible remoción de material en zonas aún detectadas por el programa. Por último, se hizo un análisis de esfuerzos con el diseño optimizado del chasis para verificar que la propuesta definitiva presentara desplazamientos admisibles y soportara los esfuerzos presentes debido a las cargas aplicadas.

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Con la aplicación del *ShapeFinder* fue posible definir los parámetros geométricos de optimización. Se observó que para el estudio de 20 % de reducción de masa, el programa señala

las áreas que menos contribuyen a soportar las cargas y deben ser eliminadas primero, las cuales aumentan en los estudios de 40 y 60 %. Por motivos de espacio, este trabajo presenta sólo el proceso de optimización realizado a la articulación, donde se tomaron como parámetros la profundidad de la base y el ancho de los brazos delanteros y traseros. Estos parámetros fueron creados en ProEngineer® y reconocidos en AnsysWB® para ser utilizados en el proyecto de optimización. En la Fig. 2 se muestran los resultados del *ShapeFinder* en la articulación con 60 % de reducción de masa.

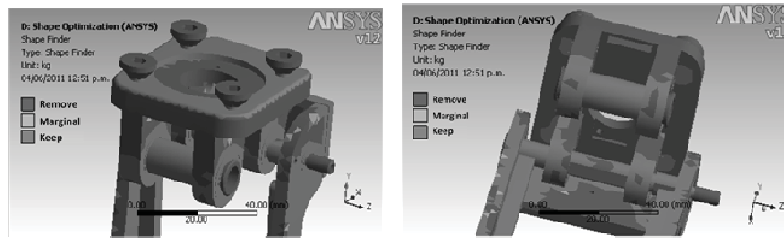


Figura 2- Resultados del *ShapeFinder* para 60 % de reducción de masa en la articulación

Una vez definidos los parámetros de optimización en la articulación, se obtuvo un gráfico de sensibilidad entre los parámetros de entrada y de salida. Dicho gráfico se muestra en la Fig. 3a, donde se puede observar del lado izquierdo la relación con el esfuerzo máximo y en el derecho con la masa. Se ve cómo el esfuerzo máximo es afectado principalmente por la variación del ancho de los brazos delanteros, aunque éstos no tienen tanta influencia en la masa de la pieza, para la cual la profundidad de la base es el parámetro más sensible. Se concluyó que se podían reducir las cotas de la base y de los brazos traseros para minimizar la masa, sin afectar el esfuerzo de forma importante. En la Fig. 3b se observa cómo varía el esfuerzo máximo en función de la profundidad de la base y el ancho de los brazos delanteros para un valor de 5 mm de ancho en los brazos traseros. Como se esperaba debido al análisis de sensibilidad, se encuentra que el esfuerzo depende claramente del ancho de los brazos delanteros y casi no hay variaciones en función de la profundidad de la base. Un aspecto importante es que el esfuerzo crece muy rápidamente entre 25 y 25.6 mm de ancho de los brazos delanteros (parámetro de optimización que representa anchos de 5.3 y 5 mm, respectivamente), ocurriendo que ya para este último los valores de esfuerzo están cerca de los admisibles. Teniendo esto en consideración se decidió mantener el ancho de los brazos delanteros en 5.3 mm, ya que los esfuerzos serían notablemente menores que con un ancho de 5 mm, y la diferencia en masa sería poca.

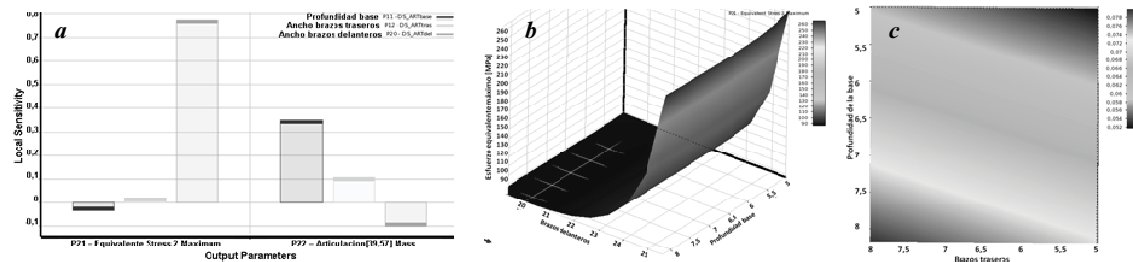


Figura 3- (a) Sensibilidad de parámetros (articulación), (b) Esfuerzos en función de la profundidad de la base y el ancho de los brazos delanteros (articulación), (c) Masa en función de la profundidad de la base y el ancho de los brazos traseros (articulación)

Luego, con el ancho de los brazos delanteros en 5.3 mm, se obtuvo la relación de la masa con la profundidad de la base y el ancho de los brazos traseros, la cual se muestra en la Fig. 3c. En este caso, como es lógico, en la medida que estos parámetros aumentan la masa también lo hace, por lo que se decidió fijar ambos parámetros en 5 mm. Una vez realizada la optimización de las demás piezas, lo cual llevó el peso estimado de la prótesis a 1750 g, se llevó a cabo un nuevo *ShapeFinder* con 60 % de reducción de masa para ver cuáles zonas eran todavía susceptibles de ser eliminadas. El resultado se muestra en la Fig. 4a. En este sentido, se realizaron cambios en el diseño de dichas zonas. Asimismo se modificó el rigidizador, a pesar de no mostrar grandes zonas en color rojo, ya que se consideró posible una reducción adicional en éste. Los cambios definitivos se muestran en la Figura 4b, los cuales arrojan un peso final de la prótesis de 1691 g.

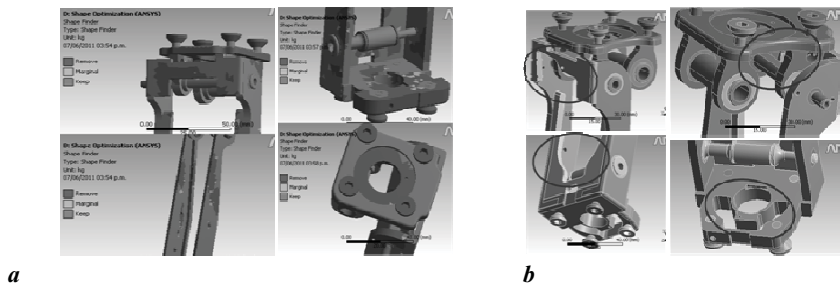


Figura 4- (a) Resultados del *ShapeFinder* posterior a la optimización para 60 % de reducción de masa, (b) Geometría definitiva luego de los cambios finales

Teniendo en cuenta estas últimas modificaciones se realizó un último análisis por MEF en el cual se verificó favorablemente que los esfuerzos presentes en el ensamblaje se encuentran por debajo de los admisibles. Finalmente, en la Tabla 2 se presenta una comparación de los pesos estimados de las piezas optimizadas durante las tres fases del presente trabajo: propuesta de diseño, optimización y cambios finales.

**Tabla 2** Comparación de peso de las distintas piezas optimizadas

Pieza	Propuesta (gramos)	Optimización (gramos)	Final (gramos)	Reducción total (%)
Articulación	82.8	50.3	41.7	49.6
Pletina superior	20.2	9.8	7.5	62.9
Pletinas laterales	148.8	148.8	148.7	0.1
Rigidizador	43	32.3	31.6	26.5
Base	65.1	65.1	44.1	32.3
Eje principal	20.2	14.5	14.5	28.2
Eje inferior	31	26.9	26.9	13.2

#### 4. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha mostrado el proceso de optimización del chasis de una exoprótesis de rodilla con la finalidad de reducir su peso, sin comprometer la resistencia estructural del ensamblaje ante las cargas aplicadas de acuerdo a la norma ISO 10328. La optimización se

realizó en el programa de análisis de esfuerzos AnsysWorkbench<sup>®</sup>, trabajando de manera interconectada con el programa de diseño en 3D, ProEngineer<sup>®</sup>. En cuanto a los resultados obtenidos a partir de la optimización se encontró que la reducción en el peso de la prótesis fue significativa, pasando de 2104 g en el segundo prototipo a 1691 g estimados para el tercero, lo cual representa una reducción de 19.6 %. En términos del chasis, la reducción asciende a 41 % con relación al segundo prototipo. Estos resultados constituyen un valioso aporte hacia el fin último de construir una prótesis que sea viable comercialmente para atender el mercado nacional.

## REFERENCIAS

- [1]. Torrealba, R. R., *Prótesis inteligente de rodilla para pacientes con amputación transfemoral*. PhD thesis, Simon Bolivar University, 2009.
- [2]. Andara, E., *Diseño y construcción de chasis para una prótesis transfemoral de rodilla*. Undergraduate thesis, Simon Bolivar University, 2008.
- [3]. Nordin, M., & Frankel, V. H., *Basic biomechanics of the musculoskeletal system*. Lippincott Williams & Wilkins, Philadelphia, 2001.
- [4]. *Bionic Technology by Össur. Rheo-Knee product specification*. Disponible en: <http://www.ossur.com/?PageID=15744>. Visitada: 28 de octubre de 2011.
- [5]. *C-Leg Microprocessor Prosthetic Knee. Otto Bock Advanced Prosthetic Knees*. Disponible en: <http://www.ottobockknees.com/knee-family/c-leg-microprocessor-prosthetic-knee/>. Visitada: 28 de octubre de 2011.
- [6]. Torrealba, R. R., Zambrano, L. A., Andara, E., Fernández-López, G., & Grieco, J. C., Medium-cost electronic prosthetic knee for transfemoral amputees: a medical solution for developing countries. In IFMBE Proceedings 25/9, Dössel, O. & Schlegel, W. C., eds, *World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering (WC2009)*, pp. 456-459, 2009.
- [7]. Figueroa, R., *Diseño y análisis mecánico de un pie protésico*. MSc thesis, Simon Bolivar University, 2009.
- [8]. Pinca, C. B., Tirian, G. O., Socalici, A. V., & Ardelean, E. D. (2009). The optimization of the main beam for the resistance structure of an over-sized rolling bridge. Politechnica University Timisoara, Department of Mechanical Engineering and Management, Romania: The 9<sup>th</sup> WSEAS international conference on simulation, modelling and optimization.
- [9]. Zhang, G. X., & Tian, Y. (2009). Finite element analysis for bike body based on ANSYS workbench. Shanxi University of Science and Technology, Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Xi'an, China.
- [10]. ISO 10328. Prosthetics - Structural testing of lower-limb prostheses - Requirements and test methods. 2006.

## REGULACIÓN DE GLUCOSA EN PACIENTES CON DIABETES TIPO I MEDIANTE EL MÉTODO DE LAZO DE FASE BLOQUEADA (PHASE-LOCKED LOOP)

**Oriana Pérez**

**Rubén Rojas**

*oriana\_244@hotmail.com*

*rdrojas@ula.ve*

Postgrado Automatización e Instrumentación. Facultad de Ingeniería.

Universidad de Los Andes. Mérida 5101. Venezuela.

**Resumen.** *El presente trabajo presenta un algoritmo de control mediante la identificación de lazo de fase bloqueada (Phase-Locked Loop), para el ajuste de un controlador PI como regulador de la glucosa, este diseño se refiere a la búsqueda de un nuevo controlador PI el cual se encuentra en cascada con el proceso, mediante un algoritmo que permite obtener las nuevas ganancias del controlador a través de la optimización de los márgenes de ganancia y fase presentes. La estrategia de control propuesta fue evaluada utilizando el modelo de regulación de glucosa planteado por Horvorka [1]. Al aplicar el algoritmo de identificación Phase-Locked Loop, se obtuvo los márgenes de fase y ganancia deseados, teniendo con esto las nuevas ganancias del controlador, debido a la no linealidad del modelo los parámetros del controlador obtenidos no cumplen completamente con el objetivo deseado, sin embargo esto pudo ser corregido mediante un ajuste a la ganancia integral adquiriendo el desempeño esperado del controlador.*

### 1. INTRODUCCION

La diabetes tipo I es una enfermedad comúnmente conocida como diabetes juvenil o insulino-dependiente y se caracteriza por la producción insuficiente de insulina por el páncreas. Sin la insulina suficiente, la glucosa se acumula en el torrente sanguíneo en lugar de entrar en las células y el cuerpo es incapaz de usarla para obtener energía, en el transcurso de 5 a 10 años, las células beta ( $\beta$ ) del páncreas productoras de insulina están completamente destruidas y el cuerpo ya no puede producir esta hormona. Debido a la necesidad de mejorar la calidad de vida de los pacientes que padecen de esta enfermedad, se han desarrollado diferentes investigaciones con el objetivo fin de crear un páncreas artificial, el cual, consta de tres componentes principales, un sensor de glucosa que provee mediciones frecuentes, una bomba de infusión de insulina y un algoritmo de control que calcula la dosis de insulina.

Una consideración importante es el algoritmo de control a aplicar en este sistema a lazo cerrado. Buscando alternativas novedosas para la implementación de controladores tradicionales como el PID este trabajo presenta el enfoque basado en el método de lazo de fase bloqueada, Phase-Locked Loop (PLL). Para evaluar las diferentes estrategias de control se han creado modelos matemáticos que permiten entender el funcionamiento fisiológico del sistema de regulación de glucosa. Estos modelos son capaces de simular con precisión los estados fisiológicos normales y obtener resultados coherentes a partir de observaciones y medidas tomadas de casos existentes. Es nuestro caso el modelo ampliamente conocido desarrollado por Hovorka ha sido utilizado.

## 2. CONCEPTOS BASICOS.

### 2.1 Método de identificación de lazo de fase bloqueada (Phase-Locked Loop, PLL)

En la aplicación de un sistema de identificación de lazo de fase bloqueada, el lazo es utilizado para extraer la información de la fase del proceso sometido a prueba y proporciona una adecuada excitación para el sistema. El módulo de identificación PLL es concebido como un circuito de retroalimentación alrededor de un oscilador controlado por tensión (VCO) [2,3]. La entrada de referencia para el lazo es un proceso de ángulo de fase de modo de conducir el lazo hacia la frecuencia crítica la fase de referencia es  $\varphi_{ref} = -\pi$ . Así en la comparación, la señal de error de fase en la entrada está dada por  $\varphi_e(t) = \varphi_{ref}(t) - \varphi(t)$ , el integrador en el lazo es diseñado para que la referencia de fase constante se logre en condiciones estables. Un oscilador controlado por tensión produce las señales de oscilación sinusoidales de frecuencia apropiada. Esta frecuencia es proporcional a la integral del error de referencia de fase, donde la ganancia del oscilador controlado por tensión es denotada por  $K_{vco}$ . El oscilador controlado por voltaje genera dos señales sinusoidales  $v_1 = B \cdot \sin(\omega t)$  y  $v_2 = A \cdot \cos(\omega t)$ . La señal  $v_2$  es utilizada para excitar el proceso y después tiene un decaimiento transitorio y da paso a una señal de salida de estado estacionario. Esta señal es usada en el bloque no lineal para extraer e identificar la fase lograda a partir del valor de frecuencia actual. Este valor actual de la fase es entonces la alimentación del comparador para completar el lazo. La amplitud  $A$  es la señal de excitación del proceso en uso – seleccionada para minimizar las interrupciones de la salida del proceso.

### 2.2 Modelo fisiológico

El modelo de regulación de glucosa representa la relación de entrada y salida, la infusión subcutánea de insulina como la entrada y la concentración de glucosa en la sangre como la salida. El modelo consta de un subsistema de glucosa (absorción de glucosa, distribución y eliminación) y un subsistema de acción de insulina (acción de insulina sobre el transporte de glucosa, eliminación y producción endógena) [1]. Los valores de los parámetros del modelo fueron determinados por datos experimentales para ambos sujetos, normales y diabéticos. Las constantes del modelo fueron definidas para ser aquellas cantidades difíciles de identificar, mientras los parámetros del modelo fueron identificables a priori.

*Subsistema de de glucosa:*

$$\frac{dQ_1}{dt} = - \left[ \frac{F_{O1} C}{V_{G \& G}(t)} + x_1(t) \right] * Q_1(t) + k_{12} Q_2(t) - FR + UG(t) + EGP_0 [1 - x_3(t)] \quad (1)$$



$$\frac{dQ_2(t)}{dt} = x_1(t)Q_1(t) - [k_{12} + x_2(t)]Q_2(t) \quad (2)$$

$$G = \frac{Q_1(t)}{V_G} \quad (3)$$

Donde  $Q_1$  y  $Q_2$  representan las masas de glucosa en los compartimentos accesible y no accesible, respectivamente,  $k_{12}$  representa la constante de transferencia desde el compartimento no accesible al compartimento accesible,  $V_G$  representa el volumen de distribución del compartimento accesible,  $G$  es la concentración de glucosa y  $EGP_0$  la producción de glucosa endógena extrapolada a concentración de insulina cero. La función  $F_{01}^C$  representa el flujo de glucosa no insulino-dependiente y  $F_R$  representa la evacuación renal de glucosa sobre el umbral de la glucosa de  $9 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

**Modelo de absorción y digestión de carbohidratos.** Este modelo describe el catabolismo de los carbohidratos en monosacáridos (principalmente glucosa) que tiene lugar durante la digestión de la comida, así como en la absorción intestinal. La tasa de absorción de glucosa  $UG$  viene representada por:

$$UG(t) = \frac{DG \cdot AG \cdot t \cdot e^{-\frac{t}{t_{\max, G}}}}{t^2 \cdot \max, G} \quad (4)$$

Donde  $DG$  indica la cantidad de carbohidratos ingeridos,  $AG$  es la biodisponibilidad de carbohidratos y  $t_{\max, G}$  es el tiempo máximo de presencia de glucosa en sangre.

**Subsistema de insulina.** La absorción de insulina es descrita como:

$$\frac{dS_1(t)}{dt} = u(t) - \frac{S_1(t)}{t_{\max, I}} \quad (5)$$

$$\frac{dS_2(t)}{dt} = \frac{S_1(t)}{t_{\max, I}} - \frac{S_2(t)}{t_{\max, I}} \quad (6)$$

Donde  $S_1$  y  $S_2$  son dos compartimientos que representan la absorción subcutánea administrada en una acción corta,  $u(t)$  es la insulina suministrada en bolus y el  $T_{\max, I}$  es el tiempo de absorción de insulina.

La concentración de insulina en el plasma es descrita como:

$$\frac{dI(t)}{dt} = \frac{U_I}{V_I} - k_e \cdot I(t) \quad (7)$$

Donde  $k_e$  es la eliminación de insulina en plasma y  $V_I$  es el volumen de distribución de insulina. Los detalles completos del modelo pueden obtenerse en [1].

### 3. METODOLOGÍA.

#### 3.1 Control PI con diseño de margen de fase y margen de ganancia:

El objetivo para el diseño es encontrar un controlador PI que logre pre-especificar valores de margen de fase,  $PM$ , y margen de ganancia,  $GM$ , que garanticen la robustez de la estabilidad y los rangos de diseño típico son:  $30^\circ < PM < 60^\circ$  y  $2 < GM < 5$ , respectivamente.

#### 3.2 Algoritmo de diseño para un controlador PI con margen de fase y margen de ganancia automatizados.

La identificación es realizada en lazo cerrado. Un conjunto de especificaciones de margen de fase y de ganancia se usa en la composición de las ecuaciones del nuevo controlador PI expresando las ganancias  $K_c$ ,  $K_i$  según Eq. (8). Esto puede ser escrito en un vector de matrices más compacto como Eq (9) donde  $K$  y  $Y^D$  vienen dadas por Eq. (10). Usando esta ecuación de vector de matrices y el modulo de identificación de lazo de fase cerrada en el diseño de un controlador PI se construye el algoritmo.

$$\begin{bmatrix} G_{pr}(w_{-\pi}) & \frac{G_{pi}(w_{-\pi})}{w_{-\pi}} \\ G_{pl}(w_{-\pi}) & \frac{G_{pr}(w_{-\pi})}{w_{-\pi}} \\ G_{pr}(w_1) & \frac{G_{pi}(w_2)}{w_{-\pi}} \\ G_{pl}(w_1) & \frac{G_{pr}(w_2)}{w_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_c \\ K_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{1}{GM} \\ j0 \\ -\cos \phi_{PM} \\ -\sin \phi_{PM} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$[X]K = Y^D \quad (9)$$

$$K = \begin{bmatrix} K_c \\ K_i \end{bmatrix} \text{ y } Y^D = \begin{bmatrix} -1 & j0 - \cos \phi_{PM} & -\sin \phi_{PM} \\ \frac{1}{GM} & & \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

### 3.3 Algoritmo de automatización de los valores de margen de fase y margen de ganancia deseados para un controlador PI.

Para encontrar las ganancias del controlador PI se realiza un algoritmo en el cual se extraen los márgenes de ganancia y fase del proceso, se escogen los valores de los márgenes los cuales se quiere lograr y se inicia la extracción colocando las ganancias  $K_c$  y  $K_i$  iniciales del proceso. Cuando el proceso alcanza los márgenes de fase y ganancia deseados el algoritmo converge arrojando las nuevas ganancias del controlador.

## 4. RESULTADOS

Debido a que el proceso es no lineal se realiza una aproximación de las ecuaciones del sistema a un modelo de primer orden más tiempo muerto (POMTM) utilizando el método de FIT3. Teniendo los valores de los parámetros obtenidos mediante la identificación la función de transferencia queda expresada como:

$$G(s) = \frac{-59.20}{288.84s+1} * e^{-120.74} \quad (11)$$

La primera sintonización del controlador PI se obtuvo utilizando las ecuaciones de Dahlin [4], siendo la ganancia proporcional e integral,  $K_c = -0.0596$  y  $K_i = 0.0002$ , respectivamente. Al aplicar un bolus de carbohidratos con los parámetros encontrados anteriormente presenta una respuesta oscilatoria, sin embargo se logra mantener el valor de glucosa en la sangre deseado pero con un tiempo de asentamiento prolongado.

Teniendo la primera sintonización del controlador, mediante el algoritmo de extracción de fase y de ganancia del método de identificación PLL se obtienen los márgenes de fase y ganancia pertenecientes al proceso identificado. Se utiliza el modulo de controlador PID, en cascada con la función de transferencia encontrada para la aproximación del modelo, teniendo como entrada una

onda sinusoidal que permita hallar los márgenes de ganancia y fases del proceso. Los márgenes de fase y ganancia iniciales obtenidos luego de aplicar el algoritmo poseen los siguientes valores: 75.35 y 6.11, respectivamente.

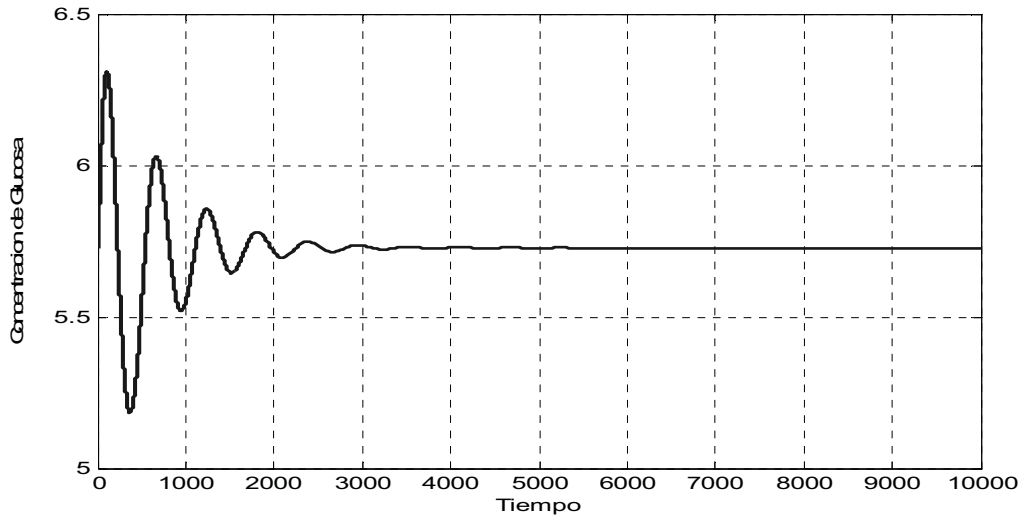


Figura 1- Respuesta de glucosa (controlador sintonizado por Dahlin)

Debido a que los valores de los márgenes de fase y ganancia se encuentran fuera del rango de aceptación, se indica como margen de fase deseado 60 grados y margen de ganancia deseado. El algoritmo converge después de 22 iteraciones aproximadamente con un margen de ganancia de 5.2 y un margen de fase de 58.43 grados. Los valores de las ganancias proporcional e integral al aplicar el algoritmo de sintonización del PI utilizando PLL son los siguientes:  $K_c: -0.0592$  y  $K_i: -0.0003$ .

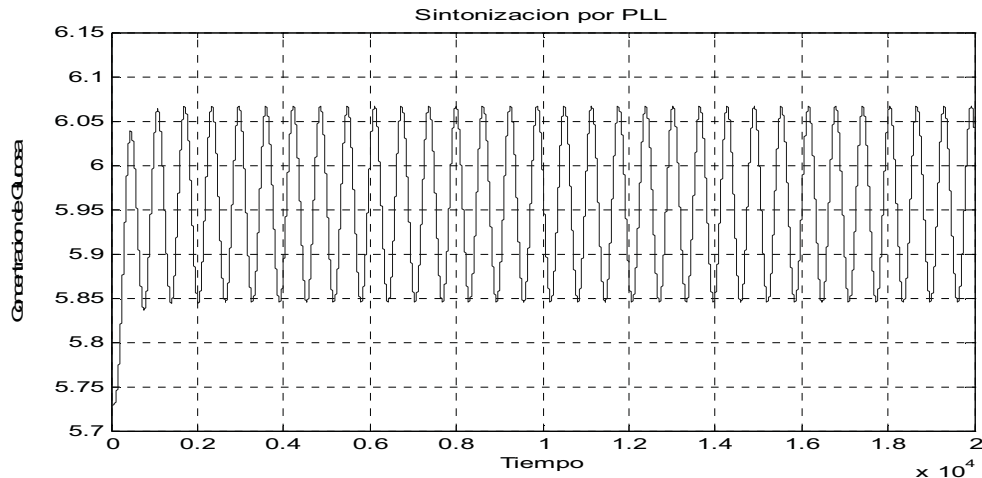


Figura 2- Respuesta del proceso mediante la sintonización con PLL

La Figura 2 muestra la respuesta del proceso con los parámetros obtenidos luego de la sintonización, la cual es oscilatoria, esto se debe a que el proceso de regulación de glucosa es altamente no lineal y por lo tanto los parámetros encontrados mediante la identificación PLL no son robustos. Aumentando la tolerancia en el algoritmo a  $10^{-6}$  se obtiene márgenes de fase y ganancia de 59.95 grados y 5.01, respectivamente aumentando el número total de iteraciones a

300. Los parámetros del controlador para la nueva tolerancia no son significativamente diferentes de los anteriores por lo que la respuesta del proceso es similarmente oscilatoria, por esta razón se realiza un ajuste fino variando la ganancia integral hasta conseguir un valor que permita la respuesta que se espera, siendo este aproximadamente 0.0001.

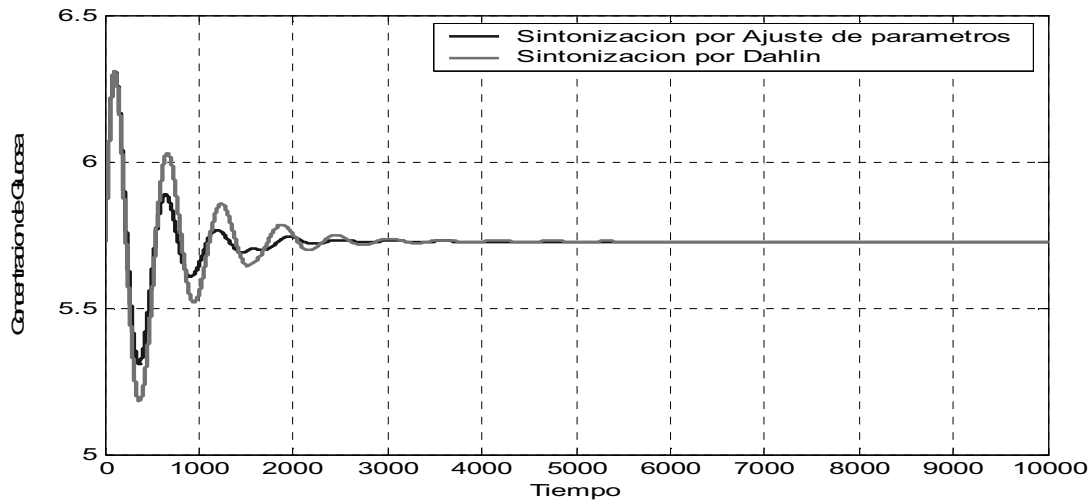


Figura 3- Comparación de la sintonización por Dahlin y sintonización por ajuste de parámetros

La figura 3 muestra la respuesta luego del ajuste de parámetros del controlador luego de aplicar un bolus de carbohidratos. El ajuste de parámetros encontrados a través del PLL, permite una respuesta del tiempo de asentamiento y logrando con esto una respuesta más rápida permitiendo lograr de manera más efectiva el nivel de glucosa en la sangre deseado.

## 5. CONCLUSIONES

La sintonización del controlador PI mediante las ecuaciones de Dahlin, ocasionan una respuesta oscilatoria al sistema de regulación de glucosa cuando a este se le aplica una carga de carbohidratos. El método de identificación y sintonización PLL no proporciona una respuesta lo suficientemente robusta para el modelo de regulación de glucosa, dando una respuesta al sistema oscilatoria, probablemente debido a la linealidad del modelo. El ajuste de la ganancia integral de controlador PI luego de encontrar los parámetros mediante el algoritmo de sintonización PLL permite obtener una respuesta menos oscilatoria del sistema frente a una carga de carbohidratos logrando con esto estabilizar el valor de glicemia en la sangre más rápido.

## REFERENCIAS

- [1].Hovorka R. et al, Nonlinear model predictive control of glucose concentration in subjects with type 1 diabetes. *Physiol. Meas.* Vol. 25 pp.905, 2004.
- [2].Johnson M.A. and Moradi MH., *PID Control New Identification and Design Methods.* pp. 213-296 Springer, 2005.
- [3].Clarke, D.W. and Park, J.W Phase-locked loops for plant tuning and monitoring. *IEE Proceedings of Control Theory and Applications*, Vol. 150, No.2, pp.155-169, 2003.

## COMPARACIÓN DEL COMPORTAMIENTO BIOMECÁNICO DE UN DISEÑO DE IMPLANTE DENTAL DE TITANIO Y ZIRCONIA

**Gladys M. Uzcátegui**

**Everling A. Dávila**

**Miguel E. Cerrolaza**

*gladys.uzcategui@inabio.edu.ve*

*everling.davila@inabio.edu.ve*

*miguel.cerrolaza@inabio.edu.ve*

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela  
Sebucán, Caracas-Venezuela

**Resumen.** *El análisis por el método de elemento finito ha sido utilizado para predecir el comportamiento biomecánico de diseños de implantes dentales y el efecto de algunos factores clínicos en el éxito de los mismos. El material más utilizado para la fabricación de estos implantes es el titanio en aleaciones, sin embargo recientemente han aparecido algunos estudios en la literatura odontológica que sugieren el posible empleo de los implantes de zirconia como prótesis dentales. El objetivo de este estudio fue analizar el comportamiento biomecánico de un sistema de implante dental de titanio y de zirconia, comparando magnitudes y zonas de concentración de esfuerzos ante cargas funcionales simuladas, dirigidas tanto a lo largo del eje longitudinal del implante, como ante cargas oblicuas.*

**Palabras claves:** Implante dental, Análisis por elementos finitos, Titanio, Zirconia.

### 1. INTRODUCCIÓN

Un implante dental es el sustituto artificial de la raíz de un diente perdido. Pacientes tanto parcial como totalmente edéntulos solicitan esta opción de rehabilitación debido a que constituye una alternativa que brinda comodidad, estética y además en muchos casos, permite respetar la integridad de las piezas dentarias remanentes sanas [1].

En un tratamiento o rehabilitación protésica implantológica, las cargas o fuerzas de la masticación son recibidas directamente por la restauración (corona, puente fijo o prótesis removible). Luego dichas cargas son transferidas al/los aditamento/s protésico/s o abutment/s

(elementos ajustados sobre los implantes, sobre los cuales se diseña y se confecciona la prótesis), luego son transferidas al implante propiamente dicho y finalmente son recibidas por hueso.

Las cargas en un sistema de implante dental pueden ser divididas en las componentes vertical y horizontal. Se ha comprobado que los picos de esfuerzos en el hueso y en el sistema de implante, se generan ante cargas horizontales, las cuales pueden inducir a la resorción ósea [2].

El uso común del titanio para la fabricación de los implantes dentales, se debe a que este metal cumple de forma adecuada con los requerimientos que debe cubrir en implantología: biocompatibilidad, oseointegración, biofuncionalidad, adecuadas propiedades mecánicas, resistencia a la corrosión, maquinabilidad, relativa baja densidad y disponibilidad [2].

La cerámica se ha empleado en odontología y medicina durante muchos años. En la actualidad, una de las cerámicas más populares es la zirconia, debido a que su biocompatibilidad y sus extraordinarias propiedades mecánicas la convierten en una alternativa para numerosas indicaciones que anteriormente estaban reservadas para los metales [3]. Las cerámicas basadas en zirconia se han empleado durante muchos años como núcleo de coronas unitarias y puentes fijos [4]. Asimismo, se han empleado como implantes en prótesis de caderas y articulaciones de los dedos y las muñecas.

Recientemente, han aparecido algunos estudios en la literatura odontológica que sugieren el posible empleo de los implantes de zirconia como prótesis dentales [5,6].

Los implantes de zirconia pudieran ser una buena alternativa para la sustitución de dientes naturales perdidos, en especial en los casos de mayor exigencia estética, donde el escaso grosor de encía en la zona anterior de la boca, muchas veces permite visualizar el metal de los implantes de titanio afectando la apariencia de la sonrisa.

## **2. OBJETIVO**

Analizar a través del método de elementos finitos el comportamiento de un implante dental de zirconia, determinando las zonas de concentración de esfuerzos ante cargas fisiológicas dirigidas a lo largo del eje longitudinal del implante y ante cargas oblicuas y comparar los resultados con el análisis de un implante de titanio con la misma geometría.

## **3. MATERIALES Y MÉTODOS**

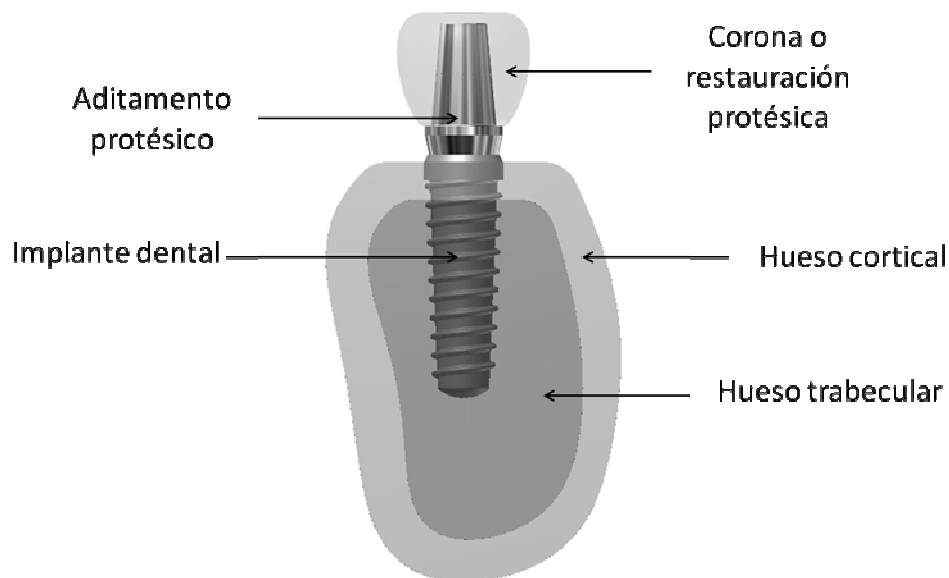
Se modeló un segmento de mandíbula y un sistema de implante dental en un software o herramienta de diseño asistido por computadora *Autodesk Inventor*®. El modelo tridimensional de corte de mandíbula se construyó con una capa de 2mm de hueso cortical que rodea a hueso trabecular B/2, según la clasificación de Lekholm y Zarb [7]. La geometría del implante diseñado y simulado es ligeramente cónica, roscada y de 13mm de largo. Se construyó además, una restauración protésica tipo corona, en forma de premolar, la cual se ensambló a la parte superior del implante, constituyendo así la parte que en boca ejerce y recibe la fuerza o carga de la masticación.

Las propiedades mecánicas de los materiales utilizados en el modelo se presentan en la Tabla 1. Todos los materiales utilizados en el modelo se consideraron isotrópicos, homogéneos y linealmente elásticos.

**Tabla 1.** Propiedades mecánicas de los materiales utilizados en el modelo

Materiales	Módulo de Young (MPa)	Coefficiente de Poisson	Referencias
Titanio Ti6Al4Va	110 000	0,35	Benzing et al.[8]
Zirconia	205 000	0,31	Zárate J. [9]
Hueso Cortical	15 000	0,3	Stegarioiu et al. [10]
Hueso Trabecular	1 500	0,3	Stegarioiu et al. [10]
Cerámica (prótesis sobre implante)	68 900	0,28	Ao. J et al. [11]

El implante dental se consideró completamente oseointegrado y la interfase implante-pilar protésico se consideró enlazada. El segmento modelado de la mandíbula se consideró fijo a ambos lados del bloque (caras perpendiculares a la dirección Z de la Fig. 1).



**Figura 1-** Imagen del ensamble del implante, aditamento protésico, corona, hueso cortical y trabecular modelados en el software de diseño y simulación.

El método de los elementos finitos se utilizó para determinar y comparar la distribución de esfuerzos en el implante de titanio y de zirconia ante dos tipos de carga: una fuerza actuando a lo largo del eje del implante (eje Y) de 200N y otra oblicua resultante de una componente en el eje Y de 200N más una componente en el eje Z de 140N. Estos valores son iguales a los utilizados por Danza y cols. [12] en un estudio de concentración de esfuerzos en distintos tipos de hueso.

Se utilizó la herramienta Convergence Plot del menú de *Análisis de Esfuerzos* del programa Autodesk Inventor®, la cual ofrece la técnica *h adaptativa* de refinamiento de malla para validar

los resultados, arrojando una gráfica de convergencia y mejorando la aproximación de los resultados.

Las simulaciones para los estudios de convergencia, se iniciaron con los siguientes parámetros:

- Tamaño promedio de elemento (como fracción de la mayor distancia del paralelepípedo que abarca o encierra el modelo): 0,200
- Número máximo de ciclos de refinamiento del mallado: 10 (si la solución converge antes de alcanzar este máximo número de ciclos, la iteración de h refinamiento se detiene).
- Criterio de parada: 1% (diferencia en los valores máximos de Von Mises de las dos últimas simulaciones o ciclos con refinamiento de mallado).
- Umbral de refinamiento para los ciclos: 0,25. Este valor controla la extensión del refinamiento del mallado en cada ciclo o simulación. Cuando  $h = 0$ , todos los elementos son candidatos para ser refinados; si  $h = 1$ , ningún elemento será refinado al realizar el mallado.

#### 4. RESULTADOS

Gracias al estudio de convergencia se obtuvieron los mallados para cada caso, con la cantidad de nodos y elementos presentados en la Tabla 2.

**Tabla 2.** Número total de nodos y elementos usados en cada una de las simulaciones.

	Número total de nodos		Número total de elementos	
	Con carga axial	Con carga oblicua	Con carga axial	Con carga oblicua
Implante Zirconio	279645	194882	188574	127946
Implante Titanio	204510	223901	133732	147787

Los resultados de la simulaciones muestran comparativamente las concentraciones de esfuerzos ante las cargas oclusales fisiológicas.

Los mayores esfuerzos se concentraron en la restauración protésica o corona de cerámica.

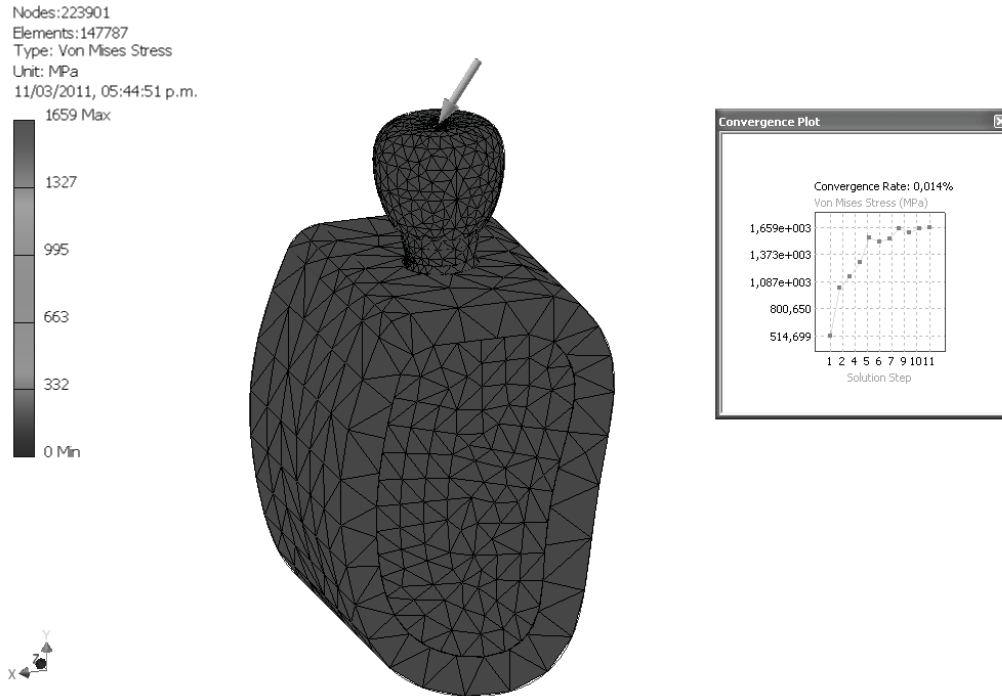
La Fig. 2 ilustra la concentración del mayor esfuerzo Von Mises en la corona o restauración protésica ante la carga oblicua y el gráfico de convergencia que muestra el programa.

Los modelos con cargas oblicuas reportaron mayores esfuerzos, lo cual se puede apreciar en el reporte comparativo presentado en la Tabla 3.

**Tabla 3.** Valores del máximo esfuerzo en los aditamentos para los dos tipos de carga estudiados.

	Valor del máximo esfuerzo (MPa)			
	Implante de Zirconia		Implante de Titanio	
	Carga axial	Carga oblicua	Carga axial	Carga oblicua
Corona o prótesis cerámica	1237	1485	899,1	1659
Implante - zona del Abutment	1004	855,8	400	1300
Hueso Cortical	38,13	220	16,15	130
Hueso Trabecular	7,378	36,09	4,479	12,52





**Figura 2-** Imagen del mallado y concentración de esfuerzos en el sistema de implante dental de titanio ante carga oblicua.

En el hueso, los mayores esfuerzos se concentraron en la cortical ósea, a nivel de las cercanías del contacto con el implante, lo cual coincide con lo publicado por Danza y cols. [12], quienes refieren que la disipación de esos esfuerzos en el hueso cortical se restringe al área inmediata que rodea el implante debido a su superior resistencia a la deformación. En el hueso, los mayores valores de esfuerzos se registraron en el caso del implante de zirconia ante la carga oblicua. Para todos los casos la concentración de esfuerzos en el hueso trabecular se ubicó en la zona más superior, en la cercanía del cuello del implante.

## 5. CONCLUSIONES

El comportamiento de los implantes dentales y el pronóstico del tratamiento con los mismos, dependen fuertemente del diseño y de las características estructurales y mecánicas del sistema hueso/implante. Métodos numéricos como elementos finitos (o elementos de frontera), resultan una herramienta indispensable para evaluar los campos de desplazamientos y tensiones en piezas mecánicas de geometrías no-triviales, contribuyendo a predecir y evitar la sobrecarga y pérdida de hueso.

Las cargas oclusales oblicuas tienden a producir mayores concentraciones de esfuerzo tanto en el sistema de implante como en el hueso, independientemente del material del implante.

Para las condiciones de los casos del sistema de implante y de las cargas estudiadas, los valores de concentraciones de esfuerzos, no alcanzaron el límite elástico, lo cual contribuye a validar el modelo de implante planteado para este trabajo y sugiere la posible utilización del zirconio para la fabricación de implantes dentales; sin embargo es preciso llevar a cabo más estudios computacionales y experimentales para evaluar los resultados a largo plazo de los implantes de zirconia con diferentes superficies y geometrías.

## REFERENCIAS

- [1]. Misch CE. *Contemporary Implant Dentistry*, 2<sup>a</sup> ed., St Louis, Mosby, 1999.
- [2]. Breme, J., Biehl, V. Metallic Biomaterials. En *Handbook of Biomaterials Properties*. Eds Black J. Hastein G. Chapman & Hall, London p.135, 1998.
- [3]. Kasemo B., Lausamaa J. Biomaterials and interfaces. En: Naert, I, van Steenberghe D, Worthington P (eds). *Osseointegration in Oral Rehabilitation*. Londres: Quintessence, 63-75, 1993.
- [4]. Silva W., Lameiras FS., Lobato ZI. Biological reactivity of zirconia-hydroxyapatite composites. *J Biomed Mater Res*. 63, 583-590, 2002.
- [5]. Oliva, J., Oliva, X., Oliva, J. Five-year succes rate of 831 consecutively placed zirconia dental implants in human: A comparison of three different rough surfaces. *The International Journal of Oral & Maxillofacial Implants*, vol. 25, n. 2, 2010.
- [6]. Oliva J., Oliva X., Oliva DJ. One year follow-up of first consecutive 100 zirconia dental implants in humans. A comparison of two different rough surfaces; *Int J Oral Maxillofacial Implants*, 22; 430-435, 2007.
- [7]. Lekhom, U., Zarb, G.A. Patient selection and preparation, en Branemark P-I, ZarbG.A, Albrektsson T. *Tissue-Integrated Prosthesis: Osseointegration in Clinical Dentistry*. Quintessence, Chicago, pp 128-135, 1985.
- [8]. Benzing, U.R., Gall, H., Weber, H. Biomechanical aspects of two different implant-prosthetic concepts for edentulous maxillae. *The International Journal of Oral & Maxillofacial Implants* 10, 188-198, 1995.
- [9]. Zárate, J., "Relación microestructura-propiedades mecánicas y térmicas de compositos de circonia-alúmina", *Revista mexicana de física* 50, suplemento 1, 54-56, México, junio, 2004.
- [10]. Stegaroiu, R., Kusakari, H., Nishiyama, S., Miyakawa O. Influence of prosthesis material on stress distribution in bone and implant: a 3 dimensional finite element analysis. *The International Journal of Oral & Maxillofacial Implants* 10, 188-198, 1998.
- [11]. Ao, J., Li, T., Liu, Y., Ding, Y., Wu, G., Hu, K. and Kong, L. Optimal design of thread height and width on an immediately loaded cylinder implant: A finite element analysis. *Computers in Biology and Medicine*. Volume 40, Issue 8, August, 681-686, 2010.
- [12]. Danza, M., Palmieri, A., Farinella, F., Brunelli, G., Carinci, F., Girardi, A., Spinelli, G. Three Dimensional Finite Element Analysis to Detect Stress Distribution in Spiral Implants and Surrounding Bone. *Dental Research Journal*. Vol. 6, No. 2, Autumn, 2009.

## DESARROLLO DE UNA METODOLOGÍA PARA LA GENERACIÓN DE MODELOS REPRESENTATIVOS DE ESTRUCTURAS ÓSEAS

### **María Andreina Ortiz Paparoni**

*maortizpaparoni@gmail.com*

Grupo de Biomecánica, Universidad Simón Bolívar  
Valle de Sartenejas, Municipio Baruta, Caracas-Venezuela

### **Lilibeth Zambrano**

*lazambrano@usb.ve*

Grupo de Biomecánica, Universidad Simón Bolívar  
Valle de Sartenejas, Baruta, Caracas-Venezuela  
Departamento de Ciencias y Técnicas de la construcción, Universidad Metropolitana  
La Urbina, Municipio Sucre, Caracas-Venezuela

### **Gabriela Martínez**

*gabrielamb@usb.ve*

Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Simón Bolívar  
Valle de Sartenejas, Municipio Baruta, Caracas-Venezuela

### **Antonio Vidal**

*antoniovidal@usb.ve*

Laboratorio de Conversión de Energía Mecánica, Universidad Simón Bolívar  
Valle de Sartenejas, Municipio Baruta, Caracas-Venezuela

**Resumen.** *La simulación computacional de estructuras óseas es una herramienta de gran importancia en el estudio del comportamiento de distintas patologías y lesiones que afectan al cuerpo humano. Para ello es necesario generar modelos computacionales que reproduzcan las características fisiológicas de la estructura de interés de la manera más parecida posible a las estructuras reales. El objetivo de este trabajo fue desarrollar una metodología que permitiera la obtención de modelos representativos de estructuras óseas mediante el uso combinado de programas de reconstrucción ósea y programas de diseño asistido por computadora (CAD por sus siglas en inglés). Utilizando una plataforma de visualización y modelación 3D de imágenes médicas (Amira®), se segmentaron 180 tomografías axiales computarizadas (TAC) para reconstruir las estructuras pertenecientes a la columna cervical humana. El producto final de la reconstrucción tuvo dos utilidades: en primer lugar permitió la generación de mallas, dentro de la plataforma de modelación de imágenes médicas, que pueden ser exportadas a un programa de análisis de esfuerzos. En segundo lugar, permitió la generación de superficies que fueron exportadas a un programa CAD (SolidWorks®) para generar sólidos de las estructuras reconstruidas que pueden importarse dentro de un programa de análisis de esfuerzo, permitiendo así la generación de la malla dentro de esta última plataforma. La conclusión más resaltante de este trabajo es la obtención de una*

*metodología eficaz que permite la generación de modelos representativos de estructuras óseas reales. La metodología desarrollada permite exportar las mallas generadas en el programa de reconstrucción ósea, o los sólidos elaborados a partir de éstas, a una plataforma de análisis de esfuerzos.*

**Palabras claves:** Reconstrucción ósea, generación de mallas, generación de superficies, generación de sólidos.

## 1. INTRODUCCION

La columna cervical está compuesta por un total de 7 vértebras que tienen entre sus principales funciones el soporte de la cabeza, la transmisión de cargas hacia miembros inferiores, el movimiento fisiológico del cuello y la protección de la médula espinal [1]. Para comprender los mecanismos de las lesiones que afectan a la columna cervical, es de vital importancia utilizar técnicas no invasivas que permitan reproducir los fenómenos estudiados.

Existen distintos métodos para el estudio de lesiones cervicales, dentro de éstos se tienen pruebas experimentales realizadas por Kettler y colaboradores utilizando vértebras pertenecientes a cadáveres [2]; pruebas en animales realizadas por Macnab [3]; y modelos matemáticos desarrollados por McKenzie y Williams [4] entre otros. Este último método representa manera no invasiva de realizar las distintas pruebas sobre estructuras computacionales reconstruidas que emulan las características anatómicas de las estructuras óseas reales de interés. En el grupo de biomecánica de la Universidad Simón Bolívar surge el interés de generar una metodología que permita la reproducción de las estructuras biológicas pertenecientes a la columna cervical, con la finalidad de evaluar la utilidad de los distintos métodos de reconstrucción al momento de realizar un análisis de esfuerzo sobre las estructuras obtenidas. Para ello se cuenta con un software de reconstrucción ósea y uno CAD, cuyo uso combinado permite la generación de dos modelos representativos de las estructuras biológicas mencionadas.

Mediante la manipulación de tomografías axiales computarizadas (TAC) en un programa de reconstrucción ósea se generaron las superficies de los elementos de la columna cervical. Dichas superficies fueron manipuladas para generar un primer modelo dentro del programa de reconstrucción ósea, por otra parte fueron exportadas a un programa CAD donde se generaron los sólidos correspondientes a las vértebras y discos intervertebrales.

En las siguientes secciones se describe en detalle el procedimiento seguido para la obtención de los modelos finales de la columna cervical.

## 2. RECONSTRUCCION OSEA

### 2.1 Transformación e importación de imágenes

Las TAC utilizadas fueron obtenidas de la Biblioteca Nacional de Medicina de los Estados Unidos, referentes al “Visible Human Project” [5], las cuales son tomadas del cuerpo de un hombre con un intervalo de 1mm entre sí y vienen en un formato *.raw* directamente del tomógrafo. Dado a que este formato no es compatible con el programa de segmentación ósea se utilizó un software libre llamado ezDICOM, el mismo reconoce una gran variedad de imágenes médicas y permite su transformación a distintos formatos. En el caso de este trabajo

se realizó la transformación de 180 imágenes médicas a un formato *.jpg* compatible con Amira® en su versión 3.1.1.

Una vez realizada la transformación de las imágenes necesarias, se importaron las mismas al programa de reconstrucción ósea manteniendo la escala y la separación originales dadas en la información de los archivos para dar paso a la segmentación ósea.

## 2.2 Segmentación

La segmentación consiste en seleccionar las distintas zonas de la tomografía que forman parte de la estructura que se desea reconstruir. Para ello el programa ofrece distintas herramientas que permiten delimitar y rellenar los distintos contornos de una estructura en particular. Dado a la complejidad geométrica de las vértebras y a sus distintas características anatómicas, la mayoría de las herramientas automatizadas del programa no pudieron ser aprovechadas, por lo que se recurrió a la combinación de una herramienta automatizada denominada “umbral” y una herramienta manual denominada “brocha”. De esta manera fue posible delimitar y marcar las distintas zonas pertenecientes a cada estructura en particular a lo largo de las 180 tomografías segmentadas, como la mostrada en la Fig. 1.

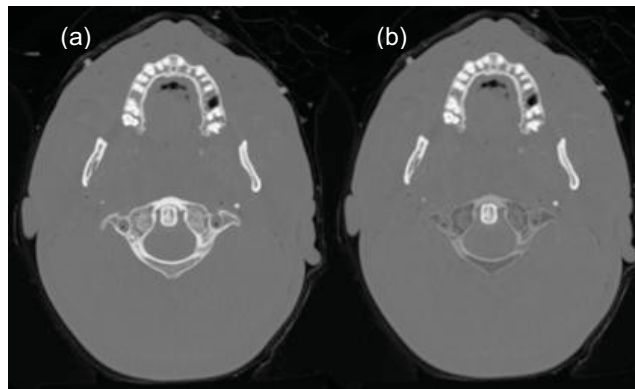


Figura 1. (a) TAC del atlas sin modificaciones en el programa Amira®. (b) TAC segmentada del atlas mediante el uso de las distintas herramientas del programa de segmentación.

Una vez segmentadas todas las imágenes médicas desde el atlas (primera vértebra cervical) hasta la primera vértebra torácica, se procedió a generar una superficie de la columna cervical reconstruida.

## 2.3 Generación de superficies

Con todos los datos aportados en la segmentación, se procede a realizar una aproximación de la superficie de cada estructura en base a elementos triangulares mediante la herramienta de generación de superficies de Amira®.

En primer lugar se genera una superficie de toda la columna cervical, en este caso tanto las vértebras como los discos se encuentran acoplados entre sí. Para generar superficies individuales de cada estructura se puede realizar la reconstrucción de las mismas por separado; también es posible generar las estructuras individuales a partir de un bloque de superficies, esto último se explicará en detalle en las siguientes secciones.

Al generar la superficie de las estructuras segmentadas es posible modificar el tamaño de los elementos triangulares o la cantidad de los mismos dentro de la superficie generada, siendo uno de estos dos parámetros el criterio de parada del programa al momento de generar la superficie. En este trabajo se tomó como parámetro principal el número de elementos triangulares presentes en cada superficie, utilizando alrededor de 15000 elementos en las vértebras cervicales y 5000 en los discos intervertebrales.

## 2.4 Generación de mallas tetraédricas

Finalizada la generación de la superficie de la columna cervical se dio paso a la generación de mallas tetraédricas individuales de cada estructura biológica. Al igual que en el caso de la generación de superficies, Amira® permite la edición de los elementos tetraédricos presentes en la malla generada, siendo posible la modificación del tamaño del tetraedro. En el presente trabajo se trabajó con un parámetro denominado “Meshsize” (Tamaño de malla, de la traducción al español), tomando el mismo como cero, en este caso el programa tomará los mismos parámetros establecidos en la sección de generación de superficies para elaborar la malla tetraédrica.

Las mallas generadas anteriormente pueden ser guardadas en archivos individuales que se modifican para que, al modificarse y llevarse a un formato *.txt*, son compatibles con plataformas de análisis de esfuerzo.

Sin embargo se debe destacar que este programa no permite el refinamiento de la malla en zonas específicas, si bien es posible controlar ciertos parámetros de la malla generada, cualquier modificación que se elabore realizará en la estructura en general. Por esta razón se exploró otra alternativa para la importación de un sólido que permitiese la generación una malla dentro de un programa de análisis de esfuerzo.

## 2.5 Generación de sólidos

Partiendo de la superficie de la columna cervical reconstruida y utilizando las herramientas del programa de segmentación ósea, se generaron superficies individuales a través de las mallas tetraédricas generadas en el paso anterior. Una esquematización del proceso puede apreciarse en la Fig. 2.

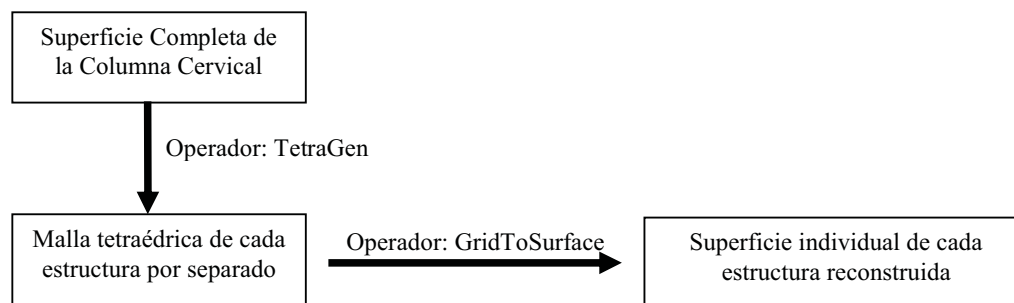


Figura 2. Proceso para la generación de superficies individuales de las estructuras reconstruidas.

Las superficies individuales generadas fueron exportadas a un programa CAD, Solidworks® en su versión 2010, en un formato *.stl*. Como se puede apreciar en la Fig. 3, la

superficie generada para la vértebra C4, presentó un error que provocó un corte en la estructura que no es congruente con las características anatómicas de las vértebras cervicales reportadas por Latarjet y Ruiz Liard [6].

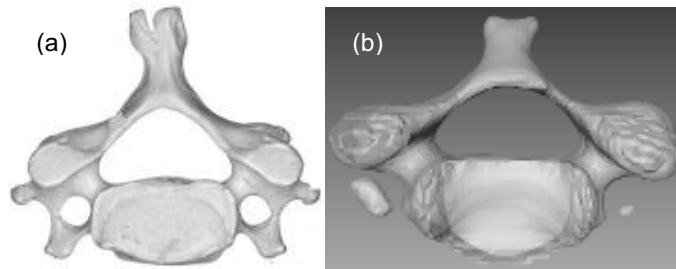


Figura 3. (a) Vértebra cervical típica [6]. (b) Superficie de C4 generada en Amira®.

Se presume que este error se debe a una deficiencia en la escala de grises de las imágenes médicas, dado a que se realizó la reconstrucción utilizando las mismas imágenes en una versión distinta del programa y otro programa de reconstrucción ósea obteniendo los mismos errores en cada estructura. Al trabajar en base a una escala de grises, los programas de reconstrucción no logran reconocer la presencia de una estructura, así la misma se delimite con las distintas herramientas de segmentación, cuando existe una deficiencia en esta escala.

Mediante la herramienta de “Escanear a 3D”, disponible en la versión 2010 de SolidWorks®, se eliminaron las zonas no congruentes con las características de las vértebras como puede apreciarse en la Fig. 4 (b).

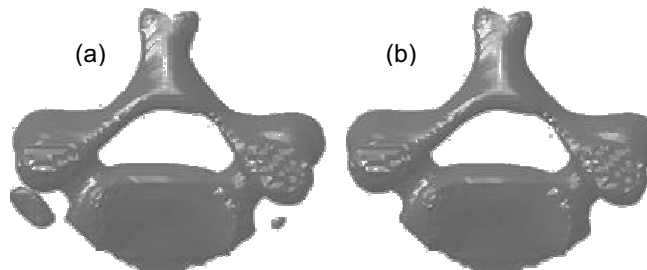


Figura 4. (a) Superficie de C4 original. (b) Superficie de C4 corregida.

Una vez editadas las vértebras se procedió a la generación de los sólidos computacionales de cada estructura biológica reconstruida mediante las herramientas del módulo de “ScanTo3D” de la versión 2010 del programa SolidWorks®.

### 3. RESULTADOS

Mediante los procesos descritos anteriormente se desarrolló de una metodología que permite la generación de modelos representativos de estructuras óseas, que pueden ser utilizados en el análisis de esfuerzos de dichas estructuras. Encontrando dos alternativas para la creación de los modelos de interés, en la primera se logra la obtención de una malla tetraédrica dentro del programa de reconstrucción ósea, mientras que en la segunda se obtiene un sólido compatible con los distintos programas de análisis de esfuerzo. En la Figura 5 pueden apreciarse los dos modelos generados.

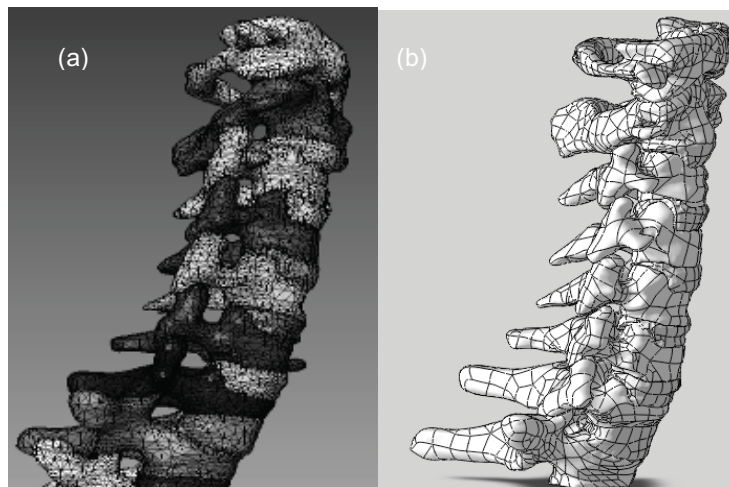


Figura 5. (a) Modelo generado en Amira®. (b) Modelo generado en SolidWorks®.

#### 4. CONCLUSIONES

El resultado más importante de este trabajo es la creación de una metodología eficaz que permite la obtención de modelos representativos de estructuras óseas que, por su compleja geometría, serían difíciles de obtener por métodos tradicionales. Se encontró que la manera más eficiente para generar sólidos en los programas CAD es a partir de un archivo de superficie de la estructura reconstruida, y que la edición dentro del programa CAD es una solución eficaz para corregir errores que puedan presentarse en la reconstrucción ósea.

#### REFERENCIAS

- [1].Comín, M., Prat, J., Soler-García, C., Viosca, E., Peris, J., Lafuente, R., Sánchez-Lacuesta, J., Cortés, A. y Vera, P., *Biomecánica del raquis y sistemas de reparación*. Instituto de Biomecánica de Valencia (1995).
- [2].Kettler, A., Schmitt, H., Simon, U., Hartwig, E., Kinzl, L., Claes, L. y Wilke, H., *A new acceleration apparatus for the study of whiplash with human cadaveric spine specimens*. Journal of Biomechanics, vol. 37, pp. 1607-1613, 2004.
- [3].Macnab, I., *Acceleration injuries of the cervical spine*. Journal of Bone Joing Surgery, vol. 46, pp. 1797, 1964.
- [4].McKenzie, J. y Williams, J., *The dynamic behavior of the head and cervical spine during “whiplash”*. Journal of biomechanics, vol 4, pp. 447, 1971.
- [5].The National Library of Medicine, The Visible Human Project, at [www.nlm.nih.gov/research/visible\\_human.html](http://www.nlm.nih.gov/research/visible_human.html), 2010.
- [6].Latarjet, M. y Ruiz Liard, A. *Anatomía Humana*, 4ta Edición. Editorial Médica Panamericana, 2004.



## METABOLIC NETWORK RECONSTRUCTION OF *Trypanosoma cruzi*.

**A. J. Alvarez**

*alvarez.ciencia@gmail.com*

Department of Mathematics and Stochastic Dynamics Lab., Center for Physics, Venezuelan Institute for Scientific Research, Caracas 1020A, Venezuela.

**C. E. Sanz-Rodríguez**

*sanzce@gmail.com*

Department of Cellular Biology, Simón Bolívar University, Caracas 1080A, Venezuela.

**J. L. Cabrera**

*juluisca@gmail.com*

Stochastic Dynamics Lab., Center for Physics, Venezuelan Institute for Scientific Research, Caracas 1020A, Venezuela.

**Abstract.** *This work deals with the reconstruction of the metabolic network of *Trypanosoma cruzi*, the etiological agent of Chagas disease. We provide details regarding the process to build our own metabolic database. Our focus is on the preliminary identification of the metabolic communities by the method of Simulated Annealing (SA). Biochemical composition and functionality is therefore accessed and drug targets are positioned on the network offering in this way a first approximation insight about their role in the network.*

**Keywords:** complex networks, metabolic networks, community detection, network tolerance, drug targets.

### 1. INTRODUCTION

A main characteristic in many natural systems is its internal organization in a network of interacting units. Examples are a network of: molecules within a cell, neurons in the brain, computers in a LAN or individuals embedded in social relations. We focus our attention on bipartite metabolic network composed by nodes or vertices, representing metabolites and reactions, and links or edges, representing their interaction. In particular, we pay attention to the metabolic network of the *Trypanosoma cruzi*, the etiological agent of the Chagas disease. This sickness is a public health problem affecting over 10 million people in Latin America according to statistics from the WHO.

## 2. COMMUNITY DETECTION, IMPLEMENTATION AND SIMULATIONS.

As we already said the metabolic network of *T. cruzi* is represented by a bipartite graph. The data of the network was taken from Nerima et al. [1] and compared with the available data in TriTrypdb [2] in order to validate the expression profile for some proteins. In order to analyze the community structure, a projection of the network in one of its parts is used. In this way a symmetric single network is obtained which is analyzable using the Guimerà – Amaral method [3] (GA). This approach optimizes an objective function, i.e., the modularity [4], which is defined by:

$$Q = \frac{1}{2m} \sum_{ij} \left[ A_{ij} - \frac{k_i k_j}{2m} \right] \delta_{c_i, c_j},$$

It is done with the Simulated Annealing (SA) method, which is a generic probabilistic meta-heuristic approach for the global optimization problem of locating a good approximation to the global optimum of a given function in a large search space. The SA method is often used when the search space is discrete. In our case such a space is defined by all the partitions of the node set in the network. For certain problems, SA may be more efficient than exhaustive enumeration [5] provided that the goal is merely to find an acceptably good solution in a fixed amount of time rather than the best possible solution.

The GA method was numerically implemented on Python. Simulations start with a non-dimensional initial temperature of 4000 and a geometric annealing program with rate of annealing of 0.996. Three subprocesses on a given partition define the neighbor's function:

- Given two chosen at random groups of nodes in the partition:
  - i) Move one, chosen at random node, from one group to other group.
  - ii) Merge groups.
  - iii) Split the group.

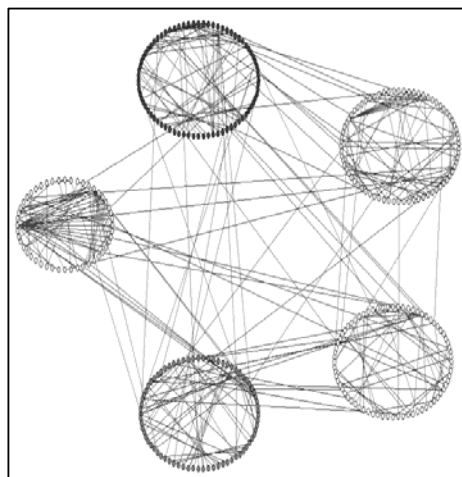


Figure 1 - The Community Structure of the Metabolites Network for *T. cruzi* as determined by the GA approach using the SA method.

When the neighbor's function is evaluated we randomly choose one movement. The probabilities of obtain a simple vertex movement, split of communities and merge of communities are set to 0.34, 0.33 and 0.33, respectively. The metabolites and reactions network community structure are shown in Fig. 1 and Fig. 2(left) respectively. It is possible to make a preliminary identification of the functionality associated with the communities detected by the SA method. In fact, for the metabolites network we found five well established structures (See Fig. 1):

- 1) Marked in yellow. Related with protein synthesis and nitrogen metabolism; mainly amino acids and others compounds.
- 2) Marked in green. Identified with nucleic acids. Here we observe a lot of biosynthesis pathways, mainly amino acids and others derivatives.
- 3) Marked in red. Related with the biosynthesis of carbohydrates and nucleotides, mainly sugars and amino acids.
- 4) Marked in blue. Reflects the catabolism of nucleic acids and nitrogen with their respective derivatives.
- 5) Marked in pink. Related with the catabolism of carbohydrates and amino acids.

In contrast, in the reactions network we identified 10 communities whose functionalities are described as follows: the community 1 is related with nucleotides synthesis, the communities 2, 3, 4, 9, 13, 14 and 15 are related with the synthesis of amino-acids, proteins and other compounds, the community 5 is related with carbon fixing and catabolism, the communities 6, 7, 8, 11 and 12 are related with catabolism and amino acid degradation and the community 10 is related with biosynthesis of NADH. These findings make sense because each compartment represents a chemical functionality inside the cell.

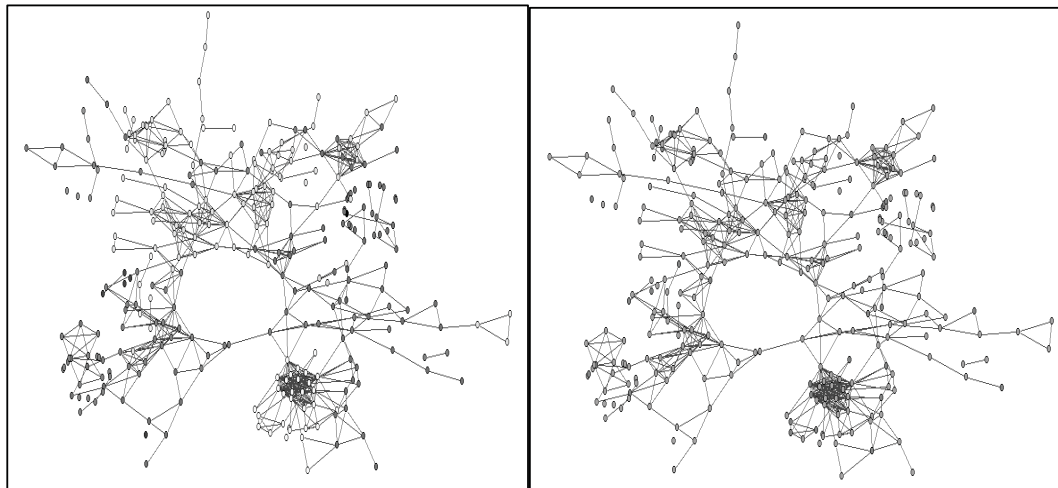


Figure 2 - (a) Community Structure of the reactions network, (b) Drug targets identified in the reactions network.

### 3. DRUG TARGETS

In order to locate drug targets position in the reactions network we make use of the database TDRtargets [6] containing information regarding drug targets (DT) for *T. cruzi*. In Fig. 2(right) drug targets obtained in this way are shown in color red while other vertices are colored gray. It is observed that most of the drug targets seems to be isolated or located at the nets periphery. We found only two targets exhibiting a higher degree than others. Such a finding need to be contextualized in relation to network robustness studies. In particular, the fact that most of DT seems to be in the periphery having low connectivity do not support the idea of stability based on highly connected hubs [7,8] neither coincide with the a recent work related to social networks where most information spreaders are located within the core of the net [10] as identified by the k-shell decomposition analysis [10]. Therefore an alternative interpretation need to be framed. We think the origin of the discrepancy could be based on two different facts, namely: i) the metabolic networks seems to have different characteristics than other networks, it could be particularly true for the case of *T. cruzi*; ii) the TDRtargets database was conceived under biomedical principles that could be wrong in what respect to the identification of drugs targets.

Summarizing, we have use the GA method with a SA approach and identified the preliminary community structure in *T. cruzi*. These units are identified with metabolic functioning in the parasite. Located drug targets where found not to be highly connected hubs nor spreaders.

### Acknowledgements

This work was supported by IVIC-141 research small project. AA acknowledges graduate financial support from IVIC-CEA.

### REFERENCES

- [1].Nerima, B, Nilsson, D & Mäser, P. Comparative genomics of metabolic networks of free-living and parasitic eukaryotes. *BMC Genomics*, vol. 11, pp. 217, 2010.
- [2].Aslett, M. et al., TriTrypDB: a functional genomic resource for the Trypanosomatidae. *Nucleic Acids Research*, vol. 38, pp. D457-462, 2009.
- [3].Amaral, LA. Nunes & Guimerà, R. Functional cartography of complex metabolic networks, *Nature*, vol. 433, n. 7028, pp. 895-900, 2005.
- [4].Newman MEJ & Girvan M. Finding and evaluating community structure in networks. *Physical Review E*, vol. 69, pp. 026113, 2004.

- [4].Fortunato, S. Community detection in graphs, *Physics Reports*, vol. 486, n. 3-5, pp. 75-174, 2010.
- [5].Note that the number of all possible partitions of a set of size  $n$  is given by the Bell's number  $B(n)$ , which is extremely big for numbers greater than 100. In fact it is around 10116.
- [6].Crowther, GJ. et al., Identification of attractive drug targets in neglected-disease pathogens using an in silico approach. *Plos Neglected Tropical Diseases*, vol.4, n. 8, pp. e804, 2010.
- [7].Albert, R., Jeong, H. & Barabási, A-L. Error and attack tolerance of complex networks. *Nature*, vol. 406, n. 6794, pp. 378–482, 2000.
- [8].Pastor-Satorras, R. & Vespignani, A. Epidemic spreading in scale-free networks . *Phys. Rev. Lett.*, vol. 86, pp. 3200–3203, 2001.
- [9].Kitsak, M, et al., Identification of influential spreaders in complex networks. *Nature Physics*, vol. 6, pp. 888-893, 2010.
- [10].Bollobás, B., *Graph Theory and Combinatorics*, In *Proceedings of the Cambridge Combinatorial Conference in Honor of P. Erdős*, 35, Academic Press, 1984.



## HERRAMIENTA DE CLASIFICACIÓN APLICADA A IMÁGENES DE CÉLULAS DE PURKINJE

**Rubén Medina**

**Francisco Durán**

*rmedina@ula.ve*

*fduran@ula.ve*

Grupo de Investigación de Ingeniería Biomédica (GIBULA), Universidad de Los Andes. Mérida-Venezuela

Centro de Microscopía Electrónica “Dr. Ernesto Palacios Prü”. Universidad de Los Andes. Mérida-Venezuela

**Miguel Vera**

**Alirio Balza**

*veramig@gmail.com*

*alibal@ula.ve*

Grupo de Investigación de Ingeniería Biomédica (GIBULA), Universidad de Los Andes. Mérida-Venezuela

Centro de Microscopía Electrónica “Dr. Ernesto Palacios Prü”. Universidad de Los Andes. Mérida-Venezuela.

**Resumen.** *En este trabajo se propone cuantificar espinas dendríticas en imágenes obtenidas por microscopía de luz, de células de Purkinje (CP) de la corteza cerebelosa de ratón. El conteo de espinas en CP es un problema de gran interés para el Centro de Microscopía Electrónica “Ernesto Palacios Prü”, por la diversidad de enfermedades que pueden afectar tanto la estructura como la funcionalidad del cerebelo. El número de espinas y el crecimiento dendrítico son variables dinámicas, que expresan la plasticidad del sistema nervioso y van modificándose durante el proceso de desarrollo y maduración de los vertebrados. De allí la importancia de conocer los patrones normales propios de cada una de las etapas de desarrollo, para poder determinar cualquier alteración que en la práctica se traduce en manifestaciones clínicas y patológicas. En los estudios que se realizan en el referido centro es importante disponer de la información relativa al número de espinas dendríticas en CP ya que dicha información permite expresar las condiciones funcionales del cerebelo y, por tanto, del individuo.*

*El objetivo de esta investigación fue crear una herramienta de clasificación para cuantificar las espinas dendríticas en CP, basada en máquinas de soporte vectorial de mínimos cuadrados. Las imágenes fueron pre-procesadas con el algoritmo de deconvolución de Lucy-Richardson y realce logarítmico. Los resultados obtenidos sugieren que la técnica estudiada podría ser una*

*importante herramienta de clasificación para este tipo de imágenes al lograr detectar mayor cantidad de espinas de manera automática que las obtenidas por el método manual identificadas por un experto.*

**Palabras claves:** Células de Purkinje, Máquinas de Vector Soporte de Mínimos Cuadrados, Deconvolución.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las Células de Purkinje (CP) constan de un árbol dendrítico que posee ramificaciones en las cuales se ubican unas estructuras denominadas espinas [1],[2]. Las espinas dendríticas son importantes puesto que su aspecto morfológico, su número y su distribución espacial representan la expresión anatómica del funcionamiento del cerebelo. En el Centro de Microscopia Electrónica “Ernesto Palacios Pru”, se sigue un procedimiento manual para el conteo de espinas dendríticas de CP. El conteo de espinas dendríticas permite estudiar los efectos de sustancias nocivas en los individuos, midiendo el grado en que se afecta la estructura del árbol dendrítico. Las imágenes obtenidas por microscopía de luz, en las que están presentes las CP, son obtenidas a diferentes planos focales. Esto origina una borrosidad debido al proceso de degradación causado por aberraciones ópticas que son factibles de ser eliminadas al utilizar técnicas de restauración y realce [3],[4], lo cual permite visualizar las espinas presentes en las CP. A continuación se presentan algunos estudios donde se utilizaron herramientas de clasificación.

Vera y colaboradores [5], desarrollaron una técnica para la detección automática del corazón en imágenes de Tomografía Multi-corte. La técnica consta de dos etapas. En la primera se detectó un conjunto de marcadores anatómicos sobre el borde del corazón empleando una máquina de soporte vectorial de mínimos cuadrados (LSSVM). Durante el proceso de detección de los marcadores se obtuvo un 95,84% de sensibilidad. Los marcadores detectados fueron ubicados según sus coordenadas sobre la imagen. Durante la segunda etapa, se generó una superficie 3-D para representar el corazón.

Huang y colaboradores [6], presentaron un método para la clasificación del carcinoma prostático en imágenes patológicas según el sistema de clasificación de Gleason, el cual se usa en la clasificación histológica de los tejidos finos de próstata. Los autores proponen dos métodos de extracción de características basadas en la dimensión fractal para analizar las variaciones de la intensidad y la complejidad de la textura en las regiones de interés. Cada imagen se puede clasificar utilizando técnicas bayesianas, redes neuronales y máquinas soporte vectorial. Los resultados experimentales, sobre 205 imágenes patológicas de la próstata, demuestran que se obtuvo el 94,6%, 94,2%, y 94,6% en Tasas Correctas de Clasificación, respectivamente.

Por otra parte, en el presente trabajo, las LSSVM, permitieron clasificar y cuantificar el número de espinas dendríticas.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

### 2.1. Imágenes Sintéticas

Se diseña una imagen asignándole un nivel de gris de valor 128 al fondo de la imagen, y un conjunto de caracteres con niveles de gris diferentes (A=150, C=190, G=90, I=50, K=10) que son considerados Marcadores. Igualmente se incluye un conjunto de caracteres (J=30, H=70, F=110,



B=170, D=210) que son considerados No Marcadores, como se muestra en la **Figura 1**. A partir de esta imagen se generaron 25 imágenes, agregándole ruido de tipo Gaussiano con varianza 0,0001 e incrementándola para cada nueva imagen en 0,0001. De las imágenes sintéticas se generaron dos grupos uno para entrenamiento y otro para validación de la LSSVM.

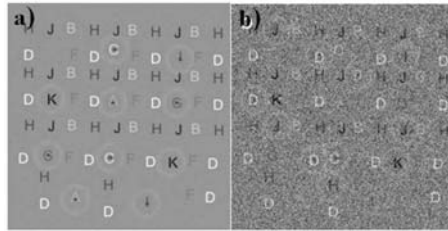


Figura 1. (a) Imagen sin ruido, la LSSVM seleccionó los Marcadores en el test de entrenamiento (b) Imagen con ruido donde la LSSVM seleccionó los Marcadores, test de validación (imagen 8, SNR=23,74 dB)

## 2.2. Imágenes de CP

La base de datos de CP está constituida por 25 imágenes con una resolución espacial de 256x256 píxeles y una profundidad de intensidad de 8 bits. La técnica utilizada para pre-procesar las imágenes de CP fue la deconvolución [7] y realce logarítmico [8], la técnica fue implementada para realzar las espinas en las ramas de la CP.

## 2.3. Máquinas de Soporte Vectorial de Mínimos Cuadrados

Con el propósito de realizar la detección automática de las espinas se construyó un clasificador basado en máquinas de soporte vectorial de mínimos cuadrados (LSSVM) con kernel Gaussiano de base radial, utilizando un toolbox en MatLab [9]. Debido a la capacidad de generalización que poseen las LSSVM el clasificador solo utilizó los niveles de gris de las espinas dendríticas de CP. La base de datos de imágenes de CP fue dividida en dos grupos: entrenamiento y validación.

### 2.3.1. Selección de Marcadores

Los Marcadores fueron seleccionados por un experto, mediante vecindades circulares de 10 píxeles de radio, contentivos de los niveles de gris de las estructuras que representan espinas dendríticas ver Figura 2a. Posteriormente, los Marcadores fueron eliminados de las imágenes (Figura 2b) de CP para poder extraer los No Marcadores.

### 2.3.2. Selección de No Marcadores

Los No Marcadores se buscan en forma aleatoria en aquellas regiones donde no existen Marcadores (regiones no marcadas en negro en la Figura 2b), utilizando un conjunto de vecindades circulares de radio 10 píxeles.

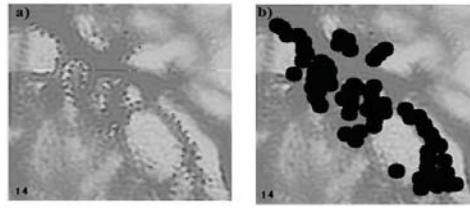


Figura 2. Imagen de CP (a) selección de Marcadores por experto (b) selección de No Marcadores

### 2.3.3. Entrenamiento de la LSSVM

Para el entrenamiento de las LSSVM, los Marcadores y los No Marcadores son representados por vectores normalizados los cuales fueron configurados usando una relación de 1:15, es decir, por cada Marcador se utilizan 15 No Marcadores. Seguidamente, se asignó a los vectores Marcadores la etiqueta -1 y a los vectores No Marcadores la etiqueta +1.

### 2.3.4. Prueba de Desempeño

Consistió en determinar la capacidad de la LSVM para clasificar correctamente los elementos en el test de validación. Esta capacidad fue cuantificada mediante los índices: sensibilidad y especificidad para diferentes valores de señal a ruido. La formulación matemática de dichos índices se presenta en [10]

## 3. RESULTADOS

### 3.1. Imágenes Sintéticas

La Figura 3, muestra la curva ROC (Receiving Operating Characteristic) la cual indica que el mejor par Sensibilidad-Especificidad tiene una probabilidad de 0,71 de poder diferenciar un Marcador de un No Marcador.

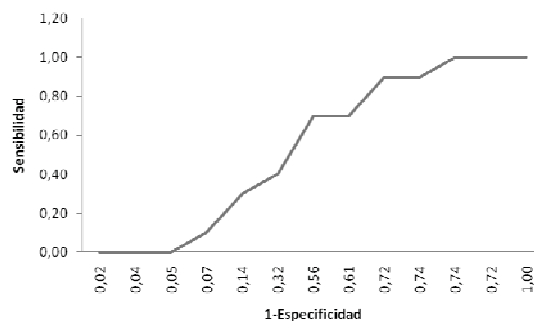


Figura 3. Grafica de ROC, con área bajo la curva de 0,71

### 3.2. Imágenes de CP

Antes de aplicar las LSSVM a las imágenes de CP en el grupo de validación, se realizó un conteo del número de espinas de forma independiente por tres expertos. Los resultados son

mostrados en la Tabla 1. Se aprecia que el conteo manual y automático de las espinas no coinciden esto podría ser debido a que la máquina trabaja con niveles de gris y las espinas dendrítica tienen niveles de gris parecidos a los no marcadores, permitiendo que la LSSVM los clasifique erróneamente o bien podría ser que se trate de espinas dendríticas que no fueron identificadas por el experto debido a que el conteo del experto es subjetivo y está sujeto a errores. También se puede observar que el error promedio entre la detección por parte de los expertos y la detección automática es de 15,30%.

**Tabla 1.** Imágenes de CP, para la validación de la LSVM

Imagen N°	Experto 1	Experto 2	Experto 3	Promedio expertos	Automático	Error
1	20,00	25,00	35,00	26,67	20,00	6,67
2	27,00	30,00	44,00	33,67	22,00	11,67
3	30,00	39,00	83,00	50,67	26,00	24,67
4	43,00	50,00	93,00	62,00	27,00	35,00
5	39,00	30,00	117,00	62,00	70,00	8,00
6	34,00	35,00	133,00	67,33	65,00	2,33
7	39,00	57,00	102,00	66,00	70,00	4,00
8	43,00	50,00	121,00	71,33	98,00	26,67
9	31,00	35,00	116,00	60,67	70,00	9,33
10	51,00	45,00	124,00	73,33	98,00	24,67
					Promedio	15,30
					Desv Est	11,38
					Min	2,33
					Max	35,00

La Tabla 2 presenta los resultados de la prueba de desempeño en imágenes de CP del grupo de validación. La columna *VP* indica el número de espinas dendríticas marcadas por el experto que fueron detectadas por la máquina. La columna *FN* indica el número de espinas dendríticas marcadas por el experto que no fueron detectadas por la máquina. Un análisis de esta información permite afirmar que la LSSVM tiene una probabilidad correspondiente a 0.79 de detectar espinas dendríticas a medida que se utilizan nuevas imágenes.

**Tabla 2.** Resultados de la prueba de desempeño en imágenes de CP del grupo de validación

Imagen N°	<i>VP</i>	<i>FN</i>	Sensibilidad
	10	10	0,50
2	16	11	0,59
3	24	6	0,80
4	25	18	0,58
5	27	12	0,69
6	23	11	0,68
7	31	8	0,79
8	35	8	0,81
9	27	4	0,87
10	41	10	0,80
	Promedio		79%

#### 4. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos sugieren que la técnica estudiada podría ser una importante herramienta de clasificación para este tipo de imágenes adquiridas por microscopía. La LSSVM pudo detectar mayor cantidad de espinas que las identificadas por el experto que realizó el conteo manualmente. Según los expertos la mayor cantidad de espinas dendríticas detectadas en el conteo automático por la LSSVM podrían ser efectivamente espinas dendríticas de la CP.

Se tiene previsto aplicar técnicas de minería de datos para extraer atributos de las imágenes y así poder minimizar los tiempos de cómputo en las técnicas de clasificación.

Se propone aplicar otras técnicas de clasificación como redes neuronales, clasificadores bayesianos, que permitan comparar los resultados obtenidos.

#### 5. REFERENCIAS

- [1].Palacios E., Mendoza R., Colasante C., Morphological changes in neuromuscular junctions during exercise. *J Neurosci Res.* 9(4):371-80.1983.
- [2].Palay S., Chan V., *Cerebellar Cortex.* Springer-Verlag. Berlin.Heidelberg. New York. 1994.
- [3].Duran F., Medina R., Vera M., Mendoza R., Peña Z., Dávila D., Balza J., Mora N. Preprocesamiento de células de Purkinje utilizando el algoritmo de deconvolución de Lucy-Richarson. LX convención anual de AsoVAC. Ciudad Bolívar. 2010.
- [4].Durán F., Medina R., Mendoza L., Mendoza R., Peña Z., Davila D., Utilización de filtros de mediana y transformada wavelet en el análisis digital de imágenes neuronales. Memorias del X Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIMENICS 2010), Mérida, Venezuela, Marzo. pp PS25-PS29. 2010.
- [5].Vera M., Medina R., Bravo A., Detección del corazón utilizando máquinas de soporte vectorial de mínimos cuadrados. Memorias del X Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIMENICS 2010), Mérida, Venezuela, Marzo, 2010.
- [6].Huang W., Lee C., Automatic Classification for Pathological Prostate Images Based on Fractal Analysis. *Medical Imaging, IEEE Transactions on In Medical Imaging,* 28(7). 1037-1050. 2009.
- [7].Poindexter B., Wounds J., Immunofluorescence Deconvolution Microscopy and Image Reconstruction of Human Defensins in Normal and Burned Skin. 2005; 4: e7. Published online 2005 April 25. PMID: PMC1501114.
- [8].González, R. C., Woods R. E., Eddins S. L. *Digital Image Processing Using MATLAB (DIPUM)* . Gatesmark Publishing. pp 827, 2009.
- [9].Suykens A.K., Gestel T.V., Brabanter J., Moor B., J., Vandewalle, *Least Squares Support Vector Machines,* World Scientific, Singapore, 2002.
- [10]. Lee W. Probabilistic analysis of global performances of diagnostic tests: interpreting the Lorenz Curve-based summary measures. *Stat Med,* 18: 455-71. 1999.

## CONSIDERACIONES PARA EL DISEÑO *IN SILICO* DE UNA MATRIZ TRIDIMENSIONAL PARA LA FORMACIÓN DE TEJIDOS

**J. Vivas**

**M. Cerrolaza**

*jennire.vivas@inabio.edu.ve*

*miguel.cerrolaza@inabio.edu.ve*

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela

Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

**Resumen.** *Los andamios son materiales porosos con microarquitecturas adecuadas diseñadas para permitir la adhesión celular, el crecimiento y proliferación, teniendo como características básicas la biocompatibilidad, biodegradabilidad, resistencia y compatibilidad mecánica. Estos materiales se clasifican según sean metálicos, cerámicos, poliméricos u orgánicos y actualmente en medicina regenerativa se utilizan en combinación con células para promover la formación de diferentes tejidos, partiendo de simulaciones de la estructura del scaffold y la adaptación de células. Este trabajo presenta características y propiedades necesarias para el diseño de una matriz modelada computacionalmente para la formación de un tejido específico, desarrollando un sistema que promueva su producción al imitar las propiedades nativas de restauración y función. El diseño in silico considera propiedades mecánicas, tamaño del poro, rigidez inicial del material y cantidad de células cultivadas que se utilizan dentro de un scaffold variables que pueden afectar de manera importante los procesos de flujo.*

**Palabras claves:** Scaffolds, *in silico*, Matriz tridimensional

### 1. INTRODUCCIÓN

Todo proceso de recuperación de un tejido lesionado ya sea de forma natural o con asistencia médica tiene como objetivo final la regeneración y consolidación de los mismos, respetando la anatomía original y recuperando al mismo tiempo el máximo de funcionalidad. Actualmente se presenta la necesidad de desarrollar sistemas de reparación específicos para los diferentes tejidos involucrados, en este aspecto, diversas investigaciones indican que la medicina regenerativa juega un papel fundamental en el desarrollo de nuevos materiales para la elaboración de implantes, cuyas propiedades básicas y fundamentales para su potencial uso en sistemas vivos son la

biocompatibilidad, capacidad de reabsorción y degradación de forma paulatina a medida que se forma el nuevo tejido, transfiriendo así las cargas de forma progresiva al mismo tiempo que son capaces de estimular la respuesta celular y molecular de forma controlada, actuando como soportes temporales en la reparación de tejidos[1]. El proceso de proliferación celular y formación del neot Tejido en el andamio requiere de un tiempo prolongado y condiciones específicas de mantenimiento y desarrollo, variables que generalmente no pueden ser estrictamente controladas a lo largo de todo el proceso experimental, por lo que se presenta la necesidad de realizar estudios previos basados en simulaciones *in silico* del sistema andamio-células, los cuales resultan de gran utilidad al investigador para conocer las propiedades adecuadas así como resultados previos que podrían esperarse del complejo celular[2]. Un modelo de simulación que se desee emplear presentará parámetros de interacciones y desarrollo de un tejido en formación sobre un sustrato, por lo que es de gran importancia entender un poco la biología del sistema que se desea recrear, para esto, se ha propuesto que los puntos claves a considerar serán el tejido a generar, tanto su anatomía como fisiología, el diseño de la matriz que servirá de soporte para su desarrollo y los parámetros intrínsecos de una simulación [3].

## 2. FUENTE DE CÉLULAS PARA REGENERACIÓN

La fuente óptima de células para la ingeniería de tejido aún está siendo identificada. Diversos autores han incluido en sus estudios condrocitos, fibroblastos, células madre y células modificadas genéticamente para explorar su potencial como fuente de células viables de reparación de diferentes tejidos. En la actualidad las lesiones del cartílago articular son comunes, especialmente entre las personas físicamente activas, presentando en la persona dolor y pérdida de la función articular, en este caso los condrocitos son la opción más obvia ya que se encuentran en el cartílago nativo y han sido ampliamente estudiados para evaluar su función en la producción, mantenimiento y remodelación de la matriz extracelular del tejido [4]. Otro tipo celular que ha sido empleado en la ingeniería de tejidos son los fibroblastos, los cuales son fácilmente obtenidos en grandes cantidades y pueden ser dirigidos hacia un fenotipo determinado [5]. Recientemente diversos trabajos se han centrado más en células madre, ya que presentan múltiples linajes potenciales y pueden ser aisladas de una gran cantidad de tejidos. Además, todas estas células se pueden modificar genéticamente para inducir o aumentar la diferenciación hacia un tipo celular. El objetivo es encontrar una fuente de células ideal que pueden ser fácilmente aisladas, capaces de expandir, y ser cultivadas para expresar y sintetizar moléculas específicas para la regeneración tisular [3].

## 3. MATRIZ O ANDAMIO

En la ingeniería tisular las células suelen ser colocadas sobre una estructura artificial (andamio o matriz) capaz de soportar en tres dimensiones la formación del tejido.

### 3.1 Materiales

Para el diseño y fabricación de la matriz diferentes materiales (naturales y sintéticos, biodegradables y permanentes) han sido investigados, pero son los biomateriales de la tercera generación, los que combinan propiedades de bioabsorbabilidad y bioactividad, además, de permitir la estimulación de diferentes respuestas celulares a partir de las características superficiales de los mismos, de manera que su función es, por tanto, temporal, ya que el material

tiende a reabsorberse una vez restablecida la función del tejido. Estos materiales en la etapa de reparación de un tejido (como el hueso, tendones, músculo, piel, etc.), mantienen las propiedades mecánicas requeridas por el mismo. Existen algunas características que deben presentar los materiales biodegradables para poder ser utilizados como implantes en el organismo humano, por ejemplo, los materiales y sus sub-productos no deben ser mutagénicos, carcinogénicos, antigénicos, tóxicos y, lógicamente deben ser antisépticos, esterilizables, compatibles con el tejido receptor, de fácil procesado y capaz de conformarse en distintas formas[6]. Los primeros polímeros degradables desarrollados y los más comúnmente utilizados son los obtenidos a partir del ácido poliglicólico (PGA) y del ácido poliláctico (PLA), los cuales han encontrado una multitud de usos en la industria médica, donde numerosos dispositivos basados en ellos han sido desarrollados. También los materiales como la polidioxanona, politrimetilen-carbonato en forma de copolímeros), y homopolímeros y copolímeros de poli(-caprolactona) han sido aceptados como materiales de uso biomédico [7]. El alginato es un material muy prometedor para la encapsulación de células en andamios de tres dimensiones. Este compuesto se ha estudiado en el pasado como un andamio 3-D para encapsular células progenitoras neuronales debido a su compatibilidad con los tejidos del sistema nervioso [8].

### 3.2 Diseño y Estructura

El diseño y fabricación de los andamios celulares ha estado enfocado hacia investigaciones sobre los materiales poliméricos en forma de hidrogeles, esponjas, fibrasy mallas (Figura 1) [3]. Los hidrogeles son redes de agua hinchados, adecuados para la entrega de las células y los agentes bioactivos, pueden ser utilizados como andamios inyectables, ya que fácilmente rellenan los defectos de cualquier tamaño y forma y se pueden implantar de una manera mínimamente invasiva. Esta estructura da apoyo al transporte de nutrientes y desechos y son capaces de transducir las cargas mecánicas que ejercen control sobre las fuerzas de células encapsuladas, similar a las condiciones fisiológicas [9]. Por otra parte, las esponjas son andamios porosos cuyas propiedades dependen del tamaño del poro, porosidad e interconectividad. La porosidad determina la superficie para la adhesión celular, mientras que el tamaño de los poros y la interconectividad afectan la infiltración celular y la migración, la deposición y distribución de la matriz y el intercambio de nutrientes y desechos [10]. Hoy en día numerosos materiales han sido utilizados para la fabricación de andamios con estructura de esponjas, incluyendo poli ( $\alpha$ -hidroxi esterres), alginato, quitosan, ácido hialurónico [11] colágeno y gelatina [12], entre otros. Finalmente las mallas son las redes de fibras tejidas y no tejidas, donde las variaciones en el volumen vacío y diámetro de la fibra y la direccionalidad pueden dictar el comportamiento celular. El tejido de mallas presenta una mayor fuerza y se puede hacer en un amplio rango de porosidades, en este aspecto, recientemente se han evaluado las nanofibras de polímeros, las cuales proporcionan soporte físico para la adhesión celular, proliferación, migración, diferenciación y en última instancia, destino celular en el proceso de regeneración de tejidos [13].

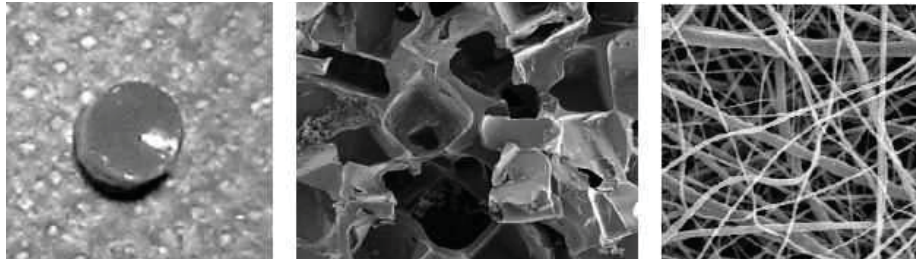


Figura 1. Ejemplos de diferentes arquitecturas de andamios celulares. A) Hidrogel, B) Esponja, C) Malla [3]

Los trabajos realizados por Hollister y col. sobre el diseño de andamios, señalan que el diseño de andamios de un material específico (con un determinado módulo de Young y el coeficiente de Poisson) y un cierto volumen podrían coincidir con la rigidez o la resistencia de los tejidos naturales en distintos tipos de diseño de la arquitectura [14].

### 3.3 Parámetros

Uno de los parámetros clave en el diseño del andamio es su porosidad, ya que esta debe facilitar la migración y proliferación de células precursoras, proporcionar un microambiente adecuado para la diferenciación celular y permitir la transferencia de nutrientes y oxígeno a través de su estructura. Partiendo de esto, la porosidad de los andamios debe estar dentro de un rango crítico, lo suficientemente pequeño como para mantener la integridad mecánica del andamio y lo suficientemente grande como para proporcionar la actividad biológica óptima [10]. Una de las características que un andamio 3D debe cumplir es una reabsorción controlada, a través de la velocidad de disolución del material reabsorbible o de degradación prolongada con el que fue diseñado. Se debe tomar en cuenta el hecho de que el proceso de degradación de la matriz aumenta la porosidad progresivamente y, en consecuencia, reducirá la resistencia y rigidez del andamio, lo que aumenta la carga transferida a la regeneración, mientras que las propiedades de la superficie, tanto químicas como topográficas pueden controlar y afectar la adhesión y proliferación celular [1].

## 4. SIMULACIÓN

En contraste con las soluciones matemáticas exactas disponibles en la mayoría de los modelos analíticos, el proceso de simulación para un sistema biológico incluye la ejecución del modelo a través del tiempo en una computadora, para generar muestras representativas de las mediciones del desempeño o funcionamiento del sistema. En una simulación que represente el complejo matriz- célula valorando la tasa de proliferación celular y formación de tejido, se puede evaluar el efecto de cambios en el modelo y las alteraciones en el comportamiento del sistema que estos ocasionan, cuando nuevos elementos son introducidos, la simulación puede ser usada para anticipar algún problema que puede surgir en la formación del tejido e incluso en el tiempo de vida de la población celular, mientras que el tiempo puede ser controlado y disminuido representativamente en estos modelos, el equivalente de días, semanas y meses de un sistema real en operación frecuente pueden ser simulados en solo segundos, minutos u horas en una computadora[15]. Si deseamos evaluar el proceso de degradación de la matriz y la formación de tejido, el modelo deberá ser dinámico representando a un sistema en el que el tiempo es una



variable de interés [16]. Así mismo deberá realizarse a multiescala, donde se considerará en un nivel macro las propiedades mecánicas de la matriz a diseñar y a nivel micro todo el entorno que involucre la interacción de las células con esta matriz. Un modelo computacional basado en el método de elementos finitos (FEM) y la dinámica de fluidos computacional (CFD) se ha desarrollado para analizar los estímulos mecánicos en un complejo andamio-célula, con una matriz hecha de ácido poliláctico (PLA) y partículas de fosfato de calcio de vidrio (vidrio)[17]. Por otra parte, Olivares y col. [1] en el 2009, evaluaron andamios hexagonales de 55% y el 70% de porosidad, modelado en un análisis de elementos finitos con un flujo de entrada de fluido o tensión de compresión, donde presentan como resultado que la distribución del esfuerzo cortante inducido por la perfusión de líquidos es muy dependiente de la distribución de los poros en el andamio. Estos tipos de análisis pueden ser utilizados para variar parámetros geométricos o del material al mismo tiempo y elegir los adecuados en la sustitución de los tejidos naturales.

## 5. CONCLUSIONES

La ingeniería de tejidos ha tenido un gran auge en las últimas décadas a través de investigaciones experimentales *in vitro* e *in vivo*, que involucran el desarrollo de nuevos biomateriales que tratan de provocar una reacción controlada de los tejidos lesionados en un paciente con la finalidad de ofrecer una mejoría permanente. En los últimos años se ha incrementado la eficiencia de cálculo con el desarrollo de algoritmos que incrementan la exactitud de los resultados, lo que ha permitido que este desarrollo impacte en la habilidad para simular de manera más realista la estructura y procesos involucrados en la regeneración de un tejido específico.

## REFERENCIAS

- [1] Olivares, A., Marsal, E., Planell, J., Lacroix, D., Finite element study of scaffold architecture design and culture conditions for tissue engineering. *Biomaterials*, vol. 30, pp. 6142–6149, 2009.
- [2] Lacroix, D., Planell, J. & Patrick, J. Computer-aided design and finite-element modeling of biomaterial scaffolds for bone tissue engineering. *Phil. Trans. R. Soc. A*, vol. 367, pp. 1993–2009, 2009.
- [3] Chung, C. & Burdick, J. Engineering Cartilage Tissue. *Adv Drug Deliv Rev.* vol. 60, n. 2, pp. 243–262. 2008.
- [4] Nehrer, S., Chiari, C., Domayer, S., Barkay, H. & Yayon, A., Results of Chondrocyte Implantation with a Fibrin-Hyaluronan Matrix A Preliminary Study. *Clin Orthop Relat Res*, vol. 466, pp. 1849–1855, 2008.
- [5] Nicoll SB, Wedrychowska A, Smith NR. & Bhatnagar RS. Modulation of proteoglycan and collagen profiles in human dermal fibroblasts by high density micromass culture and treatment with lactic acid suggests change to a chondrogenic phenotype. *Connect Tissue Res*, vol.;42, pp. 59–69, 2001.

- [6] Kellomaki, M., Niiranen, H., Puumanen, K., Ashammakhi, N., Waris, T., Tormala, P. Bioabsorbable scaffolds for guided bone regeneration and generation. *Biomaterials*, 21, n. 24, pp. 2495-2505, 2000.
- [7] Howard, D., Buttery, L., Shakesheff, K. & Roberts, S. Tissue engineering: strategies, stem cells and scaffolds, *J. Anat*, Vol. 213, pp. 66–72, 2008.
- [8] Banerjee, A., Arha, M., Choudhary, S., Ashton, R., Bhatia, S., Schaffer, D. & Kane, R., The influence of hydrogel modulus on the proliferation and differentiation of encapsulated neural stem cells, *Biomaterials*, vol. 30, pp. 4695–4699, 2009.
- [9] Bryant, S. & Anseth, K., Hydrogel properties influence ECM production by chondrocytes photoencapsulated in poly(ethylene glycol) hydrogels. *Journal of Biomedical Materials Research*, vol. 59, pp. 63–72, 2002.
- [10] Sontjens, S., Nettles, D., Carnahan, M., Setton, L. & Grinstaff, M., Biodendrimer-based hydrogel scaffolds for cartilage tissue repair. *Biomacromolecules*, vol. 7, pp. 310-316, 2006.
- [11] Estes B., Wu, A. & Guilak, F., Potent induction of chondrocytic differentiation of human adipose derived adult stem cells by bone morphogenetic protein 6. *Arthritis Rheum*, vol. 54, pp. 1222–1232, 2006.
- [12] Goodstone, N., Cartwright, A. & Ashton, B., Effects of high molecular weight hyaluronan on chondrocytes cultured within a resorbable gelatin sponge. *Tissue Engineering*, vol. 10, pp. 621–631, 2004.
- [13] Vince, B. & Xuejun, W., Polymer nanofibrous structures: Fabrication, biofunctionalization, and cell interactions, *Progress in Polymer Science*, vol. 35, pp. 868–892, 2010.
- [14] Hollister, S. Lin, C., Schek, R., Taboas, J., Flanagan C., Saito, E., Williams, J. Das, S., Wirtz, T., Krebsbach. Design and fabrication of scaffolds for anatomic bone reconstruction. *Med J Malaysia*, vol. 59-B, pp. 131-132. 2004
- [15] Gonzalez, E., Deriabina, A., Poltev V., Computer Simulation of Biomolecular Systems. Hydration of DNA Fragments., *Advances in Systems Theory, Mathematical Methods and Applications*, pp. 310, 2002.
- [16] Karnopp, D., Margolis, D., Rosenberg, R. Systems Dynamics, modeling and simulation of mechatronic systems. Ed. 3, 2000.
- [17] Milan, J., Planell, J. & Lacroix, D., Computational modelling of the mechanical environment of osteogenesis within a polylactic acid–calcium phosphate glass scaffold *Biomaterials*, vol. 30, pp. 4219–4226, 2009.

## TRANSIENT STABILIZATION OF UNSTABLE STATES WITH EXTREME PERTURBATIONS

**Esther D. Gutiérrez**

**Juan Luis Cabrera**

*sterguti@gmail.com*

*juluisca@gmail.com*

Dynamical Stochastic Laboratory, Center for Physics.

Venezuelan Institute for Scientific Research, Caracas 1020A, Venezuela

**Abstract.** *This work focuses on how extreme perturbations may prolong the lifetime of transiently stabilized unstable states. It is known that some biologically relevant dynamical systems operate at a critical point between stability and instability. Here the effect of random parametric perturbations on an archetypical unstable system is numerically analyzed. It is found that for specific conditions an extreme fluctuation characterized by a Lévy distribution can prevent from escaping. Understanding this dynamics should provide insights into the development of strategies to avoid or delay falling of inverted pendulums under extreme fluctuations and to clarify its relation with optimal random searches.*

**Keywords:** Lévy flight, Extreme perturbations, Transient stabilization.

### 1. INTRODUCTION

Important insights into the process of human balancing of unstable objects can be obtained by modeling it with an stochastic differential equation describing a time delayed inverted pendulum [1]. Moreover, experimental studies verified that movements of the fingertip were characterized by a Lévy distribution [2] with index around  $0.9$  in coincidence with previous results pointing out this value as optimal in a process of search and exploration of space [3,4,5].

This fact has not received appropriate attention. It seems relevant to study how extreme fluctuations given by a Lévy-Khintchine probability distribution may affect unstable dynamics and particularly that described by a human motor control task.

#### 4. TIME DELAYED INVERTED PENDULUM

The model [1] describe a pendulum of mass  $m$ , length  $l$ , and moment of inertia  $I=ml^2/3$  that moves under the action of three forces, namely: its weight, friction (which depends on the parameter  $\gamma$ ), and a restoring force that depends on the stick's vertical angular deviation at a previous time ( $t-\tau$ ). Balancing torques and applying the proper delay normalization the equation of motion is of the form:

$$\ddot{\theta} + \Gamma \dot{\theta} - q \sin \theta + R(t)\theta(t-1). \quad (1)$$

The minus sign multiplying  $\sin(\theta)$  appears because  $\theta = 0$  is taken to be the upright position. The dimensionless coefficients are defined by

$$\Gamma \equiv \frac{3\gamma\tau}{m}, \quad q \equiv \frac{3g\tau^2}{l}. \quad (2)$$

The restoring force is defined as:

$$R(t) \equiv R_0 + \text{Noise}, \quad (3)$$

where  $R_0$  is an adjustable parameter and the *Noise* can be Gaussian white noise or Lévy distributed noise.

In the noise free case there is a region of stability in the  $(R_0, \tau)$  plane lying roughly between a straight line and a parabola, as depicted in "Fig. 1".

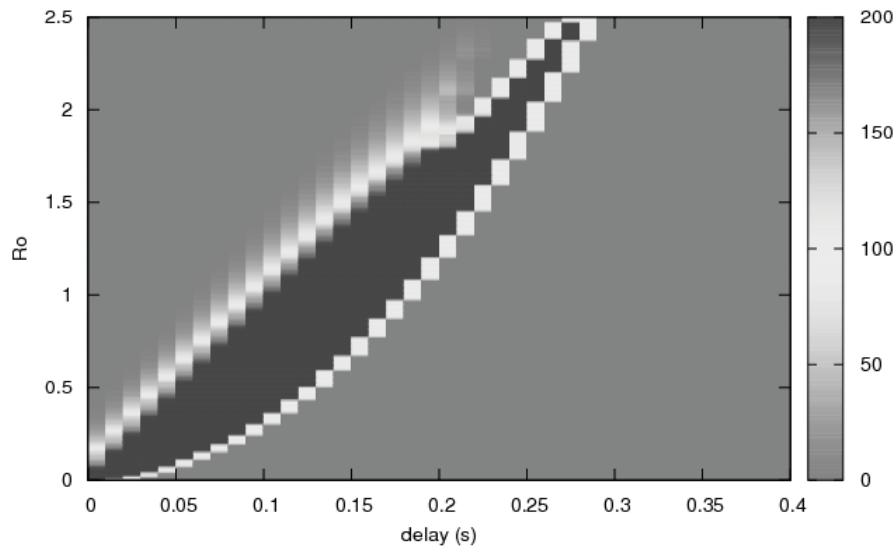


Figure 1- Stability domain for the model in the deterministic situation computed as follows: For each pair  $(R_0, \tau)$ ; the equation was integrated using an Euler algorithm with step size  $h=0.0001$ . The stability boundary determined in this way is expected to approximate the true stability boundary for  $t \rightarrow \infty$ .

The key goal of our study is to consider whether extreme perturbations could prolong the lifetime of transiently stabilized unstable states. Previous studies [1] have shown that white noise can transiently stabilize the unstable dynamics therefore seems relevant to consider whether a Lévy distributed noise can be adjusted in order to optimize performance.

Therefore two noises with different probability density functions but properly rescaled where consider as a parametric perturbation in the model: one is a Gaussian distributed white noise with standard deviation  $\sigma_G=0.5$  [7] while the other is a heavy-tailed Lévy-Khintchine distributed noise with index  $\alpha=0.9$  and truncation value  $T=3 \sigma_G$  [8]. Both distributions are compared in “Fig. 2”.

To make these two distributions comparable the Lévy distribution converges to the Gaussian case for  $\alpha = 2$ .

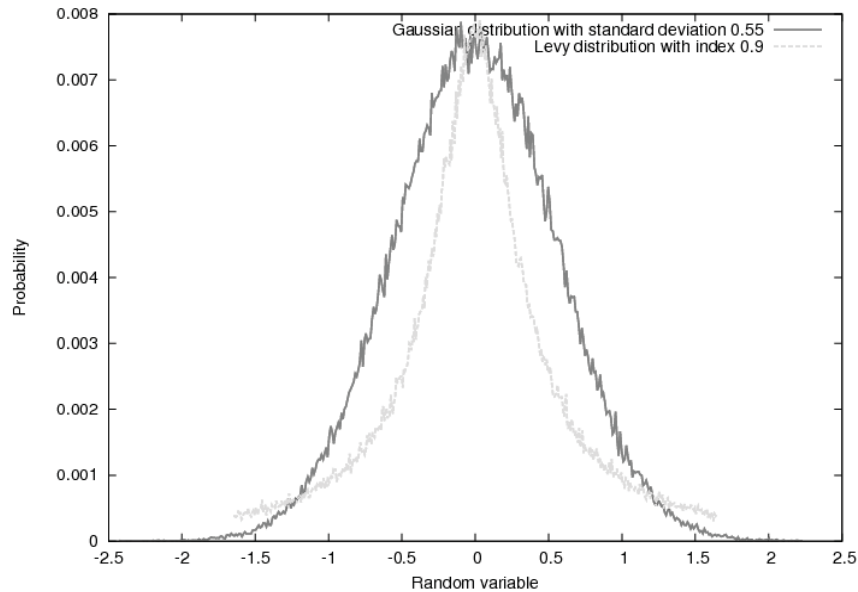


Figure 2- Probability Distributions: A Lévy-Khintchine with Lévy index  $\alpha=0.9$  (obtained following the Weron algorithm [8]) and truncation  $T=1.5$  and a Gaussian (obtained following the Fox algorithm [7]) with standard deviation  $\sigma_G=0.5$ . If  $\alpha=2$  in a Lévy Khintchine probability distribution then we have a Gaussian distribution with  $\sigma_G=\sqrt{2}\sigma_L$  and  $\sigma_L$  is a scale parameter.

## 5. Results

Figure 3 shows the escape time surface (as defined in [9]: time to escape as a function of the restoring force mean intensity,  $R_0$ , and the time delay,  $\tau$ , in the deterministic case, the escape surface when the noise is Gaussian with standard deviation 0.55 and when the noise is Lévy distributed with index  $\alpha = 0.9$  [3,4,5] and truncation value of three times the Gaussian's standard deviation ( $T=3\sigma_G$ ). All the stochastic escape time surfaces are qualitatively similar to each other. However, in the Lévy case the stability domain has been slightly increased and the stability domain reveals to be more bounded. When Lévy noise is added to a value of  $R$  close to the stability boundary, choosing values of  $R_0$  and delay within the crescent-shaped region results in a stabilized inverted pendulum. Figures 4 and 5 show the maximum time escape dependence on the scale parameter  $\sigma_L$  and the delay. The maximum value of time escape is obtained when the delay is approximately the physiological delay (100-200ms) [1].

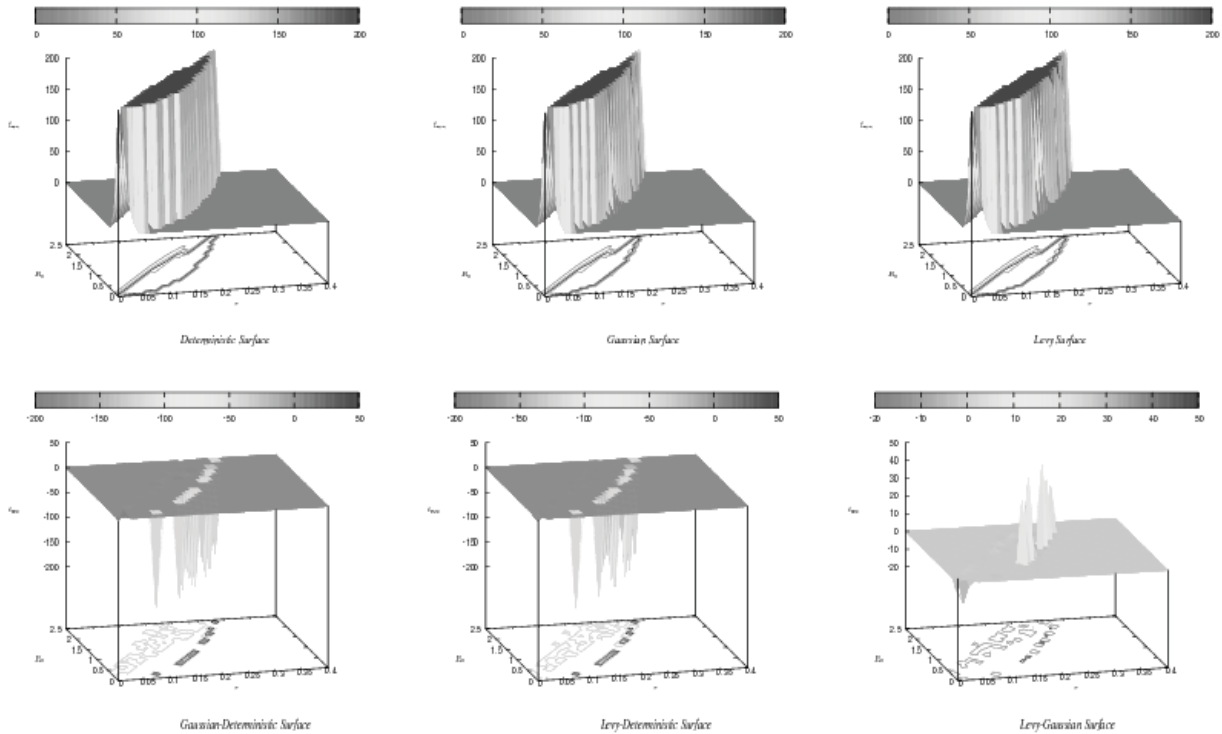


Figure 3- Above: Escape time surfaces for deterministic and stochastic situations (Gaussian and Lévy distributed) computed as follows: For each pair  $(R_0, \tau)$  the time escape is calculated; the equation was integrated using an Euler algorithm with step size  $h=0.0001$ . The second row shows the subtraction of two escape time surfaces. Parameter values for the simulations were  $\gamma=100$ ,  $m=35.0\text{ gr}$ ,  $l=0.621\text{ mts}$ ,  $g=9.8\text{ m/s}^2$ . The red square remarks the escape time surface with stability domain enhanced by the Lévy distribution when compared with the Gaussian cases.

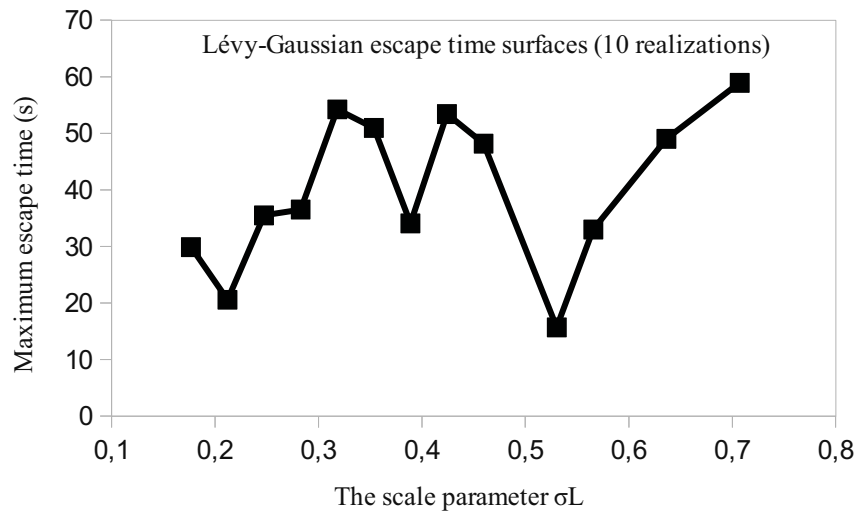


Figure 4- Maximum escape time (s) vs  $\sigma_L$ . Data obtained with the same parameters as “Fig. 3”.

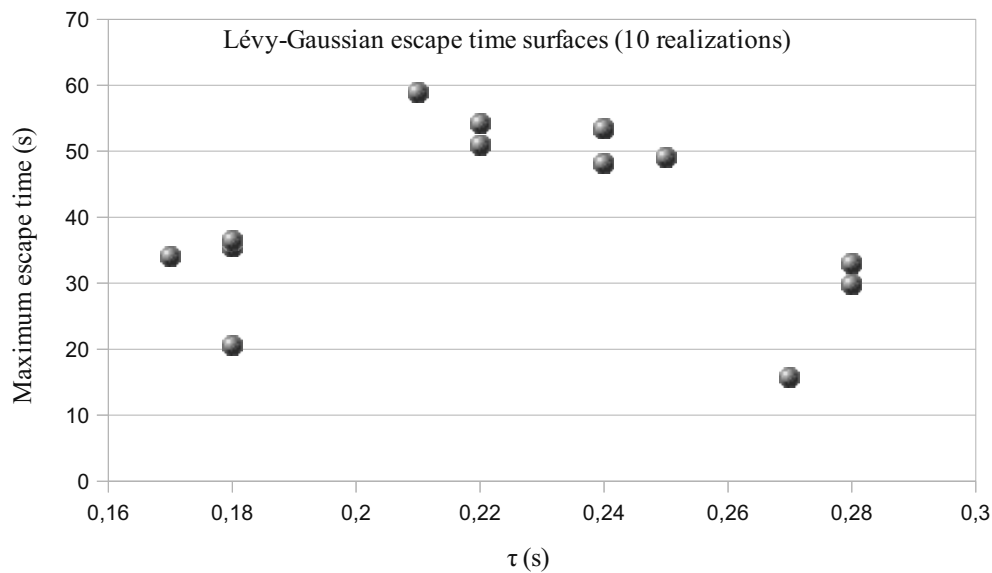


Figure 5- Maximum escape time (s) vs delay (s). Data obtained with the same parameters as “Fig. 3”.

#### 4. Conclusions

Simulations suggest that, when compared with the Gaussian situation, extreme fluctuations give rise to an increase in the duration of the transiently stabilized state (“Fig. 3”) for a delay value close to the physiological delay (“Figs. 4 and 5”). Remarkably, the increased times are placed along the boundary where stick balancing parameters have been shown to be tuned [1]. This seems to be the key point to explain 1) why human stick balancing is characterized by a Lévy distributed hand movements (instead of Gaussian distributed) and 2) why parameters are tuned close to the stability boundary [1]. It may imply that nervous system control process make use of extreme fluctuations in order to increase the time of stick balance. It may be also the case for human postural balance [10] and perhaps the reason of increased transient stabilization in other complex systems where extreme fluctuations are present [11].

#### REFERENCES

- [1].Cabrera, J.L., & Milton, J., On-off intermittency in a human balancing task. *Physical Review Letters*, vol. 89, n. 15, pp. 2002.
- [2].Cabrera, J.L., & Milton, J., Human stick balancing: tuning Lévy flights to improve balance control, *Chaos*, vol. 14, n. 3, pp. 691-698, 2004.
- [3].Viswanathan, G.M., Buldyrev, S.V., Havlin, S., Raposo, M.G.E., da Luz, & Stanley, H. E., Optimizing the success of random searches, *Nature*, vol. 401, pp. 911-914, 1999.
- [4].Viswanathan, G.M., Afanasyev, V., Buldyrev S.V., Murphy, E.J., Prince, P.A., Stanley, H.E., Levy Flight Search Patterns of Wandering Albatrosses, *Nature*, vol. 381, pp. 413-

415, 1996.

- [5]. Viswanathan, G.M., Raposo, E.P., M.G.E., da Luz, Lévy flights and superdiffusion in the context of biological encounters and random searches, *Physics of Life Reviews*, vol. 5, issue 3, pp. 133-150, 2008.
- [6]. Cluff, T., & Balasubramaniam, R., Motor learning characterized by changing Lévy distributions, *PLoS One*, vol. 4, issue 6, e5998, 2009.
- [7]. Fox, R., Gaussian stochastic processes in physics. *Physics Report (Review Section of Physics Letters)*, vol. 48, n. 3, pp. 179-283, 1978.
- [8]. Weron, A., & Weron, R., Computer simulation of Lévy alpha-stable variables and processes, *Lecture Notes in Physics*, vol. 457, pp. 379-392, 1995.
- [9]. Cabrera, J.L., & de la Rubia, F.J., Numerical analysis of transient behavior in the discrete random logistic equation with delay, *Physics Letter A*, vol. 197, n. 1, pp. 19-22, 1995.
- [10]. Milton, J., Cabrera, J.L., Ohira, T., Tajima, S., Tonosaki, Y., Eurich, C.W., and Campbell, S.A., The time-delayed inverted pendulum: Implications for human balance control, *Chaos*, vol. 19, 026110, 2009.
- [11]. Bouchaud, J.P., Gefen, Y., Potters, M., & Wyart, M., Fluctuations and response in financial markets: the subtle nature of “random” price changes, *Quantitative Finance*, vol. 4, n. 2, pp. 176-190, 2004.



## DETECCION DE FALLAS EN EL JUEGO DE INFUSION DE INSULINA

### **Rubén Rojas**

*rdrojas@ula.ve*

Grupo de Ingeniería Biomédica de la Universidad de Los Andes (GIBULA)  
Facultad de Ingeniería. Universidad de Los Andes. Mérida 5101. Venezuela.

### **Winston Garcia-Gabin**

*wgarcia@kth.se*

Automatic Control Laboratory, KTH Royal Institute of Technology,  
SE-100 44 Stockholm, Sweden

### **B. Wayne Bequette**

*bequette@rpi.edu*

Chemical and Biological Engineering Department, Rensselaer Polytechnic Institute.  
**Troy, NY 12180-3590 USA**

**Resumen.** *Un problema común encontrado por los pacientes diabéticos bajo régimen continuo de terapia de insulina es la falla del juego de infusión de insulina, FJII, cuando los catéteres de Teflón o las agujas de acero del juego de infusión son utilizados por periodos de tiempo prolongado (más de tres días). Causas comunes de FJII incluyen el bloqueo o desprendimiento del juego, inflamación, o escape de insulina hacia la superficie de la piel. Estas FJII, si no son detectadas a tiempo pueden causar hiperglucemia y cetoacidosis en pocas horas. Por lo tanto un sistema de detección de fallas es esencial en el desarrollo de un páncreas artificial. Este artículo presenta resultados preliminares utilizando un enfoque de análisis estadístico multivariable para la detección dinámica de FJII en el marco del páncreas artificial. Los algoritmos propuestos emplean clasificación bivariante y análisis de componentes principales (PCA) y han sido evaluados in silico, usando un ambiente de simulación con sujetos diabéticos virtuales. Este simulador de pacientes con DMT1 fue desarrollado por las Universidades de Virginia y Padova y ha sido aprobado por la Administración de Drogas y Alimentos de los EEUU (FDA) como paso previo a las pruebas en ambiente clínico.*

**Palabras claves:** Detección de Fallas, Análisis Estadístico Multivariable, Diabetes Tipo 1, Páncreas Artificial.

## 1. INTRODUCCION

La diabetes mellitus es una enfermedad metabólica caracterizada por la inhabilidad del páncreas de regular niveles de glucosa de sangre dentro de una variedad normal. Individuos con Diabetes Mellitus tipo 1 (DMT1) dependen de terapia de insulina para mantener sus niveles de Glucosa dentro de un rango seguro (70–150 mg/dL), puesto que ellos tienen poca o ninguna producción de insulina endógena. El tratamiento con insulina es recibido generalmente como múltiples inyecciones diariamente o mediante una bomba de infusión de insulina de manera continua. El desarrollo de un páncreas artificial en lazo cerrado, el cual incluye un monitor continuo de glucosa en la sangre (MCG), una bomba de infusión subcutánea continua de insulina y un algoritmo de control en lazo cerrado, es un esfuerzo activo de investigación. Grandes desafíos en la creación del páncreas artificial [1-4] y algoritmos asociados con la tecnología MCG [5] han sido reportados en la literatura, sin embargo, muy poco se ha escrito referente a la detección y diagnóstico de fallas en los mismos.

Una consideración importante de cualquier páncreas artificial es la posibilidad de una falla en el juego de infusión de insulina pasada por alto, que podría conducir a la hiperglucemia y cetoacidosis dentro de varias horas. Por lo tanto, la FJII se asocia con la pérdida transitoria de control metabólico, y es una de las principales causas de cetoacidosis y complicaciones a largo plazo en ojos, riñones, nervios, corazón y vasos sanguíneos.

## 2. METODOS

### 2.1 Condiciones Iniciales

El simulador de UVa/Padova DMT1 [6], fue modificado para simular FJIIs durante el segundo día de un escenario de tres días, con tres comidas regulares cada día. La FJII fue simulada como una rampa de degradación en el suministro de la infusión de insulina desde 100% a 0% en un periodo de seis horas, para todos los niños pacientes del simulador (uno clasificado como el niño promedio (ver Fig. 1) y otros 10 niños pacientes simulados) sin suministro de inyecciones después de la falla. Este es el peor escenario para la tasa basal debido a que la falla ocurre gradualmente y fácilmente puede pasar desapercibido. Como puede verse, para mayor complicación, la falla fue aplicada en diferentes momentos de la terapia de insulina, la rampa de degradación de la infusión se introdujo a la medianoche (12:00 a.m.) cuando no hay comidas, al mediodía (12:00 m) simultánea con la comida del almuerzo y a las 4:00 p.m, dos horas antes de la comida de la cena, causando cambios en la tendencia temporal de la glucosa. La señal MCG fue muestreada cada cinco minutos. En este estudio, se ha considerado dos algoritmos para comparar la debilidad, fortalezas y rendimiento de ellos como sistemas de detección de fallas de aplicación ambulatoria de control de glucosa en lazo cerrado.

### 2.2 Algoritmo de Detección Retrospectiva

Como un patrón para la comparación de los algoritmos propuestos se definió una interpretación matemática retrospectiva de la FJII. En tal sentido, se puede considerar la FJII cuando la pendiente media de glucosa plasmática durante un período de cuatro horas (*4H-MGS*) es alta (sobre 1 mg/dL/min) mientras se supone que la infusión de insulina normal es entregada (insulina total a bordo, *IOB*, línea negra en Fig. 1), pero no se observa ninguna corrección aparente. Esta ventana de cuatro horas de observación es una norma habitual en aplicaciones

clínicas. Para aplicar el algoritmo de retrospectivo, se suponen dos clases: "Normal" y "Defectuoso". La idea es encontrar una manera de separar las dos clases utilizando ambas variables  $4H-MGS$  y  $IOB$  (clasificación bivariable, [7]). Para la simulación de  $4H-MGS_j$ , en cualquier punto  $j$ , se calcula el promedio de la pendiente de la glucosa plasmática a partir de dos horas antes del instante de tiempo real y hasta después de dos horas.

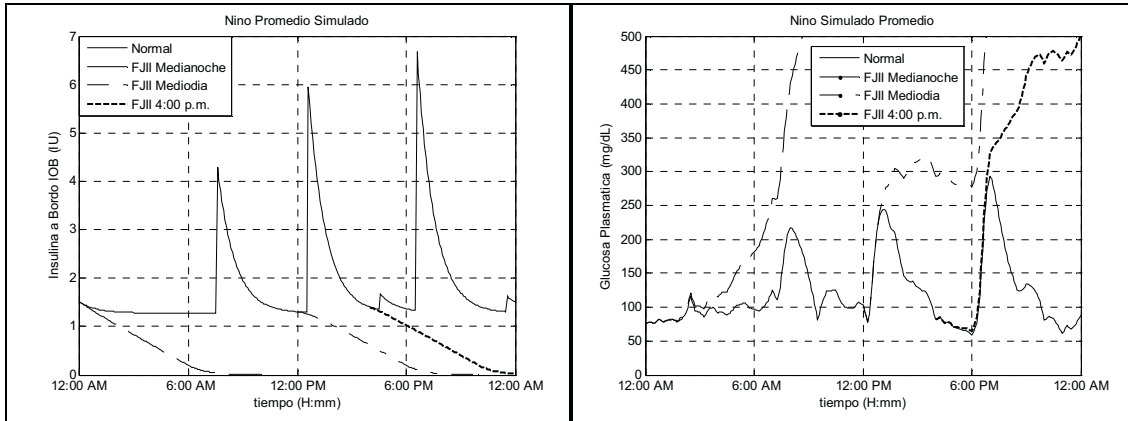


Figura 1. FJII simuladas como una rampa de degradación comenzando a medianoche, al mediodía y a las 4:00 p.m.; Respuesta de la Glucosa Plasmática para el niño promedio simulado.

Esto significa que una predicción "dos horas adelante" es necesaria o el tiempo estimado debería ser considerado dos horas después del instante actual del tiempo (por eso este enfoque es llamado retrospectivo). La pendiente media para el período de cuatro horas es calculada como sigue:

$$4H-MGS_j = \frac{1}{2m+1} \sum_{i=j-m}^{j+m} S_i \quad (1)$$

$$S_i = (x_i - \bar{x}_i)^T (x_i - \bar{x}_i) / [(x_i - \bar{x}_i)^T (T_i - \bar{T}_i)] \quad (2)$$

Donde  $m$  es el número de puntos de datos muestreados en un período de dos horas (24 puntos),  $S_i$  es la pendiente estimada en el  $i$ -ésimo punto,  $x_i$  y  $T_i$  son vectores que contienen los últimos 45 minutos de datos (10 puntos) para la glucosa plasmática y el tiempo diario, respectivamente. Finalmente,  $\bar{x}_i$  y  $\bar{T}_i$  representan los valores medios de los vectores.

### 2.3 Algoritmos de Detección

Los algoritmos de detección de FJIIs propuestos surgen como un enfoque combinado que incluye la clasificación bivariable y el análisis PCA usando el "score" del primer componente, PC1. El algoritmo PCA-IOB usa además la señal de insulina a bordo, IOB. En este caso, L1 y L2 definen un umbral para la clase o "región defectuosa" para los pares  $\langle IOB_i, PC1_i \rangle$  y detectan la FJII si la respuesta de glucosa del paciente entra en ella (ver, Fig. 2a).

El algoritmo MGS-PCA usa además la pendiente media de glucosa plasmática durante un período de dos horas,  $2H-MGS_j$ , calculada de manera similar a  $4H-MGS_j$ , pero usando solo data conocida previamente. En este algoritmo la región divisoria para la clase "defectuosa" se define

por el umbral (L3) para los pares  $\langle PC1_i, 2H-MGS_i \rangle$ , detectando las FJIIs si la respuesta de glucosa del paciente entra en la “región defectuosa” (ver, Fig. 2b).

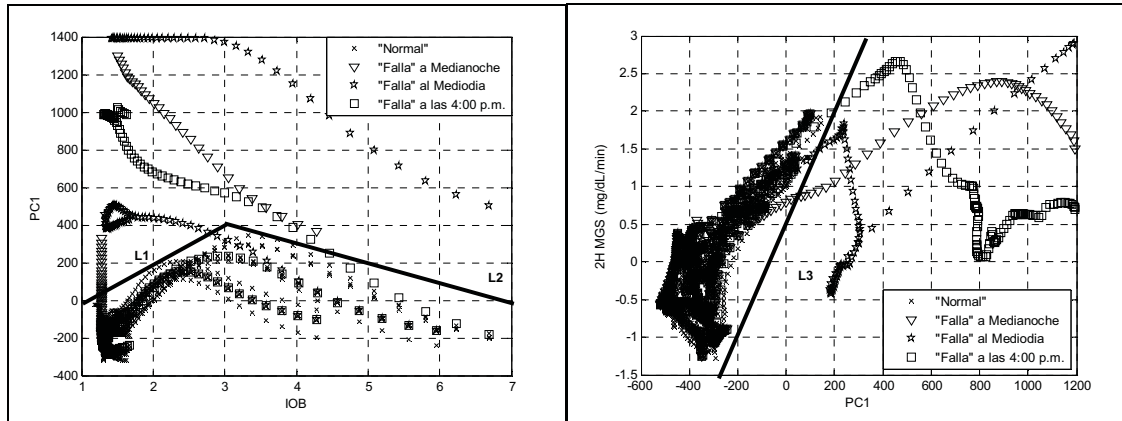


Figura 2. a) Clasificación Bivariable usando IOB y PC1, la “región defectuosa”: objetos sobre L1 and L2. b) Clasificación Bivariable usando PC1 y 2H-MGS, la “región defectuosa”: objetos a la derecha de L3.

### 3. RESULTADOS DE LA SIMULACION

Después de realizar el proceso inicial previo, el algoritmo de detección retrospectivo fue aplicado a los 10 archivos de datos de niños simulados con: i) ninguna FJII y las rampas FJII comenzando ii) a medianoche, iii) al mediodía y iv) a las 4:00 p.m.; los resultados totales fueron guardados como una referencia para la evaluación de los dos algoritmos propuestos (PCA\_IOB y MGS-PCA, respectivamente).

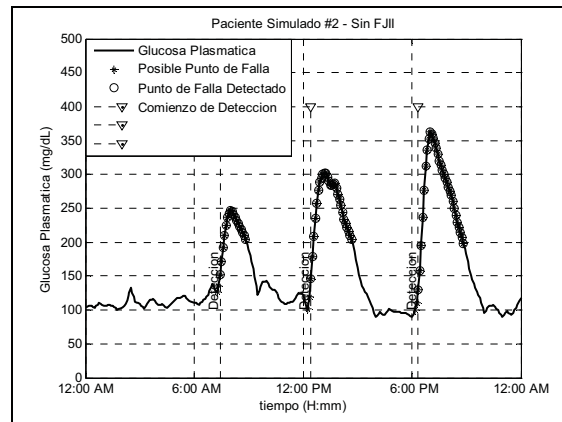


Figura 3. Respuesta temporal de la glucosa plasmática para el paciente simulado #2 en condiciones normales reguladas. Tres señales de detección fueron activadas (falsos positivos) cuando el algoritmo PCA\_IOB fue usado.

La figura 3 muestra la respuesta temporal de glucosa plasmática para el niño simulado #2, para la condición normal sin FJIIs cuando el algoritmo PCA\_IOB es aplicado. Como puede observarse, tres señales de detección fueron activadas durante el período de 24 horas simulado.

Estas señales son consideradas “falsos positivos”, FPs (la señal de detección es activada cuando ningún FJII ha ocurrido).

La figura 4 muestra las respuestas temporales de glucosa plasmática para condiciones normales y cuando una FJII es simulada a las 4:00 p.m. para el niño #9 cuando los algoritmos de detección retrospectiva y MGS-PCA fueron usados. La detección de la FJII ocurre a las 6:10 p.m. y a las 7:20 p.m. con uno y tres FPs para los algoritmos de detección retrospectiva y MGS-PCA, respectivamente. En este caso la detección retrospectiva es dos horas y diez minutos y la detección de MGS-PCA es tres horas y veinte minutos después de que comenzó la rampa que simula la FJII, dando un mejor desempeño para el algoritmo MGS-PCA cuando se considera la demora de dos horas para el cálculo retrospectivo.

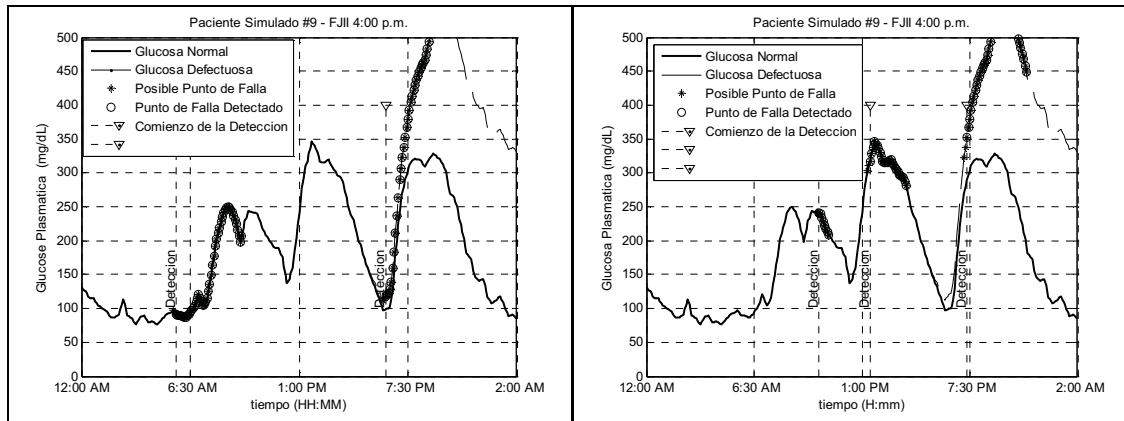


Figura 4. Respuesta temporal de la glucosa plasmática para el niño simulado #9 cuando la FJII comenzando a las 4:00 p.m. fue simulada. La FJII fue detectada a las 6:10 p.m. y 7:20 p.m. por los algoritmos retrospectivo y MGS-PCA con uno y dos FPs, respectivamente.

En promedio el algoritmo de MGS-PCA presentan un tiempo de detección de tres horas y treinta y siete minutos, que es de treinta y cuatro minutos antes de la detección retrospectiva cuando se considera la corrección de dos horas (ver tabla 2).

En la Tabla 1 se presentan las tasas de falsos positivos para la detección retrospectiva y los algoritmos propuestos calculadas para cada configuración experimental donde se simuló un período sin FJIIs. Esta tabla muestra que la tasa promedio mayor de 0.07 falsos positivos por hora se obtuvo para el algoritmo PCA\_IOB, mientras que la más pequeña (0.05 FP/hora) fue compartida entre el algoritmo retrospectivo y el MGS-PCA sin ninguna diferencia significativa, pero con mayor tiempo de detección que el PCA\_IOB (véase Tabla 2).

Tabla 1. Tasa de Falsos Positivos (#FP/hora; Media [DS])

Caso Experimental	Algoritmo Retrospectivo	Algoritmo PCA_IOB	Algoritmo MGS-PCA
SIN FJII (24H)	0.04 [0.08]	0.08 [0.08]	0.07 [0.08]
FJII Mediodia (12H)	0.07 [0.10]	0.05 [0.08]	0.03 [0.06]
FJII 4:00 p.m. (16H)	0.04 [0.08]	0.07 [0.08]	0.06 [0.07]
PROMEDIO	0.05 [0.09]	0.07 [0.08]	0.05 [0.07]

Tabla 2. Tiempo de Detección (HH:MM; Media [DS])

Caso Experimental	Algoritmo Retrospectivo	Algoritmo PCA IOB	Algoritmo MGS-PCA
FJII Medianoche	06:56 [1:46]	6:04 [2:03]	07:29 [1:12]
FJII Mediodia	14:38 [1:54]	14:05 [2:00]	13:55 [1:13]
FJII 4:00 p.m	20:11 [0:53]	19:09 [1:35]	19:37 [0:47]

#### 4. CONCLUSIONES

El análisis estadístico multivariante es una herramienta prometedora para la detección de fallas en el juego de infusión de insulina en el marco del páncreas artificial. En este estudio se ha analizado dos enfoques de detección falla. Los mejores tiempos de detección de FJIIs se obtuvieron cuando se utiliza el algoritmo PCA IOB, pero la tasa de falsos positivos fue mayor, dando un equilibrio general entre la detección y falsas alarmas. El algoritmo propuesto combinando MGS y PCA utilizando clasificación bivariable fue capaz de detectar la mayoría de derivas (rampa) en las fallas del juego de infusión antes que la falla esté completamente desarrollada con una tasa relativamente baja de falsas alarmas. Estos resultados sugieren una esperanza de buen rendimiento en aplicaciones de tiempo real.

#### REFERENCIAS

- [1].Bequette BW. A Critical Assessment of Algorithms and Challenges in the Development of an Artificial Pancreas. *Diabetes Technology and Therapeutics*; vol. 7, no. 1, pp. 28-47, 2005.
- [2].Doyle FJ III, Jovanovic L, Seborg DE. A tutorial on biomedical process control: glucose control strategies for treating type 1 diabetes mellitus. *J. Proc. Cont.*; vol. 17, no. 7, pp. 572-576, 2007.
- [3].Kumareswaran K, Evans ML, Hovorka R. Artificial pancreas: an emerging approach to treat Type 1 diabetes. *Expert Rev. Med. Dev.* Vol. 6, no. 4, pp. 401-410, 2009.
- [4].Cobelli C, Dalla Man C, Sparacino G, Magni L, De Nicolao G, Kovatchev B. Diabetes: models, signals and control. *IEEE Rev. Biomed. Eng.* vol. 2, pp. 54-96, 2009.
- [5].Bequette, B.W. Continuous Glucose Monitoring: Real-Time Algorithms for Calibration, Filtering and Alarms. *J. Diabetes Sci. Technol.* vol. 4 no. 2, pp. 404-418, 2010.
- [6].Kovatchev, B.P., Breton, M., Dalla Man, C. and Cobelli C. In silico preclinical trials: a proof of concept in closed-loop control of type 1 diabetes, *J. Diabetes Sci. Technol.*, 3 (1), 44-55, 2009.
- [7].Rojas, R., Garcia-Gabin, W. and Bequette, B.W. Multivariate Statistical Analysis to Detect Insulin Infusion Set Failure. *American Control Conference*. 2011.

## BRAIN TUMORS: A SCALING ANALYSIS APPROACH

**Francisco Torres Hoyos**

*franciscotorreshoyos@yahoo.com*

Universidad Simón Bolívar, Valle de Sartenejas, Caracas, Venezuela and Universidad de Córdoba, Montería, Colombia.

**Miguel Martín-Landrove**

*mmartin@fisica.ciens.ucv.ve*

Centro de Física Molecular y Médica, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Los Chaguaramos, Caracas and Centro de Diagnóstico Docente Las Mercedes, Las Mercedes, Caracas, Venezuela.

**Abstract.** *A new method, based in scaling analysis, is used to calculate fractal dimension and local roughness exponent to characterize in vivo 3-D tumor growth in brain. Image acquisition was made according to the standard protocol used for brain radiotherapy and radiosurgery, i.e., axial, coronal and sagittal  $T_1$ -weighted images, comprising brain volume for further magnetic resonance image (MRI) registration. Image segmentation was performed by application of  $k$ -means procedure upon contrasted images. Tumors analyzed included glioblastomas, astrocytomas, metastases and benign brain tumors. The results show significant variations of the parameters according to tumor stage and histological origin.*

**Keywords:** Scaling analysis, tumor growth, fractal dimension, roughness exponent

### 1. INTRODUCTION

The analysis and understanding of tumor growth has been the object of multidisciplinary research. In the last decade an increased number of complex physical - mathematical models have been published, with different approaches due to its multiscale nature. The simplest theoretical models involve only the total number of cells in the tumor, when they have been applied to this problem, growth is usually assumed to be exponential, gompertzian, or logistic [1]. Such models do not consider the spatial arrangement of the cells at a specific anatomical location, or the spatial spread of the cancerous cells. These spatial aspects are essential in estimating tumor growth since they determine the invasiveness of the tumor. Dynamic scaling is a technique that exploits the geometric properties of the growth fronts using different concepts of the theory of stochastic

processes and fractal geometry [2]. The approach used in the present work is based on the fractal nature and scale invariance of the boundary of the tumor. Tumor cells form colonies that can be characterized by a fractal dimension, which is a measure of the degree of complexity, allowing for the use of scaling analysis [3-6]. Recent studies of in vitro tumor cell colonies and resected tumor sections [4, 5] show that some kind of universality in tumor growth dynamics can be determined by evaluating their boundary geometrical properties through critical exponents.

## 2. MATERIALS AND METHODS

### 2.1 Image Selection and Processing

Image acquisition was made according to the standard protocol used for brain radiotherapy and radiosurgery, which consists essentially of contiguous, non-overlapping gadolinium enhanced magnetic resonance  $T_1$ -weighted image slices acquired along any of the anatomical planes: axial, coronal or sagittal, comprising brain volume for further image registration with other imaging modalities, such as computed tomography. Only glioblastomas, astrocytomas, metastases and benign brain tumors were analyzed in this work. Tumor staging was assessed by histopathological results.

Image segmentation of the tumor volume was performed slice by slice by the k-means algorithm [7]. Also known as unsupervised classification, the k-means technique looks for natural groupings in a multidimensional data set by employing a similarity or dissimilarity measure. Given  $m$  samples, each of which may be represented by a  $n$  - dimensional feature vector, the aim of the partitioned clustering method is to group the samples into  $k$  clusters such that the members of each cluster share similar features. Each cluster is labeled by a  $n$ - dimensional feature vector, which is the average of all the members in the cluster, defined as its centroid  $\mu$ .

In order to obtain surface points belonging to the tumor - host interface, segmented images were analyzed by a special algorithm that preserves voxel classification according to the k-means method and also preserves the geometrical features on the interface. Essentially this algorithm consists on the application of a  $3 \times 3$  image mask filter over each of the previously segmented images comprising the tumor volume. The image mask filter acts as follows: if the central pixel of the  $3 \times 3$  mask belongs to the segmented image then a sum over all the pixels within the  $3 \times 3$  mask is performed, assigning one if the pixel belongs to the segmented image or otherwise, zero. If the mask sum is less than 9, the central pixel of the  $3 \times 3$  mask belongs to the tumor-host interface. The final result is a 2D binary image including only interface pixels, stacking of these images leads to a 3D data set for the tumor-host interface, as depicted in Fig. 1.

### 2.2 Scaling Analysis and Fractals

**Calculation of the tumor - host interface width.** The dynamics of many physical systems exhibiting rough interfaces can be characterized by a set of critical exponents obtained from scale-invariant properties of certain physical quantities [2, 4, 5]. The interface width is given by the second order moment of the interface position as a function of the surface  $s$  and time  $t$ ,

$$W(s, t) = \left\{ \frac{1}{s} \sum_{r_i \in s} [r_i(t) - \langle r_i \rangle_s]^2 \right\}_{\Sigma}^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$



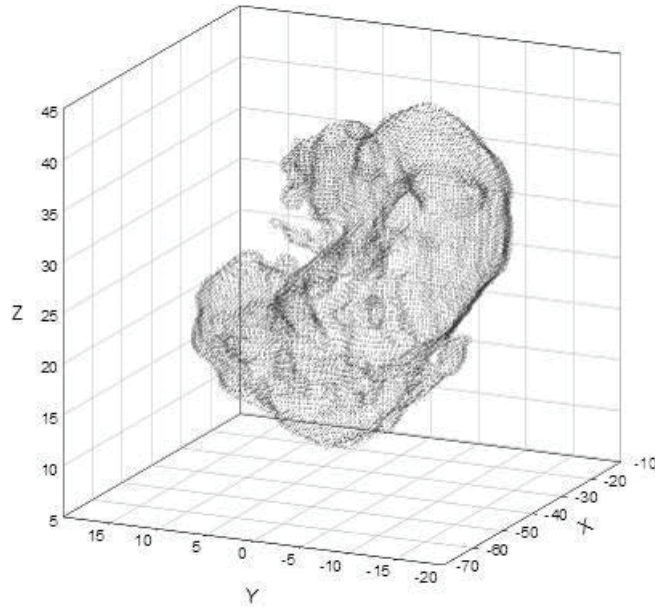


Figure 1- Tumor-host interface data points for a glioblastoma multiforme.

where  $\Sigma$  represents the total tumor-host interface,  $\langle \bullet \rangle_s$  means the local average taken over interface subsets of size  $s$  and  $\langle \bullet \rangle_\Sigma$  is the average over  $\Sigma$ . The sets  $\Sigma$  and  $s$  are associated to total surface area and spherical cap surface area respectively. Power law behavior is observed at small values of  $s$ , (compared to the surface area associated to the interface  $\Sigma$ ) then Eq. (1) reduces to,

$$W(s) \propto s^{\alpha_{loc}} \quad (2)$$

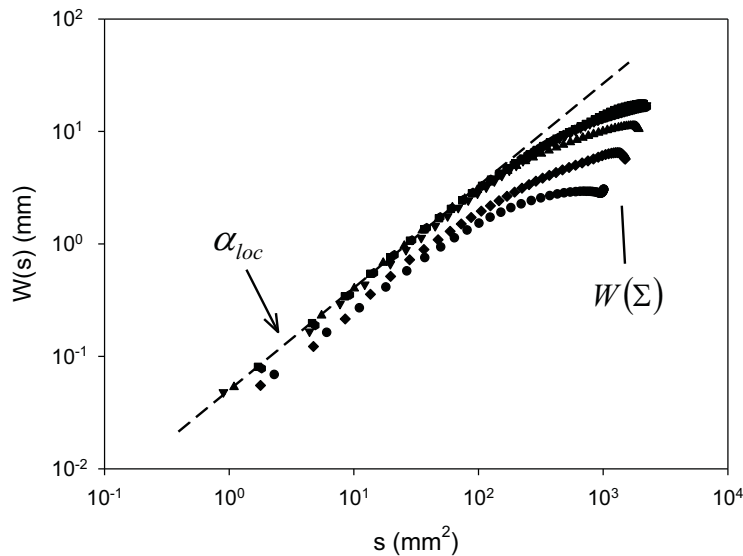
where  $\alpha_{loc}$  is the local roughness exponent [4, 5]. In Fig. 2 it is shown the behavior of  $W(s)$  for glioblastomas. An analysis of the figure reveals that  $W(s)$  exhibits a power-law behavior at small scales as predicted by Eq. (3), and also an asymptotic saturation value,  $W(\Sigma)$ , where  $\Sigma$  is the total surface area of the tumor-host interface.

**Calculation of the fractal dimension of tumor-host interface.** Since tumor-host interface exhibits fractal geometry, it is relevant to calculate the fractal dimension, i.e., capacity dimension or Hausdorff dimension,  $d_f$ . It is frequently calculated by means of the well-known and popular box-counting algorithm originally proposed by Russel [8], such that the fractal dimension can be estimated by the limit [2, 9],

$$d_f = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log(N(\varepsilon))}{\log(\varepsilon)} \quad (3)$$

where  $N(\varepsilon)$  is number of boxes needed to completely cover the fractal structure. According to references [2, 9] there is a relationship between the fractal dimension and the local roughness exponent given by,

$$d_f + \alpha_{loc} = d \quad (4)$$

Figure 2 –  $W(s)$  for a glioblastoma multiforme.

where  $d$  is the Euclidean dimension of the space where the fractal structure is embedded. Equation (5) holds in general and can be used to check the accuracy of  $d_f$  and  $\alpha_{loc}$  estimates.

### 3. RESULTS AND DISCUSSION

Scaling analysis was applied to a total of 62 tumor lesions in the brain. The tumors were classified according to its histological characteristics into four groups: astrocytomas (10 cases), glioblastomas (7 cases), metastases (18 cases) and benign brain tumors (27 cases), such as meningiomas and acoustic Schawnnomas. Table 1 summarizes the results for the fractal dimension  $d_f$  and the local roughness exponent  $\alpha_{loc}$  for the different histological groups.

**Table 1.** Tumor-host interface measured parameters

Type	Cases	$d_f$	$\alpha_{loc}$	$r^2(d_f)$	$r^2(\alpha_{loc})$
Glioblastomas	7	$2.09 \pm 0.10$	$0.90 \pm 0.04$	0.998	0.999
Astrocytomas	10	$2.10 \pm 0.06$	$0.86 \pm 0.06$	0.997	0.997
Metastases	18	$2.13 \pm 0.05$	$0.82 \pm 0.06$	0.997	0.998
Benign Tumors	27	$2.32 \pm 0.03$	$0.67 \pm 0.10$	0.999	0.997

In all cases the tumor-host interface exhibits fractal geometry characterized by a non-integer dimension in the range 2.1 – 2.32, which is consistent with what is expected for fractal interfaces embedded in a three dimensional Euclidean space [2, 9]. Analysis of Table 1 reveals not only a diminution of the roughness exponent,  $\alpha_{loc}$ , as we proceed from high grade malignant tumors, such as glioblastomas, through astrocytomas and metastases, but also an increase of the dispersion of this exponent. From the roughness exponent point of view, high grade tumors, i.e., grade IV, become more similar than for example, grades I through III. In the case of metastases,

an increase in the dispersion is expected due to the diverse histological origin and development in brain. For the glioblastoma group,  $\alpha_{loc} = 0.90 \pm 0.04$ , which results in good agreement with the obtained by Brú et al [5], and generally associated to a highly invasive tumor-host interface. In the case of benign tumors, the value of  $\alpha_{loc}$  is the lowest, which is consistent with the slow invasive character of the smooth tumor-host interface. Inspection of Table 1 demonstrates that Eq. (4) holds for all the histological groups [2, 9]. Comparison of the roughness exponent values for the different histological groups clearly shows a significant difference between malignant and benign tumors. Since in an interface growth process, roughness and growth exponents characterize universality classes [2], it is possible to conclude that benign brain tumors belong to a different interface growth universality class than malignant tumors. Tumor growth numerical simulations were performed using the simulated brain database BrainWeb [1] and the results are depicted in Fig. 3.

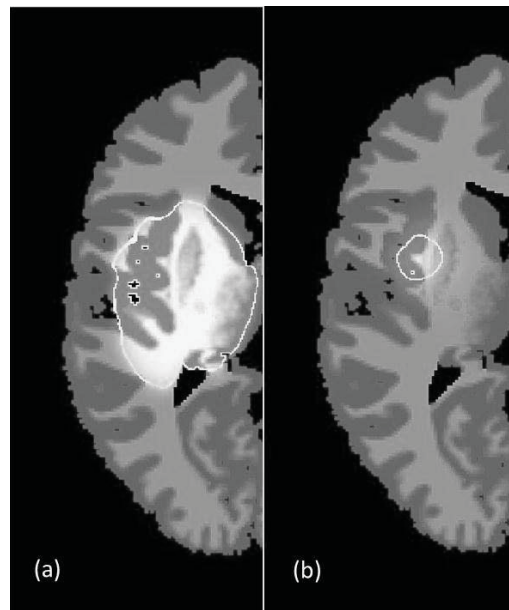


Figure 3 – Simulation of (a) High grade glioma, 7 years,  $\alpha_{loc} = 0.9651$  and (b) Low grade glioma, 20 years,  $\alpha_{loc} = 0.7183$  using the BrainWeb simulated brain database [10].

#### 4. CONCLUSIONS

In this work in vivo brain tumor growth is characterized by scaling analysis, employing 3-D MRI data. Cases consisting of different types of tumors such as glioblastomas, astrocytomas, brain metastases and benign brain tumors were analyzed taking into account the morphology of the tumor-host interface to calculate their geometric dimensions, i.e. fractal dimension, and local roughness exponent  $\alpha_{loc}$ . The results show some similarities with some of the 2-D in vitro [4, 5] and in vivo [5, 6] results. The general relation between the fractal dimension and the local roughness exponent, Eq. (4), was verified. As expected, the complexity of the tumor-host interface increases as the lesion becomes more aggressive, a fact that is reflected by the local roughness exponents. The difference in values of the local roughness exponent between malignant and benign tumors supports a possible difference in interface growth universality

classes. We hope that in the future the methodology developed in this work can be applied to understand primary tumor growth, through the analysis of brain metastases, and changes in tumor dynamics due to host tissue environment and the application of therapy, i.e., radiosurgery, radiotherapy or chemotherapy.

### *Acknowledgements*

We want to express our gratitude to all medical and technical staff of the Centro Diagnóstico Docente Las Mercedes for the access to the image database used in this work. Also, F. T-H. wants to thank to the Universidad de Córdoba for the financial support of the Studies Commission.

### REFERENCES

- [1].Tracqui, P., Cruywagen, G.C., Woodward, D.E., Bartoo, G.T., Murray, J.D., & Alvord Jr, E. C., A mathematical model of glioma growth: the effect of chemotherapy on spatio-temporal growth. *Cell Proliferation*, vol. 28, n. 1, pp. 17-31, 1995.
- [2].Barabasi, A.L. & Stanley, H.E., *Fractal Concepts in Surface Growth*, Cambridge University Press, Cambridge, England, 1999.
- [3].Losa, G.A., Baumann, G., & Nonnenmacher, Th.F., Fractal dimension of pericellular membranes in human lymphocytes and lymphoblastic leukemia cells, *Pathology - Research and Practice*, vol. 188, n. 4-5, pp. 680-686, 1992.
- [4].Brú, A., Pastor, J.M., Fernaud, I., Brú, I., Melle, S., & Berenguer, C., Super-Rough Dynamics on Tumor Growth, *Physical Review Letters*, vol. 81, pp. 4008–4011, 1998.
- [5].Brú, A., Albertos, S., Subiza, J.L., López García-Asenjo, J., & Brú, I., The Universal Dynamics of Tumor Growth, *Biophysical Journal*, vol. 85, n. 5, pp. 2948-2961, 2003.
- [6].Quintana, A., Martín-Landrove, M., & Pereira, D., Fractal Properties and Critical Exponents for Tumor Staging and Classification in *Proceedings of III International Congress on Computational Bioengineering*, pp. 385-390, 2007.
- [7].Demirkaya, O., Hakan, O., & Sahoo, P., *Image Processing with Matlab Application in Medicine and Biology*, Taylor & Francis Group, Boca Raton, 2009
- [8].Russel, D., Hanson, J., & Ott, E., Dimension of Strange Attractors, *Physical Review Letters*, vol. 45, pp. 1175–1178, 1980.
- [9].Feder, J., *Fractals*, Plenum Press, New York, 1988.
- [10]. Collins, D.L., Zijdenbos, A.P., Kollokian, V., Sled, J.G., Kabani, N.J., Holmes, C.J., & Evans, A.C., Design and Construction of a Realistic Digital Brain Phantom, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol.17, n.3, pp. 463-468, 1998.

## SISTEMA PARA EL CONTEO Y ANÁLISIS MORFOLÓGICO DE ESPERMATOZOIDES PARA MUESTRAS VACUNAS

**José Arias**

*josea210@gmail.com*

Departamento de Ingeniería Informática. Decanato de Docencia, Universidad Nacional Experimental del Táchira Av. Universidad, San Cristóbal-Venezuela

**José Clemente**

**María Valero**

**Juan Mantilla**

*jclement@unet.edu.ve*

*mvalero@unet.edu.ve*

*jmantill@unet.edu.ve*

Grupo de Bioingeniería, Decanato de Investigación. Universidad Nacional Experimental del Táchira Av. Universidad, San Cristóbal-Venezuela

**Resumen.** *Se describe la construcción de una aplicación multiplataforma para el conteo y clasificación morfológica de los espermatozoides en muestras a 100x preparados con eosina-nigrosina usando técnicas de visión por computadora. Una etapa de pre-procesamiento es requerida para optimizar la imagen de entrada y atenuar ruidos. Seguidamente la imagen es binarizada, colocando en 0 los píxeles pertenecientes a los espermatozoides, el resto de la imagen es marcado con 1. Se estableció una etapa de conteo y clasificación, en donde se desarrolló un algoritmo basado en las técnicas de TemplateMatching, con la finalidad de auto detectar varias secciones de la imagen partiendo de una plantilla de espermatozoide, en el cual juega un papel muy importante el nivel de tolerancia establecido mediante pruebas empíricas con imágenes y tomando en cuenta la opinión de los expertos. El nivel de tolerancia fue establecido en 20% para el conteo de espermatozoides en la muestra. Con respecto a la clasificación el nivel de tolerancia fue establecido en 13,8% que indican los espermatozoides que son considerados normales, los restantes son marcados como anormales. La aplicación fue probada, obteniendo un nivel de aceptación promedio del 95,15% para el conteo y del 91,72% para la clasificación. Con respecto a la carga computación, al proceso desarrollado le toma en promedio de uno segundo para cada imagen examinada.*

**Palabras claves:** Semen, espermatozoide, visión por computadora, TemplateMatching, conteo.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las actividades ganaderas han cobrado gran importancia en muchos países siendo para algunos la principal actividad económica. En los últimos años se ha tratado de mejorar las razas vacunas para la producción de carne y leche por medio de la inseminación artificial a partir de muestras de semen. Actualmente estas muestras son comercializadas, y su valor varía dependiendo de su potencial reproductivo. Este potencial es determinado mediante estudios y análisis de características como cantidad, movilidad, morfología, concentración y vitalidad de los espermatozoides de la muestra. Estos procesos se hacen de forma manual con ayuda de un microscopio, lo que representa un trabajo complejo debido a los numerosos aspectos a evaluar, un trabajo lento ya que para obtener resultados confiables hay que evaluar varias partes de la muestra por separado, y un trabajo subjetivo porque puede influir la fatiga y la experiencia del especialista que realiza la evaluación. Por tal motivo, se plantea la construcción de una aplicación para el conteo y el análisis morfológico de los espermatozoides en muestras a 100x preparadas con eosina-nigrosina usando técnicas de visión por computador [1], donde la entrada son imágenes a color seleccionadas por el especialista.

## 2. MÉTODO

### 2.1 Pre - procesamiento

Las imágenes de las muestras preparadas con eosina-nigrosina a 100x son capturadas a color directamente del microscopio a una resolución de 640x480 píxeles, con una profundidad de 24 bits, guardadas en formato JPG. El primer paso del pre-procesamiento, es someter a las imágenes a un filtro gaussiano [2] en formato RGB, suavizándolas y reduciendo los altos niveles de ruido que presentan, para su aplicación se utiliza la función `CV_GAUSSIAN` de la biblioteca OpenCV [3] con ventana de 3x3, la imagen obtenida (`Iprep1`) es utilizada como entrada de segundo paso, en el cual se aplica el filtro `INVERT` de OpenCV [3], este filtro invierte los valores RGB de la imagen, donde el resultado (`Iprep2`) es una imagen donde el color verde o componente "G" predomina en los espermatozoides, y el color rojo o componente "R" en los elementos como bacterias, elementos contaminantes (Ver Figura 1.a), rupturas de la muestra (Ver Figura 1.b) e incluso el fondo, esta imagen es la entrada en el proceso de segmentación.

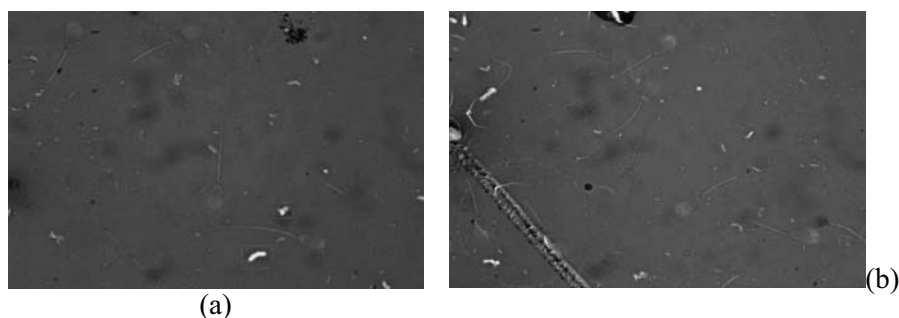


Figura 1 – Imágenes de elementos ajenos a la muestra original.  
(a) Bacterias y elementos contaminantes. (b) Ruptura de la muestra.

## 2.2 Binarización de imágenes

En esta etapa se genera una imagen binaria, donde los pixeles que pertenecen a los espermatozoides que son el elemento de interés serán negros, esto se realiza estableciéndole el valor 0 en los tres canales RGB, de lo contrario serán blanco o 255 en cada canal RGB. Para este proceso se aplica a la imagen (I<sub>prep2</sub>) un barrido pixel a pixel, verificando para cada pixel si el componente verde “G” es mayor al rojo “R” si es así, se establece el pixel en negro, de lo contrario se le asigna el blanco.

Terminado el proceso se obtiene la imagen (I<sub>bin1</sub>) donde se logra separar los espermatozoides de la gran mayoría de elementos que no son de interés. Luego se aplica el filtro morfológico Closing [2] con un elemento estructural elipsoidal 2x3, esto para corregir parte del deterioro de los bordes de los espermatozoides ya que el barrido ocasiona que estos queden pixelados. Al finalizar esta etapa, se obtiene la imagen binaria (I<sub>bin2</sub>), donde se encuentran los espermatozoides en negro con los bordes suavizados. En la Figura 2, se puede observar las etapas de pre – procesamiento y binarización con sus respectivas salidas

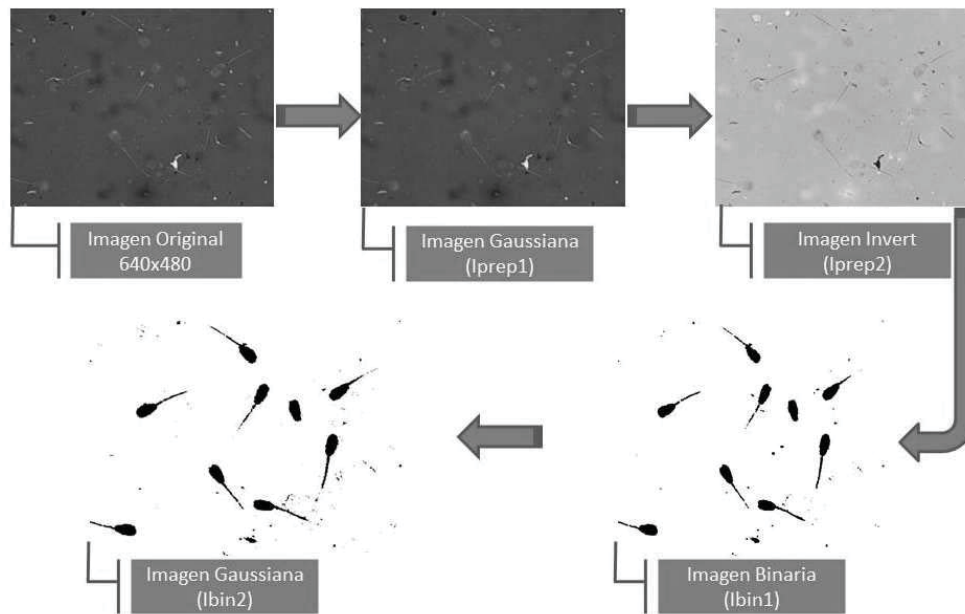


Figura 2 – Etapas de pre – procesamiento y binarización.

## 2.3 TemplateMatching

Se elabora un algoritmo TemplateMatching[4] independiente a los existentes, que se ajuste a los requerimientos de la investigación, para esto debe presentar las siguientes características:

- Realizar Matching (comparación) entre cada pixel de la imagen con cada pixel de las plantillas creadas, para la detección del espermatozoide para su conteo.
- Clasificación de los espermatozoides según su morfología y así determinar cuáles son normales y cuales no lo son.

**Creación de las plantillas.** Se crean una plantilla con un patrón de forma equivalente a las características de la cabeza de los espermatozoides morfológicamente normales, dicha cabeza posee una inclinación de  $0^\circ$ , partiendo de esta plantilla se generan 63 plantillas adicionales, rotadas en  $5,625^\circ$  en cada iteración, guardadas como imágenes binarias de  $60 \times 60$  píxeles, y con formato de nombre Eplan0, Eplan1, ..., Eplan63.

**TemplateMatching.** Se realiza un recorrido pixel a pixel en las imágenes (Ibin2) obtenidas en la etapa de binarización, este recorrido es el característico del algoritmo "TemplateMatching" donde no solo se busca el área de mayor coincidencia, sino todas las áreas que posean cierto grado de semejanza establecido en los procesos de conteo y clasificación de los espermatozoides. Se establece una variable *Tolerancia* tomada como porcentaje, esta permite variar el grado de similitud entre una región de la imagen y las plantillas calculado por medio de (Ec. 1), donde  $P_{ig}$  es la sumatoria de los píxeles iguales entre un área de la imagen y la plantilla, como las dos imágenes son binarias no se evalúa diferencia de intensidad por pixel, y  $N_{pp}$  el número total de píxeles comparados de la plantilla. Si el resultado de la ecuación *Similitudes* un valor positivo se acepta el Matching, de lo contrario se rechaza.

$$Similitud = \sum P_{ig} + \left( N_{pp} * \frac{Tolerancia}{100} \right) + N_{pp} \quad (1)$$

**Optimizaciones del algoritmo TemplateMatching.** El propósito de crear un algoritmo propio es poder optimizarlo para que permitan un mayor rendimiento, por este motivo se debe:

- Ignorar los píxeles del fondo de la plantilla, a excepción del contorno de la cabeza del espermatozoide. Esta área representa un 27% de la plantilla, lo que reduce significativamente el tiempo de procesamiento para cada iteración.
- Desplazar la plantilla cada 10 píxeles, debido a que las plantillas por lo general nunca concuerda de manera exacta en una zona de la imagen y a que se maneja una *Tolerancia* (margen de error permitido). Los resultados obtenidos son los mismos en el recorrido propuesto al recorrido pixel a pixel, lo cual reduce en más del 90% las iteraciones.
- Saltar a la siguiente iteración cuando la cantidad de píxeles diferentes  $P_d$  sea mayor a lo permitido por la tolerancia (Ec. 2).
- Configurar de las variables buscando valores óptimos, estos sirven como base para el proceso de conteo y clasificación de los espermatozoides, esto influyen de manera significativa en el tiempo de cómputo y en el resultado.

$$P_d = N_{pp} * \frac{Tolerancia}{100} \quad (2)$$

**Etapa de conteo.** En esta etapa se aplica el *TemplateMatching* optimizado, estableciendo la tolerancia del 20%, este valor se obtiene luego de realizadas las pruebas con las bases de datos y binarizadas (Ibin2). Esta etapa genera dos salidas, la primera marca en la imagen original donde se encuentran los espermatozoides en la muestra y la cantidad contada (Ver Figura 3), y la segunda guarda internamente en un archivo las posiciones de donde se encontraron los espermatozoides para luego ser clasificados sin necesidad de realizar todo el recorrido en la imagen.



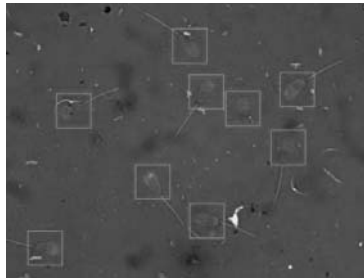


Figura 3 – Imagen obtenida en la etapa de conteo

**Etapa de clasificación morfológica.** La evaluación morfológica de los espermatozoides posee varios criterios para interpretar los resultados, el más usado indica que el 70% de los espermatozoides examinados deben ser normales, para poder indicar que la muestra es morfológicamente buena, por este motivo se clasificaron los espermatozoides en dos grupos, los que son morfológicamente normales y los morfológicamente anormales. En esta etapa al igual que en la etapa de conteo se aplica el *Template Matching* optimizado, a las imágenes binarizadas (Ibin2), estableciendo el nivel de tolerancia en 13,8%. En este caso no es necesario realizar todo el recorrido del *templete* por la imagen, ya que se tiene como la ubicación de los espermatozoides previamente contados. La salida de este proceso genera una imagen donde se muestran en la imagen original, los espermatozoides morfológicamente normales y los morfológicamente anormales (Ver Figura 4.a), y adicionalmente se extraen en imágenes separadas cada uno de estos espermatozoides (Ver Figura 4.b).

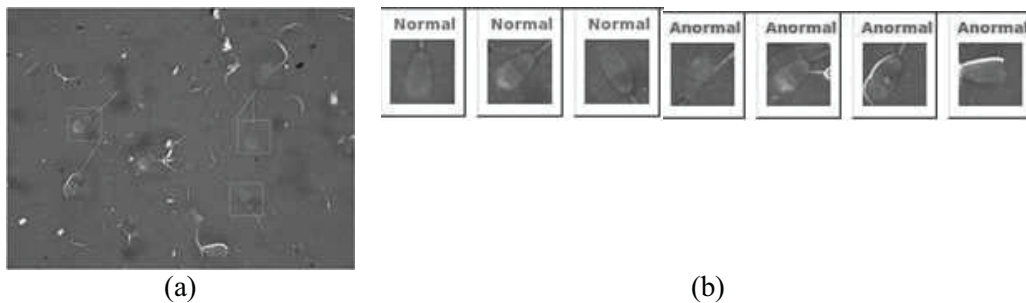


Figura 4 – Imagen obtenida en la etapa de clasificación

### 3. RESULTADOS

La validación de la aplicación se realizó con 45 imágenes de 4 bases de datos de muestras de diferentes especímenes, las cuales fueron evaluadas por el experto. Se compararon los resultados de un especialista con los del algoritmo. La aplicación posee un grado de fidelidad en el caso del conteo de espermatozoides es de 95,15% y para la clasificación es 91,72%. El tiempo promedio de ejecución del algoritmo es 1,04 segundos, cotejado con respecto al tiempo del especialista de 13,17 segundos, se puede determinar que el análisis a través del algoritmo es factible (Ver Figura 5). Se resalta el hecho de que el valor de su desviación estándar es de 0,0979 segundos lo que indica que el tiempo de evaluación por medio del algoritmo no varía en gran medida.

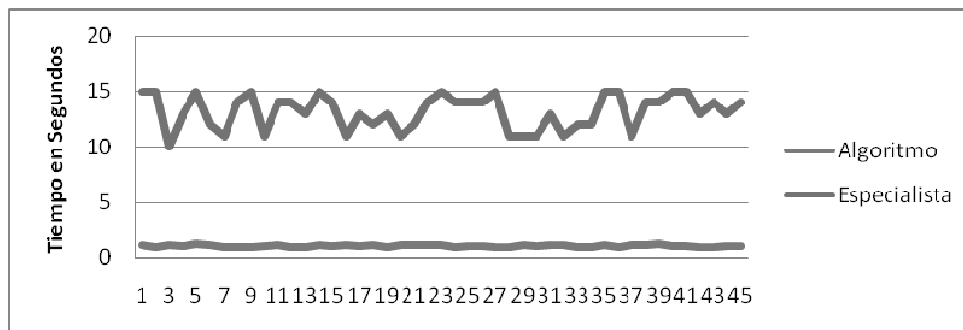


Figura 5 – Comparación de los tiempos de algoritmo con los tiempos del especialista.

#### 4. CONCLUSIONES

El trabajo presenta como producto final una aplicación multiplataforma utilizando las bibliotecas OpenCV para filtrados de imágenes y Fast Light Toolkit (FLTK) para el desarrollo de la interfaz. La aplicación permite procesar bases de datos de imágenes de muestras de semen de ganado vacuno, y obtener como salida la cantidad de espermatozoides presentes en la muestra y su clasificación en cuanto a su morfología. Estas imágenes se procesan a color, utilizándose las funciones de OpenCV para el filtrado, y se desarrolló un algoritmo propio para la búsqueda y clasificación de los espermatozoides. El margen de error es menor al 9%, y gracias a la optimización del algoritmo del *TemplateMatching* y del uso de las imágenes binarizadas se obtienen los resultados en cuestiones de segundos, por lo tanto el costo computacional deja de ser un problema.

#### *Agradecimientos*

Agradecimiento al laboratorio de inseminación artificial de la UNET, por las bases de datos de imágenes de semen de toro facilitadas para desarrollar esta investigación.

#### REFERENCIAS

- [1]. Haralick M., Computer and robot vision. Addison-Wesley Publishing Co. New York. 1992.
- [2]. Pratt W., Digital Image Processing. USA: John Wiley – Sons. 1978.
- [3]. Bradski G., Learning “OpenCV”: Computer Vision with the “OpenCV” Library. O’Reilly. 2008.
- [4]. Aguado A., Feature extraction and image processing second edition (2008) Editorial AP. 2008.

## ACTIVITY AVALANCHES IN MORRIS LECAR NEURONAL NETWORKS

**Johans Hoenicka**

**Juan Luis Cabrera**

*johansh@gmail.com*

*juluisca@gmail.com*

Stochastic Dynamics Lab., Center for Physics, Venezuelan Institute for Scientific Research,  
Caracas 1020A, Venezuela.

**Abstract.** *Here we study the spontaneous activity in a Morris-Lecar neuronal network coupled through weighted short and long range synaptic interactions. A Small World (SW) regime is achieved adding shortcuts to a periodic net. Size and lifetime activity avalanche distributions and its dependence with network topology are analyzed. It is found emergence of power law activity for the case of an underlying efficient SW topology that self-organizes the system close to a critical branching dynamics.*

**Keywords:** Morris-Lecar neuronal network, self-organized critical dynamics, small world, biocomputation.

### 1. INTRODUCTION

Spontaneous emergence of neuronal activity avalanches characterized by power-law distributions has been found in superficial layers of cortex, both in vitro and in vivo [1]. The relation between network topology and this behavior has not been considered in detail. Beside, an interesting open question in neurosciences is related to the kind of topology that underlies the nervous system organization. Some works have explored this question analyzing small data sets of: C. Elegans [2], the macaque visual cortex [3] and large data sets from functional magnetic

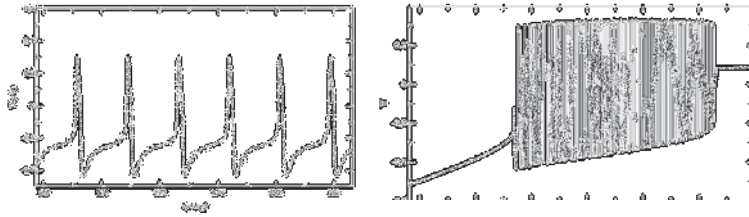


Figure 1 - Left: Spike train for the ML model. Right: Bifurcation diagram of  $V$  as a function of  $I(t)$

resonance imaging of the human brain [4] showing that the brain may exhibits small-world characteristics. In this paper we show evidence that power law activity in Morris-Lecar (ML) neuronal networks are the result of an underlying SW topology that drives the system close to a critical branching dynamics. It is found when considering the effect of shortcuts (long-range connections) on the network activity. Networks simulations show that for a specific value in the number of shortcuts the system can be characterized by power law in avalanche size and lifetime probability distribution. This distributions obey exponents close to  $-3/2$  and  $-2$ , respectively, as reported [1]. In such a case it is shown that the network selforganizes close to a critical branching dynamic. Computational power restrict us to consider a small network composed by  $N=64$  ML neurons.

## 2. THE MORRIS-LECAR NETWORK

Initially we consider a set of coupled ML neurons forming a ring through weighted synaptic interactions. The version of the ML model [5] proposed by Rinzel & Ermentrout [6] is used. The ML model results from the dimensional reduction of the original Hodgkin and Huxley model (HH) [7] of membrane conductivity. The ML model is known to be a sufficiently exact model for biologically plausible spiking activity of neurons. In particular, the ML model is able to reproduce quite correctly the all-or-none signal emission, the emergence of oscillations, bistability and burst generation. The current through the membrane given by the ML model under the action of an time dependent input current has the form:

$$C_m \dot{V} = -g_{Ca} m_\infty (V - V_{Ca}) - g_K X (V - V_K) - g_L (V - V_L) + I(t) \quad (1)$$

$$\dot{X} = \frac{\phi}{\tau_x} (w_\infty - X). \quad (2)$$

with auxiliary functions,

$$m_\infty = \frac{1}{2} \left[ 1 + \tanh \left( \frac{V - V_1}{V_4} \right) \right] \quad (3)$$

$$w_\infty = \frac{1}{2} \left[ 1 + \tanh \left( \frac{V - V_3}{V_4} \right) \right] \quad (4)$$

$$\tau_x = \frac{1}{\cosh \left( \frac{V - V_3}{2V_4} \right)} \quad (5)$$

In these equations,  $X$  is the fraction of  $K^+$  open channels,  $m_\infty$ , acts as an instantaneous activation of  $Ca^{++}$  channels,  $\tau_x$  is a relaxation constant for each given value of membrane

potential  $V$ ,  $C_m$  is the membrane capacitance,  $g_{Ca}$ ,  $g_K$  and  $g_L$  are constants with conductance dimensions,  $V_{Ca}$ ,  $V_K$  and  $V_L$  and are the resting potentials for the two different kinds of ions and for the leakage current,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ,  $V_4$  and  $\Phi$  are constants. Figure 1 shows representative spike train obtained by numerical integration of the ML model with an Euler algorithm. Considered networks are composed by vertices showing neuronal dynamics given by Eq. 1-5. Simultaneously, each neuron is connected to another one via synaptic stimulation given by the term  $I(t) = I_0 + I_i^{syn}$ . In the simulations  $I_0$  is such that each neuron is tuned close to a Hopf bifurcation. Figure 1(right) illustrates the bifurcation behavior as a function of the synaptic input. The synaptic connection is able to drive the onset of oscillations characterized by spike trains (Fig. 1(left)). It is assumed that each neuron is connected to the remaining ones depending on a synaptic weight chosen to obey a Gaussian dependence on the physical distance between neurons  $i$  and  $j$ . The synaptic interaction is therefore described as:

$$I^{syn} = \sum_{j=1}^N \frac{J_{max}}{N} e^{(-\gamma l_{ij}^2)} \frac{1}{1+e^{(\beta(v_j-\theta))}} (V_s - V_i), \quad (7)$$

The parameter  $\gamma$  controls the range of interactions between neurons. Here the term  $J_{max}/N$  sets the connection intensity, the second factor reflects how the synaptic connection depends on the distance  $l_{ij}$  and the third factor is associated with the saturation level of the presynaptic neuron, it is represented by a sigmoid while the voltage difference sets whether synapses are inhibitory or excitatory.

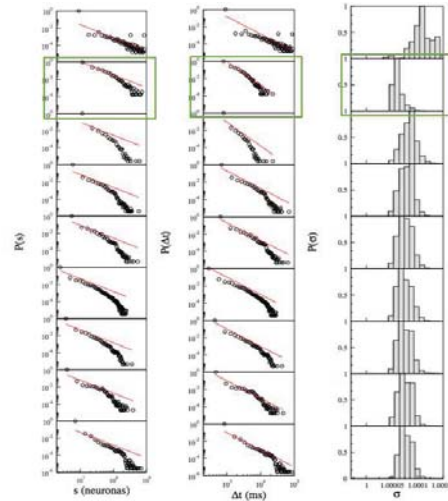
We started considering a periodic net with each neuron connected with a fixed number of neighbors. Progressively shortcuts are added to obtaining different non-periodic topologies. Our goal is to analyze the effect of complex connectivity on the dynamics exploring configurations located between periodicity and randomness, i.e., SW. The network temporal evolution starts with a set of randomly initial conditions. From there it reaches a bistable behavior characterized by avalanche states, where at least one neuron is firing, and silence states, where no neuron fires. In Fig. 3 we illustrate the network evolution composed by avalanche and silence periods. For each shortcuts number we calculated the avalanche size, measured as the number of on neurons per avalanche, and the avalanche lifetime. Critical situations were analyzed by measuring the branching parameter,  $\sigma$ , defined as the average number of descendants from one ancestor [9]. In this context descendants are on neurons at a given time. The network activity is measured at intervals separated by  $J$  steps (jumps) and over time spans of  $W$  time steps (windows), in order to analyze the effect of the measuring process on the determination of the observable distributions.

### 3. RESULTS

3.1 System behavior with unit jump sampling: Figure 5 shows that most of the obtained distributions are very close to a power law line (in red color) with exponent  $-3/2$  and  $-2$  for size and lifetime cases, respectively. Both size and lifetime distributions behaves in a quite remarkable similar fashion. However, in spite of such similarities we found that in the case of 19(30%) shortcuts there seems to be a best fit to the power law. It reflects that the dynamics of the ML neuronal networks is modified by the addition of shortcuts. Further we analyze the behavior of the branching parameter,  $\sigma$ , to determine whether we are close to a critical situation.

For most of the cases the branching is over but close to the critical value. Remarkably, in the case with

Figure 3 - Size (first column), lifetime (second column) and branching rate (third column) distributions depends on the numbers of long range shortcuts added to a periodic network. Case  $J=1$ . From top to bottom plots are for the normalized probability distribution of configurations with 64(100%), 19(30%), 13(20%), 12(18%), 11(17%), 10(16%), 9(15%), 6(10%) and 4(7%) shortcuts. Red line corresponds to a power law of exponent  $-3/2$  (size) and  $-2$  (lifetime). Green squares remarks best fits to the power law cases. Note it coincides with the situation of branching parameter closer to the critical value  $\sigma=1$ .

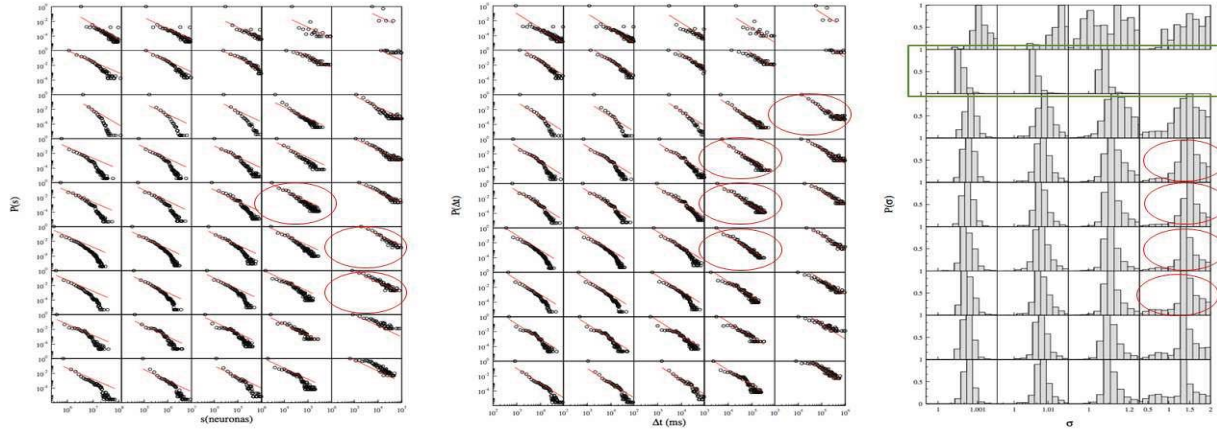


19(30%) the closer configuration to the critical value ( $\sigma=1$ ) is obtained. A specific number of shortcuts (19(30%)) seems to tune the system to a close to critical working condition.

3.2 System behavior with  $J = 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$  : Sampling jump variations induce notorious changes on the distributions. Remarkably, some configurations not showing proximity to the power law now are closer to it. In Fig. 4 such a cases are circled in red and correspond to situations showing artifact “close to” power-law behavior. In fact they are far from a critical dynamics as is unveiled by the branching parameter. It is observed that for the case of 19(30%) shortcuts still a better fit to the power law and a closer to 1 branching parameter is obtained. This case do not change with a jumping sampling process. In fact the branching parameters keeps it closeness to the critical value independently of the jump used. This invariance is supportive of the idea that a critical (or very close to critical) situation is achieved for this particular configuration. We note that the observed variations in the distribution functions for this value are a result of smaller data sets and use of the same plotting ranges through all the  $J$  values.

3.3 System behavior with  $W = 10^1, 10^2, 10^3$  : Changing the sampling process by averaging over windows modifies the results in such a way that different shortcuts numbers may reflect an artifact “close to” power law distribution in spite the branching rate is far from the critical value. This cases are circled in red at Fig. 4. Note that again a configuration with 19(30%) shortcuts still appears as the one with a closer branching rate to 1 while the distributions keeps proximity to the power law with changing windowing.

3.4 An economic small-world: It seems interesting to know what are the characteristics of a configuration with  $N(\%)=19(30\%)$  shortcuts showing a “close to” critical situation. Does it have a random or periodic structure or is it living between both extremes ? To develop a network Figure 4 - Size (left block), lifetime (center block) and branching rate (right block) distributions depends on long range shortcuts. From left to right  $J = 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$ . Shortcuts number and red line are as



in Fig. 4. Red circle remarks situations showing artifact good approximation to the power-law but not close to a critical situation, as unveils the branching parameter.

characterization it is common to determine the nets clustering coefficient and average shortest path length. However in our case its result crucial to note that we are dealing with a weighted network. Its translate to the fact that such measures do not apply for weighted. Instead, it is pertinent to use the concept of network efficiency [8]. Network efficiency allow us to define i) the global efficiency for information transmission which is inversely proportional to the average minimum path length,  $E_{glob} \sim 1/L$ , and ii) the local efficiency,  $E_{loc}$ , averaged on all neighborhoods. Furthermore, this approach allow us to measure the cost for adding further links to a network [9,10]. Obtained results for the calculations of the local and global efficiencies and the cost function for the different configurations used in this study are show in Fig. 6. We have shadowed a region containing the configuration with 19(30%) shortcuts. There relatively high local and global efficiencies and low cost are observed. These characteristics define an economic small world [9,10]. Therefore we conclude that an economic SW topology is driving the system dynamics to a “close to” critical situation as supported by the results of our study. Note that adding additional shortcuts to this configuration notoriously increase  $E_{glob}$  and  $E_{loc}$ . In fact adding links represents a cost growth involved in the construction of the network.

#### 4. CONCLUSIONS

This study supports the following facts: i) the network dynamics is modified by the additions of long shortcuts to an initial periodic topology, ii) modifying the topology a dynamical state “close to” a critical behavior characterized by power laws in avalanche size and lifetime distributions is obtained, iii) an economic small world topology for a configuration with 19(30%) shortcuts is obtained, iv) in this configuration the spontaneous neuronal activity corresponds to a weakly supercritical ramification process characterized by  $\langle \lambda \rangle > 1$ , v) the emergence of a self-organized “close to” critical operating conditions in a ML neuronal network has its origin in an economic small world topology, vi) the measuring process affects the correct determination of the system observable distributions, vii) the “close to” critical configuration distributions are invariant with respect to the measuring process as expected in a critical situation.

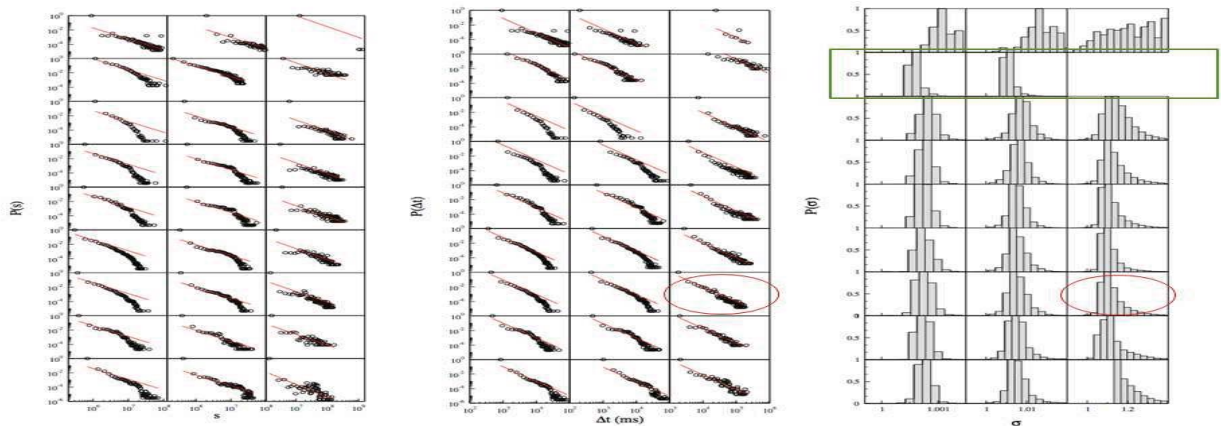
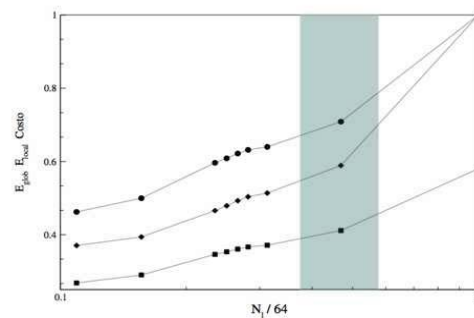


Figure 5 - Size avalanches, lifetime avalanches and branching rate distributions depend on the numbers of shortcuts on the network. From left to right  $W = 10^1, 10^2, 10^3$ . Shortcuts numbers, red line and red circles are as in previous captions,

Figure 6 - Global and local efficiencies and cost for each configuration with  $N = 64, 19, 13, 12, 11, 10, 9, 6$  and 4 shortcuts. An economic SW is



## REFERENCES

- [1]. Beggs J.M. & Plenz D. , Neuronal avalanches in neocortical circuits. *J. Neurosci.* vol. 23, n. 35, pp. 11167-11177, 2003; Gireesh E.D. & Plenz D., Neuronal avalanches organize as nested theta and beta/gamma-oscillations during development of cortical layer 2/3. *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, vol. 105, pp. 7576-7581, 2008.
- [2]. D. J. Watts & S. H. Strogatz, Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature*, vol. 393, n. 6684, pp. 440-442, 1998.
- [3]. O. Sporns, G. Tononi & G. M. Edelman, Theoretical neuroanatomy: Relating anatomical and functional connectivity in graphs and cortical connection matrices. *Cereb. Cortex*, vol. 10, n. 2, pp. 1277-141, 2000.
- [4]. V. M Eguiluz et al. , Scale-free functional brain networks, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 94, pp. 018102, 2005.
- [5]. C. Morris & H. Lecar, Voltage oscillations in the barnacle giant muscle fiber. *Biophysics J.*, vol. 35, n.1, pp. 193-213, 1981.
- [6]. J. Rinzel & G. B. Ermentrout, Analysis of neural excitability and oscillations. In Koch C. & Segev I., eds. , *Methods in neural Modeling: From Synapses to Networks*, pp. 135-169, MIT Press, Cambridge, 1989.
- [7]. L. Hodgkin & A. F. Huxley. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. *J. Physiology (London)*, vol. 117, n. 4, pp. 500-544, 1952.
- [8]. V. Latora & M. Marchiori. Efficient Behavior of Small-World Networks. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 87, n. 19, pp. 198701, 2001.



## **Cálculo y análisis del número básico de reproducción $R_0$ para modelos matemáticos epidemiológicos mediante computación simbólica**

**Moisés A. Bermúdez L.**

**Gilberto C. González-Parra**

*moisesb@ula.ve*

*gcarlos@ula.ve*

Grupo de Matemática Multidisciplinar (GMM), Facultad de Ingeniería Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

**Abstract.** *This paper performs the calculation and analysis of the basic reproduction number  $R_0$  to epidemiological mathematics models using symbolic computation. The models studied are based on ordinary differential equations that adequately describe processes of infection and disease transmission by classifying the population in different epidemiological classes or compartments. These results are important for simulation and control of diseases.*

**Resumen.** *En este trabajo se realiza el cálculo y análisis del número básico de reproducción  $R_0$  para modelos matemáticos epidemiológicos mediante computación simbólica. Los modelos estudiados están basados en ecuaciones diferenciales ordinarias, que describen de manera adecuada procesos de infección y transmisión de enfermedades mediante la clasificación de la población en diferentes clases epidemiológicas o compartimientos. Estos resultados son de importancia para la simulación y control de las enfermedades.*

**Palabras claves:** Modelos matemáticos compartimentales, computación simbólica, dinámica de transmisión de enfermedades, número básico de reproducción.

**1. Introducción.** Aunque las poblaciones susceptibles a enfermedades tienen un carácter heterogéneo debido a que los parámetros vitales y epidemiológicos de un individuo pueden depender de factores tales como el estado de la enfermedad, la posición en el espacio, la edad o la conducta, se asume que la población puede ser clasificada en sub-poblaciones homogéneas o compartimientos, de tal forma que tales parámetros pueden variar de un compartimiento a otro, pero son idénticos para los individuos de un mismo compartimiento. Los modelos tienen como base un sistema dinámico de ecuaciones diferenciales ordinarias, que describen de manera adecuada la evolución del número de individuos en cada compartimiento, tal como lo expone Van den Driessche [1].

Una cuestión importante que se investiga a través de los modelos de enfermedades infecciosas es la capacidad de estas de propagarse en la población. Teóricamente, muchos modelos epidemiológicos tienen un punto de Equilibrio Libre de la Enfermedad (ELE), en el

que la población permanece en ausencia de enfermedad. También, en los modelos existe un parámetro umbral conocido como el Número Básico de Reproducción  $R_0$ , que está definido como el número de infecciones secundarias producidas por un individuo infectado cuando es introducido en una población completamente susceptible durante el tiempo en que este individuo permanece infeccioso, ver lo expuesto por Watmaugh en [2] y Velazco en [3]. Se define que si  $R_0 < 1$ , entonces el ELE es localmente asintóticamente estable, pero, si  $R_0 > 1$ , entonces el ELE es inestable, y la enfermedad se puede propagar, tal como plantea en su artículo Hethcote [4]. Diekmann en [5] define el  $R_0$  como el radio espectral de la matriz de la próxima generación.

En este artículo se abordará el estudio dinámico de algunos modelos matemáticos planteados para enfermedades infecciosas partiendo del cálculo del parámetro  $R_0$ . Para esto se utilizará la metodología planteada por Watmaugh en [2], la cual se presenta en la Sección 2. Los casos seleccionados para su estudio (Validación de  $R_0$  y comportamiento dinámico de los sistemas) serán mostrados en la Sección 3. Finalmente, en la Sección 4 se hará una discusión acerca de los resultados obtenidos.

**2. Metodología.** Según lo propone Watmaugh en [5], la infección está dividida en  $n$  estados o compartimientos, se toma  $x(t)$  la población de vectores en cada estado, se asume que la población total es grande, y que el número de individuos infectados es pequeño, de tal forma que se puede decir que el número de hospedadores susceptibles es básicamente constante y viene dado por.

$$x'(t) = Fx(t) - Vx(t), \quad (1)$$

Las entradas  $(i,j)$  de la matriz de transición  $V$  son la rata de individuos del estado  $j$  en progreso al estado  $i$ . Las entradas  $(i,j)$  de la matriz de infección  $F$  es el número de nuevas infecciones en el estado  $j$  causadas por contactos con individuos enfermos del estado  $i$ . Las entradas  $(i,j)$  de la matriz de próxima generación  $K = FV^{-1}$  es el número esperado de infecciones secundarias producidas en los compartimientos  $i$  en un caso asociado inicialmente al compartimiento  $j$ .  $K$  tiene un autovalor positivo real, el cual es al menos mas grande en módulo que todos los otros autovalores de  $K$ . Este autovalor es el candidato lógico para ser el  $R_0$ .

### 3. Casos de estudio

**3.1. Modelo de la Enfermedad del Chagas.** Este modelo está basado en el propuesto por Das y Mukherjee en [6], considera el efecto de la transmisión del vector como un opuesto a la transmisión horizontal por transfusión de sangre, y además el efecto de dos estados infecciosos llamados agudos y crónicos.

Sistema de Ecuaciones Diferenciales:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} a(t) &= \alpha v(t) (1 - a(t) - c(t)) - \frac{\varepsilon a(t) \alpha v(t)}{h + v(t)} - m a(t) \\ \frac{d}{dt} c(t) &= \frac{\varepsilon a(t) \alpha v(t)}{h + v(t)} - m c(t) \\ \frac{d}{dt} v(t) &= (1 - v(t)) (b_0 a(t) + b_1 c(t)) - d v(t) \end{aligned} \quad (2)$$

Los compartimientos son:  $a(t)$ = individuos en fase aguda;  $c(t)$ = individuos en fase crónica;  $v(t)$ = proporción de vectores infectados. Los otros parámetros del modelo son  $\eta$ = número de "picadas" por vector por hospedador por unidad de tiempo;  $\gamma$ = proporción de "picadas" que aumentan la infección;  $\xi$ = radio entre el número de vectores y el número de hospedadores;  $\delta_i$ = proporción de "picadas" de vectores susceptibles en huéspedes agudos y crónicos que resultan

en infecciones para el vector,  $i = 0,1$ ;  $\alpha = \eta \cdot \gamma \cdot \xi$ ;  $b_i = \eta \cdot \delta_i$ ;  $\frac{\varepsilon \cdot \alpha \cdot v}{h + v}$  = proporción de paso de individuos infectados de agudos a crónicos;  $\varepsilon$  = coeficiente de transmisión;  $h$  = constante de saturación media;  $m$  = rata de mortalidad per cápita de hospedadores;  $d$  = rata de mortalidad per cápita de vectores.

Para el presente caso, se puede afirmar que las matrices  $F$ ,  $V$  y  $K = FV^{-1}$  vienen dadas por:

$$F := \begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 \\ b_0 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad V := \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix} \quad K := \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\alpha}{d} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{b_0}{m} & \frac{b_1}{m} & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

El  $R_0$  viene dado por el siguiente autovalor de  $K$ :

$$R_0 := \sqrt{\frac{b_0 \alpha}{m d}} \quad (4)$$

Asumiendo valores para el grupo de parámetros se obtiene un  $R_0$  de 0,9949874371 ( $b_0 = 2$ ,  $\alpha = 0.495$ ,  $m = 1$ ,  $d = 1$ ) y de 1,004987562 ( $b_0 = 2$ ,  $\alpha = 0.505$ ,  $m = 1$ ,  $d = 1$ ). En la Figura 1, se presentan las graficas de  $a(t)$ ,  $c(t)$  y  $v(t)$  para ambos casos, asumiendo  $a(0) = 0.1$ ,  $c(0) = 0.05$  y  $v(t) = 0.05$  de la población total.

**3.2. Modelo de Leishmaniasis Cutánea Americana.** Se presenta el modelo propuesto por Chaves-Hernández en [7], donde se asumen tres compartimientos de individuos infectados: los hospedadores incidentales  $H(t)$ , los hospedadores reservorio  $R(t)$  y los vectores  $V(t)$ .

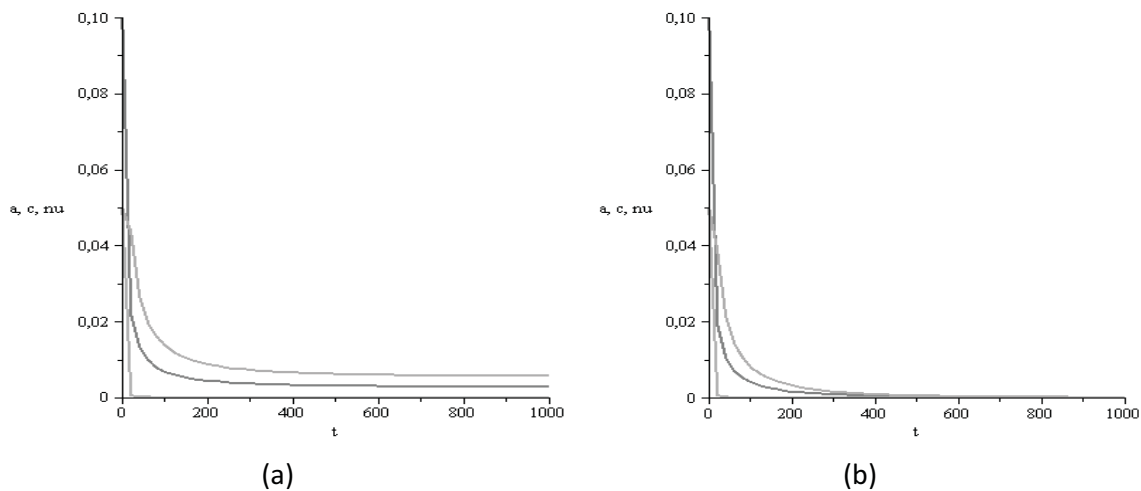


Figura 1. Comportamiento de la población infecciosa de  $a(t)$ ,  $c(t)$  y  $v(t)$ , para (a)  $R_0 < 1$  y (b)  $R_0 > 1$ , para el Modelo del Caso de Estudio 3.1

A continuación las ecuaciones diferenciales de este modelo:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} H(t) &= \beta_H V(t) (A - H(t)) - \gamma_H H(t) \\
 \frac{d}{dt} R(t) &= \beta_R V(t) (B - R(t)) - \gamma_R R(t) \\
 \frac{d}{dt} V(t) &= \beta_R R(t) (C - V(t)) - \mu V(t)
 \end{aligned} \tag{5}$$

Para este caso, se puede afirmar que las matrices  $F$ ,  $V$  y  $K = FV^{-1}$  vienen dadas por:

$$F := \begin{bmatrix} 0 & 0 & \beta_H A \\ 0 & 0 & \beta_R B \\ 0 & \beta_R C & 0 \end{bmatrix} \quad V := \begin{bmatrix} \gamma_H & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_R & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad K := \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\beta_H A}{\mu} \\ 0 & 0 & \frac{\beta_R B}{\mu} \\ 0 & \frac{\beta_R C}{\gamma_R} & 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Y el  $R_0$  viene dado por el siguiente autovalor de  $K$ :

$$R_0 := \sqrt{\frac{BC}{\gamma_R \mu}} \beta_R \tag{7}$$

**3.3. Modelo de la dinámica de fumar en la población hispana.** Guerrero en [8] desarrolló un modelo matemático para cuantificar el impacto de la ley española del libre fumar en el año 2006.

Sistema de Ecuaciones Diferenciales:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} n(t) &= \mu (1 - n(t)) - \beta n(t) (f(t) + f_c(t)) \\
 \frac{d}{dt} f(t) &= \beta n(t) (f(t) + f_c(t)) + \rho e(t) + \alpha f_c(t) - (\chi + \lambda \\
 &\quad + \mu) f(t) \\
 \frac{d}{dt} f_c(t) &= \chi f(t) - (\alpha + \delta + \mu) f_c(t) \\
 \frac{d}{dt} e(t) &= \lambda f(t) + \delta f_c(t) - (\rho + \mu) e(t)
 \end{aligned} \tag{8}$$

Donde la población española entre 16-65 años fue clasificada en 4 compartimientos:  $n(t)$ : proporción de no fumadores,  $f(t)$ : fumadores normales,  $f_c(t)$ : fumadores excesivos y  $e(t)$ : ex-fumadores. Los otros parámetros en el modelo son:  $\mu$ : Tasa de nacimiento en España,  $\beta$ : Rata de transmisión debida a la presión social por adoptar el hábito de fumar,  $\rho$ : Rata en la cual los

ex-fumadores retornan a fumadores,  $\alpha$ : Rata en la cual los fumadores excesivos se convierten en fumadores normales por disminución del número de cigarrillos por día,  $\chi$ : Rata en la cual los fumadores normales se convierten en fumadores excesivos por incremento del número de cigarrillos por día,  $\lambda$ : Rata en la cual los fumadores normales paran de fumar,  $\delta$ : Rata en la cual los fumadores excesivos paran de fumar, se asume una población constante y normalizada a la unidad, de tal manera que:  $n(t) + f(t) + f_c(t) + e(t) = 1$

En el ELE (1,0,0,0), se puede afirmar que las matrices  $F$ ,  $V$  y  $K = FV^{-1}$  vienen dadas por:

$$F := \begin{bmatrix} \beta & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad V := \begin{bmatrix} \lambda + \mu & 0 & -\rho \\ 0 & \delta + \mu & 0 \\ -\lambda & -\delta & \rho + \mu \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{\beta(\rho + \mu)}{(\lambda + \rho + \mu)\mu} & \frac{\beta\rho\delta}{\mu(\lambda\delta + \lambda\mu + \rho\delta + \mu\delta + \mu\rho + \mu^2)} + \frac{\beta}{\delta + \mu} & \frac{\beta\rho}{(\lambda + \rho + \mu)\mu} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Por lo que el  $R_0$  viene dado por el siguiente autovalor de  $K$ :

$$R_0 := \frac{\beta(\rho + \mu)}{(\lambda + \rho + \mu)\mu} \quad (10)$$

**4. Discusión.** El estudio de la moderna teoría de la dinámica de transmisión de enfermedades por medio de modelos matemáticos determinísticos ha tenido un desarrollo muy amplio en los últimos años, demostrando ser una valiosa herramienta para entender los patrones y procesos epidemiológicos, teniendo como condición que estos modelos sean lo suficientemente reales y que estén basados en el conocimiento biológico de los fenómenos en cuestión. En este trabajo se han presentado los siguientes aportes:

- Demostración mediante computación simbólica (MAPLE) de la validez de una metodología propuesta por varios autores [1], [2], para el estudio de modelos matemáticos de enfermedades de diversas naturaleza. Las corridas de resultados de manera similar al primer caso para el segundo y tercer modelo son de sencilla verificación mediante estas herramientas.
- Presentación del Número Básico de Reproducción  $R_0$  como un parámetro umbral clave para determinar el estado de propagación de una enfermedad en un momento dado.

La utilidad de la comprensión de estos conocimientos es de un papel muy importante en el estudio de la infectología y en el adecuado diseño de estrategias de vacunación

**5. Referencias**

[1] Van den Driessche, P., Watmough, James. Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical Biosciences* , 180:29–48, 2002.

[2] Watmough, James. Computation of the basic reproduction number. Summer School on Mathematical Modelling of infectious diseases. pp. 1-10, Universidad of Alberta, 2008

[3] Velazco Hernández, Jorge X, Modelos matemáticos en epidemiología: enfoques y alcances, *Miscelánea Matemática*, 44, p.p. 11-27, 2007

[4] Hethcote, HW, The Mathematics of Infectious Diseases. SIAM REVIEW 2000; 42: 599-653.

[5] Diekmann, O., Heesterbeek, J.A.P., Metz, J.A.J., On the definition and the computation of the basic reproduction ratio  $R_0$  in models for infectious diseases in heterogeneous populations, J. Math. Biol. 28 (1990) 365.

[6] Das, Prasenjit, Mukherjee, Debasis. Qualitative study of a model of Chagas' disease. Mathematical and Computer Modelling, 43, p.p. 413-422, 2006

[7] Chaves, Luís Fernando, Hernández, María Josefina. Mathematical modelling of American Cutaneous Leishmaniasis: incidental hosts and thresholds conditions for infection persistence. Acta Trópica, 92, p.p. 245-252, 2004.

[8] Guerrero, Francisco, A Nonstandard Finite Difference numerical scheme applied to a dynamic model of the prevalence of smoking in Spanish population, Journal of Difference Equations and Applications, p.p. 1-18, 2011.

## SURVIVAL STATISTICS IN AN ACTIVATOR-REPRESOR GENETIC CIRCUIT

**Gioconda C. Herrera Almarza**

*herreragioconda@gmail.com*

Department of Mathematics and Stochastic Dynamics Lab., Center for Physics, Venezuelan Institute for Scientific Research, Caracas 1020A, Venezuela

**Juan Luis Cabrera**

*juluisca@gmail.com*

Stochastic Dynamics Lab., Center for Physics, Venezuelan Institute for Scientific Research, Caracas 1020A, Venezuela

**Abstract.** Gene transcriptional regulatory circuits determine the dynamics of a genetic system. In this work we study a mathematical model of a genetic circuit with positive and negative feedback loops and analyze the survival function of noise assisted transiently stabilized unstable states of functional importance at the cellular context. We found this observable share characteristic with those observed for the stick balancing paradigm..

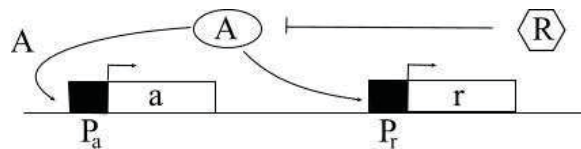
**Keywords:** Genetic circuits, Biomathematics, Weibul survival function

### 1. INTRODUCTION

Gene transcriptional regulatory circuits or genetic circuits are clusters of genes with functional identity impacting on the expression of other genes through inducible transcription factors and cis-regulatory elements. These circuits determine the dynamics of a genetic system.

<sup>o</sup> Corresponding author.

A cis-regulatory element or cis-element is a region of DNA or RNA that regulates the expression of genes located on that same molecule of DNA.



**Figure 1** - Schematic representation of an activator-repressor genetic circuit.

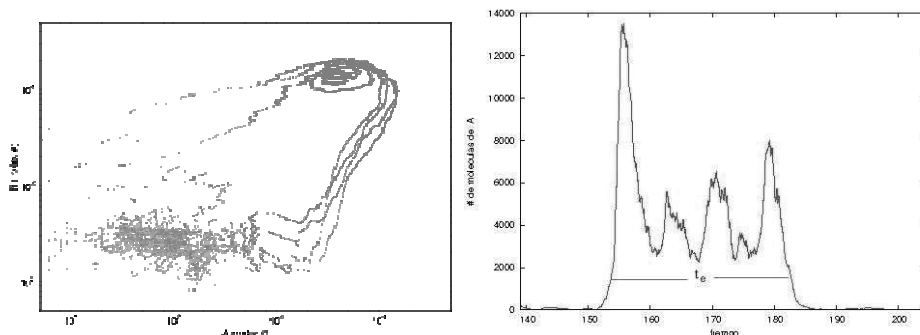
Understanding of genetic regulatory circuits are key to understand crucial biological functions. As happens with electronic circuits genetic regulatory circuits can be modeled mathematically. We deal with a mathematical model for a particular genetic circuit and focus our attention in the characterization of certain statistical outcomes of importance for the mathematical modeling of important biological processes. In particular we consider a genetic circuit with positive and negative feedback loops. This type of circuit typically support various nonlinear dynamic behaviors [1]. This circuit topology is common among genetic oscillators, such as cell cycle and circadian clocks [2]. Additionally, transient cellular processes such as cell membrane polarization in neurons [3], yeast [4], and differentiation in bacteria [5] are also controlled by genetic circuits that are similar in architecture. Because of its notorious importance in this paper we study the survival function of a genetic circuit with positive and negative feedback loops. It is numerically implemented with the Gillespie's algorithm.

## 2. GENETIC CIRCUITS

A genetic circuits with positive and negative feedback loops is depicted in Figure 1. This activator-repressor circuit is composed by: a promoter element ( $P_a$ ) that expresses a transcription factor ( $A$ ) that can activate both its own promoter ( $P_a$ ) and the promoter of a repressor ( $P_r$ ). The repressor protein ( $R$ ) can inhibit the activity of the transcription factor ( $A$ ) by targeting it for degradation. The activator autoregulation forms a positive feedback loop whereas the activation of the repressor ( $R$ ) and the consecutive inhibition of the activator molecule ( $A$ ) establish a net negative feedback loop. A set of equations that describe the architecture of the activator-repressor circuit shown in Figure 1 is the following [7]:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= \alpha_a + \frac{\beta_a A^n}{k_a^n + A^n} - \delta AR - \lambda_a A \\ \frac{dR}{dt} &= \alpha_r + \frac{\beta_r A^p}{k_r^n + A^p} - \lambda_r R \end{aligned} \quad (1)$$

Here, the terms,



**Figure 2** - a) The system state circulate around an unstable point in an orbit located at the superior right corner of the phase plane. Here  $k_r = 0.14$ . b) Time series showing transients pulses of high activator activity. Here the protein “a” is trapped at the unstable point for a while and then escapes at time  $t_e$ .



$$f(A, k_2, k_a, n) = \frac{k_2 A^n}{k_a^n + A^n}, g(A, k_4, k_r, p) = \frac{k_4 A^p}{k_r^p + A^p}, \quad (2)$$

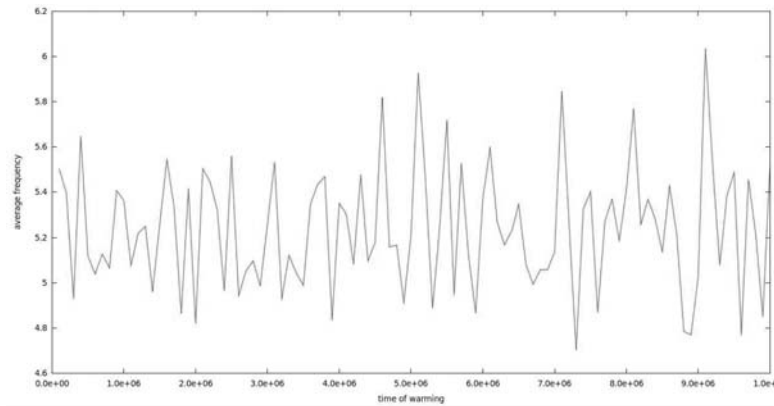
represent a Hill functions describing a degree of cooperativity in a non-Michaelis-Menten kinetics. The interpretation of these equations is as follows: both species are assumed to be expressed at a basal rate given by  $\alpha_a$  and  $\alpha_r$  and to degrade at constant rates  $\lambda_a$  and  $\lambda_r$ , respectively. Regulated expression of A and R is controlled by the Hill functions with strengths  $\beta_a$  and  $\beta_r$  and rescaled Michaelis constants  $k_a$  and  $k_r$ , respectively. Finally, repression of A by R is represented by the third term in the right-hand side of the equation, and is controlled by the parameter  $\delta$ . These parameters are related with the reaction rates as follows:

$$\begin{aligned} \alpha_a &= \frac{k_1 k_5}{k_8}, & \beta_a &= \frac{k_2 k_5}{k_8}, & \alpha_r &= \frac{k_3 k_6}{k_9}, & \beta_r &= \frac{k_4 k_6}{k_9} \\ \delta &= k_7, & \lambda_a &= k_{10}, & \lambda_r &= k_{11} \end{aligned} \quad (3)$$

### 3. GILLESPIE'S ALGORITHM

We analyze numerically the dynamical behavior of the proposed genetic circuit using the Gillespie method. This algorithm is based on the fact that a chemical reaction occurs whenever two or more molecules of appropriate type collide in an appropriate way. The stochastic formulation of chemical kinetics is simply a consequence of considering the fact that collisions in a system of molecules in thermal equilibrium occur essentially in a random manner. If we consider a volume  $V$  containing a spatially homogeneous or thermally balanced mixture of  $X_i$  molecules of chemical species  $S_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) and these  $N$  species can interact through of  $M$  channels of specific chemical reactions  $R_\mu$  ( $\mu = 1, \dots, M$ ) and, that the system is on the state  $(X_1, X_2, \dots, X_N)$  at time  $t$ , then to obtain the time evolution of the system we just need to answer the

A promoter is a region of DNA that facilitates the transcription of a particular gene.



**Figure 3** - Mean oscillation period as a function of the warming time for  $k_r = 0.14$ .

following questions: i) when will the next reaction occur and, ii) what kind of reaction will it be? Because of the stochastic nature of the chemical reactions these questions are answered in a

probabilistic sense. Therefore, Let be the function  $P(\tau, \mu)$  defined as the probability that, given the state  $(X_1, X_2, \dots, X_N)$  at time  $t$ , the next reaction  $R_\mu$  occur in the infinitesimal time interval  $(t+\tau, t+\tau+d\tau)$ . Note that  $0 < \tau < \infty$  is continuous variable and that  $\mu \in \{1, 2, \dots, M\}$  is a discrete one. The values of these variables would provide the answers to the questions mentioned above. It is possible to show (see details in [6]) that the required probability function is given by:

$$P(\tau, \mu) = \begin{cases} a_\mu \exp(-a_0 \tau) & \text{if } 0 \leq \tau < \infty \text{ and } \mu = 1, 2, \dots, M \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

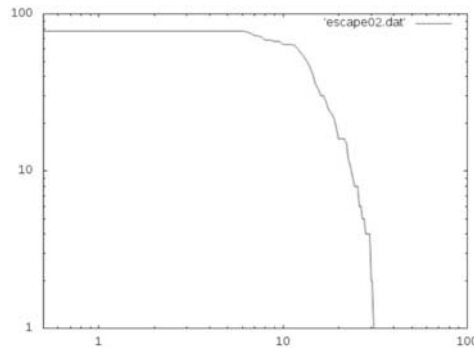
In this expression,

$$a_\mu = h_\mu c_\mu \quad (\mu = 1, \dots, M), \quad a_0 = \sum_{v=1}^M h_v c_v, \quad (5)$$

and  $h_\mu$  is the number of different molecular reactant combinations available in the state  $X$  and  $c_\mu dt$  is the average probability that a particular combination of reactant molecules will react accordingly in the next infinitesimal time interval  $dt$ . Given two uniformly distributed random numbers,  $r_1$  and  $r_2$ , it is possible to show that a reaction  $R_\mu$  will occur at time in a time span  $\tau$  accordingly to the equations [6]

$$\tau = \left(\frac{1}{a_0}\right) \log\left(\frac{1}{r_1}\right)$$

and



**Figure 4.** Survival function behavior for warming time 500000 steps and  $kr = 0.1$ .

$$\sum_{v=1}^{\mu-1} a_v < r_2 a_0 \leq \sum_{v=1}^{\mu} a_v \quad (6)$$

The Gillespie algorithm can be implemented as follows:

Step 0 (Initialization). Start establishing the  $M$  reaction constants values ( $c_1, \dots, c_M$ ) and the  $N$  initial molecular population levels ( $X_1, X_2, \dots, X_N$ ). The time variable,  $t$ , and the reaction counter,  $n$ , are both set to zero. A uniform random number generator on the unit interval is initialized.

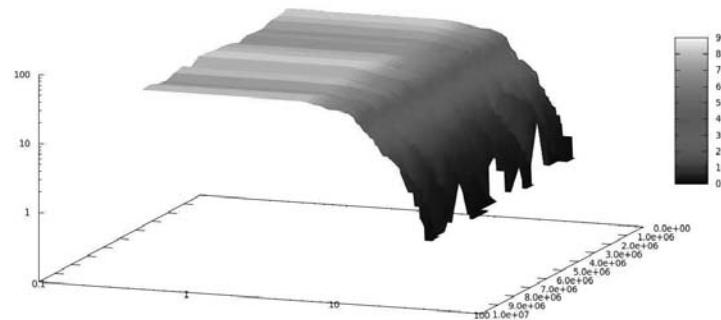
Step 1. For the current molecular population levels the  $M$  quantities,  $a_1 = h_1 c_1, \dots, a_M = h_M c_M$ , are calculated and stored. Calculate and store the sum of the  $M$  values of  $a_i$ .

Step 2. Generate two uniform random numbers  $r_1$  and  $r_2$  and proceed to calculate  $\tau$  and  $\mu$  as prescribed above.

Step 3. Using the obtained values of  $\tau$  and  $\mu$  obtained in step 2, increase  $t$  by  $\tau$ , and adjust the molecular population levels to reflect the occurrence of reaction  $R_\mu$ . Return to step 1.

#### 4. SURVIVAL STATISTICS

The analysis of the isoclines of the mathematical model describing the Activator-Repressor system given by Eq (1) shows that the excitable regime has three fixed points, two of which are unstable. A perturbation allows the system to escape from the stable state describing a transient trajectory around the unstable fixed points (see details in [7]) (Figure 2a). This behavior is translated to a temporal series showing transients pulses of high activity for both activator (A) and repressor (R) molecules. An example of this behavior is



**Figure 5.** Survival function obtained with different warming times.

shown in Fig. 2b for the case of activator molecules. This fluctuation shows a strong periodic component that can be easily determined. In Figure 3 we show that the mean oscillation period depends on the warming time -defined as the number of steps iterated before allowing system (1) to evolve- of the Gillespie algorithm. This period seems to fluctuate around 5.2-5.4 hours. The fluctuations shown by the A-R system constitute a minimal mechanism for a genetic circuit to function as a timer that could be used in the engineering of synthetic circuits [7]. In such a context a magnitude of interest is the time spent by the system in the transiently stabilized unstable state given that this time is an important characteristic of the simulated transient cellular processes. From now on we are going to denote this quantity by  $t_e$ , the escape time. A first approach to the study of the escape time corresponds to analyze its survival function,  $P(t_e > t)$ , estimating the escape or survival time for an ensemble of “balanced” transient unstable states, i.e., measuring the set of escape times  $\{t_{e1}, t_{e2}, \dots, t_{eN}\}$ . With this set the survival function can be built by calculating the fraction of states that are still balancing after a time  $t$ . An example of the result obtained following this procedure is shown in Figure 4. Surprisingly the survival function follows the same behavior as that observed for the transient stabilization of quite different

unstable systems as in the case of stick balancing . Such a similitude was already conjectured in [8] where antagonistic dynamics was presented as an hypothetical underlying mechanism shared in complex dynamics. This findings support such advanced consideration.

From a simulation point of view seems interesting to further consider how the survival function could be affected by the warming time of the Gillespie algorithm. Results for this study are shown in Figure 5. From this calculations seems clear that the overall shape of the survival function do not depends on the warming time.

## 5. CONCLUSIONS

A main outcome of our numerical explorations concerns the shape of the survival function for noise assisted transitorily stabilized unstable states of a genetic circuit of biological relevance. We have shown that the escapes times from the unstable states, i.e, the duration of the noise induced oscillatory behavior follows the same dependence as the one characterizing stick balancing. In that case we are dealing with a Weibul distribution which characterize failure process [8]. This finding is a reflect of the antagonistic dynamics in the AR genetic circuit which may have profound consequences at the level of biological functionality.

## 6. REFERENCES

- [1].Vilar, J.M. et al. Mechanisms of noise-resistance in genetic oscillators. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, vol. 99, n. 9, pp. 5988-5992, 2002.
- [2].Biondi, E.G. et al., Regulation of the bacterial cell cycle by an integrated genetic circuit. Nature , vol. 444, n. 7121, pp. 899-904, 2006.
- [3].Keener J, Mathematical Physiology, Springer, 1998.
- [4].Ozbudak, E. M., Becskei, A. van Oudenaarden, A., A system of counteracting feedback loops regulates Cdc42p activity during spontaneous cell polarization, Dev. Cell , vol. 9, n. 4, pp. 565-571, 2005.
- [5].G.M. Suel, et al. An excitable gene regulatory circuit induces transient cellular differentiation. Nature, vol. 440, n. 7083, pp. 545-550, 2006.
- [6].Gillespie, D. T., Exact stochastic simulation of coupled chemical reactions. J. Phys. Chem., vol. 81, n. 25, pp. 2340-2361, 1977.
- [7].Turcotte, M., Garcia-Ojalvo, J. & Suel G. M., A genetic timer through noise-induced stabilization of an unstable state, Proc. Natl. Acad. Sci. USA, vol. 105, n.41, pp. 15732-15737, 2008.
- [8].Cabrera, J.L., Controlling instability with delayed antagonistic stochastic dynamics, *Physica A*, vol. 356, n. 1, pp. 25-30, 2005.

## SEGMENTACIÓN DE LOS VENTRÍCULOS CARDIACOS, EN IMÁGENES DE TOMOGRAFÍA, USANDO REALCE POR SIMILARIDAD Y CRECIMIENTO DE REGIONES

**Miguel Vera**

**Rubén Medina**

*veramig@gmail.com*

*rmedina@ula.ve*

Grupo de Ingeniería Biomédica (GIBULA), Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

**Antonio Bravo**

**Francisco Durán**

*antonio.j.bravo@gmail.com*

*fduran@ula.ve*

Grupo de Bioingeniería, Decanato de Investigación, Universidad Nacional Experimental del Táchira, San Cristóbal, Venezuela.

Centro de Microscopía Electrónica "Dr. Ernesto Palacios Priú", Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

**Abstract.** *El objetivo de este trabajo fue desarrollar un método para la segmentación 3-D de los ventrículos cardiacos en imágenes de tomografía computarizada multicapa. El referido método se estructuró en tres fases. En la primera, se excluyeron ciertas estructuras anatómicas colocando un plano entre los ventrículos y las aurículas. En la segunda, se aplicó un realce por similitud basado en los filtros: promediador, Gaussiano y morfológicos (dilatación, erosión y black top hat). En la última fase, los ventrículos fueron segmentados aplicando la técnica de crecimiento de regiones. Esta técnica fue inicializada con un voxel semilla ubicado en cada ventrículo. La posición de las semillas se obtuvo usando máquinas de soporte vectorial de mínimos cuadrados. Estas semillas vienen dadas por marcadores detectados en base a atributos. Estos atributos son calculados sobre vecindades circulares ubicadas en los centroides de cada ventrículo. La validación del algoritmo se realizó usando seis bases de datos sintéticos en las que se simuló el ruido Poisson y los artefactos presentes en bases de tomografía cardiaca y dos bases cardiacas reales para las cuales se compararon las segmentaciones automáticas con las generadas manualmente por un cardiólogo. El coeficiente de Dice y los errores de área y contorno fueron utilizados para determinar la calidad de la segmentación. Los resultados obtenidos revelan el buen desempeño del método desarrollado.*

**Key words:** Ventrículos, similitud, máquinas de soporte vectorial, segmentación.

## 1. Introducción

La Tomografía Computarizada MultiCapa (MSCT) es una técnica que utiliza rayos  $x$  para generar imágenes del corazón y de los grandes vasos. Además fusionando estas imágenes mediante técnicas de reconstrucción se pueden crear modelos 3-D del corazón. En MSCT cardiaca durante la fase de adquisición ocurre la contaminación de las imágenes con ruido Poisson debido a la emisión de fotones de la fuente de rayos  $x$  [1]. También se generan los artefactos **streaks** producido por el paso de rayos  $x$  a través de estructuras que contienen hueso o medios de contraste y **stairstep** generado durante la reconstrucción debido a una selección errónea de la fase de disparo del ECG o a un solapamiento de las imágenes [2]. La figura 1 muestra estos artefactos en imágenes de MSCT.

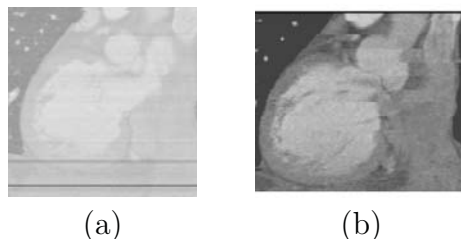


Figura 1: Vista coronal de los artefactos presentes en bases de MSCT cardiaca: (a) Streaks. (b) Stairstep.

Por otra parte, las enfermedades cardiovasculares son la primera causa de muerte en el mundo occidental y provocan la mitad de las muertes en Europa [3]. Por esta razón el monitoreo de la función cardiovascular es de vital importancia en el diagnóstico y tratamiento de este tipo de enfermedades. Adicionalmente, para cuantificar la función cardiovascular se debe obtener la morfología de los ventrículos del corazón empleando técnicas de segmentación.

Diversos investigadores han propuesto una variedad de técnicas para la segmentación de las estructuras cardiacas. Así, Zheng et al. [4], proponen un método de segmentación de las cámaras cardiacas en imágenes de MSCT. Para ello, emplean un atlas combinado con una metodología de clasificación supervisada basada en aprendizaje en espacios marginales. Este método está estructurado en tres fases: localización de las cavidades cardiacas, estimación de la pose del corazón y delimitación de los contornos. Este método es aplicado a 137 bases de tomografía cardiaca. El máximo error punto-superficie fue de  $1.57 \pm 0.48$  mm.

Kirisli et al. [5], presentaron un algoritmo guiado por multi-atlas para segmentar las cuatro cavidades cardiacas en imágenes de tomografía. La robustez de este algoritmo se verificó sobre 243 bases de datos de validación. El coeficiente de Dice reportado fue de  $0.94 \pm 0.01$  para el ventrículo izquierdo (LV) y de  $0.89 \pm 0.01$  para el ventrículo derecho.

La presente investigación es una extensión del trabajo desarrollado en [6]. Los aportes son:

a) Validación del algoritmo propuesto utilizando seis bases sintéticas. En estas bases se recreó el ruido Poisson y los artefactos ya descritos, y se simuló la pared del LV y el miocardio mediante conos. Estos conos fueron generados luego de analizar bases reales de tomografía cardiaca.

b) Incorporación de una máquina de soporte vectorial de mínimos cuadrados, **basada en atributos**, para detectar la posición de los voxels semilla requeridos para segmentar los ventrículos presentes en imágenes de tomografía cardiaca.

## 2. Metodología

### 2.1. Descripción de las bases de datos

Las bases de **datos reales de MSCT** utilizadas están conformadas por 20 volúmenes que contienen información anatómica cardíaca 4D, 3D + tiempo, para un ciclo cardíaco completo y fueron adquiridas en sincronización con la onda R de la señal electrocardiográfica. Cada volumen está constituido por 325 imágenes con voxeles de tamaño:  $0.4882 \text{ mm} \times 0.4882 \text{ mm} \times 0.625 \text{ mm}$ . Cada imagen tiene una resolución espacial de  $512 \times 512$  pixeles y fueron muestreadas a 12 bits por pixel.

El ruido y los artefactos, presentes en tomografía cardíaca, fueron recreados en **bases sintéticas**. En ellas el miocardio y la pared del LV fueron simuladas por un cono interno y otro externo, respectivamente. Las bases **Doble cono** fueron generadas como se describe a continuación:

- **Doble cono original:** consistió en la integración de un cono interno y otro externo en un solo volumen de tamaño  $256 \times 256 \times 50$  voxeles. Estos conos se construyeron usando capas circulares concéntricas con radios que variaron de 11 a 60 pixeles (cono interno) y de 51 a 100 pixeles (cono externo). El nivel de gris (NG) de las capas del **Cono interno** fue 1500; mientras que el del **Cono externo** fue de 1000. El NG del manto del Cono interno se obtuvo al promediar 1500 y 1000; mientras que el NG del manto externo se obtuvo al promediar 1000 y 0 (0 es el NG del fondo de cada imagen). La representación binaria del **cono interno** servirá como ground truth para validar las segmentaciones de las bases **Doble cono**.
- **Doble cono con artefacto streaks:** este artefacto fue simulado disminuyendo en un valor de 250 el nivel de gris de las capas 10 y 40 en ambos conos.
- **Doble cono con artefacto staircase:** se originó alterando las coordenadas del centro de varias capas tanto en el cono interno como en el cono externo.
- **Doble cono con ambos artefactos :** se construyó incorporando al Doble cono original los artefactos ya mencionados.
- **Doble cono con ruido Poisson:** se contaminó el Doble cono original con ruido Poisson usando el algoritmo propuesto por Devroye [7].
- **Doble cono mixto:** se construyó un doble cono incorporando al Doble cono original el ruido Poisson y los artefactos. La figura 2 muestra vistas coronales de todas estas bases.

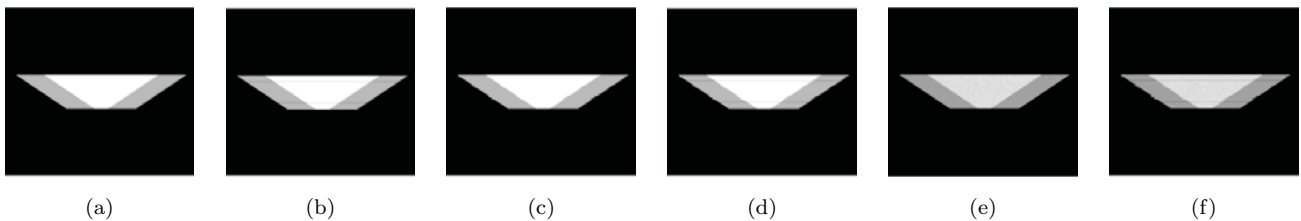


Figura 2: Vista coronal para bases Doble cono: (a) Original. (b) Streaks. (c) Stairstep. (d) Dos artefactos. (e) Poisson. (f) Mixto.

## 2.2. Preprocesamiento

Debido a la similitud de intensidades que presentan los ventrículos y aurículas cardiacas se utilizó un plano, ubicado de acuerdo al procedimiento descrito en [6], de tal forma que esas estructuras quedaran separadas apropiadamente.

Para minimizar los efectos del ruido Poisson y de los artefactos ya descritos las bases de datos fueron procesadas, de manera independiente, con suavizado Gaussiano, realce por similaridad y filtraje de difusión anisotrópica.

Para el realce por similaridad se requiere de dos volúmenes que representan versiones suavizadas del volumen de entrada. Uno de estos volúmenes se obtiene aplicando un filtro promediador sobre el volumen de entrada. El otro volumen requerido se denomina black top hat y se obtiene filtrando el volumen de entrada mediante la combinación de los filtros: Gaussiano, dilatación y erosión. En [6] se describe cada uno de estos filtros. Un volumen de similaridad es calculado mediante la suma de las diferencias cuadráticas, intra e inter volumétrica, de los vecinos directos del voxel analizado. Este volumen es procesado con un filtro Gaussiano generando un volumen suavizado ( $\mathbf{S}$ ) en el que se preservan los bordes y se realza la información interna a ellos.

## 2.3. Segmentación

Para realizar la segmentación 3-D de las bases de datos filtradas se utilizó crecimiento de regiones [4]. La *semilla* para las bases de datos sintéticas fue ubicada en la posición (128, 128, 25); mientras que en la base MSCT la ubicación de las *semillas* para la segmentación de los ventrículos fue calculada usando una máquina de soporte vectorial de mínimos cuadrados (LSSVM) [8].

El conjunto de imágenes de entrenamiento consistió del 20% de las imágenes que componen el volumen  $\mathbf{S}$ . El entrenamiento se hizo en función de dos clases denominadas marcadores y no marcadores. Los marcadores se obtienen haciendo coincidir el centroide de cada ventrículo, presente en las imágenes de entrenamiento, con el centro de una vecindad circular de radio 10 píxeles que luego es vectorizada. Para estas vecindades vectorizadas se calculan los atributos: media ( $\mu$ ), varianza ( $\sigma^2$ ), desviación estándar ( $\sigma$ ) y mediana ( $me$ ). Así, cada marcador se describe mediante un vector de atributos dado por:  $\mathbf{V}_a = [ \mu, \sigma^2, \sigma, me ]$ . Por otra parte, los no marcadores son representados por vectores  $\mathbf{V}_a$  cuantificados en vecindades circulares, seleccionadas en las imágenes de entrenamiento, que no contienen información acerca del centroide de cada ventrículo.

Los vectores soporte generados en el entrenamiento definen la superficie de decisión que clasifica los patrones presentados a la entrada de la LSSVM en la fase de validación. En esta fase no se detectaron falsos positivos ni negativos debido a que las LSSVM operaron sobre el volumen  $\mathbf{S}$  el cual está fuertemente preprocesado. Ello permitió obtener una tasa de aciertos del 100%. Por último, si un vector de atributos es identificado como marcador, el centro de la vecindad circular a la cual pertenece tal vector se hace corresponder con su posición en la imagen original, obteniéndose así la localización de la semilla para cada ventrículo.

## 3. Validación

La calidad del proceso de segmentación fue cuantificada usando como métricas el coeficiente de Dice y los errores de área y contorno. Las ecuaciones que rigen estas métricas se presentan en [6].



## 4. Resultados

### 4.1. Resultados para las bases de datos sintéticas

El Cuadro 1 presenta los resultados obtenidos al calcular las métricas que determinan el desempeño de los filtros respecto al proceso de segmentación de las 6 bases **Doble cono**. Al analizar las columnas denominadas Streaks y Ambos artefactos, se observan valores elevados que son el reflejo de segmentaciones de baja calidad. No obstante, se puede afirmar que el filtro anisotrópico se impuso a las otras dos técnicas al procesar estas dos bases. Adicionalmente, el análisis de la columna denominada Stairstep revela que el filtro anisotrópico superó a los otros dos filtros al procesar esta base de datos.

Cuadro 1: Métricas para las bases **Doble cono**: Coeficiente de Dice (CD), Error de Área [EA (%)] y Contorno [EC (%)].

Filtro	Streaks			Stairstep			Ambos artefactos			Poisson			Mixto		
	EA	EC	CD	EA	EC	CD	EA	EC	CD	EA	EC	CD	EA	EC	CD
<i>Anisotrópico</i>	85.83	85.93	69.94	2.81	3.53	98.26	85.83	86.79	69.64	0.15	0.99	99.51	0.16	1.77	99.12
<i>Gausiano</i>	147.23	147.23	57.60	26.93	26.93	88.13	153.61	153.61	56.56	4.49	4.89	97.50	0.39	1.89	99.06
<i>Similaridad</i>	112.95	112.95	63.91	26.79	26.79	88.19	100.68	100.72	66.50	0.07	0.77	99.62	0.03	1.53	99.24

La figura 3 presenta vistas axiales de la superposición del **ground truth** y las **segmentaciones** obtenidas luego de procesar la base Doble cono mixto con las técnicas realce por similaridad, Gausiana y anisotrópica, respectivamente. En la mencionada figura se visualiza una alta correspondencia entre el ground truth y las segmentaciones obtenidas luego de aplicar las tres técnicas. De manera complementaria, al analizar las columnas denominadas Poisson y Mixto del Cuadro 1, se puede afirmar que las tres técnicas de filtraje permitieron generar resultados satisfactorios. También se puede apreciar que el realce por similaridad superó a las otras dos técnicas en el caso del Doble cono con ruido Poisson y el Doble cono mixto.

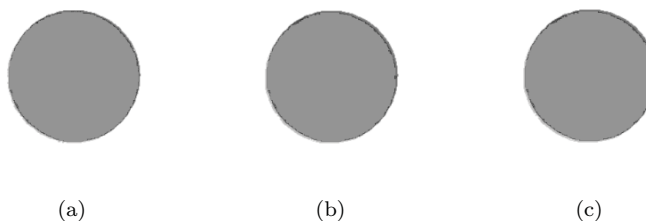


Figura 3: Base Doble cono mixto. Ground truth + segmentación obtenida luego de: (a) Similaridad. (b) Gausiano. (c) Anisotrópico.

### 4.2. Resultados para las bases de datos reales

Los resultados cuantitativos para la validación de la segmentación sobre datos reales fueron calculados en base a las segmentaciones manuales generadas por un cardiólogo y son presentados en el Cuadro 2. El error de área obtenido para la segmentación del LV, mediante el algoritmo desarrollado, supera al reportado en [9] el cual se ubica en  $4.75 \pm 0.01\%$ ; mientras que el coeficiente de **Dice** es similar al obtenido en [5].

Cuadro 2: Resultados cuantitativos para las Cavidades Ventriculares segmentadas.

	Error de Área (%)	Error de Contorno (%)	Coeficiente de Dice
	$\mu \pm \sigma$	$\mu \pm \sigma$	$\mu \pm \sigma$
<i>Ventrículo Izquierdo</i>	$0.72 \pm 0.66$	$11.94 \pm 0.27$	$0.91 \pm 0.03$
<i>Ventrículo Derecho</i>	$9.71 \pm 6.43$	$15.93 \pm 1.51$	$0.87 \pm 0.04$

## 5. Conclusiones

El realce por similaridad generó imágenes suavizadas en las que se preservaron los bordes y se realzó la información contenida dentro de ellos haciendo posible una adecuada segmentación de los ventrículos cardíacos. Además, el uso de atributos sobre el volumen de similaridad suavizado (**S**) permitió un desempeño excelente de la LSSVM en la detección de los marcadores necesarios para la exacta ubicación de los voxeles semilla que inician el proceso de segmentación.

El algoritmo desarrollado, basado en realce por similaridad y crecimiento de regiones, es robusto ante el ruido Poisson y los artefactos presentes en las bases procesadas.

Es necesaria una validación completa del algoritmo propuesto empleando un número importante de bases de datos e incorporando otras métricas.

## 6. Agradecimiento

Los autores agradecen a H. Le Breton y D. Boulmier del centro Cardio-Pneumológico, en Rennes-Francia, por suministrar las bases de MSCCT, así como al Decanato de Investigación de la Universidad Nacional Experimental del Táchira en Venezuela y al proyecto ECOS-NORD-FONACIT PI-20100000299 por el apoyo financiero.

## REFERENCIAS

- [1] A. Primak, C. McCollough, M. Bruesewitz, J. Zhang, J. Fletcher, Relationship between noise, dose, and pitch in cardiac multi-detector row ct, *Radiograph*. 26 (6) (2006) 1785–1794.
- [2] J. F. Barrett, N. Keat, Artifacts in ct: Recognition and avoidance, *Radiograph*. 24 (6) (2004) 1679–1691.
- [3] S. Allender, P. Scarborough, V. Peto, M. Rayner, J. Leal, R. Luengo, A. Gray, European cardiovascular disease statistics, Tech. Rep. Brussels, European Heart Network (2008).
- [4] Y. Zheng, A. Barbu, B. Georgescu, M. Scheuering, D. Comaniciu, Four-chamber heart modeling and automatic segmentation for 3-D cardiac ct volumes using marginal space learning and steerable features, *IEEE Trans. Med. Imag.* 27 (11) (2008) 1668–1681.
- [5] H. Kirisli, M. Schaap, S. Klein, L. Neefjes, W. Niessen, Fully automatic cardiac segmentation from 3d cta data: a multi-atlas based approach, in: *SPIE Med. Imag.*, 2010, pp. 305–309.
- [6] A. Bravo, M. Vera, M. Garreau, R. Medina, Three-dimensional segmentation of ventricular heart chambers from multi-slice computerized tomography: An hybrid approach, in: *DICTAP*, Dijon, France, 2011, pp. 287–301.
- [7] L. Devroye, *Non-Uniform Random Variate Generation*, Springer-Verlag, N.Y., USA, 1986.
- [8] J. Suykens, T. V. Gestel, J. D. Brabanter, *Least Squares Support Vector Machines*, World Scientific Publishing Co., UK, 2002.
- [9] B. Matuszewski, Y. Zhang, A. Histace, A fully automatic segmentation method for myocardial boundaries of left ventricle in tagged mr images, in: *22th Computer Assisted Radiology and Surgery (CARS) conference*, Berlin, Allemagne, 2009, pp. 43–46.

## REALCE Y VISUALIZACIÓN DE MICROCALCIFICACIONES EN MAMOGRAFÍAS DE MAMA DENSA

**CV. Ariza Marchán**

**RJ. Medina**

**F. Moreno**

*crissel.ariza@gmail.com*

*rmedina@ula.ve*

*fmoreno@ula.ve*

Grupo de Investigación de Ingeniería Biomédica (GIBULA), Universidad de Los Andes. Mérida-Venezuela.

**Resumen:** *La mamografía es una modalidad imagenológica basada en rayos X que permite visualizar la mama, siendo este el método más específico para la detección temprana de lesiones. Las mujeres con tejido denso (más tejido fibroglandular y menos tejido fibroadiposo), tienen un mayor riesgo de que el cáncer de mama pase desapercibido. El objetivo de este trabajo es realzar y visualizar microcalcificaciones en este tipo de tejido, a partir de mamografías. Las microcalcificaciones son depósitos de calcio que aparecen en la mama, se detectan en la mamografía como pequeños puntos radiopacos y son muy pequeñas para sentir las al tacto. Las imágenes mamográficas, fueron procesadas con diversas técnicas de realce como son: Ecuilización del Histograma, Negativo del Laplaciano, Ecuilización Local del Histograma, Transformada Wavelet, Erosión, obteniendo como resultado un realce significativo de las microcalcificaciones facilitando un mejor diagnóstico al médico especialista en Radiología. La validación del algoritmo se realiza considerando un grupo de pacientes con diagnóstico positivo y un grupo de control de sexo femenino con mamas densas normales.*

**Palabras Claves:** Ecuilización del Histograma, Negativo del Laplaciano, Ecuilización Local del Histograma, Transformada Wavelet, Erosión.

### 1. INTRODUCCIÓN

El Cáncer de Mama es una lesión maligna del epitelio mamario, de etiología aún desconocida siendo el más común en las mujeres de los Estados Unidos y Europa Occidental. En

Venezuela, se ha observado un aumento progresivo de su incidencia, superado solo por el cáncer de Cuello Uterino. En nuestro país la tasa estimada para la incidencia estandarizada es aproximadamente 25 de cada 100.000 mujeres; es decir, la tasa acumulativa que mide el porcentaje de riesgo de tener cáncer de mama para una mujer que llega a los 74 años de edad se estima un 3.5 a 3% lo cual indica que una de cada 33 mujeres en Venezuela tendría cáncer de glándula mamaria en el curso de su vida [1].

Existen diferentes técnicas utilizadas para evaluar y detectar anomalías en la mama como son: la ecografía, mamografía digital, resonancia magnética, tomografía por emisión de positrones (PET). La mamografía constituye el método más confiable y de mayor precisión para la detección del cáncer de mama. El propósito de la mamografía es detectar anomalías que no son clínicamente perceptibles [2]. Desafortunadamente, cuando el tejido es denso resulta más difícil para los médicos Radiólogos identificar microcalcificaciones en los mamogramas. Las microcalcificaciones son depósitos de calcio que aparecen en la mama, se detectan en la mamografía como pequeños puntos radiopacos y son muy pequeñas para sentirlas al tacto.

La Imagenología médica se refiere al estudio de imágenes obtenidas del cuerpo humano y la tecnología para su obtención y procesamiento [3]. El procesamiento de la imagen digital es necesario y tiene como objetivo mejorar y procesar automáticamente la información implícita en la imagen para la interpretación humana. La visión humana carece de exactitud, reproducibilidad y capacidad de cuantificación cuando recoge información de una imagen. Por ello, es necesario disponer de herramientas de análisis automatizado que evalúe las imágenes de forma objetiva [4].

Para lograr un mejor realce de las microcalcificaciones en mamografías digitales algunos autores aplican diferentes técnicas de procesamiento de imágenes como son: uso de transformada de contourlet [5], transformada wavelet discreta [6], aplicación de filtros adaptativos [7], entre otros. Estos trabajos mostraron resultados importantes, tomando en cuenta que muy pocos autores trabajan con mamas de tejido denso.

El objetivo que plantea esta investigación, es procesar las imágenes mamográficas para realzar las microcalcificaciones agrupadas en mamas de tejido denso, para prevenir de manera temprana el cáncer de mama.

## 2. MATERIALES Y METODOS

### 2.1 Imagen Original

En este estudio se trabaja con la Base de Datos MIAS (Mammographic Image Analysis Society) [8], la cual consta de 322 imágenes mamográficas con diferentes tipos de tejido mamario, que presentan distintas patologías clasificadas en Benignas y Malignas. El tamaño de las imágenes es de 1024x1024 con 8 bits de profundidad en formato PGM. Las imágenes usadas para esta investigación son las que presentan tejido denso normal (70 imágenes) y con calcificaciones (10 imágenes). A estas imágenes se le aplican diferentes técnicas de procesamiento digital de imágenes como son: **Ecuación del Histograma [9], Mascara de**

**Unsharp (Negativo del Laplaciano) [10], Ecuación Local del Histograma [10], Transformada Wavelet (TW) [11], Erosión [10].** Estas técnicas permiten realzar las microcalcificaciones para una mejor visualización.

## 2.2 Preprocesamiento

La ecualización del histograma es la primera técnica que se le aplica a la imagen original esta transformación pretende obtener para una imagen un histograma con una distribución uniforme. La ecualización del histograma representa una transformación no lineal, permitiendo lograr un mejor contraste (Fig.1a).

## 2.3 Segmentación

La imagen ecualizada se binariza posteriormente mediante la estimación del umbral global de la imagen usando el método de Otsu. La imagen binarizada se etiqueta y se calcula un conjunto de atributos de forma, tales como el área, el centroide y el boundingbox, dichos atributos permiten determinar la región de interés. Dicha Región de Interés se procesa con el negativo del laplaciano a objeto de realzar los bordes. Posteriormente se aplica un realce por ecualización local del histograma con una distribución rayleigh [10], esta función de transferencia nos indica la forma que presentará el histograma de la imagen resultante (Fig.1b).

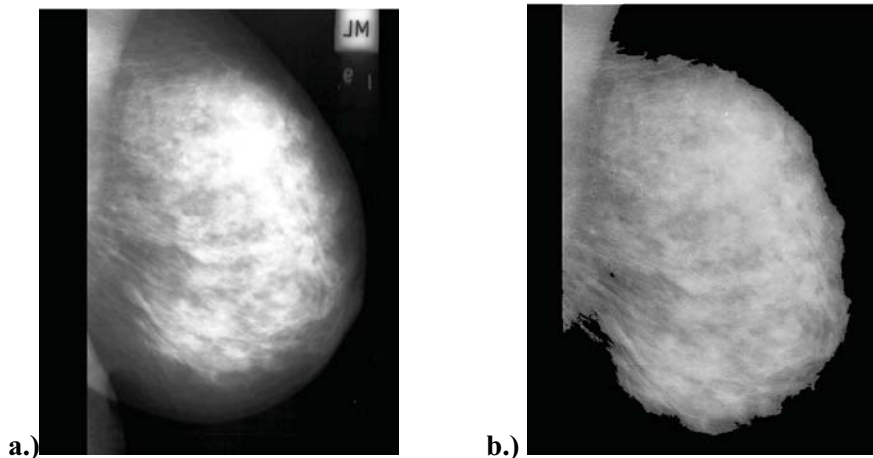


Fig.1. a.)Imagen aplicando Ecuación del Histograma. b.) Imagen Segmentada.

## 2.4 Transformada Wavelet (TW)

En cuanto al procesamiento usando TW, primero se procede a realizar la descomposición de la imagen, usando una wavelet Daubechies con un nivel de descomposición, del cual se obtuvieron imágenes correspondientes a la aproximación, detalles horizontales, detalles verticales y detalles diagonales. Para visualizar mejor las microcalcificaciones, se aplico un realce de contraste logarítmico a la imagen de aproximación, mientras que para cada uno de los detalles se procesó con un umbral para separar los objetos de interés con respecto al resto de la imagen. A continuación se calcula la transformada wavelet inversa (TWI), este proceso de reconstrucción de la imagen se realiza con las cuatro imágenes de descomposición resultantes.

A la imagen resultante de la reconstrucción se le sustrae el nivel del fondo y luego se le aplica una transformación lineal ajustando la escala de grises de la imagen. Se aplica una erosión a la máscara que define la región de interés, con un elemento estructurante, formado por un disco de radio 4. De esta manera se excluye del análisis los bordes de la región. El resultado de la máscara erosionada se superpone con la imagen a la cual se le ajustó la escala de gris, logrando así visualizar el contenido de la imagen realzada.

### 3. RESULTADOS

Las imágenes realzadas fueron evaluadas por un experto (médico especialista en Radiología y diagnóstico por imagen), para clasificar las calcificaciones observadas. El experto verificó así la presencia de Microcalcificaciones (MC) y Macrocalcificaciones en las mismas (Fig.2a y Fig.2b). Las MC suelen ser más pequeñas ( $<0.1$  mm), haciendo difícil su visualización en mamografías de mamas densas, mientras que las macrocalcificaciones son más grandes ( $>0.5$ mm). Los resultados son promisorios pues permiten realzar tanto las microcalcificaciones como las macrocalcificaciones lo cual pudiese ser útil para el diagnóstico médico.



a.)

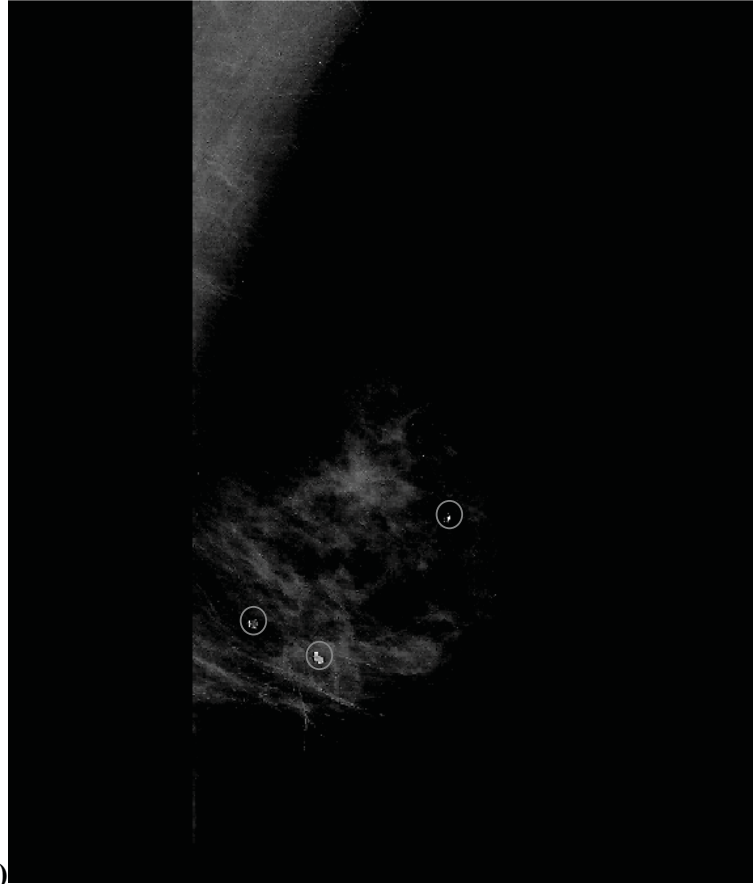


Fig.2. a) Imagen con Microcalcificaciones. b) Imagen con Macrocalcificaciones (Esféricas).

#### 4. DISCUSION Y CONCLUSIONES

El realce de microcalcificaciones en mamas de tejido denso con las técnicas de procesamiento de imágenes aplicadas, permite una mejor visualización de las microcalcificaciones. Los resultados obtenidos indican que las técnicas aplicadas serian una importante herramienta en base a la cual se podría realizar la detección automática de microcalcificaciones en este tipo de imágenes. Como trabajo futuro, a las imágenes realzadas se le aplicará Máquinas de Soporte Vectorial (SVM) para detectar de manera automática la presencia de microcalcificaciones.

#### 5. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Dra. María Eugenia Márquez (Radiologo-Mastólogo) adscrito a la Clínica de Mamas Barquisimeto, C.A. por su colaboración en la adquisición de la base de datos para llevar a cabo el desarrollo de este trabajo.

## REFERENCIAS

- [1] Contrera, A., Pesquisa del Cáncer de Mama. Sociedad Venezolana de Mastología. E-mail: [http://svmastologia.org/portal/index.php?option=com\\_content&view=article&id=16:pesquisa-del-cancer-de-mama-&catid=6:al-publico&Itemid=19](http://svmastologia.org/portal/index.php?option=com_content&view=article&id=16:pesquisa-del-cancer-de-mama-&catid=6:al-publico&Itemid=19). Fecha de Búsqueda: 10/11/2011.
- 2] Patiño, J., Lecciones de Cirugía. Editorial Médica Panamericana. Colombia, 2000.
- [3] Passariello, G., Mora, F., Imágenes Médicas. Adquisición, Análisis, Procesamiento, Interpretación. EQUINOCCIO. Ediciones de la Universidad Simón Bolívar. 1era Edición. Venezuela, 1995.
- [4] Bueno, G., Dorado J., Gestión, Procesado y Análisis de Imágenes Biomédicas. Ediciones de la Universidad de Castilla- La Mancha. Colección Ciencia y Técnica N°52. España, 2007.
- [5] Manzano, J., Sánchez, C., Sistema CAD de Detección de Microcalcificaciones en Mamografías Digitalizadas utilizando la Transformada Contourlet. Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería. España, 2005.
- [6] Prabhushetty, K., Udupi, V., & Saptalakar, B., Wavelet based microcalcification detection on mammographic images. *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security*. vol.9, n.7. India, 2009.
- [7] Martinez, A., Caballero, J., Cosias, P., & Martin, A., Detección automática de lesiones en la mama. *Memorias de las XXV Jornadas de Automática*. España, 2004.
- [8] Base de Datos MIAS. E-mail: <http://peipa.essex.ac.uk/info/mias.html>. Fecha de Búsqueda: 16/01/2011.
- [9] González R, Woods R. Tratamiento Digital de Imágenes. Editorial Addison-Wesley/Diaz de Santos. pp 560-561. Estados Unidos, 1996.
- [10] Pratt, W., Digital Image Processing. Third Edition. John Wiley & Sons. pp. 29. New York, 2001.
- [11] Durán F, Medina R. Visualización y Cuantificación de Espinas Déndricas en Imágenes por Microscopía de Luz. Universidad de los Andes. Venezuela, 2011.



## LA MATRIZ DE CO-OCURRENCIA COMO HERRAMIENTA PARA LA DETECCIÓN DE LA ESTEATOSIS HEPÁTICA EN IMÁGENES TOMOGRÁFICAS

**EC. Rivas Newman**

**RJ. Medina**

**F. Moreno**

*elymar.newman@gmail.com*

*rmedina@ula.ve*

*fmoreno@ula.ve*

Grupo de Ingeniería Biomédica (GIBULA), Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

**JA. Ortiz Sánchez**

*jorgeortizsanchez@gmail.com*

Instituto de Estadística Aplicada y Computación (IEAC), Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

**Resumen.** *La esteatosis hepática (EH) es una de las enfermedades difusas del hígado caracterizada por un desequilibrio entre la síntesis hepatocítica de triglicéridos a partir de ácidos grasos y de la secreción desde el hepatocito bajo forma de lipoproteínas. Se puede diagnosticar por diferentes métodos de imágenes como son ultrasonido, tomografía computarizada y resonancia magnética. El objetivo del presente trabajo es detectar esta patología hepática aplicando técnicas de procesamiento digital de imágenes mediante el uso de imágenes tomográficas en fases: simple, arterial, venosa y portal, las cuales permiten una adecuada caracterización de la arquitectura del parénquima hepático y de sus cambios estructurales. Una de las técnicas de procesamiento de imágenes aplicada es la extracción de características de textura mediante la obtención de la matriz de co-ocurrencia de niveles de gris, la cual es utilizada para medir matemáticamente la textura, basadas en estadísticas de segundo orden. Los atributos obtenidos de la matriz de co-ocurrencia de pacientes enfermos y pacientes sanos provenientes de las fases del estudio tomográfico se compararon aplicando un conjunto de técnicas de análisis estadístico (ANOVA, MANOVA y  $T^2$  de Hotelling) arrojando como resultado que existen diferencias estadísticamente significativas en la fase venosa.*

**Palabras claves:** Esteatosis Hepática, Tomografía Computarizada, Matriz de Co-ocurrencia, Análisis Estadístico.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las técnicas de diagnóstico por imagen desempeñan un papel cada vez más importante en el diagnóstico de las enfermedades hepáticas difusas puesto que en gran número de casos aclaran la coincidencia que a menudo existe entre las manifestaciones clínicas y analíticas de la mayor parte de los procesos hepáticos difusos. Así se elimina en algunos casos, la necesidad de recurrir a la biopsia. La tomografía computarizada (TC) y la resonancia magnética (RM) permiten una adecuada caracterización de la arquitectura del parénquima hepático y de sus cambios estructurales, con una buena correlación con los cambios anatomopatológicos subyacentes. Estas técnicas de diagnóstico por imagen pueden ser útiles para caracterizar una variedad de enfermedades de índole metabólica, vascular, tóxica, infecciosa e incluso neoplásica. Las más comunes de éstas son la cirrosis, el síndrome de Budd-Chiari, la hemacromatosis, la enfermedad de Wilson, la esteatosis hepática y las neoplasias difusas [1]. La TC y la RM son métodos no invasivos precisos para el diagnóstico de la esteatosis hepática, mientras que los hallazgos en la ecografía son sugestivos pero menos específicos. La disminución de la atenuación del hígado en relación con el bazo en la TC sin contraste (o con contraste en fase tardía) suele ser diagnóstica [2]. Los lípidos constituyen alrededor del 5% del peso del hígado normal. La esteatosis es la acumulación anormal del lípido dentro de los hepatocitos.

Los métodos estadísticos determinan la textura de una imagen de manera indirecta, mediante el análisis estadístico de la distribución y la relación entre los diferentes niveles de gris de dicha imagen. En consecuencia, podrían ser útiles para realizar la detección automática de la esteatosis hepática. Entre tales métodos se podría considerar las técnicas de análisis de textura basadas en estadísticos de segundo orden, como el método de las matrices de co-ocurrencia (que evalúa la probabilidad de tener un determinado par de niveles de grises separados entre sí por una determinada distancia y en una determinada dirección).

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

La base de datos que se utilizó está conformada por 6 estudios tomográficos que incluyen las cuatro fases del protocolo hepático las cuales son: fase simple, fase arterial, fase venosa y fase portal, provenientes de 2 pacientes enfermos y 4 pacientes sanos adquiridas por un tomógrafo General Electric light speed II de 64 cortes localizado en el centro de imagenología de la Policlínica Barquisimeto en el Estado Lara. Las imágenes fueron adquiridas en formato DICOM con una resolución de 512x512. Se aplicaron diferentes técnicas de pre-procesamiento, se calcula la matriz de co-ocurrencia y posteriormente se realiza el análisis estadístico de los resultados.

### 2.1 Pre-procesamiento

Se desarrolló un algoritmo de segmentación manual para trazar un polígono o región de interés que representa el hígado (Fig. 1). Dicha región se subdivide en una cuadrícula con ventanas de tamaño 4x4. Posteriormente se calcula la matriz de co-ocurrencia.

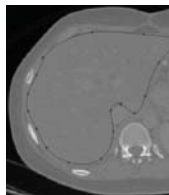


Fig. 1. Imagen Original.

## 2.2 Matriz de Co-ocurrencia

La matriz de co-ocurrencia fue introducida por Haralick (Haralick y otros, 1973). Los resultados de muchos trabajos demuestran la eficacia de este método para caracterizar las texturas, y por ello es la referencia para cualquier estudio de textura. La matriz de co-ocurrencia es la forma natural de estimar la estadística de segundo orden del nivel de intensidad. La base de este método es el modelo Markoviano que limita la dependencia espacial interpixel a un vecindario local [3]. La co-ocurrencia de los niveles de gris de una imagen digital se pueden especificar mediante una matriz de frecuencias relativas con elementos  $P_{ij}$  en la que dos pixeles vecinos separados por una distancia  $d$  y una dirección  $\theta$  ocurren en la imagen, uno con nivel de gris  $i$  y el otro con nivel de gris  $j$ . La matriz de co-ocurrencia considera la relación espacial entre dos pixeles, llamados pixel de referencia o de interés y su pixel vecino. Cada elemento de la matriz de co-ocurrencia  $C_{ij}$  es el número de veces que en toda la matriz de entrada pasamos del nivel de gris  $i$  al nivel de gris  $j$  para una distancia y ángulo determinados. La matriz de co-ocurrencia normalizada se define como [4]:

$$P_{i,j} = \frac{C_{i,j}}{\sum_{i,j=0}^{N-1} C_{i,j}}$$

### 2.2.1 Parámetros de Textura

Haralick propone 14 parámetros derivados de la matriz de co-ocurrencia para caracterizar la textura. Los más interesantes por razones de interpretación y simplicidad son los siguientes [4]:

- **Contraste:** Proporciona información acerca de las variaciones bruscas del nivel de gris de la imagen.

$$CON = \sum_{i,j} |i - j|^2 P_{i,j}$$

- **Correlación:** Proporciona una medida de la probabilidad de la relación entre los diferentes niveles de gris de los pixeles.

$$COR = \sum_{i,j} \frac{(i - \mu_i)(j - \mu_j) P_{i,j}}{\sigma_i \sigma_j}$$

Dónde:

$$\mu = \sum_i \sum_j t p_{(i,j)} \text{ es el valor medio de los niveles de gris.}$$

$$\sigma = \sum_i \sum_j (t - \mu)^2 p_{(i,j)} \text{ es la varianza de los niveles de gris.}$$

- **Energía:** Proporciona una idea de la suavidad de la textura.

$$ENER = \sum_{i,j} P_{(i,j)}^2$$

- **Homogeneidad:** Proporciona información sobre la regularidad local de la textura.

$$HOM = \sum_{i,j} \frac{P_{(i,j)}}{1 + |i - j|}$$

## 2.3 Análisis de Varianza Multivariante (MANOVA)

El análisis de varianza multivariante (MANOVA) tiene como objetivo contrastar hipótesis sobre la influencia de los distintos niveles de uno o varios factores sobre una variable respuesta [5]. Las hipótesis a contrastar en el MANOVA son:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k;$$

$$H_A: \mu_i \neq \mu_j \text{ para al menos un } i \neq j$$

Para contrastar esta hipótesis existen varios estadísticos, tales como: “Wilks’ Lamdda”, “Pillai’s Trace”, “Hotelling-Lawley Trace” y “Roy’s Greatest Root”. A continuación se expone uno de estos: El Estadístico  $\Lambda$  es conocido como “Wilks’ Lamdda”

$$\Lambda = \frac{|E|}{|E + H|}$$

Entonces  $H_0$  será rechazada si  $\Lambda \leq \Lambda_{(\alpha; p; vH; vE)}$ , dónde:

- $P$  = Número de variables.
- $vH$  = Grados de libertad de la hipótesis.
- $vE$  = Grados de libertad para el error.

### 2.4 La $T^2$ de Hotelling

El estadístico  $T^2$  de Hotelling es utilizado para contrastar vectores de medias de poblaciones normales  $N_p(\mu; \Sigma)$ . El contraste para dos muestras independientes:

Sea  $Y_1 \sim N_p(\mu_1; \Sigma)$  e  $Y_2 \sim N_p(\mu_2; \Sigma)$  dos muestras independientes. Deseamos contrastar las siguientes hipótesis:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_A: \mu_1 \neq \mu_2$$

Para lo cual se calcula el siguiente estadístico:

$$T^2 = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2)' S_{pl}^{-1} (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2), \quad \text{dónde:}$$

$$W_1 = \sum_{i=1}^{n_1} (Y_{1i} - \bar{Y}_1)(Y_{1i} - \bar{Y}_1)' = (n_1 - 1)S_1 \quad W_2 = \sum_{i=1}^{n_2} (Y_{2i} - \bar{Y}_2)(Y_{2i} - \bar{Y}_2)' = (n_2 - 1)S_2$$

$$S_{pl} = \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} (W_1 + W_2)$$

Este estadístico posee una distribución denominada  $T^2$  de Hotelling con parámetros  $(p; n_1 + n_2 - 2)$  si la hipótesis  $H_0$  es verdadera. Si el estadístico calculado se compara con el valor tabulado para  $T^2_{(\alpha; p; n_1 + n_2 - 2)}$ , llamado valor crítico, y este resulta ser mayor la hipótesis sobre la igualdad de los vectores de medias es rechazada y por tanto se acepta la hipótesis alternativa, afirmando diferencias estadísticamente significativas entre los vectores de medias comparados [6].

### 3. RESULTADOS

Se desarrolló un programa en Statistical Analysis System (SAS), versión remota 9.1.2 [7], el cual es un software de análisis estadístico de datos donde se realizaron las comparaciones de los atributos obtenidos de la matriz de co-ocurrencia como fueron contraste, correlación, energía y homogeneidad aplicando las pruebas estadísticas: análisis de varianza univariante (ANOVA), análisis de varianza multivariante (MANOVA) y  $T^2$  de Hotelling, arrojando como resultado que la mayor diferencia estadística se encuentra en la fase venosa.

PACIENTE		Media	Desviación típica	N
CONTRASTE	SANO	0,1608	0,06617	28467
	ESTEATOSIS HEPÁTICA	0,1529	0,06398	19232
	Total	0,1576	0,06541	47699
CORRELACIÓN	SANO	0,5418	0,13514	28467
	ESTEATOSIS HEPÁTICA	0,5592	0,13624	19232
	Total	0,5488	0,13585	47699
ENERGÍA	SANO	0,1430	0,04602	28467
	ESTEATOSIS HEPÁTICA	0,1452	0,04708	19232
	Total	0,1439	0,04646	47699
HOMOGENIDAD	SANO	0,6179	0,07988	28467
	ESTEATOSIS HEPÁTICA	0,6261	0,07991	19232
	Total	0,6212	0,07999	47699

Tabla 1. Estadísticos Descriptivos.

Efecto	Valor	F	Gl de la hipótesis	Gl del error	Sig.	
DIAGNÓSTICO	Traza de Pillai	1,001	11937,468	8,000	95390,000	,000
	Lambda de Wilks	,004	188061,440 <sup>b</sup>	8,000	95388,000	,000
	Traza de Hotelling	279,150	1664184,670	8,000	95386,000	,000
	Raíz mayor de Roy	279,145	3328459,292 <sup>c</sup>	4,000	47695,000	,000

Tabla 2. MANOVA.

La tabla 1 muestra las estadísticas descriptivas de las variables utilizadas en el análisis. Se puede observar que los valores medios al igual que la desviación típica, para las variables Correlación, Energía y Homogeneidad son mayores para la población con esteatosis hepática (EH). El análisis de varianza Multivariante (MANOVA), tabla 2, mostró resultados significativos para el factor DIAGNÓSTICO al nivel 0.01, lo cual se confirma en los resultados obtenidos en los estadísticos Traza de Pillai, Lambda de Wilks, Traza de Hotelling, Raíz mayor de Roy con niveles de significación <0.001 en todos los casos; por tanto el vector de medias formado por las variables CONTRASTE CORRELACION ENERGIA HOMOGENIDAD difiere significativamente entre los pacientes sanos y pacientes con esteatosis hepática. Las variables CONTRASTE, CORRELACION, ENERGIA y HOMOGENIDAD, en los grupos de pacientes sanos y pacientes con esteatosis hepática no mostraron normalidad univariante; pero la violación

de este supuesto tiene poca influencia en el análisis debido al volumen de información. Por otro lado, la igualdad de las matrices de varianzas y covarianzas, y la prueba de Esfericidad de Bartlett para todos los conjuntos de datos fueron satisfactorias.

#### **4. DISCUSIONES Y CONCLUSIONES**

El análisis estadístico que se aplicó demuestra que existe una diferencia estadística significativa entre los pacientes sanos y pacientes con esteatosis hepática durante la fase venosa coincidiendo con el diagnóstico que realizan los especialistas durante esta fase para determinar la patología descrita. Como trabajo futuro, se aplicará máquinas de soporte vectorial con el objetivo de realizar la clasificación automática de las imágenes pertenecientes al estudio tomográfico de un paciente con esteatosis hepática y un paciente sano. Los datos de entrada que se utilizarán son los que se obtuvieron a partir de la matriz de co-ocurrencia.

#### **5. AGRADECIMIENTOS**

Los autores expresan su agradecimiento al Dr. Gustavo Rondón, Jefe del Departamento de Tomografía y Resonancia Magnética de la Policlínica Barquisimeto, Venezuela, por su ayuda en la preparación de la base de datos utilizada en la realización del presente trabajo.

#### **REFERENCIAS**

- [1]. Pedrosa, C., Casanova R. Diagnóstico por Imagen Tratado de Radiología Clínica, volumen 2. Mc Graw Hill, 2000.
- [2]. Pickhardt, P., Arluk G. Atlas de Imágenes en Gastroenterología Correlación radiología-endoscopia. Elsevier Saunders. Barcelona, España. 2010.
- [3]. Passariello, G., Mora, F. Imágenes Médicas. Adquisición Análisis Procesamiento Interpretación. Equinoccio Ediciones de la Universidad Simón Bolívar. Venezuela, 1995.
- [4]. Pino, A., Mallofré, J., & Roca, J. Determinación de propiedades superficiales del papel utilizando el análisis de la textura del patrón de speckle. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona, España. 2009.
- [5]. Rencher, A. Methods of Multivariate Analysis. Briagham Young University. WileyInterscience. Canada. 2002.
- [6]. Díaz, L. Estadística Multivariada: Inferencia y Métodos. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, Colombia. 2007.
- [7]. Acceso web: [www.pulowi.cecalc.ula.ve](http://www.pulowi.cecalc.ula.ve)

## MINIMIZACIÓN DE DESPERDICIOS EN EL PROCESO DE ASERRADO DE MADERA UTILIZANDO UNA APROXIMACIÓN NUMÉRICA

**Yépez, Sara**

**Calderón, Víctor**

*sarayopez @ula.ve*

*vicalder@ula.ve*

Dpto. de Tecnología y Diseño. Facultad de Ingeniería. Universidad de Los Andes.

**Ninin, Pablo**

*nininp@ula.ve*

Dpto. de Aserrado. Facultad de Cs. Forestales y Ambientales. Universidad de Los Andes.

**Vela, Manuel**

*manuelmvela@gmail.com*

Mérida 5101, Venezuela.

**Resumen.** *En la presente investigación se propone un algoritmo de corte para tablonces de madera Pino Caribe que tienden a presentar “imperfecciones” a lo largo y/o ancho de los mismos. Dicho un algoritmo está basado en la función cuadrática, por la semejanza en gran medida a la forma que adquiere la madera cuando se encuentra deformada permitiendo establecer el criterio de corte a medidas estándares pre-definidas. Además, permite la determinación del avance o distancia de desplazamiento de la tabla, en el riel de una tronadora, para poder ser cortada en los límites referentes de aprovechamiento de la pieza. El algoritmo permite el aprovechamiento de la pieza generando una mínima cantidad de desperdicios.*

**Palabras claves:** Minimización, desperdicio, función cuadrática, aserrado.

### 1. INTRODUCCION

La madera tipo Pino Caribe puede ser utilizada tanto en la producción de pulpa para papel, como en otros usos más tradicionales como madera para aserrar, leña y postes para redes eléctricas y telefónicas. Este tipo de madera se dispone ampliamente en el sur de los estados Anzoátegui y Monagas y en menor escala en los estados andinos, llanos occidentales, Carabobo, Yaracuy y la Guayana Venezolana, como proyecto comercial de la C.V.G. Tomando en cuenta

los proyectos sociales que el Gobierno nacional, en pro de la solución del déficit habitacional, ha planteado sobre la construcción de viviendas de madera, como alternativa de los sistemas de construcción tradicional, se evalúa un modelo matemático para mejorar el “mecanizado” de la madera tipo Pino Caribe, minimizar los desperdicios de madera, y aumentar la productividad de los procesos de producción de piezas de madera.

## 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Actualmente, las industrias de producción maderera Nacional, que se dedican a la conversión del Pino Caribe en productos de uso variado, enfrentan serios problemas que se verifican en el producto final, los cuales se derivan de la poca homogeneidad de la madera obtenida, ya que se pueden observar serios defectos de pandeos y deformaciones en las trozas generadas durante las labores de secado de dicho pino [2]. Debido a la presencia de las imperfecciones citadas, las empresas del ramo se han visto obligadas a convertir éste proceso de producción que puede ser fácilmente automatizado en uno de tipo manual, para que los cortes que se realicen sobre la madera generen la mayor cantidad de piezas posible y el menor desperdicio. Se requiere entonces, desarrollar una tecnología que propicie una producción efectiva y eficiente de piezas de la madera que se siembra en el país y que permita suplir las demandas inmediatas de éste bien tanto en el sector construcción como en otras áreas desasistidas [3].

## 3. DEFECTOS DE MADERA PINO CARIBE POSTERIOR AL SECADO.

Luego del proceso de secado de las trozas madera, se presenta en repetidas ocasiones, que la pieza presenta deformaciones indeseables en una o varias de sus zonas características, como son:

- **Flexión máxima de Arqueadura (cm):** Deformación o flexión que ocurre en la cara de la pieza de madera, también llamado “combado” la cual se identifica al colocar la cara de cada pieza sobre una superficie plana y rígida como referencia de rectitud (Fig. 1.A.).
- **Flexión máxima de Encorvadura (cm):** Esta deformación se observa sobre el canto de la pieza de madera, y para determinar su ocurrencia, se coloca el canto de cada pieza sobre una superficie plana y rígida como referencia de rectitud (Fig. 1.B.).

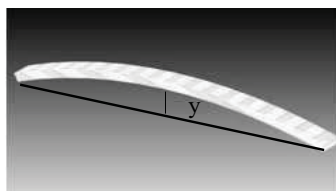


Figura 1.A. Flexión de arqueadura



Figura 1. B. Flexión de encorvadura

- **Flexión máxima de Acanaladura (cm):** Este defecto de secado, también llamado “abarquillado” se observa sobre la cara de la pieza de madera. Para evaluar su ocurrencia, se



coloca una pieza de madera perfectamente recta sobre la cara de la pieza, de tal forma que esté perpendicular al eje de mayor (longitud) de la pieza (ver fig. 2.A.).

- **Flecha máxima de Torcedura (cm);** Para identificar la presencia de este defecto de secado también llamado revirado, se coloca la cara de la pieza sobre una superficie plana y rígida como referencia de rectitud a lo largo de toda la pieza (ver Fig. 2.B.).

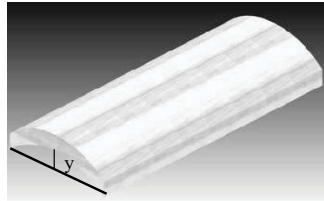


Figura 2.A. Flexión de acanaladura.

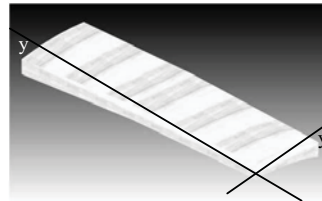


Figura 2.B. Flexión de torcedura

Los valores de los defectos y su frecuencia de aparición han sido tabulados por CVG PROFORCA, donde se detalla que del 100% de piezas de madera, 38% no presentan defectos, 29% tienen defectos de arqueadura y acanaladura, 20% tiene encorvaduras y 13% torceduras [3].

#### 4. ANÁLISIS MATEMÁTICO DE LA PIEZA DE MADERA PINO CARIBE

Teniendo presente que se quiere automatizar el proceso de corte de piezas de madera, el cual es altamente repetitivo, se determina una etapa álgida como resulta la delimitación del número de cortes a realizar sobre el tablón cubicado a partir de su longitud total y de las dimensiones delimitadas para las piezas finales. Para ello, se debe establecer el criterio que defina si el tablón es utilizable o no por las deformaciones presentes, permitiendo identificar su ubicación y cuantificar su magnitud para luego cortar [4]. Es conocido que las deformaciones que sufre el tablón posterior al secado, adoptan una concavidad o forma característica que asemeja a una parábola, la cual se describe por la ecuación nro. 1 como sigue de acuerdo a la figura nro. 6:

$$(X - h)^2 = 4P(Y - k) \tag{1}$$

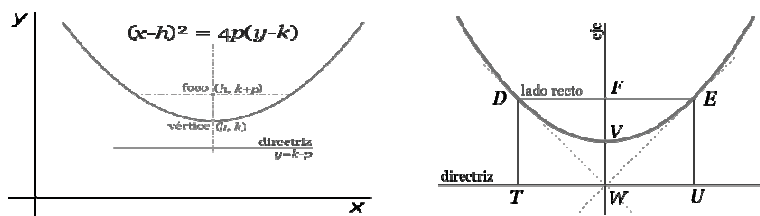


Figura 6. Izq.: Ecuación general de la parábola denotando su punto focal y vértice.  
Der.: Partes de la parábola. Fuente: Purcell, E.; Rigdon, S.; Varberg (2007)

Al segmento de recta comprendido por la parábola, que pasa por el foco y es paralelo a la directriz, se le conoce como lado recto. Siendo D y E los extremos del lado recto y, T y U las respectivas proyecciones sobre la directriz. Denotando por W la proyección del foco F sobre la directriz, se observa que FEUW y DFWT son cuadrados, y sus lados miden  $FW=2FV$ , siendo el

segmento DE igual a 4 veces el segmento FV ( $\overline{DE} = 4\overline{FW}$ ). Las tangentes a la parábola que pasan por los extremos del lado recto forman ángulos de 45° con el mismo, consecuencia de que FEUW y DFWT sean cuadrados [5]. Evidentemente, la forma de la madera no se adapta en su totalidad a la forma de la función cuadrática puesto que la concavidad de cada tablón de madera es variable, de allí que el valor “4” no sea una constante de proporcionalidad, sino un número “ $\alpha$ ”, que es único para cada tabla, donde se deduce que:

$$\alpha = \frac{\overline{DE}}{\overline{FW}} = \frac{\text{lado recto}}{\text{distancia focal}} \tag{2}$$

Este valor “ $\alpha$ ” se puede determinar sabiendo que la distancia focal es el valor máximo de deformación en dicha tabla y que el lado recto corresponde con esa distancia focal (ver figura 7).

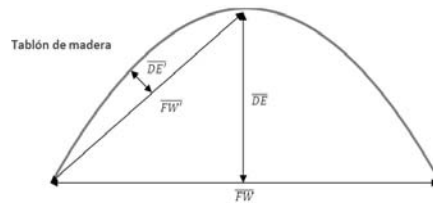


Figura 7. Diagrama básico de un tablón de madera, destacando sus dimensiones.

- Donde:
- $\overline{DE}$  = Curvatura original de la tabla.
  - $\overline{FW}$  = Largo original de la tabla.
  - $\overline{DE'}$  = Nueva curvatura de la tabla.
  - $\overline{FW'}$  = Nuevo largo de la tabla.

Por relaciones trigonométricas se tiene que:

$$\frac{\overline{DE}}{\overline{FW}} = \frac{\overline{DE'}}{\overline{FW'}} \Rightarrow \frac{\overline{DE}}{\overline{FW}} \overline{FW'} = \overline{DE'} \Rightarrow \frac{\text{curvatura original}}{\text{largo original}} \cdot \text{nuevo largo} = \text{nueva curvatura} \tag{2}$$

Vale acotar, que esta ecuación no sólo permite hacer los cálculos necesarios para el criterio de corte, sino que además determina el avance o la distancia que debe desplazarse la tabla para poder ser cortada en la posición indicada.

### 5. ALGORITMO DE CORTE

A partir de la deducción antes realizada, se delimita el flujograma de los criterios que rigen el proceso automatizado de corte de madera (figura 8):

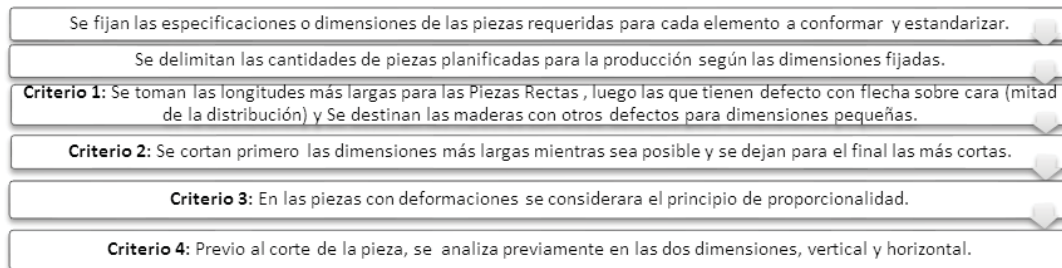


Figura 8. Criterios de decisión para corte de madera Pino Caribe.

El algoritmo a continuación aunque se presenta detallado, es a su vez genérico para diferentes modelos de viviendas, elementos o piezas de madera con sus respectivas dimensiones:

1. Se introduce la pieza de longitud total por el medio de desplazamiento entre fases (banda transportadora)
  - 1.1. Se detecta el tipo de deformación
    - 1.1.1. Si la pieza describe una recta perfecta
      - 1.1.1.1. Se determina la dimensión más largo para ser cortada
      - 1.1.1.2. Se resta el tamaño la dimensión más larga de la longitud total
      - 1.1.1.3. Se continúa cortando según tamaños usables queden.
      - 1.1.1.4. Se disminuye la cuenta de los pedazos que se van cortando.
      - 1.1.1.5. Se guarda el tamaño del pedazo sobrante (Se usara más adelante en el cálculo del rendimiento del corte de madera).
      - 1.1.1.6. Se actualiza en nuevo número y tipo de tamaño que hacen falta para conformar la vivienda modelo X o el elemento modelo X).
      - 1.1.1.7. Se incrementa el número de tablas en 1
        - 1.1.1.7.1. Numero de tablas = Numero tablas +1
    - 1.1.2. Si la pieza tiene defecto de flecha sobre cara
      - 1.1.2.1. Se busca el tamaño más largo para ser cortada
      - 1.1.2.2. Se calcula la curvatura máxima luego del corte hipotético
        - 1.1.2.2.1.  $(\text{Curvatura original}/\text{Largo original}) * \text{nuevo largo} = \text{nueva curvatura} < 20 \text{ mm}$ 
          - 1.1.2.2.1.1. Si es menor a 20mm se realiza el corte
        - 1.1.2.2.2. Se resta el tamaño de la dimensión más larga de la dimensión total
        - 1.1.2.2.3. Se repite el procedimiento con los siguientes tamaños usables que permita la tabla.
        - 1.1.2.2.4. Se disminuye la cuenta de los pedazos que se van cortando.
        - 1.1.2.2.5. Se guarda el tamaño del pedazo sobrante (Se usara más adelante en el cálculo del rendimiento del corte de madera).
        - 1.1.2.2.6. Se actualiza el nuevo número y tipo de tamaño que hacen falta para la vivienda modelo X o el elemento modelo X.
      - 1.1.2.3. Se incrementa el número de tablas en 1
        - 1.1.2.3.1. Numero de tablas = Numero tablas +1
    - 1.1.3. Si tiene defecto de flecha sobre canto
      - 1.1.3.1. Se busca el tamaño más largo para ser cortada
      - 1.1.3.2. Se calcula la curvatura máxima luego del corte hipotético
        - 1.1.3.2.1.  $(\text{Curvatura original}/\text{Largo original}) * \text{nuevo largo} = \text{nueva curvatura} < 5 \text{ mm}$ 
          - 1.1.3.2.1.1. Si es menor a 5mm se realiza el corte
        - 1.1.3.2.2. Se resta el tamaño de la dimensión más larga de la dimensión total
        - 1.1.3.2.3. Se repite el procedimiento con los siguientes tamaños usables que permita la tabla.
        - 1.1.3.2.4. Se disminuye la cuenta de los pedazos que se van cortando.
        - 1.1.3.2.5. Se guarda el tamaño del pedazo sobrante (Se usara más adelante en el cálculo del rendimiento del corte de madera).
        - 1.1.3.2.6. Se actualiza el nuevo número y tipo de tamaño que hacen falta para la vivienda modelo X o el elemento modelo X.
      - 1.1.3.3. Se incrementa el número de tablas en 1
        - 1.1.3.3.1. Numero de tablas = Numero tablas +1
    - 1.1.4. Si tiene defecto de flecha sobre canto y cara
      - 1.1.4.1. Se busca el tamaño más largo para ser cortada
      - 1.1.4.2. Se calcula la curvatura máxima luego del corte hipotético para los defectos
        - 1.1.4.2.1.  $(\text{Curvatura original}/\text{Largo original}) * \text{nuevo largo} = \text{nueva curvatura} < 20\text{mm}$
        - 1.1.4.2.2.  $(\text{Curvatura original}/\text{Largo original}) * \text{nuevo largo} = \text{nueva curvatura} < 5\text{mm}$ 
          - 1.1.4.2.2.1. Si es menor a 20mm y 5mm se realiza el corte
        - 1.1.4.2.3. Se resta el tamaño de la dimensión más larga de la dimensión total
        - 1.1.4.2.4. Se repite el procedimiento con los siguientes tamaños usables que permita la tabla.
        - 1.1.4.2.5. Se disminuye la cuenta de los pedazos que se van cortando.
        - 1.1.4.2.6. Se guarda el tamaño del pedazo sobrante (Se usara más adelante en el cálculo del rendimiento del corte de madera).
        - 1.1.4.2.7. Se actualiza el nuevo número y tipo de tamaño que hacen falta para la vivienda modelo X o el elemento modelo X.
      - 1.1.4.3. Se incrementa el número de tablas en 1
        - 1.1.4.3.1. Numero de tablas = Numero tablas +1
    - 1.1.5. Se aplica la siguiente ecuación para el cálculo del rendimiento de materia prima

- 1.1.5.1.  $\left( \frac{\text{longitud restante de la pieza de madera (mm)}}{\text{longitud inicial de materia prima (3000mm)}} \right)$
- 1.1.5.2. Se acumula el valor anterior
- 1.1.5.2.1. Rendimiento = Rendimiento +  $\left( \frac{\text{longitud restante de la pieza de madera (mm)}}{\text{longitud inicial de materia prima (3000mm)}} \right)$
- 1.1.5.2.2. Se calcula el rendimiento en por ciento.
- 1.1.5.2.3. Rendimiento% = (Rendimiento/numero tablas) \* 100.

## 6. CONCLUSIONES

Para utilizar al máximo las piezas de madera pino caribe se aprovecha la similitud entre las mismas con una parábola en cualquiera de sus lados, sin embargo, se verifica que la misma no se adapta efectivamente en su totalidad, a la geometría que describe la madera deformada, por cuanto la concavidad de cada tablón es variable y único. El algoritmo propuesto entonces, verifica la existencia o no de deformaciones de cara, canto o en ambas direcciones en el tablón y al determinarlas, establece las posiciones donde se puede cortar el mismo, teniendo en cuenta las dimensiones estándares requeridas para conformar la producción de piezas de madera, de esta manera rescata gran parte de material y se evita la pérdida de madera utilizable.

## REFERENCIAS

- [1]. C.V.G.-PROFORCA. *La nobleza del Pino caribe*. Boletín Informativo. 1994.
- [2]. C.V.G.-PROFORCA. *Estudio tecnológico de Pino caribe (Pinus caribaea var. hondurensis) de 10, 15 y 20 años de las plantaciones de Uverito, Edo. Monagas, Venezuela*. Boletín Técnico N° 3, Diciembre. 1991.
- [3]. Ninin J., P. C. *Procesamiento Secundario de la Madera de Pino Caribe en el Oriente del País*. Universidad de los Andes. Mérida-Venezuela. 1997.
- [4]. Molina P., Ricardo. Utilización eficiente de madera machihembrada para techos. *Tecnología y Construcción*. Vol 23-I. Pp. 33-43. 2007.
- [5]. Ninin J., P. M. *Efecto de Reaserrado con la Conicidad y Curvatura sobre el Rendimiento de la Materia Prima, Calidad de Piezas Aserradas y la Trabajabilidad del Pino Caribe (Pinus caribaea, var. hondurensis) de la Orinoquia Venezolana*. Universidad de los Andes. Mérida – Venezuela. 2006.
- [6]. Purcell, E.; Rigdon, S.; Varberg, D. *Cálculo*. Pearson Educación. México. Pp. 509-512. 2007.
- [7]. Larson, R.; Hostetler. *Cálculo*. Editorial Reverté. Barcelona. Pp. 735-740. 2008.
- [8]. Contreras, W.; Valero, S.; Thomson, E.; Oewm, M.; Barrios, E. Determinación de los esfuerzos de diseño de vigas laminadas de pino caribe (pinus caribaea var. hondurensis) encoladas con adhesivo de isocianato (MDI). *Madera. Ciencia y Tecnología*. Vol 9-3. Pp. 285-298. 2007.
- [9]. Arriaga M., F.; Peraza S., F.; Herrero, E. *Madera aserrada estructural*. AMV Ediciones. Madrid. 2003.

## DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN ALGORITMO GENÉTICO PARA LA GENERACIÓN AUTOMÁTICA DE HORARIOS ACADÉMICOS

**Giancarlo Colmenares**

**Dariana Contreras**

**Mayra Galvis**

*gcolmen@unet.edu.ve*

*daracobe@gmail.com*

*mayra.galvis14@gmail.com*

Departamento de Ingeniería en Informática, Universidad Nacional Experimental del Táchira  
Avda. Universidad, Sector Paramillo, Edificio “C”, San Cristóbal, Edo. Táchira, Venezuela.

**Resumen.** *La presente investigación corresponde al diseño e implementación de un Algoritmo Genético para la generación de horarios académicos, teniendo como finalidad la distribución óptima de los espacios áulicos, las materias y los docentes con los que cuenta una institución educativa en un período finito de tiempo, evitando los posibles choques de horario. El software se elaboró sobre un marco de investigación aplicada, diseñada como una investigación de campo y bibliográfica, en vista de la necesidad de interactuar directamente con los agentes que se encontraban implicados en la problemática a resolver, teniendo conocimientos previos sobre estudios similares; los datos necesarios para su elaboración fueron obtenidos de la Universidad Nacional Experimental del Táchira, y su desarrollo se sostuvo bajo la metodología en espiral, analizando los posibles riesgos desde un comienzo, mejorando el producto resultante durante las iteraciones establecidas. Como objetivo se planteó buscar una adecuada asignación de los recursos en las jornadas académicas, permitiéndole al usuario especificar los requerimientos para la gestión que se desea lograr, incluyendo restricciones de horas en las que un profesor puede o no dar clase, aulas específicas para materias, distanciamiento entre clases de una misma materia, capacidad del aula, entre otras; obteniendo automáticamente soluciones aceptables a dichas necesidades, reduciendo trabajo y esfuerzo. El proyecto fue elaborado mediante Algoritmos Genéticos como método de optimización combinatoria, el cual imita la evolución biológica propuesta por Charles Darwin; análogamente a este proceso, los Algoritmos Genéticos son métodos de búsqueda que trabajan simultáneamente en la obtención de varias soluciones, sobreviviendo las más aptas a medida que son generadas; donde cada solución representa un posible horario académico para la institución. Los resultados variaron dependiendo de la cantidad de restricciones configuradas al Algoritmo Genético: desde 15 aulas*

*y 28 secciones de materias obteniendo cero choques, hasta 95 aulas y 475 materias con aproximadamente 100 coincidencias de horario.*

**Palabras claves:** Horarios académicos, Optimización combinatoria, Algoritmo genético.

## 1. INTRODUCCIÓN

Uno de los procesos realizados por las instituciones educativas a nivel superior, es la generación de horarios para cada inicio de un periodo académico, la cual deja de ser una gestión trivial, a medida que incrementa la población estudiantil [1], o se aperturan nuevas carreras bajo el mismo espacio físico del campus universitario, cuyo manejo total escapa del control que puede ser ejercido por las autoridades universitarias [2], de igual manera se debe contar con una asignación adecuada de los factores involucrados en este proceso, como lo son [3]: los profesores, las materias, los estudiantes, y por supuesto las aulas con las que cuenta la infraestructura de la institución.

Cuando la gestión académica se realiza manualmente o mediante sistemas que no manejen la optimización en la búsqueda de sus resultados, los horarios académicos generados son más propensos a la violación de las restricciones propias de la institución. Esta dificultad en la asignación de horarios académicos se conoce como problema de optimización combinatoria, siendo la optimización combinatoria un método cuyo objetivo es encontrar la mejor solución entre un gran espacio de soluciones, catalogándose de esta manera, puesto que se requiere hacer una asignación óptima entre todas las posibles asignaciones de horarios [4].

Una de las técnicas heurísticas usadas para resolver problemas de este tipo corresponde a los Algoritmos Genéticos (AGs), ya que combinan la eficiencia y eficacia para darle solución a problemas con cierto grado de complejidad, usando una analogía directa con el comportamiento de la evolución natural de los sistemas biológicos, buscando los individuos óptimos de una población para su reproducción y de esta manera generar nuevas poblaciones con características mejores que las de sus progenitores [5], razón por la cual han adquirido solidez dentro de la computación evolutiva en busca de la resolución de problemas de optimización.

Por tal razón, esta investigación tiene como objetivo, la realización de una aplicación que le permita al usuario generar horarios académicos de forma automatizada, validando la rapidez con la que dichos horarios son obtenidos de acuerdo a la capacidad de cómputo de las máquinas donde se implemente el software, el cual utiliza la técnica de algoritmos genéticos como método de optimización combinatoria para el cumplimiento de requisitos, y los datos pertenecientes a la Universidad Nacional Experimental del Táchira.

## 2. DESARROLLO

Los primeros pasos para el cumplimiento de esta investigación fueron:

1. Definir la estructura del cromosoma o individuo: Se define un individuo que represente una solución completa al problema, es decir, un posible horario académico. Cada individuo está conformado por un conjunto de genes.
2. Definir la estructura del gen: Se organizan los datos alusivos al objeto de estudio en forma de gen, como son: a. código del aula, b. código de la materia, c. código único de la sección, d. número de la sección asociada a la materia, e. capacidad del aula, f. capacidad de la sección, g. código del profesor, h. semestre al que pertenece la materia, i. códigos de los bloques de horarios

asignados a esa sección. La codificación utilizada para transformar dichos datos en genes y a su vez éstos en cromosomas es por valor directo; un ejemplo se puede observar en la Fig. 1.

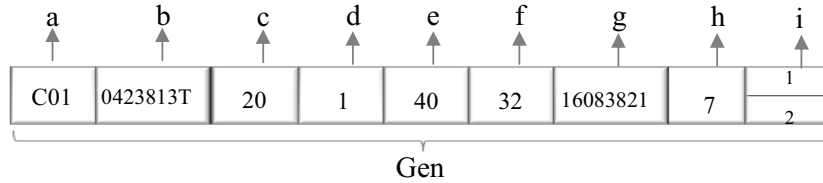


Figura 1 – Representación de un gen en el algoritmo

Seguidamente, se realizaron los pasos presentados en la Fig. 2 para el desarrollo del Algoritmo Genético.

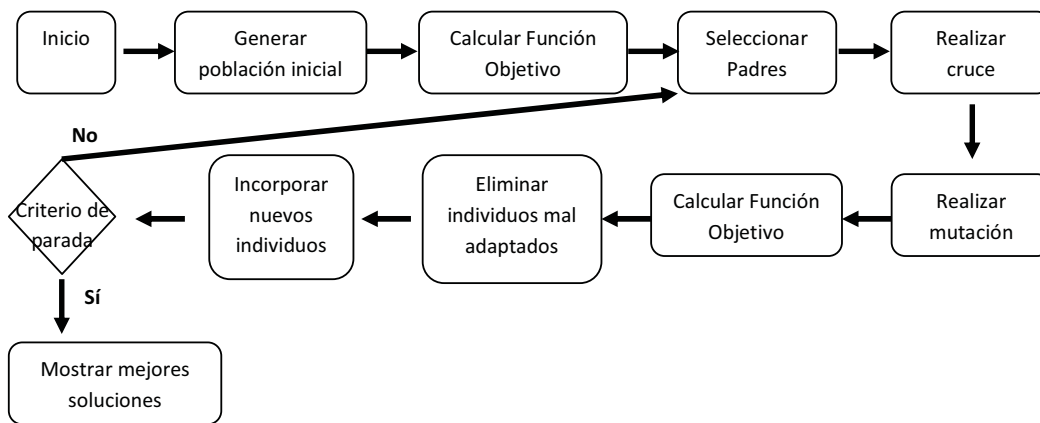


Figura 2 – Pasos básicos de un Algoritmo Genético

3. Inicio: Consiste en definir los parámetros utilizados en la ejecución del AG, e inicializar las variables correspondientes a estos parámetros, como son: porcentaje de selección de padres, porcentaje de cruce, porcentaje de hijos, porcentaje de mutación, cantidad de individuos y número de iteraciones. De igual manera se definieron las restricciones *hard* y *soft* a las que está sujeto el Algoritmo Genético.

4. Generar población inicial: Consiste en leer de la base de datos la información allí almacenada y asignar aleatoriamente a cada sección un aula, siendo válida aquella que corresponda al tipo de aula requerido para esa sección, también se asignarán aleatoriamente los bloques de horario para la sección, validando la secuencia y disponibilidad de los bloques en cada *periodo\_tiempo* de la sección, donde en *periodo\_tiempo* se almacena la información de los días de clase para una materia. Una vez realizada esta asignación y validación de las restricciones *hard* se efectúa la construcción del gen.

5. Calcular función objetivo: Después de obtener la población inicial, se evaluó el incumplimiento de las restricciones *hard* y *soft* entre los genes del cromosoma, comparando los genes de cada individuo, comprobando la presencia de choques en los bloques de horario de cada gen (tanto de aula como de profesor), así como las capacidades de alumnado entre aula asignada

y la sección; aumentando en cada caso el valor del peso correspondiente a la violación de estas restricciones, entre otras consideradas. Mientras más alto es el valor de la función objetivo en un individuo, mayor incumplimiento de restricciones posee y por tanto, menos adaptado está.

Para los siguientes pasos es necesario acotar que por cada iteración existe una determinada *cantidad de hijos* a generar, por lo que estas funciones se ejecutarán las veces determinadas por la multiplicación de *iteraciones x cantidad de hijos*. Dichas funciones son:

6. Seleccionar padres: Se realizó la selección por truncamiento, por su característica de ser excluyente y garantizar la selección de los mejores individuos de la población. Luego se ordenaron los individuos de acuerdo a la función *fitness* (función objetivo) previamente calculada, se selecciona un par de cromosomas del intervalo de individuos válidos, verificando que sean diferentes entre sí, en caso de no serlo se realiza nuevamente este procedimiento.

7. Realizar cruce: Una vez obtenido el par de padres, se realizó el proceso reproductivo, que consistió en intercambiar un determinado número de genes entre ambos individuos, el intercambio se hace entre genes de una misma *sección* asociada a una materia. El primer paso fue seleccionar aleatoriamente un punto de cruce del primer padre, el cual indicará el gen a cruzar, seguidamente se realiza la búsqueda para encontrar el gen en el segundo padre que corresponda a la *sección* que se encuentra en el primer gen seleccionado, este procedimiento se repite tantas veces como *cantidad de genes a cruzar* exista, de esta manera se forma el par de hijos. A los hijos se les calculó la función *fitness* para determinar que su valor aptitud fuera inferior al de sus padres y sean considerados como hijos válidos, en caso de no serlo se repite el procedimiento.

8. Realizar mutación: Una vez generada la *cantidad de hijos* totales correspondientes a la iteración, cada hijo resultante es sometido a una evaluación de probabilidad para ser mutado, si es menor o igual al valor de la *probabilidad de mutación*, se procede a realizar la mutación del hijo correspondiente, seleccionando al azar un gen, modificando de éste la información referente al aula y horario, seleccionando aleatoriamente de la base de datos otra aula y bloques de horario disponibles, para ser asignados al gen mutado. Posterior a dicho proceso, se calcula nuevamente la función aptitud para el individuo alterado.

9. Reemplazo de la población: Este procedimiento se basó en el reemplazo de los individuos menos adaptados, una vez generados todos los hijos correspondientes a la iteración en ejecución, se realizó en primer lugar la eliminación de individuos no óptimos de acuerdo a su valor aptitud, descartando una cantidad de individuos equivalente a la *cantidad de hijos* generados en la iteración; seguidamente se incorporan nuevos individuos que representan una nueva generación de la población, cuya función aptitud es menor, permitiendo así la llegada de hijos con probabilidades más altas de generar mejores soluciones al problema para que sea posible la evolución del algoritmo.

10. Condición de parada: Indica el momento en que culmina la ejecución del algoritmo, pudiendo ser en uno de los casos siguientes: a) El cumplimiento del número de iteraciones; b) La no variación de la función aptitud en los mejores individuos, ya que no indica evolución en el algoritmo; o c) La culminación del número de intentos definidos para la reproducción de nuevos individuos.

A continuación se describen dos de las pruebas realizadas al Algoritmo Genético:

**Prueba A:** Para la realización de esta prueba se tomó un rango de datos del campo de estudio: 15 aulas y 28 secciones de materias, se realizaron dos fases de pruebas con los mismos datos, con la diferencia de que en la configuración del AG para la fase 1 se generaron 2 hijos en cada cruce, y en la fase 2, sólo uno. Los valores *fitness* iniciales y finales se observan en la Tabla 1.



Tabla 1. Resultados de la prueba A.

Resultados	A.1	A.2
Menor aptitud población inicial	4.200	4.100
Menor aptitud población final	2300	0

**Prueba B:** Para esta prueba se tomaron en cuenta 95 aulas y 475 secciones de materias, así como para la configuración del algoritmo fueron 100 iteraciones, 100 individuos y 1 un hijo para cada cruce. Los valores iniciales y finales de la función *fitness* se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. Resultados de la prueba B.

Resultados	
Menor aptitud población inicial	51.800
Menor aptitud población final	11.500

### 3. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En la Tabla 1 se observan los resultados de las dos fases realizadas en la prueba A, los valores mínimos de la función *fitness* para cada iteración del AG se presentan en la Fig 3. Se logra ver que al inicio del AG, la aptitud del mejor individuo estuvo alrededor de 4.000, interpretándose que existen 400 choques de horario aproximadamente, hasta eliminarlos por completo en la iteración número 24, en este caso el comportamiento del algoritmo genético fue avanzando rápidamente, ya que en menos del 25% de las iteraciones programadas logró un resultado óptimo con respecto a los resultados iniciales.

En la Fig. 4, correspondiente a la prueba B, se aprecia igualmente una disminución en la aptitud de los mejores individuos generados con el avance del algoritmo genético. Observando que la primera aptitud fue de aproximadamente 50.000, lo que representa 500 choques de horario, reduciéndose considerablemente a 100 choques en la iteración número 76, lo cual significa que en menos del 80% de las iteraciones programadas se logró llegar a un horario óptimo.

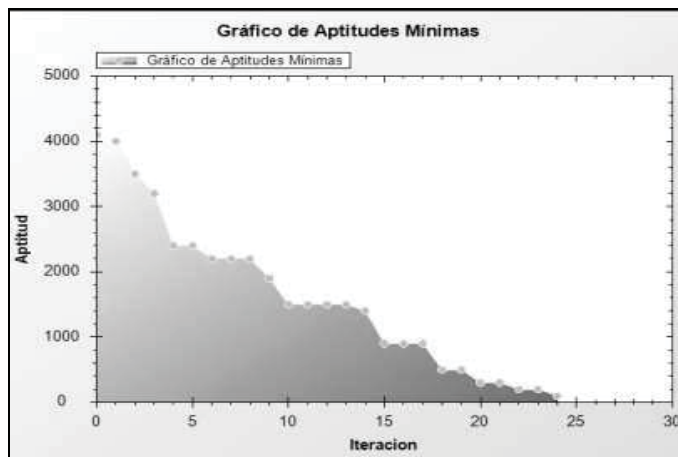


Figura 3. Gráfico de aptitudes mínimas de la prueba A.2

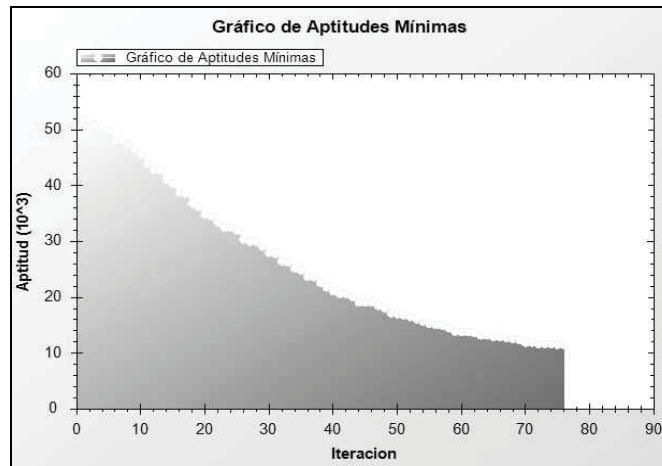


Figura 4. Gráfico de aptitudes mínimas de la prueba B.

#### 4. CONCLUSIONES

Con la elaboración de un Algoritmo Genético como método de optimización, se logra dar solución al problema de la gestión de horarios académicos, obteniendo bloques de horario de acuerdo a la carga de datos de profesores, materias y espacios físicos: aulas y laboratorios de la Universidad Nacional Experimental del Táchira, bajo el cumplimiento de restricciones específicas que responden a las distintas necesidades presentadas por la casa de estudio. Dicho Algoritmo Genético consigue evolucionar a medida que se van realizando las generaciones, simulando el proceso biológico natural, mejorando la asignación de recursos para los horarios, lo cual es medido a través del descenso de la función aptitud en las soluciones resultantes.

#### REFERENCIAS

- [1] Pacheco A., C., *Distribución óptima de horarios de clases utilizando la técnica de Algoritmos Genéticos*. 2000.
- [2] Mora, C., *La Universidad como empresa*. 2008.
- [3] Chávez, O. & Torres G. & Gómez J., *Búsqueda tabú aplicada a un problema NP-Completo: Generación de horarios en la DAIS*. 2005.
- [4] Gil, M. & Martínez, A., *Algoritmo basado en Tabu Search para el problema de asignación de horarios de clases*. 2002.
- [5] Holland, J. H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor. Estados Unidos: The University of Michigan Press. 1975.

## IMPLEMENTACIÓN DE UN AGENTE CONVERSACIONAL (CBOT) APLICADO A LA PÁGINA WEB DE CONTROL DE ESTUDIOS UNET.

**Marcel Molina**

**Ciro Colmenares**

**Laura Velandria**

**Hedry Fortoul**

**Giancarlo Colmenares**

*mmolina@unet.edu.ve*

*cirocolmenares@aol.com*

*lauvel1984@gmail.com*

*hfortoul@unet.edu.ve*

*gcolmen@unet.edu.ve*

Departamento de Ingeniería en Informática, Universidad Central de Venezuela

Paramillo, Avda. Universidad, San Cristóbal, Edo. Táchira – Venezuela

**Resumen.** *La presente investigación se encuentra dentro del área de Inteligencia Artificial (IA), y explica la manera en que se construyó el agente conversacional llamado Cbot, para la cual se utilizó el método de Lingüística Computacional (LC). El contexto que se ha elegido para las conversaciones de Cbot, son los temas relacionados a consultas y solicitudes que realizan los estudiantes en la taquilla de Control de Estudios de la Universidad Nacional Experimental del Táchira. Esta interacción se realiza en lenguaje natural, mediante el dialogo escrito entre el usuario y el sistema. Internamente el agente analiza el diálogo del estudiante y busca dentro de su base de conocimiento la respuesta más adecuada posible utilizando lingüística computacional y árboles A\* para la creación y manejo de los árboles de decisión. Para entrenar al Cbot se comienza registrando palabras claves, después de agregar cada palabra se coloca su definición en la base de conocimiento, una palabra puede tener una o más definiciones; seguidamente se generan fórmulas para algunas de las preguntas más utilizadas en Control de Estudios, luego para realizar las consultas a la base de conocimiento se construye el árbol de decisión para seleccionar la respuesta con mejor calificación. El Cbot está implementado en ambiente web utilizando el lenguaje PHP y JavaScript con base de datos MySql. Al Cbot se le realizaron pruebas de: funcionalidad, integración con el sistema de gestión de Control de Estudios, seguridad y de aceptación de los usuarios del sistema. Adicionalmente se realizaron pruebas de Turing para comprobar el nivel de precisión en las respuestas del Cbot, para esto se seleccionaron aleatoriamente un grupo de estudiantes, donde le hicieron una serie de preguntas*

*al Cbot, algunas de estas relacionadas al ámbito académico y otras fuera de contexto, el resultado fue de un 50% de respuestas satisfactorias. Con estos resultados se observa que el Cbot responde de manera objetiva y concreta con respecto a temas que se encuentran dentro del contexto del reglamento interno de Control de Estudios y Evaluación, teniendo en cuenta que la cantidad de palabras claves y sus definiciones registradas dentro de la base de conocimiento aumenta de manera progresiva el porcentaje de efectividad a la hora de responder a un tema concreto. Como propuesta a futuro se plantea que el Cbot se reentrene automáticamente utilizando técnicas de aprendizaje automático.*

**Palabras claves:** Inteligencia Artificial, Lingüística computacional, Cbot, Arbol A\*, Pruebas Turing.

## 1. INTRODUCCION

### 1.1 Introducción al Problema

La presente investigación se realiza en la Universidad Nacional Experimental del Táchira (UNET) se encuentra ubicada en la ciudad de San Cristóbal, Es una institución educativa de nivel superior que tiene como principal objetivo formar bachilleres en carreras de Ingeniería, Arquitectura, Licenciatura en Música y Técnicos Superiores. Para el funcionamiento la UNET cuenta con entidades operativas como lo son los Departamentos, Coordinaciones y Unidades. Entre estos se encuentra la Coordinación de Control de Estudios y Evaluación (CCEE) que se encarga de realizar todos los procesos académicos de los estudiantes de pre-grado. En los últimos años la población estudiantil ha aumentado considerablemente el cual provoca que la CCEE no pueda suplir la demanda de las diferentes solicitudes realizadas por los estudiantes.

Debido a esta problemática, se desea implementar un Agente Conversacional, el cual llamaremos (Cbot), aplicado en la página Web de la CCEE para facilitar las respuestas a las preguntas más frecuentes realizadas por los estudiantes de pre-grado, en forma eficiente y oportuna. El funcionamiento de este Agente Conversacional tiene como objetivo principal la búsqueda de respuestas a las preguntas del estudiante, permitiendo atender a un gran número de usuarios de forma simultánea y automática, siendo esta una aplicación informática, el agente estará disponible las 24 horas del día, agilizando los procesos académicos en la CCEE, filtrando las incidencias más comunes.

### 1.2 Descripción del Trabajo

#### 1.2.1. Objetivos

##### Objetivo General

Implementar un Agente Conversacional (Cbot) aplicado a la Página Web de la Coordinación de Control de Estudios y Evaluación de la UNET.

##### Objetivos Específicos

- Determinar las preguntas y solicitudes más frecuentes realizadas por los estudiantes en la Coordinación de Control de Estudios y Evaluación de la UNET, para observar cual es la tendencia y poder facilitar la comprensión del Agente Conversacional (Cbot).

- Analizar e identificar los métodos de inteligencia artificial y lenguajes a utilizar en el desarrollo del Cbot.
- Crear y desarrollar una interfaz amigable y funcional del Cbot para la interacción con el usuario.
- Desarrollar el Cbot con el lenguaje e información obtenida, en los estudios realizados anteriormente.
- Realizar prueba Turing, para determinar que tan inteligente es Cbot.
- Verificar prueba a fallos del Cbot, para observar el comportamiento de este, ante los diferentes eventos que puedan surgir.

## 2. METODOLOGIA

Para el desarrollo de este proyecto se utilizará la metodología del proceso unificado de desarrollo (RUP), debido a sus características iterativas y el soporte de técnicas orientadas a objetos, en particular el uso del lenguaje unificado de modelado (UML). Jacobson [5], describe las fases de RUP: Inicio o concepción, Elaboración, Construcción y Transición.

## 3. DESARROLLO Y RESULTADOS

### 3.1 Fase de Inicio o Concepción

Para la identificación de requisitos, se extrae de cualquier fuente disponible las necesidades que debe cumplir el sistema, en el caso de la aplicación, se emplearon como herramientas la entrevista y la observación directa para identificar los requisitos y de allí elaborar los diagramas de actividades y casos de uso, se identificaron los actores, siendo un actor un agente que interactúa con el sistema pero no es parte del mismo. Para la aplicación se identificaron dos actores principales el Estudiante Solicitante y el Administrador Cbot, el primero se refiere a los estudiantes que cuentan con los permisos necesarios para utilizar la aplicación como el realizarle preguntas al agente, y el segundo se refiere al administrador del agente conversacional, donde podrá registrar palabras clave, registrar preguntas y la administración general de la aplicación.

### 3.2 Fase de Elaboración

En esta fase se describen los objetos y sus interacciones con otros objetos, se definen todos los atributos de la clase, y las interfaces entre objetos se elaboran para definir los detalles de un modelo completo de mensajes. En la Figura 1, se muestra el diagrama de clases de la aplicación, allí se ilustran las clases denominadas: CBOT\_PALABRACLAVE, CBOT\_DICCIONARIO, CBOT\_DICC\_RESP, CBOT\_RESPUESTAS y CBOT\_PREGUNTAS.

**CBOT\_PALABRACLAVE:** En esta clase se almacena el conjunto de palabras reservadas como es el caso de los verbos, conjunciones, adjetivos, adverbios, preposiciones, sustantivos, interrogativas, interjecciones y palabras reservadas de Control de Estudios que son clave en la resolución de problemas en esta Coordinación.

**CBOT\_DICCIONARIO:** Esta clase está relacionada con palabras claves, por lo tanto contiene un id de palabras claves, el concepto que corresponde al significado de todas las palabras claves almacenadas en dicha tabla y la variable tipo que clasifica las palabras.

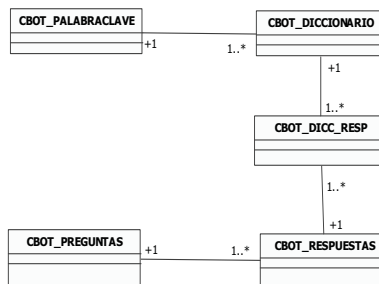


Figura 1 – Diagrama de clases de la aplicación

CBOT\_DICC\_RESP, En esta clase se almacena la información contenida de las entidades CBOT\_DICCIONARIO y CBOT\_RESPUESTAS, ya que es una clase asociativa entre estas dos entidades.

CBOT\_RESPUESTAS, Esta clase se relaciona con la entidad CBOT\_PREGUNTAS, por lo tanto contiene un id de pregunta y la fórmula de las distintas respuestas que puede darse para cada pregunta realizada por el estudiante. Un ejemplo se muestra en el siguiente caso. Sólo se permite la coincidencia de horarios en una (1) hora como máximo en el lapso académico regular, dicha respuesta es:

$$Ad+Pr+V+Pr+O+P+Ad+S+P+V+O+O+A+O+P+O+O+O+Ad \tag{1}$$

Está fórmula es guardada en la tabla para posibles respuestas de choque de horario.

CBOT\_PREGUNTAS, En esta clase se almacena las fórmulas que se obtienen a través de las preguntas que son realizadas por los estudiantes. Un ejemplo lo observamos en la siguiente pregunta: Se puede realizar el cambio de turno y carrera a la vez, la fórmula a dicha pregunta es

$$Pr+V+V+O+V+P+O+C+S+P+Pr+O \tag{2}$$

Tipo de Palabra	Abreviatura
Verbos	V
Conjunciones	C
Adjetivos	A
Adverbios	Ad
Preposiciones	Pr
Sustantivos	S
Interrogativas	I
Interjecciones	In
Palabras reservadas	O

### 3.3 Fase de Construcción

La aplicación se desarrolló en ambiente de página Web, el lenguaje de programación PHP, el IDE de programación se utilizó Netbeans IDE 6.8, el manejador de Base de Datos MySQL 5.1 y las consultas de los datos personales y académicos de los estudiantes se toman de

la Base de Datos de la CCEE, el cual se encuentra en un servidor Oracle Database 10g Release 2. Para desarrollar la interfaz gráfica de la aplicación Cbot, se utilizaron los estándares empleados por la CCEE, tales como colores y letras, siendo punto de referencia para el desarrollo de la interfaz gráfica de la aplicación.

La aplicación de lingüística computacional fue la técnica de inteligencia artificial utilizada para la realización del Cbot, a partir de allí se investigaron estructuras de datos y el algoritmo llamado A\*(A asterisco), para la creación y el manejo de los árboles de decisión y funciona de la siguiente manera:

- 1) Calcula la fórmula de la pregunta buscando en la tabla CBOT\_PALABRACLAVE junto con la variable DICC\_TIPO de la tabla CBOT\_DICCIONARIO, quedando de la siguiente manera, (Ad+O+S+V).
- 2) Busca en la tabla CBOT\_PREGUNTAS la fórmula parecida a ella. Si la encuentra, busca todas las respuestas asociadas a esa pregunta en la tabla CBOT\_RESPUESTAS, generando un vector con las formulas encontradas en la tabla CBOT\_RESPUESTAS, como se muestra en el ejemplo a continuación: [V+S+C+Ad+O] [0], [S+O+V+S+O+Ad] [1],..., [n]; luego busca en las tablas CBOT\_PALABRACLAVE y CBOT\_DICCIONARIO cada elemento del vector para generar el árbol de posibles respuestas. Posteriormente busca para cada palabra clave, por ejemplo [0] de la pregunta, su definición en la tabla CBOT\_DICCIONARIO, calculando la formula de este, [V+S+Ad+O+V+O+S+O] y la compara con los nodos hijos generados anteriormente y el que tenga la mayor aproximación es la que se selecciona. Si no encuentra la fórmula de la pregunta, se realiza la consulta en el Algoritmo A\*.

Para entrenar al Cbot se comienza llenando la tabla de CBOT\_PALABRACLAVE, después de agregar la palabra se coloca la definición en CBOT\_DICCIONARIO para la misma, una palabra puede tener una o más definiciones, por ejemplo: Prueba que es un verbo y a su vez una palabra clave reservada. Luego el administrador usando el programa Cbot genera una fórmula de una pregunta cualquiera, entre más palabras claves y preguntas se ingresen al sistema mejora el porcentaje de efectividad al responder. Entre los conceptos de las palabras claves se pueden colocar ejemplos de cómo responder a esos temas. Por ejemplo: Para las palabras claves (Período y Prueba) comparten entre sus conceptos la siguiente definición “Es cuando el estudiante obtiene un índice académico acumulado inferior a los 5.10”, a esta definición se genera la fórmula para ser usada como patrón a dar una posible respuesta a esa palabra clave.

La consulta generada en el Algoritmo A\* se realiza partiendo de la fórmula de la pregunta, creando nodos hijos por cada palabra clave (O) en la pregunta, luego se pasa por cada nodo hijo y se busca en la tabla CBOT\_DICCIONARIO que conceptos tiene registrado, generándose nodos sub-hijos por la cantidad de conceptos encontrados y a cada concepto se le halla la fórmula. Cada nodo sub-hijo se busca cuantas veces se repite en todo el árbol, siendo ésta la medida calificativa para escoger esa fórmula.

### 3.4 Fase de Transición

El propósito de esta fase es lograr la transición de la aplicación a los usuarios, a tal fin se realizaron las pruebas de validación, revisiones y correcciones acerca del funcionamiento del proyecto. Las pruebas de funcionalidad, se realizaron una vez instalada la aplicación en el servidor de la CCEE se cargaron los datos y se probaron las funcionalidades de la aplicación para validar que el sistema funcionaba de acuerdo a lo esperado, luego se realizaron pruebas de integración de la aplicación con los diferentes módulos del sistema de la CCEE , seguidamente se

realizaron pruebas de seguridad, donde se comprobaron los permisos de acceso al servidor, finalmente se realizaron pruebas de turing, estas pruebas se realizaron para corroborar que tan pseudo-inteligente respondió la aplicación. Se realizaron dos tipos de pruebas, la primera prueba con una muestra de 5 estudiantes, el cual efectuaron preguntas fuera de contexto y la segunda prueba con una muestra de 4 estudiantes que formularon preguntas en el contexto del reglamento interno de la CCEE, de lo cual se pudo observar un total de 40% de aciertos en las respuestas de un total de 20 preguntas, esto debido a que algunas preguntas están fuera del contexto del reglamento interno, siendo la efectividad obtenida muy baja por la limitada base de conocimientos de palabras claves y preguntas que poseía en el momento que se realizó la prueba. Para la segunda prueba se contó con la participación de 5 estudiantes que realizaron cada uno 4 consultas al Cbot, de lo cual se pudo observar un total de 50% de aciertos en las respuestas de un total de 20 preguntas, de igual modo, esta efectividad fue baja debido a la limitada base de conocimientos de palabras claves y preguntas que poseía en el momento que se realizó la prueba.

#### 4. CONCLUSIONES

Con las entrevistas al personal que labora en la CCEE y a los estudiantes de la UNET, de las preguntas y solicitudes más frecuentes se identificaron los requerimientos que fueron las bases necesarias para el desarrollo del proyecto. Para el desarrollo de la aplicación se utilizó como método de Inteligencia Artificial (IA) la Lingüística Computacional (LC), manejando el algoritmo A\* para obtener un agente inteligente y proporcionarle al usuario una respuesta adecuada. La interfaz resultante del Cbot, trata de una aplicación amigable para el usuario, donde el perfil del agente es el Logo de Unetin y el mismo tiene expresiones el cual puede ser alegría, tristeza, rabia, asombro y neutral dependiendo de la respuesta y pregunta realizada por el estudiante. En la realización de la prueba de Turing se pudo observar que el agente responde con una efectividad del 40% con preguntas fuera de contexto y dudas realizadas por los estudiantes de pre-grado y una efectividad de 50% con preguntas a temas que están dentro del contexto del reglamento interno que se maneja dentro de la CCEE, el cual a medida que se alimenta la base de conocimiento el sistema mejora en su efectividad. Se espera que una vez implementado el Cbot se reduzca de manera significativa las colas en la taquilla de Control de Estudios de estudiantes de pre-grado para consultar dudas referentes al reglamento interno de esta Coordinación. La aplicación del Cbot ayudaría al personal de taquilla de la Coordinación de Control de Estudios UNET a responder consultas a los estudiantes de pre-grado referentes al reglamento del mismo y así limitarse a la recepción y entrega de documentos.

#### 5. REFERENCIAS

- [1] Alarcón, R. UML Diseño Orientado a Objetos con UML. Madrid, España. Grupo EIDOS Consultoría y documentación Informática, SRL. 2.000.
- [2] Choua, C., Chanb T. & Linc C. Redefining the learning companion: the past, present, future of educational agents, Computer & Education. 2.002
- [3] Copeland, J. Inteligencia artificial: Una introducción filosófica. Madrid, Alianza Editorial. 1.993.
- [4] Hausser, R. *Foundations of Computational Linguistics: Human-Computer Communication in Natural Language*, 2ª ed. Berlin: Springer-Verlag. 2.001.
- [5] Jacobson Ivar, Booch Grady, Rumbaugh James, ADDISON-WESLEY, El Proceso Unificado de Desarrollo de Software. 2.000.



**MODELO DE CONOCIMIENTO PARA EL HALLAZGO DE INDICADORES DE GESTIÓN EN UNA UNIDAD ACADÉMICA, UTILIZANDO TÉCNICAS DE DESCUBRIMIENTO EN BASE DE DATOS (KNOWLEDGE DISCOVERY IN DATABASES O KDD). CASO DE ESTUDIO: UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL DEL TÁCHIRA (UNET)**

**Bernal J., Mary C.**

**Timaure G., Rossana T.**

mbernal@unet.edu.ve

rttg@unet.edu.ve

Departamento de Informática, Universidad Nacional Experimental del Táchira  
Avenida Universidad, Paramillo, San Cristóbal – Estado Táchira - Venezuela

**Resumen.** Los procesos de minería de datos, como herramientas para la generación de conocimiento (Knowledge Discovery in Databases o KDD), han sido aplicados exitosamente en diferentes áreas productivas y del saber humano. En el presente trabajo, se aplican técnicas de minería de datos para el análisis de datos académicos, sometiendo a estudio la información de los alumnos del pensum nuevo de la carrera Ingeniería en Informática de la Universidad Nacional Experimental del Táchira (UNET), correspondientes al comportamiento curricular de los estudiantes de acuerdo con las Normas de Rendimiento Académico UNET, con el fin de encontrar relaciones, patrones ocultos, reglas o tendencias que los caractericen y que ayuden a la generación de indicadores de interés para la gerencia universitaria académica construyendo un modelo de conocimiento que facilite la toma de decisiones. Obteniendo como resultado que las variables en estudio no inciden de forma significativa en el rendimiento académico según las consideraciones establecidas en los reglamentos internos de la institución, sin embargo evidenció indicadores de interés sobre la forma estructural del curriculum, tales como: las dependencias de contenidos, alta dispersión estudiantil, incidencia de las ciencias básicas matemática, física y química en el proceso enseñanza - aprendizaje de las materias del eje profesional, entre otros, concluyendo que existen un conjunto de evidencias que permiten generar modelos de procedimientos para gestionar el proceso de la administración académica.

**Palabras Clave:** Knowledge Discovery in Databases, Minería de Datos, CRISP DM, Gestión Académica

## 1. INTRODUCCIÓN

La presente investigación pretende apoyar el proceso de toma de decisiones basado en técnicas de KDD que permita utilizar los resultados del rendimiento estudiantil para conocer el grado de eficacia de los planes, programas y estrategias utilizadas en el proceso enseñanza-aprendizaje e investigar, con fines de orientación y de corrección, los factores que condicionan el rendimiento de todo el sistema académico, en relación con el proceso de aprendizaje del alumno. Para lograr este objetivo se aplicaron técnicas de minería de datos descriptiva que permitieron extraer el conocimiento de los datos. La investigación se desarrolló bajo la metodología CRISP DM (Cross Industry Standard Process for Data Mining).

## 2. METODOLOGÍA

El estudio se llevó a cabo utilizando la metodología de desarrollo CRISP DM (Cross Industry Standard Process for Data Mining), la cual propone un proceso jerárquico formado por varias tareas que ofrece la estructura necesaria para obtener resultados más rápidos en el proceso de minería de datos (Chapman, Clinton; 1999).

### 2.1 Fase I – Comprensión del negocio

La Universidad Nacional Experimental del Táchira (UNET) dispone de un sistema automatizado para la gestión académica de los estudiantes (Sistema de Control de Estudios y Evaluación). El mismo almacena en una base de datos la información personal y resultados académicos de los estudiantes en las diferentes asignaturas. A partir de la información que brinda este sistema y algunos datos que maneja la Unidad de Admisión de la UNET, se conforma la materia prima de análisis de los datos considerados para el estudio

### 2.2 Fase II – Comprensión de los datos

Los datos utilizados pertenecen a los lapsos académicos comprendidos entre el 2004-3 al 2009-1, específicamente a la información personal y académica de los estudiantes que son matricula de la UNET en este periodo; tomando de estos la información de sus reportes académicos desde su ingreso hasta el semestre en el que actualmente se encuentran. La BD en estudio se encuentra en un servidor Oracle<sup>®</sup> en la Coordinación de Control de Estudios y Evaluación.

**Tabla 1.** Variables consideradas para el estudio

Variable	Significado	Posibles Valores
UCC	Unidades Crédito Cursadas	1 – 170
UCA	Unidades Crédito Aprobadas	1 – 170
Ind Eficiencia	Ind Eficiencia = UC Aprobadas / UC Cursadas	0 – 1
Ind Total	Ind Acumulado * Ind Eficiencia * Ind Operatividad	1 – 9
Ind Efectividad	Ind Efectividad = Ind Eficiencia * Ind Acumulado	1 – 9
Modalidad de ingreso	Forma en la que ingreso a la universidad	Admision Directa, Propedeutico, Convenio ...
Lapso de ingreso	Lapso en el que ingreso a la universidad	2004-3 / 2009-1
Puntaje de Admisión	Nota con la cual fue admitido en la	1 – 100

	universidad	
Nota Bachillerato	Promedio obtenido en bachillerato	1 – 20
Colegio	Colegio de donde proviene	Públicos y privados
Posición	Lugar que obtuvo en el examen de ingreso a la universidad	1 - 70
Materias	Materias del pensum	Especificadas por código
Tipo	Tipo de materia	L. Laboratorio – T. Teórica
N_veces	Número de veces que curso la materia	1,2,3,4,5 ...
Lapso	Lapso en el que vio la materia	2004-3 / 2009-1
Nota	Nota obtenida en la materia	1 – 9

### 2.3 Fase III – Preparación de los datos.

En primera instancia se realizó la integración de los datos de los diferentes orígenes en estudio (Control de Estudios y Unidad de Admisión), utilizando herramientas como WEKA 3.5.7, Statgraphics Plus® 5.1 y Microsoft® Office Excel, se realizó un análisis exploratorio y gráfico de los datos que permitió hacer un análisis descriptivo del dominio de estudio con el propósito de seleccionar las técnicas de preprocesado que más se ajusta a dichos datos, esto conlleva a realizar un análisis de los datos ausentes. También fueron detectados valores atípicos (outliers) los cuales fueron retenidos en la muestra salvo aquellos en los cuales su significancia no fue relevante, muchos de ellos respaldados por el estudio que se le hizo a las normas de rendimiento estudiantil UNET, a las consideraciones semestrales aprobadas en consejo universitario y a las consideraciones departamentales.

### 2.4 Fase IV – Modelado

Una vez seleccionados y preparados los atributos se pasó a determinar el modelo de minería de datos que mejor se ajusta a los datos de entrada primero utilizando técnicas estadísticas que permitieron analizar descriptivamente la data obteniendo apreciaciones relevantes acerca de cada una de las variables seleccionadas para el contexto en estudio.

**Tabla 2.** Principales Coeficientes de Correlación entre las variables de estudio

Atributos Estudiados	Coefficiente de Correlación
Puntaje Admisión - Índice académico	0.32524245
Índice Académico - Índice de Efectividad	0.936577437
Posición - Índice Académico	-0.319882544
Nota bachillerato - Índice Académico	-0.028992035

La Tabla 2., demuestra una baja correlación entre las variables de estudio. Con este conocimiento de los datos se dió paso a la creación del modelo descriptivo en donde después de realizar diferentes pruebas se obtuvo una mejor calidad utilizando el Algoritmo Apriori del cual se pudieron extraer las siguientes reglas:

- |   |                                       |             |    |   |             |
|---|---------------------------------------|-------------|----|---|-------------|
| 1 | iefec=3 200 ==> ia=M 199              | conf:(1)    | 6  | mod_ing=1 uc=1 233 ==> ua=1 216         | conf:(0.93) |
| 2 | mod_ing=1 iefec=3 171 ==>ia=M 170     | conf:(0.99) | 7  | iefi=3 251 ==> ia=M 231                 | conf:(0.92) |
| 3 | ptos_adm=4 270 ==>mod_ing=1 253       | conf:(0.94) | 8  | sexo=M mod_ing=1 ua=1 149 ==> uc=1 137  | conf:(0.92) |
| 4 | ptos_adm=4 ia=M 203 ==> mod_ing=1 190 | conf:(0.94) | 9  | sexo=M ptos_adm=4 167 ==> mod_ing=1 153 | conf:(0.92) |
| 5 | mod_ing=1 iefi=3 214 ==> ia=M 199     | conf:(0.93) | 10 | sexo=M mod_ing=1 uc=1 150 ==> ua=1 137  | conf:(0.91) |

Dichas reglas tienen un lado izquierdo con condicionales que debe cumplir, y un lado derecho con las consecuencias de cumplir estas condiciones. Se encuentran también usando un procedimiento de *covering* (cobertura). Sin embargo, en el lado derecho de las reglas, se contempló la aparición de cualquier par o pares atributo-valor, para lo cual se consideró cada combinación posible de pares atributo-valor del lado derecho, posteriormente fueron podadas usando cobertura (número de instancias predichas correctamente) y precisión (proporción de número de instancias a las cuales aplica la regla). (Seewald, 2009). En términos de probabilidades, el soporte y la confianza están dados por las siguientes fórmulas: lo expresado en (1) y (2).

$$\text{soporte}(A \Rightarrow B) = P(A \cup B) \quad (1)$$

$$\text{confianza}(A \Rightarrow B) = P(B|A) = \frac{\text{soporte}(A \cup B)}{\text{soporte}(A)} \quad (2)$$

La fórmula de soporte está dada por la unión de dos probabilidades, es decir, el soporte de la regla ( $A \cup B$ ) es equivalente a la probabilidad que se cumplan simultáneamente A y B. Por otro lado, la fórmula de confianza anterior está dada en términos de probabilidades condicionales, la probabilidad de que ocurra B, dado que ocurre A. En realidad el interés se centra en reglas que tienen mucho soporte, por lo que se busca (independientemente de que lado aparezcan), pares atributo-valor que cubran una gran cantidad de instancias. A estos, se les llama *item-sets* y a cada par atributo-valor ítem. Con esto lo que se pretende es encontrar asociaciones existentes en los datos de estudio que permitan encontrar patrones relevantes. Posteriormente se generaron las reglas revisando que cumplan con el criterio mínimo de confianza de la siguiente manera:

Para cada conjunto de ítems, genera todos sus subconjuntos.

Para cada subconjunto  $s \sqsubset l$ , genera una regla:  $s \Rightarrow (l - s)$  si:

$$\frac{\text{soporte}(l)}{\text{soporte}(s)} \geq \text{nivel\_confianza} \quad (3)$$

## 2.5 Fase V – Evaluación

Con base en los criterios considerados para la evaluación es importante tomar en cuenta: **Soporte:** El parámetro del algoritmo a priori, `lowerBoundMinSupport` es un decimal que representa el porcentaje mínimo de instancias que cubre una regla (para la que se cumple las condiciones) con respecto al total de instancias. Número total de instancias: 670, `lowerBoundMinSupport`: 0.2 (las reglas deben cubrir el 20% de 670 = 135)

Si el soporte de las reglas es superior a 4, es tenida en cuenta. De lo contrario es eliminada. Para la investigación, se definió un soporte mínimo del 5%. Se escogió este valor debido al tamaño de población que se tiene, ya que para una regla que aplique a un 5%, se considera de importancia para los interesados en los resultados. Esto implica que la variable `lowerBoundMinSupport` tiene un valor de 0.05.

**Confianza:** El parámetro de confianza es el otro valor a tener en cuenta, ya que muestra con qué grado de precisión una regla clasifica los registros para los cuales es aplicable.

En la herramienta WEKA, para el caso de las reglas de asociación, el valor de confianza es mostrado para cada regla como parte de los resultados de la ejecución. Para el caso de esta investigación se tomó el valor de la confianza de un 91%. El valor de la confianza dará la precisión con la que se quiere que estén los resultados. Este valor se estableció de acuerdo con el número de reglas que resultaron después de aplicar los algoritmos de tal manera que se pudo

determinar el valor mínimo de confianza con el objetivo de tener las reglas necesarias para el desarrollo del estudio.

### 3. DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

El interés por el desempeño de los alumnos en su vida académica, que surge de numerosos y desfavorables indicadores de desgranamiento, abandono y bajo rendimiento académico, ha llevado a que en la actualidad se haga uso de las tecnologías emergentes para investigar sobre las causas que subyacen en esta problemática. La presente investigación comparte el resultado de otras investigaciones de sistemas universitarios en donde al igual se descubre que el sistema académico presenta serias deficiencias, y una de las consecuencias se manifiesta en que el piso cognitivo y actitudinal con el que ingresan los alumnos a la universidad, es muy bajo y atenta contra el rendimiento académico, además de contribuir a la extensión de la duración real de las carreras. Dentro de los resultados más relevantes del estudio, se observó que:

El análisis de las variables significativas que finalmente quedaron incluidas en el modelo, demostró que variables como: nota obtenida por el estudiante en el examen de admisión, nota de egreso de estudios de bachillerato, modalidad de ingreso, unidad educativa donde realizó estudios de bachillerato por citar las más importantes, no inciden en el rendimiento del estudiante universitario tomando como medida el índice académico, resultado que coincide con los obtenidos por García, Peinado y Rojas (2007), en su trabajo “Variables académicas en estudiantes del ciclo de iniciación universitaria”, Caso de estudio Universidad Simón Bolívar Venezuela, donde concluyen que las correlaciones observadas entre Índice Académico y los resultados en la prueba de admisión no fueron significativas. Estos resultados contrastan con los de Cortez y Palomar (2007), en su trabajo “El proceso de admisión como predictor del rendimiento académico en la educación superior”, Caso de estudio: Una universidad privada, México y el de Alcover, et al. (2003), en su trabajo “Análisis de rendimiento académico en los estudios de informática de la universidad politécnica de Valencia aplicando técnicas de minerías de datos”, donde en ambos trabajos se concluye que existe una correlación significativa entre el examen de admisión y el índice académico. Lo que conlleva a sugerir que deba revisarse la normativa de ingreso a la universidad para que variables como el promedio obtenido en bachillerato no sea tomada en consideración para la admisión de los estudiantes a los estudios de tercer nivel. En términos generales se puede apreciar que los aspectos relacionados con el rendimiento estudiantil no dependen estructuralmente de las variables académicas presentadas, el mismo puede explicarse por la deficiente formación previa en conocimientos de los alumnos ingresantes, sin embargo, este análisis conduce a que se pueda predecir el estado académico de los estudiantes después de que han cursado algunos semestres, permitiendo así generar cambios, incorporar mejoras y descubrir tendencias que puedan apoyar la toma de decisiones institucional.

Por otra parte, de acuerdo con la gestión del conocimiento generada a partir del caso en estudio se logró determinar que debido al régimen de estudios que maneja la UNET, se ha perdido la homogeneidad de las cortes impidiendo realizar análisis de rendimiento en cuanto a las materias distribuidas por semestre para determinar los niveles de dificultad de un semestre en particular. Esto debido a los grados de lentificación de los estudiantes en el proceso académico demostrándose que una proporción escasa, a veces no observable de estudiantes logran culminar su proceso de escolaridad en el tiempo óptimo. Lo que hace que exista un porcentaje de dispersión bastante elevado para cada cohorte. Se obtuvo que para la carrera de Ingeniería Informática de la UNET, el promedio en años de la carrera es de 7 años, valor que coincide con el obtenido por Jaffe (2008), en el trabajo “Racionalización de los programas de educación superior

ofrecidos por la Universidad”, caso de estudio Universidad Venezolana. Sin embargo, es importante destacar el contraste con las estadísticas de educación de la Organización para la economía cooperación y desarrollo, donde la tendencia mundial para egresados de Ingeniería es recortar a 4 o 5 años la duración de las carreras. Debido a esto surge la necesidad de revisar e incorporar pre-requisitos curriculares y de contenido basadas en pre-requisitos y co-requisitos que impidan el avance en ciertas áreas de conocimiento versus la lentificación de otras. Además de que se realice por parte de las unidades académicas gestión con los datos que continuamente manejan que permitan mejorar el proceso de formación académica de los estudiantes.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Para realizar un estudio como el descrito fue necesario hacer un estudio exhaustivo de la data por las fallas, inconsistencias y carencia de información encontrada en algunas fuentes de datos. Así mismo se encontró que existen variables del proceso académico que no son registradas (motivos de cambios de carrera, causas para retiros de asignaturas, actividades extracurriculares, entre otras) lo que conduce a un vacío de información clave para el desarrollo y la proyección en el ámbito académico.

Después de realizar todas las pruebas de acuerdo con los criterios determinados, se pudo notar que el algoritmo de reglas de asociación cumple de una manera más completa con las expectativas que se tienen en el ámbito académico. La velocidad, la precisión en la predicción, la escalabilidad y la robustez de las reglas de asociación tuvieron una ventaja clara en los resultados comparado con los resultados que se obtuvieron con otros algoritmos estudiados y desarrollados en otras investigaciones. Estos criterios de comparación son un punto clave en el momento de tomar la decisión de elegir una técnica u otra.

#### 5. REFERENCIAS

1. Orallo, J., Quintana, M. y Ramírez, C. (2007), Introducción a la minería de datos, Prentice Hall, España
2. Fayyad, U. M., Piatetsky-Shapiro, G., Smith, P., Uthurusamy R. *Advances in Knowledge Discovery and Data Mining*, AAAI Press / The MIT Press, 1996
3. Chapman, P.; Clinton, J.; Kerber, R.; Khabaza, T.; Reinartz, T; Shearer, C.; Wirth, R. *CRISP – DM 1.0 Step by step data mining guide*, 1999
4. Normas para la Evaluación del Rendimiento Estudiantil UNET. Consejo Universitario de la Universidad Nacional Experimental del Táchira. Disponible en: <http://secretaria.unet.edu.ve/>
5. Witten, I.; Frank, E. *DATA MINING Practical Machine Learning Tools and Techniques*. Second Edition. Morgan Kaufmann Publishers.
6. Mitchell, T. *Machine Learning*. McGraw Hill International Edition
7. Seewald, A., Scuse D. University of WAIKATO. *WEKA Manual*. (2009)
8. García, H., Peinado, S., Rojas F., *Variables académicas en estudiantes del ciclo de iniciación universitaria*, Laurus, Vol. 13, Núm. 25, (2007)
9. Cortéz, A., Palomar, J., *El proceso de admisión como predictor del rendimiento académico en la educación superior*, Universitas Psychologica V. 7 No. 1 (2007)
10. R. Alcover, J. Benlloch, P. Blesa, M. A. Calduch, M. Celma, C. Ferri, J. Fernández-Orallo, L. Iniesta, J. Más, M. J. Ramírez-Quintana, A. Robles, J. M. Valiente, M. J. Vicent, L. R. Zúñica., *Análisis del rendimiento académico en los estudios de informática de la Universidad Politécnica de Valencia aplicando técnicas de minería de datos*, Informe Transversal del rendimiento académico de las ingenierías técnicas. Consejo de Universidades, 2001
11. Jaffe, K. *Racionalización de los programas de educación superior ofrecidos por la Universidad*, Comisión de planificación y desarrollo USB (2008)

## CATEGORIZACIÓN AUTOMÁTICA DE DOCUMENTOS MEDIANTE EL USO DE TÉCNICAS DE APRENDIZAJE NO SUPERVISADO

**Giancarlo Colmenares**

**Manuel Tovar**

**Hedry Fortoul**

**Marcel Molina**

*gcolmen@unet.edu.ve*

*manuel.tovar@gmail.com*

*hfortoul@unet.edu.ve*

*mmolina@unet.edu.ve*

Departamento de Ingeniería en Informática, Universidad Nacional Experimental del Táchira  
Avda. Universidad, Sector Paramillo, Edificio “C”, San Cristóbal, Edo. Táchira, Venezuela.

**Resumen.** *La presente investigación propone un modelo de Minería de Datos para la categorización automática de documentos mediante la aplicación de algoritmos de aprendizaje no supervisado, teniendo como caso de estudio los trabajos de tesis y pasantía alojados en la biblioteca de la Universidad Nacional Experimental del Táchira (UNET). El desarrollo de la investigación se hizo bajo la metodología SEMMA, la cual permitió un avance por medio de fases facilitando el entendimiento de las características de los datos a medida que se generaban cambios. La data utilizada para la clasificación comprendió el título y el resumen de los trabajos, se realizaron pruebas con los algoritmos de K-medias y mapas auto-organizados de Kohonen, para lo cual fue necesario el estudio de la naturaleza de los datos a clasificar y su adaptación para la correcta generación del modelo, esta adaptación incluyó la separación de las palabras en el texto, la eliminación de términos poco discriminantes y de palabras comunes a partir de un stop list. Se construyó una base de datos en MySQL en la cual se insertaron los diferentes grupos de data que se diseñaron, se usó el lenguaje de programación java con el cual se crearon las funciones para el manejo y transformación de los datos, además de la herramienta Weka donde se entrenaron los modelos y se realizaron las pruebas. Las pruebas con mejores resultados, utilizando más de mil documentos y los mapas auto-organizados de Kohonen arrojaron clasificaciones correctas por encima del 83%; de igual manera, la clasificación específica de los trabajos de tesis y pasantía de Informática y Arquitectura estuvo por el orden del 88% de precisión.*

**Palabras claves:** Categorización de documentos, aprendizaje no supervisado, mapas auto-organizados de *Kohonen*, minería de datos.

## 1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad debido a la creciente disponibilidad de documentos en formato electrónico, surge la necesidad de crear mecanismos que ayuden a su correcta clasificación, lo que permitiría un mejor manejo de los mismos facilitando el proceso de búsqueda y recuperación. Básicamente el concepto de clasificación de documentos refiere al problema de encontrar para cada documento la clase a la que pertenece, teniendo como criterio de agrupamiento la similitud existente entre cada uno de ellos. Según un estudio realizado por la *International Data Corporation* (IDC) se estima que "...en la actualidad, menos de 10% de la información de una organización es "*clasificada*", o calificada según su valor" [1].

El propósito de esta investigación es el desarrollo de un modelo que permita la categorización automática de documentos, mediante el uso de técnicas de aprendizaje no supervisado adaptadas a la clasificación de los trabajos de tesis y pasantía que se encuentran alojados en el sistema de la biblioteca de la Universidad Nacional Experimental del Táchira. Para esto se realizaron pruebas con dos tipos de algoritmos de aprendizaje no supervisado, por lo que fue necesario el estudio de la naturaleza de los datos con que se contaba para el desarrollo del modelo.

La categorización de documentos es un proceso que consume tiempo debido al gran volumen de información que se puede llegar a manejar, de allí surge la necesidad de desarrollar tecnologías para una categorización automática. También se debe tener en cuenta que el hecho de no tener los documentos agrupados de una forma eficiente, genera cierta demora en el momento de realizar una búsqueda; esto sin garantizar la localización del documento deseado, por lo que se requiere de una adecuada organización de la información, de manera que su búsqueda y recuperación se realice rápida y fácilmente.

## 2. DESARROLLO

La metodología seguida para el desarrollo de la investigación fue SEMMA, diseñada por el Instituto de Sistemas de Análisis Estadístico (SAS Institute), está orientada específicamente para proyectos de minería de datos [2]; el nombre de esta metodología corresponde a sus letras iniciales en inglés: *Sample* (Muestreo), *Explore* (Exploración), *Modify* (Manipulación), *Model* (Modelado) y *Assess* (Valoración). (Fig. 1). SEMMA permite la repetición de las fases si los resultados obtenidos no se ajustan a lo esperado; el desarrollo de la investigación requirió de 4 fases, a continuación se describe la ejecución de ellas; en algunos casos no hubo que repetir etapas durante la ejecución de una fase debido a que se utilizaron los mismos resultados de la etapa anterior.



Figura 1. Fases de la Metodología SEMMA



**2.1- Fase 1**

Muestreo: Esta etapa se desarrolló a partir de de la data proporcionada por la biblioteca de la UNET, la cual consta de un archivo en formato *xls* que contiene la cota, el autor, el tutor, el título, el resumen y el año de publicación de 2.265 trabajos de grado. Teniendo como origen este conjunto de datos se creó una base de datos usando el manejador *MySQL*, la cual sirvió como núcleo para las selecciones de datos correspondientes a las pruebas realizadas en las consecutivas fases. La estructura de las tablas que contienen los datos iniciales se puede observar en la Figura 2, la tabla “*info*” se encuentra conformada por los mismos campos que contiene el archivo *xls* que proporcionó la biblioteca; mientras que la tabla “*datos*”, asociada a “*info*”, tiene sólo los datos que se van a utilizar para el desarrollo del modelo (Título y resumen), el campo clasificación será utilizado para la validación del modelo, el mismo permite saber a qué área de conocimiento se refiere cada trabajo, este campo se derivó a partir de la cota.

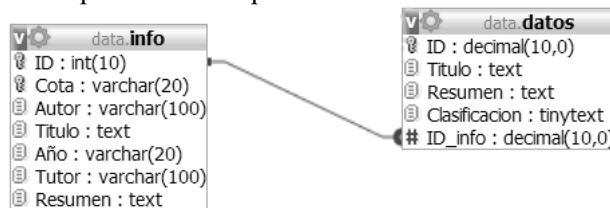


Figura 2. Estructura tablas

Exploración: En esta etapa se realizó un análisis de la forma en cómo se encontraban distribuidos los datos, es decir, la cantidad de clases diferentes que conforman la colección de datos y la distribución de documentos en cada una de las clases existentes. Para esto se realizó un primer conteo de datos obteniendo los valores que se observan en la columna “*Cantidad G1*” y su respectivo porcentaje en la columna “*Porc. G1*” de la Tabla 1; los documentos fueron agrupados en 8 clases asociadas cada una a un área de conocimiento.

Tabla 1. Cantidad de registros en los tres grupos de entrada.

Clase	Cantidad G1	Porc. G1	Cantidad G2	Porc. G2	Cantidad G3	Porc. G3
<b>Agronomía</b>	219	9,67%	219	11,27%	191	14,29%
<b>Ambiental</b>	61	2,69%	0	0,00%	0	0,00%
<b>Arquitectura</b>	254	11,21%	254	13,07%	191	14,29%
<b>Electrónica</b>	335	14,79%	335	17,24%	191	14,29%
<b>Industrial</b>	339	14,97%	339	17,45%	191	14,29%
<b>Informática</b>	270	11,92%	270	13,90%	191	14,29%
<b>Mecánica</b>	596	26,31%	335	17,24%	191	14,29%
<b>Prod. Animal</b>	191	8,43%	191	9,83%	191	14,29%
<b>Totales</b>	2265	100,00%	1943	100,00%	1337	100,00%

Manipulación: En esta fase se diseñaron los grupos de entrada para la creación del modelo, teniendo como fundamento los descubrimientos de la etapa de exploración; se diseñaron tres diferentes grupos de entrada para las pruebas con los algoritmos de *K-medias* y mapas auto-organizados de *Kohonen*. El primer grupo de datos de entrada se encuentra conformado por todo el conjunto de documentos de la colección de datos original: 2.265 documentos disponibles en la base de datos, distribuidos en 8 clases.

En la etapa de exploración se logró determinar la distribución de los documentos en cada una de las clases existentes, partiendo de esto se observó que las clases “Ambiental” y “Mecánica” tenían cantidades de registros por debajo del primer percentil y por encima del tercer percentil, respectivamente. En específico, la clase “Mecánica” cuenta con un total de 596 documentos asignados a la misma, esto representa un 26,31% de toda la colección, un poco más del doble del promedio de documentos asignados a las otras clases. Caso contrario ocurre con la clase “Ambiental” que cuenta con 69 documentos lo que representa un 2,69% de toda la colección.

Como resultado de lo expuesto se configuró el segundo grupo de datos de entrada, conformado por 7 clases; la clase “Mecánica” fue reducida en un 43,79% quedando con un total de 335 documentos y la clase “Ambiental” fue eliminada. En las columnas “Cantidad G2” y “Porc. G2” de la Tabla 1 se aprecian la cantidad de registros y el porcentaje por clase, respectivamente, para el segundo conjunto de datos. Para el tercer grupo de datos de entrada se estableció que todas las clases tendrían la misma cantidad de documentos, por lo que se utilizaron las mismas 7 clases anteriores conteniendo, en este caso, 191 documentos cada una; esta distribución se aprecia en las columnas “Cantidad G3” y “Porc. G3” de la Tabla 1.

Antes de la aplicación de los algoritmos para la creación del modelo, se llevó a cabo la remoción de términos poco discriminantes a cada uno de los conjuntos de entrada que se definieron anteriormente, para ello se hizo uso de un *stop list* de términos que no aportan información relevante para la clasificación del documento. Inicialmente el *stop list* contiene 321 términos entre artículos, y preposiciones; al aplicar esta reducción se logró disminuir en un 46,43% el promedio de términos que conforman los documentos.

Modelado: En esta etapa se selecciona la técnica de modelado y la forma en cómo se relacionan las entradas de datos con la misma; las pruebas de los algoritmos no supervisados se llevaron a cabo con la herramienta *Weka*. Se seleccionaron los algoritmos *K-medias* y mapas auto-organizados de *Kohonen* como técnicas de modelado y se entrenaron con los tres grupos de entrada construidos en la etapa de manipulación; el algoritmo *K-medias* se configuró con 8 *clusters* (prueba 1), 7 *clusters* (pruebas 2 y 3), cálculo de distancia Eucladiana y validación de modelo por *cross-validation* con 10 pliegues; el algoritmo de mapas de *Kohonen* se configuró en modo no supervisado y de igual manera con validación *cross-validation* con 10 pliegues.

Valoración: Los resultados obtenidos en cada una de las pruebas realizadas se resumen en la Tabla 2.

Tabla 2. Resultados obtenidos con los algoritmos *K-medias* y mapas de *Kohonen* con los tres grupos de datos

	<i>K-medias</i>		Mapas de <i>Kohonen</i>	
	Asignaciones Correctas	Asignaciones incorrectas	Asignaciones Correctas	Asignaciones incorrectas
Prueba 1	29,05%	70,95%	29,49%	70,51%
Prueba 2	26,35%	73,65%	32,12%	67,88%
Prueba 3	27,15%	72,85%	35,08%	64,92%

## 2.2 Fase 2.

Manipulación: Teniendo en cuenta la estructura de los tipos de entrada que se diseñaron en la fase anterior, se generó una nueva tabla para el desarrollo de las pruebas de esta fase, en este

caso la tabla a utilizar llamada “datos1” está formada por un campo identificador (ID), un campo de tipo texto (TEXTO) que contiene todo el contenido del título y el resumen del trabajo, finalmente un campo para el área de conocimiento (CLASE).

Inicialmente se aplicó la remoción de los términos poco discriminantes usando el mismo *stop list* de la fase anterior, una vez hecho esto se guardan los datos en las tablas “datosX”, donde la X va a servir para diferenciar el grupo de datos de entrada. La razón por la cual las entradas en esta fase se diseñaron de esta forma es para la aplicación de un filtro perteneciente a la herramienta *Weka* que se encarga de convertir el atributo “TEXTO” en un conjunto de atributos en una nueva tabla que representan la ocurrencia de cada término dentro de la colección de documentos, el filtro en cuestión es llamado *StringToWordVector*. Esta conversión se realiza de forma análoga a los tres tipos de entradas correspondientes a esta fase.

Valoración: Los resultados promedio de esta etapa se resumen en conjunto con los de las fases 3 y 4 en la Fig. 3.

### 2.3 Fase 3.

Manipulación: En esta fase las pruebas se llevaron a cabo sólo con el tercer grupo de entrada de datos, en el que todas las clases tienen la misma cantidad de documentos asociados; previo al almacenamiento de los datos en la base de datos se eliminaron los términos poco discriminantes utilizando un *stop list* ampliado.

Valoración: Como resultados destacables de esta etapa se mencionan los relacionados con la precisión del modelo de mapas auto-organizados de *Kohonen* para las clases específicas (Tabla 3).

Tabla 3. Porcentajes de precisión de mapas de Kohonen discriminados por clase en la fase 3

Clase	Precisión
Mecánica	45,20%
Informática	90,50%
Electrónica	81,30%
Arquitectura	89,80%
Agronomía	76,60%
Pro. Animal	76,20%
Industrial	58,50%

Se puede observar en la tabla 3, que el modelo tiene una significativa disminución en la precisión con la clase “Mecánica”, sin embargo con las clases “Informática” y “Arquitectura” la precisión está alrededor del 90%. Los resultados promedio de esta etapa se resumen en conjunto con los de las fases 2 y 4 en la Figura 3.

### 2.4 Fase 4.

Manipulación: En esta fase, la etapa de manipulación consistió exclusivamente en la extracción de los datos correspondientes a la clase “Mecánica”.

Modelado: En esta fase sólo se generó un modelo mediante mapas auto-organizados de *Kohonen*. El procedimiento se realizó de forma análoga a las fases anteriores.

Valoración: Los resultados promedio obtenidos en esta fase se presentan en la Figura 3 junto a los de las fases 2 y 3.

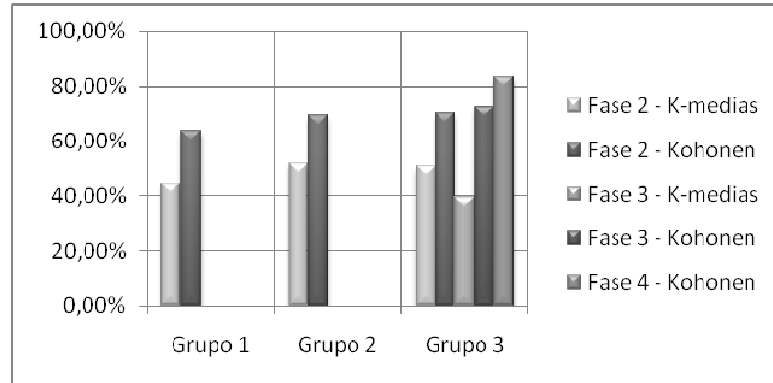


Figura 3. Precisión de los modelos generados en las fases 2, 3 y 4 para los 3 grupos de datos

Se observa finalmente que el modelo generado mediante la aplicación de los mapas auto-organizados de *Kohonen* al grupo de datos número 3 presenta un porcentaje de aciertos cercano al 90%, siendo superior a los generados por el algoritmo *K-medias*.

## 5. CONCLUSIONES

El trabajo realizado ha permitido conseguir un modelo para la categorización automática de documentos, mediante el uso de técnicas de aprendizaje no supervisado con la ayuda de la herramienta *Weka*, la cual facilitó la implementación de los algoritmos utilizados para la generación del modelo.

La aplicación del algoritmo de *K-medias* no siempre genera agrupaciones necesariamente representativas para los datos utilizados, lo cual afecta su porcentaje de asignaciones correctas en la aplicación del modelo. Los modelos generados mediante el uso de los mapas auto-organizados de *Kohonen*, muestran un porcentaje de acierto por encima del obtenido con los modelos generados por el algoritmo de *K-medias*.

Debido a que los trabajos utilizados para la investigación provienen todos de carreras de Ingeniería, los términos que conforman cada clase, en algunos casos, son similares a los de otras clases, causando dispersión en el momento de la agrupación de los mismos, lo cual disminuye la precisión del algoritmo en la clase afectada.

## REFERENCIAS

- [1] International Data Corporation (IDC) (2007). *Procesamiento y Gestión Digital de la Información*. [Revista en línea]. Disponible: [http://www.financialtech-mag.com/000\\_estructura/index.php?ntt=7770&vn=1&sec=25&idb=118](http://www.financialtech-mag.com/000_estructura/index.php?ntt=7770&vn=1&sec=25&idb=118) [Consulta: 2010, noviembre 05].
- [2] Espinosa, R. (2010) *Teoría de data mining*. [Artículo en línea] Disponible: <http://www.dataprix.com/blogs/respinosamilla/teoria-data-mining> [Consulta: 2011, Febrero 27].

## LISTA DE AUTORES

### A

Aguilar, J GG-53, EC-55  
 Albano, C MSM-1  
 Álvarez, A BSB-25  
 Alvizu, R TCG-7  
 Alzúru, I EC-7  
 Amaya, D EC-117  
 Andrade, J TCG-37  
 Andrade, W GG-53  
 Andueza, L MSM-19  
 Angulo, J EC-43  
 Araujo, C MF-61  
 Argáez, M MM-61  
 Argueta, I CI-25  
 Arias, J BSB-61  
 Ariza, C PI-7  
 Avilés, O EC-117

### B

Balza, A BSB-31  
 Belandria, N GG-21, GG-47  
 Ben-Hassine, J CI-17  
 Benallal, A MF-67  
 Bequette, B BSB-49  
 Bermúdez, M BSB-73  
 Bernal, M VA-19  
 Besançon, G MF-13  
 Blanco, A MF-43, MM-31  
 Blanco, P MF-55  
 Blanco, S MSM-7  
 Bongiorno, F MSM-19, GG-21, GG-47  
 Bossio, B MM-31  
 Bravo, A PI-1  
 Brito, F MM-7  
 Buitriago, S MM-55

### C

Cabrera, J BSB-25, BSB-43,  
 BSB-67, BSB-79  
 Cadenas, C MM-49  
 Calderón, V VA-1

Camacaro, O EC-93  
 Campello, M MF-43  
 Carvajal, P EC-1  
 Casanova, E MM-31  
 Castellano, P EC-1  
 Castellanos, J MM-37  
 Castillo, P MF-7  
 Cayama, J MM-25  
 Ceballos, A CI-25  
 Ceballos, G PS-19  
 Celaya, R PS-1, PS-25  
 Cerrada, M EC-49  
 Cerrada, M S GG-9  
 Cerrolaza, M MSM-31, MF-55,  
 EC-111, BSB-13, BSB-37  
 MF-25  
 Cervantes, M MSM-19, GG-21, EC-13  
 Chacón, R EC-99  
 Chang, O GG-9  
 Choy, J CI-25  
 Clark, W TCG-25, EC-61, BSB-61  
 Clemente, J TCG-7  
 Clotet, R CI-7  
 Codina, R EC-73  
 Collado, Y VA-13  
 Colmenares, C TCG-13, VA-7, VA-25,  
 VA-31  
 Comezaquira, V MM-79  
 Contreras, D VA-7  
 Coronel, M EC-25  
 Corso, F EC-117  
 Covis, M MSM-1  
 Cruz, C EC-79  
 Cuadros, J PS-31

### D

Darghan, E TCG-13  
 Dávila, E MSM-31, BSB-13  
 DeCampli, W CI-25  
 Del Río, J MF-55

Delgado, O	MF-49	Goodall, R	EC-37
Díaz, M	MSM-19, MM-79, EC-13	Graciano, C	MSM-25, MSM-49, MSM-55
Díaz, J	PS-7	Griffiths, D	CI-17
Divo, E	CI-25	Grimm, S	TCG-19
Dugarte, N	PS-31	Guevara, J	MM-43
Dulhoste, J	MF-13, MF-19	Guillén, B	PS-13
Durán, F	BSB-31, PI-1	Guillén, M	MF-13, MF-19
<b>E</b>		Gutiérrez, E	BSB-43
Elberg, M	GG-15, GG-41, GG-53	Gutiérrez, J	GG-15
<b>F</b>		<b>H</b>	
Fang, L	GG-1, GG-27	Hermán, V	MSM-1
Fernández, L	MM-7	Hernández, C	MSM-49
Ferreira, A	MF-43	Hernández, J	EC-1
Flores, E	TCG-1, MM-1	Hernández, W	TCG-19
Flores, J	MF-61	Herrera, G	BSB-79
Fortoul, H	TCG-13, VA-25, VA-31	Heselbach, X	TCG-7
Fuenmayor, D	MSM-19	Hoenicka, J	BSB-67
Fuguang, Z	GG-1	Huerta, M	TCG-7
Fuguet, C	EC-7	<b>I</b>	
<b>G</b>		Ibarra, L	MF-25
Galván, S	MF-25	Inciarte, M	EC-19
Galvis, M	VA-7	<b>J</b>	
García, D	PS-25	Jabbour, G	PS-37
García, J	MF-43	Jiménez, C	PS-7
García, J M	EC-43	Jiménez, J	PS-7
García, M	EC-67	Jiménez, O	MM-55
García, R	TCG-7	Jugo, D	PS-31
García, W	BSB-49	<b>K</b>	
Gil, A	EC-43, EC-67, EC-73	Karam, A	MSM-1
Godoy, H	MM-13	Kassab, A	CI-25
González, F	MF-37	Klarica, S	GG-35
González, G	MSM-1	Komatitsch, D	GG-35
González, G C	EC-13, BSB-73, MM-25, MM-79	<b>L</b>	
González, J	MSM-13	Laerte, P	MM-67
González, M	MSM-43	Lara, F	TCG-7
González, O	EC-49	Larrazábal, G	MM-37
González, R	TCG-7	León, F	MSM-37
González, Y	GG-21		
González, Y A	MM-19, MM-73		

León, J	MSM-49	<i>Ñ</i>	
Lima, E	MF-67	<i>Ñañez</i>	EC-1
Linares, I	GG-9		
Lobo, C	GG-47	<b>O</b>	
Lopes, N	MM-67	Oberai, A	CI-1
López, A	MSM-13	Ogaya, N	GG-41
Lorenzo, N	MSM-43	Olaya, J	EC-85
Lozada, I	MM-13	Onsalo, B	MF-43
		Orellana, R	EC-31
<b>M</b>		Orozco, J	MM-49
Mago, M	EC-85	Ortiz, J	PI-13
Mantilla, J	TCG-25, EC-61, BSB-61	Ortiz, M	BSB-19
Martín, M	BSB-55	Osorio, A	CI-25
Martin, R	GG-35	Osorio, J	MM-13, MM-85
Martínez, A	MF-49	Osorio, R	CI-25
Martínez, F	MM-7	Otero, J	MM-91
Martínez, G	MSM-25, BSB-19		
Marturet, G	MF-1	<b>P</b>	
Matamoros, A	EC-37	Páez, G	EC-7
Medina, R	PS-13, PS-31, BSB-31, PI-1, PI-7, PI-13	Pagano, G	EC-99
		Paredes, J	PS-1, PS-13, PS-25, PS-37
Méndez, L	TCG-25	Pedroza, J	EC-1
Mercado, V	EC-1	Peña, A	GG-47
Messinghe, G	BSB-1	Peña, I	MM-25
Min, Z	GG-27	Peñuela, M	GG-47
Mingjing, J	GG-1, GG-27	Pérez, O	BSB-7
Molina, A	PS-19	Pérez, W	EC-73
Molina, B	MM-61	Prieto, C	EC-93, EC-111
Molina, C	EC-55	Provenzano, S	EC-13
Molina, J	EC-79		
Molina, M	TCG-13, VA-25, VA-31	<b>Q</b>	
Montaño, G	MF-37	Quintero, M	GG-21
Montenegro, J	MF-19		
Moreno, F	PI-7, PI-13	<b>R</b>	
Moreno, Y	EC-7	Ramírez, C	MSM-37
		Ramírez, D	EC-93
<b>N</b>		Ramírez, E	TCG-31
Navarro, F	EC-1	Ramírez, J	PS-1, PS-25, EC-7
Nieto, F	MM-19, MM-73	Rey, D	TCG-1, MM-1
Ninin, P	VA-1	Rincón, J	MF-61
Noguera, A	MSM-55	Rivas, E	PI-13
Núñez, T	PS-31	Rivas, F	GG-53

Roa, E	MM-97	Tovar, F	MM-91
Rodríguez, L	TCG-7	Tovar, M	VA-25
Rodríguez, O	TCG-19, TCG-31	Tovar, S	EC-61
Rojas, O	MM-43	Tran, R	CI-25
Rojas, R	MF-31, PS-31, EC-25, EC-31, BSB-7, BSB-49	<i>U</i>	
Romero, J	MSM-49	Uzcátegui, G	MSM-31, BSB-13
Romero, K	MSM-1	<i>V</i>	
Rondón, A	EC-105	Valdivé, R	MSM-7
Rueda, J	MF-37	Valencia, L	MM-85
<i>S</i>		Valera, L	MM-61
Saavedra, E	MSM-25	Valera, N	GG-9
Salvadori, A	CI-37	Valera, Y	EC-105
Sanabria, R	MM-67	Valero, M	TCG-25, EC-61, BSB-61
Sánchez, B	MF-31	Valido, J	MM-55
Santos, M	TCG-37	Valles, L	EC-85
Santos, R	MSM-37, MF-13, MF-19, EC-105	Vargas, E	TCG-1, MM-1
Sanz, C	BSB-25	Vega, L	PS-1, PS-25
Solano, F	MM-43	Vela, M	VA-1
Solorio, G	MF-25	Velandria, L	VA-31
Sosa, G	GG-35	Velazco, M	MSM-37
Surós, R	TCG-19	Venturini, W	MF-67
<i>T</i>		Vera, M	BSB-31, PI-1
Teichrieb, V	TCG-37	Vidal, A	BSB-19
Teixeira, P	MSM-43	Villamar, C	EC-105
Temoche, P	TCG-31	Vivas, J	BSB-37
Theoktisto, V	MM-97	Vizcaya, L	EC-1
Timaure, R	VA-19	<i>Y</i>	
Toledo, J	EC-1	Yépez, S	VA-1
Torrealba, R	BSB-1	Yugang, S	GG-1
Torres, C F	MF-1	<i>Z</i>	
Torres, C R	MF-49	Zambrano, A	EC-67
Torres, F	BSB-55	Zambrano, L	BSB-1, BSB-19
Torres, R	MSM-13	Zequera, M	EC-85
Toscano, M	MF-7	Zhifu, S	GG-27