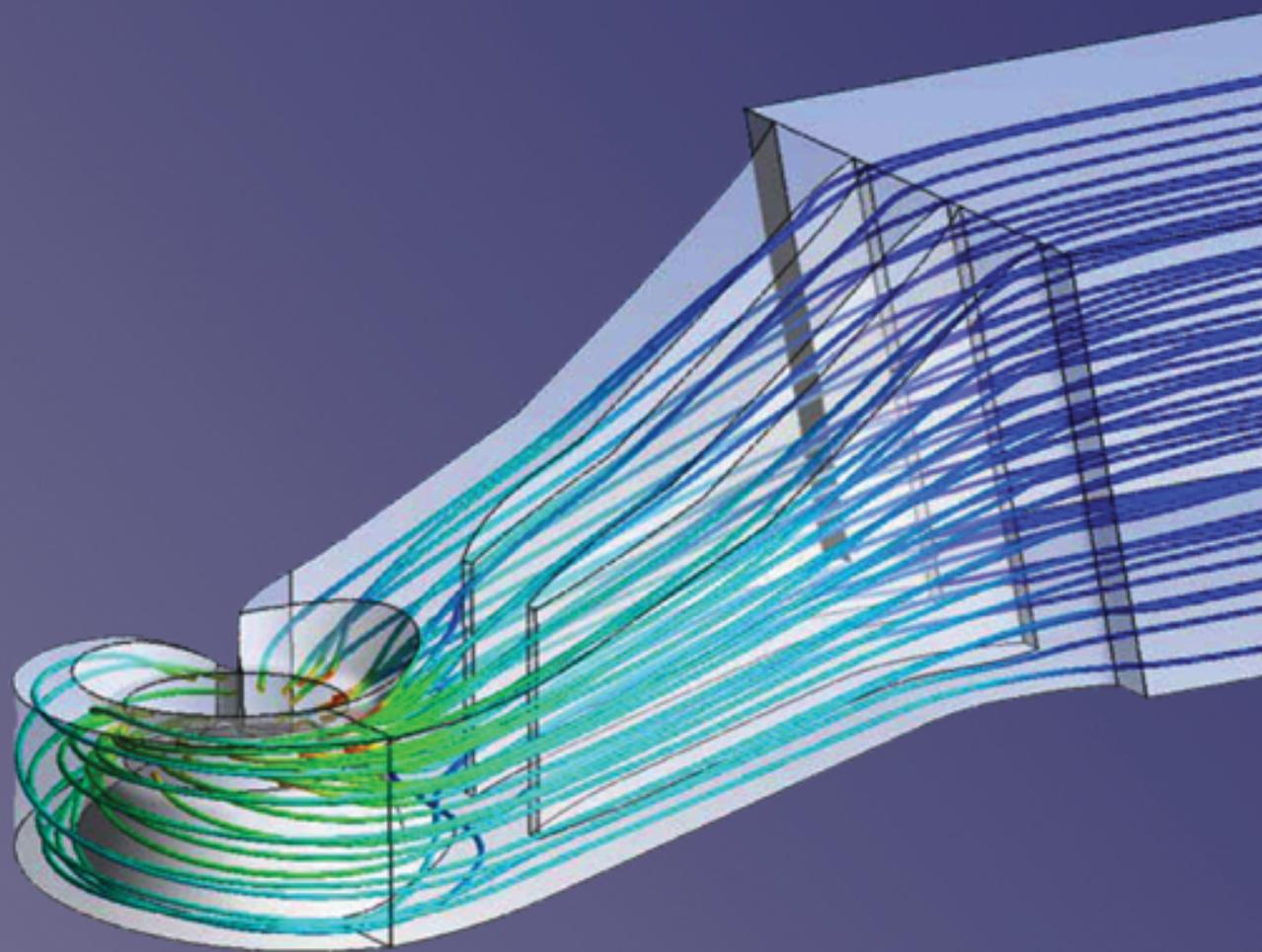


MODELOS COMPUTACIONALES EN INGENIERÍA

Desarrollos Novedosos y Aplicaciones



Editores
R. Chacón, F. León, V. Duarte, O. Verastegui

SOCIEDAD VENEZOLANA DE MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA

***MODELOS COMPUTACIONALES EN INGENIERÍA:
Desarrollos Novedosos y Aplicaciones***

MEMORIAS DEL X CONGRESO INTERNACIONAL DE
MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS
CIMENICS'2010
MÉRIDA, VENEZUELA, 22 al 24 de marzo de 2010

MODELOS COMPUTACIONALES EN INGENIERÍA: Desarrollos Novedosos y Aplicaciones

Editores

R. CHACÓN, F. LEÓN

Escuela de Ingeniería Mecánica

Facultad de Ingeniería

Universidad de Los Andes

V. DUARTE, O. VERASTEGUI

Instituto Nacional de Bioingeniería

Universidad Central de Venezuela



**SOCIEDAD VENEZOLANA DE
MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA**

Instituto de Materiales y Modelos Estructurales

Facultad de Ingeniería

Universidad Central de Venezuela

MODELOS COMPUTACIONALES EN INGENIERÍA: Desarrollos Novedosos y Aplicaciones

Primera edición: marzo de 2010

© 2010 SVMNI

© 2010 Los Editores

Diseño de la portada: Vanessa Duarte
Instituto Nacional de Bioingeniería
Universidad Central de Venezuela

Solicitud de ejemplares a: Sociedad Venezolana de Métodos Numéricos en Ingeniería
Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela
Apto. Postal 50.361, Caracas 1050-A, Venezuela
☎: +58-212-605.3115/ 1750/ 1751
Fax: +58-212-605.3115

Impresión: Miguel Ángel García, Caracas, Venezuela

La figura en la portada del libro es cortesía de A.Trujillo, J. Inciarte y Y. Ramírez, y corresponde a una simulación 3D de las líneas de corriente de flujo que circula a través de una turbina Kaplan.

Nada de este libro puede ser reproducido, almacenado en un sistema de información mecánico o electrónico, fotocopiado, grabado ó transmitido sin la autorización escrita de la SVMNI o de los editores.

ISBN: 978-980-7161-02-2

*Modelos Computacionales en Ingeniería:
Desarrollos Novedosos y Aplicaciones*

PREFACIO

La serie de congresos CIMENICS llega a su décima edición, después de 17 años de esfuerzo continuado. Arribar a este décimo *cumpleaños* representa para la Sociedad Venezolana de Métodos Numéricos en Ingeniería, más allá de un orgullo y motivo de celebración, un hito en la historia científica del país. Mantener un congreso por diez ediciones consecutivas y rigurosamente periódicas, requiere del esfuerzo, mística y dedicación de muchas personas e instituciones, quienes han apoyado este evento a lo largo de los años, por creer en su importancia e impacto. A modo de resumen histórico, podemos recordar que el primer congreso, semilla de la serie CIMENICS, se celebró en el Instituto de Materiales y Modelos Estructurales de la Universidad Central de Venezuela, durante el año 1993, y se llamó *Seminario de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas*. Allí concurrieron destacados investigadores venezolanos y extranjeros, quienes propusieron celebrar el II Congreso en la ciudad de Maracaibo, en el año 1994. A partir de esa fecha, se acordó realizar el congreso con una periodicidad bienal. Se realizaron subsiguientes congresos, en las ciudades de Mérida (1996), Puerto Ordaz (1998), Puerto La Cruz (2000), Caracas (2002), San Cristóbal (2004), Porlamar (2006), Porlamar (2008) y éste que hoy celebramos en Mérida.

Esta décima edición representó un salto cualitativo y cuantitativo en la serie de congresos CIMENICS, recibiendo numerosas, valiosas e interesantes contribuciones en ingeniería y ciencias aplicadas, correspondientes a más de 250 investigadores de prestigio nacional e internacional. Estos especialistas se reunieron en la ciudad de Mérida (Venezuela), durante tres días, para presentar y discutir sus avances y desarrollos en las áreas del congreso.

Los autores contribuyeron con investigaciones teóricas y prácticas, las cuales abarcaron muchas áreas del quehacer de los métodos numéricos, pudiéndose mencionar Modelos Matemáticos, Análisis Dinámico, Mecánica de Fluidos, Mecánica de Sólidos, Técnicas Computacionales y Gráficas, Geomecánica y Geología, Electrónica y Control, Bioingeniería, Procesos Industriales y Procesamiento de Señales e Imágenes, entre otras no menos interesantes. Estamos en deuda con los autores por sus aportes y, sobre todo, por haber creído en CIMENICS como un foro científico de calidad y por haber contribuido a su consolidación y crecimiento como un evento de impacto nacional e internacional.

Igualmente queremos hacer llegar el reconocimiento y agradecimiento del Comité Organizador a todos los revisores y al Comité Científico, quienes contribuyeron a mantener el nivel de excelencia del congreso. De nuevo, se extiende el agradecimiento a los autores y participantes en el evento, quienes asistieron de manera entusiasta a exponer sus trabajos y a discutir con sus pares los resultados de sus investigaciones.

No queremos cerrar este prefacio sin agradecer a todas aquellas personas, quienes desinteresadamente, contribuyeron con su esfuerzo y dedicación al éxito del congreso, pasando por la organización, la celebración del evento y la edición de las memorias. También, es necesario mencionar que los editores declinan asumir cualquier responsabilidad sobre las opiniones y conceptos emitidos por los autores en sus respectivos trabajos.

Los Editores
Mérida, marzo de 2010

ORGANIZADORES

F. León

Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes,
Mérida, Venezuela
Telefax: +58 (0)274 240.2158 Email: fleon@ula.ve

M. Cerrolaza

Instituto de Materiales y Modelos Estructurales,
Facultad de Ingeniería,
Universidad Central de Venezuela, Caracas, Venezuela
Telefax: +58 (0)212 605.3115/1750 Email: mcerrola123@gmail.com

COMITÉ ORGANIZADOR LOCAL

R. Chacón ULA (Presidente)

O. Verastegui UCV, **V. Duarte** UCV, **G. Gavidia** UCV, **N. González** ULA,
Y. Márquez UCV

COMITÉ CIENTÍFICO

G. Larrazábal, *Universidad de Carabobo, Venezuela*
P. Delage, *Ecole Nationale des Ponts et Chaussees, Francia*
G. Ellwanger, *Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil*
P. Guillén, *Universidad de Los Andes, Venezuela*
E. Alarcón, *Universidad Politécnica de Madrid, España*
R. Callarotti, *IVIC, Venezuela*
M.C. Rivara, *Universidad de Chile, Chile*
A. Ferrante †, *Politécnico de Milán, Italia*
S. Buitrago, *MS2 Consultor, Venezuela*
E. Rank, *Technical University of Munich, Alemania*
N. Troyani, *Universidad de Oriente, Venezuela*
V. Griffiths, *Colorado School of Mines, USA*
J. Toledo, *EDELCA, Venezuela*
M. Doblaré, *Universidad de Zaragoza, España*
C. Muller-Karger, *Universidad Simón Bolívar, Venezuela*
J. Sulem, *Ecole Nationale des Ponts et Chaussees, Francia*
G. Winter, *Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, España*
A. Larretguy, *Universidad Argentina de la Empresa, Argentina*
M. Martínez, *Universidad Central de Venezuela, Venezuela*
R. Goncalves, *Universidad Simón Bolívar, Venezuela*

PATROCINADORES

Universidad de Los Andes, ULA
Universidad Central de Venezuela, UCV
Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico, CDCH-UCV
FONACIT

CONFERENCIAS INVITADAS (CI)

Multi-fluid flows with the particle finite element method <i>S. Idelsohn, M. de Mier, J. Marti, E. Oñate</i>	1
Three-dimensional stability analysis of highly variable slopes by finite elements <i>D.V. Griffiths, J. Huang, G. Fenton</i>	11
Sistema óptimo de diseño de sistemas de cubiertas <i>S. Botello, M. Tapia, H. Hernández, L. Caudillo, J. Marroquín, J. Gómez</i>	21
Avances en el método de elementos finitos y partículas (PFEM) en ingeniería civil y marina <i>E. Oñate, S. Idelsohn, R. Rossi, M. Celigueta, J. Carbonell, S. Latorre, B. Suárez</i>	29
A variational formulation for fracture mechanics <i>A. Salvadori, A. Carini</i>	37

MECÁNICA DE FLUIDOS (MF)

Resolución del problema de Dirichlet usando métodos tipo diferencias finitas sobre mallas no ortogonales <i>S. Buitrago, O. Jiménez, M. Borregales</i>	1
Trazado de rayos en superficies bidimensionales curvas usando un algoritmo genético <i>O. Contreras, J. Pacheco, G. Larrazábal</i>	7
Medición del desplazamiento de agua dentro de un yacimiento modelo <i>A. Hoyo, G. Sánchez, A. Rebolledo, L. Espinosa, O. Reyes</i>	13
Modelado y simulación de regímenes transitorios no isotérmicos de transporte de gas en tramos lineales de gasoductos <i>A. Kazak, I. Gitman, I. Stureyko, A. Molina, P. Guillén, C. Torres, F. Hidrobo, G. Montilla, G. Larrazábal</i>	19
Predicción de patrones de flujo bifásico mediante maquinas de soporte vectorial <i>E. Brito, J. Sánchez, P. Guillén, C. Torres</i>	25
Esquema de paralelización para la simulación de redes de gasoductos en estado estacionario y transitorio <i>C. Torres, F. Hidrobo, P. Guillén, G. Larrazábal, G. Montilla</i>	31
Simulation of the drying stresses in wood <i>C. Salinas, R. Ananias, Y. Gatica, C. Chávez</i>	37
Estudio de flujo turbulento cargado con partículas sólidas a través de un canal <i>M. Torres, J. García</i>	43
Model intercomparison between two curvilinear hydrodynamic ocean models <i>M. Abouali, M. García, J. Castillo, C. Torres</i>	49
Análisis y simulación de flujo en los pasajes de agua de turbinas Kaplan <i>A. Trujillo, J. Inciarte, Y. Ramírez</i>	55
Evaluación del funcionamiento de cortinas de aire en clima cálido-húmedo <i>C. García, C. Araujo, J. González, G. Materano</i>	61
Estudio del diseño de un medidor de flujo tipo cono <i>J. Dulhoste, J. Montenegro, R. Santos, M. Guillén</i>	67
PRODIC3D: programa para la solución de problemas tridimensionales difusivos-convectivos <i>M. Rodríguez, J. Damia, J. Rincón</i>	73

Estudio de los parámetros de funcionamiento de un medidor de flujo tipo cono <i>J. Dulhoste, J. Montenegro, M. Guillén, R. Santos</i>	79
Estudio comparativo de modelos de flujo transitorio de gas en tubería <i>R. Vieira, C. Torres</i>	85
Estudio numérico y experimental de las condiciones de operación de equipos de secado rápido <i>R. Correia, C. González, L. Salas, G. Polanco</i>	91
El problema inverso en difusión unidimensional <i>R. Tempo, J. Rujano, C. Torres</i>	97
Optimización de tiempos de cálculo para el método de los elementos discretos <i>F. Hernández, A. Blanco</i>	103
Modelado trifásico líquido-gas-sólido utilizando software comercial <i>L. Contreras, A. Blanco, L. Rojas</i>	109
Simulación numérica de flujo laminar no-newtoniano en tuberías anulares excéntricas <i>J. Colmenares, P. Guillén, G. Montilla, C. Torres</i>	115
Análisis de datos de intensidades de vientos en el lago de Valencia <i>A. Trejo, F. Cedeño</i>	121
Transporte de sedimento por tracción causado por una corriente permanente en la costa de Carúpano Venezuela <i>R. Hernández, G. Larrazábal, C. Torres</i>	127
Simulación matemática unidimensional de los niveles de restitución de las casas de máquinas 1 y 2 de la central hidroeléctrica Guri <i>G. Montilla, L. Kosma, F. De Paola</i>	133
Evaluation of some convection schemes in 1D <i>J. Gómez, M. Berezowsky</i>	139
Simulación termofluidodinámica de la voluta de una turbina a gas Ruston TA 1750 <i>G. Materano, Y. Paz, A. Ortega</i>	145
Análisis tridimensional transitorio de confort térmico y distribución de dióxido de carbono en un auditorio <i>E. Salas, J. Rujano, L. Rosario</i>	151
Aplicación de herramientas computacionales al diseño de distribuidor (manifold) de aire caliente <i>R. Correia, C. González, L. Salas, G. Polanco</i>	157
Flow field around a copepod rising in a density stratified fluid <i>C. Torres, J. Ochoa, R. Hernández, R. Lizárraga, A. Martínez</i>	163
Impacto de la disminución del caudal del río Colorado en la hidrodinámica del Alto Golfo de California: un enfoque numérico <i>M. Galindo, M. Morteo</i>	169
Esquema racional acotado (ERA), una nueva forma de reducir la falsa difusión <i>G. Materano, J. Rincón, C. Araujo</i>	175
Evaluación fluidodinámica del diseño de un sistema colector del plenum de un reactor de lecho fluidizado de una empresa briquetadora de hierro <i>J. Añez, A. Colman, C. Araujo, A. Lárez</i>	181
Proceso de adsorción de DNA plasmídico en columna de membranas de intercambio iónico: modelado y simulación <i>P. Guerrero, R. Montesinos, A. Tejeda</i>	187
Estudio comparativo de algoritmos para el acoplamiento velocidad-presión en mallas colocalizadas	193

A. Pascau, N. García

MECÁNICA DE SÓLIDOS (MS)

Diseño y simulación mecánica de una nueva paleta plástica <i>M. Candal, H. Cárdenas, M. Antuoni</i>	1
Moldes de inyección de piezas plásticas de colada caliente, semicaliente y fría en el proceso <i>M. Candal, A. Díaz</i>	7
Modelaje sísmico de la ecuación de onda elástica 2D para un medio de tipo VTI <i>P. Contreras, C. Florio</i>	13
Programa de simulación para engranajes de dientes rectos por elementos finitos <i>R. Chacón, M. Vergara, M. Díaz, L. Andueza</i>	19
Conceptual design of the mechanical structure of a 2 meter Ritchey-Chretien telescope for the venezuelan national astronomical observatory <i>S. Barboza, F. Della Prugna, A. Farah, S. Provenzano</i>	25
A mimetic iterative scheme for some elastic plate problems <i>J. Guevara, A. Ould, D. Cabrejo, A. Calvache</i>	31
Simulación y análisis del fenómeno de pandeo en una tubería de producción de petróleo mediante el método de elementos finitos <i>A. Cristians, J. Regnault, L. Videla, V. Ciccola</i>	37
Creación y aplicación de una interface para el diseño y optimización de modelos geométricos <i>A. Moreno, M. Serrano, Y. González, V. Duarte</i>	43

ELECTRÓNICA Y CONTROL (EC)

Identificación de sistemas empleando redes neuronales artificiales: un enfoque práctico <i>A. Zambrano, V. Collazo, N. Troncone</i>	1
Análisis de la propagación de campos electromagnéticos en tejidos biológicos mediante simulación numérica utilizando FDTD <i>P. Del Pino, A. Zozaya</i>	7
Implementación de la teoría de compressive sensing en la tarjeta de desarrollo TMS320C30 <i>J. Paredes, A. Velázquez, F. Vilorio</i>	13
Modelaje y simulación del comportamiento electrotérmico en cables de potencia con aislamiento sólido <i>L. Valdéz, A. Díaz, J. Toledo</i>	19
Aplicación de la transformada numérica de Laplace en el modelado del descargador de sobretensión <i>M. Dávila, M. Quintero, J. Hernández, E. Mora, J. Naredo, P. Moreno</i>	25
Efecto de las fluctuaciones de tensión simétricas relacionadas con límites de Flicker sobre motores de inducción trifásicos <i>C. Cruz, J. Molina</i>	31
Diseño, modelaje y estimación paramétrica en máquinas sincrónicas de polos salientes del proyecto hidroeléctrico “Manuel Piar” en Tocoma <i>P. Castellano, J. Toledo, P. Carvajal, J. Hernández</i>	37
Decodificador Viterbi para la corrección de errores en receptores de radio definida por software <i>L. Vega, J. Ramírez, E. Malaver</i>	43
Compensación de la distorsión no-lineal de señales QAM/OFDM empleando predistorsión y precodificación	49

<i>M. Baron, E. Malaver</i>	
Diseño de un algoritmo de transformación de campo cercano a campo lejano en ambiente no reflectivo	55
<i>L. Núñez, F. Martínez, P. Maragno</i>	
Control de un posicionador neumático exacto	61
<i>A. Molero, P. Teppa, M. Strefezza</i>	
Desarrollo de un prototipo para el diagnóstico en tiempo real de presas de enrocamiento en centrales hidroeléctricas	67
<i>A. Marquina, J. Duque, F. Torres, R. Surga</i>	
Aplicación de algoritmos genéticos para el diseño óptimo de sistemas de puesta a tierra de edificaciones	73
<i>T. Pérez, N. Ojeda</i>	
Automatización de un banco de ensayos para tensoestructuras	79
<i>M. D'Anniballe, J. Romero</i>	
Mínimos cuadrados recursivos para el control adaptativo a tiempo real de un péndulo	85
<i>J. Parada, P. Lischinsky</i>	
Análisis y diseño de sistemas de control con Labview	91
<i>G. Monterrey, J. Romero</i>	
Cinemática inversa de un manipulador robótico con aprendizaje reforzado	97
<i>J. Febres, Y. González, M. Cerrolaza</i>	

GEOMECÁNICA Y GEOLOGÍA (GG)

Elementos finitos aplicados al estudio de discontinuidades del macizo rocoso de la autopista Rafael Caldera	1
<i>J. Vivas, V. Fernández, N. Belandria, M. Elberg</i>	
Modelado geofísico a través de sísmica de refracción utilizando la técnica del trazado de rayos del área metropolitana de la ciudad de Mérida, Venezuela	7
<i>M. Cerrada, S. Klarica, C. Reinoza</i>	
Simulación geomecánica aplicada al análisis de efectos de sitio en taludes ubicados al margen de la ciudad de Mérida en Venezuela	13
<i>G. Sosa</i>	
Determinación de la deformación en rocas que contienen fósiles a través del método matemático de Blake	19
<i>F. Bongiorno, R. Ucar, N. Belandria</i>	
Análisis del riesgo geológico en el estado Miranda mediante el método de elementos finitos	25
<i>M. Elberg, C. Sayago, M. Paredes</i>	
Obtención de los esfuerzos a partir del ensayo de corte aplicando el método de rotación de ejes	31
<i>N. Belandria, R. Ucar, F. Bongiorno, E. De Barcia</i>	
Seguridad geológica del puente La Blanca utilizando el método de elementos finitos	37
<i>D. Paredes, M. Elberg</i>	
Uso de elementos finitos en el análisis numérico de la formación del Himalaya por el contacto entre las placas tectónicas euroasiática, hindú y árabe	43
<i>J. Gutiérrez, J. Torres, M. Elberg</i>	
Simulación numérica de los límites entre las placas euroasiática, australiana y filipina empleando el método de elementos finitos	49
<i>J. Torres, J. Gutiérrez, M. Elberg</i>	

TÉCNICAS COMPUTACIONALES Y GRÁFICAS (TC)

Digital preoperative planning for long-bone fractures <i>E. Ramírez, E. Coto</i>	1
Pre-búsqueda espacial para visualización out-of-core de volúmenes de gran tamaño <i>F. Valencia, J. Rodríguez, J. Castellanos</i>	7
Novel developments in vascular diagnosis using computed tomography images <i>W. Hernández, S. Grimm</i>	13
Optimización de un servidor Web Apache usando control predictivo <i>H. Aboukheir</i>	19
Detección de intrusos e identificación de usuarios mediante biométricas de patrones de uso del ratón <i>G. Colmenares, J. Amaya</i>	25
A novel approach for feature selection and evaluation using an enhanced recursive feature elimination (RFE) algorithm <i>J. Hernández, M. Dávila, J. Uzcátegui</i>	31
Modelado y simulación de un medidor de calidad de servicio usando el software Labview <i>J. Benavides, D. Montoya, J. Santacana</i>	37
Interacción de modelos deformables en tiempo real <i>M. Mero, L. Yanes, A. Susin</i>	43
Determinación automática de la curva contraste-detalle en mamografía digital empleando granulometría morfológica <i>A. Contreras, O. Rodríguez</i>	49
Optimización en la reconstrucción de superficie a partir de una nube de puntos usando funciones de base radial con soporte compacto <i>A. Cho, M. Mero, J. Ramírez</i>	55

MODELOS MATEMÁTICOS (MM)

Integración analítica en elementos de contorno cuadráticos para problemas de potencial 2D <i>K. Garcés, M. Cerrolaza</i>	1
Modelo multivariante para la cuantificación de unidades formadoras de colonias. Caso de estudio: cepa bacteriana G5 <i>A. Valery, R. Timaure, I. Reyes, M. Delgado, A. Mora</i>	7
Modelo del sistema de control cardiovascular como reflejo de la respuesta barorreceptora <i>B. Sánchez, R. Rojas</i>	13
Procedimiento de empaquetamiento de partículas genéricas para el método de elementos discretos <i>I. Pérez, Y. Pérez, R. Roselló</i>	19
Cálculo de las matrices características del elemento finito en problemas multifísica mediante integración analítica <i>G. Coronel, T. Baloa, L. Benavides, L. Videla</i>	25
El método de elemento frontera con velocidad variable para la ecuación de convección difusión estacionaria <i>M. Castillo</i>	31
Integración analítica sobre un elemento de contorno cuadrático subparamétrico en elasticidad plana <i>M. Valera, L. Videla, M. Cerrolaza</i>	37

Un estimador de error residual orientado a cantidades de interés usando funciones burbuja <i>R. Rosales, P. Díez</i>	43
Resolución numérica de ecuaciones integrales no lineales usando computación simbólica <i>W. La Cruz</i>	49
Complexity and nontrivial collective behavior in dynamical networks <i>M. Escalona, M. Cosenza</i>	55
Fractionation scheme analysis with a simple kinetic model for tumor growth <i>R. Martín, M. Martín, N. Guillén</i>	61
Modelo dinámico espacio temporal para predecir niveles de precipitaciones en Venezuela <i>A. Urquiola, S. Infante, F. Cedeño</i>	67
Modelo matemático de difusión celular basado en el método de reciprocidad dual <i>F. Nieto, Y. González, M. Cerrolaza</i>	73
 BIOINGENIERÍA (BI)	
Evaluación de pies protésicos en amputación transtibial basado en variables espacio temporales y cinemática de marcha <i>A. Ríos, R. Bravo, M. Rupcich</i>	1
Neuropanacea – un sistema de navegación quirúrgica electromagnética <i>G. Montilla, I. Jara, G. Sánchez, R. Villegas, A. Bosnjak</i>	7
Un nuevo modelo de prótesis de cadera <i>O. Verastegui, O. Falcón, C. González, M. Cerrolaza</i>	13
Un modelo preliminar multisegmento del pie para el análisis de marcha <i>L. Martino, M. Cerrolaza, M. Rupcich</i>	19
Computer-assisted neurosurgery with image guidance and electromagnetic tracking <i>R. Villegas, G. Sánchez, G. Montilla, A. Bosnjak, L. Jara</i>	25
Relación entre el índice de compensación de la masa ventricular y la variabilidad del intervalo QT <i>T. Núñez, M. Quintero, N. González, B. Das, T. Núñez, R. Medina, J. Cuadros, D. Jugo</i>	31
Aproximación al consumo energético de marcha a partir de variables cinéticas: estudio preliminar <i>M. Rupcich, R. Bravo, M. Cerrolaza</i>	37
Análisis numérico de prototipos de bitutor largo de tipo Kafo termoconformado <i>O. Pelliccioni, C. Müller-Karger</i>	43
Design of a dynamic compression plate using BEM <i>D. Ojeda, B. Gámez, E. Divo, A. Kassab, M. Cerrolaza</i>	49
Aplicación para el registro en neurocirugía utilizando el algoritmo de búsqueda iterativa de puntos cercanos (ICP) <i>A. Bosnjak, G. Montilla, R. Villegas, I. Jara</i>	55
Bone fatigue crack growth analysis using BEM <i>B. Gámez, D. Ojeda, E. Divo, A. Kassab, M. Cerrolaza</i>	61
Biopolímeros para prótesis y dispositivos biomédicos: estudio preliminar y análisis comparativo <i>N. Cuervo, C. González, M. Cerrolaza</i>	67
Simulación de la diferenciación de tejidos durante la distracción osteogénica aplicando patrones de mecanoregulación <i>W. Carrero, M. Cerrolaza</i>	71

ANÁLISIS DINÁMICO (AD)

Curvas de fragilidad sísmica para la estimación de daños y pérdidas en edificios escolares de Venezuela	1
<i>G. Coronel, O. López</i>	
Evaluación probabilística de la respuesta dinámica de sistemas de comportamiento elástico-lineal	7
<i>A. Marinilli, T. Fuentes</i>	
Modelo de comportamiento inelástico para elementos de concreto armado sometidos a altas fuerzas de corte y flexión	13
<i>M. Perdomo, R. Picón, M. Perdomo, J. Flórez</i>	
Métodos numéricos en la identificación de sistemas dinámicos con base en similitud estructural	19
<i>H. Castañeda, C. Parra, F. Cabrera</i>	
Análisis experimental de estructuras de ingeniería civil mediante la técnica de correlación de imágenes digitales	25
<i>M. Marante, N. Guerrero, R. Picón, J. Flórez</i>	
Desarrollo de una herramienta basada en SIG para la evaluación de daños y pérdidas debidos a terremotos en edificios escolares de Venezuela	31
<i>G. Coronel, O. López, N. Betancourt</i>	
Computation of retrofitting of vulnerable RC structures using damage mechanics and experimental analyses	37
<i>R. Rojas, M. Marante, R. Picón, B. Vera, J. Flórez</i>	
Propuesta de espectros de diseño para edificaciones en el Perú	43
<i>A. Muñoz, F. Alvarado, G. Zavala, J. Zegarra</i>	
Correlación daño vs. razón de rigideces α para edificios de concreto armado basados en curvas de capacidad	49
<i>R. Torres, Z. León, J. Flórez</i>	
Análisis numérico de la dinámica en la estructura base de una plataforma giroestabilizada	55
<i>J. Segnini, F. Della Prugna, M. Vergara, S. Provenzano</i>	
Simulación numérica de la respuesta sísmica de taludes bajo diferentes condiciones locales	61
<i>R. Torres, E. Infante, M. Elberg</i>	
Forward dynamics of a class of parallel robot	67
<i>M. Díaz, S. Provenzano, F. León, V. Mata</i>	

PROCESAMIENTO DE SEÑALES E IMÁGENES (PS)

Análisis espectral de sonidos respiratorios	1
<i>A. Reyes, J. Rodríguez, L. Rodríguez</i>	
Corrección local de línea base en registros electroforéticos usando el algoritmo Legend	7
<i>J. Paredes, E. Sosa</i>	
Ajuste de modelo por optimización no lineal usados en la segmentación de estructuras vasculares en imágenes de tomografía computarizada	13
<i>L. Landaeta, A. La Cruz, D. Cores</i>	
Un enfoque para la segmentación y cuantificación de arterias coronarias en imágenes de angiografía	19
<i>H. Velandia, R. Medina, T. Núñez</i>	
Utilización de filtros de mediana y transformada wavelet en el análisis digital de imágenes neuronales	25
<i>F. Durán, R. Medina, L. Mendoza, R. Mendoza, Z. Peña, D. Dávila</i>	

Detección del corazón utilizando máquinas de soporte vectorial de mínimos cuadrados <i>M. Vera, R. Medina, A. Bravo</i>	31
Herramienta de software para el procesamiento avanzado de la señal electrocardiográfica de pacientes chagásicos <i>J. Cuadros, R. Medina, T. Núñez</i>	37
Sistema asistido de captura y procesamiento de datos antropométricos, utilizando visión artificial <i>H. Montilla, L. Romero, J. García, A. Gil, M. Márquez</i>	43
Muestreo y compresión aplicado a imágenes fMRI <i>B. Guillén, J. Paredes, R. Medina</i>	49
Aproximación mediante gaussianas de datos electroforéticos <i>G. Ceballos</i>	55
Adquisición y procesamiento de la señal electrocardiográfica para la detección temprana de pacientes chagásicos <i>N. Dugarte, R. Medina, R. Rojas, J. Cuadros</i>	61
Image processing techniques for transparent biomedical images <i>J. Toro</i>	67
Caracterización de señales electroencefalográficas usando transformada wavelet y análisis de componente principal <i>I. Colmenares, A. Bravo, B. Sánchez</i>	73
Valoración de la estabilidad de emulsiones aplicando transformada watershed a imágenes de microscopia <i>J. García, A. Bravo, J. Mantilla, M. Alayón, M. Vivas</i>	79
A snake-guided parametric model for prostate segmentation <i>M. Valero, A. Bravo, R. Medina</i>	85
Estudio de la variabilidad de la frecuencia cardíaca durante la prueba oral de tolerancia a la glucosa en pacientes con síndrome metabólico <i>E. Severeyn, S. Wong, G. Passariello, J. Cevallos, D. Almeida</i>	91
From medical images to simulations: 4D MRI flow analysis <i>E. Soudah, J. Penneçot, J. Pérez, E. Oñate</i>	97
Diseño, evaluación y validación de un método semiautomático para cuantificación en imágenes de inmunohistoquímica <i>E. Paravani, D. Osella, J. Díaz, V. Casco</i>	103
Registro de imágenes cerebrales multimodalidad <i>A. Hernández, W. Torres</i>	109
Brain tumor staging and classification by analysis of contour critical exponents <i>M. Yáñez, B. López, M. Martín</i>	115
Quasi-analytical determination of nosologic maps and diffusion tensor anisotropy distribution functions in diffusion-weighted MRI <i>M. Martín, M. Paluszny, G. Figueroa, G. Padilla, W. Torres</i>	121
Segmentación de imágenes multicanal RMN T2 utilizando morfología matemática multidimensional <i>W. Torres, M. Martín, M. Paluszny, G. Padilla, G. Figueroa</i>	127
An application of mathematical morphology for brain tumor segmentation in multimodality MRI <i>O. León, M. Martín, W. Torres</i>	133
Tomografía acústica en aplicaciones termográficas <i>C. González, R. Reyna</i>	139

Imagenología sísmica 3D post-apilamiento en exploración petrolera <i>J. Ramírez, G. Larrazábal</i>	145
Análisis de señales electroencefalográficas de pacientes epilépticos por aproximaciones simbólicas <i>A. Delgado, P. Guillén</i>	151
A technique of three-dimensional reconstruction of myocardial tissue damage after ischemic heart disease using image processing in cardiac magnetic resonance imaging <i>G. Gavidia, E. Soudah, J. Pérez, M. Cerrolaza, M. Martín, E. Oñate</i>	157
Automatización de los procesos de cuantificación y caracterización de bacterias en imágenes digitales de microscopia <i>F. Roa, A. Bravo, A. Valery</i>	163
Detección de acordes en señales de audio producidas por instrumentos musicales polifónicos <i>G. Caropresse, D. Montoya</i>	169
Agrupamiento basado en máquinas de vectores de soporte de señales de ECG normales y patológicas <i>S. Villazana, C. Seijas, A. Caralli</i>	175
Brain tumor characterization and segmentation of T2-weighted magnetic resonance images based on data-mining tools <i>D. Crespo, G. Castro</i>	183

PROCESOS INDUSTRIALES (PI)

Cinética de cristalización dinámica de polietileno de alta densidad <i>R. Aguana, J. Papa, C. Albano</i>	1
Estudio de la cinética de curado de formulaciones de caucho acrilonitrilo-butadieno (NBR) con aserrín de coco <i>M. Ichazo, C. Albano, M. Hernández, J. González, R. Herrera</i>	7
Simulación directa de la capa catalítica de una celda de combustible de intercambio protónico para determinar conductividades efectivas <i>R. Barbosa, B. Escobar, J. Andaverde, U. Cano</i>	13
Compuestos de polietileno de alta densidad con hidroxiapatita: correlación entre las propiedades mecánicas experimentales y las obtenidas a través de diferentes modelos matemáticos <i>C. Albano, R. Perera, L. Cataño, A. Karam, G. González</i>	19
Simulación para el comportamiento electrodinámico del sistema de barras de fase aisladas en el esquema de conexión de generación del proyecto hidroeléctrico “Francisco de Miranda” en Caruachi <i>A. Ortiz, L. Alvarez, J. Ñañez, J. Toledo</i>	25
Thermodynamical steam power cycles for modeling of the production process in geothermal power plants: a numerical study <i>E. Sánchez, G. Larrazábal, C. Torres, P. Guillén</i>	31

VARIOS (VA)

Un modelo estadístico para la predicción del rendimiento estudiantil <i>M. Molina, W. Bolívar</i>	1
--	---

Estudio y caracterización del PEUAPM-GUR-1050, irradiado con rayos gamma en atmósfera de argón, almacenado en aloe vera y tratado térmicamente
E. Davidson, J. Reyes, D. Moronta, G. González, O. Falcón

7

LISTA DE AUTORES

MULTI-FLUID FLOWS WITH THE PARTICLE FINITE ELEMENT METHOD

Sergio R. Idelsohn¹

sergio@cimne.upc.edu

ICREA Research Professor at CIMNE

Mónica de Mier, Julio Marti and Eugenio Oñate

¹ International Centre for Numerical Method in Engineering (CIMNE)

Technical University of Catalonia

Edificio C1, Campus Norte UPC,

Gran Capitán s/n, 08034 Barcelona, Spain

Abstract. Particle Methods are those in which the problem is represented by a discrete number of particles. Each particle moves accordingly with its own mass and the external/internal forces applied on it. In this presentation the Particle Finite Element Method based on finite element shape functions is used to solve the continuous fluid mechanics equations in the case of multi-fluid flows. To evaluate the external applied forces to each particle, the incompressible Navier-Stokes equations are solved at each time step using a Lagrangian formulation. All the information in the fluid is transmitted via the particles. All kinds of heterogeneous fluids and multiphase flows with internal interfaces including or not free-surfaces, breaking waves and fluid separations may be easily solved with this methodology.

Keywords: Particle method, Heterogeneous fluids, Multi-fluids, Lagrange formulations, Free-surfaces, Internal interfaces.

1. INTRODUCTION

Over the last twenty years, computer simulation of incompressible fluid flow has been based on the Eulerian formulation of the fluid mechanics equations on continuous domains [1]. However, it is still difficult to analyze problems in which the shape of the free surfaces or internal

interfaces changes continuously or in fluid-structure interactions where complicated contact problems are involved.

More recently, Particle Methods in which each fluid particle is followed in a Lagrangian manner have been used [2-5]. The first ideas on this approach were proposed by Monaghan [2] for the treatment of astrophysical hydrodynamic problems with the so called Smooth Particle Hydrodynamics Method (SPH).

This method was later generalized to fluid mechanic problems [2-5]. Kernel approximations are used in the SPH method to interpolate the unknowns. More particle methods have been developed based on similar ideas and applied to multi-phase flows [6-8 and references therein]

It must be noted that particle methods may be used with both: mesh or meshless shape functions [6-13]. The only practical limitation is that the connectivity in meshless methods or the mesh generation in methods with mesh needs to be evaluated at each time step. For these reason the evaluation of the connectivity must not consume much computing time.

The Particle Finite Element Method (PFEM) [14-15] combines the particle precept with the finite element shape functions using an auxiliary finite element mesh that is quickly built at each time step. PFEM has been successfully used to solve the Navier-Stokes equations [14-17] and fluid-structure interactions problems [18-20]. In this presentation the advantages of PFEM for the tracking of internal interfaces will be explored and used to solve fluid mechanics problems including immiscible heterogeneous flows.

2. GOVERNING EQUATIONS IN LAGRANGIAN FORMULATIONS

In the final x_i position, the mass and momentum conservation equations can be written as:

$$\textbf{Mass conservation: } \frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

$$\textbf{Momentum conservation: } \rho \frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial x_i} p + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} + \rho f_i \quad (2.2)$$

where $\rho = \rho(x)$ is the density, u_i are the Cartesian components of the velocity field, p the pressure, τ_{ij} the deviator stress tensor, f_i the source term (normally the gravity) and $\frac{D\phi}{Dt}$ represents the total or material time derivative of a function ϕ .

For heterogeneous materials ρ is a function of the position $\rho = \rho(x)$. For incompressible flows the material time derivative $\frac{D\rho}{Dt} = 0$. Nevertheless the spatial time derivative is not ($\frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0$). This is the reason why heterogeneous materials are more easily solved with Lagrangian formulations.

From equation (2.1), for incompressible flows the mass conservation in Lagrangian formulation may be simply written as: $\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$, while in Eulerian formulation mass conservation

must be written as: $\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = 0$.

For Newtonian fluids the stress tensor τ_{ij} may be expressed as a function of the velocity field through the viscosity μ by

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \right) \quad (2.3)$$

For incompressible or near incompressible flows ($\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$ or $\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \ll \frac{\partial u_k}{\partial x_k}$) the term :

$$\frac{2\mu}{3} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{or} \quad \approx 0 \quad (2.4)$$

and it may be neglected in Eq.(2.3). Then:

$$\tau_{ij} \approx \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.5)$$

Boundary and interface conditions:

The standard boundary conditions for the Navier-Stokes equations are:

$$\tau_{ij} v_j - p v_i = \bar{\sigma}_{ni} \quad \text{on } \Gamma_\sigma ; \quad u_i v_i = \bar{u}_n \quad \text{on } \Gamma_n ; \quad u_i \zeta_i = \bar{u}_t \quad \text{on } \Gamma_t$$

where v_i and ζ_i are the components of the normal and tangent vectors to the boundary.

On the internal interfaces the conditions are:

$$(\tau_{ij}^+ v_j - p^+ v_i) = \sigma_{mi}^+ = -(\tau_{ij}^- v_j - p^- v_i) = -\sigma_{mi}^- ; \quad u_i^+ = u_i^- \quad \text{on } \Gamma_i$$

where super indices (+) and (-) represent the variable value at each side of the interface.

Implicit time integration:

Equation (2.2) will be integrated implicitly in time as:

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} \approx \rho \frac{u_i(x_i, t^{n+1}) - u_i(X_i, t^n)}{\Delta t} = \rho \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \left[-\frac{\partial}{\partial x_i} p + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \rho f_i \right]^{n+\theta} \quad (2.6)$$

where $[\phi(x, t)]^{n+\theta}$ means $\theta \phi(x, t^{n+1}) + (1-\theta) \phi(x, t^n) = \theta \phi^{n+1} + (1-\theta) \phi^n$ and $\phi^n = \phi(x, t^n)$ represents the value of the function at time t^n but at the final position x .

Only the case of $\theta = 1$ (full implicit) will be considered next. Other values as for instance $\theta = 1/2$ can be considered without major changes.

Then, the time integrated equations become:

$$\rho \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \left[-\frac{\partial}{\partial x_i} p \right]^{n+1} + \left[\mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \rho f_i \right]^{n+1} \quad (2.7)$$

The mass conservation is also integrated implicitly by:

$$\frac{D\rho}{Dt} \approx \frac{\rho^{n+1} - \rho^n}{\Delta t} = -\rho^{n+1} \frac{\partial(u_i^{n+1})}{\partial x_i} \quad (2.8)$$

3. THE PARTICLE FINITE ELEMENT METHOD

Particle Methods aim to represent the behaviour of a physical problem by a collection of particles. Each particle moves accordingly to its own mass and the internal/external forces applied on it. External forces are evaluated by the interaction with the neighbour particles by simple rules [16-17].

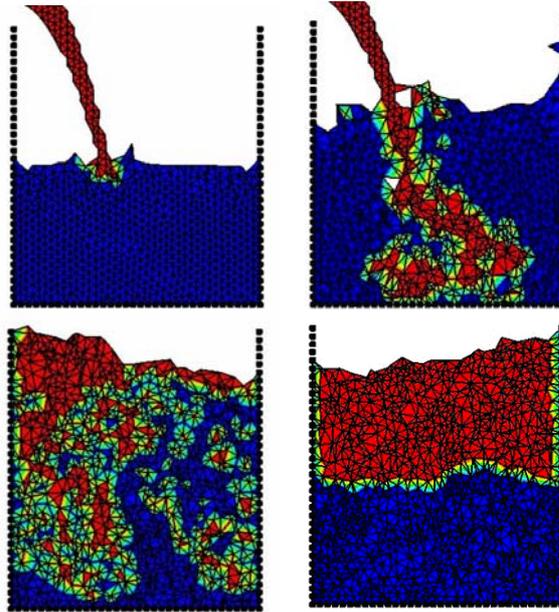


Figure 3.1- Mixing two different fluids. Recognition of the internal interfaces and free-surfaces of the analysis domain and mesh update for successive point distributions.

Another characteristic of Particle Methods is that all the physical and mathematical properties are attached to the particle itself and not to the elements as in FE methods. For instance physical properties like viscosity or density, physical variables like velocity, temperature or pressure and also mathematical variables like gradients or volumetric deformations are assigned to each particle and they represent an average of the property around the particle position.

Particle methods are advantageous to treat discrete problems such as granular materials but also to treat continuous problems for which possibilities exist of internal interfaces, frictional-contact problems in fluid-solid interactions or free-surfaces with breaking waves.

The most relevant characteristic of a Particle Method is that there is not a specified solution domain. The problem domain is defined by the particle positions and hence, there is not a boundary contour. This is the reason why, when a differential equation is to be solved in order to evaluate the forces, the boundary needs to be identified in order to impose the boundary conditions. In addition, the particles can be used to generate a discrete domain within which the integral forms of the governing differential equations are solved (see Fig. 3.1).

In this presentation, the Particle Finite Element Method (PFEM) [16-17] is used to deal with the incompressible Navier-Stokes equations for heterogeneous fluid flows. Different fluids acting together will be modelled by an arbitrary number of particles. On each particle the forces will be the gravity force (internal force of the particle) and the interacting forces with the neighbouring particles (external force to the particle). The external forces will be evaluated by solving the Navier-Stokes equations. For this purpose an analysis domain needs to be defined at each time step with a known contour where the boundary conditions will be imposed.

Also at each time step a new mesh is generated in order to define the new interfaces between the different fluids and the corresponding shape functions to solve the differential equations. This mesh is only useful for the definition of the interacting forces and vanishes once the forces are evaluated (see Fig. 3.1).

4. NODAL OR ELEMENT INTERFACES?

One of the main features of particle methods is that all the physical properties are attached to the nodes instead to the elements. The mesh is permanently updated and hence, it is difficult to keep physical properties at element level. In heterogeneous materials we can have a jump in the material density of several orders of magnitude. We must decide where the internal interface between two different materials occurs. The most natural solution for a particle method is to have the interface inside the elements sharing particles with different densities, so that in the element integration points k density takes the mean value $\rho_k = \frac{1}{nv} \sum_{a=1}^{nv} \rho_a$ (where nv is the number of nodes of the element). We will call this possibility as *interface across elements* (Fig. 4.1).

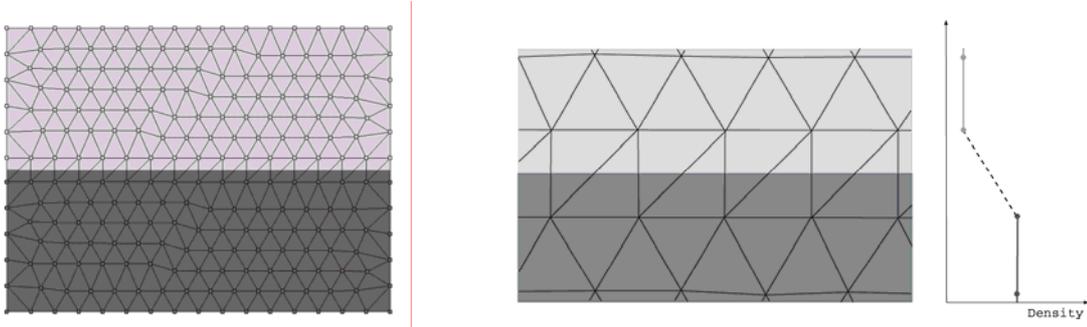


Figure 4.1- Interface across elements.

Other possibility is to impose that the interfaces between different materials are between two elements, which will be called *nodal interface* (Fig. 4.2). To achieve this we must accept that elements sharing particles with two different densities have one or the other particular density value.

Now the density in the element integration points k takes the value $\rho_k = \begin{cases} \rho_1 & \text{if } k \in \text{Fluid1} \\ \rho_2 & \text{if } k \in \text{Fluid2} \end{cases}$.

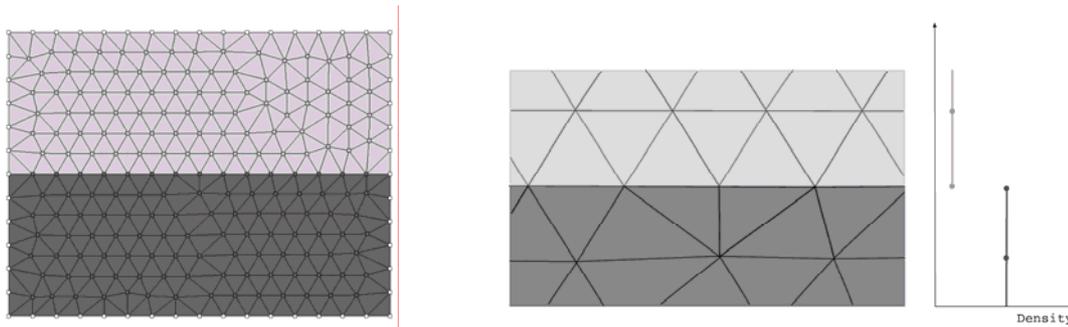
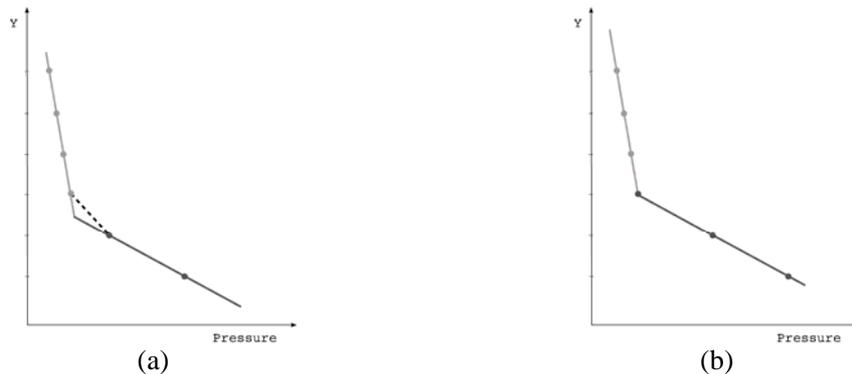


Figure 4.2- Nodal interface.

Both possibilities have advantages and disadvantages. Element interfaces are more stable as they do not change much when remeshing is performed. On the other hand, nodal interfaces are more accurate because they allow representing exactly the gradient pressure gap that normally occurs when there is a jump in the density value (see Fig. 4.3).



Linear elements cannot represent accurately an internal jump in the pressure gradient.

Exact linear representation.

Figure 4.3- Pressure approximation of the different interface definitions.

Immiscible heterogeneous materials will be solved using the nodal interface algorithm in order to be able to represent exactly the pressure gradient jumps. As a consequence of remeshing, the interface position may change suddenly from one time step to the next one introducing small instabilities in the flow. Nevertheless these changes in the interface position between two time steps are of order h . This means that they decrease linearly with the mesh size and are of the same order than the alpha-shape technique used for the determination of the free surface. In spite of this drawback, nodal interface method improves substantially the results and becomes essential in immiscible fluids.

5. NUMERICAL RESULTS

The capabilities of the formulation described above will be shown in some examples. In order to test the ability of the method to carry out with several heterogeneous materials a three density fluid is solved without showing any particular drawback. The second example the case of two different fluids including thermal dilatation representing a magma chamber is presented.

5.1 Heterogeneous flow with several materials

The formulation proposed can be applied with no modification to any arbitrary number of fluids with different properties. In this example we check the behaviour with three different fluids with different densities and same viscosity ($\mu = 0.1 \text{ Pa s}$). The computational domain is a 1×1 meter cavity, with free-slip walls and gravity force $g = 10 \text{ m/s}^2$.

In the initial configuration (see Fig 5.1), fluid A is in a stable position, but fluids B and C will move to find the stable horizontal stratification. Fig 5.2 shows the particle positions at different time steps. During the first time steps fluid C moves from right to left by the bottom part of the domain while fluid B moves from left to right by the upper part. The movement is so sudden that at time $t=15 \text{ s}$ some particles of fluid C get trapped inside fluid A on the right hand side. Due to their higher density, they move downwards until they reach fluid C.

There is not any comparison result to test the validity of this example. However the results show clearly the ability of the method to deal with any kind of heterogeneous material.

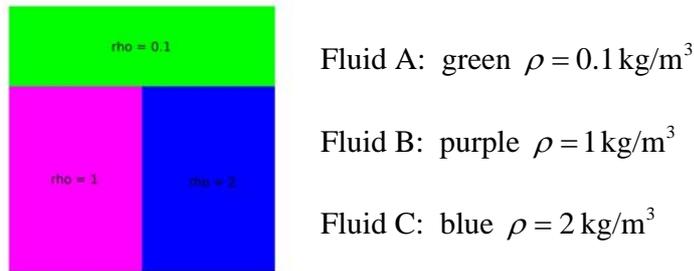


Figure 5.1- Fluid densities.

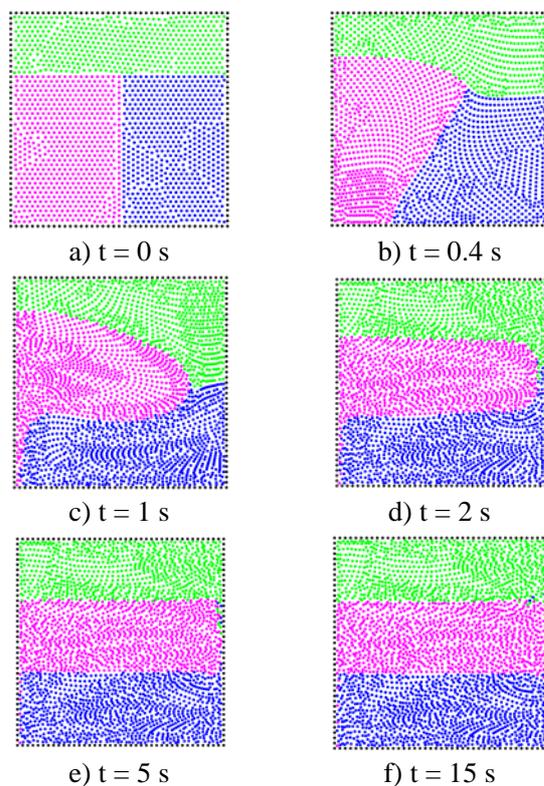


Figure 5.2- Three different density fluids.

5.2 Heterogeneous fluids with bouyant thermal effects

The last example represents an application of the method to the study of a magma chamber in which two different fluids with different properties and temperature mix and evolves to a more stable position.

Magmas are molten rock below the earth's surface. Their properties depend mainly on their composition (SiO_2 , Al_2O_3 , FeO , H_2O , etc) and temperature. Typically at the beginning the chamber is filled with one fluid only (fluid A) that cools due to the lower temperature of the surrounding crustal rock. The decrease in temperature produces that some chemical components start to crystallize and deposit at the bottom. The crystallization process changes the density and

the composition of the remaining melt. At some instant new magma (fluid B) enters the chamber. It is hotter, denser and less viscous than fluid A. The difference in temperature and properties between both fluids triggers the convective transport, and A and B start to mingle. Molecular diffusion is of order $10^{-10} \text{ m}^2 / \text{s}$ and can be neglected. Fluids are considered as immiscible.

We assume in our simulation that the chamber (of radius 680 meters) contains 50% of each fluid and they are at rest at $t=0$. Initial temperature of fluid A is 850 C and of fluid B, 1150 C. Walls are considered no-slip, adiabatic and initially at 200 °C. Gravity takes the usual value 9.81 m/s^2 .

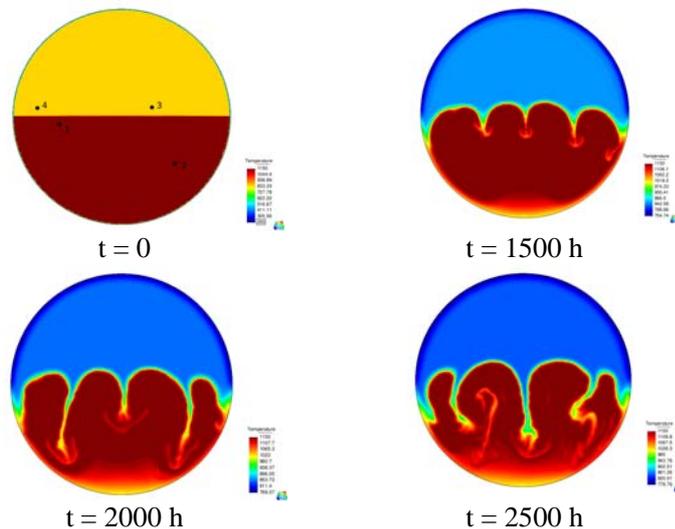
Magma density can be linearized as $\rho = \rho_r[1 - \alpha(T - T_r)]$ Viscosity is modelled as $\log \mu = A + \frac{B}{T - C}$.

Fluid A	Fluid B
A = -4.55	A = -4.55
B = 8106.06	B = 5432
C = 162.34	C = 377.94

At temperature lower than 600°C viscosity is so high that magma would behave as solidified. However, in this temperature range we model magma as a fluid with constant viscosity.

Thermal diffusivity is set to $k = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ constant (two orders of magnitude higher than realistic values).

Numerical results are quite reasonable: fluid B cools rapidly at the material interface and chamber boundary (see Fig. 5.3). Its density increases and moves downwards due to gravity and low viscosity. This movement drags fluid A downwards too, but fluid A is less dense than B and pulls upwards. Convection produces fragmentation and fluid mixing.



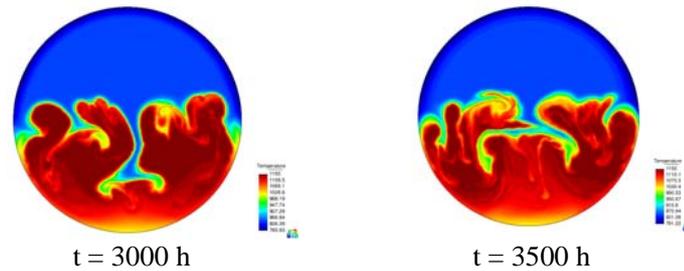


Figure 5.3- Temperature field at different time steps

6. CONCLUSIONS

The Particle Finite Element Method (PFEM) has been used to solve the incompressible Navier-Stokes equations for heterogeneous fluid flows. The results show the ability of the method to deal with problems from the simple case of fluids with a single interface to the case of strong mixed fluids with multiple interfaces. Problems with a big difference between the two materials were also performed without showing any instability.

REFERENCES

- [1] J. Donea, A. Huerta, Finite Element Method for Flow Problems, John Wiley, 2003.
- [2] Monaghan JJ. An introduction to SPH. *Computational Physics Communications* 1988; 48:89-96.
- [3] R.A. Gingold, J.J. Monaghan. Kernel estimates as a basis for general particle methods in hydrodynamics, *Journal of Computational Physics*, vol. 46, pp. 429–453, 1981.
- [4] R.A. Gingold, J.J. Monaghan. Smoothed particle hydrodynamics, theory and application to non-spherical stars. *Mon. Not R. Astron. Soc.*, vol. 181, pp. 375–389, 1997.
- [5] Liu WK, Jun S and Zhang YF. Reproducing Kernel particle methods. *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, vol. 20, pp.1081–1106, 1995.
- [6] S. Koshizuka, H. Ikeda and Y. Oka. Numerical Analysis of Fragmentation Mechanisms in Vapor Explosions. *Nuclear Engineering and Design*, vol. 189, pp. 423-433, 1999.
- [7] Nayroles B, Touzot G and Villon P. Generalizing the FEM: Diffuse approximation and diffuse elements. *Computational Mechanics*, vol. 10, pp. 307-18, 1992.
- [8] Belytschko T, Lu Y and Gu L. Element free Galerkin methods. *Int. J. Num. Meth. Engng.*, vol. 37, pp. 229-56, 1994.
- [9] Oñate E, Idelsohn SR and Zienkiewicz OC. A finite point method in computational mechanics. Applications to convective transport and fluid flow. *Int. J. Num. Meth. Engng.*, vol. 39, pp. 3839-3866, 1996.
- [10] Oñate E, Idelsohn S.R., Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Sacco C. A stabilized finite point method for analysis of fluid mechanics problems. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.*, vol. 139(1– 4), 315–346, 1996.
- [11] E. Oñate, C. Sacco, S.R. Idelsohn, A finite point method for incompressible flow problems, *Comput. Visual. Sci.*, vol. 2, pp. 67–75, 2000.
- [12] S.R. Idelsohn, E. Oñate, N. Calvo, F. Del Pin, The meshless finite element method, *Int. J. Numer. Methods Engrg.*, vol. 58 (6), pp. 893–912, 2003.
- [13] S.R. Idelsohn, N. Calvo, E. Oñate, Polyhedrization of an arbitrary point set, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, vol. 192 (22–24), pp. 2649–2668, 2003.

- [14] S. R. Idelsohn, E. Oñate and F. Del Pin. The Particle Finite Element Method: a powerful tool to solve incompressible flows with free-surfaces and breaking waves. *Int. J. Num. Meth. Engng.*, vol.61 (7), pp. 964-984, 2004.
- [15] E. Oñate, S.R. Idelsohn, F. Del Pin, R. Aubry. The Particle Finite Element Method. An Overview. *Int. J. Comput. Methods*, vol. 2 (1), pp. 267-307, 2004.
- [16] E. Oñate, J. Garcia and S. Idelsohn. Ship Hydrodynamics. *Encyclopedia of Computational Mechanics*. Eds. E. Stein, R. De Borst and T.J.R. Hughes. J. Wiley, 2004.
- [17] A. Larese, R. Rossi, E. Oñate and S.R. Idelsohn. Validation of the Particle Finite Element Method (PFEM) for Simulation of the Free-Surface Flows. *Engineering Computations*, vol. 25(4), pp. 385-425, 2008.
- [18] S.R. Idelsohn, E. Oñate, F. Del Pin, N. Calvo, Fluid–structure interaction using the particle finite element method, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, vol.195, pp. 2100 -2113, 2006.
- [19] E. Oñate, S.R. Idelsohn, M.A. Celigueta and R. Rossi. Advances in the Particle Finite Element Method for the Analysis of Fluid-Multibody Interaction and Bed Erosion in Free-surface Flows. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, vol 197, pp. 1777-1800, 2008.
- [20] S.R. Idelsohn, J. Marti. A. Limache, E. Oñate. Unified Lagrangian Formulation for Elastic Solids and Incompressible Fluids. Application to Fluid-Structure Interaction Problems via the PFEM. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, vol. 197, pp 1762-1776, 2008.

THREE DIMENSIONAL STABILITY ANALYSIS OF HIGHLY VARIABLE SLOPES BY FINITE ELEMENTS

D.V. Griffiths, Jinsong Huang

Division of Engineering, Colorado School of Mines, Golden, CO 80401, U.S.A

Gordon A. Fenton

Department of Engineering Mathematics, Dalhousie University, Halifax, Canada

ABSTRACT: *The paper will review the use of finite element (FE) methods as a powerful alternative to classical limit equilibrium method for tackling slope stability problems. The benefits of FE are particularly obvious when dealing with non-typical geometries such as 3-D and soils with variable properties. The paper will show several examples of finite element methods applied to slope stability including some recent work on 3-D random slopes*

1. INTRODUCTION

The finite element method offers a powerful alternative to classical limit equilibrium methods of slope stability that have remained essentially unchanged for decades. The method offers the following main advantages:

- No assumption needs to be made in advance about the shape or location of the failure surface. Failure occurs “naturally” through the zones within the soil mass in which the soil shear strength is unable to sustain the applied shear stresses.
- Since there is no concept of slices in the finite element approach there is no need for assumptions about slice side forces. The finite element method preserves global equilibrium until “failure” is reached.
- If realistic soil compressibility data is available, the finite element solutions will give information about deformations at working stress levels.
- The finite element method is able to monitor progressive failure up to and including overall shear failure.

It is certainly not the case that the finite element method of slope stability analysis is a new technique. The first paper to tackle the subject by Smith & Hobbs (1974) is over 35

years old and this was followed by an important paper on the topic by Zienkiewicz *et al.* (1975). The Zienkiewicz paper had a very significant influence on the author's finite element slope stability software developments over the years. Early publications date back to Griffiths (1980) and the first ever published source code for finite element slope stability appeared in the second edition of the text by Smith & Griffiths (1988, 2004). Readers are also referred to Griffiths & Lane (1999) for a thorough review of how the methodology works.

2. 3-D SLOPES

The vast majority of slope stability analyses are performed in 2-D under the assumption of plane strain conditions. Even when 2-D conditions are not appropriate, 3-D analysis is rarely performed. There are a number of reasons for this. The vast majority of work on this subject has shown that the 2-D factor of safety is conservative (e.g. lower than the "true" 3-D factor of safety), and existing methods of 3-D slope stability analysis are not well established in practice. A further disadvantage of some 3-D methods, is that being based on extrapolations of 2-D "methods of slices" to 3-D "methods of columns", they are complex, and not readily modified to account for realistic boundary conditions in the third dimension. The advantages of FE slope stability methods become even more attractive in 3-D. The paper demonstrates some 3-D slope stability analyses by finite elements and shows that great care must be taken in subscribing to the received wisdom that "2-D is always conservative".

2.1 When is plane strain a reasonable approximation?

The first issue addressed here for a homogeneous slope, is to consider the question "how long does a slope need to be in the third dimension for a 2-D analysis to be justified?"

Figure 1 shows a simple mesh that might be used for a 3-D analysis of an undrained slope. A "rough-smooth" boundary condition implies a symmetric analysis about the plane $z = L/2$, thus only half of the actual depth L of the slope is analyzed. The bottom ($y = D$) and far-side ($z = 0$) of the slope are fully fixed, while the back ($x = 0$) and front-side ($z = L/2$) of the slope are constrained by vertical rollers.

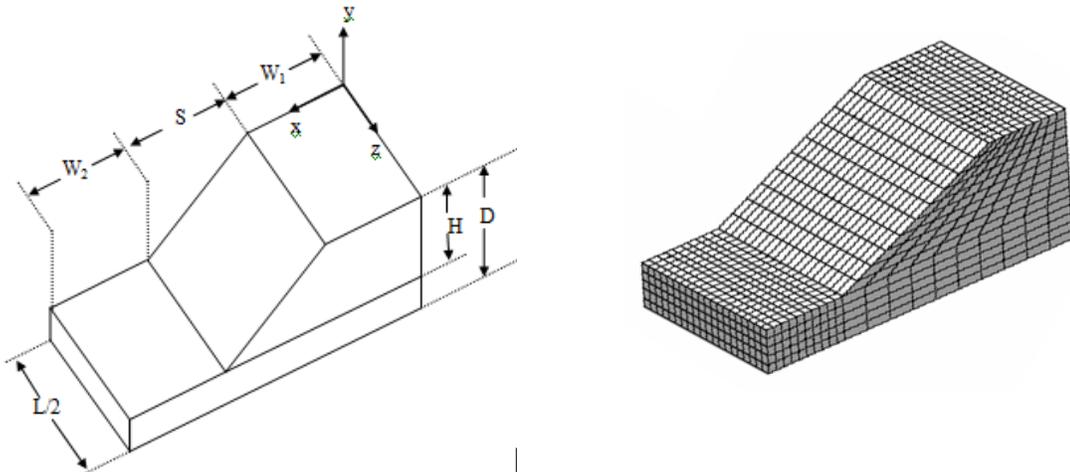


Figure 1. 3-D layout and typical mesh ($L/H = 2$). FE analyses used 20-node hexahedral elements.

The results from a series of FE analyses with different depth ratios (L/H) while keeping all other parameters constant are shown in Figure 2. It can be seen that the factor of safety in 3-D was always higher than in 2-D but tended to the plane strain solution

for depth ratios of the order of $L/H > 10$. It is shown that results of the same analysis with a coarser mesh gave slightly higher values of FS .

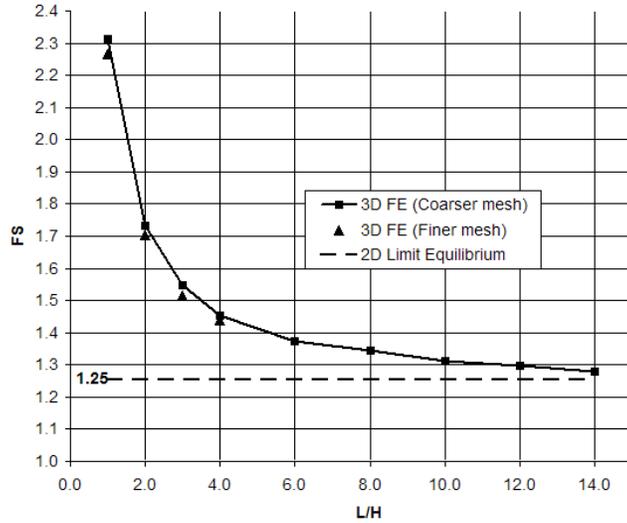


Figure 2: Comparison of 3-D FE and 2-D limit analyses for a $\phi_u = 0^\circ$ slope with $c_u / (\gamma H) = 0.20$.

2.2 Is plane strain always conservative?

The assumption that 2-D analyses lead to conservative factors of safety needs some qualification. Firstly, a conservative result will only be obtained if the most pessimistic section in the 3-D problem is selected for 2-D analysis (see e.g., Duncan 1996). In a slope that contains layering and strength variability in the third dimension, this “most pessimistic” 2-D section may not be intuitively obvious. Secondly, the corollary of a conservative 2-D slope stability analysis is that back analysis of a failed slope will lead to an unconservative overestimation of the soil shear strength (e.g. Arellano & Stark 2000). Although some investigators (e.g. Hutchinson *et al.* 1985, Hungr 1988) have asserted that the factor of safety in 3-D is always greater than in 2-D, it cannot be ruled out that an unusual combination of soil properties and geometry could lead to a 3-D mechanism that is more critical. Bromhead & Martin (2004) argued that some landslide configurations with highly variable cross-sections could lead to failure modes in which the 3-D mechanism was the most critical. Other investigators have indicated more critical 3-D factors of safety (e.g., Chen & Chameau 1982 and Seed *et al.* 1990) although this remains a controversial topic.

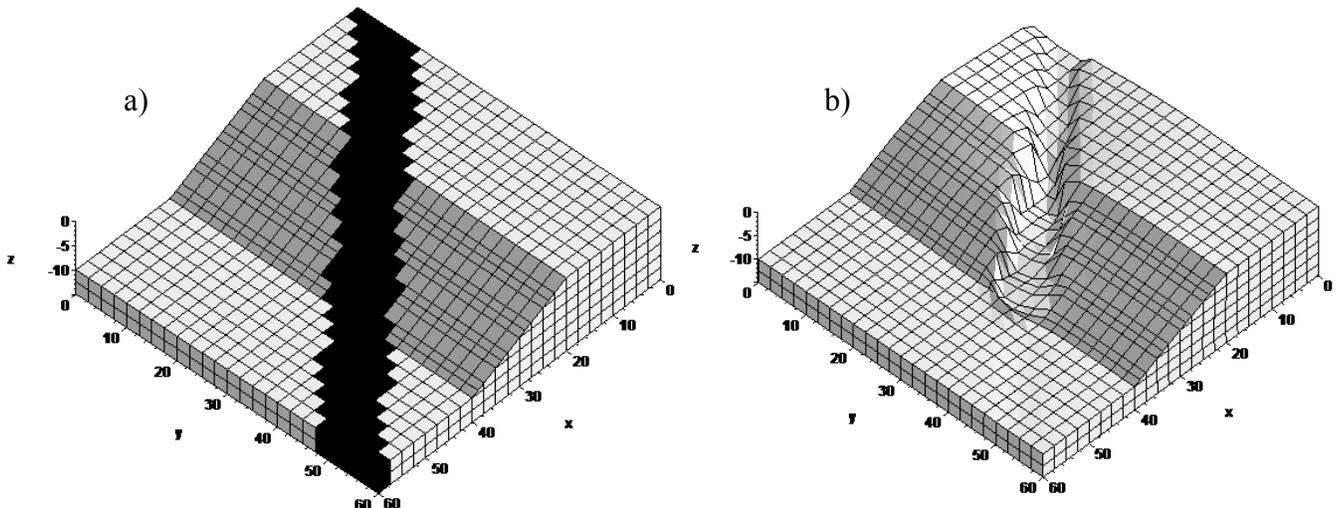


Figure 3: a) Three-dimensional slope at failure including an oblique layer of weak soil and
b) failure mechanism by 3-D finite elements ($FS \approx 1.5$)

Finite element slope stability analysis offers us the opportunity to perform objective comparisons in which 2-D and 3-D factors of safety are compared for variable soil conditions. This point is highlighted in the 3-D example shown in Figure 3a) which represents a 2v:1h slope of height 10 m, foundation depth 5 m and a length in the out-of-plane direction of 60 m with smooth boundary conditions. An oblique zone of weak soil (shaded black) with undrained strength $c_u = 20 \text{ kN/m}^2$ has been introduced into the slope with the surrounding soil four times stronger at $c_u = 80 \text{ kN/m}^2$. The 3-D factor of safety is found to be approximately 1.5 and the mechanism clearly follows the weak zone as also shown in Figure 3b).

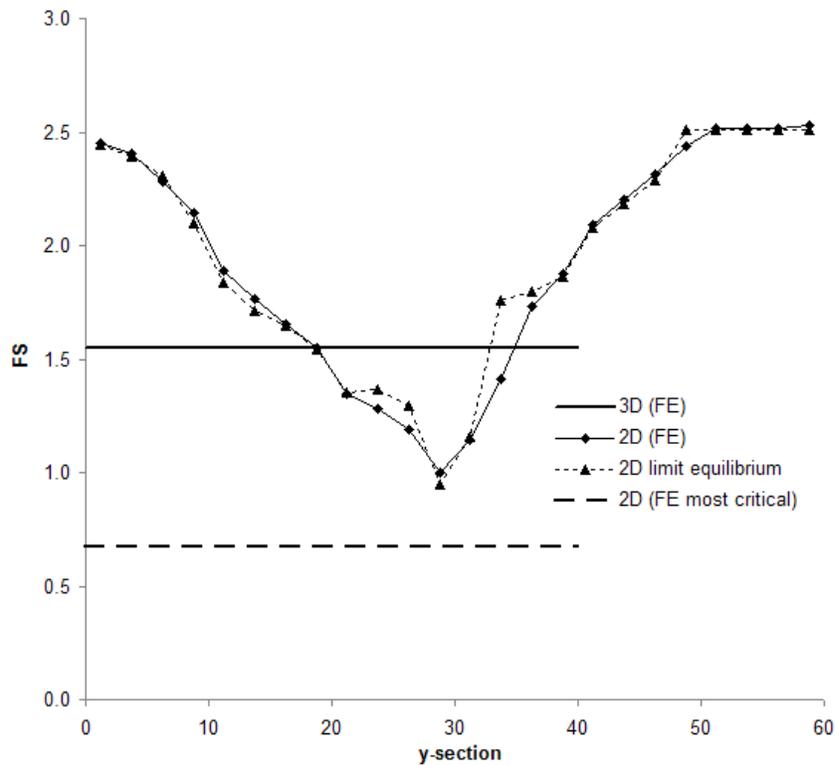


Figure 4: Factors of safety from 3-D analysis and various 2-D sections.

When 2-D stability analyses are then performed on successive slices in the $x-z$ plane moving from $y = 0 \text{ m}$ to $y = 60 \text{ m}$, the result shown in Figure 4 is obtained. As a check, the 2-D analyses were performed both by finite elements and by a standard limit equilibrium program. It can be seen that towards the boundaries of the 3-D slope ($y < 21 \text{ m}$ and $y > 34 \text{ m}$) where the majority of soil in the sections is strong, the 2-D results led to higher and therefore unconservative estimates of the factor of safety. On the other hand, at sections towards the middle of the slope ($21 \text{ m} < y < 34 \text{ m}$) where there is a greater volume of weak soil, the 2-D results led to lower, and therefore conservative estimates of the factors of safety. An even more critical 2-D plane however, is the one that runs right down the middle of the weak soil. This 2-D plane has a 2.5v:1h slope which is flatter than the $x-z$ planes considered previously, however it is homogeneous and consists entirely of the weaker soil. A 2-D slope stability analysis on this plane gives an even lower factor of safety of about 0.7. This result, also shown on Figure 4, is

less than half of the factor of safety given by the 3-D analysis and would be considered excessively conservative, even by geotechnical design standards.

Even in the rather simple problem considered here, the results have shown a quite complex relationship between 2-D and 3-D factors of safety. The results confirm that 2-D analysis will deliver conservative results if a pessimistic plane in the 3-D problem is selected, however this may lie well below the “true” 3-D factor of safety. It has also been shown however, that selection of the “wrong” 2-D plane could lead to an unconservative result.

3. RISK ASSESSMENT OF SLOPES

Risk assessment and probabilistic analysis in geotechnical engineering is a rapidly growing area of interest and activity for practitioners and academics. It fair to say that slope stability analysis has received greater attention from probabilistic tools than any other application of conventional geotechnical engineering (see e.g. Li and Lumb 1987, Mostyn and Lee 1993, Griffiths and Fenton 2000, Duncan 2000, El Ramly *et al.* 2002, Huang *et al.* 2010).

Soils and rocks are the most variable of all engineering materials, so when an engineer chooses “characteristic values” of the soil shear strength for a limit analysis (say), it is very likely that some parts of slope consist of soil that is stronger than the characteristic values, and other parts are weaker. How do the stronger and weaker soils interact and which of them have the greater influence in determining the factor of safety?

3.1 Checkerboard slope stability analysis.

In this section we take a simple 2-D slope and assign the slope two different properties arranged in a checkerboard pattern (Zhou & Griffiths 2009) as shown in Figure 5.

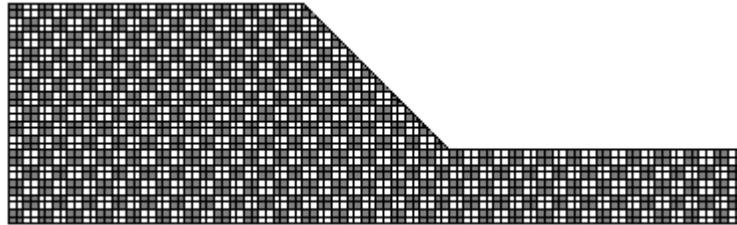


Figure 5: Slope stability analysis with checkerboard strength pattern. The darker zones are stronger.

The 1h:1v undrained clay slope has a height of $H = 10$ m and a foundation depth ratio of $D = 1.5$. The mean strength of $c_u = 50$ kPa was held constant, while the stronger soil was made stronger and the weaker soil was made weaker. The results of the factor of safety analysis by strength reduction are shown in Table 1. Clearly the weaker soil “wins”!

Table 1: Influence of variable soil in a checkerboard pattern

$C_{u(\text{strong})}$ (kPa)	$C_{u(\text{weak})}$ (kPa)	$C_{u(\text{strong})} / C_{u(\text{weak})}$	FS
50	50	1.00	1.39
60	40	1.50	1.30
70	30	2.33	1.17
80	20	4.00	1.03
90	10	9.00	0.88

Failure mechanisms in the homogeneous and the most variable cases are shown in Figure 6a) and b) respectively. In the most variable case, it can be seen that multiple mechanisms are attracted to the “diagonals” of weak soil and show a more dramatic out-crop on the downhill side.

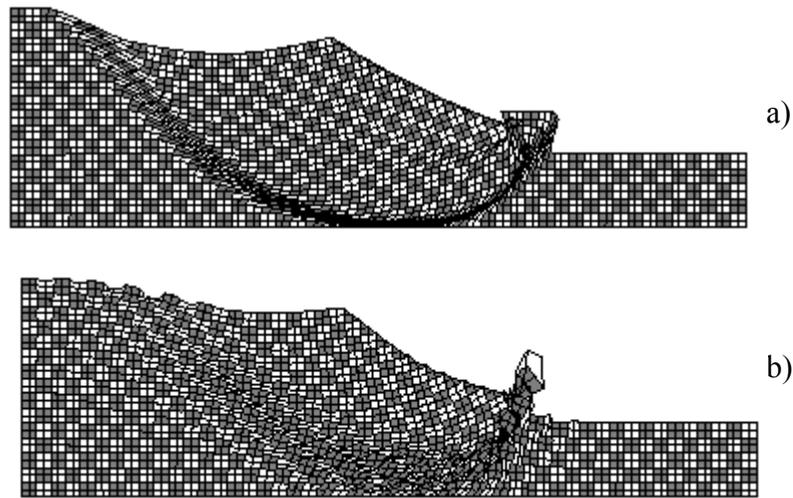


Figure 6: Failure mechanisms in “checkerboard” analysis. a) Homogeneous slope, b) Slope with strength ratio $C_{u(\text{strong})} / C_{u(\text{weak})} = 9$

3.2 The Random Finite Element Method (RFEM).

The goal of a probabilistic slope stability analysis is to estimate the probability of slope failure as opposed to the ubiquitous factor of safety used in conventional analysis. Several relatively simple tools exist for performing this calculation that include the First Order Second Moment (FOSM) methods and the First Order Reliability Methods (FORM).

A legitimate criticism of these first order methods is that they are unable to properly account for spatial correlation length in the random material. This parameter recognizes that two sites could have the same mean and standard deviation of strength parameters, but quite different spatial correlation lengths. The spatial correlation length is the distance in length units, over which soil properties tends to be correlated.

To overcome these deficiencies, the author and Gordon A. Fenton of Dalhousie University, have developed an advanced probabilistic analysis tool called the Random Finite Element Method (RFEM) that combines random field theory with elasto-plastic finite element analysis. Input to RFEM is provided in the form of the mean, standard deviation and spatial correlation length of the soil strength parameters. Spatial correlation length may be expressed in dimensionless form as Θ in which the spatial correlation length is normalized by dividing by the slope height. Following generation of a locally averaged random field the properties are assigned to the mesh and gravity loads are applied. The slope either fails or not, and the process is repeated. Following a sufficient number of Monte-Carlo simulations, the probability of failure is simply the proportion of the total number of simulations that failed. The interested reader is directed to publications by Griffiths and Fenton (2000, 2004) and the textbook by Fenton and Griffiths (2008) for more detail. The method is becoming recognized as the state-of-the-art in probabilistic geotechnical analysis and is being used by several research groups worldwide. The RFEM codes developed by Griffiths and Fenton have now been applied to numerous areas of geotechnical engineering and are freely available in source code from the authors’ web site at www.mines.edu/~vgriffit/rfem.

3.3 Analysis of 3-D random slopes.

With reference to the 2h:1v slope shown in Figure 7 with a height of 10m and no foundation layer, all the RFEM analyses that follow assume that the bottom of the mesh is fully fixed and the back of the mesh is allowed to move only in a vertical plane. It is noted that unlike the deterministic study shown previously, there is no symmetry in the RFEM analyses due to the spatial varying soil properties. In these analyses, both “rough” and “smooth” boundary conditions have been considered at the ends of the mesh in the out-of-plane direction ($z = 0$ and L). In the rough cases the ends are fully fixed and in the smooth case, they are allowed to move only in a vertical plane. In this study, it was determined that 2000 simulations of the Monte-Carlo process for each parametric group, was sufficient to give reliable and reproducible estimates of the probability of failure p_f . It can be noted that neither the rough nor the smooth vertical boundary conditions are particularly realistic. Real 3-D slopes tend to have rough sloping sides as might be observed at the abutments of an earth dam. In this paper however, we have considered only simple boundary conditions in order to focus on the influence of 3-D failure mechanisms.

Figs. 7, 8 and 9 show typical failed slopes with different (isotropic) correlation lengths given by $\Theta = 0.2, 2.0$ and 200.0 . The grey scale depicts the undrained strength, although it should be emphasized that each figure represents just one simulation sampled from a suite of 2000 Monte-Carlo repetitions. It can be seen that the failure zone, when it occurs, typically involves a greater volume of soil when the spatial correlation length is either much smaller or much larger than the slope height.

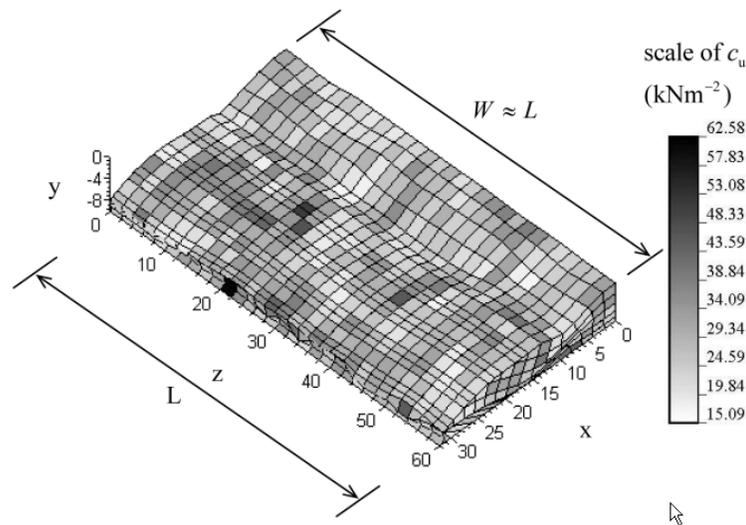


Fig. 7. Slope failure with $\Theta = 0.2$ and smooth boundary condition (all dimensions in metres)

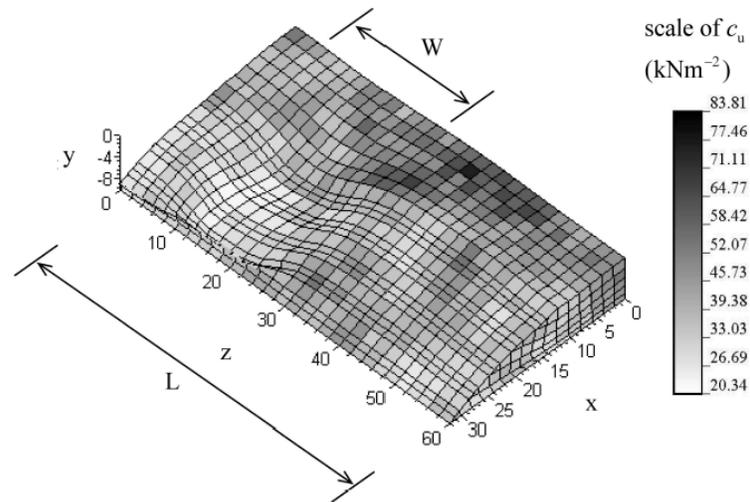


Fig. 8. Slope failure with $\Theta = 2.0$ and smooth boundary condition (all dimensions in metres)

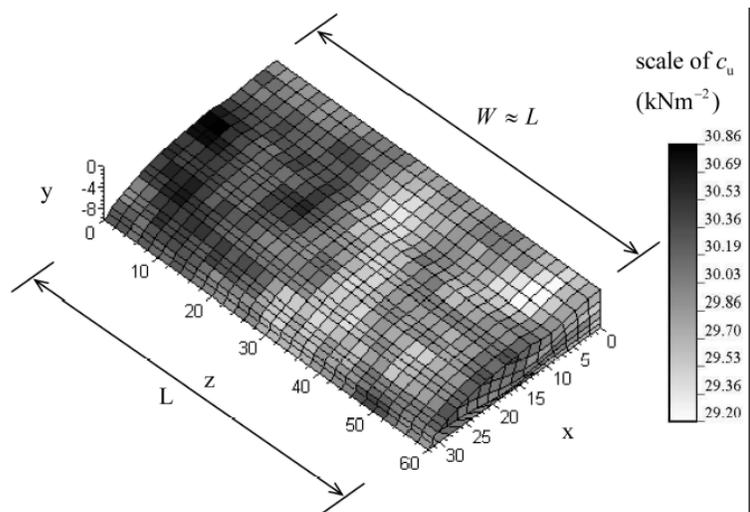


Fig. 9. Slope failure with $\Theta = 200.0$ and smooth boundary condition (all dimensions in metres)

Fig. 8 demonstrates an important characteristic in 3-D slope analysis called the “preferred” failure mechanism width W . This is the width of the failure mechanism in the z -direction that the finite element analysis “seeks out”. Over a suite of Monte-Carlo simulations the average preferred failure mechanism width is called W_{crit} . It will be shown that this dimension has a significant influence on 3-D slope reliability depending on whether the length of the slope L is greater than or less than W_{crit} .

For given values of v_{c_u} (coefficient of variation) and Θ let us define the critical slope length L_{crit} and the critical slope length ratio $(L/H)_{crit}$ as being that value of L/H for which the slope is safest and its probability of failure p_f a minimum. It will be shown that this minimum probability of failure in the smooth case occurs when $L_{crit} \approx W_{crit}$.

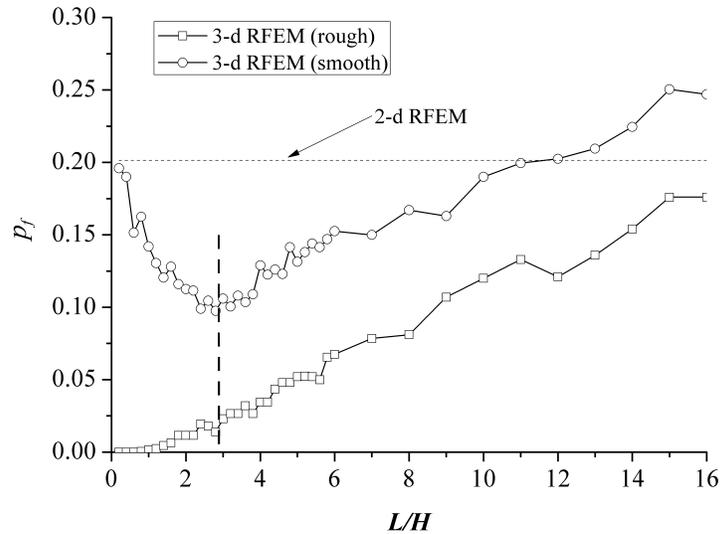


Fig. 10. Probability of failure versus slope length ratio ($\nu_{C_s} = 0.5$, $\Theta = 1.0$)

As shown in Figure 10 for the smooth case, if we reduce the slope length ratio below this critical value ($L < L_{crit}$), the slope finds it easier to form a global mechanism spanning the entire width of the mesh with smooth end conditions, so the value of p_f increases, tending eventually to the plane strain value. However, if we increase the slope length ratio above this critical value ($L > L_{crit}$), the slope finds it easier to form a local mechanism. Since $L > W_{crit}$ the mechanism has more opportunities to develop somewhere in the z -direction hence p_f again increases.

4. CONCLUDING REMARKS

The paper has focused on the use of finite element methods for slope stability analysis in variable soils. Observations were made on the depth of a 3-D slope in the out-of-plane direction needed to justify plane strain conditions respectively.

An investigation of the popular assumption that 2-D slope analysis is conservative compared to 3-D was found to rest entirely on the suitable selection of a “pessimistic” 2-D slice. A poorly selected 2-D slice could lead to unconservative predictions of the 3-D factor of safety.

Finally, the paper described some 3-D probabilistic slope stability methods using an important new method developed by the author and co-workers called the Random Finite Element Method (RFEM). These approaches target the *probability of failure* of a slope as opposed to the classical slope *factor of safety*. The influence of spatial correlation length was highlighted and the concept of a “preferred failure width” in 3-D slope analysis highlighted for the first time.

5. REFERENCES

- Arellano, D. & Stark, T.D. 2000. Importance of three-dimensional slope stability analysis in practice. *Slope Stability 2000*, GSP no. 101, D.V. Griffiths *et al.* (eds.), ASCE: 18-32.
- Bromhead, E.N. & Martin, P.L. 2004. Three-dimensional limit equilibrium analysis of the Taren landslide. In *Advances in Geotechnical Engineering* (Skempton Conference), Thomas Telford, vol. 2: 789-802.

- Chen, R.H. & Chameau, J.L. 1985. Three-dimensional limit equilibrium analysis of slopes. *Géotechnique*, 33(1): 31-40.
- Duncan, J.M. 1996. State of the art: Limit equilibrium and finite-element analysis of slopes. *J. Geotech. Geoenv.*, 122(7): 577-596.
- Duncan, J.M. 2000. Factors of safety and reliability in geotechnical engineering. *J. Geotech. Geoenv.*, 126(4): 307-316.
- El-Ramly, H., Morgenstern, N.R. & Cruden, D.M. 2002. Probabilistic slope stability analysis for practice. *Can. Geot. J.*, 39(3): 665-683.
- Fenton, G.A. & Griffiths, D.V. 2008. Risk Assessment in Geotechnical Engineering. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey.
- Griffiths, D.V. & Fenton, G.A. 2000. Influence of soil strength spatial variability on the stability of an undrained clay slope by finite elements. *Slope Stability 2000*, GSP no. 101, D.V. Griffiths et al. (eds.), ASCE: 184-193.
- Griffiths, D.V. & Fenton, G.A. 2004. Probabilistic slope stability by finite elements. *J. Geotech. Geoenv.*, 130(5): 507-518.
- Griffiths, D.V. 1980. Finite element analyses of walls, footings and slopes. *Proc. Symp. on Comp. Applic. Geotech. Probs. in Highway Eng.*, M.F. Randolph (ed.), PM Geotechnical Analysts Ltd, Cambridge, UK: 122-146.
- Griffiths, D.V. & Lane, P.A. 1999. Slope stability analysis by finite elements. *Géotechnique*, 49(3): 387-403.
- Huang, J., Griffiths, D.V. & Fenton, G.A. 2010. System reliability of slopes by RFEM. To appear *Soils Found.*
- Hungr, O. 1988. CLARA 2.31: Slope stability in two or three dimensions for IBM compatible microcomputers. O. Hungr Geotechnical Research Inc., Vancouver, Canada.
- Hutchinson, J.N., Sarma, S.K., Chen, R.H. & Chameau, J.L. 1985. Discussion on Three-dimensional limit equilibrium analysis of slopes. *Géotechnique*, 35: 215-216.
- Li, K.S. & Lumb, P. 1987. Probabilistic design of slopes. *Can. Geot. J.*, 24: 520-531.
- Mostyn, G.R. & Li, K.S. 1993. Probabilistic slope stability - State of play. In *Proc. Conf. Probabilistic Meths. Geotech. Eng.*, K.S. Li and S-C.R. Lo (eds.), A.A. Balkema, 89-110.
- Seed, R.B., Mitchell, J.K. & Seed, H.B. 1990. Kettleman Hills waste landfill slope failure. II Stability Analysis. *J. Geotech. Eng. ASCE*, 116(4): 669-690.
- Smith, I.M. & Hobbs, R. 1974. Finite element analysis of centrifuged and built-up slopes. *Géotechnique*, 24(4): 531-559.
- Smith, I.M. & Griffiths, D.V. 1988. Programming the Finite Element Method. 2nd ed., John Wiley & Sons, Chichester, U.K.
- Smith, I.M. & Griffiths, D.V. 2004. Programming the Finite Element Method. 4th ed., John Wiley & Sons, Chichester, U.K.

Zienkiewicz, O.C., Humpheson, C. & Lewis, R.W. 1975. Associated and non-associated viscoplasticity and plasticity in soil mechanics. *Géotechnique*, 25(4): 671-689.

Zhou, X.Y. & Griffiths D.V. 2009. Finite element slope stability studies. Independent Study NSF/REU Project. Division of Engineering, Colorado School of Mines.

SISTEMA ÓPTIMO DE DISEÑO DE SISTEMAS DE CUBIERTAS

Salvador Botello¹
Maximino Tapia¹
Héctor Hernández¹
Luz Angélica Caudillo¹
José Luis Marroquin¹
Juan Carlos Gomez²

(1) Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT)
Jalisco S/N, Mineral de Valenciana, Guanajuato, Gto., México. C.P. 36240
e-mail: max, hernandez, langel, botello@cimat.mx, web: <http://www.cimat.mx>

(2) Tejas el Águila
Estación de FFCC La trinidad s/n, Camino a Santa Ana del Conde, León Guanajuato, México.
C.P 37680
e-mail: directorgeneral@tejaselaguila.com.mx, <http://www.tejaselaguila.com>

RESUMEN *En este trabajo se presenta un programa de cálculo y optimización de estructuras de acero rolado en frío dotado con una interfase de usuario amigable. El programa incluye el análisis estructural considerando cargas de peso propio, muerta y viva a la que estará sometida la estructura en condiciones de servicio, además se consideran efectos de viento y sismo para la Republica Mexicana de acuerdo a la normatividad de la CFE. Se incluye un optimizador basado en métodos de minimización de entropía con restricciones múltiples evaluando cada una de las estructuras por el método de la rigidez, el cual genera matrices ralas de especial estructura. El sistema de ecuaciones resultante puede ser resuelto con una variedad de métodos directos e iterativos, al respecto de estos últimos, algoritmos de última generación han sido implementados. La normativa vigente para diseño de elementos de acero rolado en frío para la Republica Mexicana AISI-ASD es utilizada para la evaluación de la eficiencia de la estructura. La combinación adecuada del seguimiento de las normatividades vigentes, la implementación del optimizador y métodos matriciales para el calculo de estructuras, aunado al ambiente grafico amigable para el usuario, han resultado en un potente programa que genera soluciones económicas y seguras, favoreciendo así a un amplio sector de la sociedad.*

Palabras clave: Diseño de cubiertas, optimización, algoritmos genéticos

INTRODUCCIÓN

En años recientes el uso de acero rolado en frío para la construcción de pequeñas y medianas edificaciones ha ido en aumento debido a la versatilidad tanto en producción como en transporte que este material representa; existe en el mercado una amplia gama de calibres, tipos de recubrimiento y anchos de bobina disponibles, esto da como resultado una amplia variedad de configuraciones geométricas para generar barras, viga y columnas, la elección de estas configuraciones es un nicho de oportunidad ya que puede representar un considerable ahorro económico siempre que no comprometa la seguridad estructural.

Es por estas razones que la empresa mexicana Tejas El Águila junto con la Gerencia de Desarrollo de Software del CIMAT han impulsado la creación de un programa de cálculo de estructuras metálicas que genere soluciones a problemas estructurales muy variados en forma rápida y confiable con el fin de ofrecer un producto estructural económico y seguro.

INTERFASE DE USUARIO

Uno de los principales objetivos planteados para este proyecto fue el generar un entorno de fácil uso y amigable al usuario y al cliente final. Otro aspecto importante al que se puso especial atención durante el desarrollo de este proyecto es que el uso de este programa no requiere que el usuario tenga conocimientos avanzados en cálculo y diseño estructural.

El programa funciona bajo el esquema de ir mostrando paulatinamente varias plantillas, en cada una de ellas el usuario deberá ir introduciendo los datos requeridos tanto para la cotización monetaria como para el cálculo estructural de cada proyecto.

Una vez que el usuario ha aportado al programa todos los datos necesarios, se procede al cálculo y optimización del sistema estructural que se explicará detalladamente más adelante, a la cotización monetaria y finalmente se despliegan los resultados tanto de forma gráfica como en un reporte por escrito.

METODOLOGÍA DE CÁLCULO

En esta sección describimos la metodología de cálculo del sistema estructural que conforma uno de los principales ejes de este proyecto. Comenzaremos por mencionar que el programa calcula para la estructura seleccionada según las características geométricas elegidas por el usuario las cargas de peso propio, muerta y viva, según el reglamento de Contracción y Edificación del Distrito Federal, a la que estará sometida la estructura en condiciones de servicio, además se consideran efectos de viento y sismo para la República Mexicana de acuerdo a la normatividad de la CFE [10].

Una vez obtenidas las cargas de servicio a las cuales estará sometida la estructura se procede a ejecutar el cálculo estructural por el método de la rigidez considerando que cada uno de los elementos que conforman la estructura, trabajaran como barras dentro de una armadura. Como ya se ha mencionado, uno de los propósitos de este proyecto fue el uso de elementos estructurales fabricados con acero rolado en frío; la normativa vigente para diseño de dichos elementos metálicos para la República Mexicana AISI-ASD [8, 9] es utilizada para la evaluación de la eficiencia de la estructura.

METODOLOGÍA DE OPTIMIZACIÓN

Las técnicas de búsqueda estocástica se han aplicado para resolver una gran variedad de problemas complejos de optimización combinatoria. La más antigua de ellas es probablemente Recocido Simulado (Simulated Annealing) [3] que genera una secuencia de soluciones por combinación de operaciones de mutación con un criterio de aceptación que es más estricto al incrementar el tiempo [4]. Otras técnicas como las Estrategias Evolutivas [5] y los Algoritmos Genéticos [6] también involucran una operación de mutación pero ésta es aplicada a todos los elementos de la población, los cuales compiten unos con otros (en la selección) e intercambian información (como el caso de cruzamiento en los AG).

El problema general que nosotros tratamos de resolver es el siguiente: Teniendo un *espacio de estado* $\Omega = Q_1 \times Q_2 \times Q_3 \times \dots \times Q_n$ Donde Q_i , $i = 1, \dots, n$ son conjuntos de tamaño finito y una función $U: \Omega \rightarrow R$ que puede ser llamada *función de costo*, deseamos encontrar un vector $x^* = (x^{*1}, x^{*2}, x^{*3}, \dots, x^{*n})$ que minimice U globalmente.

Los componentes básicos del algoritmo son una *población* X , formada por una serie ordenada de vectores $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ $x_i \in \Omega$ sobre los que se aplican continuamente dos operadores, llamados: mutación y aceptación. A continuación se realiza una breve descripción de estos operadores.

Operador de Mutación:

Podemos definir una familia de operadores de mutación con un parámetro $M_\mu: \Omega^N \rightarrow \Omega^N$ por medio del algoritmo descrito a continuación:

Para cada elemento x de la población construir un elemento y tal que

$$y^i = r^i \text{ con una probabilidad } p(\mu, x, X)$$

$$y^i = x^i \text{ con una probabilidad } 1 - p(\mu, x, X)$$

donde r^i es el elemento seleccionado de forma aleatoria Q_i , con una probabilidad uniforme.

$$\text{Hacer } M_\mu(X) = (y_1, y_2, y_3, \dots, y_N)$$

La probabilidad de mutación $p(\mu, x, X)$ puede ser uniforme (i.e., $p(\mu, x, X) = \mu$) o adaptativa según el valor de aceptación de x . Podemos escribir la probabilidad adaptativa como [7]:

$$p(\mu, x, X) = \mu \frac{f_{\max} - f(x)}{f_{\max} - \bar{f}} \quad \text{if } f(x) > \bar{f}$$

$$p(\mu, x, X) = \mu \quad \text{if } f(x) \leq \bar{f}$$

donde f_{\max} y \bar{f} son el valor máximo y promedio de la función de aceptación de la población respectivamente.

Operador de Aceptación

Para realizar la selección entre una población X y un candidato de la población mutada Y se aplica el criterio de aceptación *metrópolis* a cada elemento de X y Y . Esto define una familia de operadores de aceptación $A_\beta : \Omega^N \times \Omega^N \rightarrow \Omega^N$ la cual es descrita a continuación:

Para todos los elementos $x_k \in X, y_k \in Y$ hacer:

$$\Delta U = U(y_k) - U(x_k)$$

si $\Delta U \leq 0$, hacer $u_k = y_k$

si $\Delta U > 0$, hacer $u_k = y_k$ con probabilidad $\exp[-\beta\Delta U]$

hacer $u_k = x_k$ con probabilidad $(1 - \exp[-\beta\Delta U])$

$$\text{Hacer } A_\beta(X, Y) = (u_1, u_2, u_3, \dots, u_N)$$

El algoritmo utilizado, se define entonces por el sistema dinámico siguiente:

$$X^{(t+1)} = A_\beta(Y^{(t)}, M_\mu(Y^{(t)}))$$

Donde en general los parámetros β y μ pueden ser variables en el tiempo y la población $X^{(0)}$ puede ser inicializada en forma aleatoria.

La optimización de la estructura consiste en encontrar la sección transversal de cada elemento (de un conjunto discreto, por ejemplo, de un catálogo), de tal forma que todas las tensiones que se encuentren sobre ella sean menores que un valor permisible, y el peso total de la estructura sea lo menor posible. Llamando $x(e)$ la entrada de catálogo seleccionada para cada elemento e de la estructura, la función de costo a ser minimizada será:

$$U(x) = \sum_e \left[\rho_{x(e)} A_{x(e)} L_{x(e)} + \lambda_1 (\partial \sigma_{x(e)}) + \lambda_2 (\partial g_{x(e)}) \right]$$

Donde ρ, A, L es el peso específico, la sección transversal de catálogo y la longitud del elemento $x(e)$; $\partial \sigma$ es la cantidad de esfuerzo que excede el valor máximo permisible, ∂g es la cantidad de desplazamiento de algún nodo que excede el valor máximo permisible. El factor λ_1 es un factor de penalización para el esfuerzo en exceso, en nuestro caso $\lambda_1 = 10000$. El valor λ_2 en general es escalado en función del valor λ_1 , en nuestro caso: $\lambda_2 = 1000\lambda_1$. Para mayores detalles del algoritmo, se remite al lector a los trabajos desarrollados previamente en el CIMAT [1,2]

PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

Una vez terminado el proceso de optimización y cálculo estructural, se procede al cálculo de los insumos necesarios para la fabricación de la estructura completa, la cotización monetaria de la totalidad del proyecto, el despliegue resultados de forma grafica y la elaboración de la memoria de cálculo.

Respecto a estas dos últimas utilidades del programa se incluyen diagramas de fuerzas internas en cada una de las barras, porcentaje de eficiencia mecánica, configuración de las uniones de las barras, diagramas en donde se muestran las longitudes reales y ángulos de corte de cada una de

las barras. En la memoria de calculo se detalla la configuración geométrica, ubicación geográfica, el proceso de calculo y sus resultados tanto en forma grafica como tabular; es importante mencionar que este documento es requerido por las autoridades a cargo de la autorización de proyectos constructivos para otorgar el permiso de ejecución de obra; así que este documento ha sido configurado para cumplir con los requerimientos genéricos de dichas entidades gubernamentales.

EJEMPLO DE APLICACIÓN

Mostramos en esta sección algunas de las etapas del proceso de introducción de datos, cálculo estructural, optimización y presentación de resultados para una estructura que servirá como techumbre de un espacio cuadrado de seis metros por lado. En la Figura 1 se muestra la pantalla en la cual se genera una estructura tridimensional que puede soportar las cargas según las recomendaciones de los fabricantes del sustrato (soporte de la teja) y las reglas que se proponen en este tipo de sistema constructivo. Este calculo realizado, considera las cargas vivas y muertas según el reglamento de la región en la Republica Mexicana donde se construirá la estructura .El programa también permite seleccionar el tipo de terreno en donde estará colocada la estructura. La figura 2 presenta la pantalla en donde el usuario puede ver la estructura mas optima. Notar que el programa en este momento a reducido considerablemente el numero de barras que forman la estructura soporte. En la figura 3 se muestra la pantalla en donde aparece la estructura soportada por columnas y con los elementos constructivos que previamente ha seleccionado el usuario como son tipo de: teja, sustrato, etc. Finalmente, en la figura 4 se muestra el diagrama de eficiencias en una de las armaduras que conforman la estructura metálica del sistema de techumbre.

CONCLUSIONES

Como resultado de la interacción del grupo de trabajo en desarrollo de software y de la empresa Tejas El Águila, se ha desarrollado un programa de calculo y optimización de estructuras metálicas fácil de usar, de interfase amigable, versátil y confiable que nos provee rápidamente de la solución estructural mas económica para cada caso en particular, favoreciendo así a un amplio sector de la sociedad mexicana. Hasta el momento se ha comprobado que el programa arroja soluciones seguras y confiables para la construcción desde casa habitación hasta naves industriales; lo que permite ampliar la oportunidad desarrollo de este tipo de techumbres y muestra que el desarrollo de tecnologías de optimización puede favorecer la oportunidad de hacer negocio con pertinencia social.

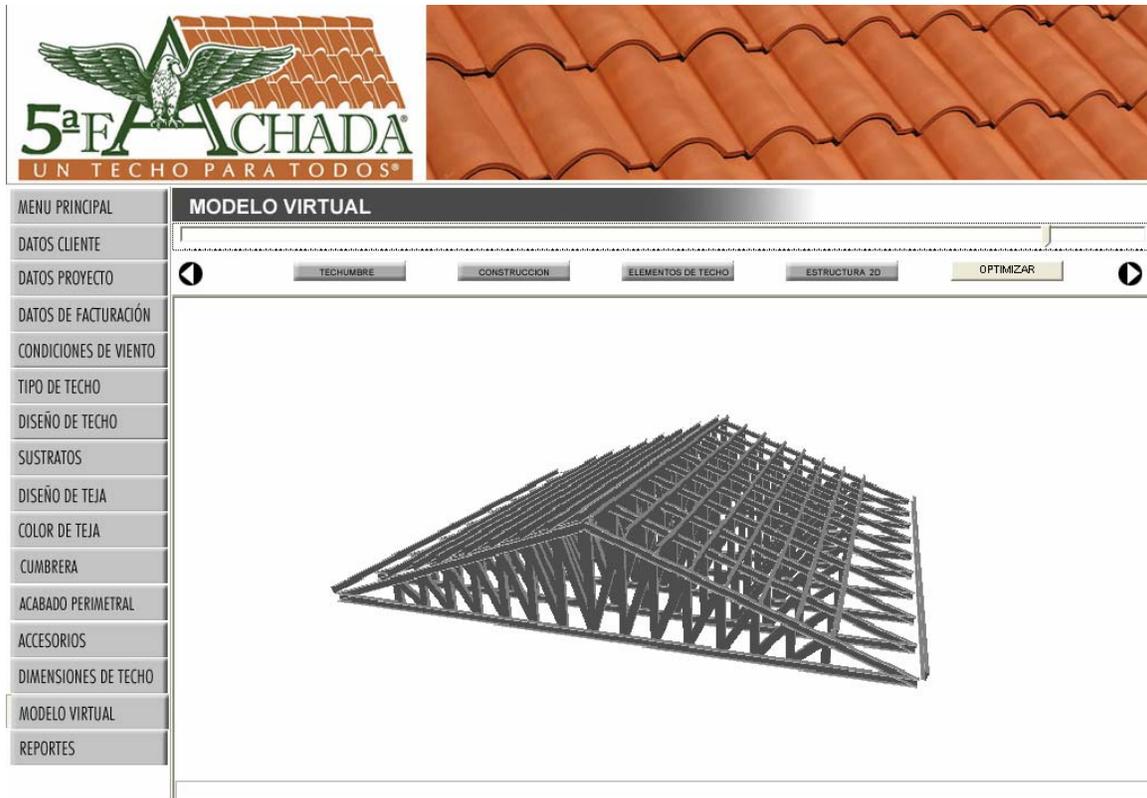


Figura 1. Pantalla donde se presenta la estructura con recomendaciones de los fabricantes de los materiales constructivos.

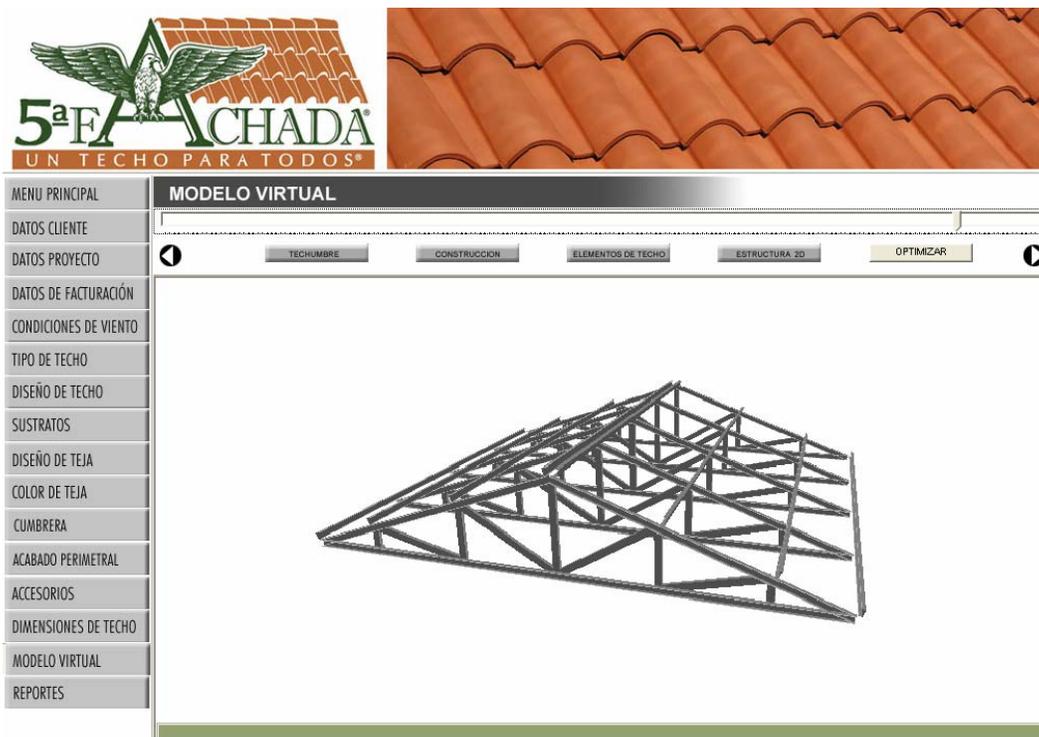


Figura 2. la pantalla donde se presenta la estructura optima.



Figura 3. Vista general de la estructura con sus elementos con texturas.

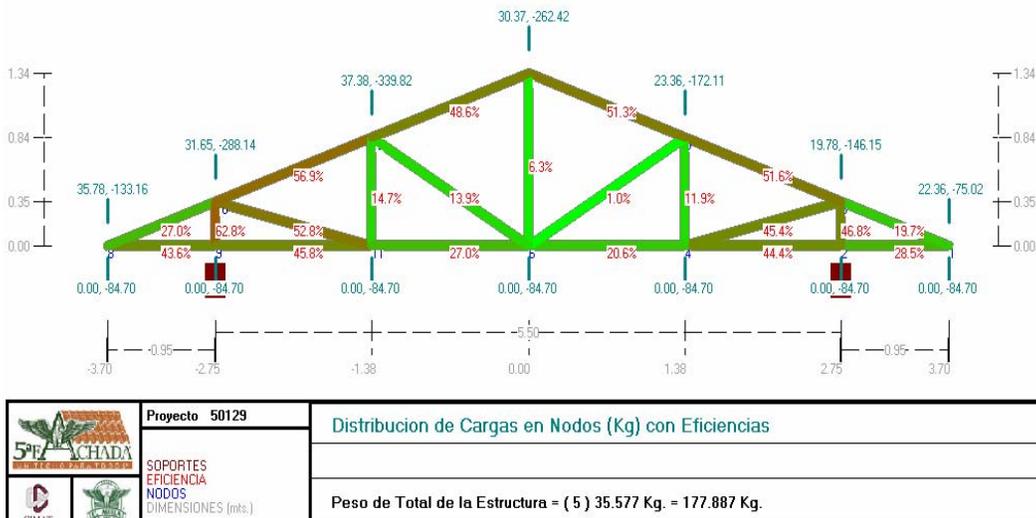


Figura 4. diagrama de eficiencias en una de las armaduras que conforman la estructura metálica del sistema de techumbre.

REFERENCIAS

- [1] S. Botello, J.L. Marroquin, E Oñate and J. Horebeek. "Solving structural optimization problems with genetic algorithms and simulated annealing", *Int. Jou. Num. Met. Eng.*. Vol. **45**, pp. 1069-1084, (1999).
- [2] **S. Botello**, J.L. Marroquin, A. B. Rionda, R. Ducoing."MECA Programa para el Análisis Matricial de Estructuras". Facultad de Ingeniería Civil, Universidad de Guanajuato (Diciembre de 1997).
- [3] S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt and M.P. Vecchi "Optimization by simulated annealing". *Science* 220 (4598) pp 671—680 (1983).
- [4] J S. Anily and A. Federgruen, "Simulated annealing methods with general acceptance probabilities" *J. Applied Prob.* 24 pp 657-667 (1987).
- [5] J L.J. Fogel, A.J. Owens and M.J. Walsh *Artificial Intelligence through Simulated Evolution* New York, Wiley Pub. (1966).
- [6] D.E. Goldberg, *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*, Addison Wesley, Reading, MA (1989).
- [7] M. Srinivas and L.L. Patnaik, "Adaptive probabilities of crossover and mutation in genetic algorithms" *IEEE Trans. on Syst., Man and Cyb.* 24 (5) pp 656--667 (1994).
- [8] American Iron and Steel Institute., "North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members " AISI (2002).
- [9] Wei-Wen Y., "Cold-formed Steel Design " John Wiley and Sons, Inc. (2000).
- [10] Comision Federal de Electricidad. Manual de Dise~no de Obras Civiles, CFE (1993).

AVANCES EN EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS Y PARTÍCULAS (PFEM) EN INGENIERÍA CIVIL Y MARINA

**Eugenio Oñate, Sergio R. Idelsohn*, Riccardo Rossi, Miguel A. Celigueta,
Josep M. Carbonell, Salvador Latorre y Benjamín Suárez**

onate@cimne.upc.edu

Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE)

Universidad Politécnica de Cataluña (UPC)

Edificio C1, Campus Norte UPC,

Gran Capitán s/n, 08034 Barcelona, España

* Profesor ICREA en CIMNE

Resumen. En este trabajo se presentan las ideas básicas del PFEM y sus posibilidades de aplicación a un número de problemas de interacción fluido-estructura en ingeniería naval y de ingeniería de puertos en los que intervienen olas y cuerpos en movimiento en el agua y a procesos de excavación en ingeniería civil.

Palabras clave: Método de los elementos finitos y partículas (PFEM), Ingeniería civil, Ingeniería marina, Ingeniería Naval

1. INTRODUCCIÓN

Existe un interés creciente en el desarrollo de métodos robustos y eficientes para el análisis de problemas de ingeniería que involucren la interacción de fluidos y estructuras teniendo en cuenta los grandes movimientos de la superficie libre del fluido y la existencia de cuerpos sumergidos total o parcialmente. Los ejemplos de este tipo son comunes en problemas de hidrodinámica de barcos, estructuras off-shore, aliviaderos de presas, flujos en lámina libre en canales, reactores de mezclas, proceso de llenado de moldes, etc.

El movimiento de sólidos en fluidos se analiza normalmente con el método de elementos finitos (MEF) utilizando la denominada formulación arbitraria Lagrangiana-Euleriana (ALE) [1,2]. En el método ALE, el movimiento de partículas del fluido está desacoplado del de los

nodos de la malla. Por tanto la velocidad relativa entre los nodos de la malla y las partículas se utiliza como la

velocidad convectiva en las ecuaciones de cantidad de movimiento.

La formulación ALE se ha utilizado conjuntamente con el método de elementos finitos estabilizados para obtener diferentes procedimientos numéricos para resolver el problema de interacción fluido-estructura y FE. Las dificultades típicas del análisis de la interacción fluido-estructura utilizando el MEF tanto con la formulación Euleriana como la ALE incluyen el tratamiento de los términos convectivos y de la condición de incompresibilidad en las ecuaciones de fluido, el modelado y seguimiento de la superficie libre en el fluido, la transferencia de la información entre los dominios del fluido y del sólido via las interfases de contacto, el modelado de la rotura de olas, la posibilidad de tratar grandes movimientos de sólidos rígidos de estructura dentro del fluido, la actualización eficiente de las mallas de elementos finitos para la estructura y el fluido, etc.

La mayoría de estos problemas desaparecen si se utiliza una *descripción Lagrangiana* para formular las ecuaciones de gobierno de los dominios del fluido y del sólido. En la formulación Lagrangiana se sigue el movimiento de cada una de las partículas de forma individual y, consecuentemente, los nodos en una malla de elementos finitos pueden considerarse como "partículas" en movimiento. Por consiguiente, el movimiento de la malla discretiza el dominio total (incluyendo los dominios del fluido y la estructura) se sigue durante la solución transitoria.

En los últimos años hemos desarrollado una clase particular de formulación Lagrangiana para resolver problemas en los que intervienen la interacción entre fluidos y sólidos. El método se denomina *método de partículas y elementos finitos* (PFEM) [3-9], el PFEM trata los nodos en la malla tanto en los dominios del fluido como del sólido como partículas que pueden moverse libremente e incluso separarse del dominio principal del fluido representando, por ejemplo, el efecto de gotas de agua. En una malla de elementos finitos conecta los nodos que definen el dominio discretizado donde se resuelven las ecuaciones de gobierno en la forma estándar del MEF.

Una ventaja obvia de la formulación Lagrangiana es que los términos convectivos desaparecen de las ecuaciones del fluido. La dificultad, sin embargo, se transfiere al problema de mover adecuadamente (y eficientemente) los nodos de la malla. Ciertamente para grandes movimientos de la malla puede ser necesario remallar a lo largo de la solución en el tiempo. Utilizamos un procedimiento de regeneración de la malla innovador que mezcla elementos de diferentes formas mediante un método extendido de Delaunay [3,4].

En la formulación Lagrangiana existe todavía la necesidad de tratar adecuadamente la condición de la incompresibilidad en el fluido. La utilización de interpolaciones de elementos finitos estándar puede conducir al efecto del bloqueo por deformación volumétrica al menos que se tomen algunas precauciones. En nuestro trabajo hemos utilizado una técnica de estabilización basada en el método de cálculo finito (FIC). En las referencias [3-9] se pueden encontrar diferentes aplicaciones de la técnica FIC para problemas de fluidos incompresibles utilizando elementos triangulares y tetrahédricos lineales.

La formulación Lagrangiana tiene muchas ventajas para seguir el movimiento de las partículas del fluido en flujos en donde existen grandes desplazamientos de la superficie libre, como en el caso de olas que rompen sobre una estructura y en salpicadura de líquidos. La información en el método PFEM es típicamente nodal, es decir la malla de elementos finitos se utiliza fundamentalmente para obtener los valores de las variables de estado (por ejemplo las velocidades, presiones, etc.) en los nodos. Aquí aparece una dificultad en la identificación de los contornos del dominio a partir de una colección dada de nodos. Ciertamente el "contorno" puede incluir la superficie libre en el fluido y también las partículas individuales del líquido que se mueven fuera del dominio del fluido. En nuestro trabajo hemos utilizado la técnica Alpha Shape para identificar los nodos contorno.

2. IDEAS BÁSICAS DEL MÉTODO DE PARTÍCULAS Y ELEMENTOS FINITOS

Consideremos un dominio que contiene subdominios de fluido y de sólido. Las partículas de fluido en movimiento interactúan con los contornos del sólido induciendo por tanto la deformación del sólido que a su vez afecta al movimiento del fluido y, por consiguiente, el problema está totalmente acoplado.

En la técnica PFEM que aquí se presenta, tanto los dominios del fluido como del sólido se modelan utilizando una *formulación Lagrangiana* actualizada. Se utiliza el método de los 3 elementos finitos para resolver las ecuaciones de gobierno en ambos dominios. Por tanto debe generarse una malla que discretiza estos dominios para resolver las ecuaciones de gobierno para el fluido y el sólido en la forma de métodos finitos tradicional. Se destaca de nuevo que los nodos que discretizan los dominios del fluido y del sólido pueden entenderse como partículas de materiales cuyo movimiento se sigue durante la solución transitoria.

La calidad de la solución numérica dependerá obviamente de la discretización utilizada, como sucede en el MEF estándar. Puede utilizarse también técnicas de refinamiento adaptable para mejorar la solución en zonas donde ocurran grandes movimientos del fluido o de la estructura.

La formulación Lagrangiana permite seguir el movimiento de cada partícula individual del fluido (un nodo). Esto es útil para modelar la separación de las partículas del líquido del dominio principal del fluido y para seguir su movimiento como partículas individuales con una velocidad inicial y sometidas a las fuerzas de gravedad.

En resumen, una solución típica con el PFEM involucra las etapas siguientes:

1. Discretizar los dominios del fluido y del sólido con una malla de elementos finitos. El proceso de generación de la malla puede basarse en una discretización de Delaunay estándar del dominio de análisis utilizando una colección inicial de puntos que se convierten entonces en los nodos de la malla [3,4].
2. Identificar los contornos externos para los dominios del fluido y del sólido. Esta es una etapa esencial ya que algunos contornos (como la superficie libre en los fluidos) pueden haberse distorsionado severamente durante el proceso de solución, incluyendo la separación y reentrada de nodos. En nuestro trabajo hemos utilizado el método de Alpha Shape [Edelsbrunner and Mucke (2003)] para la definición de los nodos del contorno.
3. Resolver las ecuaciones acopladas del movimiento Lagrangiano para los dominios del fluido y del sólido. Calcular las variables de estado relevante en ambos dominios en cada paso de tiempo: las velocidades, la presión y las tensiones viscosas en el fluido, y los desplazamientos, las deformaciones y las tensiones en el sólido.
4. Mover los nodos de la malla a una nueva posición en función del tamaño del paso del tiempo. Esta etapa es típicamente una consecuencia del proceso de solución de la etapa 3.
5. Generar una nueva malla en caso necesario. El proceso de regeneración de la malla puede tener lugar después de un número prescrito de pasos de tiempo, o cuando la malla actual ha sufrido importantes distorsiones debido al movimiento Lagrangiano. En nuestro trabajo utilizamos un esquema de generación de malla innovador basado en una teselación extendida de Delaunay [4].
6. Volver a la etapa 2 y repetir el proceso de solución para el paso de tiempo siguiente.

En la Fig. 1 se muestra un esquema que ilustra las etapas básicas del PFEM.

En las referencias [3,4,5] se pueden encontrar detalles de la formulación de elementos finitos lagrangianos estabilizados para solución de las ecuaciones del fluido utilizando la técnica FIC y un esquema de pasos fraccionados para la solución transitoria del problema acoplado interacción fluido-estructura. Asimismo se incluyen detalles del método de reconocimiento de contornos y la técnica de la regeneración de la malla utilizada.

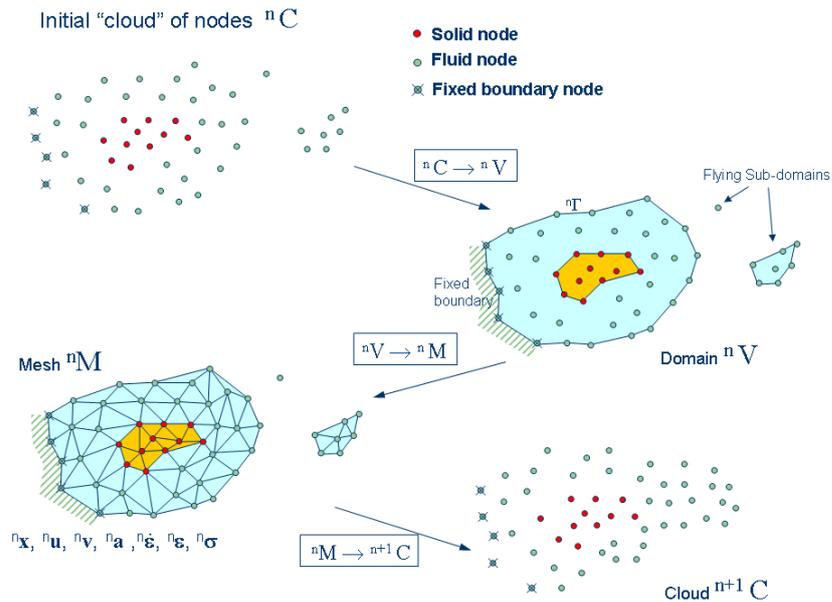


Figura 1 - Aplicación del PFEM para seguir el movimiento de un continuo que contiene un fluido y un sólido.

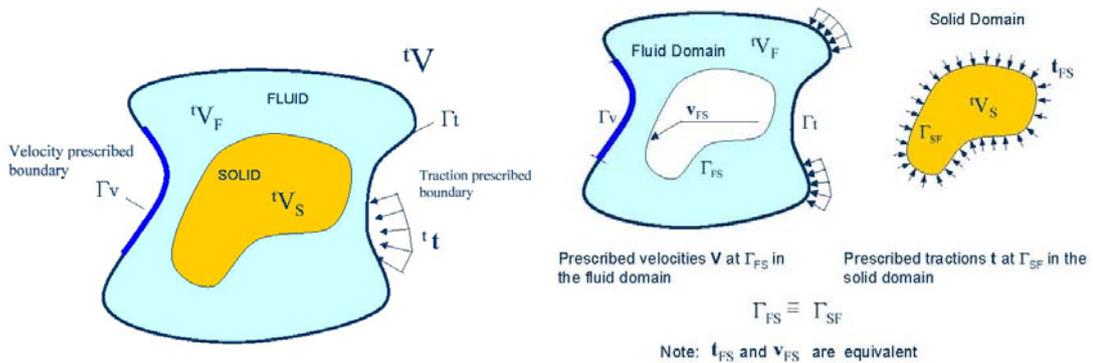


Figura 2 – Subdominios para análisis de problemas de interacción fluido-estructura.

3. RESUMEN DEL ALGORITMO ACOPLADO PARA TRATAR LA INTERACCIÓN FLUIDO-ESTRUCTURA

En la Fig. 2 se muestra un dominio típico V con contornos Γ_V y Γ_t donde se prescriben las velocidades y las fuerzas de superficie, respectivamente. El dominio V está formado por un subdominio de fluido (V_F) y otro de sólido (V_S) ($V = V_F \cup V_S$). Ambos subdominios interactúan a través de un continuo común Γ_{FS} donde las variables cinemáticas y las fuerzas de superficie son las mismas para ambos subdominios.

Se definen como tS y tF el conjunto de variables que definen los campos cinemáticas y de tensión-deformación en los subdominios del sólido y del fluido en un tiempo t , es decir

$${}^tS := \left[{}^t\mathbf{x}_S, {}^t\mathbf{u}_S, {}^t\mathbf{v}_S, {}^t\mathbf{a}_S, {}^t\boldsymbol{\varepsilon}_S, {}^t\boldsymbol{\sigma}_S, {}^tT_S \right]^T$$

$${}^tF := \left[{}^t\mathbf{x}_F, {}^t\mathbf{u}_F, {}^t\mathbf{v}_F, {}^t\mathbf{a}_F, {}^t\boldsymbol{\varepsilon}_F, {}^t\boldsymbol{\sigma}_F, {}^tT_F \right]^T$$

donde \mathbf{x} es el vector de coordenadas, \mathbf{u} , \mathbf{v} y \mathbf{a} son los vectores de desplazamientos, velocidades y aceleraciones, respectivamente, $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ y $\boldsymbol{\sigma}$ son los vectores de deformación, de velocidad de deformación y de tensiones de Cauchy, respectivamente, T es la temperatura y los subíndices F y S denotan las variables en los subdominios de fluido y de sólido, respectivamente.

El problema de interacción fluido-estructura de la Fig. 2 se resuelve con el siguiente esquema acoplado iterativo:

Etapa 0. Se parte de las variables en los dominios de sólido y de fluido en el tiempo t (tS y tF).

Etapa 1. Se calculan las variables en el dominio del sólido en el tiempo $t + \Delta t$ (${}^{t+\Delta t}S$) bajo fuerzas de superficie actuando sobre el contorno fluido-sólido Γ_{FS} . Las condiciones del contorno son las usuales en mecánica de sólidos. Las variables en el sólido se calculan integrando sus ecuaciones del movimiento escritas como

Etapa 1. Se calculan las variables en el dominio sólido en el tiempo $t + \Delta t$ (${}^{t+\Delta t}S$) bajo fuerzas de superficie prescritas actuando sobre el contorno fluido-sólido Γ_{FS} . Las condiciones del contorno exterior del sólido son las usuales en mecánica de sólidos. Las variables en el dominio del sólido se calculan integrando las ecuaciones del movimiento del sólido escritas como

$$\mathbf{M}_s \mathbf{a}_s + \mathbf{g}_s - \mathbf{f}_s = \mathbf{0}$$

donde \mathbf{a}_s es el vector de aceleraciones nodales y \mathbf{M}_s , \mathbf{g}_s y \mathbf{f}_s son, respectivamente, la matriz de masa y los vectores de fuerzas exteriores y fuerzas internas en el sólido, obtenidos después de una discretización por el MEF. La integración temporal se realiza por el método de Newmark.

Etapa 2. Se calculan las variables en el subdominio del fluido en el tiempo $t + \Delta t$ (${}^{t+\Delta t}F$) bajo fuerzas de superficies prescritas en el contorno exterior Γ_t y velocidades prescritas en los contornos exterior (Γ_v) e interior (Γ_{FS}). El cálculo de las variables en el fluido se realiza con técnicas de elementos finitos usuales en mecánica de fluidos computacional [1,2].

Etapa 3. Se itera entre las etapas 1 y 2 hasta la convergencia en las variables en el sólido y el fluido.

4. APLICACIONES EN INGENIERÍA NAVAL Y MARINA

El PFEM se ha aplicado a problemas relacionados con el estudio del momento de barcos en un mar con olas. En la Fig. 3 se muestra la aplicación del PFEM a la simulación del hundimiento de un carguero. El PFEM permite seguir la evolución de la entrada del agua en los compartimentos del carguero hasta su total hundimiento. Para más detalle de este ejemplo consultar www.cimne.com/pfem y [4].

5. APLICACIONES EN INGENIERÍA DE PUERTOS

En la Fig. 4 se muestra la aplicación del PFEM al estudio del efecto del oleaje sobre un extremo de un dique de escollera en el puerto de Langosteira (La Coruña, España). El objetivo es estudiar las fuerzas de las olas sobre los bloques de 4×4×4 mts (150 Tns), de manera que pueda predecirse la estabilidad y seguridad del dique.

Finalmente, en la Fig. 5 se presentan resultados de un estudio del impacto del oleaje sobre un manto de bloques en un dique del puerto de Langosteira (La Coruña, España).

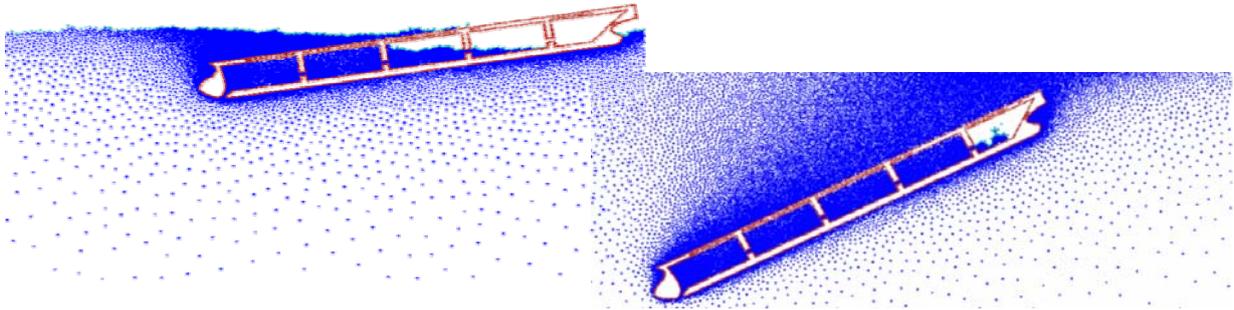


Figura 3 – Simulación del hundimiento de un barco carguero con el PFEM.

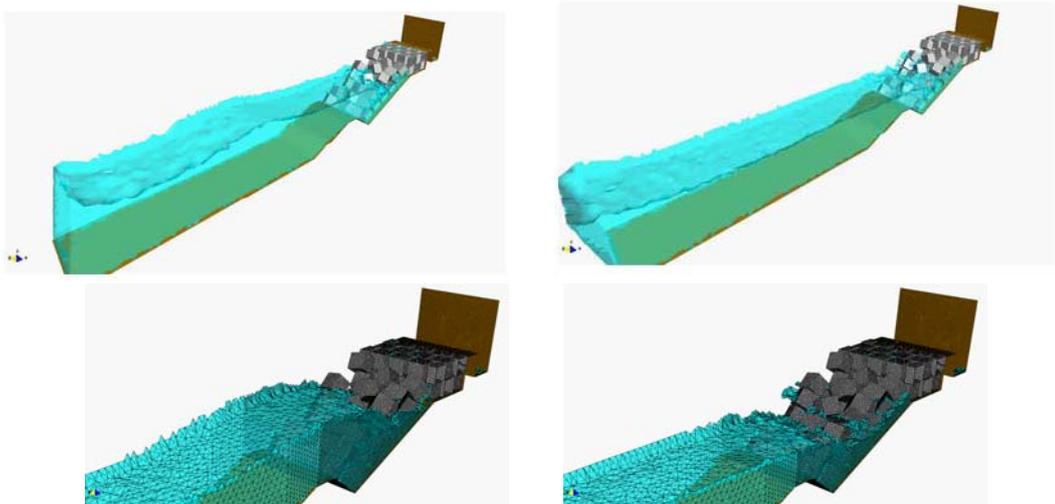


Figura 4 – Estudio del impacto del oleaje sobre un dique de bloques del puerto de Langosteira.

6. APLICACIONES EN PROBLEMAS DE EXCAVACIÓN EN SUELOS Y ROCAS

El PFEM se ha aplicado con éxito al estudio de procesos de excavación en suelos y rocas. La Fig. 6 muestra de forma conceptual las etapas que se siguen para aplicación del PFEM al estudio de la fragmentación de una roca bajo la acción de fuerzas que actúan en su contorno.

En la Fig.7 se presentan resultados de aplicación del PFEM a procesos de excavación en el terreno utilizando discos y cilindros rotatorios [9].

En la Fig. 8 se muestran resultados de la simulación con el PFEM del proceso de excavación de un túnel en roca con una tuneladora [9].

Los ejemplos anteriores son demostrativos de las enormes posibilidades del PFEM para la solución de problemas multidisciplinares complejos en ingeniería.

Agradecimientos

Parte de este trabajo fue cofinanciado por el proyecto SEDUREC del Programa Consolider del Ministerio de Ciencia y Tecnología de España, así como por fondos del proyecto REALTIME del Advancing Grant Programme del European Research Council de la Comisión Europea.

Se agradece también la colaboración de la empresa Dragados en la financiación de los estudios de la seguridad de diques llevados a cabo en el marco del proyecto SAYOM.

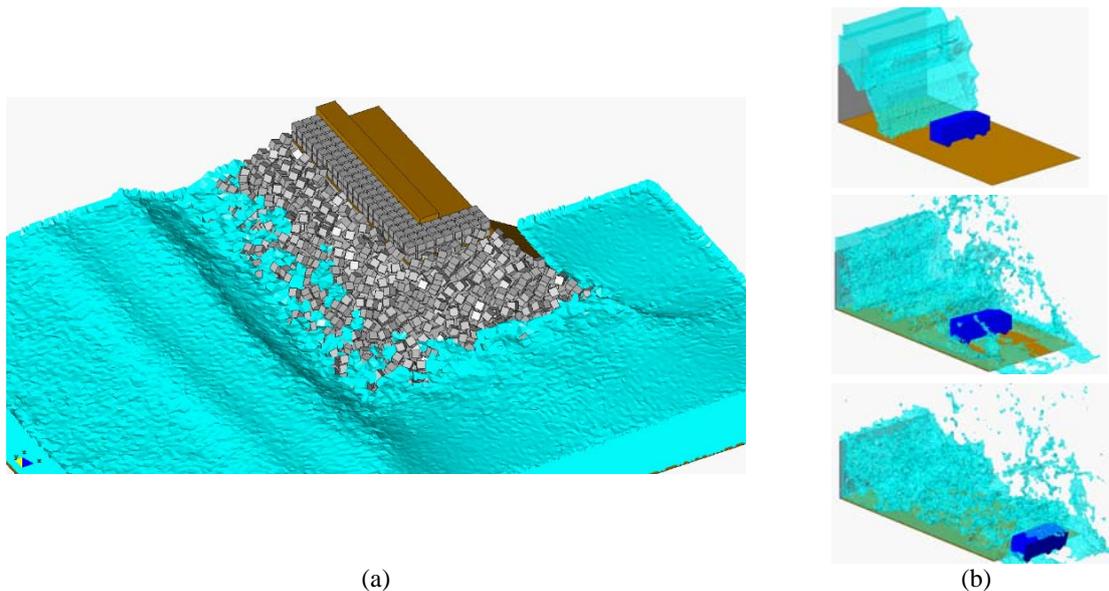


Figura 5 - (a) Dique de escollera del puerto de Langosteira (La Coruña, España) bajo acción de las olas. (b) Efecto de una ola por encima de una escollera sobre un camión.

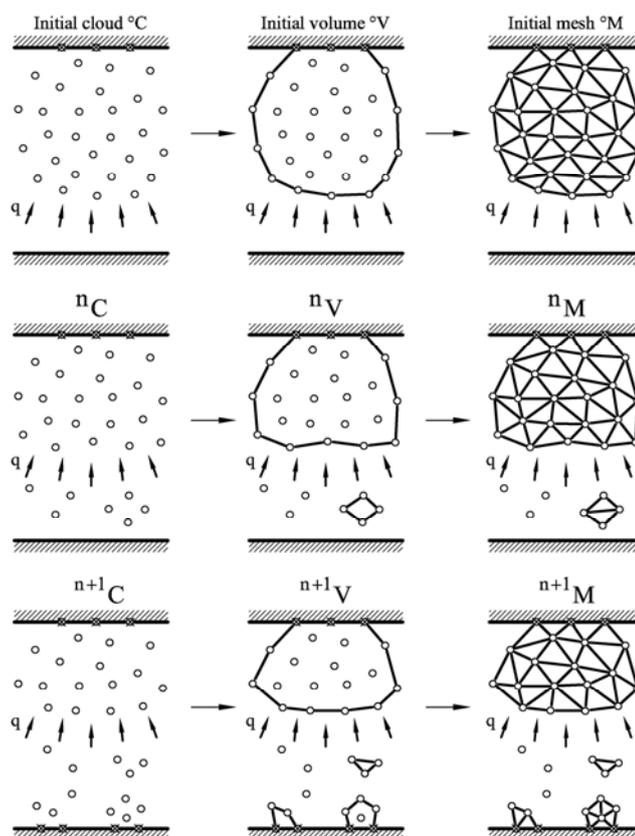


Figura 6 – Secuencia de etapas para actualizar en el tiempo una nube de puntos que representa material rocoso fragmentado por efecto de fuerzas de superficie utilizando el PFEM.

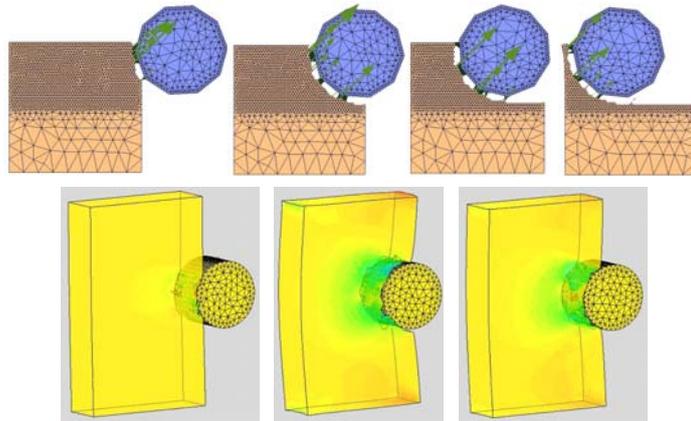


Figura 7 – Aplicaciones del PFEM a procesos de excavación en el terreno [9].

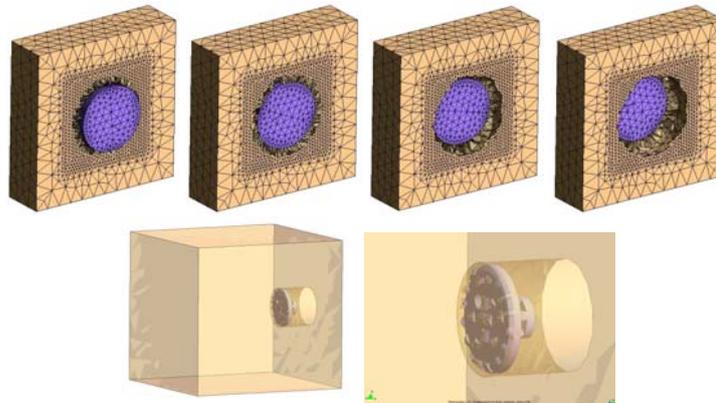


Figura 8 - Simulación de la penetración de una tuneladora en el terreno utilizando el PFEM [9].

REFERENCIAS

- [1] Zienkiewicz, O.C., Taylor R.L. and Nithiarasu, P. The Finite Element Method for Fluid Dynamics. Vol. 3, Elsevier, 2005.
- [2] Donea, J. and Huerta, A. Finite element method for flow problems. J. Wiley, 2003.
- [3] Oñate, E., Idelsohn, S.R., Del Pin, F. & Aubry, R., The particle finite element method. An overview, *Int. J. Comput. Methods*, vol. 1 (2), pp. 267–307, 2004.
- [4] Idelsohn, S.R., Oñate, E., Del Pin, F. & Calvo, N., Fluid–structure interaction using the particle finite element method, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, vol. 195, pp. 2100–2113, 2006.
- [5] Oñate, E., S.R. Idelsohn, Celigueta, M.A. and Rossi, R., Advances in the particle finite element method for the analysis of fluid-multibody interaction and bed erosion in free surface flows, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, vol. 197, pp. 1777–1800, 2008.
- [6] Oñate, E., Rossi, R., Idelsohn, S.R. & Butler, K., Melting and spread of polymers in fire with the particle finite element method, *Int. J. Num. Meth. in Engrg.*, DOI: 10.1002/NME,237, 2009.
- [7] Idelsohn, S.R., Mier, M. and Oñate, E., Multi-fluid flows with the Particle Finite Element Method, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, vol. 198, pp. 2750–2767, 2009.
- [8] A. Larese, R. Rossi, E. Oñate and S.R. Idelsohn. Validation of the particle finite element method (PFEM) for simulation of free surface flows. *Engng. Comput.*, vol. 25(3-4), pp. 385-425, 2008.
- [9] Carbonell, J.M. Modeling of ground excavation with the Particle Finite Element Method. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, diciembre 2009.

A variational formulation for fracture mechanics

Salvadori, A.

Carini, A.

alberto.salvadori@ing.unibs.it

angelo.carini@ing.unibs.it

CeSiA - Research center on applied seismology and structural dynamics,

DICATA - Dipartimento di Ingegneria Civile, Architettura, Territorio e Ambiente

Università di Brescia, via Branze 43, 25123 Brescia, Italy

Abstract. The crack propagation problem for linear elastic fracture mechanics has been studied by some authors exploiting its analogy with plasticity theory (see e.g. [1, 2, 3]). This approach is here further pursued, by noting that Stress Intensity Factors (SIFs) asymptotic expansion allows a Colonnetti's approach. As a consequence, a minimum variational formulation is obtained in terms of crack tip velocity. It is reminiscent of Ceradini's theorem for plasticity.

Keywords: Fracture mechanics, plasticity, variational formulations, crack growth.

1. INTRODUCTION

For linear elastic fracture mechanics, the global quasi-static fracture propagation problem has been studied in [3] exploiting its analogy with plasticity theory. A maximum principle was stated, that expressed the maximum dissipation at the crack tip during propagation; from it, associated flow rule and loading/unloading conditions in Kuhn-Tucker complementarity form descend. Consistency conditions led to the formulation of an algorithm for crack advancing, which was driven by the increment of external actions (under the simplifying assumption of proportional loading) and allowed the evaluation of crack length increment and curvature at the crack tips of several cracks contemporarily advancing.

This idea is here further pursued, by noting that Amestoy-Leblond [4] Stress Intensity Factors (SIFs) asymptotic expansion has an effect superposition interpretation. Discussions at section ?? allow a Colonnetti's approach in fracture mechanics. As a consequence, a minimum variational formulation is obtained in section in terms of crack tip velocity. It is reminiscent of Ceradini's theorem for plasticity.

The notation will be used according to [4] and [5]. The length of crack Υ_j , which is taken to be known at time t , will be denoted with $l_{\Upsilon_j}(t)$. Loci Υ_j define a finite set of crack tips, Π_i , $i \in \mathbb{N}$. A finite crack extension at crack tip Π_i will be denoted with $s_i \geq 0$. The velocity of the elongation of crack Υ_j at tip Π_i at time t , also called here *i-th crack tip quasi static velocity*, will be denoted with $\dot{s}_i(t)$ and may differ from $\dot{l}_{\Upsilon_j}(t)$ if the two tips of Υ_j grow contemporarily.

Crack propagation is considered as irreversible, namely $\dot{s}_i(t) \geq 0$ for all t . Whenever reference is made to a single crack tip the subscript i will be omitted.

In their celebrated paper, Amestoy and Leblond established the general form of the expansion of the stress intensity factors (SIFs) in powers of a crack extension length s , for a crack propagating in a two-dimensional body along an arbitrary kinked (by an angle $\theta(t) = m\pi$) and curved path. Denoting with $\mathbf{K}(t) = \{K_1(t), K_2(t)\}$ the SIFs vector at any crack tip Π at time t , the expansion of \mathbf{K} at the extended crack tip in powers of s takes the general form:

$$\mathbf{K}(s) = \mathbf{K}^*(t) + \mathbf{K}^{(1/2)}(t) \sqrt{s} + \mathbf{K}^{(1)}(t) s + O(s^{3/2}) \quad (1)$$

where $\mathbf{K}^*(t)$, $\mathbf{K}^{(1/2)}(t)$, $\mathbf{K}^{(1)}(t)$ are given componentwise (using the Einstein summation convention) by:

$$K_p^* = F_{pq}(m) K_q \quad (2)$$

$$K_p^{(1/2)} = G_p(m) T + a^* H_{pq}(m) K_q \quad (3)$$

$$K_p^{(1)} = Z_p + I_{pq}(m) b_q + C J_{pq}(m) K_q + a^* Q_p(m) T + a^{*2} L_{pq}(m) K_q + C^* M_{pq}(m) K_q \quad (4)$$

In these equations, T , and the b_q s are the non singular stress and coefficients of the \sqrt{r} terms in the stress expansion at crack tip Π . The F_{pq} s, G_p s, H_{pq} s, I_{pq} s, J_{pq} s, Q_p s, L_{pq} s, and M_{pq} s are functions of the kink angle $\theta(t)$, which are termed universal because they obey to the autonomy concept; finally, Z_p depends on the geometry of Ω .

The mathematical representation of the ‘‘onset of crack propagation’’ can be given a general form:

$$\varphi(K_1, K_2, \theta) = \vartheta(K_1, K_2, \theta) - \vartheta(K_1^C, 0, \theta^C) = 0 \quad (5)$$

K_1^C is the fracture toughness and θ^C is the propagation angle attained when $K_2 = 0$ and $K_1 = K_1^C$. Cracks cannot advance at time t if

$$\varphi(K_1(t), K_2(t), \theta(t)) < 0 \quad (6)$$

Functions ϑ are peculiar of any criterion and have been described in [3]. No words are going to be spent in this note about the evaluation of kinking angle $\theta(t)$. There is a very large literature on propagation criteria, a comparison can be eventually found in [3]. Angle θ is here taken to be a given data at time t , evaluated by means of the maximum energy release rate (shortened as MERR) criteria:

$$\varphi(K_1, K_2, \theta) = \frac{1}{2} \frac{1 - \nu^2}{E} \left(\|\mathbf{K}^*\|^2 - K_1^{C2} \right) \quad (7)$$

in the variational framework described in [6].

Expansion (1) details the behavior of SIFs at a generic crack tip Π due to an irreversible change in the geometry of the same crack tip Π . It does not seem to exist a universal scenario for the behavior of SIFs at crack tip Π_i due to an irreversible change in the geometry of a different crack tip Π_j , $i \neq j$.

The global incremental quasi-static fracture propagation problem at time t depends on the geometry at time t as well as on the external actions that drive the problem itself. In the present note, external loads are merely considered. Propagation by reason of temperature or environmentally driven are not taken into account in this note. A form for expansion (1) that considers external actions reads:

$$\mathbf{K}(\kappa, s) = \mathbf{K}^*(\kappa) + \mathbf{K}^{(1/2)}(\kappa) \sqrt{s} + \mathbf{K}^{(1)}(\kappa) s + O(s^{3/2}) \quad (8)$$

If $\varphi < 0$ at time t , a “sufficiently small” load increment $\dot{\kappa}(t)dt$ exists that does not elongate the crack:

$$at \kappa(t) \quad s.t. \quad \varphi < 0 \quad \exists \dot{\kappa}(t) > 0 \quad s.t. \quad \dot{\mathbf{K}}(t) = \frac{\mathbf{K}}{\kappa} \dot{\kappa}(t), \quad \dot{\mathbf{K}}^*(t) = \frac{\mathbf{K}^*}{\kappa} \dot{\kappa}(t) \quad (9)$$

This describes the first phase of fracturing process, namely loading without crack growth. When the onset of crack propagation is reached, the second phase - when present - is triggered off: stable crack growth. A further increase of load causes therefore crack elongation:

$$at \kappa(t) \quad s.t. \quad \varphi = 0 \quad \exists \dot{\kappa}(t) > 0 \quad s.t. \quad \dot{\mathbf{K}}(t) = \dot{\mathbf{K}}^*(t) + \mathbf{K}^{(1/2)}(t) \sqrt{\dot{s}(t)} + o(\dot{\kappa}, \dot{s}) \quad (10)$$

In other words, a quasi-static fracture evolution s requires a contemporary variation $\Delta\kappa$ such that the global equilibrium is guaranteed. Equation (10) is a reminiscence of Ceradini’s decomposition of stresses in plasticity. It decomposes the variation of SIFs as due to an elastic contribution ($\dot{\mathbf{K}}^*$) and to a distortion (in fracture: crack elongation rate \dot{s} ; in plasticity: plastic strain rate) which reverses itself into SIFs (stresses in plasticity) by means of a stiffness factor (in fracture: $\mathbf{K}^{(1/2)}(t)$, in plasticity the action of the Z matrix over the plastic part of the volume).

The third phase of crack propagation, unstable crack growth, is reached when condition (10) no longer holds. A quasi-static growth, merely academic, can be recovered only with a decrease of external actions $\dot{\kappa}(t) \leq 0$. In reality, dynamic effects come into play. They are out of the scope of the present note.

In the Griffith theory (see [7] but also its wonderful review in [5]) and in the light of Irwin’s formula [8], propagation is governed by the following conditions, reminiscent of Kuhn-Tucker conditions of plasticity:

$$\varphi(K_1(t), K_2(t), \theta(t)) \leq 0, \quad \dot{s}(t) \geq 0, \quad \varphi(K_1(t), K_2(t), \theta(t)) \dot{s}(t) = 0 \quad (11)$$

Conditions (11) can be derived from a thermodynamical point of view. In [5], the crack length l_{γ_j} is taken as a global internal variable, and its variation induces a dissipation which satisfies Clausius-Duhem’s inequality through the introduction of a convex dissipation potential, \mathcal{D} .

In [3] a similar idea has been considered, moving from a plasticity analogy between SIFs and stresses. Such an idea is here carried on. It is based on the definition of a “safe equilibrium domain”, which has a “local” nature at crack tip Π , and on a dissipation potential \mathcal{D} as well.

A “safe equilibrium domain” \mathbb{E} and a curve “onset of crack propagation” $\partial\mathbb{E}$ as its closure can be defined in the Amestoy-Leblond plane at any crack tip Π .

$$\mathbb{E} = \{ \{K_1^*, K_2^*\} \in \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R} \mid \varphi(K_1^*, K_2^*) < 0 \} \quad (12)$$

$$\partial\mathbb{E} = \{ \{K_1^*, K_2^*\} \in \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R} \mid \varphi(K_1^*, K_2^*) = 0 \} \quad (13)$$

When $\mathbf{K}^*(t) \in \mathbb{E}$ no elongation occurs, eventually corresponding to an elastic unloading. Vectors $\mathbf{K}^* \notin \overline{\mathbb{E}}$ are ruled out. The definitions above are reminiscent to the elastic domain and to the yield surface in the plasticity theory [9]. They implicitly label the SIFs vector in the Amestoy-Leblond plane as an internal force for the LEFM problem.

Mechanical dissipation in LEFM is due to the irreversible nature of the crack extension, measured in an incremental setting by the quasi static crack tip velocity vector $\dot{\mathbf{s}}$. It is defined in the Frenet frame at crack tip Π as the vector slanted by kinking angle $\theta(t)$; its modulus is equal to the quasi static crack tip velocity $\dot{s}(t)$. The internal variable conjugated to \mathbf{K}^* is here termed “dissipation rate vector¹” $\dot{\mathbf{a}}^*$. Its modulus is related to \dot{s} by the following identity, which is part of the definition of $\dot{\mathbf{a}}^*$:

$$\|\dot{\mathbf{a}}^*\| = \frac{G_c}{K_I^C} \dot{s} = \frac{1 - \nu^2}{E} K_I^C \dot{s} \quad (14)$$

$G_c = 2\gamma_s$ stands for the surface energy density and γ_s the surface energy of each plane of the crack.

A “maximum dissipation” principle for LEFM is postulated and termed \mathcal{D} -principle. It reads: *At any crack tip Π , for given dissipation rate vector $\dot{\mathbf{a}}^*$ that enjoys (14), among all possible SIFs $\mathbf{k}^* \in \overline{\mathbb{E}}$, the function*

$$\mathcal{D}(\mathbf{k}^*; \dot{\mathbf{a}}^*) = \mathbf{k}^* \cdot \dot{\mathbf{a}}^* \quad (15)$$

attains its maximum for the actual SIF vector \mathbf{K}^ :*

$$\mathcal{D}(\mathbf{K}^*; \dot{\mathbf{a}}^*) = \max_{\mathbf{k}^* \in \overline{\mathbb{E}}} \mathcal{D}(\mathbf{k}^*; \dot{\mathbf{a}}^*) \quad (16)$$

Analogously to maximum dissipation in plasticity, \mathcal{D} -principle implies associative flow rule in the Amestoy-Leblond plane (normality law):

$$\dot{\mathbf{a}}^* = \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{K}^*} \dot{\lambda} \quad (17)$$

and loading/unloading conditions in Kuhn-Tucker complementarity form:

$$\dot{\lambda} \geq 0, \quad \varphi \leq 0, \quad \dot{\lambda} \varphi = 0 \quad (18)$$

¹The name is not satisfactory at all.

They hold at any crack tip Π .

Inserting the Maximum Energy Release Rate onset of propagation into \mathbb{E} , normality rule (17) writes as:

$$\dot{\mathbf{a}}^* = \frac{1 - \nu^2}{E} \mathbf{K}^* \dot{\lambda} \quad (19)$$

Owing to equation (14), $\dot{\lambda}$ turns out to be the actual “quasi-static crack propagation velocity”: $\dot{\lambda}(t) = \dot{s}(t)$. Therefore $\lambda(t) = s(t)$ coincides with the total crack elongation at crack tip Π , provided that $\lambda(0) = s(0) = 0$ at the beginning of the crack propagation history. It holds:

$$\mathcal{D}(\mathbf{K}^*; \dot{\mathbf{a}}^*) = \frac{1 - \nu^2}{E} \|\mathbf{K}^*\|^2 \dot{\lambda} \geq 0 \quad (20)$$

Therefore, at the onset of propagation $\varphi = 0$, function \mathcal{D} equals the mechanical dissipation at the crack tip Π at time t , namely $\mathcal{D}(\mathbf{K}^*(t); \dot{\mathbf{a}}^*(t)) = G_c \dot{s}(t)$. Consequently, \mathcal{D} -principle is the counterpart of the postulate of the maximum plastic work.

Consistency condition can be deduced from (18) by time derivative at $\varphi = 0$; they read:

$$\text{When } \varphi = 0, \quad \dot{s} \geq 0, \quad \dot{\varphi} \leq 0, \quad \dot{s} \dot{\varphi} = 0 \quad (21)$$

2. A GENERAL STABILITY CONDITION OF CRACK GROWTH.

During stable crack growth of crack tip Π_i , propagation is a sequence of equilibrium states. At each load $\kappa(t)$ corresponds a geometry configuration $s_i(t)$ which eventually evolves quasi-statically, keeping crack tip Π_i at the onset of crack propagation $\mathbf{K}^*(t) \in \partial\mathbb{E}$. The transition between stable and unstable propagation regimes is a crucial information. Assuming in fact that unstable propagation leads to structural collapse, the safety of a structural component is measured against the stable/unstable crack growth transition.

From equation (10) and the consistency condition (21) one writes for $\dot{s}(t) > 0$ at crack tip Π :

$$\varphi(K_1^*(t), K_2^*(t)) = 0 \quad \text{and} \quad \dot{\varphi}(t) = \frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{K}^*}(t) \cdot \left(\dot{\mathbf{K}}^*(t) + \mathbf{K}^{(1/2)}(t) \sqrt{\dot{s}(t)} \right) + h.o.t. = 0 \quad (22)$$

The first term in brackets reflects the variation of $\mathbf{K}(\kappa(t), s(t))$ in equation (8) while keeping crack tip Π steady, because $\mathbf{K}^*(t)$ is defined at $s = 0$. In Ceradini’s framework, $\dot{\mathbf{K}}^*(t)$ corresponds to an inelastic distortion, which is the crack elongation rate $\dot{s}(t)$. Under the assumptions made in the present note, $\dot{\mathbf{K}}^*(t)$ is a mere elastic contribution due to $\dot{\kappa}(t)$ and equation (22) becomes:

$$0 = \frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{K}^*}(t) \cdot \mathbf{K}^*(t) \frac{\dot{\kappa}(t)}{\kappa(t)} + \frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{K}^*}(t) \cdot \mathbf{K}^{(1/2)}(t) \sqrt{\dot{s}(t)} \quad (23)$$

In view of definition (7) of the maximum energy release rate criterion, the amount

$$\left. \frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{K}^*}(t) \cdot \mathbf{K}^*(t) \right|_{\varphi=0} = \frac{1 - \nu^2}{E} \|\mathbf{K}^*(t)\|^2 \Big|_{\varphi=0} = G_c \quad (24)$$

It turns out therefore that:

$$\dot{\varphi} = 0 \quad \Rightarrow \quad G_c \frac{\dot{\kappa}(t)}{\kappa(t)} = - \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{K}^*}(t) \cdot \mathbf{K}^{(1/2)}(t) \sqrt{\dot{s}(t)} \quad (25)$$

which sets a condition for stable crack growth and, inherently, for the transition to the unstable phase:

$$\dot{\kappa}(t) > 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{K}^*}(t) \cdot \mathbf{K}^{(1/2)}(t) < 0 \quad (26)$$

Condition (26) can be restated in the easy form:

$$\dot{\kappa}(t) > 0 \quad \rightarrow \quad \mathbf{K}^*(t) \cdot \mathbf{K}^{(1/2)}(t) < 0 \quad (27)$$

owing again to (7).

Consistency condition (21) applies to any crack tip Π_i . The same holds for stability condition (27). The sign of $\mathbf{K}^*(t) \cdot \mathbf{K}^{(1/2)}(t)$ can easily be tested at any given crack tip Π_i : SIFs and T stresses are merely required in view of definitions (2)-(3).

3. TWO VARIATIONAL STATEMENTS.

The following variational statement extends Ceradini's functional to fracture mechanics. For the propagation of a single crack tip, it reads as follows.

Theorem 1 - *The crack tip Π velocity $\dot{s}(t)$ that solves the global quasi-static fracture propagation problem at time t minimizes the functional:*

$$\chi[\hat{\mu}] = - \frac{1}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{K}^*}(t) \cdot \mathbf{K}^{(1/2)}(t) \hat{\mu}^2 - \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{K}^*}(t) \cdot \dot{\mathbf{K}}^*(t) \hat{\mu} \quad (28)$$

provided that:

$$\hat{\mu} = \sqrt{\hat{s}} \geq 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{K}^*} \cdot \mathbf{K}^{(1/2)} < 0$$

The following variational statement also holds:

Theorem 2 - *The crack tip Π velocity $\dot{s}(t)$ that solves the global quasi-static fracture propagation problem at time t minimizes the functional:*

$$\omega[\hat{\mu}] = - \frac{1}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{K}^*}(t) \cdot \mathbf{K}^{(1/2)}(t) \hat{\mu}^2 \quad (29)$$

provided that:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{K}^*} \cdot (\mathbf{K}^*(t) + \mathbf{K}^{(1/2)}(t) \hat{\mu}) \leq 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{K}^*} \cdot \mathbf{K}^{(1/2)} < 0$$

The proof the theorems is here omitted for paucity of space. In the form above, Ceradini's functional is written for a single crack tip. Extension to several crack tips contemporarily propagating is quite straightforward; the only issue on this point appears to be the evaluation of expansion (1) at a crack tip (say i) when a different crack tip (say j) is advancing. Numerical studies have been put forward, showing that crack tips do interact but the asymptotical behavior, at authors' best knowledge, is still incomplete.

References

- [1] Q.S. Nguyen. *Stability and nonlinear solid mechanics*. John Wiley and Sons B.V., 2000.
- [2] G. Maugin. *The Thermomechanics of Plasticity and Fracture*. Cambridge University Press, New York, 1992.
- [3] A. Salvadori. A plasticity framework for (linear elastic) fracture mechanics. *J. Mech. Phys. Solids*, 56:2092–2116, 2008.
- [4] M. Amestoy and J.B. Leblond. Crack paths in plane situations - ii. detailed form of the expansion of the stress intensity factor. *International Journal of Solids and Structures*, 29:465–501, 1992.
- [5] B. Bourdin, G. Francfort, and J.J. Marigo. *The variational approach to fracture*. Springer, 2008.
- [6] A. Salvadori. A variational setting for crack propagation criteria. *J. Mech. Phys. Solids* (submitted).
- [7] A.A. Griffith. The phenomena of rupture and flow in solids. *Phil. Trans. R. Soc.*, 221:163–198, 1921.
- [8] G. Irwin. Fracture. In S. Fluegge, editor, *Handbuch der Physik, Bd. 6. Elastizitaet und Plastizitaet.*, pages 551–590. Springer Verlag, 1958.
- [9] W. Han and B.D. Reddy. *Plasticity*. Springer-Verlag, New York, 1999.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DIRICHLET USANDO MÉTODOS TIPO DIFERENCIAS FINITAS SOBRE MALLAS NO ORTOGONALES.

Saul E. Buitrago B.

sssbuitrago@yahoo.es

Facultad de Ingeniería, UCAB y Cómputo Científico y Estadística, USB,
Caracas, Venezuela.

Oswaldo Jiménez

Manuel Borregales

oswjimenez@gmail.com

manuelantoniobr@gmail.com

Depto. Cómputo Científico y Estadística, USB.

Caracas, Venezuela.

Resumen. *El modelaje del flujo de fluidos en un medio poroso, requiere de mallas que respeten y representen la complejidad estructural de un yacimiento. De aquí el interés de generar mallas no estructuradas formadas por cuadriláteros que honren la estructura del subsuelo. Dado un dominio rectangular Ω , en [1] se propone una metodología para generar mallas no ortogonales de cuadriláteros mediante la resolución de una ecuación diferencial elíptica. Estas mallas respetan un conjunto de fronteras internas al dominio Ω definidas por líneas poligonales abiertas o cerradas. Sobre este tipo de mallas se plantea resolver el problema de Dirichlet $\Delta f = g$ en Ω , con $f = h$ en $\partial\Omega$, usando métodos tipo diferencias finitas, en los cuales se aproxima el Laplaciano en coordenadas no rectangulares locales a cada cuadrilátero de la malla. Para la aproximación del Laplaciano se utilizan diferencias centradas de orden dos. Se completa el sistema lineal resultante con condiciones de continuidad para las derivadas parciales de primer orden de f . Los resultados obtenidos usando varias geometrías son numéricamente aceptables cuando se comparan con la solución analítica del problema planteado. El método propuesto favorece la calidad de la solución en los casos donde las características físicas del dominio están fielmente representadas por el mallado.*

Palabras clave: Simulación de yacimientos, generación de mallas, diferencias finitas, mallas de cuadriláteros no ortogonales.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad el petróleo es no sólo el combustible más importante a nivel mundial, sino que casi la mitad del consumo de energía del planeta proviene del mismo. Por esto, entre otras razones, resulta esencial el ahorro y buena administración de las reservas existentes.

Los sitios donde se encuentra naturalmente el petróleo se denominan yacimientos. Cada yacimiento es único, ya sea por sus características geológicas o geofísicas, así como por el tipo de crudo que contenga. Esto hace que los procedimientos de extracción y explotación sean altamente costosos, por lo cual resulta de gran utilidad el poder predecir el comportamiento de un yacimiento antes de comenzar y durante su explotación. Es aquí donde los simuladores numéricos de yacimientos juegan un papel primordial en la explotación de un yacimiento (ver [2]). Por otro lado, para llevar a cabo predicciones acertadas de producción de un yacimiento, los ingenieros petroleros necesitan entender la compleja estructura del yacimiento de hidrocarburos, así como el movimiento de fluidos a lo largo de él.

La forma tradicional de representar un yacimiento es a través de una malla que proporciona una discretización del mismo, la cual permite llevar a cabo algunas simulaciones numéricas sobre el volumen del petróleo a producir a lo largo del tiempo.

Obtener una malla que represente adecuadamente un yacimiento de hidrocarburos es fundamental para operar con cualquier modelo matemático que permita calcular la cantidad probable de petróleo a recuperar de acuerdo a escenarios posibles, como perforar más pozos productores, perforar pozos inyectores, cerrar pozos, inyectar agua, inyectar gas, probar otras técnicas de recuperación, etc.

Si el yacimiento fuese una colección de paralelepípedos rectangulares (mallado rectangular), el problema de generar la malla es muy sencillo. Sin embargo, esto no corresponde a la realidad de los yacimientos de hidrocarburos. Una manera de enfrentar este problema en dos dimensiones es el uso de mallas no ortogonales de cuadriláteros. Estas mallas respetan adecuadamente el conjunto de fronteras internas al yacimiento, éstas definidas por líneas poligonales abiertas o cerradas (ver [1]).

Sobre este tipo de mallas se plantea resolver el problema de Dirichlet $\Delta f = g$ en Ω , con $f = h$ en $\partial\Omega$, usando métodos tipo diferencias finitas, en los cuales se aproxima el Laplaciano en coordenadas no rectangulares locales a cada cuadrilátero de la malla. Para la aproximación del Laplaciano se utilizan diferencias centradas de orden dos. Se completa el sistema lineal resultante con condiciones de continuidad para las derivadas parciales de primer orden de f .

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El objetivo de este trabajo es plantear una metodología para resolver el problema

$$\Delta f = g \text{ en } \Omega, \quad f = h \text{ en } \partial\Omega, \quad (1)$$

con Ω un rectángulo en R^2 , g y h funciones suaves de R^2 en R , mediante la discretización de Ω por mallas no ortogonales de cuadriláteros y usando métodos tipo diferencias finitas, en los cuales se aproxima el Laplaciano en coordenadas no ortogonales locales a cada cuadrilátero de la malla.

3. METODOLOGÍA PROPUESTA

3.1 Discretización del dominio usando mallas no ortogonales de cuadriláteros

En este trabajo se consideran dominios rectangulares con fronteras internas representadas por segmentos de rectas tal como se presenta en la fig.1 (véase [1]). La malla a generar debe reflejar

la configuración interna de Ω , para lo cual la misma debe poseer las siguientes características: (1) ser conforme, esto es, que sea una partición del dominio bidimensional y que la intersección de dos cuadriláteros cualesquiera sea un vértice, un lado o vacío (nunca una porción de un lado), (2) ser no estructurada, lo cual significa que los cuadriláteros que conforman la malla no tienen por qué ser rectángulos, y (3) apoyarse en las fronteras internas.

La técnica fundamental para generar este tipo de mallas, es la deformación de una malla cartesiana inicial y su posterior alineación con las fronteras internas, tal como se presenta en [1]. Esto se logra mediante la resolución numérica de una ecuación diferencial parcial elíptica usando el método de diferencias finitas.

En la fig.2 se presenta un dominio Ω con frontera interna constituida por una línea poligonal cerrada, así como la malla generada alineada a dicha frontera interna.

3.2 Cambio de coordenadas

Sean u y v vectores linealmente independientes en R^2 . Sean α y β los ángulos correspondientes a los vectores u y v medidos respecto al eje x en sentido antihorario.

Definimos una transformación lineal T de R^2 en R^2 que lleva puntos escritos como combinación lineal de u y v a su representación en la base canónica de R^2 , como sigue

$$x = \cos \alpha u + \cos \beta v \quad y = \sin \alpha u + \sin \beta v . \quad (2)$$

La transformación inversa de T , es

$$u = \frac{\cos \beta y - \sin \beta x}{\sin(\alpha - \beta)} \quad v = \frac{-\cos \alpha y + \sin \alpha x}{\sin(\alpha - \beta)} . \quad (3)$$

Las derivadas parciales de u y v respecto a x e y , definiendo $D = -\sin(\beta - \alpha)$, son

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\sin \beta}{D}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\cos \beta}{D}, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\sin \alpha}{D}, \quad \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\cos \alpha}{D} .$$

3.3 El Laplaciano en el sistema coordenado no ortogonal uv

Sea f una función real de 2 variables, es decir de R^2 en R .

Las derivadas parciales de orden 1 de f respecto a x e y escritas respecto a u y v

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{D} \left(-\frac{\partial f}{\partial u} \sin \beta + \frac{\partial f}{\partial v} \sin \alpha \right), \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{D} \left(\frac{\partial f}{\partial u} \cos \beta - \frac{\partial f}{\partial v} \cos \alpha \right) .$$

Las derivadas de orden 2 para f

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{D^2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} \sin^2 \beta - \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} \sin \alpha \sin \beta + \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial u} \sin \alpha \sin \beta + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} \sin^2 \alpha \right)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{1}{D^2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} \cos^2 \beta - \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} \cos \alpha \cos \beta - \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial u} \cos \alpha \cos \beta + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} \cos^2 \alpha \right) .$$

Finalmente se obtiene para el Laplaciano de f en el sistema no ortogonal uv :

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{1}{D^2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} \cos(\beta - \alpha) - \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial u} \cos(\beta + \alpha) + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} \right) . \quad (4)$$

3.4 Aproximación del Laplaciano en el sistema coordenado no ortogonal uv usando diferencias finitas

Sean $h_{(m,n)}$ y $k_{(m,n)}$ los diámetros en la direcciones de los ejes x e y del cuadrilátero de centro $x_{(m,n)}$:

$$h_{(m,n)} = \|x_{(m+1/2,n)} - x_{(m-1/2,n)}\| \quad y \quad k_{(m,n)} = \|x_{(m,n+1/2)} - x_{(m,n-1/2)}\| .$$

Ahora se tienen las siguientes aproximaciones para las derivadas parciales de ordenes 1 y 2 respecto a u y v de la función f

$$\frac{\partial f}{\partial u}(x_{(m,n)}) \approx \frac{f(x_{(m+1/2,n)}) - f(x_{(m-1/2,n)})}{h_{(m,n)}}, \quad \frac{\partial f}{\partial v}(x_{(m,n)}) \approx \frac{f(x_{(m,n+1/2)}) - f(x_{(m,n-1/2)})}{k_{(m,n)}},$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}(x_{(m,n)}) \approx \frac{f(x_{(m-1/2,n)}) - 2f(x_{(m,n)}) + f(x_{(m+1/2,n)})}{h_{(m,n)}^2/4},$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}(x_{(m,n)}) \approx \frac{f(x_{(m,n-1/2)}) - 2f(x_{(m,n)}) + f(x_{(m,n+1/2)})}{k_{(m,n)}^2/4},$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial v \partial u}(x_{(m,n)}) \approx \frac{\frac{\partial f}{\partial u}(x_{(m,n+1/2)}) - \frac{\partial f}{\partial u}(x_{(m,n-1/2)})}{k_{(m,n)}} \approx$$

$$\left(\frac{f(x_{(m+1/2,n+1/2)}) - f(x_{(m-1/2,n+1/2)})}{k_{(m,n)} h_{(m,n+1/2)}} - \frac{f(x_{(m+1/2,n-1/2)}) - f(x_{(m-1/2,n-1/2)})}{k_{(m,n)} h_{(m,n-1/2)}} \right),$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v}(x_{(m,n)}) \approx \frac{\frac{\partial f}{\partial v}(x_{(m+1/2,n)}) - \frac{\partial f}{\partial v}(x_{(m-1/2,n)})}{h_{(m,n)}} \approx$$

$$\left(\frac{f(x_{(m+1/2,n+1/2)}) - f(x_{(m+1/2,n-1/2)})}{h_{(m,n)} k_{(m+1/2,n)}} - \frac{f(x_{(m-1/2,n+1/2)}) - f(x_{(m-1/2,n-1/2)})}{h_{(m,n)} k_{(m-1/2,n)}} \right).$$

Así, el Laplaciano en coordenadas no ortogonales (ecuación correspondiente a los centros de los cuadriláteros), usando las aproximaciones anteriores y reagrupando términos, se aproxima como

$$\begin{aligned} \Delta f(x_{(m,n)}) \approx & \frac{1}{D^2} \left(-\left(\frac{\cos(\alpha - \beta)}{h_{(m,n)} k_{(m-1/2,n)}} + \frac{\cos(\alpha + \beta)}{k_{(m,n)} h_{(m,n-1/2)}} \right) f(x_{(m-1/2,n-1/2)}) \right. \\ & + \frac{1}{k_{(m,n)}^2/4} f(x_{(m,n-1/2)}) + \left(\frac{\cos(\alpha - \beta)}{h_{(m,n)} k_{(m+1/2,n)}} + \frac{\cos(\alpha + \beta)}{k_{(m,n)} h_{(m,n-1/2)}} \right) f(x_{(m+1/2,n-1/2)}) \\ & + \frac{1}{h_{(m,n)}^2/4} f(x_{(m-1/2,n)}) - 2\left(\frac{1}{h_{(m,n)}^2/4} + \frac{1}{k_{(m,n)}^2/4} \right) f(x_{(m,n)}) + \frac{1}{h_{(m,n)}^2/4} f(x_{(m+1/2,n)}) \\ & + \left(\frac{\cos(\alpha - \beta)}{h_{(m,n)} k_{(m-1/2,n)}} + \frac{\cos(\alpha + \beta)}{k_{(m,n)} h_{(m,n+1/2)}} \right) f(x_{(m-1/2,n+1/2)}) + \frac{1}{k_{(m,n)}^2/4} f(x_{(m,n+1/2)}) \\ & \left. - \left(\frac{\cos(\alpha - \beta)}{h_{(m,n)} k_{(m+1/2,n)}} + \frac{\cos(\alpha + \beta)}{k_{(m,n)} h_{(m,n+1/2)}} \right) f(x_{(m+1/2,n+1/2)}) \right). \end{aligned} \quad (5)$$

3.5 Ecuaciones correspondientes a las condiciones de continuidad en las aristas y vértices de los cuadriláteros en el sistema coordenado uv usando diferencias finitas

Ecuación correspondiente a los puntos medios de las aristas de los cuadriláteros, en las direcciones y y x respectivamente:

$$-\frac{1}{k_{(m,n)}}f(x_{(m,n)}) + \left(\frac{1}{k_{(m,n)}} + \frac{1}{k_{(m,n+1)}}\right)f(x_{(m,n+1/2)}) - \frac{1}{k_{(m,n+1)}}f(x_{(m,n+1)}) = 0, \quad (6)$$

$$-\frac{1}{h_{(m,n)}}f(x_{(m,n)}) + \left(\frac{1}{h_{(m,n)}} + \frac{1}{h_{(m+1,n)}}\right)f(x_{(m+1/2,n)}) - \frac{1}{h_{(m+1,n)}}f(x_{(m+1,n)}) = 0. \quad (7)$$

Ecuación correspondiente a los vértices de los cuadriláteros:

$$\begin{aligned} &-\frac{1}{h_{(m,n+1/2)}}f(x_{(m,n+1/2)}) + \left(\frac{1}{h_{(m,n+1/2)}} + \frac{1}{h_{(m+1,n+1/2)}}\right)f(x_{(m+1/2,n+1/2)}) \\ &\quad - \frac{1}{h_{(m+1,n+1/2)}}f(x_{(m+1,n+1/2)}) = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

3.6 Sistema lineal asociado al problema de Dirichlet

El mallado sobre el dominio rectangular $\Omega = [a, b] \times [c, d]$ es de dimensión $(nx - 1) \times (ny - 1)$ donde nx y ny son particiones sobre los intervalos $[a, b]$ y $[c, d]$ respectivamente.

Cada cuadrilátero de la malla sobre el dominio rectangular Ω se identifica con su centro de coordenadas (i, j) , y se le hace corresponder el número $m = i + (j - 1)(nx - 2)$, el cual se denomina el número del cuadrilátero (i, j) (ver fig.4).

A continuación se define una malla auxiliar conformada por nodos que representan los centros de los cuadriláteros, los centros de las aristas y los vértices de los cuadriláteros. Los nodos de esta malla auxiliar se numeran siguiendo el orden natural. Esta malla auxiliar es de dimensiones $cp \times cq$ donde $cp = 2(nx - 1) - 1$ y $cq = 2(ny - 1) - 1$.

Al sustituir la ecuación (5) en (1) para cada punto de la malla de cuadriláteros, en conjunto con las ecuaciones (6) y (7) en los puntos medios de las aristas y la ecuación (8) en los vértices de los cuadriláteros, se obtiene un sistema lineal de ecuaciones $Ax = b$ de dimensión $cp \times cq$, con cp y cq definidos arriba. A es una matriz esparcida de nueve diagonales, y su estructura se muestra en la fig.3.

4. RESULTADOS, CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Se plantea el problema

$$\Delta f = x e^y \text{ en } [0, 1] \times [0, 1],$$

con las condiciones de frontera

$$f(0, y) = 0, \quad f(1, y) = e^y \text{ en } 0 \leq y \leq 1, \quad \text{y} \quad f(x, 0) = x, \quad f(x, 1) = ex \text{ en } 0 \leq x \leq 1,$$

con solución analítica $f(x, y) = x e^y$.

Se resuelve el problema usando las aproximaciones propuestas en la sección 3 sobre la malla de la fig.2. En la fig.4 se presentan los resultados obtenidos para la función f sobre los cuadriláteros que definen la malla, los cuales están acordes con la solución analítica.

Como trabajo futuro se plantea aplicar las aproximaciones propuestas aquí para determinar la solución de las ecuaciones diferenciales parciales que rigen el movimiento del flujo de fluido en un dominio bidimensional (ver [3]) que simule un yacimiento areal de petróleo con diferentes configuraciones de pozos inyectoros de agua y productores de petróleo.

REFERENCIAS

- [1]. Borregales M., Jimenez O., Buitrago S. Generación de mallas de cuadriláteros para yacimientos bidimensionales con fronteras internas complejas. VI Encuentro Colombia Venezuela de Estadística, VIII Jornadas de Aplicaciones Matemáticas, ISBN: 978-980-12-4063-1, Valencia, Venezuela, 2009.
- [2]. Buitrago S., Gedler G., Rodríguez E., Determining the Optimum Location of a Production Well in Oil Reservoirs, 4rd European Conference on the Mathematics of the Oil Recovery Proceedings, Roros, Norway, June 1994.
- [3]. Buitrago S., Formulación IMFES para la solución de las ecuaciones de crudo negro: caso bi-dimensional. Memorias de las VII Jornadas de Aplicaciones Matemáticas. Universidad de Carabobo. Valencia, 14 al 16 mayo 2008.

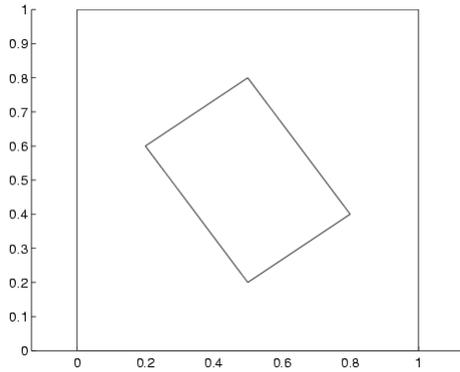


Figura 1 - Dominio con fronteras internas

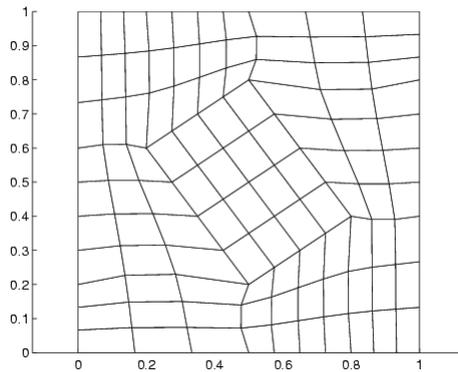


Figura 2 - Malla ajustada al dominio de la Fig.1

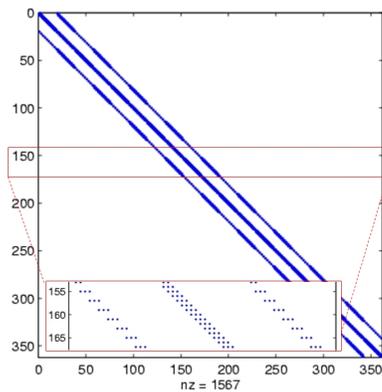


Figura 3 - Estructura de la matriz del sistema lineal

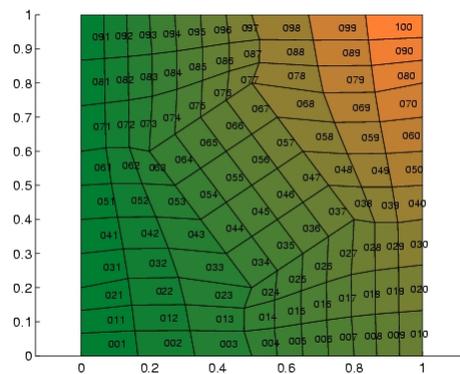


Figura 4 - Solución al problema de Dirichlet sobre la malla de la Fig.2

TRAZADO DE RAYOS EN SUPERFICIES BIDIMENSIONALES CURVAS USANDO UN ALGORITMO GENÉTICO

Omar A. Contreras

ocontrer@uc.edu.ve

Departamento de Física, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Valencia-Venezuela.

José R. Pacheco

jpacheco@uc.edu.ve

Centro de Procesamiento de Imágenes, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Valencia-Venezuela.

Germán Larrazábal

glarraza@uc.edu.ve

Centro Multidisciplinario de Visualización y Cómputo Científico (CeMViCC)
Facultad de Ciencias y Tecnología, Universidad de Carabobo, Valencia-Venezuela.

Resumen: Se obtuvieron el locus de los rayos reflejados en varias (máximo cinco) superficies bidimensionales curvas usando un Algoritmo Genético que previamente había sido calibrado con superficies planas, basado en el Teorema de Fermat. Para las superficies se uso una suavización bidimensional de las coordenadas-datos utilizando B-splines. Las simulaciones arrojaron resultados bien comportados y coherentes.

Palabras Claves: Rayos, Algoritmo Genético, Fermat, B-splines.

1. INTRODUCCIÓN

El trazado de rayos sísmicos consiste en determinar el camino que sigue una onda sísmica desde un lugar del suelo donde se genera (fuente) hasta otro punto de la superficie donde se recibe (sensor). La propagación de la onda sísmica por el subsuelo está determinada por las condiciones locales del terreno y por lo tanto es posible obtener información de dichas condiciones estudiando los tiempos de propagación y las amplitudes de las ondas sísmicas, siendo en muchos casos este modo de detección el único modo de obtenerla. [1] El trazado de

rayos sísmicos ha sido ampliamente usado como una técnica de exploración del subsuelo, produciendo con una explosión una onda que luego es recibida por varios sensores repartidos apropiadamente sobre la superficie del terreno. Las aplicaciones de esta técnica van desde la exploración petrolera y en general en toda la minería, [1], así como en sismología donde se ha usado para el estudio de la corteza, el manto y el núcleo terrestre usando como fuente el hipocentro de terremotos, hasta otros campos del conocimiento como la Ingeniería Civil, para esclarecer los tipos de suelos donde se van a construir estructuras; en la arqueología la ha utilizado para mejorar el conocimiento de civilizaciones y tesoros enterrados, o en detección de fracturas escondidas, en estudios de sonares, Detección de objetos tridimensionales con ondas sónicas o electromagnéticas (GPR), Diseño de equipos ópticos, Diseño de Redes WAN, etc. Siendo el problema del Trazado de Rayos extraordinariamente complejo, su solución solo puede obtenerse usando técnicas numéricas computacionales. En este sentido se han usado una gran cantidad de modelos y técnicas que incluyen parametrizaciones de la ecuación del rayo, coordenadas locales rotadas, Perturbaciones geométricas, Optimizaciones no lineales, Diferencias finitas y optimizaciones heurísticas como es el caso del uso de algoritmos genéticos. El Algoritmo Genético se ha usado para resolver problemas de cálculo variacional, el cual se basa en la manera como las poblaciones de especies en la naturaleza se adaptan a un medio ambiente, optimizando su capacidad de supervivencia. En particular se ha usado en el trazado de rayos [2], [3], [4], con muy buenos resultados. En este trabajo se introduce el método de Fermat para el trazado de rayos, y se explican las características de los algoritmos genéticos. Dicho algoritmo genético fue previamente validado [1] con una serie de funciones objetivo estándar, comprobando así su funcionamiento y posteriormente fue adaptado al trazado de rayos, modificándole el mecanismo de mutaciones usando capas superficiales planas. En este trabajo se extendió su uso a capas bidimensionales curvas, definidas mediante una serie de puntos y suavizadas usando B-splines cúbicos. Finalmente se presentan los resultados de las simulaciones y las conclusiones.

2. TRAZADO DE RAYOS

El método usado (llamado “bending”) utiliza el Principio de Fermat. En 1662 Pierre de Fermat enunció su famoso principio, según el cual los rayos de luz viajan entre dos puntos del espacio de forma tal que el tiempo total de viaje, respecto a cualquier otra posible trayectoria, es un valor estacionario, usualmente un mínimo [5]. Es decir,

$$t_{AB} = \int_A^B \frac{ds}{c(\bar{x})} = \text{extremum} \quad (1)$$

La aplicación del principio de Fermat explica el comportamiento de la luz al refractarse cuando pasa entre dos medios de diferente índice de refracción o equivalentemente entre dos medios con diferente velocidad de propagación (Ley de Snell). También explica que en la reflexión especular el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

Su validez no explica los fenómenos de interferencia y difracción que solo fueron interpretados con la Teoría Electromagnética ondulatoria de la luz [6]. Sin embargo, si la longitud de onda es mucho menor que las distancias involucradas en el experimento, el trazado de rayos es una muy buena representación del camino que efectivamente siguen las ondas de luz. Siendo la óptica geométrica una aproximación de la teoría ondulatoria de la luz, este mismo principio puede aplicarse para determinar el trazado de los rayos en el caso de ondas sísmicas. En la

exploración sísmica se utiliza una explosión como fuente de ondas sísmicas y a unas ciertas distancias se colocan varios sensores receptores que miden los tiempos de llegada de las ondas que se reflejan en los cambios de velocidad (o de impedancia) de las diferentes capas geológicas del subsuelo.

3. EL ALGORITMO GENÉTICO

El objetivo de los algoritmos de optimización es encontrar los valores de las variables que minimizan una cierta función, llamada apropiadamente función objetivo. En el caso del algoritmo genético se genera una cierta población inicial de valores de variables usando un generador de números al azar (Método de Monte Carlo). Seguidamente se prueba la función objetivo en cada uno de los elementos de la población y se clasifican ordenándolos ascendentemente en base al valor obtenido de la función objetivo. Imitando el proceso de selección natural de las especies, se toman dos elementos de la población para formar dos nuevos elementos hijos los cuales heredarán la información genética de sus padres. Para ello, se divide por la mitad el valor binario de cada progenitor y se intercambian sus partes más y menos significativas, como se indica en la Fig. 2. Posteriormente, se calcula la función objetivo de cada hijo a fin de ubicarlos en la secuencia ordenada anterior. La forma de escoger los padres es usando un generador de números al azar cuyos valores estén distribuidos dando más probabilidad de reproducción a los que minimizan la función objetivo, o sea, los primeros del clasificación ordenada. De esta manera se producen nuevas generaciones que tienden a lograr el objetivo de la optimización. Como en nuestro caso no queremos que la población crezca indefinidamente, cada vez que se generan dos hijos también se eliminan dos elementos de la población. Para acelerar el proceso de convergencia se decidió eliminar a los dos últimos de la secuencia. A fin de evitar que la población inicial converja hacia un mínimo local se generan cambios en la población llamadas acertadamente mutaciones, las cuales, producen saltos en los valores de la población con la

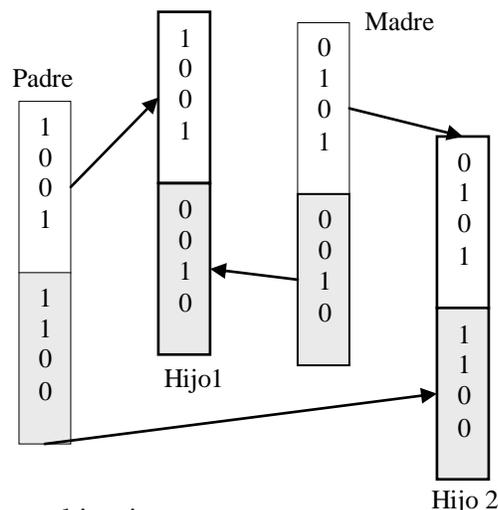


Figura 2. Dos Progenitores en binario comparten sus cromosomas para formar dos hijos que heredarán parcialmente sus características.

esperanza que algunos de ellos mejoren la raza. Sin embargo, muchas mutaciones impiden que el algoritmo converja, por eso es conveniente que la tasa de mutación disminuya a medida que el algoritmo converge.

3.1 Validación del Algoritmo.

Primero se probó con una función objetivo paraboloidal, como se presenta en la Fig. 3a. En la Fig. 3b se presenta un ejemplo de la población inicial de 800 elementos, y en la Fig. 3c se muestra la tendencia a converger hacia el mínimo central. Al final toda la población llega a un único punto central.

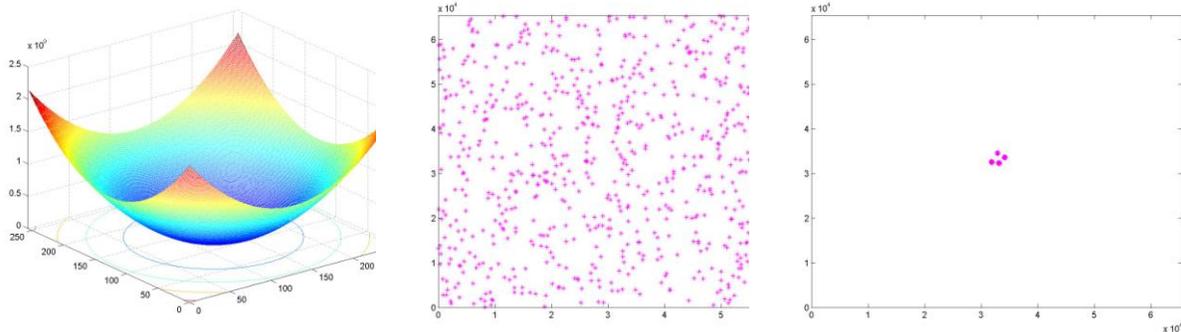


Figura 3a. Función objetivo paraboloidal. 3b. Población Inicial 3c. Evolución convergente de la población inicial.

Luego se cambió la función objetivo por una del tipo “cartón de huevos”, como se presenta en la Figura 4a, la cual presenta varios mínimos locales y un mínimo global central. Para una simulación más real se usó una población inicial en las inmediaciones del punto (0,0). Aún

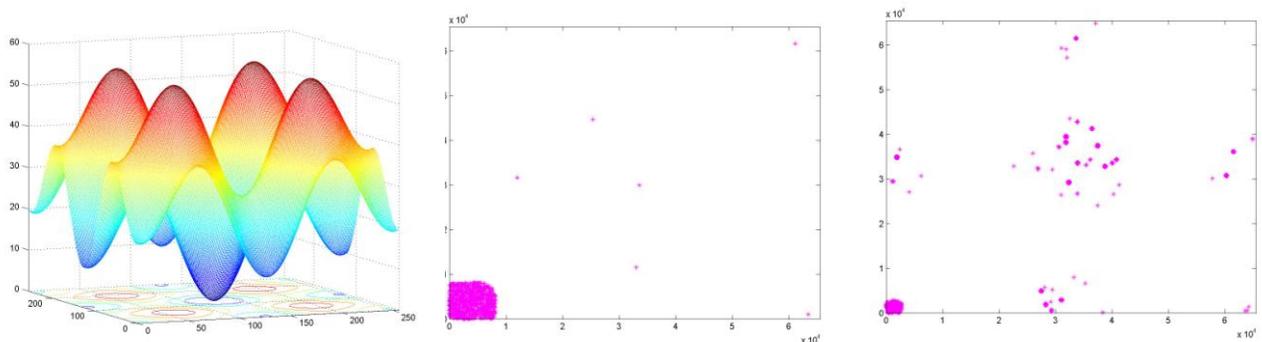


Figura 4a Función objetivo tipo cartón de huevos 4b. Población inicial y primeras mutaciones. 4c Evolución hacia el mínimo global

cuando allí hay un mínimo local las mutaciones en la población, representadas en la Fig. 4b, se encargan de localizar el mínimo global, cuya evolución se presenta en la Figura 4c.

Trazado de rayos 2D.

Para el caso de los rayos se trabajó con un máximo de cinco capas geológicas planas, no horizontales, con lo cual un rayo saldrá de la fuente, considerada como el origen de coordenadas en la esquina superior izquierda de todas las siguientes figuras, se refractará hacia abajo en las

cuatro siguientes interfaces entre capas geológicas, se reflejará especularmente en la última interface y subirá refractándose en cada nueva interface hasta llegar al micrófono receptor en la esquina superior derecha de las figuras, situado a una distancia horizontal nominal de 65535 m desde el origen. Para considerar diferentes posibles situaciones las capas geológicas se generaron al azar, con una profundidad nominal máxima de 65535 m. De esta manera la resolución en la posición es de $1 / 65535$. Cada capa geológica tiene definida una velocidad de la onda que la caracteriza y dichas velocidades son consideradas como datos en el cálculo de los tiempos de viaje. Para los medios homogéneos e isotrópicos que calculamos el tiempo de viaje es simplemente la distancia recorrida entre la velocidad. En el algoritmo genético se tomó cada rayo (desde la fuente hasta el micrófono) como un solo elemento de la población. Las coordenadas X_i de los diferentes puntos de contacto con las interfaces se generaron al azar, de tal manera que $X_i \leq X_{i+1}$. Las coordenadas Y_i se calcularon con la ecuación de la recta de las interfaces. El cálculo del tiempo de viaje de cada elemento de la población fue el parámetro que permitió ordenar ascendentemente a los elementos. Para escoger a los padres se generaron números al azar distribuidos normalmente con promedio cero y dispersión igual a un quinto de la población; a los números negativos de la distribución se les cambió el signo. Las mutaciones se generaron cambiando alguno de los X_i , seleccionado al azar; el valor del cambio también se generó al azar pero nunca mayor que el 5% de X_i . La convergencia se terminaba cuando el promedio de tiempos de todos los elementos multiplicado por diez a la menos ocho era menor que la diferencia entre el tiempo más grande y el menor:

$$10^{-8} * \text{Prom} < (t_{\text{máx}} - t_{\text{mín}}) \quad (2)$$

En la Fig. 5a se presenta un ejemplo de la población inicial para el caso de reflexión al final de la quinta capa.

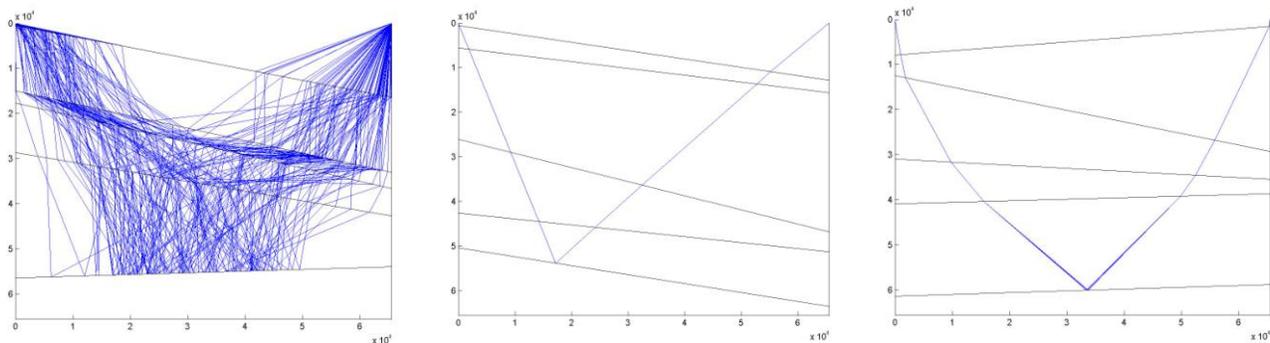


Figura 5a. Población inicial con cinco capas. 5b. Todas las capas con la misma velocidad. 5c. Velocidad aumentando con la profundidad.

En la Fig. 5b se simuló las cinco capas con la misma velocidad de propagación y por lo tanto las trayectorias son rectas con solo una reflexión especular en la última. En la Fig. 5c se simuló el caso normal en que la velocidad de propagación aumenta con la profundidad.

4. RESULTADOS

Para aproximarnos más a una situación real, se extendieron las simulaciones usando cinco capas con varias velocidades de propagación pero las interfaces fueron generadas simulando 10

profundidades predeterminadas y suavizando las superficies de interfaces con B-splines cúbicos, como se presenta en las Fig.6a y 6b.

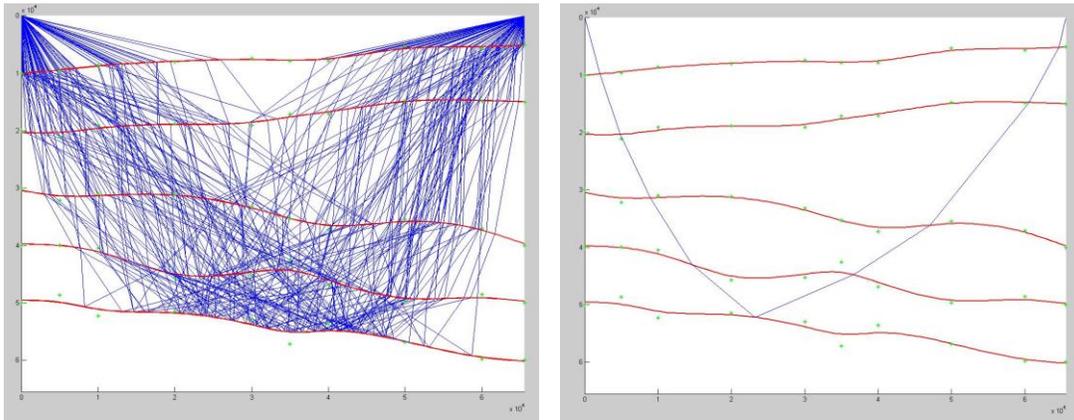


Figura 6a. Población inicial con cinco capas. 6b. Convergencia final del Algoritmo.

5. CONCLUSIONES

Hemos demostrado que, por su precisión y el número relativamente bajo de iteraciones para lograr la convergencia, el Algoritmo Genético es una poderosa herramienta para encontrar el trazado de rayos sísmicos. Adicionalmente se demostró que la manera *sui generis* de manejar las mutaciones en la población de rayos, condujo a resultados muy satisfactorios, tanto en superficies planas como en superficies curvas. Las generalizaciones obvias del trabajo son extender el cálculo a medios anisótropos y trabajar con tres dimensiones.

REFERENCIAS

- [1] Contreras O., Pacheco J., Larrazábal G. (2008) "Trazado de rayos sísmicos usando un algoritmo genético". Revista Ingeniería U. C., Vol 15, N° 1.
- [2] Horne S., MacBeth C. (1994) "Inversion for seismic anisotropy using genetic algorithms". Vol 42, Issue 8.
- [3] Qin Y., Zhang Z., Xu S. (2003) "CDP mapping in tilted transversely isotropic (TTI) media. Part II: Velocity analysis by combining CDP mapping with a genetic algorithm". Geophysical prospecting. Vol 51 Issue 4.
- [4] Matschek R. (2005) "A geometrical optics and uniform theory of diffraction based ray tracing optimization by a genetic algorithm". Comptes rendus physique. Vol 6. Issue 6.
- [5] Born M., Wolf E. (2003) "Principles of Optics", 7a Edición, Cambridge University Press.
- [6] Spetzler J., Sneider R. (2004) "The Fresnel volume and transmitted waves", Geophysics, Vol 69, No. 3.

MEDICIÓN DEL DESPLAZAMIENTO DE AGUA DENTRO DE UN YACIMIENTO MODELO

Alexander Hoyo

Gustavo Sánchez

ahoyo@usb.ve

gsanchez@usb.ve

Departamento de Procesos y Sistemas, Universidad Simón Bolívar

Valle de Sartenejas, Baruta Estado Miranda, Venezuela

Argenis Rebolledo

Luisa F. Espinosa

Orlando Reyes

argenisrd@usb.ve

lespinosa@usb.ve

orlandoreyes@usb.ve

Departamento de Tecnología Industrial

Camurí Grande, La Guaira Estado Vargas, Venezuela

Resumen. *En este trabajo se presenta un sistema que permite estimar el desplazamiento del agua dentro de un yacimiento modelo mediante mediciones de saturación de agua calculadas con la resistividad eléctrica medida en diferentes puntos del yacimiento utilizando sensores metálicos insertados en el interior del yacimiento al momento de su construcción. Se utilizó un sistema de adquisición de datos constituido por una tarjeta de adquisición de datos insertada dentro de un computador personal y el software LabVIEW. Se utilizaron técnicas de interpolación de datos para generar mapas o perfiles de saturación de agua en el yacimiento modelo, con lo cual se estimó el desplazamiento del agua dentro del mismo.*

Palabras clave: Yacimiento modelo, saturación, resistividad eléctrica, adquisición de datos, LabVIEW.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el petróleo representa el principal recurso de energía en todo el mundo, así como fuente primaria para una gran gama de derivados que se obtienen de él, entre estos, los combustibles. La recuperación de petróleo de un yacimiento se logra por diferentes métodos; los convencionales, que utilizan fuentes de energía natural presentes en los yacimientos, como por ejemplo el empuje por agua [1, 2]; y por los denominados métodos de recuperación mejorada, en los cuales se pueden utilizar gases miscibles, energía térmica, etc., con el fin de desplazar más petróleo del que se lograría por métodos convencionales.

Los estudios de nuevos métodos de recuperación mejorada deben pasar por dos etapas previas, éstas son, la simulación analítica o numérica y la simulación física en laboratorio, ambas están íntimamente ligadas, porque a los simuladores de yacimientos se les introducen datos de laboratorio, e igualmente el simulador numérico puede predecir el comportamiento de determinado yacimiento simulado físicamente. La simulación resulta menos costosa que ensayar estos métodos directamente en el yacimiento real, adicionalmente se disminuye el riesgo en la aplicación de los métodos de recuperación.

En Venezuela existen numerosos yacimientos petroleros con crudo recuperable y se requieren estudios previos antes de la explotación adicional para obtener mayor provecho del recurso mineral; son notorios los avances logrados en la industria petrolera venezolana en cuanto a la utilización de nuevos métodos de recuperación [3, 4].

Para simular físicamente un yacimiento en laboratorio, se requiere caracterizarlo, para lo cual se recurre a diferentes estudios convencionales y especiales de yacimientos. Entre los métodos que pudieren utilizarse para caracterizar físicamente al yacimiento, se encuentran los métodos eléctricos, donde se realizan mediciones de resistividad eléctrica, con el fin de estimar el contenido y concentración de fluidos; ya sea de agua o crudo. La distribución de fluidos en el yacimiento puede utilizarse como un indicador de la forma del desplazamiento en el interior del yacimiento [5].

En este trabajo se presenta un sistema que permite estimar el desplazamiento del agua dentro de un yacimiento modelo midiendo la resistividad eléctrica en diferentes puntos del yacimiento modelo, se muestran las etapas de adquisición, análisis y visualización de los datos obtenidos de las mediciones eléctricas de resistividad. Este sistema se diseñó bajo el entorno LabVIEW de la compañía National Instruments.

2. ANTECEDENTES

Varios autores han realizados trabajos sobre caracterización de yacimientos; por ejemplo, Dugstad y colaboradores [3], presentan resultados de pruebas realizadas en muestras cuadradas de Berea con líneas de flujo de 1/8 de pulgada simulando un patrón de 5 pozos invertidos. El monitoreo del desplazamiento de los fluidos fue realizado por medio de una cámara gamma, a partir de la caracterización de un trazador radiactivo. En los resultados se observa como realmente se puede lograr una geometría de flujo radial utilizando este tipo de arreglo experimental. Por su parte, Farias y colaboradores [4], realizaron un trabajo donde presentan la metodología para construir yacimientos modelos instrumentados con arreglo de cinco pozos invertidos. Los autores construyeron yacimientos modelos homogéneos con arena SuperSand© y Berea, con la finalidad de simular flujo radial y realizar pruebas de métodos de recuperación mejorada como inyección pulsada de agua, vibrosísmica, etc. Plantearon la posibilidad de realizar estudios "integrados" que incluyan simulación estocástica, numérica, streamlines, así como,

monitoreo por inyección de trazadores y sensores de presión y caracterización dieléctrica y acústica [4].

3. PROPIEDADES DE LAS ROCAS Y LOS FLUIDOS

Para entender el comportamiento de los fluidos dentro de un yacimiento se requiere conocer algunas de las propiedades de las rocas y fluidos dentro de un yacimiento como la porosidad y saturación de fluidos.

3.1 Porosidad

La porosidad de la roca se refiere a la capacidad de almacenamiento que posee y se expresa como la fracción del volumen total que está compuesta por espacios vacíos [6]. Los poros pueden estar o no conectados entre sí, de manera que si el volumen poroso incluye la totalidad de los poros, estén conectados o no, se denomina porosidad absoluta o total, si por otro lado el volumen poroso se refiere sólo a los poros conectados, a este se denomina porosidad efectiva. La diferencia entre ambas es la porosidad no efectiva o residual. La porosidad efectiva de las rocas varía entre menos de 1% (medios de baja y mediocre porosidad) y más de 40% para medios porosos excelentes [5].

3.2 Saturación

Se refiere a la fracción del volumen poroso de la roca ocupada por un fluido que puede ser agua, petróleo o gas [2]. Para calcular la saturación de un determinado fluido en un medio poroso, se debe tener el valor del volumen poroso y el volumen ocupado por el fluido.

3.3 Propiedades eléctricas de las rocas

Las rocas son capaces de transmitir una corriente eléctrica mediante el agua intersticial y absorbida que contienen. Cuando están completamente secas, las rocas son no conductoras. El agua intersticial contiene sales disueltas y electrolitos capaces de conducir corriente, ya que esas sales se disocian en cationes positivos tales como Na^+ y aniones con carga negativa, tales como Cl^- y SO_4^- . Esos iones se mueven bajo la influencia de un campo eléctrico y conducen una corriente eléctrica a través de la solución. A mayor concentración de sales mayor será la conductividad del agua de formación contenida en la roca [7, 8]. Las propiedades eléctricas de las rocas permiten determinar algunas propiedades petrofísicas básicas para la interpretación de los registros de pozos (conocidos generalmente como perfiles), y proveen la información necesaria para estimar los niveles de saturación de los fluidos, grados de consolidación de las rocas, estrategias de recuperación de crudo y rentabilidad de los yacimientos [4].

Resistividad de las Rocas. La resistividad de una roca (ρ) es una medida de su capacidad para impedir la circulación de una corriente eléctrica a través de ella. Si se conoce la Resistividad de los núcleos (muestras de rocas) extraídos de una formación, así como la resistividad del agua de formación y el lodo de perforación, es posible determinar el nivel de saturación de fluidos y por consiguiente la cantidad de crudo existente en ese yacimiento.

Índice de Resistividad (I_r). Es el cociente entre la resistividad de la formación (ρ_f) y la resistividad de la roca cuando está totalmente saturada con agua de formación (ρ_o), de aquí es posible tener una idea cualitativa de la cantidad de petróleo en sitio, si el valor de I_r es bajo, se dice que en la zona del yacimiento el porcentaje de saturación de agua es muy alto; si es alto, la zona en estudio posee una marcada presencia de hidrocarburos.

Ley de Archie. Expresa la relación existente entre la resistividad de una roca parcialmente saturada con un fluido conductor y la saturación del fluido conductor en la roca; cuando el petróleo o el gas, considerados aislantes eléctricos, están presentes en una roca porosa, conjuntamente con una determinada cantidad de agua de formación, la resistencia de la roca es mayor ya que existe menos volumen poroso por donde la corriente pueda fluir [8]. El volumen de agua disponible para el flujo de la corriente corresponde a la saturación de agua en el espacio poroso y se representa por S_w . La ecuación generalmente aceptada, para arenas limpias “sin arcilla”, que relaciona la saturación de agua (S_w) y la resistividad de la roca (ρ_t), es la de Archie, ver Ecuación (1), donde (n) es el exponente de saturación que debe determinarse experimentalmente, típicamente un valor cercano a 2 [8, 9].

$$S_w = \sqrt[n]{\frac{\rho_o}{\rho_t}} = \sqrt[n]{\frac{1}{I_r}} \quad (1)$$

4. METODOLOGÍA

Se realizaron varios experimentos con muestras de rocas sintéticas (núcleos), a diferentes niveles de saturación de agua, realizando mediciones de resistividad eléctrica, con la finalidad de estimar los niveles de saturación de agua (S_w) presentes en las muestras, utilizando la Ley de Archie [10]. Una vez probada esta metodología experimental, se procedió a realizar pruebas con un yacimiento modelo, constituido por un bloque de arenas sintéticas compactado, en el que se perforaron dos pozos, uno para inyectar los fluidos y el otro para la producción de fluidos.

Se realizaron mediciones puntuales de resistividad eléctrica en diferentes puntos para estimar los valores de saturación de agua. Con los datos de saturación, utilizando técnicas de interpolación de datos se obtuvieron los perfiles de saturación de agua en el yacimiento modelo, estimándose el desplazamiento de los fluidos.

Para realizar las mediciones de resistividad eléctrica, se colocaron 11 electrodos internos (sensores) de acero inoxidable, el yacimiento se cubrió con una resina que impide fugas de fluidos (Ver Figura 1). Se diseñaron los circuitos de acondicionamiento de las señales, para ser adquiridas por una tarjeta de adquisición de datos, configurando previamente el software.

4.1 Sistema de adquisición de datos y software

LabVIEW (*Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench*) es un lenguaje de programación gráfico usado para el diseño de sistemas de adquisición de datos, instrumentación y control [12, 13], se implementó la interfaz de usuario mediante un control interactivo basado en programación gráfica. El programa en LabVIEW consistió en la adquisición de los valores de voltajes de los 11 puntos de prueba del yacimiento modelo, se utilizó una tarjeta de adquisición de datos modelo PCI-6110E. En la Figura 2 se aprecia la pantalla principal de la Interfaz.

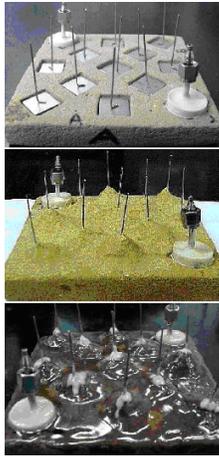


Figura 1-Yacimiento Modelo

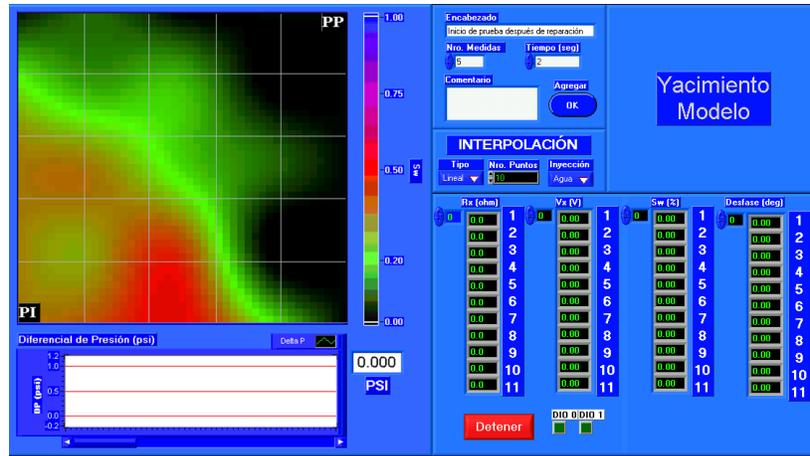


Figura 2-Interfaz de usuario del sistema

Se realizaron pruebas de inyección de fluidos, primero se inyectó agua hasta lograr la máxima saturación posible, posteriormente se inyectó crudo hasta lograr la máxima recuperación de agua. Por último, se inyectó agua nuevamente para recuperar el crudo inyectado al yacimiento. El montaje general de las pruebas de inyección se muestra en la Figura 3.

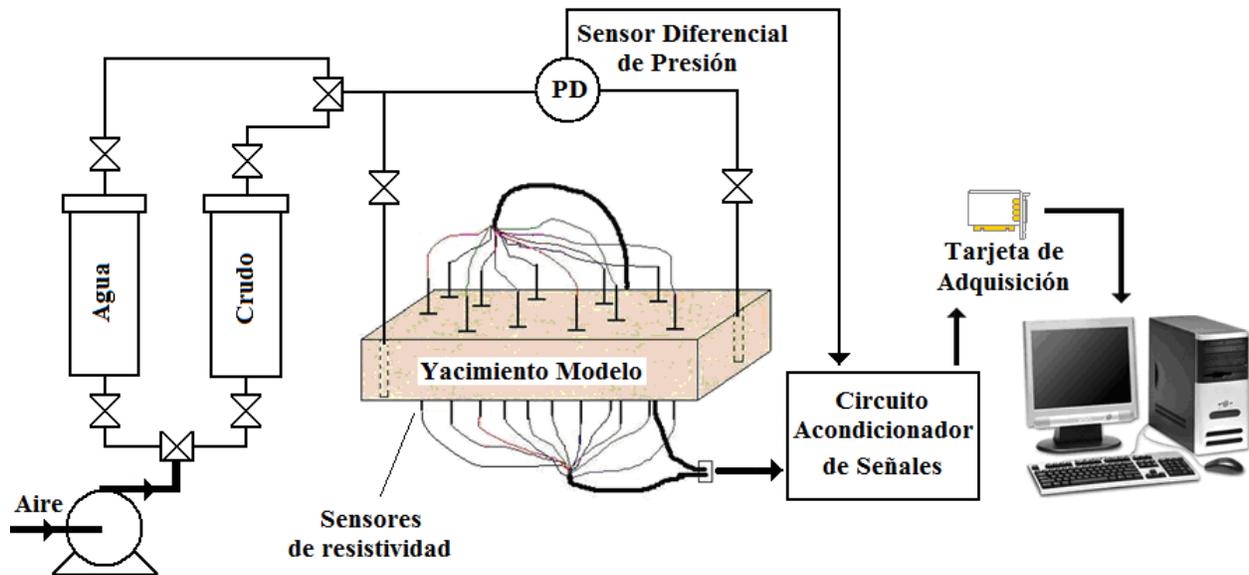


Figura 3-Montaje general de las pruebas de inyección de fluidos al yacimiento modelo

5. RESULTADOS

En la Figura 4 se muestra un resumen de los perfiles de saturación de agua obtenidos durante el proceso de inyección de agua al yacimiento modelo. Los máximos valores de saturación de agua registrados estuvieron entre 67-83%. Durante la fase de inyección de crudo se observó como disminuía la resistividad eléctrica medida por los sensores, debido a que el crudo desplazó el agua que saturaba al yacimiento, por lo que la medición de la saturación de agua da una indicación de la cantidad de crudo dentro del yacimiento y de la forma como se desplaza (ver Figura 5). Al finalizar esta fase se consiguieron niveles de saturación de agua entre el 3-11%.

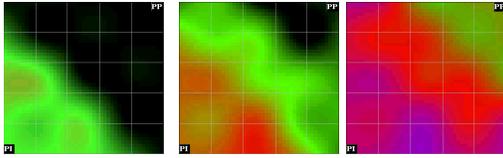


Figura 4-Perfiles de S_w en la fase de inyección de agua

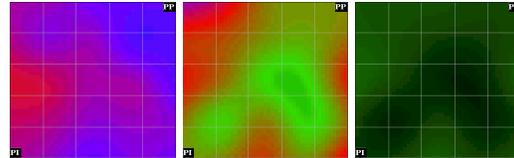


Figura 5-Perfiles de S_w en la fase de inyección de crudo

6. CONCLUSIONES

Las mediciones de resistividad eléctrica representan una forma efectiva para determinar los niveles de saturación de agua en el yacimiento modelo utilizando la Ley de Archie. El sistema de adquisición de datos, diseñado con el software LabVIEW representa una herramienta confiable para la medición de resistividad eléctrica en el yacimiento modelo. Las mediciones de resistividad eléctrica en el yacimiento modelo, permitieron estimar el comportamiento de los fluidos en el yacimiento, estimándose el desplazamiento radial de los fluidos inyectados dentro del yacimiento modelo, por métodos de interpolación matemática, partiendo únicamente de los datos de resistividad eléctrica en algunos puntos del mismo. Esta implementación permite estudiar a futuro métodos convencionales y no convencionales de extracción de crudo, analizar su efectividad y comparar estos resultados con simulaciones numéricas.

REFERENCIAS

- [1]. Paris de Ferrer, Magdalena. *Inyección de agua y gas en yacimientos petrolíferos. Segunda Edición*. Ediciones Astro Data. Venezuela 2001.
- [2]. Craig, Forrest F. *Aspectos de la ingeniería de Inyección de Agua*. Society of Petroleum Engineers of AIME. Dallas. 1982.
- [3]. Oyvind Dugstad, Ingleiv Hundere y Harald Johansen. *Application of partitioning tracers to measure remaining oil saturation,-method qualification on lab.-scale*. Institute for Energy Technology, IFP, Technical Summary Report IFE/KR/F-2000/072. 1999.
- [4]. María Farías, Jorge Guzmán y Vladimir Alvarado. *Construcción y Ensayos Preliminares en Yacimientos modelos: Parte I*. PDVSA-INTEVEP. INT-9028. 2001
- [5]. Cossé, R. *Basic of Reservoir Engineering*. Ediciones Technip. París, Francia. 1993.
- [6]. Parra, J. *Elementos de Ingeniería de Yacimientos*. Editorial Innovación Tecnológica. Caracas, Venezuela. 1994.
- [7]. Yani Araujo y Carolina Araujo. “Taller de Interacción Roca-Fluido, Básico”. PDVSA-INTEVEP.
- [8]. Pirson, J. *Oil Reservoir Engineering*, McGraw-Hill Book Company, INC. USA. 1958.
- [9]. Collins, R. *Flows of fluids: through Porous Materials*. Tulsa the Petroleum Publishing Company. USA. 1976.
- [10]. Araujo, Y. *Análisis Convencionales y Especiales para Rocas de Yacimiento*. Informe Técnico INT-03329,96, INTEVEP. Venezuela. 1996
- [11]. Cooper, W y Helfrick, A. (1991). “*Instrumentación Electrónica Moderna y Técnicas de Medición*”. Prentice Hall Hispanoamericana. México. 1991.
- [12]. National Instruments. *Signal Conditioning Fundamentals for Computer-Based Measurement Systems*. 2009
- [13]. National Instrument. *LabVIEW Básico I*. Texas. 1998

**MODELADO Y SIMULACIÓN DE REGIMENES TRANSITORIOS
NO ISOTÉRMICOS DE TRANSPORTE DE GAS EN
TRAMOS LINEALES DE GASODUCTOS**

Kazak A.

Gitman I.

Stureyko I.

GAZPROM-VNIIGAZ, Rusia

Molina A.

molinaa@ula.ve

Distrito Socialista Tecnológico – PDVSA, Mérida, Venezuela

Guillén P.

pguillen@ula.ve

Centro de Simulación y Modelos (CESIMO), Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela

Torres-Monzón C.

ctorres@ula.ve

Escuela de Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela

Hidrobo F.

hidrobo@ula.ve

Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela

Montilla G.

montillaleon@gmail.com

Centro de Procesamiento de Imágenes, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela

Larrazabal G.

glarrazaba@uc.edu.ve

Facultad de Ciencias y Tecnología, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela

Resumen. Este artículo presenta un modelo matemático para un tramo de gasoducto considerando distintos escenarios de funcionamiento; desde los regímenes estacionarios isotérmicos, hasta los transitorios no isotérmicos. La definición de la presión y la temperatura al principio del tramo, y el flujo másico al final del tramo, serán utilizadas como condiciones de borde. Los resultados del flujo másico y la presión para un tramo lineal del gasoducto son presentados, estos resultados confirman que el modelo matemático descrito puede utilizarse para la simulación de gasoductos.

Palabras Claves: Modelado, Simulación, No Isotérmico, Transporte, Gasoducto.

1. INTRODUCCIÓN

El control de transporte de gas requiere una evaluación preliminar de la dinámica de las variables operacionales, para definir el nivel de influencia operativa en el régimen de funcionamiento del gasoducto. El análisis de investigaciones de diferentes autores [1-4] muestra que para modelar los regímenes de los gasoductos principales considerando el perfil del gasoducto, es suficiente con utilizar ecuaciones unidimensionales [5-7]. En este artículo se presenta el modelo matemático para un tramo de gasoducto considerando diferentes regímenes de funcionamiento.

El resto del trabajo está organizado de la siguiente manera: la sección materiales y métodos describe la formalización matemática del problema y técnicas utilizadas para su solución. Seguidamente, se presentan los resultados obtenidos para dos casos estudiados y finalmente se presentan las conclusiones.

2. MATERIALES Y METODOS

Las ecuaciones unidimensionales de cantidad de movimiento, balance de masas y energía, que describen el comportamiento de transporte de gas para procesos transitorios no isotérmicos se presentan de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \dot{M}}{\partial t} = -V \frac{\partial \dot{M}}{\partial x} - A \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{|V|f}{2D} \dot{M} - A\rho g \sin \alpha, \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{-1}{\partial \rho / \partial P} \frac{\partial \dot{M}}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{dT}{dx} = \eta \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\pi UD}{C_p \dot{M}} (T_a - T) - \frac{g}{C_p} \tan \alpha. \quad (3)$$

donde P es la presión en la tubería [Pa], \dot{M} , el flujo másico [kg/s], T es la temperatura del flujo de gas [K], ρ es la densidad del gas [kg/m³], V es la velocidad del flujo de gas [m/s], x es la coordenada espacial de longitud del gasoducto [m], A es el área de la sección transversal de la tubería [m²], D es el diámetro del tubo [m], f es el factor de fricción [-], η es el coeficiente Joule-Thomson [K/Pa], T_a es la temperatura del medio ambiente [K], C_p es el calor específico [J/kg°K], α es el ángulo de la inclinación del gasoducto [deg], U es el coeficiente global de transferencia de calor [W/m² K] y g es la aceleración de la gravedad [m/s²].

Las Ecs. (1), (2) y (3) se pueden ahora escribir de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \dot{M}}{\partial t} = a_1 \frac{\partial \dot{M}}{\partial x} + a_2 \frac{\partial P}{\partial x} + a_3 \dot{M} + a_5, \quad (4)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = a_4 \frac{\partial \dot{M}}{\partial x}, \quad (5)$$

$$\frac{dT}{dx} = a_6 \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{a_7}{\dot{M}} (T_a - T) + a_8. \quad (6)$$

donde $a_1 = -V$, $a_2 = -A$, $a_3 = \frac{-|V|f}{2D}$, $a_4 = \frac{-1}{\partial \rho / \partial P}$, $a_5 = -A \rho g \sin \alpha$, $a_6 = \eta$; $a_7 = \frac{\pi U D}{C_p}$, y $a_8 = \frac{-g}{C_p} \tan \alpha$.

Al sustituir por fórmulas de diferencias finitas la Ec. (2) y la Ec. (4) y operando se obtiene:

$$\frac{\dot{M}_i^{t+\Delta t} - \dot{M}_i^t}{\Delta t} = a_1 \frac{\dot{M}_{i+1}^{t+\Delta t} - \dot{M}_{i-1}^{t+\Delta t}}{2\Delta x} + \frac{\dot{M}_{i+1}^{t+\Delta t} - 2\dot{M}_i^{t+\Delta t} + \dot{M}_{i-1}^{t+\Delta t}}{(a_2 a_4 \Delta t)^{-1} \Delta x^2} + a_2 \frac{P_{i+1}^t - P_{i-1}^t}{2\Delta x} + a_3 \dot{M}_i^{t+\Delta t} + a_5. \quad (7)$$

Las condiciones de borde para el caso en estudio se definen de la siguiente manera:

- La presión y la temperatura al principio de la tubería: $P(t, 0)$, $T(t, 0)$, $i = 1$.
- El flujo másico al final del gasoducto: $\dot{M}(t, L)$, $i = N$ (L es la longitud de la tubería).

El valor del flujo másico en los nodos de la red se calcula a través del método de Thomas, el cual se escribe de la siguiente manera:

$$-B_1 \dot{M}_{i+1}^{t+\Delta t} + B_2 \dot{M}_i^{t+\Delta t} - B_3 \dot{M}_{i-1}^{t+\Delta t} = B_4^i \quad (i = 2, \dots, N-1), \quad (8)$$

donde $B_1^i = \frac{a_1}{2\Delta x} + \frac{a_2 a_4 \Delta t}{\Delta x^2}$, $B_2^i = \frac{1}{\Delta t} + \frac{2a_2 a_4 \Delta t}{\Delta x^2} - a_3$, $B_4^i = \frac{\dot{M}_i^t}{\Delta t} + a_2 \frac{P_{i+1}^t - P_{i-1}^t}{2\Delta x} + a_5$, y $B_3^i = \frac{a_2 a_4 \Delta t}{\Delta x^2} - \frac{a_1}{2\Delta x}$.

La Ec. (8) permite encontrar la distribución del flujo másico de la tubería en el tiempo $t + \Delta t$. A continuación las variables $P_{i+1}^{t+\Delta t}$ y $T_{i+1}^{t+\Delta t}$, $i = 2, \dots, N-1$ se van a expresar a través de los valores conocidos del flujo másico $\dot{M}_i^{t+\Delta t}$. Con este propósito se escriben expresiones análogas en diferencias finitas para las Ecs. (5) y (6):

$$P_i^{t+\Delta t} = P_i^t + \Delta t a_4 \frac{\dot{M}_{i+1}^{t+\Delta t} - \dot{M}_{i-1}^{t+\Delta t}}{2\Delta x}, \quad (9)$$

$$T_{i+1}^{t+\Delta t} = T_{i-1}^{t+\Delta t} + 2\Delta x \left(a_6 \frac{P_{i+1}^{t+\Delta t} - P_{i-1}^{t+\Delta t}}{2\Delta x} + \frac{a_7}{\dot{M}_i^{t+\Delta t}} \cdot (T_a - T_i^{t+\Delta t}) + a_8 \right). \quad (10)$$

Las Ecs. (8), (9), y (10) permiten observar los cambios de las funciones desconocidas P , T y \dot{M} en un solo paso. La integración temporal conduce a errores considerables, por eso se

recomienda aplicar un esquema predictor corrector para tales casos. En este estudio se hace uso de: $y^{t+\Delta t} = y_i^t + \Delta t / 2 [y'(t, y^t) + y'(t + \Delta t, y^t)]$, donde y^t es el vector, $y^t = \{P_i^t, T_i^t, G_i^t\}$, $i = 1, \dots, N$. Ahora haciendo uso de la aproximación diferencial de la derivada temporal regresiva, se obtiene:

$$y^{t+\Delta t} = y^t + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{y^{t+\Delta t} - y^t}{\Delta t} + \frac{y^{t+2\Delta t} - y^{t+\Delta t}}{\Delta t} \right) = \frac{y^t + y^{t+2\Delta t}}{2}. \quad (11)$$

Para poder realizar la simulación con el modelo presentado anteriormente es necesario obtener preliminarmente los cálculos de la distribución inicial de la presión, la temperatura y el flujo másico para el modelo estacionario. El análogo estacionario de las Ecs. (4), (5) y (6) se representa mediante:

$$P_{i+1}^0 = P_{i-1}^0 - \frac{2\Delta x a_3 \dot{M}_N^0}{a_2} - \frac{2\Delta x a_5}{a_2}, \quad (12)$$

$$\dot{M}_i^0 = \dot{M}_N^0, \quad (13)$$

$$T_{i+1}^0 = T_{i-1}^0 + 2\Delta x \left(a_6 \frac{P_{i+1}^0 - P_{i-1}^0}{2\Delta x} + \frac{a_7}{\dot{M}_N^0} (T_a - T_i^0) + a_8 \right). \quad (14)$$

3. RESULTADOS

Los resultados que se presentan a continuación (Figs. 1 y 2 para el caso 1, y Figs. 3 y 4 para el caso 2), corresponden a diferentes regímenes de funcionamiento con el propósito de determinar la respuesta del modelo cuando se presentan valores altos del gradiente en las condiciones de borde. En ambos casos, la derivada del flujo másico al final del tramo durante la apertura o cierre de válvula es de $\pm 80 \text{ kg/seg}^2$. Los dos ejemplos consideran una tubería horizontal de 100.000 m, 1.4 m de diámetro interno, factor de fricción de 0.01, temperatura ambiente de 273 K, coeficiente global de transferencia de calor de $0.885 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$, paso espacial de 100 m y temporal de 10 s, con una composición de gas: 85% metano, 5% etano y 10% propano.

3.1. Caso 1

Caudal másico $\dot{M}(t, L) = 800 \text{ [kg/s]}$ para $t \leq 20$ y $\dot{M}(t, L) = 0 \text{ [kg/s]}$ para $t > 20$, presión en el tramo $P(t, 0) = 7.5 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5 \sin(t/20) \text{ [Pa]}$, temperatura inicial del flujo de gas, $T(t, 0) = 323 \text{ [K]}$, y tiempo de simulación = 1000 [s].

3.2. Caso 2

Caudal másico $\dot{M}(t, L) = 800 \text{ [kg/s]}$ para $0 \leq t < 20$, $\dot{M}(t, L) = 0 \text{ [kg/s]}$ para $20 \leq t < 200$, y $\dot{M}(t, L) = 800 \text{ [kg/s]}$ para $t \geq 200$, presión en el tramo $P(t, 0) = 7.5 \cdot 10^6 \text{ [Pa]}$, temperatura inicial del flujo de gas $T(t, 0) = 323 \text{ [K]}$, y tiempo de simulación = 8000 [s].

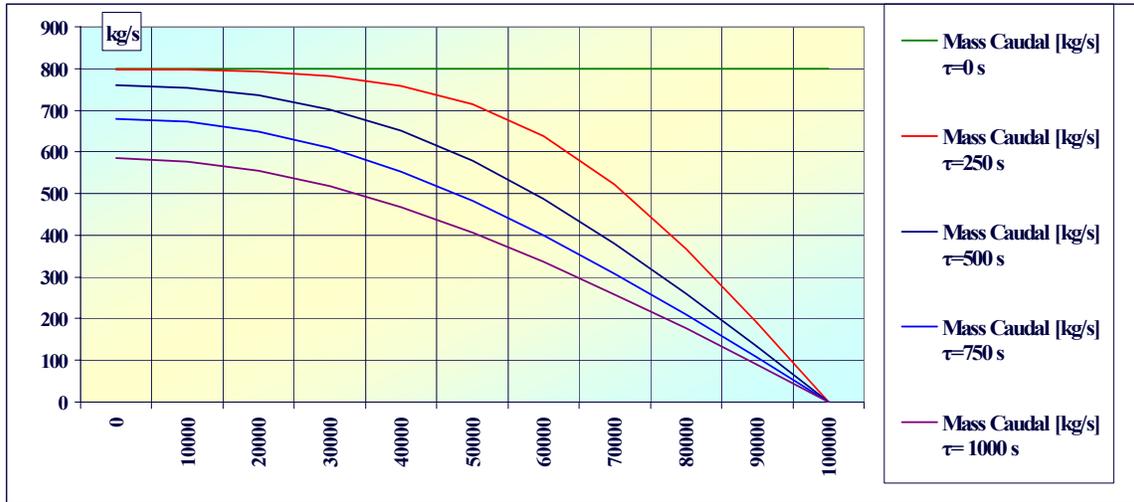


Figura 1- Caso 1. Flujo másico en la tubería para distintos tiempos.

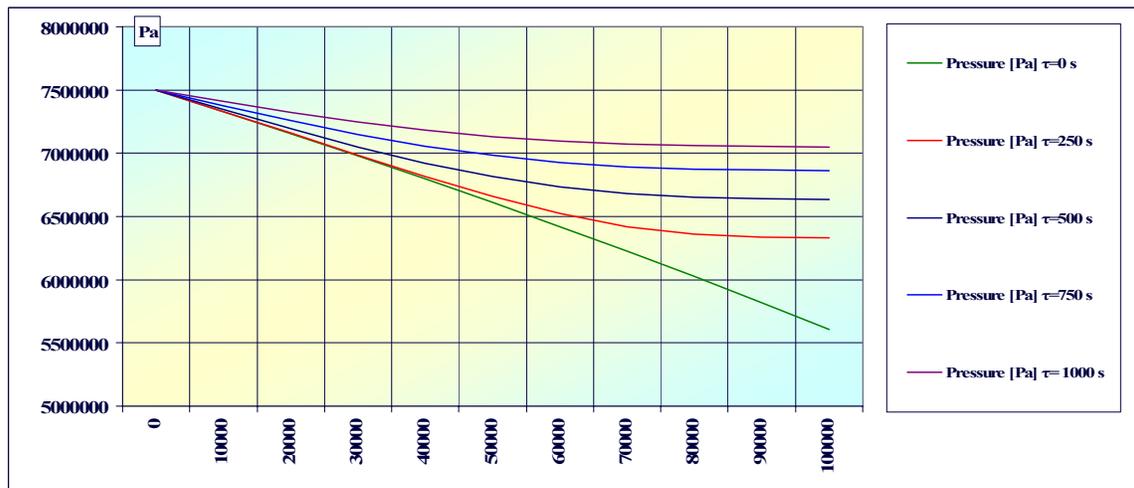


Figura 2- Caso 1. Presión en la tubería para distintos tiempos.

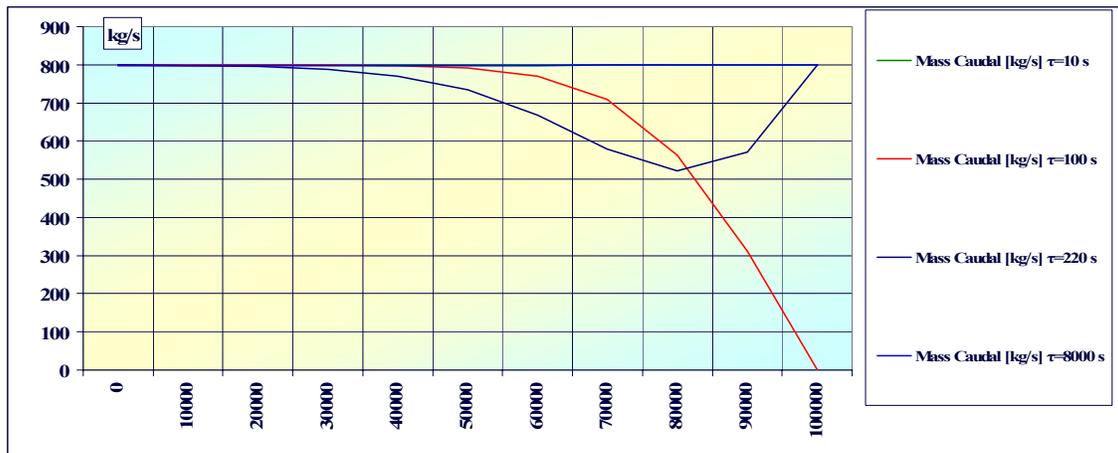


Figura 3- Caso 2. Flujo másico en la tubería para distintos tiempos.

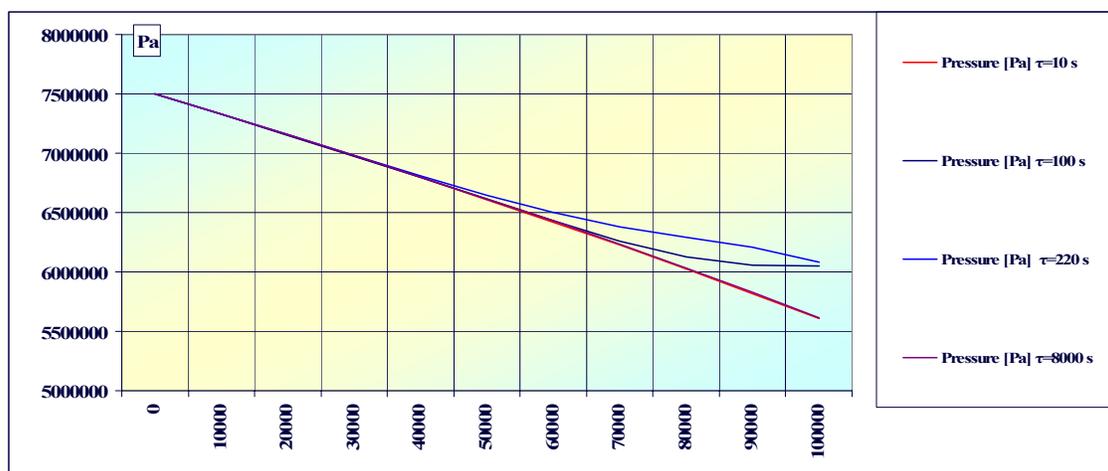


Figura 4- Caso 4. Presión en la tubería para distintos tiempos.

4. CONCLUSIONES

Se presento un nuevo modelo transitorio y no-isotérmico para analizar el transporte de gas en tuberías basado en diferencias finitas y el método predictor corrector. Los resultados preliminares obtenidos muestran que el método es estable, eficiente y flexible para diferentes condiciones de flujo con altos gradientes de flujo másico, condición necesaria para simular cierres de válvula.

REFERENCIAS

- [1]Sardanashvili, S. *Métodos de cálculo y algoritmos (transporte de gas por tuberías)*. Moscú: Neft y Gaz, 2005.
- [2]Kazak, A., Sedov, V., Berezina, I., Vidovsky, L., Yakovlev, E. *Control operativo de redes de gas y petróleo*. Moscú: Nedra, 1991.
- [3]Chernyaev, V., Yakovlev, E., A. Kazak, A., Soshenko, A. *Transporte de hidrocarburos*. Moscú: VNIOENG, 1991.
- [4]Chernyaev, V., Yakovlev, E., Kazak, A., Soshenko, A., Yasin, E. *Transporte principal de hidrocarburos licuados*. Moscú: Nedra, 1991.
- [5]Altshul, A., *Resistencias hidráulicas*. Moscú: Nedra, 1982.
- [6]Seleznev, V., Klishin, G., Aleshin, V. *Análisis numérico y optimización de los regímenes gasodinámicos de transporte de gas*. Moscú: 2003.
- [7]Yufin, V., *Transporte de gas por gasoductos*. Moscú: Nedra, 1978.

PREDICCIÓN DE PATRONES DE FLUJO BIFÁSICO MEDIANTE MÁQUINAS DE SOPORTE VECTORIAL

Brito E.

Sánchez J.

Guillén P.

pguillen@ula.ve

Centro de Simulación y Modelos (CESIMO), Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

Torres-Monzón C.

ctorres@ula.ve

Facultad de Ingeniería, Escuela de Mecánica, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

Resumen. *Predecir patrones de flujo en tuberías de flujo bifásico es un problema actual de investigación y desarrollo. El enfoque usual consiste en coleccionar datos de flujo (gas y líquido), las propiedades del fluido (densidad del gas, densidad del líquido, viscosidad del gas, viscosidad del líquido, velocidad superficial del gas, velocidad superficial del líquido, diámetro y ángulo de la tubería), y visualmente determinar los patrones de flujo a través de una sección transparente de la tubería. Seguidamente los datos son representados en un diagrama 2D (velocidad superficial del gas versus velocidad superficial del líquido) lo que permite localizar fronteras de transición entre patrones. En este trabajo un método para predecir la transición entre patrones de flujo basados en máquinas de aprendizaje supervisado es presentado. El método de predicción hace uso de una máquina de aprendizaje denominada Máquinas de Soporte Vectorial (SVM). Los patrones considerados son intermitente, estratificado, anular y burbujas dispersas. Las SVM son construidas con diferentes funciones núcleo y parámetros asociados. Cuatro clases son construidas con los datos concernientes a cada patrón, seguidamente la máquina de aprendizaje es entrenada con un 50% de los datos y el resto de los datos es utilizado para la validación. Predicciones binarias (entre cada 2 clases) y multiclase (cuatro clases) en un rango del 75% al 100% se logran alcanzar entre los diferentes patrones de flujo. En conclusión los resultados obtenidos mediante el uso de una máquina de aprendizaje supervisado como la SVM pueden ser utilizados para predecir los patrones de flujo bifásico.*

Palabras Claves: Patrones de Flujo, Flujo Bifásico, Aprendizaje Supervisado, Predicción, Máquinas de Soporte Vectorial

1. INTRODUCTION

En la industria para poder llevar a cabo los procesos de separación, transporte y medición de los diferentes compuestos, se debe conocer el patrón de flujo que circula por una tubería, los cuales básicamente se forman dependiendo de la cantidad de líquido y gas que contenga el fluido [1-3]. El enfoque usual consiste en coleccionar datos de flujo (densidad del gas, densidad del líquido, viscosidad del gas, viscosidad del líquido, velocidad superficial del gas, velocidad superficial del líquido, diámetro y ángulo de la tubería) para luego visualmente determinar los patrones de flujo a través de una sección transparente de la tubería. Seguidamente los datos son representados en un diagrama 2D (velocidad superficial del gas *versus* velocidad superficial del líquido) lo que permite localizar fronteras de transición entre los patrones [4]. Es por esto, que el objetivo fundamental de esta investigación consiste en identificar cada uno de los patrones de flujo que pueden circular por una tubería, haciendo uso de una máquina de aprendizaje supervisado basado en Máquinas de Vectores de Soporte (SVM), como una herramienta de diagnóstico automatizado para una mejor toma de decisión en el proceso de producción.

2. METODOLOGÍA

2.1 Máquinas de Soporte Vectorial

Las máquinas de soporte vectorial (SVM) representan una técnica de clasificación y predicción basada en aprendizaje supervisado y no supervisado que ha estado ganando popularidad en los últimos años [5,6]. Las SVM pertenecen a la familia de clasificadores lineales puesto que inducen separadores lineales o hiperplanos en espacios de características de muy alta dimensionalidad (introducidas por funciones núcleo o kernel) con un sesgo inductivo muy particular (maximización del margen). Sin embargo, la formulación matemática de las SVM varía dependiendo de la naturaleza de los datos, ya que existen formulaciones para casos lineales y para casos no lineales [6]. Principalmente las SVM se utilizan como clasificador binario, pero también se pueden utilizar como clasificador multiclases, utilizando los métodos “uno contra todos” ó “uno contra uno”, donde el primero consiste en comparar cada clase con todas las demás, mientras que en el segundo cada clase se compara con las restantes individualmente. Es importante destacar que el objetivo fundamental de las SVM para clasificación es encontrar un hiperplano óptimo que separe las clases.

2.2 SVM: Caso lineal

Las SVM lineal con margen máximo es el modelo más sencillo de clasificación de esta técnica y el que tiene menos condiciones de aplicabilidad debido a que parte del supuesto de que el conjunto de entrada es linealmente separable en el espacio de entrada, es decir, que los ejemplos pueden ser separados por un hiperplano de tal forma, que en cada lado del mismo, sólo queden ejemplos de una misma clase sin hacer ninguna transformación de los datos.

2.3 SVM: Caso no lineal

En los problemas de clasificación ó regresión que se encuentran en la vida real es común que la naturaleza de los datos no sean linealmente separables, es por ello que las SVM proponen una

manera para resolver este tipo de problemas mediante una transformación no lineal del espacio de atributos de entrada en un espacio de características mucho mayor, donde sí es posible separar linealmente los problemas a través de las llamadas funciones núcleos o kernels, las cuales calculan el producto escalar de dos vectores en el espacio de características sin necesidad de calcular de forma explícita las transformaciones de los ejemplos de aprendizaje. En la Tabla 1 se presentan las funciones kernel a utilizar en este estudio.

Tabla 1. Funciones kernel

Kernel	Función	Parámetros a ajustar
Lineal	$k(x, y) = y$	Ninguno
RBF	$k(x, y) = e^{-\gamma \ x-y\ ^2}$	γ : Gamma
Polinomial	$k(x, y) = (y + 1)^d$	d: grado del polinomio

2.4 Teorema de Vaschy-Buckingham

Este teorema mejor conocido como “**Teorema Pi (π)**” permite cambiar el conjunto original de los parámetros de entrada dimensionales de un problema físico por otro conjunto de parámetros de entrada adimensionales más reducido, con la finalidad de simplificar el estudio de cualquier fenómeno físico, disminuyendo el número de variables independientes para así obtener resultados compactos que pueden ser aplicados a otras situaciones similares. Los parámetros adimensionales se obtienen mediante combinaciones adecuadas de los parámetros dimensionales y debe existir un número mínimo necesario para estudiar cada sistema. De este modo, al obtener uno de estos conjuntos de tamaño mínimo se consigue analizar con mayor facilidad el sistema objeto de estudio y reducir drásticamente el número de ensayos que debe realizarse para averiguar el comportamiento o respuesta del sistema.

3. RESULTADOS

El proceso de predicción de patrones de flujo se lleva a cabo en 2 fases, en la primera, Fase I, se busca el modelo que genere buenos resultados con variables dimensionales (8 variables; densidad del gas, densidad del líquido, viscosidad del gas, viscosidad del líquido, velocidad superficial del gas, velocidad superficial del líquido, diámetro y ángulo de la tubería), mientras que para la Fase II se busca el modelo que genere buenos resultados con variables adimensionales (5 variables). Para ambos casos se emplearon 763 datos, los cuales se dividieron en dos grupos, 382 para entrenar y 381 para validar, es importante señalar que los datos utilizados corresponden sólo a tuberías horizontales. En la Tabla 2 se muestran los patrones de flujo que se tienen en cuenta para la realización del estudio.

Tabla 2. Patrones de Flujo

Clase	Patrón de Flujo	Cantidad de datos
1	Burbujas dispersas	52
2	Estratificado	158
3	Anular	119
4	Intermitente	434

3.1 Resultados de la Fase I

En esta fase se realizaron predicciones multiclases (4 clases) donde se logró alcanzar un 77.98% (595/763) de instancias identificadas correctamente, este resultado se obtiene con el kernel polinomial de grado 2 y parámetros $C=10$, $\gamma=0.1$ y $r=0.1$, luego de obtener estos resultados se procedió a representar gráficamente los datos de entrenamiento y los datos identificados correctamente por la SVM, ver Figs. 3, 4, 5 y 6.

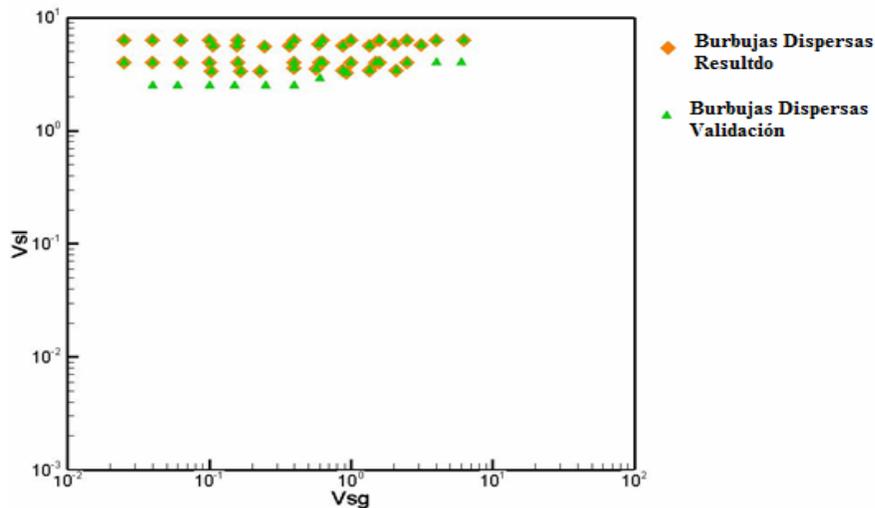


Figura 3- Patrón de Flujo Burbujas Dispersas

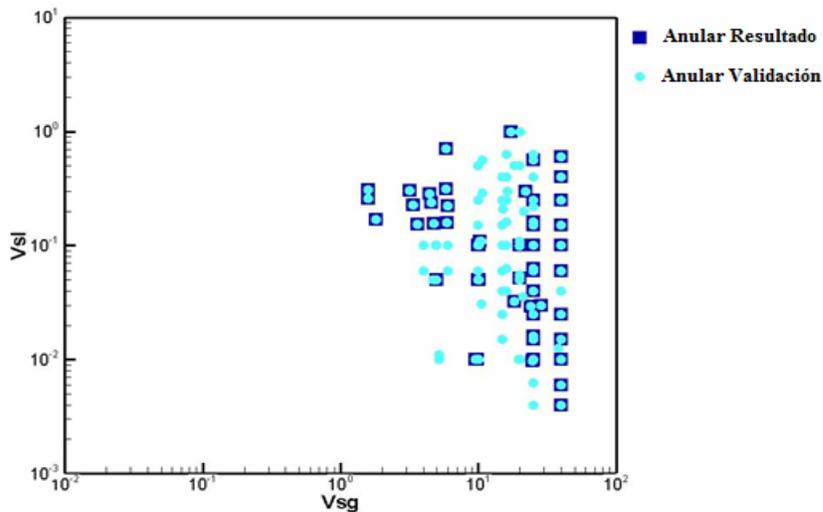


Figura 4- Patrón de Flujo Anular

3.2 Resultados de la Fase II

En esta fase se realizaron predicciones multiclases (3 y 4 clases) y predicciones binarias (2 clases), en el caso de las predicciones de 4 clases se alcanzó un 76.02% (580/763) de instancias identificadas correctamente, este resultado se obtiene con el kernel polinomial de grado 2 y parámetros $C=1000$, $\gamma=0.4$ y $r=10$.

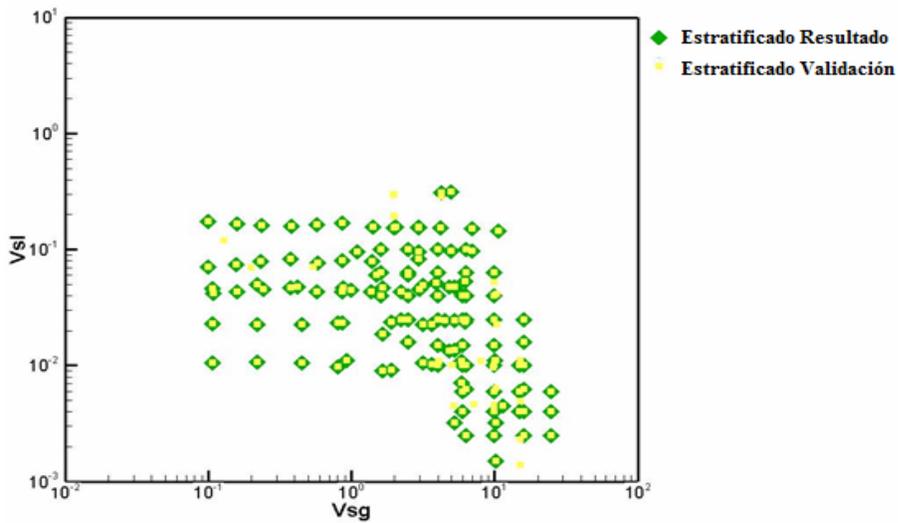


Figura 5- Patrón de Flujo Estratificado

En las predicciones de 3 clases se alcanzó un 91.49% (301/329) con el kernel polinomial de grado 2 y parámetros $C=1000$, $\gamma=0.33$ y $r=10$, finalmente en las predicciones binarias se alcanzó el 100% de instancias identificadas correctamente con el kernel polinomial de grado 2 y parámetros $C=0.1$, $\gamma=0.33$ y $r=1000$, tal resultado se alcanzó también con el kernel lineal de parámetro $C=100$.

Luego de obtener estos resultados se procedió a representar gráficamente los datos identificados correctamente por la SVM, ver Fig. 7.

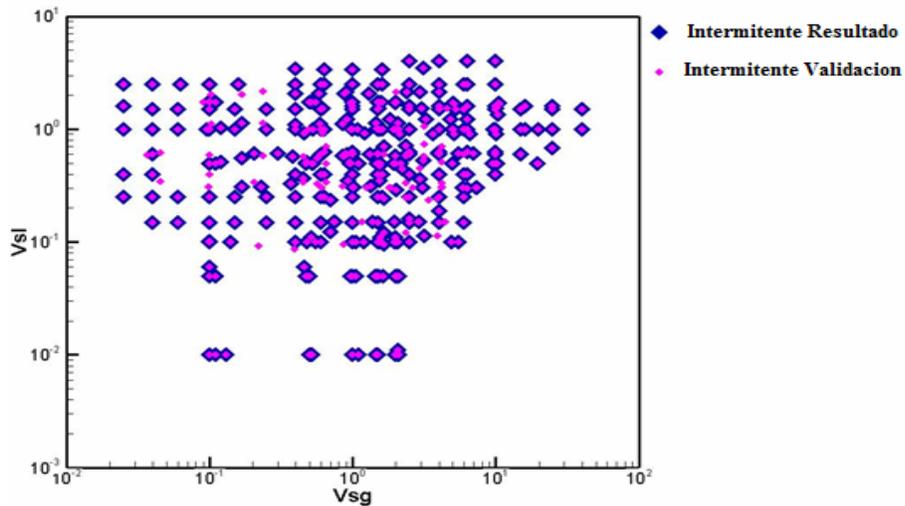


Figura 6- Patrón de Flujo Intermitente

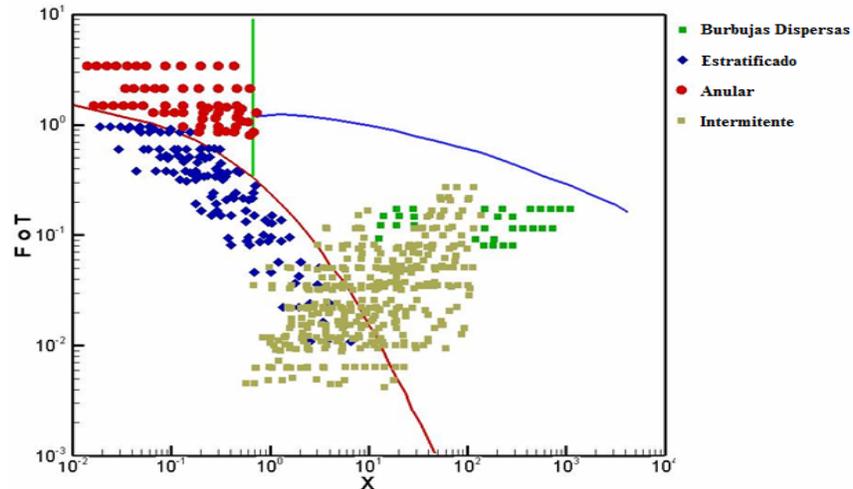


Figura 7- Representación gráfica de los patrones de flujo, variables adimensionales.

4. CONCLUSIONES

Las Máquinas de Vectores de Soporte implantada en esta investigación adicionalmente al proceso de predicción, logró identificar que el patrón de flujo anular y el patrón de flujo estratificado son los que causan un mayor conflicto al momento de realizar la clasificación. Cabe destacar también la eficiencia que tienen las SVM como método de predicción multiclases y binaria, ya que a pesar de que los datos utilizados para la realización de este estudio son recolectados de manera visual a través de una sección transparente de la tubería los resultados obtenidos fueron satisfactorios.

REFERENCIAS

- [1]. Arirachakaran, S. (1991). *Intelligent utilization of a unified flow pattern prediction model in production system optimization.*, Society of Petroleum Engineers 22869
- [2]. Barnea, D. (1986). *A unified model for predicting flow – pattern transitions for whole range of pipe inclinations.* Faculty of Engineering, Department of Fluid Mechanics and Heat Transfer, Tel-Aviv University, Ramat-Aviv 69978, Israel
- [3]. El-Sayed, O. (2004). *Artificial neural networks models for identifying flow regimes and predicting liquid holdup in horizontal multiphase flow.* Society of Petroleum Engineers 86910.
- [4]. Shoham, O (2006). *Mechanistic modeling of gas – liquid two – phases flow in pipes.* Society of Petroleum Engineers. United States of America.
- [5]. Gunn, S (1998). *Support Vector Machines for classification and regression.* University of Southampton, United Kingdom.
- [6]. Orallo, J. (2004). *Introducción a la minería de datos.* Editorial Pearson Prentice Hall, Primera edición, Madrid España.

ESQUEMA DE PARALELIZACIÓN PARA LA SIMULACIÓN DE REDES DE GASODUCTOS EN ESTADO ESTACIONARIO Y TRANSITORIO

Carlos F. Torres-Monzón

ctorres@ula.ve

Laboratorio de Turbomáquinas, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes. Mérida, 5101 – Venezuela.

Francisco Hidrobo

hidrobo@ula.ve

Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes. Mérida, 5101 – Venezuela.

Pablo Guillén

pguillen@ula.ve

CESIMO, Universidad de Los Andes. Mérida, 5101 – Venezuela.

German Larrazabal

glarraza@uc.edu.ve

CEMVIC, Universidad de Carabobo. Valencia, 2003 – Venezuela.

Guillermo Montilla

gmontill@uc.edu.ve

Centro de Procesamiento de Imágenes, Universidad de Carabobo. Valencia, 2003 – Venezuela.

Resumen. *En este trabajo se presenta un esquema de paralelización de un modelo de simulación para regímenes estacionario y transitorio de una red de gasoductos. La red del gasoducto está constituida por un conjunto de tramos y nodos. El modelo está caracterizado por la estimación y corrección de presiones en los nodos de la red hasta que se satisfaga un criterio de convergencia bajo balance de flujo másico. Este modelo permite ejecutar de manera concurrente el cálculo inherente en los tramos que constituyen la red, siendo éste el de mayor requerimiento computacional. El paralelismo es codificado en MPI bajo el paradigma maestro/esclavo, el proceso maestro lee la información requerida (topología de la red, las condiciones iniciales y de frontera, y los parámetros mecánicos y térmicos), asigna la carga a cada proceso y calcula el balance global, por su parte, los esclavos calculan el flujo másico para cada uno de los tramos asignados. El esquema de paralelización fue implantado y probado en una red constituida por 12 nodos y 14 tramos, obteniéndose una aceleración máxima de 7.25.*

Palabras Clave: Simulación, Gasoducto, Paralelismo, Pase de Mensajes.

1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se describe un esquema paralelo para la solución del balance hidráulico en redes de gasoductos. El modelo usado para resolver un tramo de tubería es el método de las características siguiendo la metodología empleada por Wylie y Streeter [1]. Sin embargo, el esquema presentado es general y puede ser usado con cualquier otro modelo de tramo de tubería. El trabajo está organizado de la siguiente manera: Ecuaciones básicas, Método de las características, esquema paralelo para régimen estacionario y transitorio, y finalmente resultados obtenidos para un prototipo de red de gasoducto y las conclusiones.

2. ECUACIONES BÁSICAS

Para describir el movimiento de gas en una tubería se realizan las siguientes suposiciones: 1) flujo compresible isotérmico unidimensional; 2) factor de fricción para estado estable; 3) expansión despreciable de las paredes de la tubería debido a los cambios de presión. Siguiendo este planteamiento, las ecuaciones que describen el flujo transitorio de gas en tuberías son la ecuación de estado Ec. (1), la ecuación de continuidad Ec. (2) y la ecuación de momento Ec. (3), modificada por Yow [2] incrementando el primer término de inercia ($\partial \dot{m} / \partial t$) por una constante α^2 :

$$P = z\rho RT, \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{V_w^2}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\alpha^2}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{f V_w^2 \dot{m}^2}{2DA^2 P} + \frac{Pg}{V_w^2} \sin \theta = 0, \quad (3)$$

donde P es la presión absoluta, z es el factor de compresibilidad, R es la constante del gas, T es la temperatura absoluta, \dot{m} es el flujo másico de gas, A es el área transversal de la tubería, D es el diámetro de la tubería, θ es el ángulo de inclinación de la tubería, g es la constante de aceleración debida a la gravedad, y f es el factor de fricción de Darcy. En el presente estudio se asume un factor de compresibilidad constante de $z=1.0$. Bajo la suposición de flujo isotérmico con temperatura constante, la velocidad de onda, V_w es \sqrt{zRT} .

3. MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS

Empleando el método de las características, Wylie y Streeter [1] obtuvieron las ecuaciones de compatibilidad para las ecuaciones de flujo transitorio Ec. (2) y Ec. (3). Aplicando el método de los intervalos de tiempo específicos, al multiplicar e integrar las ecuaciones características (Wylie y Streeter [1]) se obtienen las ecuaciones de compatibilidad discretizadas:

$$C^+ = \frac{\alpha V_w}{A} (\dot{m}_P - \dot{m}_A) + (P_P - P_A) + \frac{f V_w^2 \Delta x (e^s - 1)}{s (P_P + P_A) DA^2} \left(\frac{\dot{m}_P + \dot{m}_A}{2} \left| \frac{\dot{m}_P + \dot{m}_A}{2} \right| \right) + \frac{P_P^2 (e^s - 1)}{(P_P + P_A)} = 0, (4)$$

$$C^- = \frac{\alpha V_w}{A} (\dot{m}_P - \dot{m}_B) - (P_P - P_B) + \frac{f V_w^2 \Delta x (e^s - 1)}{s (P_P + P_B) DA^2} \left(\frac{\dot{m}_P + \dot{m}_B}{2} \left| \frac{\dot{m}_P + \dot{m}_B}{2} \right| \right) + \frac{P_B^2 (e^s - 1)}{(P_P + P_B)} = 0, (5)$$

donde $s = 2g\Delta x \sin \theta / V_w^2$. Los subíndices de las ecuaciones indican la posición de las variables en el plano x-t. Estas ecuaciones son resueltas simultáneamente empleando una solución iterativa para resolver el sistema de ecuaciones algebraicas no-lineales resultante (Burden y Fayres [3]).

4. ESQUEMA DE PARALELIZACIÓN PARA RÉGIMEN ESTACIONARIO

Este esquema está caracterizado por la estimación y corrección de presiones en los nodos de la red, y se basa en la suposición que las condiciones de frontera y la topología de la red permanecen invariantes en el tiempo de simulación. Este esquema se inicia con una estimación inicial de presión en todos los nodos de la red, excepto en los nodos donde la presión es conocida, luego, se calculan los flujos máxicos en todos los tramos a partir de las presiones supuestas y conocidas. Iterativamente se corrigen las presiones en los nodos hasta que se satisfaga un criterio de convergencia. El criterio de convergencia debe satisfacer el balance de flujo máxico en cada nodo y que la corrección de la presión en cada nodo esté por debajo de un umbral definido.

Este esquema hace uso del paradigma de pases de mensajes entre los procesos. Bajo este paradigma existen p procesos ejecutando el mismo código, y mediante estructuras de decisión y teniendo en cuenta el identificador de cada proceso es posible que se realicen cómputos diferentes. El algoritmo propuesto hace uso de esta característica, definiendo un proceso maestro y un conjunto de procesos esclavos, donde el proceso maestro se encarga de:

- Leer la información requerida: topología de la red, condiciones iniciales y de frontera, y parámetros tecnológicos
- Determinar los subconjuntos de tramos que serán procesados por él y por cada uno de los procesos esclavos. El criterio de asignación de carga a cada proceso supone que todos los procesadores tienen la misma capacidad de cómputo y por tanto intenta asignar la misma cantidad de tramos a cada proceso.
- Enviar la información de cada tramo al proceso donde será ejecutado.
- Calcular los tramos asignados a él.
- Recibir la información de los tramos calculados en cada esclavo.
- Determinar el balance global y corregir en caso de ser necesario las presiones en los nodos.

Por su parte cada esclavo:

- Recibe la información inicial de los tramos, y las presiones corregidas por el maestro en cada iteración.
- Calcula el flujo máxico para cada uno de los tramos que tiene asignados.
- Envía el flujo máxico de cada tramo al proceso maestro.

Para este algoritmo se requiere hacer comunicación de los esclavos al proceso maestro. En la comunicación inicial el maestro envía a los esclavos toda la información estática de los tramos y, cuando se ha logrado la convergencia, los esclavos envían los resultados. Para esto el maestro envía a cada esclavo solamente la información de los tramos a procesar.

5. ESQUEMA DE PARALELIZACIÓN PARA RÉGIMEN TRANSITORIO

El algoritmo para el régimen transitorio es una modificación del algoritmo estacionario, incluyendo la variable temporal, la verificación de la convergencia por tramo y el uso de un método de solución para régimen transitorio. Sin embargo, se introdujo un mecanismo que permite reducir la cantidad de cómputo en cada proceso. Este mecanismo consiste en procesar solamente aquellos tramos donde no se satisface un criterio de convergencia para las presiones en los nodos que unen al tramo.

6. ESPECIFICACIÓN DEL PROTOTIPO

Para el proceso de validación del algoritmo de paralelización se desarrolló una aplicación de prueba que permite resolver un sistema simplificado de regímenes de funcionamiento estacionario y transitorio para una red de gasoductos, aplicando el esquema de paralelización propuesto. La red de prueba está conformada por 12 nodos y 14 tramos. La topología de la red se muestra en la Fig. 1.

6.1 Hardware y software

Para la aplicación de prueba se hizo uso de las siguientes herramientas computacionales: Biblioteca de pase de mensajes MPI (Message Passing Interface) [4] y un cluster compuesto por 16 nodos duales Opteron AMD.

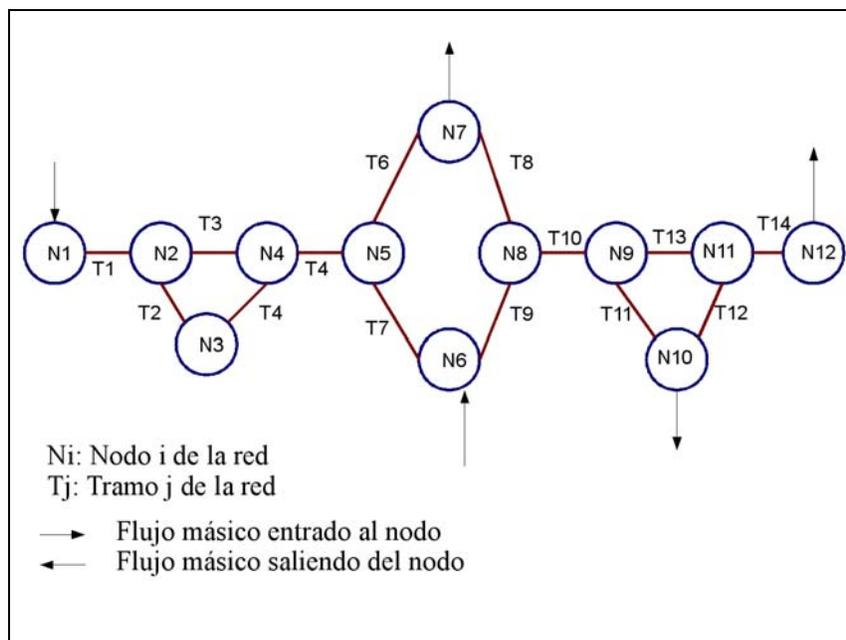


Figura 1. Topología de la Red.

7. RESULTADOS

7.1 Régimen estacionario

En la Fig. 2 se presenta la aceleración obtenida con la estrategia de paralelización para el régimen estacionario. La aceleración es obtenida empleando la fórmula $a = T_s / T_p$ donde T_s corresponde al tiempo de ejecución secuencial y T_p corresponde al tiempo de ejecución considerando p procesadores. Se puede observar que hasta un número de 7 procesadores la aceleración resulta lineal, esto se manifiesta en vista que al asignar los tramos de la red que estamos considerando, cada procesador posee una carga similar de trabajo, entre 8 y 13 procesadores la aceleración se mantiene constante y por debajo de la linealidad, en este caso existen procesadores con una carga mayor de trabajo que otros, y finalmente para 14 procesadores aumenta la aceleración acercándose a la linealidad, en este caso cada procesador posee exactamente la misma carga de trabajo porque la red tiene 14 tramos.

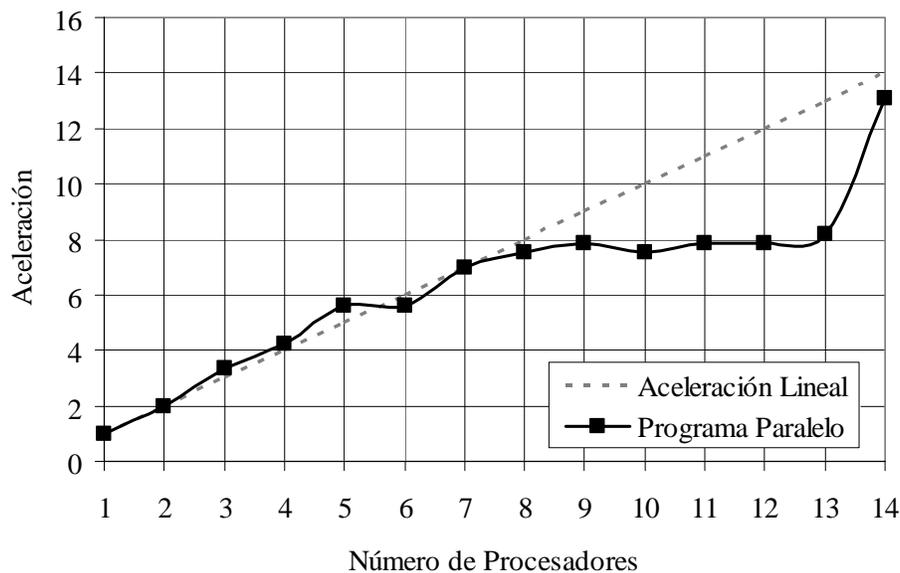


Figura 2. Aceleración para régimen estacionario.

7.2 Régimen transitorio

Para la ejecución de la aplicación, se tomó un tiempo de simulación de 4000 segundos y un paso de tiempo de 20 segundos. Además, se introduce una variación en el flujo másico del primer nodo de la red a los 20 segundos.

En la Fig. 3 se presenta la aceleración obtenida con la estrategia de paralelización para el régimen transitorio. Como se puede observar la aceleración se va incrementando hasta un número de 8 procesadores, entre 8 y 12 procesadores la aceleración se mantiene constante y finalmente para 13 y 14 procesadores la aceleración aumenta. La discusión con respecto a la carga de trabajo de cada procesador es similar en este régimen al caso estacionario, adicionalmente entra en consideración la cantidad de iteraciones necesarias por proceso para que se satisfaga el criterio de

convergencia y el hecho que para algunos tramos se logra convergencia local antes, con lo cual estos tramos no son calculados.

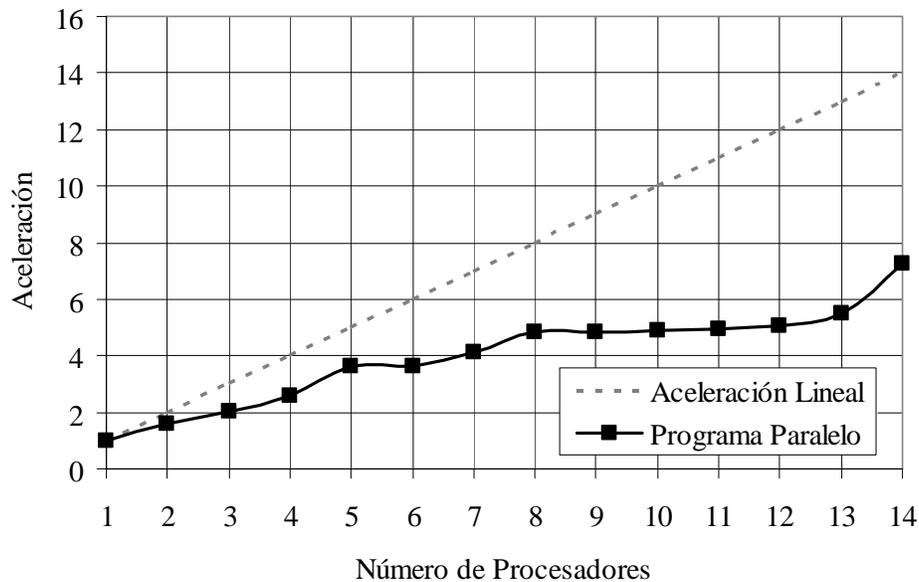


Figura 3. Aceleración para régimen transitorio.

8. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un esquema de paralelización del método de las características para la simulación de regímenes estacionario y transitorio de una red de gasoductos. El esquema de paralelización implantado en un prototipo de una red constituida por 12 nodos y 14 tramos, mostró una aceleración máxima de 12.6 en régimen estacionario y de 7.25 en régimen transitorio. En vista de la alta eficiencia computacional obtenida mediante el esquema de paralelización desarrollado, este esquema puede ser usado para el cálculo de múltiples escenarios asociados al transporte de gas en redes de gasoductos.

Este trabajo forma parte de una investigación inicial, estudios posteriores incluirán otros modelos físicos para el transporte de gas y equipos inherentes al sistema de transporte.

REFERENCIAS

- [1] Wylie, E. B., & Streeter, V. L. *Fluid Transients*. McGraw Hill, 1978.
- [2] Yow, W., Analysis and Control of Transient Flow in Natural Gas Piping Systems. Ph.D. Dissertation, University of Michigan, 1971.
- [3] Burden, R. L., & Faires, D. J., *Numerical Analysis*. Brooks Cole, 2002.
- [4] MPI-The Complete Reference. Volume 1, The MPI Core. Second Edition. The MIT Press. 1998.

SIMULATION OF THE DRYING STRESSES IN WOOD

Carlos H. SALINAS L.

casali@ubiobio.cl

Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad del Bío-Bío, Av. Collao 1202, Concepción, CHILE.

Rubén ANANIAS A.

anantias@ubiobio.cl

Departamento de Ingeniería en Maderas, Universidad del Bío-Bío, Av. Collao 1202, Concepción, CHILE.

Yerko GATICA L.

ygatica@ubiobio.cl

Doctoral Program (c), Ciencias y Industrias de la Madera, Universidad del Bío-Bío, Av. Collao 1202, Concepción, CHILE.

Cristian A. CHAVEZ T.

crchavez@alumnos.ubiobio.cl

Master's Program (c), Ciencias y Tecnología de la Madera, Universidad del Bío-Bío, Av. Collao 1202, Concepción, CHILE.

Abstract. *The drying of solid wood and associated stresses are simulated by applying the Control Volume Finite Element Method (CVFEM) to a transversal section of solid wood on the radial/tangential plane. The transport of moisture content and stresses produced by its gradients associated with the phenomena of shrinkage and mechanical sorption were modeled simultaneously. In particular, we used a CVFEM program (Fortran 90) that allows integrating a differential equation of non-linear transient diffusion, defining triangular finite elements with linear interpolation of the independent variable within itself. The model is validated by comparing the experimental and analytical results. Finally, we show the original results of the simulation applied to the drying of solid wood.*

Key words: Simulation, Drying, Wood, Stress, CVFEM

1. INTRODUCTION

The present study focuses on heat and mass transfer coupled with strain/stress problem during drying process in terms of modeling and simulating the drying of solid wood. A collection of related works is given by Turner and Mujumdar [1] and an updated review of these methods is given in [2]. For this potential model [3,4] was adopted.

The effects of heat and mass transport cause strain/stress within the wood. Modeling this phenomenon is a complex process due to the effects that the drying process produces on the wood. These lead to stresses that cause permanent and transitory deformations due to variations of moisture contents. Some work for two dimensional model are given in [5-8]. Numerically, we use the Control Volume Finite Element Method (CVFEM) to solve the transport and deformation equations induced during the drying process[9].

The aim of the present work is concerning with two dimensional simulation of the drying/stress problem, following systematic variations of geometric and physical parameters for the analysis of stability and consistency of the algorithms developed. Moreover, we validate the results obtained by comparing them with the experimental, numerical and analytical data available in the literature.

2. PHYSICAL MODEL

We study a physical model of the wood strain/stress problem during drying process. We consider the non-uniform transitory effects induced by the variation in the moisture content (M); that is: stress (s_{ij}), strain (e_{ij}), and displacements ($u_i = (u, v)$).

As shown in Fig. 1, we consider a transversal two-dimensional section of wood on the radial-tangential plane. The properties are given in Table 1. The dimensions of this piece of wood are: wide $L=0.045$ (m) and thickness $H=0.045$ (m).

The initial and contour conditions are: a) Moisture content transport problem: initial moisture content of $M=M_{ini}$, Neumann-type contour conditions of no-flow on the symmetry axes ($x=L/2$ and $y=0$), and surface convection of $x=0$ and $y=H/2$; and b) Strain/stress problem: a non-deformed initial state ($s_{ij}=e_{ij}=u_i=0$), Dirichlet-type contour conditions on the symmetry axes ($u=0$ on $x=L/2$ and $v=0$ on $y=0$), and free contour conditions on the surfaces $x=0$ and $y=H/2$.

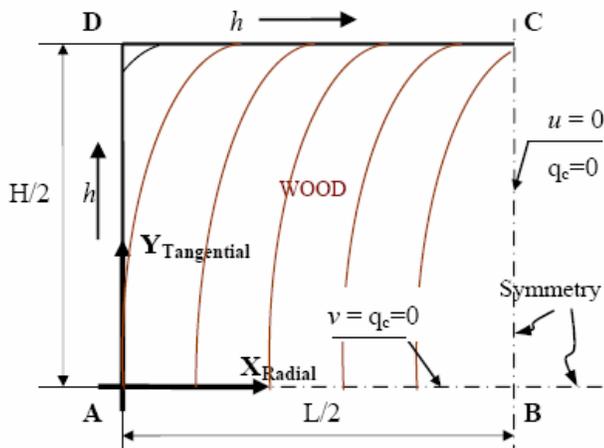


Figure 1. Diagram of the physical problem.

Table 1: Wood properties

Temperature (°C)	20	35	50
h ($\text{kg}^2/\text{m}^2\text{s J}$)	4.43e^{-10}	5.82e^{-10}	9.36e^{-10}
G (1)	0.407	0.427	0.419
Elasticity (MPa)	250		
Shrinkage ($1/^\circ\text{C}$)	0.1		
Creep ($1/\text{Pa}$)	$-1.0\cdot\text{e}^{-7}$		
Poisson ratio (1)	0.25		
M_{ini} (%)	135		
CHE (%)	10		

3. THE MATHEMATICAL MODEL AND NUMERICAL MODEL

The mathematical model for local variation of moisture content based on water potential concept [3] was used. In particular, as implemented in [4], the transport is described indirectly through the water potential ψ (J/kg) considering wood to be a two-dimensional orthotropic medium on the plane xy . This can be expressed as¹:

$$\frac{\partial}{\partial t}(c_\psi \psi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{xx} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_{yy} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \quad (1)$$

where k_{xx}, k_{yy} conductivity ($kg^2 / m s J$) and $c_\psi = G\rho \frac{\partial M}{\partial \psi}$ capacity ($kg^2 / J m^3$).

The physical parameters to be determined experimentally are conductivity k_{xx} and k_{yy} in the directions X and Y , respectively, and the variation of moisture content to the potential ($\partial M / \partial \psi$).

For two-dimensional stress, induced by non-uniform distribution of moisture content, based on mechanical equilibrium [10] was modeled through an implicit function of five parameters that define an initial deformation $\boldsymbol{\varepsilon}^0$: shrinkage α , mechano sorptive creep coefficient m , stress $\boldsymbol{\sigma}$, variation of concentration ΔC and, in the case of plane deformation, the Poisson ratio ν . That is:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^0) + \boldsymbol{\sigma}_0 \quad (2)$$

Where

$$\boldsymbol{\varepsilon}^0 = \boldsymbol{\beta} \Delta C = \begin{cases} \begin{Bmatrix} (\alpha + m\sigma_{xx}) \\ (\alpha + m\sigma_{xx}) \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta C & \text{for stress plane or} \\ \begin{Bmatrix} (1+\nu)(\alpha + m\sigma_{xx}) \\ (1+\nu)(\alpha + m\sigma_{xx}) \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta C & \text{for strain plane} \end{cases}$$

The above mathematical models were integrated numerically using Control Volume Finite Element Method (CVFEM) to solve the transport and deformation equations induced during the drying process [9].

4. RESULTS

4.1. Transport of moisture content in wood

Below are shown results of transient moisture content transport on a two-dimensional section of the *aspen* wood on the radial-tangential plane. The drying problem is modeling as discussed in the item 2, it is illustrated in Fig. 1 and its properties are given in Table 1.

Figure 2 shows moisture content simulated for T equal to 35 (°C). We can see in Fig. 2a the advance of the drying front: greater concentration of moisture content isolines reflect greater gradients. The orthotropic behavior can be observed in the lack of polar symmetry. The drying curves obtained by the present model with those experimental results was shown by Fig. 2a. The good agreement observed shows that this captures the essence of the physical phenomenon under study.

¹ The coefficients c_ψ, k_{xx} and k_{yy} are dependent on the variable transported.

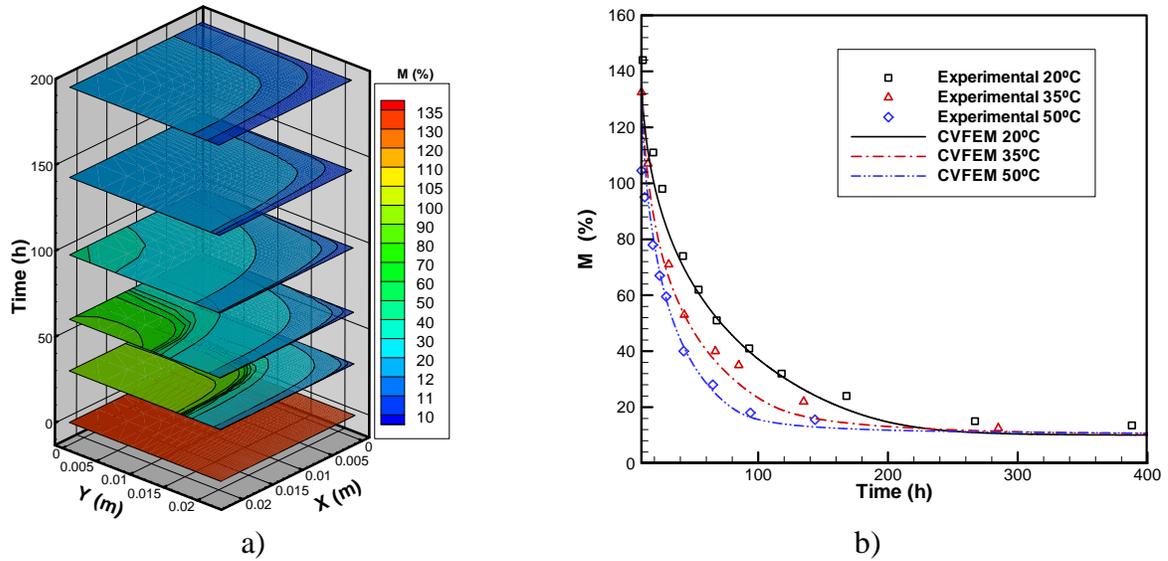


Figure 2. Moisture content simulation: a) Drying fronts y b) Drying curves.

4.2. Heat diffusion and thermal stresses

The transient two-dimensional simulation of heat transport and the associated stresses was done for a steel plate (See Fig. 2a). The plate dimensions are: length $L=0.6$ (m) and height $H=0.2$ (m). The contour condition effects considered are: restricted displacement in the Y direction of layer AD ($v=0$ in $y=0$), restricting in the X direction in the layer BC ($u=0$ in $x=L$), and freedom in the layers CD and DA. Naturally, point B is restricted in X and Y ($(u,v)=(0,0)$ in B). This problem has an analytical solution [11].

The non-uniform distribution of temperatures produces stresses induced by dilatation, as it does when sustained over time (creep). The modeling of these stresses can be done in a manner equivalent to that of stresses presented for the variation of moisture content in wood. In particular, for an initial deformation ϵ^0 in function of: thermal dilatation α , creep coefficient m , stress σ , temperature variation ΔT , and for plane strain, the Poisson ratio ν .

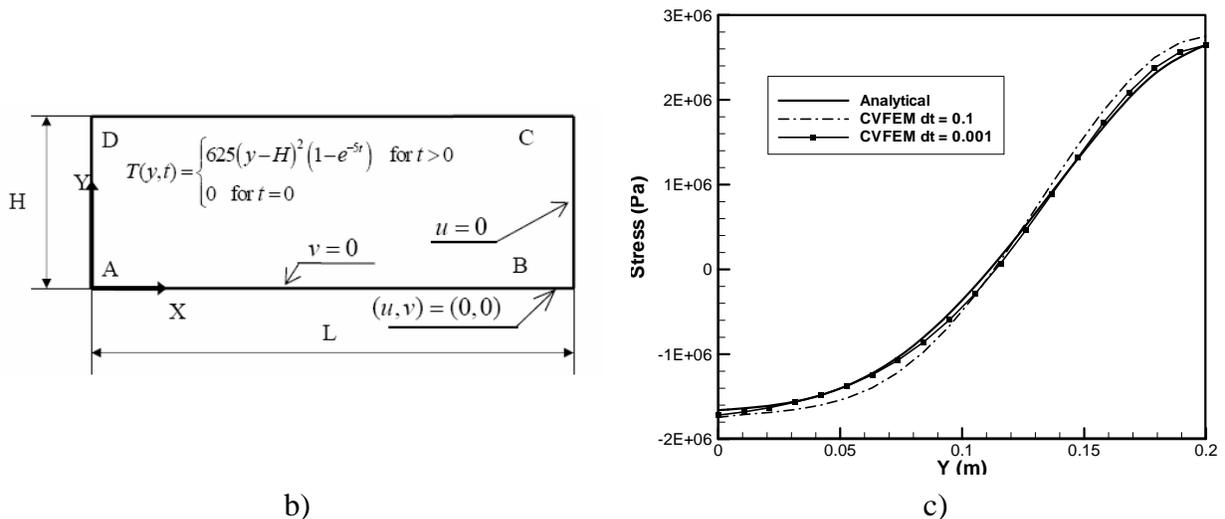


Figure 3. Two-dimensional thermal stress: a) Scheme of problem, b) Normal stress at BC layer.

Figure 3 shows results for $t=1$ (h). It reveals the consistency in terms of the imposition of contour conditions and qualitative performance (Fig. 3b). The analysis of convergence and consistency related to the size contrasted with the analytical solution, as shown in Fig. 3b.

4.3. Moisture content and drying stresses

Below are shown results of computer code for moisture content coupled with strain/stresses problem in a piece of *aspen* wood during the drying process. For this, we determine, in each time of integration, the distribution of moisture content that allows a later calculation of the free deformations (ϵ^0) that motivate drying stresses.

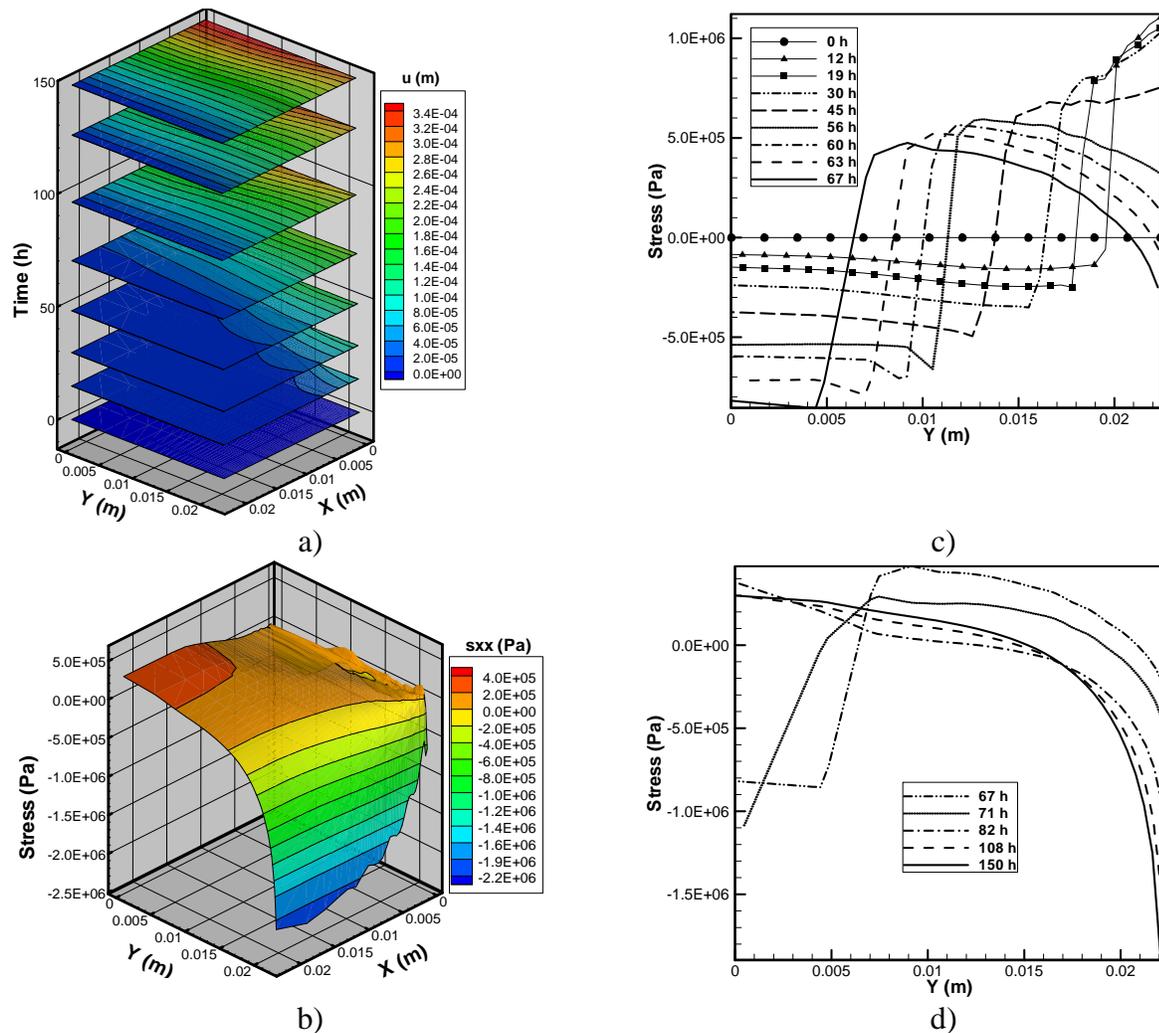


Figure 4. Transient stress simulation: a) Displacement, b) Stress σ_{xx} , c) Transitory stress σ_{xx}

Figure 4 shows spatial distributions of the calculation parameters for the strain/stress problem for the permanent state (400 h) and drying temperature equal to 50°C. In Fig. 4a we can appreciate the implementation of the contour conditions and as the greatest displacements concentrate on the restriction of a degree of freedom. Figure 4b shows in detail how the normal stresses concentrated in A, B, and C (see Fig. 1), focusing on tension in A and C (surface) and

compression in B (center). Figure 4 c y d shows the transitory evolutions of the stresses in the center and the surface of the domain of calculation, points B and C of Fig. 1. There, the dynamic of the variation of the intensities of the normal stresses can be appreciated. Basically, at the onset of drying on the surface and in the center, we observe a marked tension and slight compression, respectively. This contrasts with the final state of stresses at the end of the drying, in which the normal stresses are inverted. The latter is one of the relevant characteristics of the simulated physical problem. Of course, at initial drying the surface stress have one oscillatory performance because the critical drying condition.

5. CONCLUSIONS

The results like presented in Fig. 2 y 3 lead us to conclude that the two-dimensional simulation of moisture content transport and associated stress/strain phenomenon was effective.

The results of the application shown in Fig. 4 indicate consistent qualitative results, in terms of the simulation of the phenomenon of moisture content transport correlated with the stresses associated with the moisture content gradients during the transient process of wood drying.

Furthermore, are not high differences in residual stresses for drying temperature studied. Nevertheless there are hard differences in how the transitory stress are performed.

REFERENCES

- [1] Turner, I. and A.S. Mujumdar, *Mathematical modeling and numerical techniques in drying technology*, Marcel Dekker Inc., New York, 1997.
- [2] Hernandez, R. and P. Quinto. "Secado en Medios Porosos: Una Revisión a las Teorías Actualmente en Uso", *Cinética*, vol. **9**, num 2, pp 63-71, 2005.
- [3] Cloutier, A. and Y. Fortin. "Wood drying modelling based on the water potential concept: Effect of the hysteresis in the M- ψ relationship", *Drying Tech.*, **12(8)** 1793-1814, 1994.
- [4] Salinas, C., R. Ananias and M. Alvear. "Simulación del secado convencional de la madera", *Maderas Ciencia y Tecnología*, **6(1)**: 3-18, 2004.
- [5] Turner, I.W. and W. J. Ferguson. "Unstructured mesh cell-centered control volume method for simulating heat and mass transfer in porous media: Application to softwood drying, part I and II", *Appl. Math. Modeling*, vol **19**, pp 654-667 and pp 669-674, 1995.
- [6] Lin J. and A. Cloutier. "Finite element modelling of the viscoelastic behaviour of wood during drying. 5th IUFRO International wood drying conference", 117-122, 1996.
- [7] Ferguson W. J. "The control volume finite element numerical solution technique applied to creep in softwoods", *Int. J. Solid Structures*, vol. **35**, N° 13, pp 1325-1338, 1998.
- [8] Kang W. and J. H. Lee. "Simple analytical methods to predict one-an two-dimensional drying stresses and deformations in lumber", *Wood Sci. Tech.*, **38**,417-428, 2004.
- [9] Baliga B.R. and S.V. Patankar. "A control volumen finito element method for two dimensional incompressible Fluid flow and heat transfer", *Num. Heat Transfer*, vol **6** pp 245-261, 1983.
- [10] Zienkiewicz, O.C. and R.L. Taylor, *The Finite Element Method*, Fifth edition, published by Butterworth-Heinemann, 2000.
- [11] Boley B. A. and J. H. Weiner, *Theory of Thermal Stresses*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1960.

ESTUDIO DE FLUJO TURBULENTO CARGADO CON PARTÍCULAS SÓLIDAS A TRAVÉS DE UN CANAL

María J. Torres

mtorres@unet.edu.ve

Departamento de Ingeniería Mecánica. Universidad Nacional Experimental del Táchira
Av. Universidad. Paramillo. San Cristóbal-Venezuela

Javier García

garcia@etsii.upm.es

Departamento de Ingeniería Energética y Fluidomecánica. ETSII Universidad Politécnica de Madrid- España

Resumen. En el presente trabajo se estudia el flujo turbulento cargado con partículas sólidas a través de un canal. Para ello se utiliza un programa comercial de dinámica de fluidos computacional, cuyo esquema de discretización es el de volúmenes finitos. La fase fluida (aire) se estudia mediante un enfoque Euleriano y la fase dispersa (partículas sólidas) mediante un enfoque Lagrangiano; respecto al acoplamiento hidrodinámico entre las fases, solo se considera la acción de la fase fluida sobre la fase dispersa (one-way coupling) para una concentración másica determinada. Se desarrolla un estudio de convergencia de malla y los resultados numéricos se comparan con datos experimentales.

Palabras clave: Flujo turbulento con partículas sólidas

1. INTRODUCCIÓN.

El flujo turbulento cargado con partículas sólidas constituye uno de los casos de flujo multifásico de mayor complejidad y aplicación en el campo de la ingeniería. En el presente trabajo se resuelve inicialmente el flujo turbulento incompresible monofásico (aire) a través de un canal usando las ecuaciones RANS. Una vez resuelto el flujo monofásico se incluyen partículas sólidas y se estudia el efecto que tiene el fluido sobre la dinámica de las mismas. Los resultados obtenidos son comparados con datos experimentales.

2. SOLUCIÓN DEL CAMPO DE FLUJO DE LA FASE DE TRANSPORTE (AIRE).

2.1 Descripción de la geometría.

En la Fig. 1 se muestra el canal, el cual está constituido por dos placas planas paralelas separadas entre si por una distancia 2δ , siendo δ el semiancho del canal.

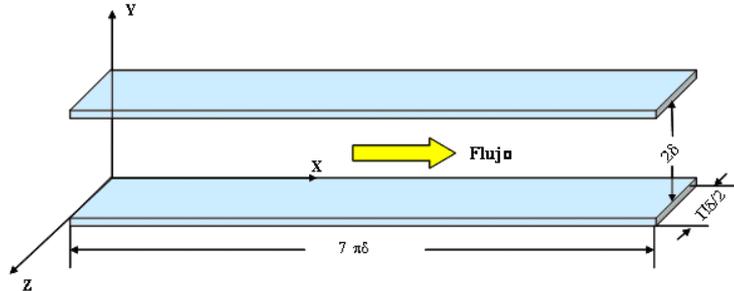


Fig. 1. Canal de flujo

2.2 Características de la malla.

Se utiliza una malla estructurada de elementos *hexaédricos* de 8 nodos. El espaciamiento es uniforme en las direcciones “x” y “z” y no uniforme en la dirección “y”. La distribución de nodos en la dirección “y” se realiza usando una función de estrechamiento que pretende agrupar mayor cantidad en las cercanías de la pared igualmente distribuidos a ambos lados de la línea central del canal.

2.3 Ecuaciones gobernantes.

Las ecuaciones que gobiernan el flujo de aire a través del canal son: continuidad (Ec.(1)) y cantidad de movimiento (Ec.(2)):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial x_k} (u_k u_i) \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \overline{\rho u_i' u_k'} \right] \quad (2)$$

2.4 Detalles computacionales de la solución del campo de flujo de la fase de transporte usando ecuaciones RANS.

En la Tabla 1, se especifican los detalles relacionados con el método de solución de las ecuaciones RANS:

Tabla 1. Detalles de la estrategia de solución con RANS.

Ítem	Selección
Método de solución.	Segregado implícito
Esquema de discretización del término convectivo.	MUSCL
Esquema de discretización del término difusivo.	Diferencias centrales
Esquema de interpolación de la presión.	PRESTO
Método de acoplamiento presión-velocidad.	SIMPLE
Método de solución de las ecuaciones lineales	Gauss-Seidel.
Modelo de turbulencia	$\kappa - \varepsilon$ estándar

2.5 Condiciones iniciales y de frontera.

Como condición inicial se impone un campo de velocidad uniforme $u = 10.35 \text{ m/s}$, correspondiente a la velocidad promedio calculada a partir del número de Reynolds basado en el semiancho del canal ($Re_b = 13800$). Los valores iniciales de energía cinética turbulenta y tasa de disipación, se estiman a partir de la intensidad turbulenta en la línea media del canal y la altura de la capa límite reportados por Kulick, Fessler and Eaton [1]. Respecto a las condiciones de frontera, se especifica un perfil de velocidad uniforme en dirección normal a la entrada del canal; presión de descarga igual a la atmosférica, intensidad turbulenta a la entrada del dominio igual a 4% y longitud de escala turbulenta $\ell = 0.02m$.

2.6 Estudio de convergencia de malla.

Para la determinación del índice de convergencia de malla (GCI por sus siglas en inglés), de acuerdo a la metodología propuesta por la AIAA [2], se emplea como variable global el coeficiente de arrastre definido como $C_f = \tau_w / (1/2 \rho U_b^2)$, donde τ_w es el esfuerzo cortante en la pared del canal y U_b es la velocidad promedio del flujo. En la Tabla 2, se presentan las dimensiones de las mallas desarrolladas y el índice de convergencia de la malla más fina.

Tabla 2. Índice de convergencia de malla

Malla	Dimensiones	C_f	GCI^{21}
1	146 x 96 x 64	0.007300	3.11%
2	98 x 64 x 43	0.007642	

El GCI^{21} calculado indica que existe una diferencia porcentual igual a 3.11% entre el coeficiente de arrastre calculado con la malla fina (malla 1) y el que pudiera obtenerse con malla con espaciamiento $h=0$ (solución extrapolada). Este valor indica una convergencia de malla adecuada; de acuerdo a lo anterior se emplea la malla 1.

2.7 Resultados.

Inicialmente, el análisis de resultados está sobre la base de comprobar el cumplimiento de la ley de pared en la capa logarítmica, para ello se representan el perfil u^+ vs. y^+ para el caso actual y el perfil teórico (Fig. 2).

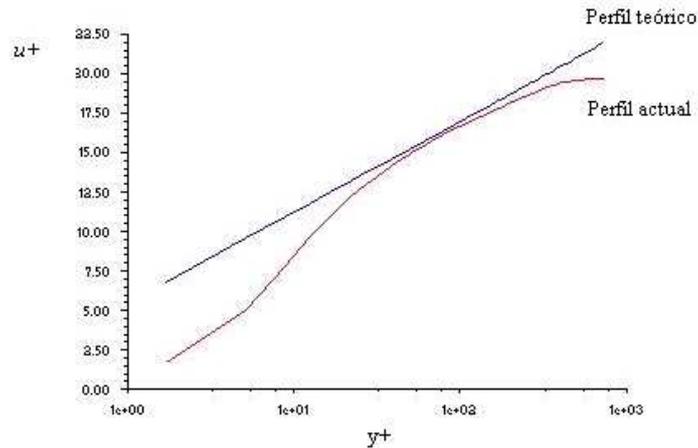


Fig. 2. Perfiles de velocidad del aire (teórico y actual)

En la figura anterior se observa una buena aproximación entre el perfil de velocidad de la simulación con RANS y el perfil teórico en la zona logarítmica; también se observa en la subcapa viscosa el perfil de velocidad lineal.

3. INCLUSIÓN DE LA FASE DISPERSA.

Una vez resuelto el campo de flujo de la fase de transporte (aire), se procede a la inclusión de las partículas sólidas, las cuales se consideran esféricas, lisas y sin efectos de transferencia de calor y/o masa. Se emplean datos correspondientes a diversas concentraciones máxicas de partículas sólidas de cobre.

3.1 Ecuaciones gobernantes.

A continuación se presentan las ecuaciones que gobiernan la dinámica de las partículas sólidas, escritas con un enfoque Lagrangiano son:

$$u_p = \frac{dx}{dt} \quad (3)$$

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{1}{\tau_p} (u - u_p) + a_{\text{aceleración debida a fuerzas distintas al arrastre viscoso}} \quad (4)$$

Respecto a las fuerzas que actúan sobre las partículas, se considera la fuerza gravitatoria (en la misma dirección y sentido del flujo de transporte) y la fuerza de arrastre viscoso (se toma el coeficiente de arrastre esférico); dado que en todos los casos $\alpha_p^{1/3} \ll 1$ no se toma en cuenta la colisión entre partículas (flujo diluido), asimismo la relación $\rho_p/\rho_f \gg 1$, por lo que no se considera la fuerza de Basset, ni la fuerza de inercia del fluido desplazado por la partículas. Los choques con las paredes del canal se consideran elásticos con coeficientes de restitución iguales a 1. La inyección de partículas se lleva a cabo desde una superficie creada en la entrada del canal, la cual tiene 8556 celdas aproximadamente equiláteras. La velocidad de las partículas en la inyección coincide con la velocidad del fluido. Seguidamente se resuelve el flujo turbulento cargado con partículas sólidas. Se estudia un caso en el que se emplean partículas de cobre. En la Tabla 3, se muestran detalles del caso descrito.

Tabla 3. Caso de estudio: partículas de cobre de diferente diámetro.

Nº partículas	Diámetro (μm)	ρ_p (Kg/m^3)	ϕ (%)	α_p	τ_p (ms)	St
8556	70	8800	2	2.8e-06	130.37	67.5

La Figura 3, muestra los perfiles de velocidad de partículas de cobre de diferentes diámetros y del fluido, obtenidos en la simulación.

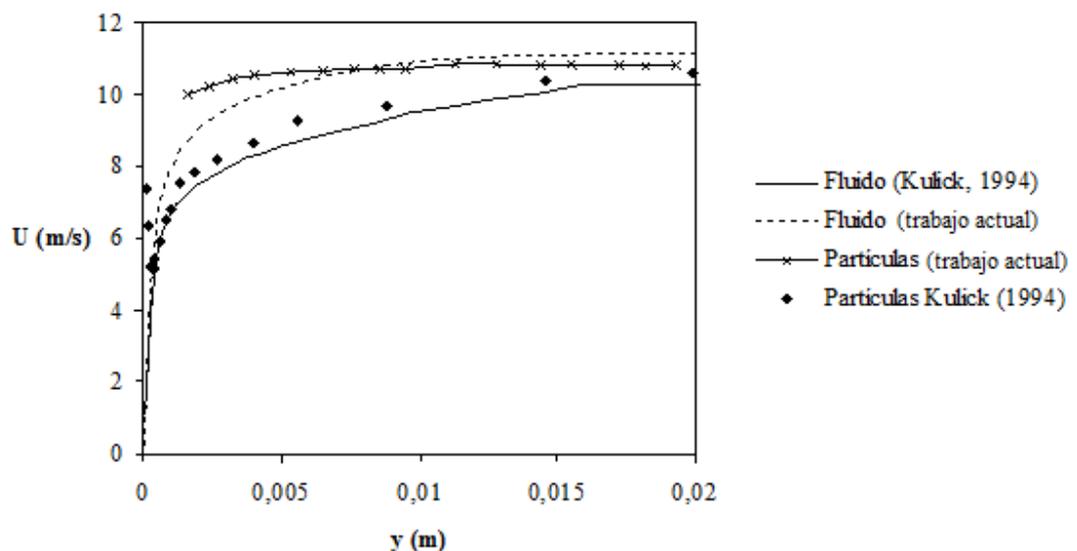


Fig. 3. Perfiles de velocidad de las partículas y del fluido

En cuanto al perfil de velocidad de las partículas se observa que es más plano que el del fluido en el caso experimental y en la simulación objeto del trabajo. Sin embargo en los resultados obtenidos por Kulick et al. [1], se observa que las partículas de cobre se aceleran en

mayor medida en las cercanías de la pared y su velocidad es superior a la del fluido a lo largo del semiancho del canal, la velocidad de deslizamiento de la partícula es positiva.

En el perfil de las partículas obtenido en la simulación, se observa que las mismas tienen una velocidad de deslizamiento positiva en las cercanías de la pared pero la misma decrece y se hace negativa hacia el centro del canal. Esto puede deberse a la influencia de la inercia de las partículas y a la pérdida de energía que las mismas experimentan cuando chocan con las paredes del canal sobre la incapacidad de mantenerse con una velocidad mayor que la del gas.

Conclusiones

En el presente trabajo se desarrolló la simulación de flujo turbulento cargado con partículas sólidas a través de un canal. La solución obtenida con las ecuaciones RANS es bastante aproximada a la solución teórica pero con las limitaciones de precisión de la solución de todas las escalas de la turbulencia impuestas por el uso del modelo.

Las partículas poseen una velocidad inferior a la del fluido (en el centro del canal), lo cual es congruente con el número de Stokes correspondiente al caso simulado.

REFERENCIAS

- [1] Kulick, J. D., Fessler, J. R., Eaton, J. K. *Particle response and turbulence modification in fully developed channel flow*. J. Fluid Mech, 277: 109-134, 1984.
- [2] AIAA, *Guide for the Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulations*, G-077-1998.

Model Inter-Comparisons Between Two Curvilinear Hydrodynamic Ocean Models

Abouali M., García M., Torres C., Castillo J.

Mohammad Abouali

Mariangel García

José Castillo

mabouali@sciences.sdsu.edu

mgarcia@sciences.sdsu.edu

castillo@myth.sdsu.edu

San Diego State University

San Diego CA 92182 -1245, USA

Carlos Torres

ctorres@sciences.sdsu.edu

Instituto de Investigaciones Oceanológicas

Universidad Autónoma de Baja California

Km 107 Carr. Tijuana-Ensenada,

Ensenada 22800, B. C. México

Abstract. *During the course of developing a fully 3D curvilinear ocean model different numerical aspects have been evaluated through a comparison between two ocean models, the Princeton Ocean Model (POM) and the General Curvilinear Ocean Model (GCOM). GCOM uses general curvilinear coordinate in all three directions, and it can be used in a wider range of problems. In this work, simulations are performed for the seamount problem using both models and results are presented along with a discussion of the results.*

Key words: Three-dimensional Curvilinear Coordinate, Ocean Modeling, Seamount

1 INTRODUCCION

Nearly two third of the entire world populations are leaving by the coast and their life is somehow affected by the coastal regions. This motivate us to study the ocean and understand how it is affecting or being affected. Using a numerical model is one of the methods to study the ocean and advances in the processing powers, computer technology, and numerical methods has lead to a more robust numerical models and more detail studies of the ocean. General Curvilinear Ocean Model (GCOM) started about 10 years ago by Prof. Castillo and Prof. Torres. The original model was written in FORTAN 77 [1, 2, 3]. 'GCOM: Next Generation', (GCOM-NG) is the next generation of the GCOM project. GCOM-NG is fully written from scratch using FORTRAN 90

standard. It uses a staggered grid and the thermodynamic equations are included in this new code. The UNESCO Equation of State (EOS) is added to calculate the density. The following is the full description of the GCOM-NG and at the end its results in a seamount test case is shown.

2 Governing Equations

GCOM-NG is a non-dimensional model. Having the model in the non-dimensional form facilitates the comparison between different flow problems and helps the interpretation of the results [4]. All the following equations are non-dimensional unless it is told otherwise. GCOM-NG uses Primitive Navier-Stokes equations with Boussinesq approximations [5]. The full non-dimensional momentum equation used in GCOM-NG is:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} - \frac{1}{Ro} \epsilon_{i,j,k} u_j + \frac{\rho'}{\rho^*} \frac{1}{Fr^2} \delta_{i3} = 0 \quad (1)$$

where Re is the Reynolds number. Ro , is Rossby number. Finally, Fr is Fourd Number. The buoyancy term in Eq. 1 is expanded as in [6, 7, 5]. The conservation of heat and Salt equation are:

$$\frac{\partial(\theta, s)}{\partial t} + u_j \frac{\partial(\theta, s)}{\partial x_j} = \frac{1}{Pr_{(\theta,s)}} \frac{1}{Re} \frac{\partial^2(\theta, s)}{\partial x_j^2} + Q_{(\theta,s)} \quad (2)$$

Pr_θ is the Prandtl number and Pr_s is the Schmidt number.

UNESCO equation as defined in [8, 9, 10, 11, 12, 13, 14] is used to calculate density of the seawater based on its pressure, salinity, and temperature. There are different methods to calculate pressure [15, 16, 17]. By applying the divergence on the momentum equation, and applying the continuity equation the non-hydrostatic equation for the pressure can be achieved as follow:

$$\nabla^2 p = \frac{\nabla \cdot \vec{u}^n}{\delta t} - \nabla \cdot [(\vec{u}^n \cdot \nabla) \vec{u}^n] + \nabla \cdot \left[\frac{1}{Ro} (v^n \hat{i} - u^n \hat{j}) \right] - \frac{1}{\tilde{Fr}^2} \quad (3)$$

where the superscript n means the current time, and δt is the non-dimensional time step and $\tilde{Fr} = \frac{U^*}{NL^*}$, where N is *Brunt – Väisälä*, $N^2 = -\frac{g}{\rho^*} \frac{\partial \rho}{\partial z^*}$.

The equations are transformed from Cartesian coordinate, (x, y, z) to curvilinear coordinate, (ξ, η, ς) . The detail of this transformation is discussed in [18] and [3].

Central finite difference, second order, was used for spatial discretization; except for the non-linear term where the forth-order scheme defined in Kawamura [19] is used. The Forward explicit time stepping was used for the time discretization. Successive Over Relaxation (SOR) iterative method is used to solve Poisson's equation.

3 Seamount and GCOM

A seamount is generated using $z_{i,j,k} = L_z(1 - ae^{-sL_0})f_k$, where in this case $a = 0.5$ and $L_0 = 10$ and f_k is a scaling function that causes more grid points to be distributed close to the bottom of the domain. The non-dimensional size of the domain is $4 \times 2 \times 1$ and $96 \times 32 \times 32$ grid points is used along the x , y , and z respectively. A linearly increasing from bottom to top velocity profile is applied at the left face. Top face is the free slip, bottom face is the no-slip and sides are periodic

boundary condition. The derivative of the normal component of velocity on the right face is set to zero. The velocity profile is shown in [1](#)

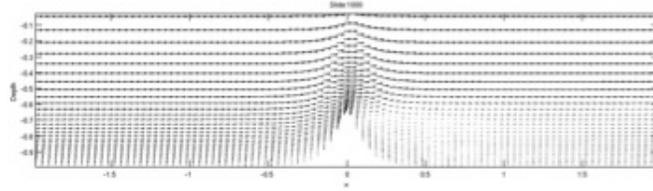


Figure 1: Velocity profile in a vertical plane passing in the middle.

3.1 Energy of the system

One of the methods to look at the results of a model is by graphing its energy and maximum speed. There are two things that one has to pay attention in these graphs. (1) If there is any oscillations in the graph? (2) If the values are reaching a stable level? The less oscillations in the graph the more desirable the results are. In case of any oscillations, those have to be bounded. As the forcing during the entire simulation has been kept constant, at some point the system must reach a stable position. And this means that the graph should reflect this. The volume averaged Kinetic Energy and Barotropic Energy is calculated. The results are shown in [Fig. 2](#).

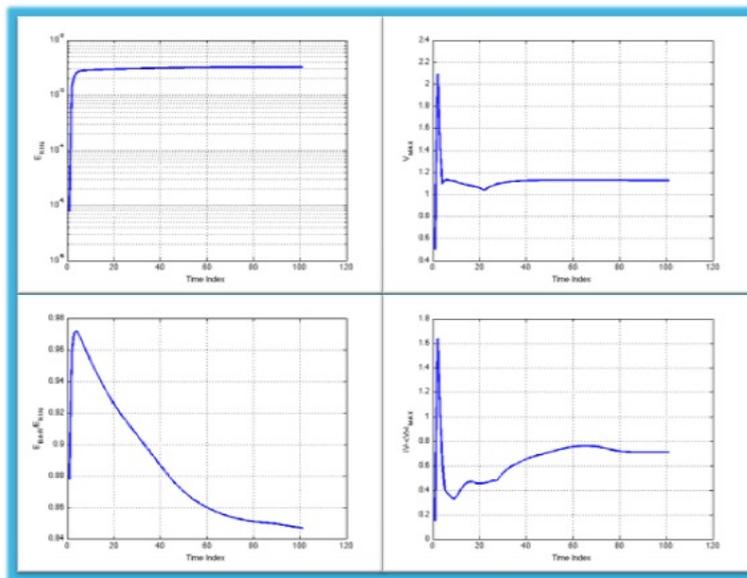


Figure 2: Result for the seamount model problem obtained using GCOM-NG (Left to right, and top to bottom) Kinetic Energy, Fraction of Barotropic to Kinetic Energy, Maximum Velocity, and Maximum Difference Velocity.

4 Princeton Ocean Model (POM)

The Princeton Ocean Model [20] is a widely used ocean model with a terrain-following sigma-coordinate system in the vertical and an orthogonal curvilinear coordinate system in the horizontal. Because of these features and the fact that the model solves for the sea-level (tides) directly, POM is particularly suited for coastal ocean simulation. In contrast, z-level models have difficulties in simulating overflow processes and bottom boundary layer dynamics because of the step-like representation of topography [21]. POM is fully described in [20].

4.1 Seamount Test Case POM

The topography includes a square domain with closed boundaries in the north and south and a steep seamount in the center of the domain. The bottom topography defined by $H(x, y) = H_{max}(1 - Ae^{-(x^2+y^2)/L^2})$. Two experimental designs are used: both *very steep cases* with $A = 0.9$ and $L = 25km$ with variation in the maximum depth. For case 1, $H_{max} = 4500m$, and for case 2, $H_{max} = 1000m$. The initial temperature in $^{\circ}C$ depends only on $H_{max} < z < 0$, and defined by $T(x, y, z) = 5 + 15e^{z/1000}$. Salinity is kept constant at 35 psu. A constant eastward flow of 0.2 m/sec is imposed on the east and west open boundaries. The horizontal model grid includes 40 X 60 cells with a constant grid size $\Delta x = \Delta y = 8km$. The vertical grid includes 20 evenly distributed layers.

Each experimental case was executed for five days, the results were compared by evaluating properties such as a Kinetic Energy, Barotropic Energy and Maximum Velocities. In Figure 3 the Kinetic Energy seem to converge faster when the max depth is equal to 4500 m. When max depth is equal to 1000 m The fraction for Barotropic to Kinetic Energy decay gradually. Some oscillation appear for the Maximum Speed in both cases but the oscillation increases when Hmax = 1000 m.

5 Results and Comparisons

The spin-up time during the adjustment process is quite different between the two models, GCOM-NG (Fig. 2) and POM (Fig. 3), with apparent decaying fluctuation in POM but not in GCOM-NG, where the oscillation decay during the first time step of integration.

6 CONCLUSION

Comparison between the two models, demonstrate how numerical algorithms and parameterization may affect each model differently. In this paper, Princeton Ocean Model (POM) and General Curvilinear Ocean Model: Next Generation (GCOM-NG) were used to simulate the classical seamount problem. GCOM-NG was able to simulate the seamount case more efficiently and it shows less fluctuation in the results. This means that GCOM-NG has less limitation on spin-up time; hence, its performance is higher.

REFERENCES

- [1] TORRES, C.R., MASCARENHAS, A.S., & CASTILLO, J.E. *Three-dimensional stratified flow over Alarcon seamount gulf of California entrance*. Deep-Sea Research, Part II, Vol. 51, pp.

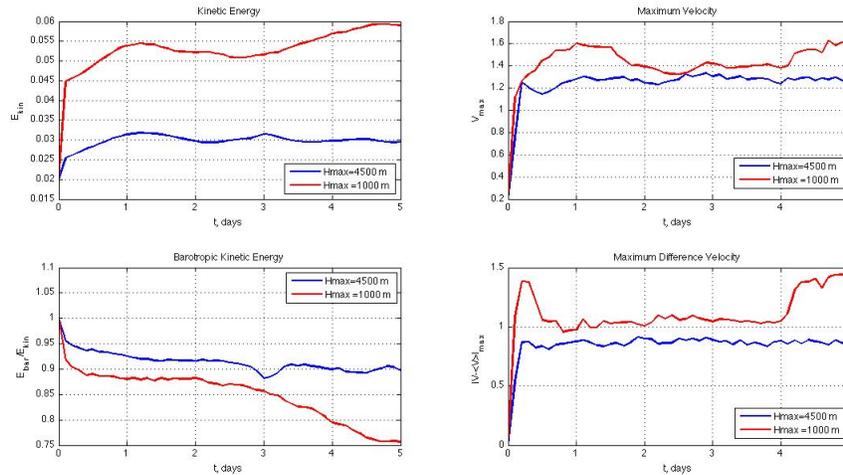


Figure 3: Result for the seamount model problem obtained using POM. Blue: test case with $H_{\max} = 4500$ m. Red: test case with $H_{\max} = 1000$ m. (Left to right, and top to bottom) Kinetic Energy, Fraction of Barotropic to Kinetic Energy, Maximum Velocity, and Maximum Difference Velocity.

647-657, 2004.

- [2] TORRES, C.R., CASTILLO, J.E., MUELLER, J., TREES, C., & LARRAZABAL, G. *Modeling 3D coastal circulation in boundary-fitted coordinates: The GCOM Project*. California and the world ocean 06 conference, Long Beach, 2006.
- [3] TORRES, C.R., & CASTILLO, J. *Stratified rotating flow over complex terrain*. Applied Numerical Mathematics, Vol 47, pp. 531-541, 2003.
- [4] GEURTS, BERNARD *Elements of direct and large-eddy simulation*. R.T. Edwards, Inc., 2003.
- [5] STULL, ROLAND *An introduction to boundary layer meteorology*. Kluwer Academic Pub., 1988.
- [6] MARSHAL, J., & PLUMB R.A. *Atmospheric, ocean and climate dynamics: and introductory text* Amsterdam: Elsevier Academic Press, 2008.
- [7] SALMON, RICK *Lectures on geophysical fluid dynamics* New York: Oxford University Press, 1998.
- [8] UNESCO *Tenth report of the joint panel on oceanographic tables and standards*. UNESCO, 1980.
- [9] MILLERO, F.J., CHEN, CHEN-TUNG, BRADSHAW, A., & SCHLEICHER, K. *A new high pressure equation of state for seawater* Deep-Sea Research Vol. 27A, pp. 255-264, 1980.
- [10] MILLERO, F.J., & POISSON, A. *International one-atmosphere equation of state of seawater* Deep-Sea Research Vol 28A, pp. 625-629, 1981.

- [11] MCDUGALL, T.J., & JACKETT, D.R. *Accurate and computationally efficient algorithms for potential temperature and density of seawater* Journal of Atmospheric and Oceanic Technology Vol. 20, pp. 730, 2003.
- [12] FOFONOFF, N.P., & MILLARD, R.C. *Algorithms for computation of fundamental properties of seawater* UNESCO, 1983.
- [13] GILL, A.E. *Atmosphere-Ocean dynamics*. New York: Academic Press, 1982.
- [14] POND, S., & PICKARD, G.L. *Introductory Dynamical Oceanography, 2nd Ed.* New York: Pergamon, 1989.
- [15] FERZIGER, J.H., & PERIC, M. *Computational Methods for fluid dynamics. 3rd Ed.* Springer, 2001.
- [16] LANGTANGEN, H.P., MARDAL, K.A., & WINTHER, R. *Numerical methods for incompressible viscous flow*. Advances in Water Resources, Vol. 25, pp. 1125-1146, 2002.
- [17] HARLOW, F.H., & WELCH, E. *Numerical Calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface*. The physics of fluids, Vo. 8, No. 12, pp. 2182-2189, 1965.
- [18] HOFFMANN, K.A., & CHIANG, S.T. *Computational Fluid Dynamics* Engineering Education System Book, 2000.
- [19] KAWAMURA, T., TAKAMI, H., & KUWAGARA, K. *Computation of High reynolds number flow around a circular cylinder with surface roughness* Fluid Dynamics Research Vol. 1, pp. 145, 1986.
- [20] MELLOR, G.L. *Users guide for a three-dimensional, primitive equation, numerical ocean model*. Program in Atmospheric and Oceanic Sciences, Princeton University 42pp. 2002. Available from: <http://www.aos.princeton.edu/WWWPUBLIC/htdocs.pom>
- [21] EZER, T. AND G. L. MELLOR *A generalized coordinate ocean model and a comparison of the bottom boundary layer dynamics in terrain-following and in z-level grids*. Ocean Modelling, 6, 379-403, 2004.

ANÁLISIS Y SIMULACIÓN DE FLUJO EN LOS PASAJES DE AGUA DE TURBINAS KAPLAN

Ángel U. Trujillo.

José J. Inciarte.

Yosbell A. Ramírez

antrujillo@edelca.com.ve

jinciarte@edelca.com.ve

yoramirez@edelca.com.ve

CVG. EDELCA. Departamento de Ingeniería Mecánica.

Proyecto Hidroeléctrico Tocoma. Bolívar, Venezuela.

Resumen: Este trabajo presenta los resultados obtenidos en el estudio del comportamiento del flujo en la estructura de toma y caja semi – espiral de las turbinas Kaplan instaladas en la Central Hidroeléctrica Generalísimo Francisco de Miranda en Caruachi. Se utilizaron dos modelos computacionales, en el primero el nivel de agua se colocó a la altura del embalse en condiciones de operación normal y en el segundo hasta la cota superior de la entrada a la toma, ambos modelos fueron resueltos de forma preliminar utilizando los modelos de turbulencia $\kappa - \varepsilon$ y Shear Stress Transport, con éste procedimiento se busca determinar la combinación de modelo geométrico y modelo de turbulencia que permita reproducir con fidelidad el comportamiento del flujo en la toma y caja semiespiral de una turbina hidráulica. En todos los casos se utilizaron las mismas condiciones de borde, evaluándose la precisión y tiempos de convergencia de los resultados, obteniéndose que la mejor práctica corresponde a una simulación cuyo dominio se encuentra a un nivel por debajo del nivel del embalse, constituido por un mallado mixto no-estructurado, con más de 650.000 nodos para el caso de estudio, y adoptando el modelo de turbulencia $\kappa - \varepsilon$. Se realizó una validación de los resultados obteniéndose un error máximo de 4,91% en relación a mediciones realizadas en la unidad No. 1 de la Central Hidroeléctrica Caruachi.

Palabras Clave: CFD, Modelo de turbulencia, Turbinas Kaplan.

1. INTRODUCCIÓN

La Dinámica de Fluidos Computacional (CFD), tiene en la actualidad una marcada presencia en la Industria Hidroeléctrica como una de las principales herramientas de evaluación de diseños de turbinas hidráulicas y en el estudio de las posibles mejoras aplicables en proyectos de rehabilitación de centrales hidroeléctricas. El incremento actual del uso de herramientas de CFD en este tipo de proyectos proviene de la capacidad de los software comerciales para simular situaciones complejas del flujo de fluidos; lo que sumado al incremento en las velocidades de manipulación de datos de las nuevas generaciones de computadores, han hecho posible que los estudios destinados a mejorar las características de los pasajes de agua de una turbina hidráulica sean realizados en periodos de tiempo reducidos con altos niveles de precisión.

El presente estudio es realizado en la Estructura de Toma y Caja Semiespiral de las turbinas Kaplan instaladas en la Central Hidroeléctrica Generalísimo Francisco de Miranda en Caruachi y tiene como finalidad definir la mejor práctica en la aplicación de estudios de CFD en los pasajes de agua de turbinas hidráulicas; al establecer la mejor combinación en la definición del dominio computacional, mallado, selección de los modelos matemáticos y aplicación de las condiciones de borde al análisis de flujo.

2. DEFINICIÓN DEL DOMINIO

A fin de estudiar la influencia del nivel de agua del embalse en el desarrollo del perfil de presiones y velocidades calculadas por el software, se analizaron dos dominios computacionales. En el primero se incluyó el nivel de agua en el embalse para las condiciones normales de operación de la turbina; mientras que en el segundo dominio la extensión del nivel de agua se estableció hasta la cota superior de la entrada a la estructura de toma. En la entrada los dominios fueron extendidos uno punto cinco (1,5) y tres (3) veces el diámetro hidráulico de la toma respectivamente [1], con la finalidad de permitir al software calcular el desarrollo del flujo antes de su ingreso a la toma. La diferencia entre las extensiones de los dominios a la entrada, se debe a que interesa mantener en el mismo orden el número de nodos en ambos casos, a fin de salvar recurso computacional y reducir los tiempos de cálculo requeridos.

A fin de reducir el efecto sobre los resultados de la aplicación de la condición de borde a la salida del dominio, el modelo computacional fue extendido mas allá de la entrada al distribuidor de la turbina.

Los dominios utilizados fueron denominados: TCSE_69msnm y TCSE_91msnm, ver Fig. 1. Los nombres corresponden a las siglas del componente, Toma y Caja Semiespiral, seguidas por el nivel al cual se encuentra ubicada la superficie superior del fluido, medido en metros sobre el nivel del mar.

3. MODELOS MATEMÁTICOS

Para determinar el comportamiento del flujo fueron resueltas las ecuaciones de Navier – Stokes Promediadas de Reynolds (RANS) acopladas con los modelos de turbulencia $\kappa-\varepsilon$ y Shear Stress Transport (SST). Lo anterior, para determinar cuál de estos modelos de turbulencia predice con mayor precisión el comportamiento del flujo en el componente de la turbina objeto de estudio. En total fueron realizadas cuatro simulaciones preliminares, en las cuales se aplicaron ambos modelos de turbulencia a los dos dominios computacionales definidos inicialmente.

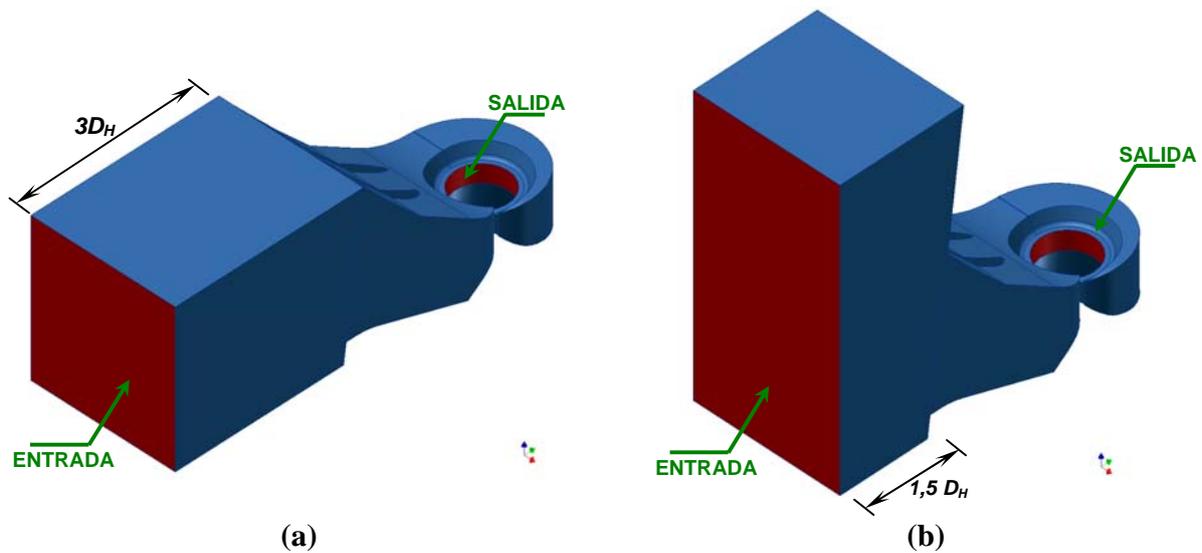


Figura 1- Dominios Preliminares: (a) TCSE_69msnm (b) TCSE_91msnm.

4. MALLADO DEL DOMINO

Las mallas fueron generadas con el software ANSYS ICEM CFD 10, en todos los casos fueron generados mallados del tipo Mixto No – Estructurado, en los que se combina el uso de elementos prismáticos tipo cuña en las cercanías a las paredes, junto con pirámides y tetraedros para completar el mallado en el núcleo del dominio. Para cada uno de los cuatro (4) estudios preliminares los mallados fueron realizados en concordancia con el modelo de turbulencia a utilizar, con la finalidad de permitir que el software calculase de forma correcta el desarrollo de la capa límite en las cercanías a las paredes [2].

Tabla 1. Parámetros de los Mallados Preliminares de los Dominios.

<i>Domino.</i>	<i>Modelo de Turbulencia Utilizado.</i>	Δy^+	Δy (mm)	δ (m)	<i>No. de Capas de Prismas</i>	<i>No. Total de Nodos</i>	<i>No. Total de Elementos</i>
TCSE_69msnm	$K-\varepsilon$	11	0,360	0,122	10	513.273	1.678.752
	SST	2	0,100	0,122	15	451.023	1.173.099
TCSE_91msnm	$K-\varepsilon$	11	0,360	0,122	10	606.253	1.710.610
	SST	2	0,100	0,122	15	707.813	1.814.542

- Δy^+ : Es el valor de referencia al cual se desea tienda el valor de la variable y^+ calculado por el solver.
- Δy : Es el valor en metros que debe haber entre el primer nodo de la malla y las paredes del domino para garantizar que la variable y^+ se mantenga cercana al valor Δy^+ establecido.
- δ : Es el espesor total de las capas de prismas.

- La variable y^+ es un parámetro adimensional característico de los estudios de CFD y representa la distancia existente entre el primer nodo de la malla volumétrica y la pared del dominio.

5. SELECCIÓN Y APLICACIÓN DE LAS CONDICIONES DE BORDE

En la entrada del dominio computacional de cada estudio fueron impuestos perfiles de velocidad constantes en función del caudal turbinado para el punto de operación seleccionado y el área de la superficie de aplicación de la condición de borde. En las paredes del dominio fue impuesta la condición de no-deslizamiento, adicionalmente en las superficies laterales al dominio en la entrada fueron impuestas condiciones de simetría, por corresponder estas superficies al plano de simetría entre las unidades de la casa de máquinas. En la superficie que representa el nivel superior del agua se fijó una condición de deslizamiento libre y a la salida del dominio fue impuesta una condición de salida libre al establecer el valor de la presión estática promedio igual a cero.

6. SOLVER

El software utilizado fue el ANSYS CFX 10 y los tiempos de cómputo necesarios para alcanzar la convergencia de una solución estable en los estudios preliminares, oscilaron entre las 8 y 20 horas de procesamiento en un computador con procesador a 1.8 GHz y 1.5 GB de memoria RAM.

7. POST – PROCESAMIENTO

7.1. Selección del dominio, modelo de turbulencia y estudio de convergencia del mallado.

Luego de la simulación del flujo en los cuatro casos establecidos de forma preliminar, se obtuvo que el error relativo entre los resultados de las simulaciones que incluyen el nivel de agua en el embalse y aquellas que no, se encuentra por debajo del 3% y las desviaciones en los resultados obtenidos entre los modelos de turbulencia utilizados ($\kappa - \varepsilon$ y SST) se encuentran por debajo del 1%. En base a la información anterior y al hecho de que el dominio que incluye el nivel de agua en el embalse acoplado con el modelo de turbulencia SST demanda tiempos de cómputo importantes, se decide realizar el estudio definitivo del comportamiento del flujo en la toma y caja semiespiral utilizando un dominio computacional en donde no se incluya el nivel de agua en el embalse y se aplique el modelo de turbulencia $\kappa - \varepsilon$ en la resolución de las ecuaciones RANS.

Una vez definidos el dominio computacional y modelo de turbulencia a utilizar en la solución final, se procede a realizar el Estudio de Convergencia del Mallado, mediante el cual se define la configuración de la malla más precisa para el análisis de flujo. Para tal fin se evaluaron las fluctuaciones en los valores de la variable velocidad en veintiún (21) puntos ubicados en aquellas zonas del dominio que fueron consideradas críticas. La data fue tomada de cinco (5) mallados distintos hasta conseguir que el error relativo entre la data de un mallado y otro se encontrara por debajo del 10%.

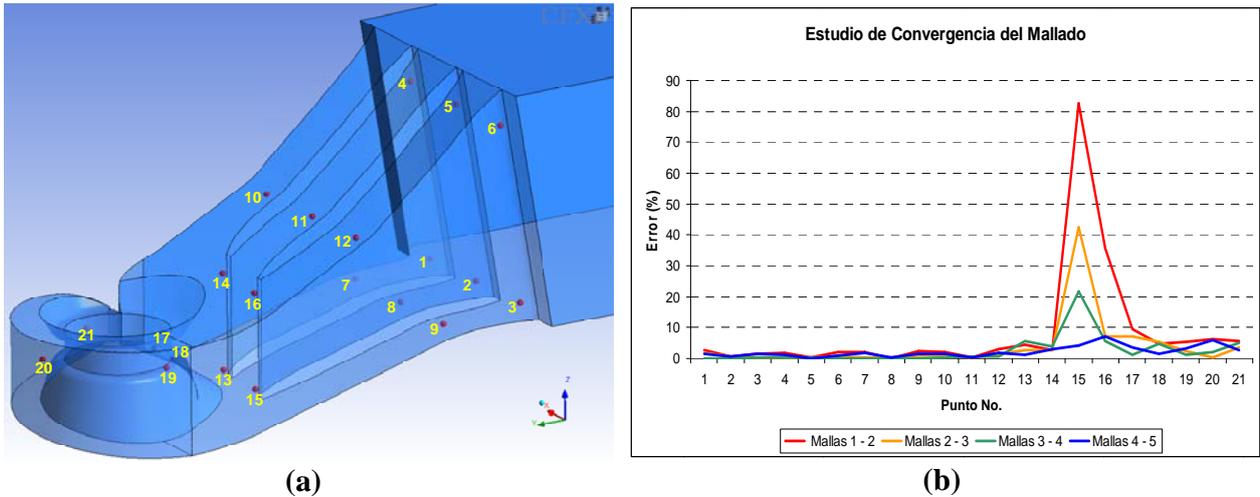


Figura 3- (a) Puntos para el estudio de Convergencia. (b) Resultados del estudio de Convergencia.

7.2. Resultados

Los resultados obtenidos muestran que el comportamiento del flujo en su desarrollo a través de la toma y caja semiespiral es uniforme y no presenta importantes zonas de recirculación o desprendimiento.

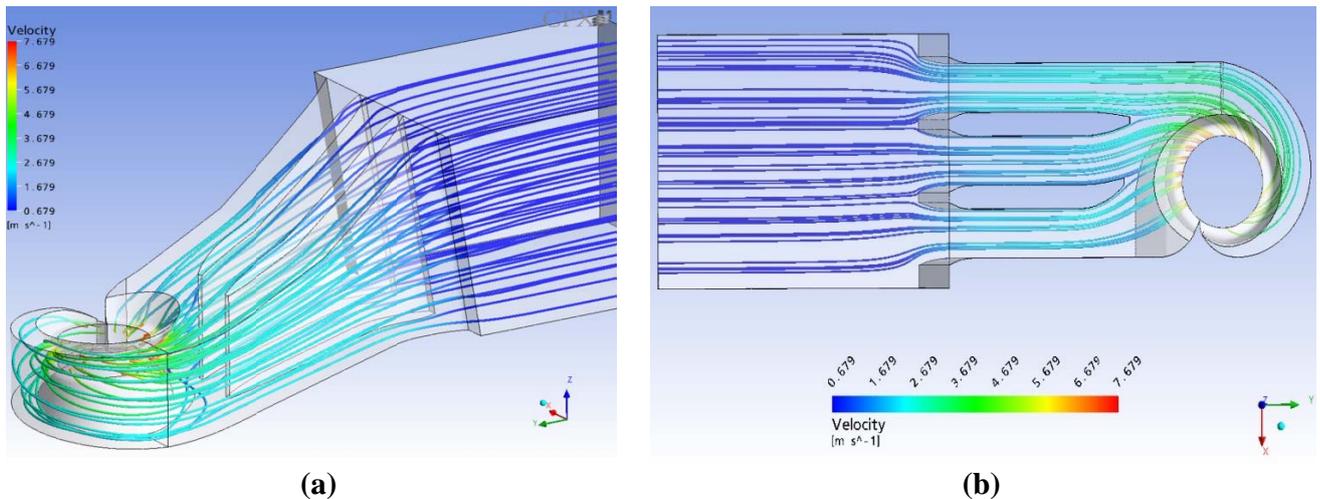


Figura 4- (a) Líneas de Corriente en 3D. (b) Líneas de Corriente en el plano medio del Distribuidor.

8. VALIDACIÓN DEL MODELO COMPUTACIONAL

Para la validación de los resultados obtenidos vía CFD se utilizaron las lecturas de presión en las doce (12) tomas piezométricas ubicadas a la entrada de la estructura de toma. Estos valores fueron tomados durante la realización de las pruebas de índice ON – CAM a la Unidad número uno (1), de las doce (12) instaladas en la Central Hidroeléctrica Caruachi.

Al promediar los valores de presión obtenidos mediante el estudio de CFD y compararlos con la presión medida durante las pruebas de índice cuando la turbina trabaja en el punto de

operación nominal (Caída Neta 35,6 m) y en condiciones normales, se tiene que el error relativo entre los cálculos realizados por el software y la data real es de 4,91 %.

El error relativo obtenido pudiera parecer elevado, pero si se toma en consideración que no se dispone de datos correspondientes a mediciones puntuales en el prototipo que puedan ser comparados de forma directa con los resultados del estudio de CFD y que solo se dispone de una presión global en la entrada producto del balance de presiones en las líneas que alimentan el transductor de presión que mide esta variable, se puede afirmar que el resultado obtenido es aceptable.

9. CONCLUSIONES.

- La inclusión o exclusión del nivel del embalse en el dominio a utilizar para el análisis en estado estacionario del flujo en estructuras de toma y cajas semiespirales no afecta los resultados obtenidos.
- Queda plenamente justificado el uso de mallados mixtos no-estructurados en la simulación del flujo en tomas y cajas semiespirales, puesto que la desviación en los resultados vía CFD con relación a la data experimental es aceptable.
- El modelo de turbulencia $\kappa-\varepsilon$ ofrece excelentes resultados en la predicción del comportamiento del flujo en estado estacionario, en estructuras de toma y cajas semiespirales, tomando tiempos de cómputo moderados sin la necesidad de elevados recursos computacionales.
- La mejor combinación de condiciones de borde para el estudio de flujo en tomas y cajas semiespirales es: *Perfil de Velocidad a la Entrada + Presión Estática Promedio a la Salida Igual a Cero (0)*.
- En aquellos casos donde no se conozca con precisión el perfil de velocidad en la entrada de la toma, es válido el uso de un perfil de velocidad constante calculado en base al caudal manejado por la turbina. Cuando se utilice un perfil de velocidad constante en la entrada, la superficie de aplicación de esta condición debe ser alejada de la entrada a la toma por lo menos uno punto cinco (1,5) a cuatro (4) veces el diámetro hidráulico de la toma.
- El error relativo entre las presiones calculadas por el software y las mediciones realizadas durante las pruebas de índice es aceptable debido a la incertidumbre que introduce en las mediciones el hecho de que sea tomado un valor de presión global a la entrada de la toma y que no se disponga de mediciones puntuales que permitan relacionar de forma directa un estudio con el otro.

REFERENCIAS

- [1]. **Thi V., Safia R.** (2000). *Accuracy Assessment of Current CFD Tools to Predict Hydraulic Turbine Efficiency Hill Chart*. XXIst IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. Lausane. Suiza.
- [2]. **ANSYS CFX 10** (2005). *User's Manual*. ANSYS Inc.
- [3]. **Trujillo, A.** (2006). *Análisis y Simulación del Flujo en la Toma y Caja Semiespiral de Turbinas Kaplan*. Trabajo de Grado. Universidad Nacional Experimental Antonio José de Sucre. Estado Bolívar. Venezuela.

EVALUACIÓN DEL FUNCIONAMIENTO DE CORTINAS DE AIRE EN CLIMA CÁLIDO – HÚMEDO

Carlos A. García

ing.carlosgarcia@cantv.net

Carlos D. Araujo

araujocd@gmail.com

Juan J. González

gonzalezjj@gmail.com

Gilberto I. Materano

gmaterano@gmail.com

Universidad del Zulia. Facultad de Ingeniería. Escuela de Mecánica. Laboratorio de simulación computacional. Maracaibo, Venezuela.

Resumen. *Las cortinas de aire son equipos que proveen una barrera dinámica entre áreas contiguas, lo que hace posible el acondicionamiento ambiental en recintos abiertos. En clima cálido-húmedo, el uso de cortinas de aire impide las pérdidas de energía del ambiente acondicionado y su desempeño es medido en términos de la efectividad del sellado dinámico, que es determinado a partir del intercambio de energía y masa de aire entre los ambientes. Estas cantidades son difíciles de medir experimentalmente, sin embargo, son necesarias para propósitos de estimación y análisis de la carga térmica. No obstante, la información disponible en los catálogos de los equipos o en la literatura técnica es escasa. El objetivo de esta investigación es evaluar el funcionamiento de una cortina de aire en clima cálido-húmedo, en términos de la efectividad del sellado dinámico, mediante técnicas de dinámica de fluidos computacional (DFC). Los resultados computacionales se han validado usando mediciones experimentales de temperatura y velocidad en casos de estudio selectos. Luego, se estima las pérdidas de energía en el ambiente acondicionado, usando como parámetros independientes el ángulo de descarga del chorro respecto a la vertical y la velocidad de descarga del mismo. Del estudio se concluye que existe correspondencia entre las mediciones experimentales y la predicción del modelo. Finalmente, se estima la efectividad del sellado dinámico de la cortina de aire en diversos puntos de operación para su evaluación posterior.*

Palabras Clave: Cortinas de aire, DFC, cambios de aire.

1.- INTRODUCCION

Las cortinas de aire son dispositivos de ventilación locales que proporcionan un chorro de aire de alta velocidad para reducir la corriente de aire a través de las aberturas. Estos equipos mantienen los ambientes térmicamente controlados cerca de las puertas y pueden reducir el consumo de energía de sistemas de acondicionamiento ambiental [1].

La rentabilidad de una cortina de aire se justifica si la puerta de acceso se mantiene abierta más del 10% del tiempo de operación del sistema de acondicionamiento ambiental y, por tal motivo, su uso debe ser considerado principalmente en accesos abiertos o en puertas de alto tráfico [2]. Para un clima cálido-húmedo, la cortina de aire debe ser instalada de manera que la corriente de aire este angulada hacia el recinto frío, lo que impide la penetración del aire cálido del exterior. Además, para conseguir un mejor desempeño, el equipo debería instalarse tan cerca como sea posible de la abertura y, debería ocupar la anchura completa de la entrada. Finalmente, la capacidad de ahorro de energía dependerá de la altura de la puerta, ya que a mayor altura, menor oportunidad de ahorro, como señalan los fabricantes [3].

Como refieren algunos autores, los parámetros de operación que afecta sensiblemente el funcionamiento de una cortina de aire son: la velocidad del chorro a la descarga y el ángulo de descarga [4-6]. En consecuencia, en el presente estudio se les consideran variables independientes, a fin de evaluar del funcionamiento del equipo, en base sellado dinámico de la puerta de acceso. Para ello se emplea un modelo tridimensional basado en técnicas de DFC.

2.- SIMULACION TERMOFLUIDODINAMICA DE UNA CORTINA DE AIRE

2.1.- Planteamiento del problema

La configuración a estudiar se encuentra esquematizada en la figura 1.

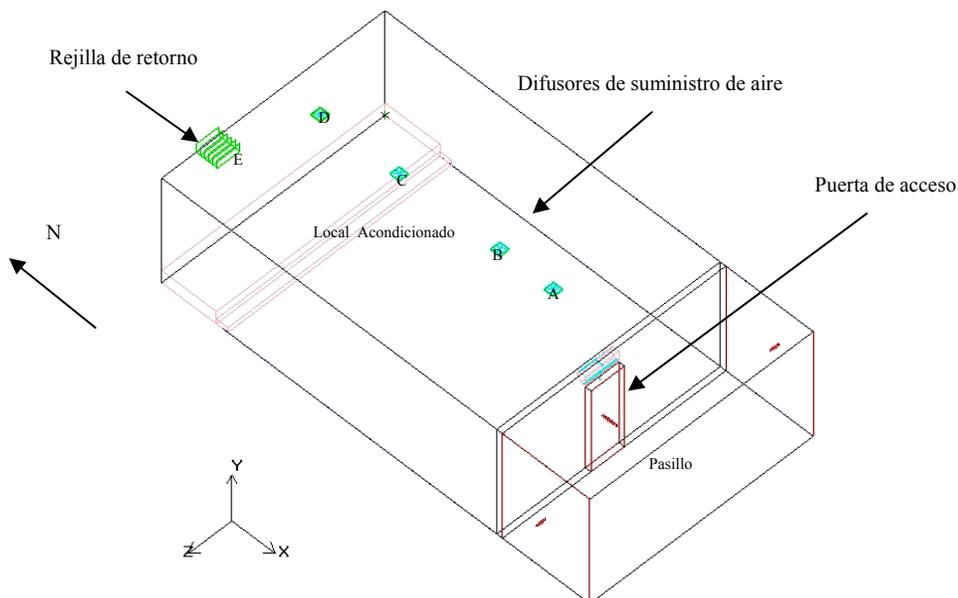


Figura 1. Isometría de los locales separados por la cortina de aire modelada.

Las características más resaltantes del sistema se listan a continuación: a) El local posee cuatro difusores de 4 vías para el sistema de suministro de aire acondicionado y una rejilla de retorno; b) El local solo puede ser accedido a través de una puerta sobre la cual se encuentra instalada la cortina de aire y no posee ventanas; c) La puerta comunica el local acondicionado con un pasillo

interior del edificio que no está acondicionado; d) El entrepiso esta aislado; e) Las paredes y techos son adyacentes a espacios no acondicionados; f) El área total es de 179.85 m² y una altura 2,65 m; g) La cortina de aire instalada tiene dos puntos de operación a una velocidad de 11,6 y 7.9 m.s⁻¹, mientras que el ángulo de descarga puede ajustarse a 5 y 10°.

2.2.- Aspectos matemáticos y computacionales

La simulación termo-fluido-dinámica involucra la solución numérica, mediante el método de los volúmenes finitos, de las ecuaciones en derivadas parciales que describen la conservación de masa, cantidad de movimiento, energía y concentración de especies, las cuales se encuentran plenamente descritas en la literatura técnica [7]. A fin de incorporar los efectos turbulentos, se emplea el modelo de cero ecuaciones, el cual para aplicaciones de aire interior es sólo ligeramente diferente al modelo k- ε estándar, con la ventaja de que el modelo de cero ecuaciones es aproximadamente 10 veces más rápido [8].

Luego de evaluar la sensibilidad de los resultados a la discretización del dominio de cálculo, se obtuvo una malla híbrida de 93.251 elementos, de los tipos hexaédricos, pentaédricos, quadriédricos y triédricos, con 99.960 nodos. Para la solución de este conjunto de ecuaciones se selecciono el algoritmo SIMPLE para el acople velocidad-presión; esquemas de interpolación de primer orden; relajamiento para las ecuaciones de cantidad de movimiento y especies; un criterio de convergencia de 1x10⁻³ para continuidad y cantidad de movimiento, y 1x10⁻⁶ para energía y especies. El tiempo de simulación es de aproximadamente 1500s y 300 iteraciones, en un Notebook marca VIT D2010, con procesador Intel Core 2 Duo 2.0 GHz y 1.0 Gb de RAM.

A partir de la solución obtenida con el modelo numérico, se evalúa la efectividad del sellado dinámico de la cortina de aire mediante la siguiente ecuación empelada por Cremers [9]:

$$\eta = \left(1 - \frac{Q_{s_{cc}}}{Q_{s_{sc}}} \right) \times 100 \quad (1)$$

Donde: Q_{s_{sc}} representa el calor transferido a través de la puerta en ausencia de cortina de aire, Q_{s_{cc}} representa el calor transferido por la puerta cuando la cortina de aire está operando.

2.3.- Condiciones de borde

A fin de imponer las condiciones de borde al modelo numérico se realizaron las mediciones de campo usando un termo-higro-anemómetro, un termómetro infrarrojo con puntero láser y sondas de temperatura. Haciendo referencia a la Fig. 1, la tabla siguiente resume las condiciones medidas.

Tabla 1. Condiciones de borde

Ducto/Pared	Temperatura (°C)	Área (m ²)	Velocidad (m/s)	HR (%)
A	12,8	0,0609	3,53	66,8
B	12,5	0,0609	3,63	66,1
C	12,6	0,0609	3,30	66,2
D	12,4	0,0609	3,03	66,7
E	17,9	0,3420	3,10	68,0
Norte	22,77	---	---	---
Sur	24,96	---	---	---
Este	23,88	---	---	---
Oeste	22,64	---	---	---
Techo	23,50	---	---	---
Ambiente Exterior	28,00	---	---	65%

2.4.-Validación del modelo

Carga térmica. Para esta fase, se midieron las condiciones de borde para una situación en donde la puerta del recinto acondicionado se encuentra cerrada y la cortina de aire apagada. El objetivo es comparar la estimación de la carga térmica con los 17.5 kW de capacidad del equipo de acondicionamiento instalado en sitio. Usando el modelo de DFC, se estimaron los valores promedios de temperatura y humedad relativa a la descarga de los difusores y en la succión del retorno, así como el flujo másico. Luego, con una carta psicométrica se estimaron los valores de entalpías para calcular el calor retirado. Los resultados se resumen en la tabla siguiente:

Tabla 2. Estimación de carga térmica usado el modelo de DFC

Ducto de Retorno	Ducto de Suministro		
Entalpía (kJ/kg)	Entalpía (kJ/kg)	Flujo másico (kg/s)	Calor extraído (kW)
39.96	27.76	1.005	12.26

La carga térmica estimada en la simulación es de 12.26 kW de refrigeración, lo cual es congruente con la capacidad instalada de 17.5 kW, debido a que el modelo no incluye las cargas por personas, iluminación e infiltraciones.

Perfiles de velocidad en la descarga de la cortina de aire. Para este caso, se simuló una situación con la puerta abierta y la cortina encendida, con un chorro de aire angulado 5° respecto a la vertical hacia el espacio acondicionado. En la succión de la cortina la medición arrojó 21.8 °C, 59.3 % HR y 3 m/s, mientras que en la descarga 22 °C, 59.3 % HR y 11.6 m/s. Como se muestra en la tabla 2, los resultados obtenidos con el modelo se comparan con las mediciones de campo a distintas alturas. Se puede observar que para los planos mostrados el error relativo porcentual de la estimación no supera el 6%, en consecuencia, la predicción se considera satisfactoria.

Tabla 3. Perfiles de velocidad vertical bajo la cortina de aire

Altura (m)	Velocidad vertical medida (m/s)	Velocidad vertical Estimada (m/s)	Error relativo (%)
2,1	11,56	11,67	0,92
1,6	5,7	5,37	-5,72
1,2	4,3	4,28	-0,49
0,8	3,5	3,64	4,05
0,4	2,8	2,90	3,40
0,1	1,5	1,52	1,20

2.5.- Resultados

La Fig. 2 muestra las curvas de funcionamiento del equipo. La construcción de la misma se realizó mediante la predicción del comportamiento del equipo fuera de los puntos de diseño con el modelo numérico validado. Para ello, se asignaron valores arbitrarios a la velocidad de descarga y ángulo de descarga. Al ángulo de descarga se le asignaron valores de 5°, 10°, 15° y 20°, mientras que a la velocidad del chorro fue de 5, 10, 12, 14 y 16 m.s⁻¹. Además, se mantiene la condición termodinámica del aire a la succión de 21.8 °C, 59.3 % HR y la descarga 22 °C, 59.3 % HR para todos los casos. La velocidad en la succión de la cortina se ajustó a fin de satisfacer el flujo másico que circula por el equipo.

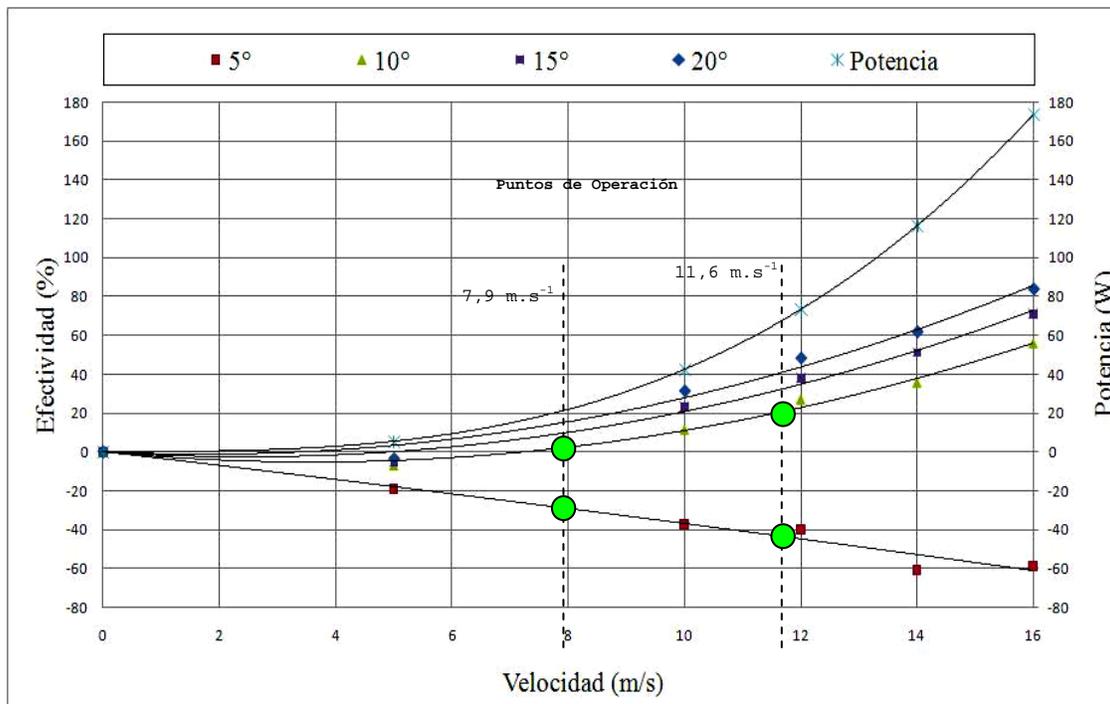


Figura 2. Curvas de funcionamiento de la cortina de aire

En cuanto a los puntos de operación del equipo instalado, estos se encuentran señalados en las curvas mostradas y, se observa que solo se logra una efectividad positiva para un ángulo de 10° alcanzándose un valor máximo de 20%. Este valor de efectividad puede considerarse bajo según los rangos mostrados por Foster [4]. Para un ángulo de 5° , el modelo predice un torcimiento del chorro, de manera que, el incremento de la velocidad bajo esta situación solo logra extraer una mayor cantidad de aire acondicionado del espacio dando como resultado una efectividad negativa. La solución arrojada por el modelo es congruente con la medición hecha en sitio para los puntos de operación posibles del equipo [10].

Por otra parte, el modelo predice un comportamiento favorable para ángulos superiores a 10° , observándose que la efectividad incrementa hasta valores entre 55 y 80% a una velocidad de descarga de 16 m.s^{-1} .

Adicionalmente, las curvas de funcionamiento permiten la estimación de la velocidad crítica, es decir, la velocidad a partir de la cual se experimenta una efectividad positiva, la cual disminuye de 7.42 m.s^{-1} para 10° hasta 3.71 m.s^{-1} para 20° . Este parámetro es de importancia debido a que el valor de velocidad operación recomendado para el equipo, en general se estima a partir de la velocidad crítica, tomando un factor de seguridad entre 1.3 y 2.

Finalmente, si se fija un valor de efectividad deseado, el punto de operación de menor potencia hidráulica requerida, se encuentra en la curva de mayor ángulo, en donde se alcanza una menor velocidad de descarga. A modo de ejemplo, si se fija una efectividad de 40%, una operación con el chorro angulado 10° requiere una potencia de 120 W, mientras que si se opera con un chorro a 20° la potencia se reduce a 65 W. Aunque esto requiere que la velocidad del equipo pueda variarse a placer del operador, la curva mostrada permite establecer criterios de ahorro energético para la operación eficaz de cortinas de aire.

3.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Del análisis de resultados se concluye que el modelo computacional se encuentra validado, por cuanto estima correctamente la carga térmica retirada por el equipo de refrigeración y predice los perfiles de velocidad debajo de la cortina de aire con un error relativo inferior al 6%.

La evaluación confirma la influencia de la velocidad y ángulo del chorro en la efectividad de la cortina de aire, además, demuestra que es posible reducir el consumo energético del equipo manteniendo la misma efectividad. También, para el equipo estudiado y dentro de las condiciones señaladas en este trabajo, la efectividad máxima alcanzada fue del 20%, cuando la velocidad es de $11,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ y el ángulo 10° .

Por ultimo, se recomienda realizar un análisis dimensional a fin de generar curvas de funcionamiento generales para distintas configuraciones de cortinas de aire.

4.- BIBLIOGRAFIA

- [1]. Ashrae, HVAC Applications Handbook, *American Society of Heating, Refrigeration and Air-Conditioning Engineers*, Atlanta, 1999.
- [2]. Holzhafer, R., Industrial air curtains, and invisible barrier against winter winds. *Plant Engineering*, 26-30, 1986.
- [3]. Catálogos de cortinas de aire Mundo Clima, Documento en línea sin fecha de publicación, extraído en Septiembre del 2007 de www.salvadorescoda.com
- [4]. A.M. Foster, M.J. Swain, R. Barrett, P. D'Agaro, L.P. Ketteringham, S.J. James, *Three-dimensional effects of an air curtain used to restrict cold room infiltration*, Universidad de Bristol, Langford, UK, 2006.
- [5]. A.M. Foster, M.J. Swain, R. Barrett, P. D'Agaro, S.J. James, *Effectiveness and optimum jet velocity for a plane jet air curtain used to restrict cold room infiltration*. Universidad de Bristol, Langford, UK, 2005.
- [6]. Frank K. Lu, Vijay A. Chauhan, Adam J. Pierce, Takayuki Yajin y J. Craig Dutton, *Numerical Modeling of Doorway Flow Induced by an Air Curtain*, Universidad de Texas, Arlington, TX 76019, 2006.
- [7]. C. Hirsch, *Numerical computation of internal and external flows. Volume 1: Fundamentals of Numerical Discretization*, Jhon Wiley & Sons, 1991.
- [8]. Chen Q., Xu W., A zero equation turbulence model for indoor airflow simulation, *Energy and Buildings*, 28 (2), pp. 137-144, 1998.
- [9]. Ir. B. E. Cremers, Computer simulations to support the development of climate separation products, *TVVL a Duct magazine in the field of technical installations in buildings*, August, 2000.
- [10] Andrade, O., *Evaluación experimental de cortinas de aire en climas calido húmedo*, Trabajo especial de grado para optar al título de Ingeniero Mecánico, Universidad del Zulia, Maracaibo-Venezuela, 2008.

ESTUDIO DEL DISEÑO DE UN MEDIDOR DE FLUJO TIPO CONO

Jean-F. Dulhoste

José D. Montenegro

Rafael Santos

Marcos Guillén

{ djean, dmontenegro, rsantosl, marcosg}@ula.ve

Grupo de Termofluidodinámica. Dpto. de Ciencias Térmicas. Escuela de Ingeniería Mecánica.
Universidad de Los Andes. Mérida - Venezuela.

Resumen: *El presente trabajo consiste en un estudio de la geometría de un medidor de flujo tipo cono (Conometer). En un trabajo reciente se realizó el estudio de este tipo de medidor desde el punto de vista experimental y numérico, haciendo una comparación con un tubo Venturi como medidor de referencia. En este estudio se observaron ciertas ventajas y desventajas del medidor de cono, entre las que se pueden citar la mayor diferencia de presión pero con menor recuperación de presión posterior. Del estudio surgió la idea de verificar varios diseños del instrumento para ver la influencia de la geometría del instrumento.*

En este sentido se procedió al diseño de unos modelos de medidor de cono con cuatro geometrías diferentes, las cuales fueron probadas en simulación con volúmenes finitos con el fin de evaluar algunas propiedades y variables, y así entender con más claridad lo que ocurre con estos modelos del instrumento. Adicionalmente fue construido uno de los modelos y probado experimentalmente, los valores de las variables medidas en forma experimental, se utilizaron para validar el modelo numérico. Los resultados mostraron una alta influencia de la geometría en las características de este instrumento, y se cree servirán de base a un nuevo diseño que mantenga las ventajas conocidas del medidor de cono, así como disminuir las desventajas que este posee.

Palabras clave: Medidor de cono, medición de flujo, tubo Venturi, simulación volúmenes finitos.

1. INTRODUCCIÓN

Actualmente en el mundo de la instrumentación existen variedades de equipos para medir flujos, cada uno con sus propias virtudes y defectos, con procesos cada día más rigurosos

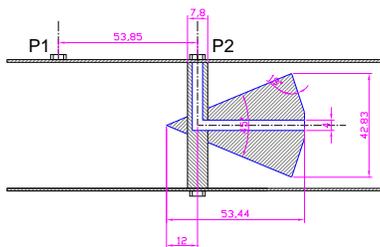
continuamente se buscan nuevos equipos o mejoras a los ya existentes. Uno de estos nuevos instrumentos es el Medidor de Flujo Tipo Cono (Cone Meter), que tiene, según sus fabricantes [1], muchos beneficios entre los que se cuenta menos restricciones para el montaje y mejores mediciones, pero existe poca bibliografía independiente que haga referencia a su funcionamiento. Este nuevo medidor de flujo genera una caída de presión por reducción del área de paso del flujo, el mismo principio de funcionamiento que otros instrumentos como el Venturi o la placa orificio [2], solo que en este caso la reducción se genera con una obstrucción en forma de cono en el centro de la tubería en lugar de una reducción del diámetro de la tubería.

Recientemente comenzamos un estudio de este tipo de instrumentos [3], del cual fue presentado un estudio introductorio a nivel experimental básico [4], dicho estudio consistía principalmente en la comparación experimental de un Medidor de Cono con un tubo Venturi. Los resultados mostraron que para una misma contracción se produce una mayor diferencia de presión que con otros instrumentos, como por ejemplo el tubo Venturi, pero con una menor recuperación de presión. Lo que implica un mayor consumo de energía en el equipo en el que se instale el instrumento. Por otro lado se observó una mejor calidad en la medición. En el presente trabajo se complementa el estudio probando diferentes diseños del instrumento con simulaciones, utilizando técnicas de Dinámica de Fluidos Computacional, con software comercial [5]. El objetivo es obtener información para elaborar un diseño del instrumento que permita mantener sus ventajas respecto a otros instrumentos mientras se disminuyen sus desventajas.

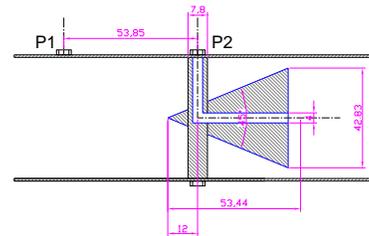
2. MEDIDOR DE FLUJO TIPO CONO

2.1. Configuración del instrumento

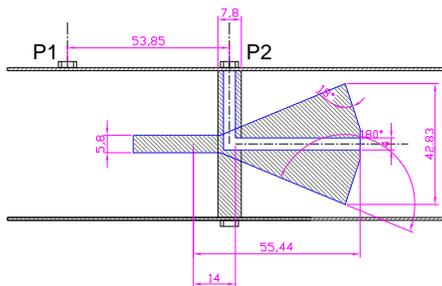
El diseño inicial consiste en un cono centrado dentro de la tubería, el cual interactúa con el fluido cambiándole la forma al perfil de velocidades y a la vez creando una región de baja presión en el área posterior.



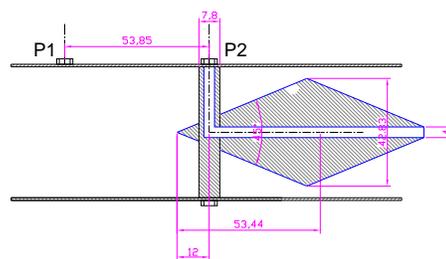
Medidor de Cono 1 (diseño inicial)



Medidor de Cono 2



Medidor de Cono 3 (diseño VCone [1])



Medidor de Cono 4

Fig. 1. Geometrías de los Medidores de Cono (dimensiones en mm)

La diferencia de presión se mide mediante dos agujeros uno en la pared de la tubería, alta presión (P1) y otro en la parte posterior del cono, baja presión (P2), ver figura 1.

En este estudio probaremos las diferentes geometrías, presentadas en la figura 1, con las cuales queremos estudiar principalmente el efecto que tiene sobre la diferencia de presión medida y la recuperación posterior de la presión.

2.2. Ecuación para determinar el caudal volumétrico

La expresión general para la determinación del caudal en elementos de presión diferencial se basa en la aplicación del Teorema de Bernoulli a una tubería horizontal [6]. Según el estándar ISO 5167 [7] esta expresión debe ser corregida por un coeficiente de descarga (C) y un coeficiente de expansión (e), para tomar en cuenta los efectos de reparto desigual de velocidades, la concentración del fluido, las rugosidades de la tubería y el estado en que se encuentra el fluido de trabajo ya sea líquido, gas o vapor. La ecuación que se obtiene es la siguiente:

$$Q = \frac{Ce}{\sqrt{(1-\beta^4)}} \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{\frac{2DP}{\rho}} \quad (1)$$

Si bien el estándar ISO se refiere solo a tubos Vénturi, Toberas y Placas Orificio, su utilización puede ser extrapolada a otros instrumentos de reducción de área, con las particularidades pertinentes en cuanto a los coeficientes y configuración, que es lo único que cambiará para cada uno de los diseños.

3. SIMULACION CFD

Para analizar en forma aproximada las modificaciones en el flujo que se generan con cada una de las geometrías se realizó una simulación de cada una de ellas con un programa comercial de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD). Esta simulación se realizó en forma bidimensional mediante una discretización del dominio axisimétrico en pequeños elementos a través del método de volúmenes finitos.

Para todas ellas se consideró una longitud adicional, aguas arriba y aguas abajo de los instrumentos, para observar en la simulación la formación de un perfil de velocidad desarrollado [6], y analizar la recuperación de presión del flujo una vez que ha atravesado el instrumento.

Se utilizó un modelado axisimétrico, por la simetría de los instrumentos respecto al eje del tubo, de sección transversal circular. Definiendo la geometría en un plano.

Se utilizó un mallado homogéneo triangular en las zonas del tubo aguas arriba y aguas abajo de los instrumentos, y un mallado más fino en las cercanías del instrumento, principalmente las tomas de presión.

El último paso que se realizó en el pre-procesado consistió en especificar las zonas de la geometría en las cuales se van a definir las condiciones de frontera. Es aquí donde se define que porción de la geometría será la entrada, la salida y las paredes. Para la entrada se introdujo la condición velocidad de entrada uniforme, para la salida una presión uniforme, para las paredes la condición sólido y finalmente se define el eje de simetría [5]. Para la simulación se tomaron los valores experimentales de caudal de entrada y se convirtieron en su respectivo valor de velocidad en metros/segundos, esto para cada uno de los puntos de funcionamiento, en este artículo se presenta solamente la condición de mayor caudal. Para la presión de operación se utilizaron también los valores medidos en la experimentación, la condición presentada en los resultados corresponde al caudal máximo. En las paredes de la tubería se introdujo un valor de rugosidad ($e = 0,0000015$) que es un valor conocido aproximado para tuberías de plástico.

En este proyecto se utilizó el modelo $k\epsilon$, el cual es un modelo turbulento para flujo viscoso donde se resuelven además de las ecuaciones de Navier-Stokes dos ecuaciones de transporte adicionales, una para la energía cinética turbulenta (k) y otra para la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta (ϵ).

4. RESULTADOS

A continuación se presenta un resumen de los resultados de simulación.

La figura 2 muestra la relación presión versus caudal para el diseño inicial del medidor de cono, comparando los con valores experimentales tomados en laboratorio, los teóricos calculados con las ecuaciones del instrumento y por los valores tomados de la simulación. Esto con el objeto de verificar la validez del modelo de simulación utilizado. Se observa que los valores obtenidos por los tres métodos son suficientemente cercanos como para considerar válida la simulación.

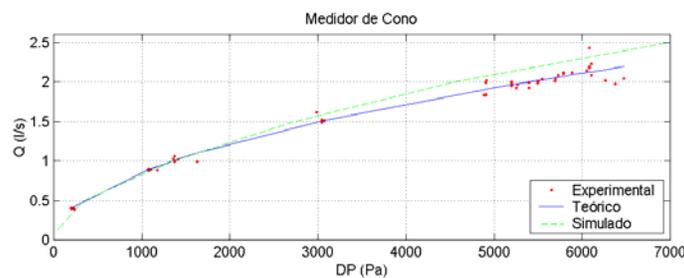


Fig 2. Caudal Vs. Diferencia de Presión, Valores Experimentales, Teóricos y de Simulación para Medidor de Cono y Tubo Venturi.

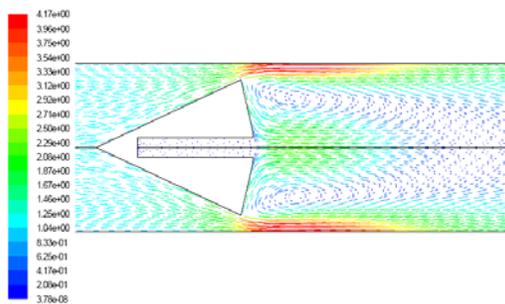
Seguidamente en la tabla 1 y en las figuras 3 y 4, y se muestra un ejemplo de los resultados de las simulaciones para una condición equivalente al flujo máximo del banco de pruebas, que es de $2.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, equivalente a una velocidad uniforme de 1.136 m/s y una presión de 57 KPa, a la salida del instrumento.

Tabla 1. Diferencias de presión en los instrumentos (en KPa)

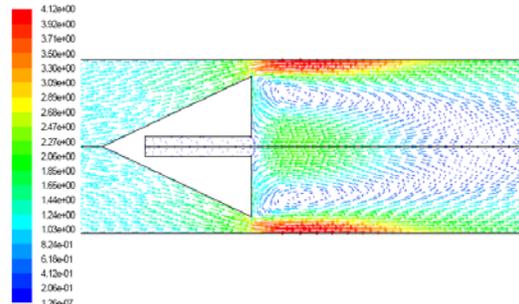
	Cono 1	Cono 2	Cono 3	Cono 4
Total Caída de Presión generada por instrumento	5.3	5.1	9.2	7.6
Diferencia de Presión medida en instrumento	6.3	6.2	8.0	4.2
Diferencia de Presión con punto de mínima presión	8.4	8.3	8.8	9.9

En la tabla 1 se resumen los valores de caída de presión más importantes, que son la caída de presión total generada por el instrumento en la tubería ($P1 - P$ salida de tubo), la diferencia de presión en el punto de medición ($P1 - P2$) y la diferencia de presión entre la entrada y el punto de mínima presión ($P1 - P$ mínimo). Se observa que el cono 3 es el que genera mayor caída de presión en la tubería, y permite una medición de flujo con una mayor diferencia de presión. Sin embargo el cono 4 es el que podría generar una mayor diferencia en la medición si esta se hiciera en un punto cercano a la base del cono, y no en el extremo como lo propuesto. Por último vemos como el cono 1 y 2, que son los que generan menor caída de presión, no presentan mucha diferencia, lo cual indica que el cono posterior en el diseño inicial no tiene mucha importancia para la medición. Observando las figuras de los vectores de velocidad y contornos de presión vemos como el cono 3 genera una mayor turbulencia, de allí su mayor caída de presión, mientras

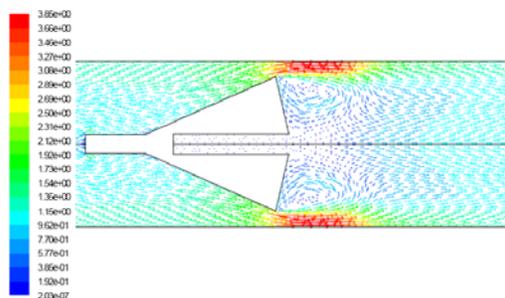
que el cono 4, a pesar de genera menor turbulencia, por lo largo del mismo, la fricción hace aumentar su caída de presión en comparación con los conos 1 y 2. De aquí se puede deducir que la tendencia debe ser a un diseño como el 2 para disminuir la caída de presión en la tubería o como el 4 para una mejor medición, pero cambiando el punto de la toma de alta presión.



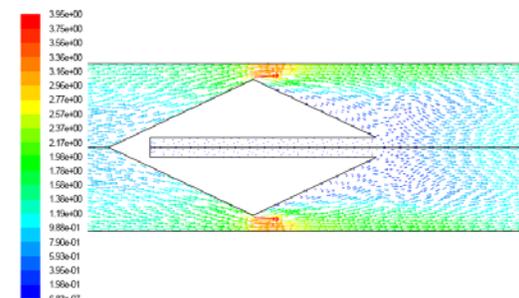
Medidor de Cono 1



Medidor de Cono 2

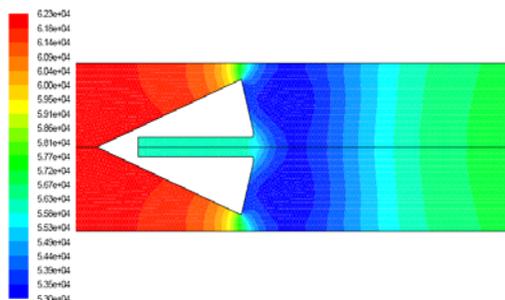


Medidor de Cono 3

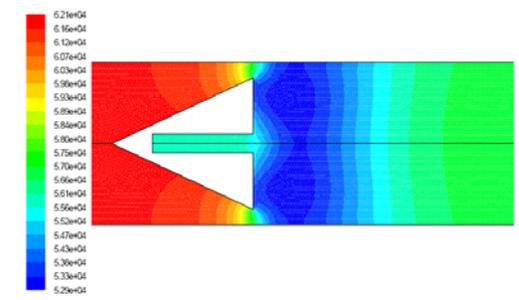


Medidor de Cono 4

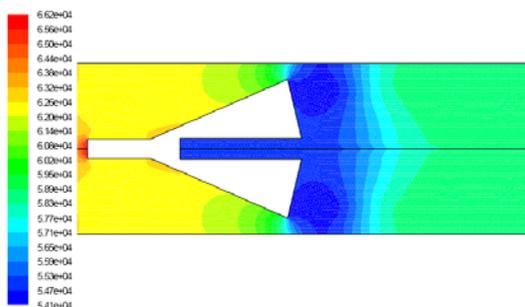
Fig. 3. Vectores de velocidad (m/s) para un caudal de 2.5 l/s.



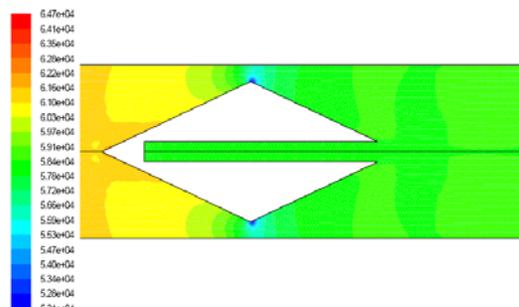
Medidor de Cono 1



Medidor de Cono 2



Medidor de Cono 3



Medidor de Cono 4

Fig. 4. Contorno de presión estática (Pa) para un caudal de 2.5 l/s.

5. CONCLUSIONES

Al analizar los resultados obtenidos puede concluirse que en los medidores de flujo de cono, el diseño del cono tiene una gran importancia en el funcionamiento del instrumento. Observamos como detalles a los cuales se les puede dar poca importancia como un extremo del cono de entrada sobresaliente (cono 3) modifica bastante los resultados obtenidos, mientras que el pequeño ángulo del cono de salida tiene poca importancia en los resultados. Por otro lado observamos cómo, para tener una mejor medición de la diferencia de presión, se debe ubicar correctamente el punto de la toma de alta presión, el cual debe estar cerca del borde de la base y no en su centro, tal como el diseño inicial. Finalmente vemos de los diseños presentados que el cono 4 presenta mayores posibilidades de producir una alta diferencia de presión, mientras que el cono 2 produce una menor caída de presión en la tubería.

Entre nuestras perspectivas de trabajo se encuentra afinar el estudio de las geometrías del medidor de cono para llegar un óptimo en cuanto a las ventajas y desventajas. Esto será realizado con más simulaciones en CFD, con uso de tres dimensiones, y con la construcción y prueba de los modelos de cono seleccionados. Para los instrumentos obtenidos se pretende elaborar estudios de los efectos de las condiciones de flujo aguas arriba y aguas abajo, como en [8], y su prueba basado en estándares internacionales, similar a [9].

6. REFERENCIAS

- [1] McCrometer, Inc. The Best Solution for Challenging Flow Measurement. Printed in USA. 2007.
- [2] Creus A, instrumentación industrial, Marcombo, S.A, 1998, Barcelona España.
- [3] Espinoza Carlos y Duarte Fuentes, Diseño, construcción y estudio de un Medidor de Flujo de Cono. Proyecto de Grado para optar al título de Ingeniero Mecánico, Escuela de Ingeniería Mecánica, Universidad de Los Andes, 2008, Mérida- Venezuela.
- [4] Dulhoste J.F., Guillén M., Espinoza C., Duarte R. Estudio Introductorio Del Funcionamiento De Un Medidor De Flujo Tipo Cono. XIII Congreso Latinoamericano de Control Automático / VI Congreso Venezolano de Automatización y Control. 25-28 de noviembre de 2008. Mérida, Venezuela.
- [5] Montenegro Vidal y Rondón Araujo, Simulación Computarizada de un Medidor de Flujo de Cono. Proyecto de Grado para optar al título de Ingeniero Mecánico, Escuela de Ingeniería Mecánica, Universidad de Los Andes, 2009, Mérida- Venezuela.
- [6] Potter Merle, Mecánica de Fluidos, PRENTICE HALL, Mexico, 1998.
- [7] ISO. Measurement of fluid flow by means of pressure differential devices inserted in circular cross-section conduits running full — Part 4: Venturi tubes. ISO/FDIS 5167-4:2002(E)
- [8] Singh, S.N. Seshadri, V. Singh, R.K. Gawhade, R.. Effect of upstream flow disturbances on the performance characteristics of a V-cone flowmeter. Flow Measurement and Instrumentation 17 (2006) 291–297
- [9] Petersa R.J.W., Stevena Richard, Caldwellb Steve, Johansenb Bill. Testing the Wafer V-Cone flowmeters in accordance with API 5.7 “Testing Protocol for Differential Pressure Flow Measurement Devices” in the CEESI Colorado test facility. Flow Measurement and Instrumentation 17 p.p. 247–254, Elsevier, 2006.

PRODIC3D: PROGRAMA PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS TRIDIMENSIONALES DIFUSIVOS-CONVECTIVOS

Rodríguez, Marcel L.

ingmarcelrodriguez@gmail.com

Damia, Juan A.

jdamia@gmail.com

Rincón, José A.

jose.rincon@gmail.com

Departamento de Energía, Universidad del Zulia, Facultad de Ingeniería, Escuela de Mecánica. Maracaibo 4001-A, Venezuela. Telefax (0261) 7871944

Resumen. *El presente trabajo muestra la extensión a tres dimensiones del programa computacional PRODIC, escrito en FORTRAN, para resolver problemas difusivos-convectivos en dos dimensiones usando el Método del Volumen Finito (MVF). La estructura del PRODIC[1] se mantuvo, introduciéndose cambios que permitieron al programa resolver la ecuación general de conservación tridimensional en coordenadas cartesianas y cilíndricas, conformándose así el nuevo programa PRODIC3D[2]. Opciones adicionales para la impresión de resultados y facilidades para la interpolación de los valores de las variables en los límites del volumen de control fueron incorporadas. La calibración del programa se basó en hacer comparaciones con resultados de un programa comercial. Las situaciones estudiadas fueron la de una cavidad tridimensional con una pared móvil y flujo y transferencia de calor en desarrollo a lo largo de una tubería semicircular.*

Los resultados obtenidos muestran que el PRODIC3D es un programa adecuado para el estudio de difusión y convección, en coordenadas cartesianas o cilíndricas, representando una importante herramienta para la simulación computacional y su enseñanza.

Palabras claves: Simulación computacional, Difusión, Convección, PRODIC3D, Método del volumen finito.

1. INTRODUCCIÓN

La simulación de situaciones prácticas en ingeniería generalmente conduce a resolver un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales en el espacio y el tiempo. Por tal razón, se presenta un programa para la resolución de problemas tridimensionales de transferencia de calor y mecánica de fluidos, producto de una extensión del programa PRODIC capaz de resolver

la ecuación general de conservación para una variable φ abarcando fenómenos tridimensionales difusivos-convectivos.

2. EL MÉTODO DEL VOLUMEN FINITO (FVM)

La ecuación diferencial a resolver numéricamente es:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi) + \text{div}(\rho\bar{u}\varphi) = \text{div}(\Gamma \text{grad}\varphi) + S \quad (1)$$

Donde ρ es la densidad, \bar{u} representa el vector velocidad, Γ es el coeficiente difusivo y S representa al término fuente. La variable φ representa la propiedad de estudio, usualmente específica, las cantidades Γ y S deben tener el significado apropiado para cada variable. Los términos de la ecuación son, el término no permanente, el término convectivo debido al campo de flujo, el término difusivo causado por el gradiente de φ , y la tasa de generación o término fuente, expresados todos por unidad de volumen.

Para obtener la ecuación discretizada de esta expresión se utilizará el Método del Volumen Finito [3][4], en el cual se divide el dominio de cálculo en celdas o volúmenes de control, para obtener, a través de un balance o integración, los valores de la variable representativa en cada celda del dominio.

Al considerar el volumen de control como la unidad más pequeña de todo el dominio, solo basta tomar un punto de éste y suponer que las condiciones existentes en él, identifican a la totalidad de los puntos, que conforman la unidad volumétrica.

La ubicación del punto de interés conocido como punto nodal o nodo dentro de la celda coincidirá con la de su centro geométrico. La aparición de los nodos originará una segunda división del dominio conocido como red nodal o malla.

Para terminar de transformar la ecuación diferencial asociada al volumen de control en una ecuación algebraica aproximada, hay un par de posibilidades al momento de asumir el perfil de variación de la variable de estudio. El más simple de todos es considerar que el valor de φ de un punto de la malla prevalece sobre el volumen de control que le rodea. Otro enfoque implica el uso de funciones de interpolación entre los puntos nodales.

La aplicación de este concepto a la ecuación diferencial a lo largo del dominio, da como resultado la obtención de un sistema de ecuaciones algebraicas, que podrá ser resuelta con el método línea a línea [3] (Patankar, 1991) y el acoplamiento presión-velocidad es iterativo a través del "método semi-implícito de ecuaciones eslabonadas vía presión" o SIMPLE (por sus siglas en inglés), desarrollado por Patankar y Spalding [5] (1972), con la ecuación de continuidad en su forma incompresible.

Los nodos ubicados en contornos son tratados de manera especial debido a que para todos los nodos ubicados adyacentes al borde, el correspondiente nodo en él actúa como uno de sus vecinos inmediatos. Para el caso del campo de flujo se utiliza el método "mallas desplazadas" (Patankar, 1981), en el que las componentes de la velocidad se calculan en la interfaz o límites de cada volumen de control. El programa presenta un algoritmo adicional para estos casos, aplicable para los seis bordes del dominio. El tratamiento para la obtención en los bordes son de dos tipos: tratamiento de bajo orden y tratamiento de alto orden, usados por Patankar [3] (1991) en el programa CONDUCT.

El tratamiento de bajo orden supone un perfil constante del flujo difusivo entre el nodo ubicado en el plano de borde y el nodo situado inmediatamente del lado interior adyacente al de borde. Este tipo de esquema puede generar en algunos casos resultados inexactos, por esta razón puede ser tratado de

una forma más precisa denominada tratamiento de alto orden, cuya ecuaciones pueden ser obtenida si el flujo es considerado como lineal entre las dos caras opuestas del volumen de control.

3. EL PROGRAMA PRODIC3D

El programa PRODIC3D se compone de una parte adaptable (ADAPT) y una parte invariable (MAIN), ambas escritas en lenguaje de programación FORTRAN.

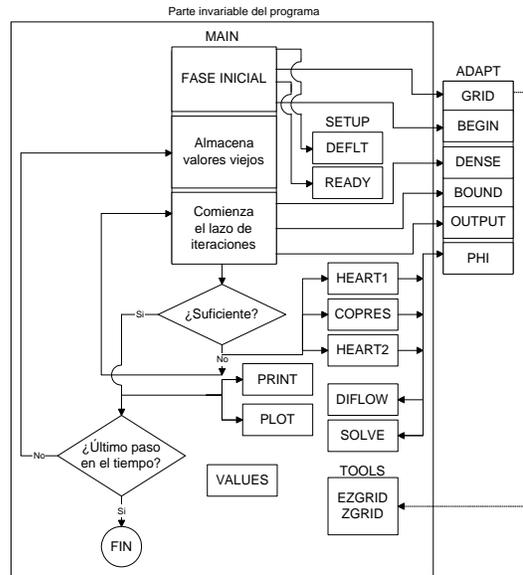


Figura 1 - Diagrama de flujo del programa PRODIC3D

La parte invariable contiene los elementos necesarios para resolver la ecuación general de la conservación, bajo sus distintas consideraciones (difusión y convección-difusión), mientras que la adaptable permite establecer la naturaleza del problema a resolver.

En la figura 1 puede observarse el diagrama de flujo del programa computacional PRODIC3D, donde se detalla la secuencia de operaciones y orden de llamados, al grupo de subrutinas principales que lo conforman.

4. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

A continuación se presentan un par de ejemplos de aplicación del programa PRODIC3D, en los cuales se dará una breve explicación de la elaboración de la parte adaptable del programa (subrutina ADAPT), comparaciones gráficas con el programa comercial FLUENT®. Es importante recalcar que los resultados no corresponden a un sistema de unidades en particular, pero en todo caso es consistente.

4.1 Cavidad tridimensional

Una geometría cartesiana, como la mostrada en la figura 2, representa una cavidad tridimensional en la que uno de sus paredes se desplaza horizontalmente a velocidad $u = 100$. La temperatura de la pared móvil es de 100, mientras que las otras paredes de la cavidad se mantienen a una temperatura de cero. El fluido tiene propiedades físicas uniformes.

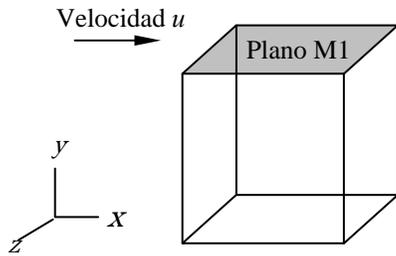


Figura 2 - Representación gráfica de una cavidad tridimensional con velocidad definida para el plano M1

Se desea obtener la distribución de temperatura y las componentes de velocidad a lo largo del dominio computacional.

Especificaciones en la subrutina ADAPT. Se establece el sistema coordenado, las dimensiones del dominio y la malla, al igual que la temperatura y velocidad de la pared móvil y de las otras paredes de la cavidad, junto con las propiedades físicas.

También se especifican los diversos parámetros de control en el proceso iterativo. Se hace el monitoreo de valores de velocidad y temperaturas en ciertos nodos así como presión, para cada iteración. Igualmente verifica el balance global másico en las celdas para observar como ocurre la convergencia de los valores del problema. Finalmente se fija el valor μ para el cálculo de cantidad de movimiento, y de k/C_P para el cálculo de temperatura.

Resultados gráficos. Se presentan resultados gráficos para planos seleccionados utilizando el programa PRODIC3D y el programa FLUENT® entre las mismas escalas de valores. Recordando que la placa caliente se desplaza en la dirección “x” positiva es posible observar los efectos térmicos y de velocidad para cada caso. Puede notarse la similitud significativa entre los valores obtenidos por los programas.

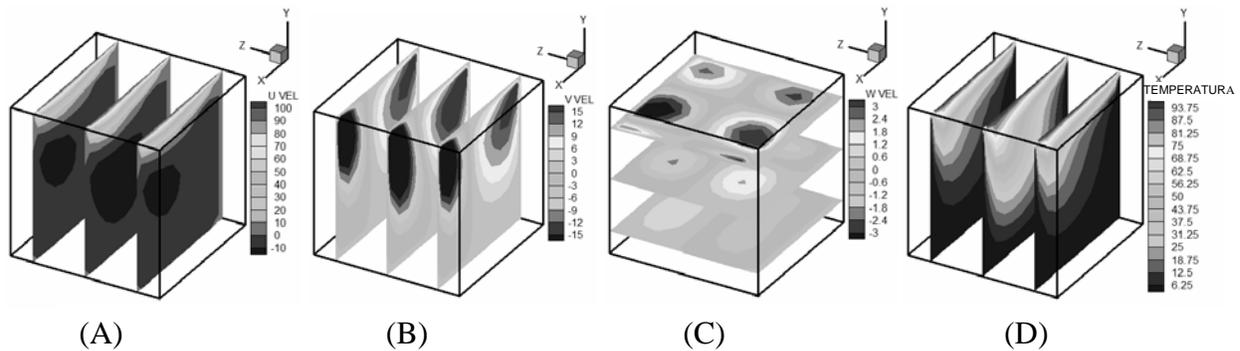


Figura 3 - Resultados gráficos para el ejemplo de la cavidad tridimensional utilizando el programa PRODIC3D: (A) Velocidad u ; (B) Velocidad v ; (C) Velocidad w ; (D) Temperatura.

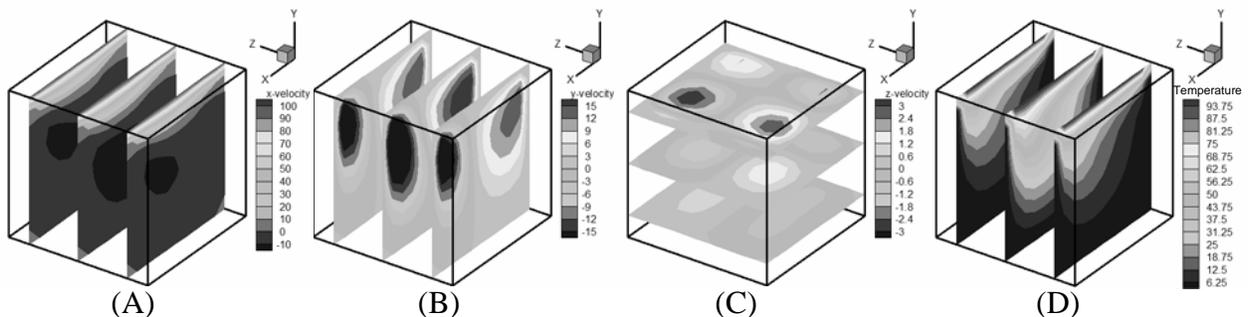


Figura 4 - Resultados gráficos para el ejemplo de la cavidad tridimensional utilizando el programa FLUENT®: (A) Velocidad u ; (B) Velocidad v ; (C) Velocidad w ; (D) Temperatura.

4.2 Flujo y transferencia de calor en desarrollo en una tubería semicircular.

Se tiene un tubo de sección semicircular como el mostrado en la figura 5 con entrada de velocidad axial unitaria y temperatura de entrada igual a cero. La pared de la tubería es mantenida a la temperatura de 1. El radio de la tubería es cinco y su longitud es de 20. El valor de la viscosidad es unitario. Se requiere obtener la distribución de temperatura y las componentes de velocidad a lo largo del dominio computacional.

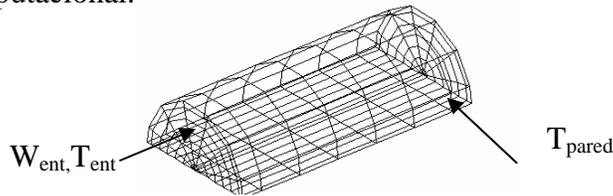


Figura 5 - Geometría y condiciones para problema de flujo y transferencia de calor en un ducto semicircular.

Especificaciones en la subrutina ADAPT. Se establece el sistema en coordenadas polares y las dimensiones en cada dirección del espacio al igual que los valores correspondientes para la temperatura de la pared, y para la temperatura y velocidad del fluido a la entrada de la tubería. El número de iteraciones es de 250.

Se calcula el flujo de entrada que servirá para realizar la corrección del flujo a la salida de la tubería. Se indica calcular los valores de temperatura y velocidad luego de alcanzar la convergencia.

Resultados gráficos

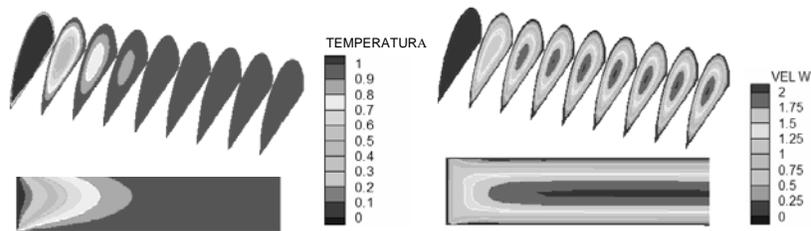


Figura 6 - Resultados gráficos para el ducto semicircular con el PRODIC3D:
(A) Temperatura, (B) Velocidad axial.

Tomando varias secciones transversales y la sección longitudinal del ducto se observa como la temperatura del fluido cambia desde su valor inicial hasta igualarse al valor constante en las paredes. Por otro lado se nota el desarrollo de la componente axial de la velocidad del fluido.

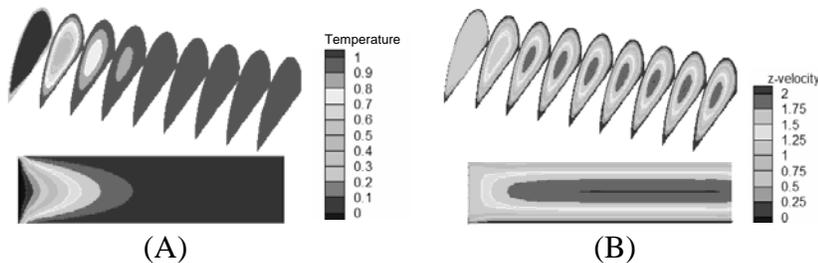


Figura 7 - Resultados gráficos para el ducto semicircular con el FLUENT®:
(A) Temperatura, (B) Velocidad axial.

5. CONCLUSIONES

Para el manejo adecuado de la parte adaptable del PRODIC3D es necesario que el usuario posea conocimientos básicos de programación en lenguaje FORTRAN. Igualmente es importante que el usuario esté al tanto de los valores y variables que deben ser introducidas al momento de elaborar la subrutina ADAPT que permita resolver de forma satisfactoria la situación que se plantee. El programa PRODIC3D muestra estar capacitado para resolver problemas tridimensionales difusivos-convectivos, tanto en coordenadas cartesianas como cilíndricas, tridimensionales, constituyendo una importante herramienta para la simulación computacional.

Agradecimientos

Albatros Ingeniería - www.albatros-ing.com

REFERENCIAS

- [1]. GONZÁLEZ, JESÚS A., Mejoras de un programa computacional de propósitos generales para problemas difusivos - convectivos. *Trabajo Especial de Grado, Escuela de Ingeniería Mecánica, La Universidad del Zulia*, 1997.
- [2]. RODRÍGUEZ, MARCEL L., Extensión del programa PRODIC para la solución de problemas tridimensionales difusivos convectivos. *Trabajo Especial de Grado, Escuela de Ingeniería Mecánica, La Universidad del Zulia*. 2005.
- [3]. PATANKAR, SUHAS V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. *Hemisphere Publishing Corporation*, 1980.
- [4]. PATANKAR, SUHAS V., Computation of Conduction and Duct Flow Heat Transfer. Innovative Research, Maple Grove. 1991.
- [5]. PATANKAR, S. y SPALDING D., A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows, *Int. J. Heat Mass. Transfer*, vol 15. 1972.

ESTUDIO DE LOS PARÁMETROS DE FUNCIONAMIENTO DE UN MEDIDOR DE FLUJO TIPO CONO

Jean-F. Dulhoste
José D. Montenegro
Marcos Guillén
Rafael Santos

{ djean, dmontenegro, marcosg, rsantosl}@ula.ve

Grupo de Termofluidodinámica. Dpto. de Ciencias Térmicas. Escuela de Ingeniería Mecánica.
Universidad de Los Andes. Mérida - Venezuela.

Resumen: *El presente trabajo consiste en el estudio de los parámetros de funcionamiento de un medidor de flujo conocido como Medidor de Cono (Cone Meter). La bibliografía sobre este medidor indica que, presenta mejores características que instrumentos de medición de flujo similares como por ejemplo el Tubo Venturi o la Placa Orificio. Entre las mejoras, se pueden mencionar la influencia sobre el perfil de velocidades, ya que, éste actúa como un elemento ordenador del flujo al ubicarse en la sección de mayor velocidad del perfil. Este ordenamiento del flujo, permite una buena estabilidad en la señal de los dispositivos de medición secundarios instalados en el mismo y una mayor precisión en sus medidas. La finalidad de este trabajo es comparar su funcionamiento con uno de los mejores elementos primarios de reducción de área tradicionales como es el Tubo Venturi. Esta comparación se ha realizado tanto desde un punto de vista numérico como experimental, en donde se observaron algunas ventajas y desventajas del medidor de cono en comparación con el tubo Venturi. Para este estudio se realizó la simulación con volúmenes finitos en dos dimensiones para los dos medidores y fueron construidos los dos elementos primarios, con características similares de contracción del flujo, material y tolerancias en dimensiones.*

Palabras clave: Medidor de cono, medición de flujo, tubo Venturi, simulación volúmenes finitos.

1. INTRODUCCIÓN

Actualmente en el mundo de la instrumentación existen variedades de equipos para medir flujos, cada uno con sus propias virtudes y defectos, con procesos cada día más rigurosos continuamente se buscan nuevos equipos o mejoras a los ya existentes. Uno de estos nuevos

instrumentos es el Medidor de Flujo Tipo Cono (Cone Meter), que tiene, según sus fabricantes [1], muchos beneficios entre los que se cuenta menos restricciones para el montaje y mejores mediciones, pero existe poca bibliografía independiente que haga referencia a su funcionamiento. Este nuevo medidor de flujo genera una caída de presión por reducción del área de paso del flujo, el mismo principio de funcionamiento que otros instrumentos como el Venturi o la placa orificio [2], solo que en este caso la reducción se genera con una obstrucción en forma de cono en el centro de la tubería en lugar de una reducción del diámetro de la tubería.

Recientemente comenzamos un estudio de este tipo de instrumentos [3], del cual fue presentado un estudio introductorio a nivel experimental básico [4], dicho estudio consistía principalmente en la comparación experimental de un Medidor de Cono con un tubo Venturi. En el presente trabajo se complementa el estudio con simulaciones, utilizando técnicas de Dinámica de Fluidos Computacional, con software comercial, para así mejorar el entendimiento del comportamiento de este y tener información difícil o imposible de obtener por la vía experimental [5].

2. MEDIDOR DE FLUJO TIPO CONO

2.1. Configuración del instrumento

Consiste en un cono centrado dentro de la tubería, el cual interactúa con el fluido cambiándole la forma al perfil de velocidades y a la vez creando una región de baja presión en el área posterior.

La diferencia de presión se mide mediante dos agujeros uno en la pared de la tubería, alta presión (P1) y otro en la parte posterior del cono truncado, baja presión (P2), ver figura 2.

Los fabricantes [1] indican que usar el cono en el centro de la tubería tiene ciertas ventajas sobre los medidores de flujo convencionales, tales como: interactúa con las líneas de alta velocidad del perfil de velocidades produciendo mayor caída de presión; mezclará todas las zonas del perfil, homogenizando sus propiedades; se puede usar en fluidos que no estén en un solo estado, como por ejemplo gas húmedo.

Raramente en instalaciones de tubería se observan flujos completamente desarrollados [6], condición generalmente necesaria para el buen funcionamiento de muchos medidores de flujo. El cono supera en parte este requerimiento ya que modifica el perfil de velocidad aguas arriba del mismo. Esto fue estudiado por Singh et al en [7]. Por otro lado Peters et al en [8] estudiaron el comportamiento de un tipo particular de medidor de cono basado en las normas API 5.7.

2.2. Ecuación para determinar el caudal volumétrico

La expresión general para la determinación del caudal en elementos de presión diferencial se basa en la aplicación del Teorema de Bernoulli a una tubería horizontal [6]. Según el estándar ISO 5167 [9] esta expresión debe ser corregida por un coeficiente de descarga (C) y un coeficiente de expansión (e), para tomar en cuenta los efectos de reparto desigual de velocidades, la concentración del fluido, las rugosidades de la tubería y el estado en que se encuentra el fluido de trabajo ya sea líquido, gas o vapor. La ecuación que se obtiene es la siguiente:

$$Q = \frac{Ce}{\sqrt{(1-\beta^4)}} \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{\frac{2DP}{\rho}} \quad (1)$$

Si bien el estándar ISO se refiere solo a tubos Vénturi, Toberas y Placas Orificio, su utilización puede ser extrapolada a otros instrumentos de reducción de área, con las particularidades pertinentes en cuanto a los coeficientes y configuración.

3. EVALUACIÓN EXPERIMENTAL DE LOS INSTRUMENTOS

Para la realización de las pruebas experimentales de los instrumentos, tanto el Medidor de Cono como el Tubo Venturi fueron construidos con características semejantes, igual contracción de flujo y se instalaron en el banco de calibración de medidores de flujo del laboratorio. Como lineamiento base para el dimensionamiento, construcción e instalación del Venturi se tomaron en cuenta las normas ISO. Se utilizó un coeficiente de contracción $\beta=0.5933$, las dimensiones se observan en la figura 1.

El Medidor de Cono fue construido para obtener un área de paso de fluido idéntica al Vénturi de referencia, sus dimensiones se presentan en la figura 2. En cuanto a la instalación se consideraron las recomendaciones de fabricantes, que plantean que el medidor debe estar ubicado de 0 a 3 diámetros de tubería del primer accesorio que produzca perturbaciones [1].

El banco de pruebas consta de un tanque de aforo y un sistema de mangueras plásticas transparentes sobre una tabla vertical de 3,5 cm de altura para medir las diferencias de presión. Más detalles sobre la configuración del equipo experimental pueden observarse en [3] y [4].

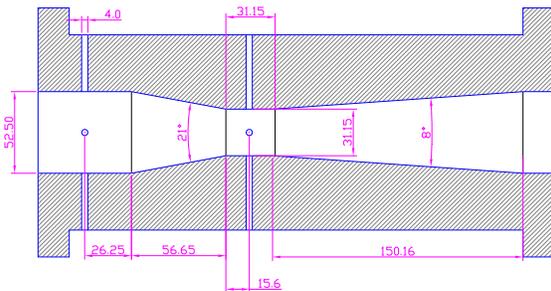


Fig. 1. Tubo Venturi (dim. en mm).

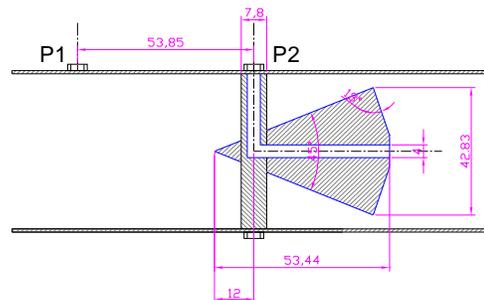


Fig. 2. Medidor de Cono (dim. en mm).

4. SIMULACION CFD

Para observar en forma aproximada la evolución del flujo en los dos instrumentos se realizó una simulación con un programa comercial de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD). Esta simulación se realizó en forma bidimensional mediante una discretización del dominio axisimétrico en pequeños elementos a través del método de volúmenes finitos.

Para ambos dispositivos se consideró una longitud adicional, aguas arriba y aguas abajo de los instrumentos, para observar en la simulación la formación de un perfil de velocidad desarrollado [6], y analizar la recuperación de presión del flujo una vez que ha atravesado el instrumento.

Se utilizó un modelado axisimétrico, por la simetría de los instrumentos respecto al eje del tubo, de sección transversal circular. Definiendo la geometría en un plano.

Se utilizó un mallado homogéneo triangular en las zonas del tubo aguas arriba y aguas abajo de los instrumentos, y un mallado más fino en las cercanías del instrumento, principalmente las tomas de presión.

El último paso que se realizó en el pre-procesado consistió en especificar las zonas de la geometría en las cuales se van a definir las condiciones de frontera. Es aquí donde se define que porción de la geometría será la entrada, la salida y las paredes. Para la entrada se introdujo la condición velocidad de entrada uniforme, para la salida una presión uniforme, para las paredes la

condición sólida y finalmente se define el eje de simetría [5]. Para la simulación se tomaron los valores experimentales de caudal de entrada y se convirtieron en su respectivo valor de velocidad en metros/segundos, esto para cada uno de los puntos de funcionamiento, en este artículo se presenta solamente la condición de mayor caudal. Para la presión de operación se utilizaron también los valores medidos en la experimentación, la condición presentada en los resultados corresponde al caudal máximo. En las paredes de la tubería se introdujo un valor de rugosidad ($e = 0,0000015$) que es un valor conocido aproximado para tuberías de plástico.

En este proyecto se utilizó el modelo $k\epsilon$, el cual es un modelo turbulento para flujo viscoso donde se resuelven además de las ecuaciones de Navier-Stokes dos ecuaciones de transporte adicionales, una para la energía cinética turbulenta (k) y otra para la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta (ϵ).

5. RESULTADOS

A continuación se presenta un resumen de los datos tomados en el laboratorio, los valores teóricos obtenidos con las ecuaciones fundamentales de los instrumentos y los resultados de simulación.

Primeramente se presenta la figura 3 que incluye una grafica de la relación presión versus caudal tanto del medidor de cono como del tubo Venturi, para valores experimentales tomados en laboratorio, teóricos calculados con las ecuaciones del instrumento y por último valores tomados de la simulación.

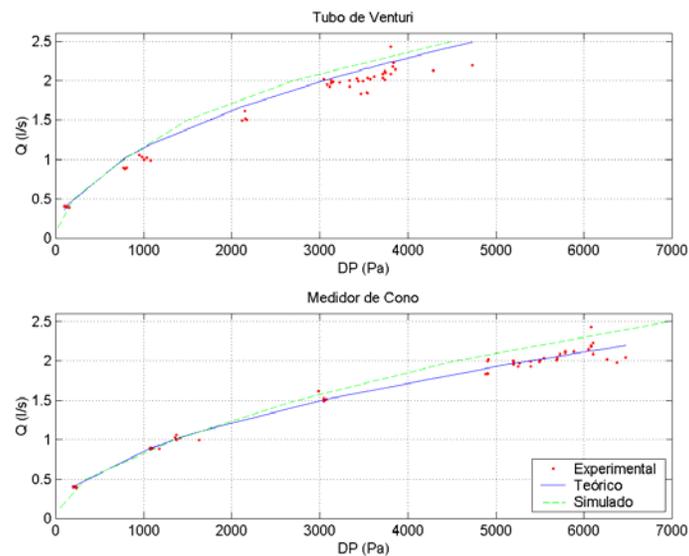
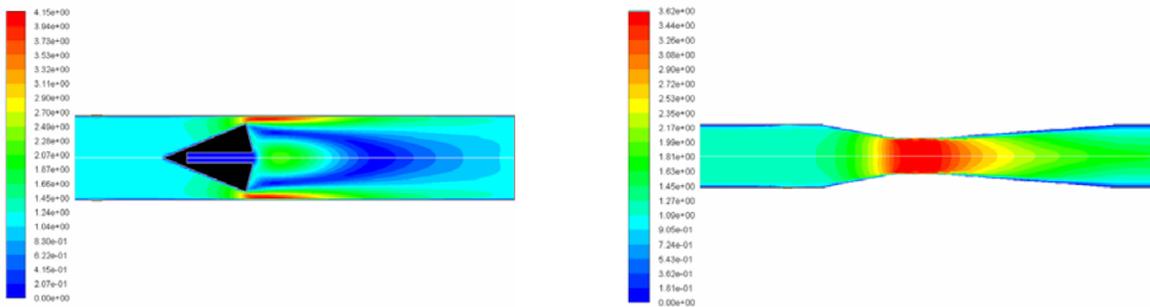


Fig 3. Caudal Vs. Diferencia de Presión, Valores Experimentales, Teóricos y de Simulación para Medidor de Cono y Tubo Venturi.

Entre las primeras observaciones que podemos realizar de la figura 3 se encuentra el hecho que los valores obtenidos por los tres métodos se aproximan bastante. Sin embargo, se nota una diferencia mayor entre los resultados de la simulación y los experimentales, en comparación con la diferencia entre los teóricos y experimentales. Esta mayor diferencia es de esperarse al considerar una simulación bidimensional que desprecia algunas características y factores de los instrumentos. Sin embargo los resultados son suficientemente cercanos como para considerar

válida la simulación. Por otro lado se observa comparando el medidor de cono con el Venturi que el primero produce una mayor caída de presión, a pesar de tener una área de paso equivalente. Esto concuerda con lo que se esperaba teóricamente pues el cono actúa en la zona de la sección de mayor velocidad de flujo, mientras que el Venturi actúa en la zona de menor velocidad de flujo. Por otro lado vemos como la dispersión de los datos es menor en el medidor de cono que en el Venturi, lo cual indica una mejor repetibilidad de las medidas para el cono en comparación con el Venturi.

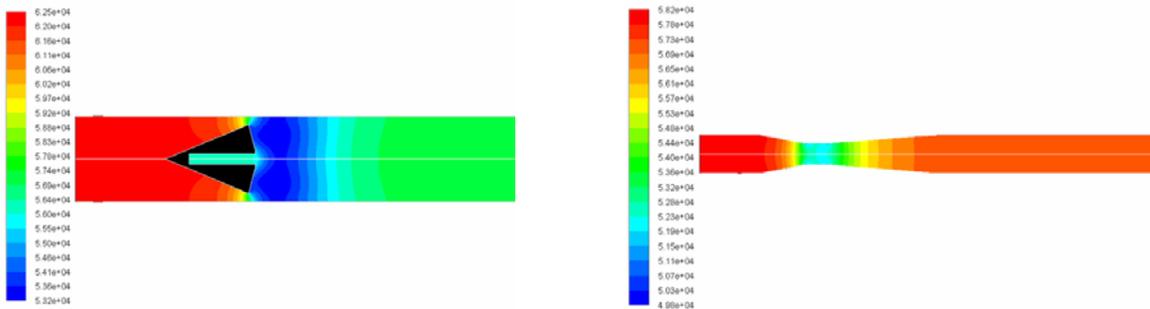
Seguidamente se presentan cuatro ejemplos de resultados de simulación en las figuras 4 y 5, en las cuales se muestra las simulaciones para una condición equivalente al flujo máximo del banco de pruebas, que es de $2.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, equivalente a una velocidad uniforme de 1.136 m/s y una presión de 57 KPa. Es de notar que solo se presentan estas simulaciones como ejemplos, pues fueron realizadas simulaciones para varios puntos de operación que abarcan todo el rango de funcionamiento del banco de pruebas, en [5] pueden observarse un mayor número de datos.



Medidor de Flujo de Cono

Tubo Venturi

Fig. 4. Contorno de velocidad (m/s) para un caudal de 2.5 l/s.



Medidor de Flujo de Cono

Tubo Venturi

Fig. 5. Contorno de presión estática (Pa) para un caudal de 2.5 l/s.

En estas simulaciones, y las otras realizadas, se observan varias cosas. Primero las velocidades obtenidas en la contracción del cono son ligeramente superiores a las del Venturi, lo cual explica su mayor diferencia de presión, efecto que es conveniente para una mejor medición del flujo. Y por otro lado vemos como la recuperación de la presión después de que el flujo pasa alrededor del instrumento es mucho menor en el cono que en el Venturi, de hecho la presión sigue cayendo rápidamente incluso después de haber salido de la zona del instrumento, mientras que en el Venturi esta se recupera casi hasta el valor que tenía aguas arriba del instrumento. Esto es inconveniente para el sistema de flujo pues requerirá de un mayor consumo de potencia para hacer circular el fluido. De hecho vemos como el medidor de cono en este aspecto se parece más a una placa orificio que a un Venturi.

6. CONCLUSIONES

Al analizar los resultados obtenidos puede concluirse que la simulación computarizada, ha proporcionado valores razonables tanto para el Medidor de Cono como para el Tubo Venturi, destacando niveles de discrepancia aceptables en comparación con los datos experimentales.

Se evidencia que para condiciones de operación similares, aun cuando el Medidor de Cono tiene mayor caída de presión que es su ventaja principal frente a otros dispositivos análogos de medición de flujo, presenta una clara desventaja frente al Tubo Venturi ya que este último, presenta una recuperación de presión más eficaz una vez que el flujo ha atravesado la reducción de área, se sabe con más exactitud el caudal pero a costo de pérdida de presión, lo que llevaría al montaje de equipos alternativos para recuperarla (bombas o compresores según sea el flujo en la tubería). Tomando en cuenta los análisis y lo expuesto anteriormente, debería hacerse un estudio de costos y un balance entre las ventajas y desventajas de usar el Medidor de Cono según las necesidades específicas al momento de la implementación de este, ya que elegirlo a priori puede conducir a gastos innecesarios.

Entre nuestras perspectivas de trabajo se encuentra estudiar con más detalle la geometría del medidor de cono para intentar conseguir una que permita mantener las ventajas y disminuir sus desventajas. Para ello se está comenzando la construcción de nuevos modelos de cono y la realización de simulaciones aún más precisas, con uso de tres dimensiones y menos aproximaciones.

7. REFERENCIAS

- [1] McCrometer, Inc. The Best Solution for Challenging Flow Measurement. Printed in USA. 2007.
- [2] Creus A, instrumentación industrial, Marcombo, S.A, 1998, Barcelona España.
- [3] Espinoza Carlos y Duarte Fuentes, Diseño, construcción y estudio de un Medidor de Flujo de Cono. Proyecto de Grado para optar al título de Ingeniero Mecánico, Escuela de Ingeniería Mecánica, Universidad de Los Andes, 2008, Mérida- Venezuela.
- [4] Dulhoste J.F., Guillén M., Espinoza C., Duarte R. Estudio Introductorio Del Funcionamiento De Un Medidor De Flujo Tipo Cono. XIII Congreso Latinoamericano de Control Automático / VI Congreso Venezolano de Automatización y Control. 25-28 de noviembre de 2008. Mérida, Venezuela.
- [5] Montenegro Vidal y Rondón Araujo, Simulación Computarizada de un Medidor de Flujo de Cono. Proyecto de Grado para optar al título de Ingeniero Mecánico, Escuela de Ingeniería Mecánica, Universidad de Los Andes, 2009, Mérida- Venezuela.
- [6] Potter Merle, Mecánica de Fluidos, PRENTICE HALL, Mexico, 1998.
- [7] Singh, S.N. Seshadri, V. Singh, R.K. Gawhade, R.. Effect of upstream flow disturbances on the performance characteristics of a V-cone flowmeter. Flow Measurement and Instrumentation 17 (2006) 291–297
- [8] Petersa R.J.W., Stevena Richard, Caldwellb Steve, Johansenb Bill. Testing the Wafer V-Cone flowmeters in accordance with API 5.7 “Testing Protocol for Differential Pressure Flow Measurement Devices” in the CEESI Colorado test facility. Flow Measurement and Instrumentation 17 p.p. 247–254, Elsevier, 2006.
- [9] ISO. Measurement of fluid flow by means of pressure differential devices inserted in circular cross-section conduits running full — Part 4: Venturi tubes. ISO/FDIS 5167-4:2002(E)

ESTUDIO COMPARATIVO DE MODELOS DE FLUJO TRANSITORIO DE GAS EN TUBERÍA

Ronald E. Vieira U.

ronaldvieira@ula.ve

Post Grado de Ingeniería Mecánica, Universidad de Los Andes. Mérida, 5101 – Venezuela.

Carlos F. Torres-Monzón

ctorres@ula.ve

Laboratorio de Turbomáquinas, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes. Mérida, 5101 – Venezuela.

Resumen. *En el presente estudio se comparan diferentes métodos para la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales, que describen el flujo isotérmico de gas en tuberías. Tres de estos esquemas incluyen un multiplicador de inercia, siguiendo el método de las características. La diferencia principal entre dos de estos modelos es determinada por el planteamiento de los términos de la ecuación de momento para flujo unidimensional. El tercer modelo comparado, plantea la solución utilizando un procedimiento semi-analítico que involucra la teoría de impedancia para las variables con oscilaciones estables. El cuarto modelo presentado, se basa en la resolución implícita de la aproximación por diferencias finitas de las variables del sistema de ecuaciones. Se presentan algunos ejemplos numéricos y una verificación con data de campo, que permiten establecer comparaciones para diferentes condiciones de flujo en una sección de tubería.*

Palabras Clave: Flujo Transitorio de Gas, Método de las Características, Diferencias Finitas.

1. INTRODUCCIÓN

La ocurrencia de diferentes tipos de flujos transitorios en un sistema depende básicamente de la geometría y de la causa de la inestabilidad. Idealmente, un modelo para el cálculo de flujo transitorio debe producir un resultado satisfactorio para todas estas condiciones. En el presente estudio se analiza el comportamiento de cuatro modelos numéricos mediante la comparación de los resultados ante tres situaciones específicas de flujo: la variación sinusoidal de flujo en la salida de una tubería con presión constante en la entrada; cierre total de una válvula ubicada a la salida de una tubería; y la comparación con una data de campo para un flujo de veinticuatro horas de una línea de transmisión de gran longitud.

2. ECUACIONES BÁSICAS

Para describir el movimiento de gas en una tubería se realizan las siguientes suposiciones: 1) flujo compresible isotérmico unidimensional; 2) factor de fricción para estado estable; 3) expansión despreciable de las paredes de la tubería debido a los cambios de presión. Siguiendo este planteamiento, las ecuaciones que describen el flujo transitorio de gas en tuberías son la ecuación de estado Ec. (1), la ecuación de continuidad Ec. (2) y la ecuación de momento Ec. (3):

$$P = z\rho RT, \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{V_w^2}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\dot{m}^2 V_w^2}{PA^2} \right) + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{f V_w^2 \dot{m}^2}{2DA^2 P} + \frac{Pg}{V_w^2} \sin \theta = 0, \quad (3)$$

donde P es la presión absoluta, z es el factor de compresibilidad, R es la constante del gas, T es la temperatura absoluta, \dot{m} es el flujo másico de gas, A es el área transversal de la tubería, D es el diámetro de la tubería, θ es el ángulo de inclinación de la tubería, g es la constante de aceleración debida a la gravedad, y f es el factor de fricción de Darcy. En el presente estudio se asume un factor de compresibilidad constante de $z=1.0$. Bajo la suposición de flujo isotérmico con temperatura constante, la velocidad de onda, V_w es \sqrt{zRT} .

Wylie y Streeter [1], asumiendo una velocidad de flujo pequeña en relación a la velocidad isotérmica de onda ($v/V_w \ll 1$) consideran que el segundo término de inercia de la Ec. (3) puede ser despreciado, lo cual resulta en:

$$\frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{f V_w^2 \dot{m}^2}{2DA^2 P} + \frac{Pg}{V_w^2} \sin \theta = 0. \quad (4)$$

3. MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS

Para la ecuación de momento, Yow [2] incrementa el primer término de inercia ($\partial \dot{m} / \partial t$) en la Ec. (4) mediante la multiplicación por una constante α^2 :

$$\frac{\alpha^2}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{f V_w^2 \dot{m}^2}{2DA^2 P} + \frac{Pg}{V_w^2} \sin \theta = 0 \quad (5)$$

El multiplicador de inercia $\alpha = V_w \Delta t / L(i)$, aumenta el tamaño del paso temporal y también permite obtener un mayor control sobre la solución en el caso de flujos transitorios rápidos.

3.1 Modelo MOC-I

Empleando el método de las características, Wylie y Streeter [1] obtuvieron las ecuaciones de compatibilidad para las ecuaciones de flujo transitorio Ec. (2) y Ec. (5). Aplicando el método de los intervalos de tiempo específicos, al multiplicar e integrar las ecuaciones características (Wylie y Streeter [1]) se obtienen las ecuaciones de compatibilidad discretizadas:

$$C^+ = \frac{\alpha V_w}{A} (\dot{m}_P - \dot{m}_A) + (P_P - P_A) + \frac{f V_w^2 \Delta x (e^s - 1)}{s (P_P + P_A) DA^2} \left(\frac{\dot{m}_P + \dot{m}_A}{2} \left| \frac{\dot{m}_P + \dot{m}_A}{2} \right. \right) + \frac{P_P^2 (e^s - 1)}{(P_P + P_A)} = 0, (6)$$

$$C^- = \frac{\alpha V_w}{A} (\dot{m}_P - \dot{m}_B) - (P_P - P_B) + \frac{f V_w^2 \Delta x (e^s - 1)}{s (P_P + P_B) DA^2} \left(\frac{\dot{m}_P + \dot{m}_B}{2} \left| \frac{\dot{m}_P + \dot{m}_B}{2} \right. \right) + \frac{P_B^2 (e^s - 1)}{(P_P + P_B)} = 0, (7)$$

donde $s = 2g \Delta x \sin \theta / V_w^2$. Los subíndices de las ecuaciones indican la posición de las variables en el plano x-t. Estas ecuaciones son resueltas simultáneamente empleando una solución iterativa para resolver el sistema de ecuaciones algebraicas no-lineales resultante (Burden y Fayres [3]).

3.2 Modelo MOC-II

Liou [4] introdujo un término adicional para balancear la ecuación de momento y resolver la Ec. (4). Siguiendo el procedimiento desarrollado para el modelo anterior, se obtienen las formas discretizadas de las ecuaciones de compatibilidad para el segundo modelo basado en el método de las características. El esquema computacional de solución es similar al utilizado para el modelo MOC-I. Los términos adicionales en las Ecs. (6) y (7) son respectivamente:

$$C_{Liou}^+ = \frac{V_w}{2A} \left(\frac{1}{\alpha} - \alpha \right) (\dot{m}_P + \dot{m}_A), (8)$$

$$C_{Liou}^- = \frac{V_w}{2A} \left(\frac{1}{\alpha} - \alpha \right) (\dot{m}_P + \dot{m}_B) = 0. (9)$$

4. MODELO SEMI-ANALÍTICO

Yow [2] desarrolló un procedimiento para obtener la solución de las Ec. (1), Ec. (2) y Ec. (4) utilizando la teoría de impedancias, junto con una técnica numérica para obtener la matriz de transferencia a lo largo de la longitud de la tubería. Las ecuaciones no-lineales resultantes de la aplicación del método, se obtienen a través de un proceso de aproximaciones sucesivas. Este modelo fue utilizado para validar y estimar los errores de los esquemas numéricos empleados.

5. MÉTODO IMPLÍCITO

El modelo implícito resuelve las Ec. (2) y Ec. (3), empleando la aproximación por diferencias finitas centradas. El resultado de esta aproximación es:

$$\left(\frac{P_{i+1}^{n+1} + P_i^{n+1} - P_{i+1}^n - P_i^n}{2\Delta t} \right) + \frac{V_w^2}{A} \left(\frac{\dot{m}_{i+1}^{n+1} - \dot{m}_i^{n+1}}{\Delta x} \right) = 0, \quad (10)$$

$$\left(\frac{\dot{m}_{i+1}^{n+1} + \dot{m}_i^{n+1} - \dot{m}_{i+1}^n - \dot{m}_i^n}{2\Delta t A} \right) + \frac{2(\dot{m}_{i+1}^{n+1} + \dot{m}_i^{n+1})(\dot{m}_{i+1}^{n+1} - \dot{m}_i^{n+1})}{\Delta x (P_{i+1}^{n+1} + P_i^{n+1}) A^2 / V_w^2} - \frac{(\dot{m}_{i+1}^{n+1} + \dot{m}_i^{n+1})^2 (P_{i+1}^{n+1} - P_i^{n+1})}{\Delta x (P_{i+1}^{n+1} + P_i^{n+1})^2 A^2 / V_w^2} \quad (11)$$

$$+ \left(\frac{P_{i+1}^{n+1} - P_i^{n+1}}{\Delta x} \right) + \frac{f V_w^2}{DA^2 (P_{i+1}^{n+1} + P_i^{n+1})} \left(\frac{\dot{m}_{i+1}^{n+1} + \dot{m}_i^{n+1}}{2} \right) + \left(\frac{P_{i+1}^{n+1} + P_i^{n+1}}{2} \right) \frac{g}{V_w^2} \sin \theta = 0.$$

Las Ec. (10) y Ec. (11) algebraicas no-lineales forman un sistema de ecuaciones que debe resolverse simultáneamente. Así, para cada tamaño de paso temporal (Δt), si existen N secciones en el sistema, existirán N pares de ecuaciones más una condición de frontera para cada extremo. Este conjunto de $2N + 2$ ecuaciones no-lineales debe ser resuelto para las $2N + 2$ variables desconocidas de presión y flujo másico.

6. EJEMPLOS NUMÉRICOS

6.1 Variación sinusoidal de flujo en la salida de una tubería

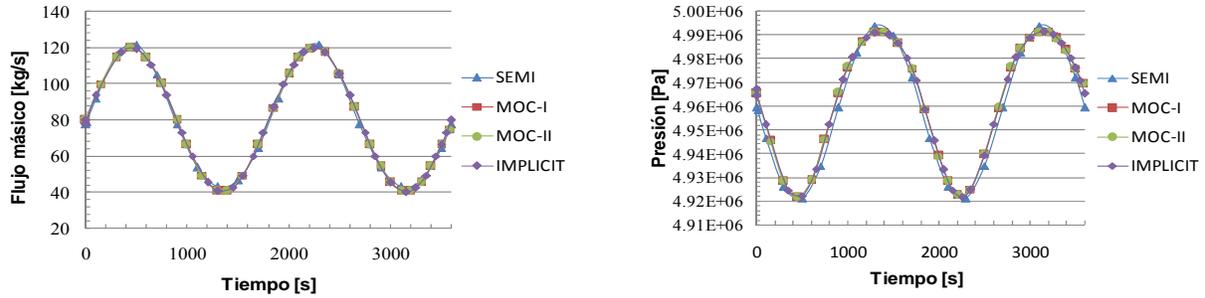
En este caso la solución semi-analítica de las ecuaciones características se compara con los modelos MOC-I y II y con el modelo implícito (IMPLICIT). El ejemplo considerado es una tubería horizontal de 1000 m, 500 mm de diámetro interno, con una presión fija en la entrada de 5 MPa y un flujo másico variable a la salida de $\dot{m}_{out} = \dot{m}_0 + \Delta \dot{m} \sin(2\pi t / \tau)$. El flujo másico inicial en estado estable es de $\dot{m}_0 = 80$ kg/s, la amplitud de la variación del flujo es $\Delta \dot{m} = 40$ kg/s, t es el tiempo en s, y τ es el periodo de la oscilación en s. La simulación se realizó para un periodo de oscilación; 1800 s. La velocidad V_w fue de 340.2 m/s con $f = 0.008$. El tiempo de simulación fue de 3600 s. En la Fig. 1 se muestran los resultados.

6.2 Cierre de válvula a la salida de una tubería

En este caso, se considera el flujo de gas a través de una tubería horizontal de 1000 m, 500 mm de diámetro interno, con una presión fija en la entrada de 5 MPa. Luego de mantener el flujo constante durante 249 s, la válvula se cierra totalmente. El tiempo de simulación luego del cierre de la válvula fue de 750 s. Para las pruebas se seleccionó un factor de fricción constante de $f = 0.008$. La velocidad V_w fue de 340.2 m/s. Este sistema es similar al empleado por Kiuchi [5] para comparar modelos de flujo transitorio. En las Figs. 2 y 3 se muestran los resultados.

7. COMPARACIÓN CON DATA DE CAMPO

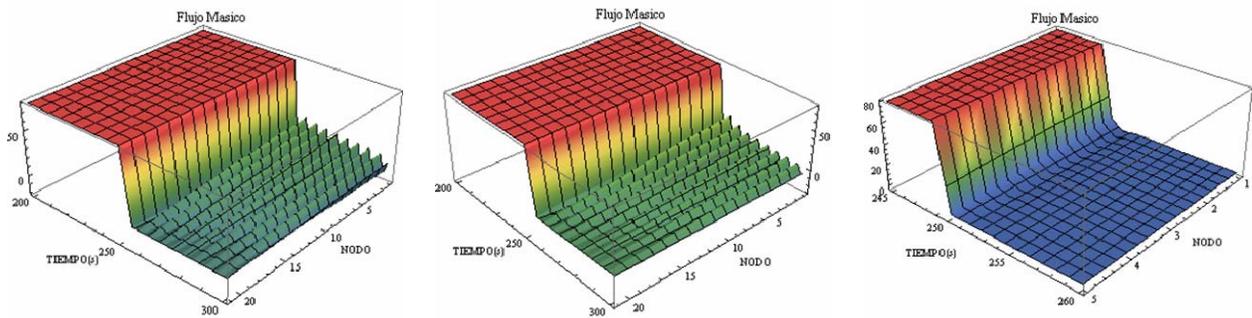
En esta prueba experimental se considera el flujo isotérmico de un gas en una tubería de 72 km de longitud con un diámetro de 200 mm (Zhou y Adewumi [6]). En la entrada de la tubería se mantiene una presión constante de 4.21 MPa mientras que el flujo másico en la salida varía en un periodo de 86400 s de acuerdo a los cambios en el consumo de gas.



a) Flujo másico de entrada

b) Presión de salida

Figura 1 - Comparación de modelos MOC I, MOC II ($\alpha=0.68$, $\Delta t=0.2$ s), e IMPLICIT ($\Delta t=10$ s, $\Delta x=250$ m) para $\tau=1800$ s.

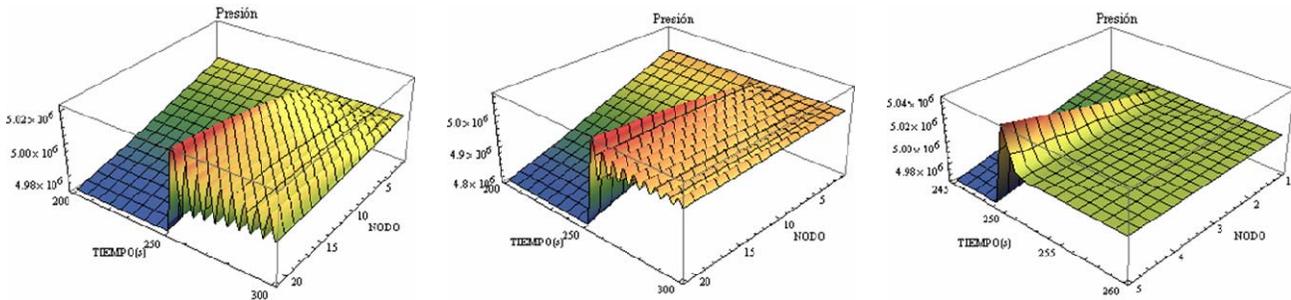


a) MOC-I ($\alpha=0.472$, $\Delta t=0.07$ s)

b) MOC-II ($\alpha=0.472$, $\Delta t=0.07$ s)

c) Implicit ($\Delta t=250$ s, $\Delta x=250$ m)

Figura 2 - Perfil de flujo másico en los nodos para Modelos MOC I y II e IMPLICIT.



a) MOC-I ($\alpha=0.472$, $\Delta t=0.07$ s)

b) MOC-II ($\alpha=0.472$, $\Delta t=0.07$ s)

c) Implicit ($\Delta t=250$ s, $\Delta x=250$ m)

Figura 3 - Perfil de presión en los nodos para Modelos MOC I, MOC II e IMPLICIT.

Se usaron dos modelos MOC-I y MOC-II, ($\alpha=1.5$, $\Delta t=4$ s y $\Delta x=1000$ m), y se compararon con la data de presión medida a la salida de la tubería, y con cuatro modelos de flujo transitorio disponibles en la literatura (el esquema TVD de Zhou y Adewumi [6], el modelo de Taylor [7], el modelo FSM desarrollado por Behbahani-Nejad y Shekari [7] y el método de las líneas aplicado por Tentis et al. [8]). Los resultados se muestran en la Fig. 4. Como se puede observar, los modelos MOC-I y MOC-II muestran resultados similares a los esquemas mencionados anteriormente. La segunda comparación se realizó con los modelos MOC-I, MOC-II y el modelo TVD para distintas longitudes en la tubería.

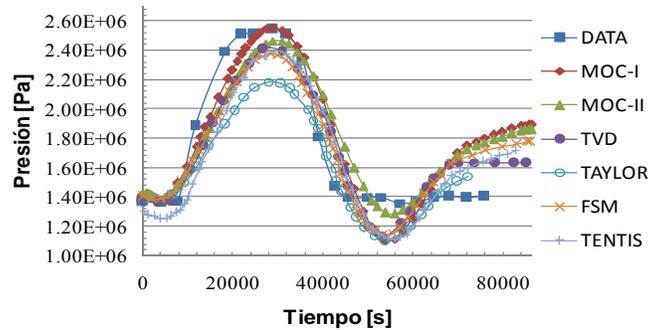


Figura 4 - Comparación de la presión de salida para varios métodos.

8. CONCLUSIONES

En el presente estudio se comparó mediante ejemplos numéricos y datos de campo, los modelos para la simulación de las condiciones transitorias de flujo isotérmica de gas en tuberías. Los valores obtenidos para los modelos, en el caso de la variación sinusoidal de flujo a la salida de una tubería con presión constante en la entrada, concuerdan con los obtenidos para la solución semi-analítica de las ecuaciones. Para el caso de cierre de válvula, el modelo basado en la resolución implícita de las ecuaciones de flujo, presenta buenos resultados debido a la estabilidad del mismo y a la inclusión del segundo término de inercia en la ecuación de momento. La comparación con la data de campo, y otros esquemas desarrollados en anteriores estudios, arrojó buenos resultados para el caso de los modelos basados en el método de las características

REFERENCIAS

- [1] Wylie, E. B., & Streeter, V. L. *Fluid Transients*. McGraw Hill, 1978.
- [2] Yow, W. Analysis and Control of Transient Flow in Natural Gas Piping Systems. Ph.D. Dissertation, University of Michigan, 1971.
- [3] Burden, R. L., & Faires, D. J. *Numerical Analysis*. Brooks Cole, 2002.
- [4] Liou, C. P. Calculations of Transients in Batched Pipelines. *4th Int. Conf. Pressure Surges*. BHRA, Bath, UK, pp. 13-25, 1983.
- [5] Kiuchi, T. An Implicit Method for Transient Gas Flows in Pipe Networks. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, vol. 15, n. 5, pp. 378-383, 1994.
- [6] Zhou, J., & Adewumi M. A. Simulation of Transient Flow in Natural Gas Pipelines. *Pipeline Simulation Interest Group (PSIG) Conference*, 1995.
- [7] Behbahani-Nejad, M. & Shekari, Y. Reduced Order Modeling of Natural Gas Transient Flow in Pipelines. *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, Volume 33, September, 2008.
- [8] Tentis, E., Margaritis D., & Papanikas D. Transient gas flow simulation using an Adaptive Method of Lines. *C. R. Mecanique*, vol. 331, pp. 481-487, 2003.

ESTUDIO NUMÉRICO Y EXPERIMENTAL DE LAS CONDICIONES DE OPERACIÓN DE EQUIPOS DE SECADO RÁPIDO

Reinaldo Correia

Carlos González

Luis Salas

rcorreia@usb.ve

angustioh@hotmail.com

luisalas@usb.ve

Carrera de Ingeniería Mecánica. Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela

Geanette Polanco

gpolanco@usb.ve

Departamento de Mecánica, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela

Abstract. El aspecto desarrollado en este trabajo consiste en el estudio, diseño y construcción de una unidad de secado rápido de equipos e implementos de seguridad bomberil. La importancia de dicho equipo radica en proveer al Cuerpo de Bomberos Voluntarios de la Universidad Simón Bolívar (USB) de uniformes e implementos de trabajo secos, que prevengan la proliferación de bacterias y hongos sobre las superficies del material textil afectando su vida útil y con el consiguiente beneficio a la salud del personal y que eviten, a la vez, el transporte de peso extra representado por la cantidad de agua que pueda alojarse en dichos implementos. Este estudio se realiza en dos vertientes, una experimental que contiene mediciones y establecimiento de patrones de flujo y otra basada en el uso de herramientas computacionales para la resolución de las ecuaciones de flujo que rigen el sistema. La comparación directa de los resultados obtenidos demuestra que el uso de la herramienta computacional para la evaluación de nuevas y diferentes condiciones de ensayo es viable.

Palabras clave: Simulación numérica, diseño, herramienta computacional.

1. INTRODUCCIÓN

Las actividades de los cuerpos bomberiles son de gran importancia para la sociedad en general, debido a la pronta respuesta en cualquier momento, motivados por situaciones inesperadas de emergencia. No obstante, detrás de esa capacidad de respuesta en emergencias

existen muchas condiciones o situaciones que se deben enfrentar para evitar que estas afecten el desarrollo normal de las actividades.

El foco central de este trabajo corresponde al análisis del flujo de aire caliente dentro de una secadora de equipos bomberiles, para mejorar el proceso de secado; la cual será empleada inicialmente por el Cuerpo de Bomberos Voluntarios de la USB de forma experimental. Este objetivo se plantea lograr a través de la construcción y modelaje de una secadora estática para estos elementos, de pequeña escala y de alto rendimiento con bajo consumo energético.

Se propone el uso de la mayor cantidad posible de materiales y equipos reciclados en la construcción de este equipo, tal como puede observarse en la Fig. 2, para minimizar el impacto ambiental.

2. MOTIVACIÓN

Este proyecto surge como respuesta a una necesidad real del Cuerpo de Bomberos Voluntarios de la USB. Si bien existen en el mercado dispositivos con este fin [1,2,3,4,5], estos representan una gran inversión monetaria que muchas veces está fuera del alcance de éstos cuerpos. De hecho, el método de secado utilizado actualmente es precisamente el secado al aire libre, solo debido a la convección natural [6 ,7] (ver Fig. 1), que si bien es un método que funciona, requiere de un largo periodo de exposición (hasta 12 días bajo las condiciones ambientales de la localidad) para lograr los resultados deseados, lo cual atenta contra la rápida disponibilidad de los equipos; además favorece el desarrollo de bacterias y hongos en condición de humedad que acortan la vida útil de los equipos.



Figura 1 – Método de secado utilizando la convección libre

Esta situación promueve entonces la búsqueda de soluciones alternativas, que en lo particular originaron este trabajo de tesis propuesto por una estudiante de esta institución. El principio de funcionamiento está basado en el uso de la convección forzada [6, 7] como fenómeno responsable del proceso de secado.

3. PROPÓSITO DEL ESTUDIO NUMÉRICO

La idea de la incorporación de la herramienta de simulación numérica a este proyecto consiste en modelar diversas configuraciones de entrada de aire en el piso de la cabina del secador así como la localización de los posibles extractores de la unidad a construir, que será contrastado con valores obtenidos experimentalmente. Dicha propuesta permitirá explotar el potencial académico de la aplicación de la resolución de las ecuaciones de gobierno de flujo en

situaciones prácticas reales. Adicionalmente, permite obtener un producto final de mayor calidad y confiabilidad.

4. EL MODELO FÍSICO

El modelo físico de la secadora corresponde al prototipo a construir. Se consideró el uso de la herramienta computacional para la verificación de posibles escenarios de flujo, mientras que los criterios de construcción fueron producto de la metodología básica de diseño.

En base a la observación y análisis de las posibles configuraciones de flujo en los diferentes modelos existentes en el mercado [1,2,3,4,5], se decidió la configuración de entrada de aire caliente desde la parte inferior, ya que ésta favorece la circulación natural. Se previó la utilización de extractores para facilitar la salida expedita del aire húmedo desde el interior de la secadora, quedando pendiente por determinar la dimensión y cantidad de los mismos. A fin de manejar el volumen de aire requerido, estimado en $0.24 \text{ m}^3/\text{s}$.



Figura 2 – Evolución constructiva de la unidad de secado bomberil, donde se evidencia el uso de material reciclado

5. EL MODELO COMPUTACIONAL

La geometría utilizada corresponde al 100% del interior de la cabina de unidad de secado bomberil ($0.7 \text{ m} \times 0.90 \text{ m} \times 1.60 \text{ m}$), inicialmente sin obstáculos internos (a estudiar a futuro), donde se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes, las ecuaciones de conservación de la masa y el modelo de turbulencia $\kappa\text{-}\epsilon$.

Cumpliendo con las fases del proceso de simulación [8], se estableció el alcance del problema a simular como la entrada de aire caliente asumida constante por la parte inferior del volumen interior de la secadora y la salida correspondería al funcionamiento de un extractor por lo tanto no interesa realmente garantizar la condición de flujo desarrollado en esta frontera. En consecuencia se aplicaron como condición de frontera la velocidad y presión, sin la necesidad de extender el dominio a la salida. Se supone aire como fluido de trabajo a una temperatura de $323,15 \text{ K}$.

El mallado utilizado para la discretización del dominio computacional es estructurado con hexaedros rectangulares con una relación de aspecto de máximo 2, parámetros que garantizan la calidad de la malla (ver Fig. 3). Durante las simulaciones se verificó la independencia de los resultados de la malla utilizada. Se trabajo con tres mallas que se denominarán malla gruesa,

media y fina a efectos de la discusión de este trabajo. El detalle del número de nodos y volúmenes utilizados por cada una de las mallas esta detallado en la Tabla 1.

Tabla 1. Resumen de las características del mallado utilizado

	Configuración A		Configuración B	
Malla	# Nodos	# Volúmenes	# Nodos	# Volúmenes
Gruesa	65559	60800	65559	60800
Media	505197	486400	505197	486400
Fina	589440	613820	589440	613820

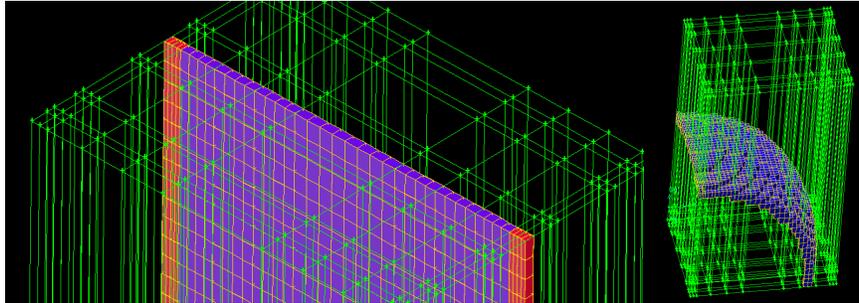


Figura 3 –Detalle del tipo de malla utilizado en el interior del dominio computacional

Dado que los resultados obtenidos a partir de una simulación dependen en gran medida de las condiciones de borde utilizadas, se planteó el uso de una condición de velocidad uniforme a la posición de cada una de las descargas de aire caliente en el interior del secador. El valor promedio utilizado corresponde a la velocidad de descarga del distribuidor medido en campo y que corresponde a 15 m/s en cada boca de salida (son cuatro bocas según el diseño).

Debido a que el modelo físico y el diseño inicial se centraron en las características cinemáticas del equipo no se incorporaron las ecuaciones de balance de energía al modelo numérico, todo resuelto bajo la premisa de flujo estacionario.

En este trabajo se muestran dos de las configuraciones estudiadas; una con la utilización de dos extractores y otra con uno solo para la misma configuración de entrada. La configuración con un solo extractor será denominada de aquí en adelante configuración A, mientras que la configuración con dos extractores se denominará configuración B.

Los esquemas numéricos utilizados para la resolución de las ecuaciones de flujo, Navier Stokes y modelos de turbulencia corresponden a segundo orden y doble precisión. En cuanto a los criterios de convergencia se trabajó con valores residuales de 10^{-3} para masa, cada una de las componentes de velocidad, la energía cinética turbulenta y la disipación turbulenta. Los cálculos fueron realizados en una máquina con CPU Intel® Core™ 2Duo E4500 @ 2.20 GHz y 1,99 GB de RAM. El tiempo de cálculo de cada una de las simulaciones en ningún caso excedió 2 min. por iteración para el caso de la malla fina.

6. RESULTADOS

Para poder contar con un patrón único de comparación se mantuvo el mismo mallado para las configuraciones A y B, respectivamente, tal como se observa en la Tabla 1 y en las Fig. 4 y 5. Del análisis del comportamiento del perfil de velocidad en las líneas diagonales en la posición de los extractores y en un plano localizado a 1 m de altura, dentro del cuerpo del secador, se

determinó que para ambas configuraciones la malla más adecuada corresponde a la malla media. La Fig. 6 muestra los perfiles de flujo para la posición del extractor correspondiente a la configuración A. La información obtenida de este perfil se comparará directamente con las mediciones de campo.

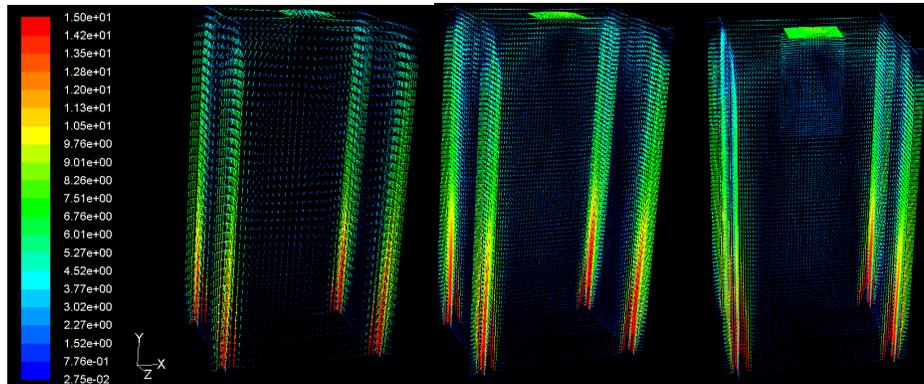


Figura 4 – Campos de velocidad para la configuración A para las mallas gruesa, media y fina

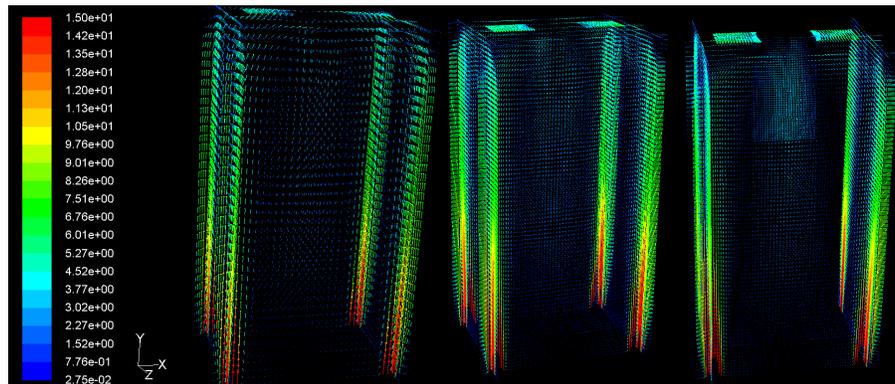


Figura 5 – Campos de velocidad para la configuración B para las mallas gruesa, media y fina

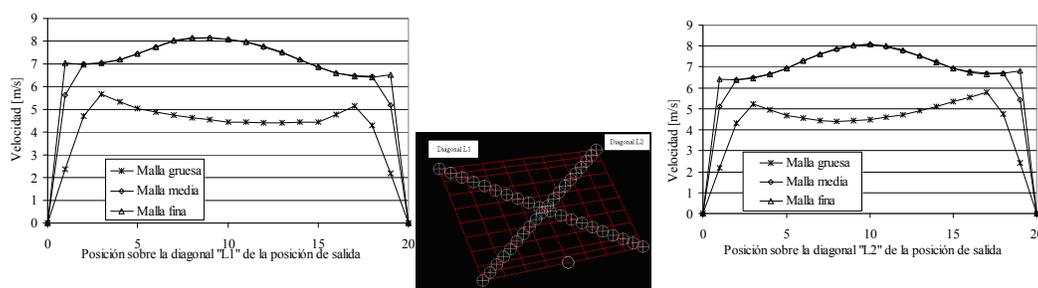


Figura 6 –Muestra del criterio de selección de mallado utilizado, basado en la comparación del perfil de velocidad alcanzado para las dos diagonales a la salida del dominio

7. DISCUSIÓN

Se verificó la calidad del mallado utilizado variando el número de elementos (Tabla 1). Entre la malla fina y la media se realizó un refinamiento uniforme en todo el dominio, mientras que entre la malla media y gruesa se realizó un refinamiento localizado en la zona cercana la salida, cubriendo aproximadamente un 5% del volumen total. Esta relación puede apreciarse en las Fig.

4 y 5. Paralelamente, la observación de la Fig. 6 evidencia que el mallado más adecuado, para la realización de las simulaciones con la garantía de la independencia de los resultados sin inversión innecesaria de insumos computacionales, corresponde al mallado medio.

A simple vista, los campos de flujo generados en ambas configuraciones parecieran similares; utilizando el plano medio de referencia se puede observar que efectivamente la configuración B, produce un campo de flujo más uniforme. Esto se traduce en un mejor cubrimiento del área total de un obstáculo en el interior de la cabina, como por ejemplo un chaqueta.

En cuanto a la utilización de la información obtenida de las simulaciones se determinó el uso de dos extractores de 6" ubicados de forma simétrica con respecto al eje de coordenadas, de manera de favorecer la corriente interna de aire.

8. CONCLUSIÓN

La selección de configuraciones de flujo de un dispositivo de secado fue satisfactoriamente lograda mediante la utilización de herramientas computacionales, que permiten recrear diversas situaciones en un tiempo relativamente corto y a bajo costo. Esta es una prueba de la exitosa coexistencia de la metodología de diseño y las herramientas numéricas.

9. AGRADECIMIENTOS

A nuestra compañera Melissa Alviárez por haber propuesto el desarrollo de esta idea.

A los Profesores Lilibeth Zambrano y Aurelio Stamitti, por sus aportes en la metodología de trabajo como tutores de este proyecto y a los Profesores Blanca Gutiérrez, Rafael Álvarez y Orlando Aguillón por el valioso apoyo logístico brindado.

A los Laboratorios de Transferencia de Calor y Mecánica de Fluidos de la Universidad Simón Bolívar por facilitar el uso de sus espacios y recursos computacionales.

REFERENCIAS

- [1] <http://www.ramairgeardryer.com/Main.page>. Agosto 2009.
- [2] http://staberindustries.com/drying_cabinet.htm. Agosto 2009.
- [3] <http://www.unimac.com/intl/Locator.asp?country=Venezuela>. Agosto 2009.
- [4] <http://www.directindustry.es/prod/ski2-industrie/secador-y-desinfectador-de-acero-inoxidable-para-zapatos-y-botas-32422-172706.html>. Agosto 2009.
- [5] <http://domokyo.com/secador-de-botas-y-guantes-especial-para-el-invierno/>. Agosto 2009.
- [6] F. Incropera - D. Dewitt. Fundamento De Transferencia De Calor. Prentice Hall. 1999.
- [7] Cengel, Yunus A. Heat and Mass Transfer. Editorial McGraw-Hill. 3ra Edición .2006.
- [8] G. Polanco, N. García y otros. Enseñando como usar CFD a través de un ejemplo: hidrodinámica dentro del compartimiento de pasajeros de un carro en movimiento. Proceedings of FEDSM2009 ASME 2009 Fluids Engineering Division Summer Meeting August 2-5, 2009, Vail, Colorado USA.

EL PROBLEMA INVERSO EN DIFUSIÓN UNIDIMENSIONAL

Ruth Tempo

rtempo@ula.ve

Departamento de Medición y Evaluación, Facultad de Humanidades y Educación, ULA, Mérida, 5101 - Venezuela

José R. Rujano

Carlos F. Torres-Monzón

jrujano@ula.ve

ctorres@ula.ve

Laboratorio de Turbomáquinas, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes. Mérida, 5101 – Venezuela.

Resumen. *Este trabajo presenta un método de solución para el problema inverso de difusión unidimensional capaz de predecir los flujos y distribución de un medio que es gobernado por una ecuación diferencial parcial del tipo parabólico con condiciones de frontera. Para hacer esto, se determinan los coeficientes de sensibilidad a través de la resolución de un sistema de mínimos cuadrados, aplicando la solución del problema directo unidimensional de difusión, y se consideran medidas de distribución tomadas en el dominio del tiempo. Nuestro objetivo es simular tal técnica y analizar el error de acuerdo a los valores que toma los parámetros de regularización para la solución inversa.*

Palabras Clave: Problema inverso, Ecuación de difusión, Mínimos cuadrados.

1. INTRODUCCIÓN

El problema de difusión se ocupa de la solución de una ecuación diferencial parcial que gobierna un proceso conservativo donde el flujo es representado por la ley de Fick, con condiciones iniciales y de borde independientes del tiempo, tal como lo presentan Farlow [1] y Logan [3]. En este caso el desarrollo del problema es simple, y puede ser resuelto por varios métodos analíticos, entre ellos: separación de variable, desarrollo de Fourier, función de Green entre otros (Logan [3]). Por otra parte, el teorema de Duhamel permite extender las soluciones del problema de difusión simple cuando las condiciones de borde dependen del tiempo (Farlow [1]). Parte de este principio se usa en este trabajo para obtener la solución del problema inverso unidimensional.

Esta solución con ayuda del método de mínimos cuadrados y el parámetro de regularización (Farebrother [2] y Tikhonov[8]), hacen posible hallar una solución inversa estable (Reclaitis et al. [6]).

2. PROBLEMA DIRECTO DE DIFUSIÓN UNIDIMENSIONAL

Considérese el dominio de una unidad de longitud tal cual como lo indica la Figura 1. Supóngase que se aplica un flujo $\gamma(t)$ en la posición $x=0$, y se desea hallar la distribución $\theta(x,t)$. La formulación matemática de este problema está dada por el sistema que a continuación se expone:

$$\frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t} \quad 0 < x < 1 \quad t > 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta(0,t)}{\partial x} = -\gamma(t) \quad t > 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta(1,t)}{\partial x} = 0 \quad t > 0 \quad (3)$$

$$\theta(x,0)=0 \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (4)$$



Figura 1 – Flujo conocido en el extremo $x=0$.

Para resolver el sistema representado por la Ec. (1) a la Ec. (4), a través del principio de Duhamel, se considera a su vez la solución del problema simplificado:

$$\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \quad 0 < x < 1 \quad t > 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = -1 \quad t > 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial w(1,t)}{\partial x} = 0 \quad t > 0 \quad (7)$$

$$w(x,0)=0 \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (8)$$

El sistema Ec. (5) a la Ec. (8), fue resuelto por Myres [4] aplicando transformada de Laplace y usando una serie binomial:

$$w(x,t) = t + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\cos(x\pi n)}{(n\pi)^2} \left(1 - e^{-t(n\pi)^2} \right) \right] \quad (13)$$

Ahora, el problema original Ec. (1) a la Ec. (4), puede ser resuelto mediante la aplicación del teorema de Duhamel (Özisik [5]):

$$\theta(\mathbf{r},t) = \int_0^t \gamma(\sigma) \frac{\partial w(x,t-\sigma)}{\partial t} d\sigma \quad (14)$$

3. EL PROBLEMA INVERSO EN DIFUSIÓN UNIDIMENSIONAL

Supóngase que se tiene dominio de una unidad de longitud tal cual como lo indica la Fig. 2, y tómesese una data de N distribuciones $Y(1,t_j) = Y_j$ en un dominio del tiempo $0 \leq t \leq t_f$, donde t_f es el tiempo final medido; se desea hallar el flujo aplicado originalmente a la placa $\gamma(t)$. La formulación matemática del problema inverso esta dada por:

$$\frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t} \quad 0 < x < 1 \quad t > 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial \theta(0,t)}{\partial x} = -\gamma(t) = ? \quad t > 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial \theta(1,t)}{\partial x} = 0 \quad t > 0 \quad (17)$$

$$\theta(x,0) = 0 \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (18)$$



Figura 2 – Flujo aplicado desconocido conocido en el extremo $x = 0$.

Es conocido que la mayoría de los planteamientos inversos son matemáticamente mal planteados en el sentido de que la existencia, unicidad, o estabilidad de su solución no están garantizadas. Por tanto, en este caso se garantizará la existencia de solución mediante la minimización de la norma de mínimos cuadrados (Özisik [5]) en lugar de hacerla necesariamente

cero, y se admite una data de estimación de las distribuciones considerada del problema directo simplificado denotada $\hat{\theta}_j(\hat{\gamma}_i)$ $j=1,2,\dots,N$ en $x=1$, donde $\hat{\gamma}_i$ $i=1,2,\dots,N$ es el flujo en $x=0$ para t_i . La norma de mínimos cuadrados usada, es una ecuación a la que se le adiciona un término de regularización de orden cero α (Özisik [5]), en otras palabras.

$$S(\hat{\gamma}) = \sum_{j=1}^N (Y_j - \theta_j(\hat{\gamma}_i))^2 + \alpha \sum_{j=1}^N (\hat{\gamma}_j)^2 \quad (19)$$

Minimizando la Ec. (19) y haciendo uso del teorema de Duhamel (Ec. 14) para aproximar $\hat{\theta}_j(\hat{\gamma}_i)$ se obtiene una ecuación matricial, que muestra la solución del problema inverso, es decir:

$$\gamma = (X^T X + \alpha I)^{-1} X^T Y, \quad (20)$$

donde I es la matriz identidad, $Y = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N)^T$, y X es la matriz de los coeficientes de sensibilidad, dada por:

$$X = \begin{pmatrix} \Delta w_0 & & & \\ \Delta w_1 & \Delta w_0 & & \\ \vdots & \ddots & \Delta w_0 & \\ \Delta w_{N-1} & \dots & \Delta w_1 & \Delta w_0 \end{pmatrix}, \quad (21)$$

$$\Delta w_i = \frac{\partial w(1,t)}{\partial t} \Delta t_i. \quad (22)$$

4. RESULTADOS NUMÉRICOS

A continuación se exponen una estimación inversa en conducción de calor unidimensional, de material homogéneo, con temperatura inicial uniforme, de una unidad de longitud, y aislada en el extremo derecho (Fig. 2). La data se toma en el extremo aislado ($x=1$) $\theta_j = 1,2,\dots,30$, con pasos de tiempo $\Delta t = 0.333$ en un dominio de tiempo $0 \leq t \leq 10$.

Esta data es tomada de la solución del problema directo Ec. (14) con un flujo aplicado $\gamma(t) = 1/4 + \sin(t\pi/2)\exp(-t/4)$ y 50 términos en la serie. En la Fig. 3 se detalla el flujo aplicado “exacto” $\gamma(t)$ y sus estimaciones analizadas como problema inverso. Las estimaciones se hicieron para los parámetro de regularización $\alpha = 0.1$, $\alpha = 0.01$, y $\alpha = 0.001$, siguiendo lo expuesto por Scott y Beck [9], observándose que a partir de un valor menor de $\alpha = 0.0001$ la solución presentaba un comportamiento oscilatorio.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo fue presentado el método de los mínimos cuadrados modificado para el problema inverso en difusión unidimensional. Este método provee una técnica numérica eficiente

y estable que permite determinar aproximaciones del flujo aplicado mediante la medición de una data en el dominio. El rol del parámetro de regularización fue investigado encontrándose un rango optimo entre 10^{-3} y 10^{-4} .

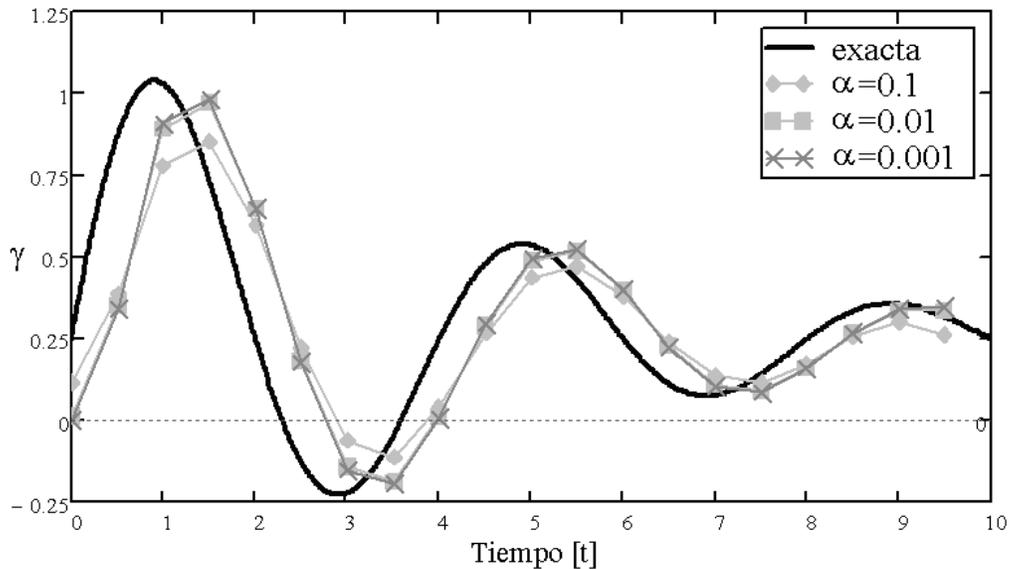


Figura 3 - Efecto del parámetro de regularización en la predicción del flujo

REFERENCIAS

- [1] Farlow, S.J. *Partial Differential Equations for Scientist and Engineers*. Dover, New York, 1993.
- [2] Farebrother, R.W. *Linear Least Squares Computations*. Marcel Dekker, New York, 1988.
- [3] Logan, J.D. *Applied Mathematics*, New York, 1996.
- [4] Myers, G.E. *Analytical Methods in Conduction Heat Transfer*. McGraw-Hill, New York, 1976.
- [5] Özisik, M.N. *Heat Conduction*. John Wiley & Sons, 1992.
- [6] Reclaitis, G.V., Ravindran A., & Ragsdell, K.M. *Engineering Optimization*. Wiley, 1983.
- [7] Sneddon, I.N. *Fourier Transforms*. McGraw-Hill, New York, 1951.
- [8] Tikhonov A.N. & Arsenin, V.Y. *Solutions of Ill-Posed Problems*, Winston & Sons, Washington, DC, 1977.
- [9] Scott, E., & Beck, J.V. Analysis of order of the sequential regularization solutions of inverse heat conduction problems. *Journal of Heat Transfer*, vol. 111, p. 218-224, 1989.

OPTIMIZACIÓN DE TIEMPOS DE CÁLCULO PARA EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DISCRETOS

Franz H. Hernández

franzhernandez@obsrofh.com

Universidad Simón Bolívar, Departamento de Mecánica, Laboratorio de Mecánica de los Fluidos

Armando J. Blanco

ajblanco@usb.ve

Universidad Simón Bolívar, Departamento de Mecánica, Laboratorio de Mecánica de los Fluidos

Resumen. *Describir de manera precisa el flujo de fluidos con alto contenido de partículas sólidas es muy importante en diversas situaciones de interés en la ingeniería mecánica y civil entre otras. Representar el comportamiento de estos flujos numéricamente requiere considerar el modelado del comportamiento dinámico de muchas partículas, lo que se traduce en un costo computacional elevado. El método del elemento discreto (DEM) utiliza las ecuaciones de movimiento de Newton para caracterizar la dinámica de cada partícula, obteniéndose la posición, velocidad y aceleración de cada una.*

En el presente trabajo se utiliza el método DEM en diferencias finitas junto con un esquema en volúmenes finitos que resuelve las ecuaciones de conservación de Saint-Venant para representar el flujo de una mezcla de bifásica líquido-sólido en presencia de una superficie libre, considerando sobre cada partícula las fuerzas de flotación, de contacto por colisión entre partículas y entre partículas y superficies así como las fuerzas dinámicas de arrastre y sustentación producidas por el fluido. Estudios previos pseudo-bidimensionales han mostrado que el método DEM es factor limitante respecto el tiempo de cálculo. Se busca determinar parámetros de relajación temporal para acelerar las simulaciones numéricas mediante la correcta selección del paso del tiempo, en función del error cometido durante una colisión y cuando la partícula es arrastrada por el fluido.

Se determinó que un modelo de contacto blando, donde se utilicen constantes de rigidez relativamente bajas, permite incrementar el paso del tiempo.

Palabras Claves: Método de Elemento Discreto, Constante de Rigidez y Amortiguación, Paso de Tiempo, Optimización.

1 INTRODUCCIÓN

El Método de los Elementos Discretos, DEM, es un método determinístico que resuelve las ecuaciones de movimiento de Newton para un conjunto de partículas de diversa talla, considerando la dinámica de cada partícula con un enfoque lagrangiano. Este método fue desarrollado por Cundall y Strack [1] y ha sido utilizado recientemente por diversos autores [2-4] en el modelado numérico de sistemas que incluyen muchas partículas. Éste método considera las fuerzas de contacto y el peso, pero para acoplarse con un modelo continuo se incorpora la fuerza de arrastre, la sustentación del fluido y el empuje.

El método DEM permite obtener resultados en tiempos razonables cuando el número de partículas es de orden 10^3 . Sin embargo, si se desea aumentar el número de partículas, los tiempos de cálculo se incrementan de manera cuadrática [5]. Una técnica de relajación temporal permitiría incrementar el paso del tiempo, manteniendo criterios para acotar el error numérico cometido. Se estudiará el contacto partícula-superficie y la caída vertical en un fluido estático.

Adicionalmente se estableció que el contacto, entre partículas y de las partículas con la superficie, debe representarse a través de una rigidez mínima, para que la deformación no supere el radio de la partícula [5] y una rigidez máxima para que el tiempo de cálculo no se eleve.

2 ECUACIONES DE GOBIERNO Y MODELO NUMÉRICO

En el método DEM la dinámica de cada partícula se resuelve mediante la conservación del momento lineal y angular, considerando el efecto de fuerzas externas. El equilibrio de fuerzas se discretiza con un modelo de segundo orden como,

$$\mathbf{x}_i^{n+1} = 2\mathbf{x}_i^n - \mathbf{x}_i^{n-1} + \frac{\Delta t^2}{m_i} \left[M_i \mathbf{g} + (\mathbf{F}_{iw}^n + \sum \mathbf{F}_{ij}^n) + \mathbf{D}_i^n + \mathbf{L}_i^n \right] \quad (1)$$

donde \mathbf{x} es la posición, m, M son la masa y la masa aparente de la partícula “ i ”, el empuje es \mathbf{E} , las fuerzas de contacto entre partículas \mathbf{F}_{ij} y partícula-superficie \mathbf{F}_{iw} , la fuerza de arrastre \mathbf{D} y la fuerza de sustentación \mathbf{L} . Se considerarán el peso, el empuje, la fuerza de contacto, y el arrastre.

Un modelo numérico que resuelve las ecuaciones de Saint-Venant, para flujo con superficie libre, y conservación del conjunto de partículas fue implementado por Hernández [5]. Ambos modelos se acoplan de manera que el movimiento de los fluidos es influenciado por los sólidos y viceversa. La velocidad se obtiene a partir de la posición con un esquema de primer orden.

2.1 Fuerzas, modelo masa-resorte-amortiguador y parámetro temporal

Si las fuerzas de contacto entre una partícula y una superficie se descomponen en la dirección normal al contacto, utilizando el modelo de masa resorte amortiguador, que viene dada por,

$$F_{niw} = k_n (r - \|\mathbf{x}_w - \mathbf{x}_i\|) + C_n (\mathbf{V}_{cwi} \cdot \hat{n}_{iw}) \quad (2)$$

donde k_n es la constante de rigidez y C_n la constante de amortiguación en la dirección normal \hat{n}_{iw} , r es el radio de la partícula, considerado para el contacto con la superficie “ w ”.

La correlación para la fuerza de arrastre utilizada es la de Di Felice [6], con la respectiva revisión a la correlación de ajuste en la función de vacío [5].

La constante rigidez adimensional depende de la densidad de la partícula ρ_p y la velocidad de aproximación v_o , y puede estar acotada por una rigidez mínima y máxima,

$$K = \frac{k}{r\rho_p v_o^2} \quad 5 < K < 150 \quad (3)$$

Un parámetro temporal τ_{cont} genérico para obtener el paso de tiempo se define como,

$$\tau_{cont} = \frac{\Delta t v_o}{r} = \beta \min \left[1; \pi \sqrt{\frac{\pi}{3K} (1 + \alpha^2)} \right] \begin{cases} 1 & e_r \geq 1/e \\ -\frac{1}{\ln e_r} & e_r < 1/e \end{cases} \quad \alpha = \frac{-\ln e_r}{\pi} \quad (4)$$

donde β será el parámetro de ajuste y e_r es el coeficiente de restitución.

Se establece como tiempo característico T_a de la fuerza de arrastre, el tiempo para el cual la velocidad de la partícula (v_c) alcanza el 63.2% de la velocidad terminal v_{term} . Similar a la Ec. (4) se obtiene un parámetro temporal τ_{drag} para la fuerza de arrastre, a partir de un tiempo adimensional $\tau_a = \Delta t / T_a$,

$$\tau_{drag} = \frac{\Delta t v_{term}}{r} = f(\text{Re}_{p_{term}}, E_{error}) \quad (5)$$

4 RESULTADOS

Se modela la caída de una partícula en un medio líquido en reposo utilizando la correlación de la fuerza de arrastre de Di Felice [6]. Se varían las propiedades del fluido y la partícula para obtener diversos números de Reynolds terminal de la partícula como se muestra en la Tabla 1. Se calcula la velocidad característica v_c y la velocidad terminal v_{term} numéricamente para un caso patrón, y luego se compara la velocidad característica para pasos de tiempo Δt mayores.

Tabla 1. Casos simulados en el estudio a la fuerza de arrastre

Casos	r (mm)	ρ_p (kg/m ³)	ρ_l (kg/m ³)	μ_l (Pa-s)
1	3	2210	1260	1.49
2	8	2210	1260	1.49
3	25	2210	1260	1.49
4	1	2210	1000	0.001
5	10	2210	1000	0.001

Se encontró una relación entre el tiempo adimensional τ_a y el error dado por la Ec. 6, donde un error menor a 5% viene dado por $\tau_a \approx 0.25$.

$$E_{Error} (\%) = 42.5 \tau_a^{1.514} \quad (6)$$

En la Fig. 1(a) se muestra cómo el parámetro temporal τ_{drag} es función tanto de τ_a (a lo largo de la curva de ajuste) como de $Re_{p\ term}$ (para cada curva). Resulta conveniente obtener un criterio para el paso del tiempo en función del número de Reynolds, de acuerdo con lo mostrado en la Fig 1(b), donde se observa una tendencia asintótica de τ_{drag} para altos de $Re_{p\ term}$ ($\tau_{drag} \approx 1$ para un error de 5%), mientras que para bajos $Re_{p\ term}$ se muestra un marcado efecto en τ_{drag} .

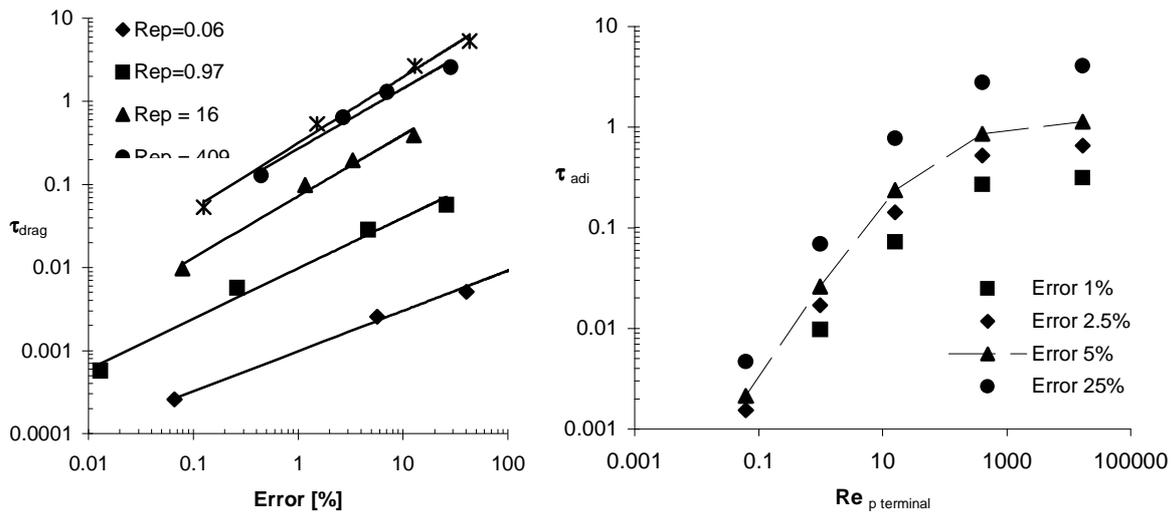


Figura 1- (a) Parámetro temporal en función del error para diversos Re_p , variando τ_a
 (b) Parámetro temporal en función del Re_p para diversos errores interpolados

Se simula la colisión partícula-superficie en el vacío con el fin de establecer la validez de la Ec. 4, y relacionar el parámetro β con el error cometido. Para ello, se utilizan los parámetros dados en la Tabla 2 y diversos valores de β y el coeficiente de restitución e_r .

Tabla 2. Lista de casos para choque normal

Caso	ρ (kg/m ³)	r (mm)	v_o (m/s)	k (N/m)	K (l)
1	1000	3	1	30	10
2	1000	3	1	300	100
3	1000	3	1	3000	1000
4	1000	10	1	3000	300
5	1000	15	3	5000	37
6	1000	15	3	500000	3704
7	2000	15	3	5000	19
8	2000	20	1	1000	25

De acuerdo con la Fig. 2(a), escoger valores de β menores a 0.5 y utilizando la Ec. (4) permite conseguir un paso de tiempo Δt óptimo en cuanto al tiempo de cálculo y el error cometido (menor a 5% en todos los casos). No obstante, cuando hay amortiguación se requiere de un paso de tiempo mucho menor al esperado, pues en la Fig. 2(b) para $e_r = 0.5$ y $E_{error} < 5\%$ se requiere $\beta < 0.125$. Esto se asoció con la precisión del cálculo de la velocidad que es de primer orden, pues la fuerza de amortiguación es dependiente de la velocidad lineal.

Si se utiliza una restitución entre 0.3-0.5 puede establecerse $\beta = 1/10$. En la tabla 3 se presenta el valor de β para otros valores del coeficiente de restitución.

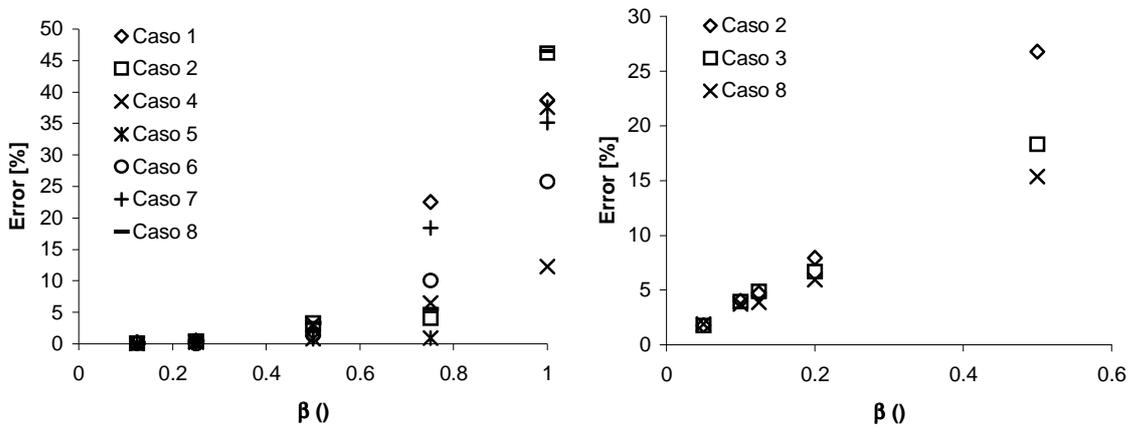


Figura 2- Distribución del error para choque normal variando el parámetro β (a) caso elástico $e_r = 1$ (b) caso inelástico $e_r = 0.5$

Tabla 3. Parámetro β en función del coeficiente de restitución

e_r	β
1	0.5
0.75	0.333
0.5	0.125
0.15	0.1
0.05	0.025

Se simulan diversas colisiones partículas-superficie en vacío para mostrar la relación entre el error impuesto y el tiempo de cálculo, utilizando 2 procesadores, empleando un esquema con paso de tiempo fijo. A partir de Fig. 3 se demuestra cómo el tiempo de cálculo se incrementa a medida que se exija un menor error, con un valor óptimo de 5%, indistintamente de la arquitectura. Reducir el error de 18% a 4% incrementó el tiempo de cálculo en 290%. Se observa cómo una mejora en la arquitectura (cambiando FSB de 166 a 333MHz) no modifica considerablemente el tiempo de cálculo, sólo un 4% más rápido para aproximadamente la misma frecuencia, pero si ésta se incrementa en un 50% (de 2331MHz a 3505MHz), se observó una reducción de 33% en el tiempo de cálculo.

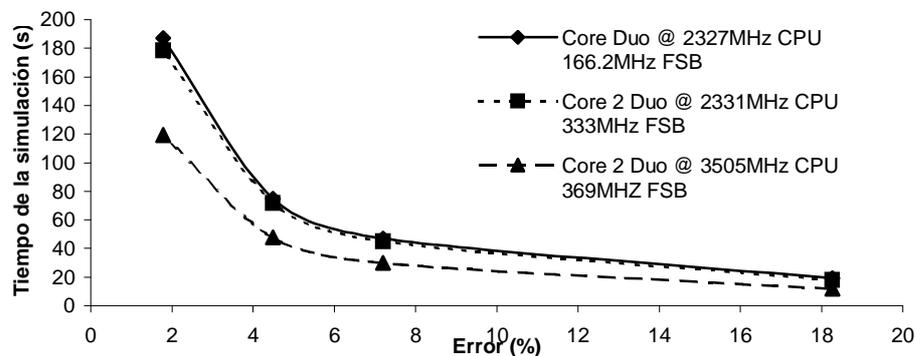


Figura 3- Ejemplo de tiempos de cálculo: $N_{part} = 10$, $r = 3mm$, $\rho_p = 2000 kg/m^3$, $e_r = 0.5$, $v_{m\acute{a}x} = 3.13 m/s$, $t_{max} = 1s$. $K = 25$.

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se presentó una metodología que permitió calcular dos relaciones adimensionales que determinan el paso de tiempo óptimo cuando se simula el transporte de partículas incorporando la fuerza de contacto y la fuerza de arrastre mediante el método DEM con un esquema de segundo orden en el tiempo para la posición.

El paso de tiempo debe hacerse menor conforme se aumenta la rigidez, esto permitió el desarrollo de un modelo basado en contactos blandos.

Para mantener el error de la posición y la velocidad acotados durante la colisión partícula-superficie se requieren más de 3 puntos de cálculo para contactos rígidos. Para contactos blandos se consiguen errores bajos con tres puntos de cálculo, como se había previsto (Hernández [5]).

La cantidad de cálculos durante una colisión y la selección del paso del tiempo se pueden generalizar mediante una expresión τ_{cont} que considera el coeficiente de restitución, la constante de rigidez adimensional y un parámetro de ajuste β .

Seleccionar el paso del tiempo limitado por la fuerza de arrastre es fuertemente dependiente del número de Reynolds de la partícula para flujo viscoso, y asintótico para flujo turbulento. Utilizar un parámetro temporal τ_{drag} permitió acotar efectivamente el error

Las relaciones encontradas permiten definir un esquema dinámico para establecer pasos de tiempos distintos de acuerdo con los parámetros de la colisión y del flujo, pues es posible seleccionar el mejor paso de tiempo para cada caso, y así reducir significativamente el número de operaciones realizadas. Se evita así el proceso de validación para diversas condiciones de flujo.

Agradecimientos

Este estudio ha sido financiado por el Proyecto FONACIT N° G-2005000507.

REFERENCIAS

- [1]. Cundall, P. y Strack, O., A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, vol. 29, n. 1, pp.47-65, 1979.
- [2]. Chu, K. W. y Yu, A. B., Numerical simulation of complex particle-fluid flows. *Power Thechnology*, vol. 179, pp. 104-114, 2008.
- [3]. Mukherjee, A. K. y Mishra, B. K., Experimental and simulation studies on the role of fluid velocity during particle separation in a liquid-solid fluidized bed. *Int. J. Miner. Process.*, vol. 82, pp. 211-221, 2007.
- [4]. Miyazawa, N., Tanishima, T., Sunada, K., and Oishi, S., Debris-flow capturing effect of grid type steel-made sabo dam using 3D distinct element method. *Debris-flow hazards mitigation: Mechanics, prediction, and assessment*, vol. 90, pp. 527-538, 2003.
- [5]. Hernández, F. H., Transporte Bifásico Sólido-Líquido en Casos de Superficie Libre Utilizando el Método de los Elementos Discretos. *Disertación de tesis de Maestría en Ingeniería Mecánica*, Universidad Simón Bolívar, Venezuela, 2009.
- [6]. Di Felice, R., The voidage function for fluid-particle interaction system. *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 20, n.1, pp. 153-159, 1994.
- [7]. Dallavalle, J. M., *Micromeritics*. Pitman, 1948.

MODELADO TRIFÁSICO LÍQUIDO-GAS-SÓLIDO UTILIZANDO SOFTWARE COMERCIAL

Luisana H. Contreras

franzhernandez@obsrofh.com

Universidad Simón Bolívar, Departamento de Mecánica

Armando J. Blanco

ajblanco@usb.ve

Universidad Simón Bolívar, Departamento de Mecánica

Luis R. Rojas-Solorzano

ajblanco@usb.ve

Universidad Simón Bolívar , Departamento de Conversión de Energía Mecánica

Resumen. *En el presente trabajo se desea iniciar el modelado numérico para flujos trifásicos, para el caso específico de flujo líquido-sólido-gas basado en superficie libre en presencia de inclusiones sólidas, mediante el software comercial CFX™.*

El desarrollo de este trabajo se ha dividido en dos partes, la primera está dirigida a la validación del software estudiando el comportamiento del transporte de sedimentos en flujo trifásico en canales con pendiente de fondo variables, considerando el ingreso de partículas sólidas en diferentes concentraciones. La segunda parte, consta en la validación del software, en el estudio de socavación de un lecho de arena considerando tanto el caso de flujo bifásico (sólido-líquido) como el de flujo trifásico (sólido-líquido-gas), comparando los resultados obtenidos con resultados disponibles en la literatura científica.

Los resultados obtenidos permiten concluir que el software CFX™ es capaz de modelar flujo trifásico, de manera estable. Sin embargo, para altas concentraciones de arena, en presencia de un lecho de partículas sólidas, se requiere de tiempos de simulación sumamente altos lo que podría requerir la utilización de sistemas de computadoras conectadas en red a la hora de considerar su uso en casos prácticos.

Palabras Claves: Flujos trifásicos, partículas sólidas, transporte partículas.

1 INTRODUCCIÓN

El flujo trifásico gas-sólido-líquido, se hace presente en muchas situaciones de la vida cotidiana tales como el tratamiento de aguas servidas, flujo en canales de desagüe y eventos ambientales como los aludes torrenciales, entre otros.

En este trabajo se realizó un análisis de las capacidades del software CFXTM para el modelado numérico de flujo trifásico. En primer lugar, se analizó la estabilidad del programa para el modelado de flujo con superficie libre para regímenes subcrítico, supercrítico y con transición descritos en Chanson [1] con transporte de partículas sólidas. Este análisis se basó en la comparación con soluciones numéricas obtenidas para flujo con superficie libre en canales con pendiente de fondo variable, desarrollados por Pineda [2]. Se verificó que, por una parte la estabilidad de los modelos incluidos en CFXTM y su correspondencia cualitativa con el comportamiento esperado. Como un segundo paso, se analizó la predicción de la evolución de la socavación de un lecho de arena bajo una tubería, comparando los resultados numéricos obtenidos con los de Zhao *et al.* [3] y los resultados experimentales obtenidos por Mao [4].

2 MODELO MATEMÁTICO

Cada fluido se modela de forma continua, considerando que la fase dispersa (sólida) es transportada dentro de una fase continua (líquida). Una interfase separa la fase gaseosa de la fase líquida. Para modelar la dinámica del flujo se emplean las ecuaciones de continuidad y conservación del momento para cada fase individualmente, las cuales se resuelven simultáneamente. Las fuerzas que actúan sobre una sola partícula en un fluido son: el gradiente de presión estática; el gradiente de presión de sólidos, o la fuerza normal debido a las interacciones de partículas, la fuerza de arrastre causada por las diferencias de velocidad entre las dos fases; la fuerza viscosa y las fuerzas del cuerpo.

La interacción entre las fases sólidas y líquidas es tomada en cuenta, en base a los modelos de energía cinética y de turbulencia utilizados en el modelo numérico.

3 MODELADO NUMÉRICO

Para el modelado de los casos de estudio, se empleó el Simulador CFXTM. Las geometrías utilizadas fueron las consideradas por Pineda [2], para transporte de sedimentos sin obstáculos y las propuestas por Zhao *et al.* [3] para el análisis de la influencia de obstáculos. En todos los casos, se consideró una geometría que incluye una entrada y salida de fluidos, el fondo del canal, el techo o tope el cual puede corresponder a líquido si se trata de una simulación bifásica o aire si se trata de flujo trifásico y a las paredes laterales del canal tal como se muestra en la figura 1.

Las condiciones de borde definidas para el caso de flujo trifásico en canales con pendiente de fondo variable, en el caso de transporte de sedimentos sin obstáculos están dados por: (a) velocidades y fracciones volumétricas del aire, arena y agua en la Entrada; (b) presión estática del flujo a la Salida; (c) el Techo se fija como una frontera abierta, para simular el canal abierto al aire y (d) en los Laterales y el Fondo se establece la condición de pared con rugosidad.

Para definir la distribución de las fases inicialmente, se consideró, en los casos de transporte de sedimentos sin obstáculos, la ecuación del perfil de superficie libre, basada en MacDonald [5] para canales particulares cuyo fondo es especificado de manera que una solución analítica a las ecuaciones de Saint-Venant pueda ser obtenida. Estos perfiles del fondo del canal y de la superficie libre están dados por expresiones analíticas que permiten representar la forma original

del fondo, sin sedimentación, para un canal de sección rectangular, con 1000m de longitud, 10m de ancho en régimen subcrítico y en régimen mixto, subcrítico-supercrítico tanto en la entrada como en la salida [5].

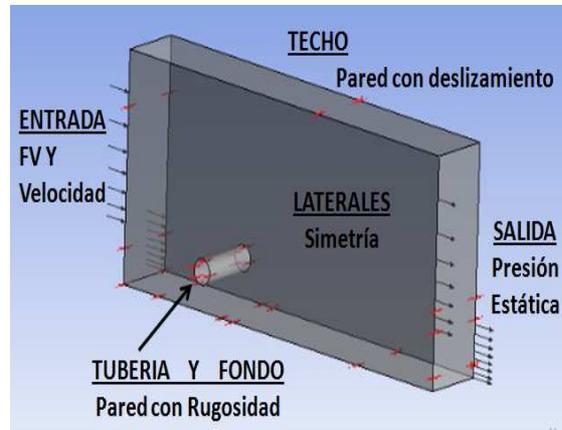


Figura 1. Definición de fronteras del dominio

Se varió la concentración de arena en 1% y 10%, para observar el comportamiento del transporte y sedimentación de las partículas de arena, y su influencia en la superficie libre. Las condiciones de borde definidas en el caso del Flujo en un canal rectangular con obstáculo transversal, incluyen adicionalmente la fricción en las paredes de la misma tubería.

Para definir las condiciones iniciales se consideró que la forma del lecho de arena está descrita por un perfil sinusoidal dado por $\delta = \delta_0 + A \sin(\alpha x)$ donde δ_0 es la profundidad del lecho de arena, exigido a la entrada, salida y justo debajo de la tubería, con un valor de 0,1m, A la amplitud de la perturbación de la superficie de arena (0,01m) y se consideró dos valores distintos de α ($8\pi/L$, $5\pi/L$) para canales de 2m y 2,5m de longitud respectivamente. En la entrada sólo fluye agua con un perfil de velocidad que corresponde a un flujo con una velocidad uniforme de 0,31 m/s (ver detalles en Contreras [6]).

Las fases líquidas, gas y sólidas están constituidas por agua, aire y arena respectivamente. Las fases líquidas y gaseosas se modelaron como fases continuas mientras que la fase sólida se modeló como una fase dispersa. La arena tiene una densidad de 2.400 Kg/m³, un diámetro de partícula de 0,36 mm y viscosidad dinámica de 1×10^{-6} Pa.s. La turbulencia se representó utilizando un modelo K- ϵ . Adicionalmente, se consideró un máximo factor de empaquetamiento de 0,62, el coeficiente de restitución de 0,95 y un modelo de teoría cinética con distribución radial de Gidaspow, sin coeficientes de relajación.

4 RESULTADOS

4.1. Flujo Trifásico en Canal con Pendiente de Fondo Variable

Se modelaron dos casos con geometrías y condiciones diferentes, para las mismas concentraciones de arena, con el fin de observar el comportamiento del transporte y sedimentación de partículas, para los diferentes regímenes y verificar el efecto de la presencia de partículas sólidas en la forma de la superficie libre.

4.1.1. Caso 1: Flujo Trifásico en un canal de sección rectangular, en régimen subcrítico.

En el caso de flujo trifásico, con una concentración de arena del 1% a la entrada, en un canal de sección rectangular, para definir el régimen subcrítico se establece una velocidad a la entrada de 2,67 m/s, obteniendo a la entrada y salida un número de Reynolds de orden 2×10^6 y flujo subcrítico.

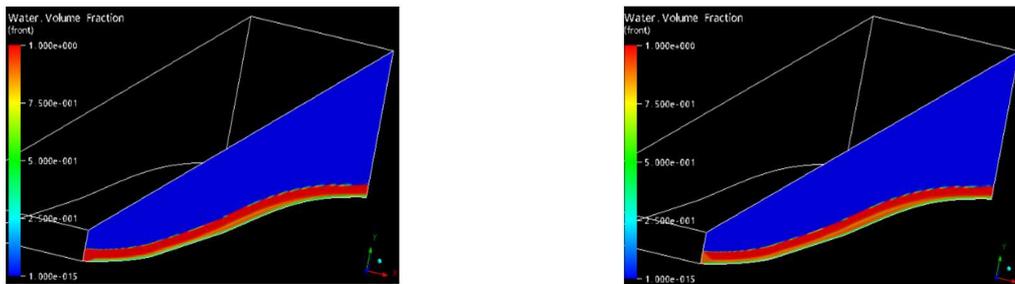


Figura 2. Flujo trifásico, en régimen subcrítico, concentración de arena de (a) 1% (b) 10%

Se obtuvo como resultado una superficie libre y un lecho de arena bien definido, los cuales se presentan en la figura 2a. Este resultado coincide con lo que se espera cualitativamente, al ser el flujo subcrítico en todo el canal, es factible que se deposite arena a lo largo del canal, siendo más importante la concentración de partículas en aquellas áreas que la pendiente tiende a hacerse más suave, disminuyendo la velocidad promedio del flujo. Al incrementar la concentración de arena a 10%, al igual que en caso anterior, se define un régimen subcrítico al establecer una velocidad a la entrada de 2,67 m/s. obteniendo a la entrada y salida, un número de Reynolds de orden 2×10^6 y flujo subcrítico.

En los resultados se observa una superficie libre y un lecho de arena, ambos bien definidos, presentados en la figura 2b. Los efectos del alto contenido de arena son apreciables en esta simulación. Rápidamente la arena crea un lecho bastante más grande que el obtenido en el caso anterior. Se aprecia también un lecho de fondo bien definido que corresponde a un lecho fijo. El mayor espesor de la capa de arena se encuentra en la zona donde la pendiente del canal disminuye suavemente, como era de esperarse. El perfil de la superficie libre obtenida mantiene el comportamiento de los perfiles a comparar, existiendo un leve desplazamiento con respecto al perfil obtenido en el estudio de flujo bifásico con superficie libre.

Aún cuando falta por validar estos resultados con experiencias controladas, se concluye que el *software* es capaz de modelar flujos trifásicos, con transporte de sedimentos, a bajas velocidades, arrojando resultados estables y que corresponden con los comportamientos esperados a partir de análisis teóricos.

4.1.2. Caso 2: Flujo Trifásico en un canal de sección rectangular, en régimen mixto, subcrítico-supercrítico.

En el caso de régimen mixto, se estableció una velocidad a la entrada de 2,15 m/s, con el fin de forzar la transición de régimen. Para esto casos no se percibe acumulación de arena. En este caso, el comportamiento observado de la superficie libre se desvió apreciablemente de lo esperado, basado en las soluciones analíticas [5] y las soluciones obtenidas por Pineda [2]. Los resultados obtenidos para flujo trifásico en un canal de sección rectangular, en régimen mixto, subcrítico-supercrítico, para concentraciones de arena de 1% y 10%, muestran una alta

dependencia de las condiciones de borde a la salida. Incluso, no se produjo el cambio de régimen en las simulaciones realizadas.

4.2. Flujo en un Canal Rectangular con Obstáculo Transversal

En este caso, no fue posible alcanzar la convergencia debido a que las simulaciones requerían de tiempos de cálculo del orden de semanas. Sin embargo, se presenta a continuación algunas observaciones con respecto a las tendencias observadas en la simulación.

4.2.1. Caso 1: Flujo Bifásico: Sólido-Líquido.

Los resultados obtenidos con las simulaciones en CFXTM muestran un perfil de socavación de arena que corresponde al esperado, tal como se puede observar en la figura 3a. La comparación con resultados experimentales y simulaciones muestra la misma tendencia, figura 3b, que las reportadas por Mao [4] y Zhao, *et al.*[3]

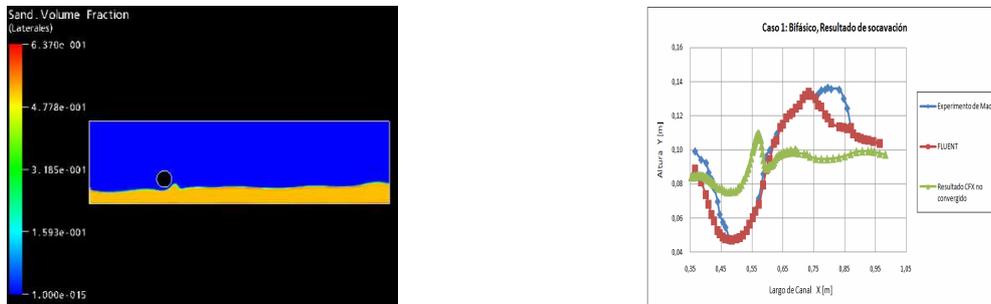


Figura 3. Flujo bifásico sólido-líquido en un canal con obstáculo transversal. (a) Vista global, (b) Comparación con resultados experimentales y otras simulaciones numéricas

En cuanto al comportamiento de la superficie de arena, vemos que en términos generales sigue las características principales: una máxima socavación bajo el obstáculo transversal, una acumulación de arena una vez superado el obstáculo, el cual se observa con un leve montículo para el caso experimental y un gran montículo para nuestro caso; y finalmente, mas adelante la socavación se reduce, de manera que luego de los 0,75 m de longitud del canal, el perfil de fondo de la arena no varía mucho. Al continuar la simulación, se esperaría, que la socavación bajo el obstáculo se incremente, de manera que la arena arrastrada llegue al montículo, aumentando levemente su altura y el resto llene levemente el espacio de la nueva socavación.

4.2.2. Caso 2: Flujo Trifásico: Sólido-Líquido-Gas.

El Flujo con superficie libre en presencia de inclusiones sólidas, representadas por un lecho de arena, presenta una elevación de la superficie libre, mostrada en la figura 4a. Igualmente se puede observar como la superficie de arena comienza a socavarse, figura 4b. Para verificar el movimiento de arena observado, se compara la superficie de arena obtenida con la superficie inicial del lecho de arena en la figura 4c.

Se observa como la superficie de arena ha evolucionado, obteniendo cambios del fondo que siguen la misma tendencia del caso 1.

Luego de presentar los resultados de estos tres casos de socavación, se concluye que CFXTM puede modelar flujos bifásicos y trifásicos que involucran transporte de sedimentos y socavación de lecho de arena. Sin embargo, estas simulaciones requieren tiempos de cálculo muy grandes.

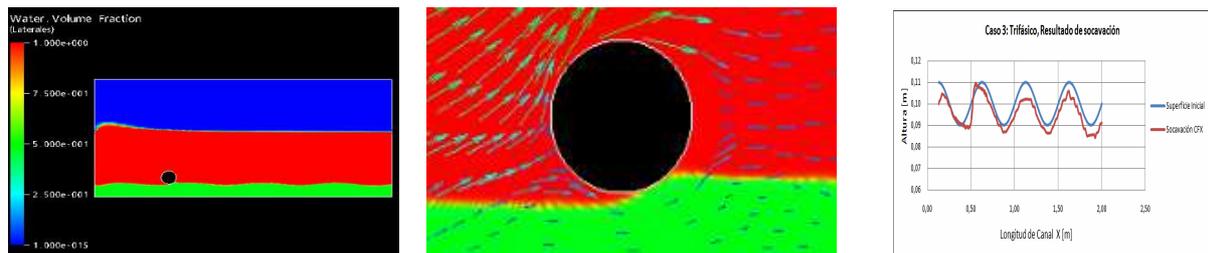


Figura 4. Flujo trifásico canal con obstáculo. (a) Vista global, (b) Detalle y (c) Socavación

CONCLUSIONES

Durante la realización de simulaciones trifásicas para flujo en régimen subcrítico, se da una sedimentación de las partículas que responde a la forma de lecho correspondiente al régimen establecido, clasificada como lecho de dunas. También se verifica que existe una sedimentación máxima, en la zona donde disminuye la pendiente, lo que corresponde con una disminución de la velocidad del flujo. La superficie libre cumple con el comportamiento de la superficie en estudios bifásico, se ve desplazada levemente por efecto del espacio ocupado por las partículas sedimentadas.

La predicción de socavación en un lecho de arena, por efecto de una corriente de agua en presencia de un obstáculo transversal colocado sobre dicho lecho de partículas sólidas fue realizada, obteniéndose soluciones que cualitativamente representan los resultados obtenidos por otros autores. En cualquier caso, los tiempos de simulación son extremadamente largos, haciendo poco práctico el uso de CFXTM para estos análisis a menos que se implementen otras opciones como simulaciones en paralelo.

Agradecimientos

Este estudio ha sido financiado por el Proyecto FONACIT N° G-2005000507.

REFERENCIAS

- [1]. Chanson, H., “Hidráulica del Flujo en Canales Abiertos”, Mc Graw-Hill Interamericana, S.A., primera edición, Colombia, 2002, pág 167-272.
- [2]. Pineda, S. F. “Validación del Simulador Comercial CFXTM en Flujo con Superficie Libre y Aplicaciones en flujo de Fluidos Newtonianos”, Proyecto de Grado en Ingeniería Mecánica, Universidad Simón Bolívar, 2007.
- [3]. Zhao, Z., Fernando H. J. S., “Numerical Simulation of scour around pipelines using an Euler-Euler coupled two-phase model”, Environ Fluid Mech, 2007, 7:121-142.
- [4]. Mao Y. The interaction between a pipeline and an erodible bed, PhD Dissertation, Technical University of Denmark, Lyngby, Denmark, 1986.
- [5]. MacDonald, I., Baines, M. J., Nichols, N. K., Samuels, P. G. “Analytic Benchmark Solutions for Open Channel Flows”, Journal of Hydraulic Engineering, 1997, Vol. 123, No. 11 ASCE, 1041-1045.
- [6]. Contreras L. “Validación del Simulador Comercial CFXTM en Flujo con Superficie Libre en Presencia de Inclusiones Sólidas”. Proyecto de Grado en Ingeniería Mecánica, Universidad Simón Bolívar, 2008.

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE FLUJO LAMINAR NO-NEWTONIANO EN TUBERÍAS ANULARES EXCÉNTRICAS

José B. Colmenares

jcolmenares@ula.ve

Pablo Guillén

pguillen@ula.ve

CESIMO, Universidad de Los Andes. Mérida, 5101 – Venezuela.

Guillermo Montilla

gmontill@uc.edu.ve

Centro de Procesamiento de Imágenes, Universidad de Carabobo. Valencia, 2003 – Venezuela.

Carlos F. Torres-Monzón

ctorres@ula.ve

Laboratorio de Turbomáquinas, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes. Mérida, 5101 – Venezuela.

Resumen. *Se ha desarrollado un modelo numérico para simular flujo laminar no newtoniano en tuberías anulares excéntricas. El modelo utiliza el método de los volúmenes finitos y coordenadas bipolares para la generación de la malla. El uso de una viscosidad efectiva en la ecuación de momentum permite el estudio del comportamiento de cualquier fluido para el cual el esfuerzo cortante es una función del gradiente de velocidad. Específicamente se modelaron fluidos laminares newtoniano, ley potencial y Herschel-Bulkley. Esto debido a que el trabajo está dirigido principalmente a simular el flujo anular de fluidos, usados en operaciones de perforación y completación en pozos de crudo y gas. El caso newtoniano fue usado para verificar el modelo, comparando los resultados adimensionales, para diferentes excentricidades, con la solución analítica. Las predicciones de gradiente de presión para fluidos no newtonianos fueron comparadas con datos publicados en la literatura revelando una excelente concordancia.*

Palabras Clave: Flujo no-newtoniano, Volúmenes finitos, Tuberías excéntricas.

1. INTRODUCCIÓN

Durante la perforación de un pozo petrolero se inyecta en el pozo un lodo que ayuda a la estabilidad del pozo, su lubricación, enfriamiento de la punta del taladro, y que arrastra los rípidos de perforación hasta la superficie entre otras cosas.

Como las condiciones de cada pozo son únicas, también cada lodo tiene propiedades particulares. La mayoría de los lodos utilizados son fluidos no newtonianos, contaminados por ripsos de la perforación y contienen por lo menos dos fases (gas y el lodo). Como una primera aproximación en este trabajo se asumirá que el lodo es no newtoniano monofásico, y que la temperatura no juega un papel importante en el comportamiento del fluido. El objetivo de la simulación es el obtener el campo de velocidades, esfuerzos de corte y el gradiente de presión en la sección anular. En este trabajo se utilizó el método de los volúmenes finitos por su buen comportamiento en campos conservativos y su adaptabilidad en mallas complejas.

2. ECUACIONES FUNDAMENTALES

La ecuación axial de momentum para flujo en estado estable, completamente desarrollado, laminar e incompresible puede ser escrita como (Azouz et al [1]):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu(\Gamma) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu(\Gamma) \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{dp}{dz}, \quad (1)$$

donde u es la velocidad axial (en la dirección z), dp/dz es el gradiente de presión que incluye el termino gravitacional, x , y y z son las coordenadas cartesianas, y $\mu(\Gamma)$ es la viscosidad efectiva que depende del gradiente de velocidad Γ . Para fluidos isotrópicos completamente desarrollados donde u es la única componente de la velocidad distinta de cero, el gradiente de velocidad es:

$$\Gamma = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right]^{0.5} \quad (2)$$

2.1 Fluido newtoniano

Si se considera un fluido newtoniano, $\mu(\Gamma)$ es constante y la Ec. (1) se simplifica a:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{1}{\mu} \frac{dp}{dz}, \quad (3)$$

La Ec. (1) posee solución analítica expresada en series de Fourier usando coordenadas bipolares (Zinder y Goldstein [6]).

2.2 Fluido no-newtoniano

En este estudio, los modelos reológicos considerados son (Brodkey [2]):

- Fluido “ley potencial” donde la viscosidad efectiva es $\mu(\Gamma) = k\Gamma^{n-1}$
- Fluido “Herschel-Bulkley” donde la viscosidad efectiva es $\mu(\Gamma) = k\Gamma^{n-1} + \frac{\tau}{\Gamma}$ si $\Gamma > \tau$

Cuando se analizan fluidos no-newtonianos la viscosidad efectiva, $\mu(\Gamma)$ es una función del gradiente de velocidad Γ , y para calcular la velocidad del fluido y su gradiente es necesario conocer $\mu(\Gamma)$. Para resolver este problema se realiza un ciclo externo al cálculo del campo de velocidades y progresivamente se incluye la variación de viscosidad efectiva con el gradiente de velocidad. Este lazo finaliza cuando la variación de los parámetros entre una iteración y la siguiente sea menor que cierta tolerancia pre-establecida.

3. DISCRETIZACIÓN USANDO EL MÉTODO DE VOLÚMENES FINITOS

La ecuación gobernante Ec. (1), es resuelta numéricamente usando el método de los volúmenes finitos (Ferziger & Perić [3]). Este método permite la discretización de la solución en un número finito de trapecoide de cuatro lados cuyas caras coinciden con las líneas del sistema coordenado (Fig. 1). Los valores de todas las variables calculadas son almacenados en el centro de cada trapecoide. Integrando la Ec. (1) en un trapecoide se obtiene:

$$\int_{\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu(\Gamma) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu(\Gamma) \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] dx dy = - \int_{\Omega} \frac{dp}{dz} dx dy = - \frac{dp}{dz} \Omega, \quad (4)$$

donde Ω es el área de del trapecoide y $\partial\Omega$ su perímetro. Del teorema de Green, la integral izquierda es posible escribirla como:

$$\int_{\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu(\Gamma) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu(\Gamma) \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] dx dy = \int_{\partial\Omega} \left(\mu(\Gamma) \frac{\partial u}{\partial x} dy - \mu(\Gamma) \frac{\partial u}{\partial y} dx \right). \quad (5)$$

Detalles de la discretización de las Ec. (4) y Ec. (5) pueden ser encontrados en Ferziger & Perić [3]. La discretización final resulta en:

$$a_p u_p = a_E u_E + a_W u_W + a_N u_N + a_S u_S + (\Delta l_{\eta} \Delta l_{\xi} S_u)_p. \quad (6)$$

Para resolver el sistema de ecuaciones definido por la Ec. (5) se uso el SIP de Stone [7], con condiciones de borde simétricas en el eje formado por los dos centros de tuberías y velocidad igual a cero en las paredes de la de la tubería interior y exterior.

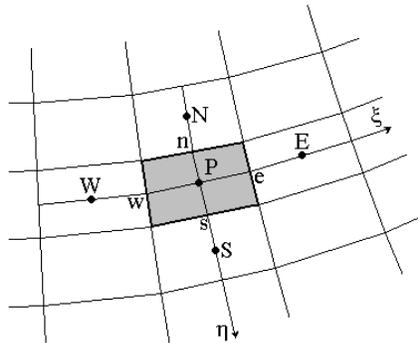


Figura 1 – Celda computacional típica.

4. GENERACIÓN DE LA MALLA

Para generar la malla en el espacio anular, se uso el sistema de coordenadas bipolar definido por:

$$x + iy = ic \cotan\left(\frac{\xi + i\eta}{2}\right), \quad (7)$$

donde (x, y) y (ξ, η) son las coordenadas cartesianas y bipolares respectivamente. Las relaciones entre (x, y) y (ξ, η) están dadas por:

$$x = \frac{c \sinh(\eta)}{\cosh(\eta) - \cos(\xi)}, \quad (8)$$

$$y = \frac{c \sin(\xi)}{\cosh(\eta) - \cos(\xi)}, \quad (9)$$

donde $c = d_o \sin(\eta_o)/2 = d_e \sin(\eta_i)/2$, d_e y d_i son los diámetros externos e interno del espacio anular, y η_o y η_i definen las curvas internas y externas que conforman el espacio anular en coordenadas bipolares, y vienen dados según las ecuaciones:

$$\cosh(\eta_o) = \frac{k(1+e^2) + (1-e^2)}{2ke}, \quad (10)$$

$$\cosh(\eta_i) = \frac{k(1-e^2) + (1+e^2)}{2e}, \quad (11)$$

donde k es la relación de diámetros ($k = d_i/d_e$), e es la excentricidad ($e = 2h/(d_e - d_i)$), y h la distancia entre los centros de la tubería externa e interna. Detalles de la implementación del método de los volúmenes finitos en coordenadas bipolares se encuentran en Meknassi et al [5].

5. RESULTADOS

Para verificar el modelo numérico fueron desarrolladas comparaciones con dos casos donde la solución analítica está disponible. También, la convergencia numérica fue estudiada definiendo refinamientos independientes en las direcciones radial y circunferencial, consiguiendo excelentes resultados con 50 elementos en la dirección radial y 100 elementos en la dirección circunferencial.

5.1 Comparación con la solución analítica para fluido newtoniano

Los gradientes de presión y perfiles de velocidad adimensionales predichos en este trabajo para tuberías concéntricas y excéntricas, fueron comparados con la solución analítica en tubos

excéntricos desarrollada por Snyder & Goldstein [6], presentando excelente acuerdo. La Fig. 2 muestra la comparación de la velocidad adimensional ($\tilde{u} = 4u\mu/d_e^2(dz/dp)$) en función de la excentricidad para las soluciones analítica y numérica. La Fig. 3 muestra un perfil de velocidades adimensional para una excentricidad de 0.75.

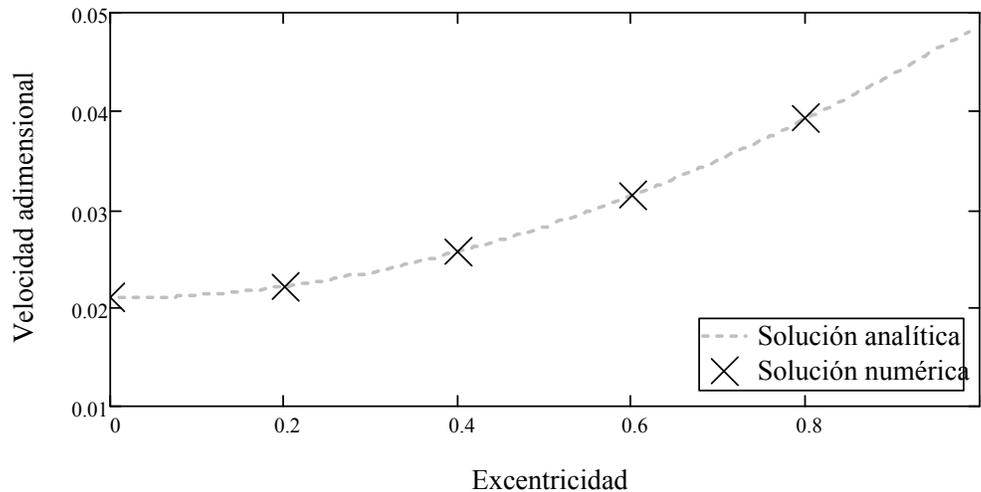


Figura 2 – Comparación de las soluciones analítica y numérica

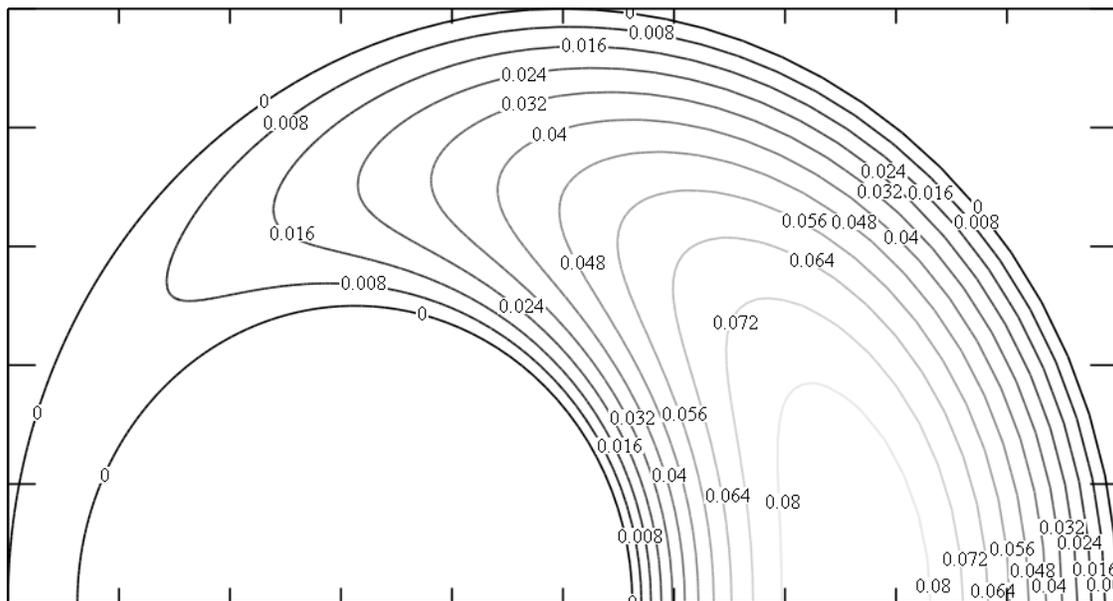


Figura 3 – Campo de velocidades adimensional para flujo laminar con $e = 0.75$.

5.2 Comparación para fluido no-newtoniano

Fredrickson & Bird [4] obtuvieron la solución para un fluido “ley potencial” en tubos concéntricos. Esta solución fue comparada con el modelo presentado para una excentricidad muy pequeña mostrando un excelente acuerdo. La Fig. 4 presenta los resultados numéricos para un fluido no-newtoniano tipo “ley potencial” con $k=0.748 Pa s^n$ y varias n , en una tubería con diámetro externo de 12.7 cm, diámetro interno de 6.045 cm, y una excentricidad de 0.62.

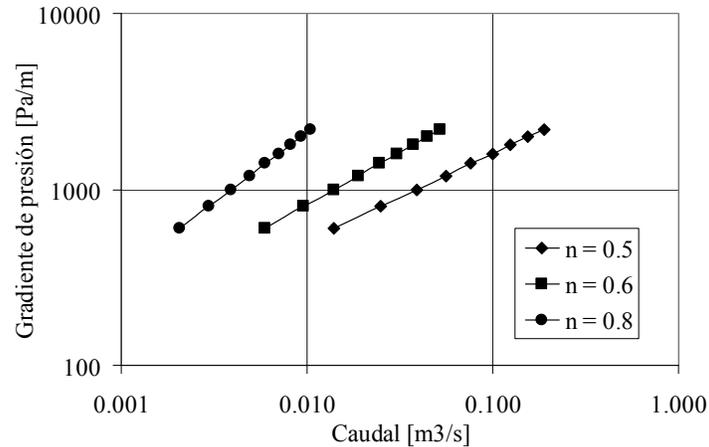


Figura 4 –Gradiente de presión calculado versus caudal para un fluido no-newtoniano tipo “ley potencial”

6. CONCLUSIONES

Un modelo numérico que resuelve la ecuación general de difusión, en coordenadas bipolares usando el método de volúmenes finitos, fue desarrollado para simular flujo de fluidos no-newtonianos en tuberías excéntricas. El modelo fue aplicado a fluidos laminar newtoniano, ley potencial y Herschel-Bulkley presentado un buenos resultados al ser comparado con soluciones analíticas y data experimental. Otros modelos reológicos pueden ser incorporados en el modelo a través de la sustitución de expresión apropiada de la viscosidad efectiva.

REFERENCIAS

- [1] Azouz, I., Shirazi, S., Pilehvari, A., & Azar, J. Numerical Simulation of Laminar Flow of Yield-Power-Law Fluids in Conduits of Arbitrary Cross-Section. *ASME J. of Fluids Engineering*, vol. 115, pp. 710-716, 1993.
- [2] Brodkey, R.S. *The Phenomena of Fluid Motions*. Addison-Wesley, 1967.
- [3] Ferziger, J.H. & Perić, M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. 3rd edition, Springer-Verlag, 2002.
- [4] Fredrickson, A.G., & Bird, R. B. Non-Newtonian Flow in Annuli. *Ind. & Eng. Chem.*, vol. 50, pp. 347-352, 1958.
- [5] Mekkassi, F., Benkirane, R., Liné, A. & Masbernat, L.: Numerical Modeling of Wavy Stratified Two-Phase Flow in Pipes. *Chem. Eng. Sci.*, vol. 55, pp. 4682-4697, 2000.
- [6] Snyder, W.T., & Goldstein, G.A. An Analysis of Fully Developed Laminar Flow in an Eccentric Annulus. *AIChE Journal*, vol. 11, pp. 462-467, 1965.
- [7] Stone, H.L. Iterative Solution of Implicit Approximations of Multidimensional Partial Differential Equations. *SIAM J. Numer. Anal.*, vol. 5, pp. 530-558, 1968.

Análisis de datos de Intensidades de Vientos en el Lago de Valencia

ANDERLI TREJO

FERNANDO CEDEÑO

atrejo@uc.edu.ve,

fjcedeno@uc.edu.ve

FaCyT, Universidad de Carabobo Barbula, Carabobo-Venezuela

Resumen. *El estudio en el Lago de Valencia, ha sido fuente de diversas investigaciones en los últimos años, esto se debe, a los altos niveles de contaminación que allí se encuentran. En este trabajo, se propone implementar un análisis de datos intensidades del viento en lago, con la intención de aportar información que facilite conocer el desplazamiento de agentes contaminantes en el lago. Se calcularán las medidas descriptivas como son la media y la varianza, que sirven de gran utilidad para predecir el comportamiento de las intensidades, y por último se ajustará un modelo de velocidad usando la metodología de Box-Jenkins utilizado con el fin de estimar parámetros de modelos AR, ARMA o ARIMA. Por último se compararán los resultados obtenidos en las dos estaciones, cabe destacar que el análisis se dividirá en dos periodos lluvia y sequía, además de diurno y nocturno.*

Palabras clave: Vientos, Intensidad, Metodología Box Jenkins.

1. Introducción

Uno de los casos más dramáticos de contaminación en Venezuela lo constituye el Lago de Valencia. Este lago está enclavado en una cuenca endorreica y los desechos que se depositan en él no tienen posibilidad de ser evacuados a otra parte o de circular hacia otros lugares, de esta forma se ha venido produciendo una acumulación de tóxicos contaminantes en el Lago de Valencia que ha llevado a autoridades competentes a declarar dicho cuerpo de agua en estado de emergencia. Uno de los factores meteorológicos de interés para evaluar la dispersión de los contaminantes es la intensidad del viento este parámetro varía con respecto al entorno ambiental, el Lago de Valencia presenta una gran diversidad de ecosistemas, lo que podría conllevar a que exista gran variabilidad con respecto a la intensidad del viento. En estadística existen diversas técnicas para hacerlo, comenzando con un análisis descriptivo clásico para ver su comportamiento, y ajuste de modelos usando la metodología Box Jenkins.

2. Modelo

Para ajustar los modelos a la serie de tiempo de intensidades, se comenzó por usar los pasos para ajustar un modelo (AR), donde se comenzaba por ajustarle una distribución weibull a los datos de intensidad y luego realizaba una transformación, debido a que este paso no se ajustó a nuestros datos se procedió usando la metodología de Box-Jenkins. El primer paso consistió en verificar si la serie es estacionaria, cabe destacar que tenemos datos por cada 5 minutos en un día, lo que hace un total de 288 datos diarios, se debe recalcar que se comenzó por realizar gráficos de los datos de intensidad, donde todo el tiempo obteníamos una distribución bimodal, por lo que nuestros datos eran no estacionarios, para solucionar esto se inició por promediar la serie por cada 6, 12 y 24 horas con lo que no se solventó el problema de no estacionaridad, por lo cual promediamos por cinco minutos, aun así no corrigió el problema de la estacionaridad, se decidió diferenciar una vez la serie y luego la transformación de la raíz, solo en pequeños casos bastó con usar la diferencia, se comprobó que las series que nos quedaban son estacionarias con un comando del software R, que usa el test de Dickey-Fuller. Una vez realizado este paso observamos las gráficas de

autocorrelación y autocorrelación parcial, para decidir si ajustar un AR o un proceso media móvil. Seguidamente usando comandos de software R, encontramos estimar los parámetros del modelo, luego de esto se graficaron los residuales con lo cual se verifica que son independientes entre sí, de media y varianza constantes, además realizamos una prueba de Ljung-Box. Vamos a ajustar modelos de intensidades a las series de tiempo de meses del año y periodo de Lluvia y Sequía.

3. Resultados y Conclusiones

3.1. Periodo de Lluvia:

En la figura 1 tenemos los datos originales donde se observa que los datos no son estacionarios. En la figura 1 también se muestran los datos los transformados, utilizando una diferencia y la raíz cuadrada, donde se aprecia que se estabiliza la varianza y no hay tendencia.

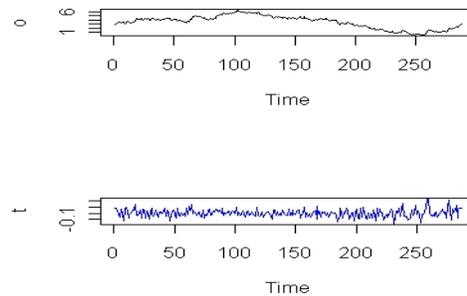


Figura 1: Datos originales vs datos transformados, para periodo de Lluvia

En la figura 2 se muestra la función de autocorrelación y la función de autocorrelación parcial de los datos transformados donde se muestra que se ajusta un modelo AR(1).

Aquí tenemos el modelo

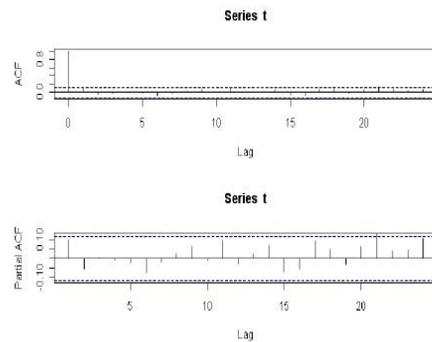


Figura 2: Función de autocorrelación y Función de Autocorrelación Parcial, para periodo de Lluvia

```
> arima(t,order=c(1,0,0))
Call:
arima(x = t, order = c(1, 0, 0))
```

Coefficients:

```

      ar1  intercept
0.1001    4e-04
s.e. 0.0590    4e-03
sigma^2 estimated as 0.003709:  log likelihood = 395.92,  aic = -785.83}

```

en la figura 3 se comprueban las hipótesis de los residuos, por tanto el modelo es adecuado. En la figura 4 tenemos los datos originales versus los datos arrojados por el modelo.

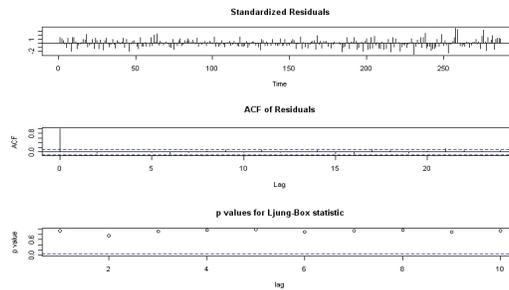


Figura 3: Residuales, para periodo de Lluvia

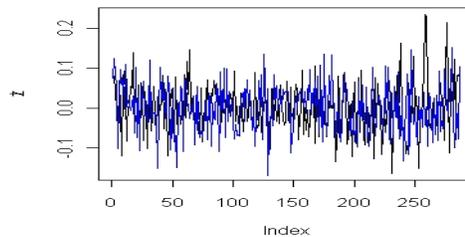


Figura 4: Datos (transformados), con datos generados por el modelo, para periodo de Lluvia

Tenemos los siguientes parámetros descriptivos para este periodo:

Max	μ
40	3.4605

3.2. Periodo Seco:

En la figura 5 se muestran los datos originales donde se observa ausencia de estacionaridad y los datos transformados utilizando una diferencia y la raíz cuadrada.

En la figura 6 se muestra la función de autocorrelación y la función de autocorrelación parcial de los datos transformados del period seco donde se muestra que que se ajusta un modelo AR(1).

En la figura 7 se comprueban las hipótesis de los residuos, por tanto el modelo es adecuado. En la figura 8 tenemos los datos originales versus los datos arrojados por el modelo.

Así que el modelo ajustado para este periodo es el siguiente:

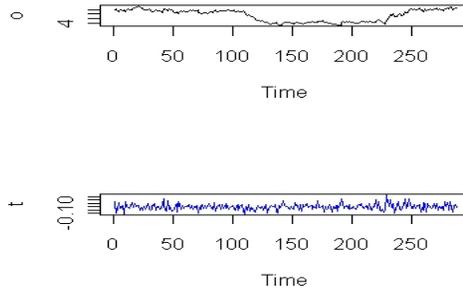


Figura 5: Datos originales vs datos transformados, para periodo Seco

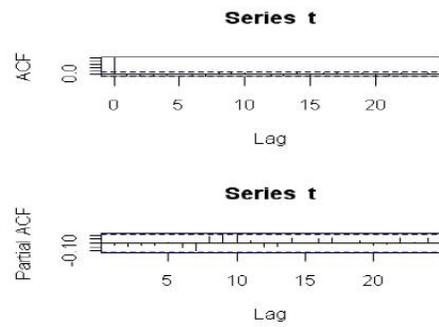


Figura 6: Función de autocorrelación y Función de Autocorrelación Parcial, para periodo Seco

```

> arima(t,order=c(0,0,1))
Call:
arima(x = t, order = c(0, 0, 1))
Coefficients:
      ma1  intercept
-0.0285   0.0002
s.e.    0.0614   0.0026
sigma^2 estimated as 0.002000:  log likelihood = 484.54,  aic = -963.07

```

Tenemos los siguientes parámetros para este periodo:

Max	μ
39	5.6467

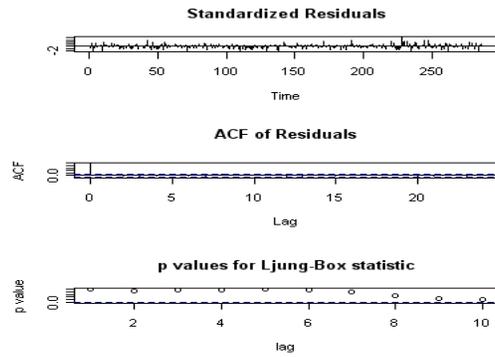


Figura 7: Residuales, en el periodo de sequía

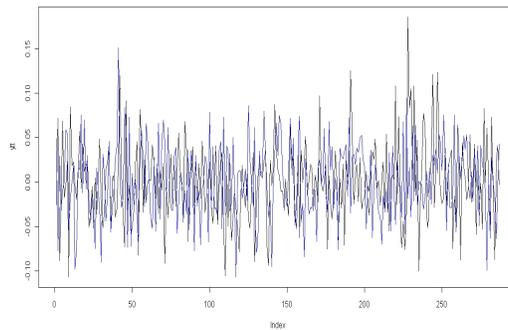


Figura 8: Datos (transformados), con datos generados por el modelo, en el periodo de Sequía

4. Referencias Bibliográficas

- [1] Kanty V.Mardia and Peter E.Jupp.(2000). Directional Statistics,Wiley and Sons Ltd, England.
- [2] Gaile, G. L. and J. E. Burt. (1980). Directional statistics,Concepts and Techniques in Modern Geography 25.
- [3] Cressie, N. (1993). Statistics for Spatial Data. Wiley, New York, revised edition.
- [4] Shumway, R. H. and Stoffer, D. S. (2000). Time Series Analysis and Its Applications. Springer, New York.

TRANSPORTE DE SEDIMENTO POR TRACCIÓN CAUSADO POR UNA CORRIENTE PERMANENTE EN LA COSTA DE CARÚPANO VENEZUELA

Rafael Hernández-Walls

rwalls@gmail.com

Facultad de Ciencias Marinas, Universidad Autónoma de Baja California
Ensenada, B.C. México.

Germán Larrazábal

glarraza@uc.edu.ve

Facultad de Ciencias, Universidad de Carabobo
Valencia, Carabobo, Venezuela.

Carlos Torres Navarrete

ctorres@uabc.mx

Instituto de Investigaciones Oceanológicas, Universidad Autónoma de Baja California
Ensenada, B.C. México.

Resumen. *Se calculó la capacidad de carga de sedimento causada por una corriente permanente en las costas de Carúpano, Venezuela. Para ello se utilizó un modelo hidrodinámico para el cálculo de las velocidades. El modelo hidrodinámico fue forzado con una corriente permanente en la frontera este, y una vez que el modelo llegó a una condición donde el fluido estuviera representado en toda la cuenca estudiada, se activó el módulo de transporte de sedimentos, el cual cuenta con un módulo que calcula la capacidad de carga y con otro módulo se evaluó la modificación del piso oceánico por el transporte de sedimento. El modelo fue usado para evaluar las posibles repercusiones que tendrá el puerto de Carúpano una vez que se realice un dragado en la parte interna del puerto. El modelo fue probado primero con condiciones controladas, donde mostró buenos resultados. Posteriormente fue puesto a prueba con las condiciones obtenidas para el puerto de Carúpano, lo que nos permitió evaluar, bajo condiciones muy restringidas, el efecto en la dinámica de sedimento dentro del puerto.*

Palabras Clave: Transporte de sedimento, Capacidad de carga, modelo numérico, hidrodinámica.

1. INTRODUCCIÓN

El objetivo de este trabajo es mostrar simulaciones numéricas del acoplamiento de un modelo hidrodinámico y uno geomorfológico para la zona cercana al Muelle de Carúpano. El análisis preliminar se realiza usando la información oceanográfica recibida por PDVSA, mostrando los primeros resultados de la zona de estudio de los modelos antes mencionados.

1.1 Área de Estudio

El Puerto de Carúpano está localizado en el estado de Sucre, Venezuela. Este es un puerto artificial, donde se ha creado una zona protegida con la construcción de un rompeolas [1]. Actualmente ha sido motivo de estudios por parte de PDVSA, y autoridades del puerto y del Estado de Sucre. Lo que ha llevado a realizar estudios sobre el estado en que se encuentra el nivel batimétrico de la zona de estudio. Se pretenden realizar algunos cambios en la parte del puerto de Carúpano, como el dragado del puerto, por lo que es necesario que se realicen estudios sobre el movimiento del sedimento tanto por tracción como por suspensión.

El cambio de dirección de los vientos alisos influye en la precipitación fluvial, la época de secas esta caracterizada por la dirección del NE y la época de lluvias por la dirección del SE [2]

2. MODELO HIDRODINÁMICO

Para la construcción del modelo hidrodinámico se trabajó con las ecuaciones de aguas someras linealizadas y sin fuerzas externas.

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial t} &= -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial t} &= -g \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= -\frac{\partial HU}{\partial x} - \frac{\partial HV}{\partial y}\end{aligned}\tag{1}$$

Donde las componentes de la velocidad representan la velocidad integrada en toda la columna de agua. Se considera profundidad variable, Este sistema de ecuaciones son resueltas usando diferencias finitas en una malla desfasada del tipo Arakawa C.

3. MODELO MORFODINÁMICO

Ya calculado el campo de velocidades, a partir de las ecuaciones de movimiento, se continua con el módulo morfodinámico, para ello usaremos la misma malla computacional que la usada por las ecuaciones de movimiento, evitando así errores asociados a los procesos de interpolación y extrapolación de los datos.

Esté módulo tiene dos fases, primero se calcularán el transporte de sedimentos a partir de las velocidades del flujo y segundo se estiman los cambios en el piso oceánico, usando para ello el

principio de conservación de la masa sedimentaria, que establece que los cambios en el nivel del fondo están relacionados con la divergencia del flujo de sedimento.

3.1 Transporte de sedimento

Lamentablemente existen muchas expresiones, en la literatura, que son utilizadas para estimar el transporte de sedimentos, la mayoría de ellas fueron encontradas en forma empírica. En el presente trabajo hemos optado por utilizar (para el caso de corrientes) las expresiones dadas por [3]. Esta última ha sido ampliamente utilizada en la estimación de las tasas volumétricas de transporte por unidad de anchura unitaria (m^2/s) para el transporte por fondo (q_b):

$$q_b = \begin{cases} 0.005Uh \left[\frac{U - U_{cr}}{(s-1)gd_{50}} \right]^{2.4} \left(\frac{d_{50}}{H} \right)^{1.2} & \text{Si } |U| > U_{cr} \\ 0 & \text{Si } |U| < U_{cr} \end{cases} \quad (2)$$

donde U (m/s) es la velocidad del flujo, U_{cr} (m/s) es la velocidad umbral de inicio del movimiento del sedimento, H (m) es la profundidad del agua, g (m/s^2) es la aceleración debida a la gravedad, d_{50} es la mediana del diámetro del grano, $s = \rho_s / \rho$ es la densidad relativa del sedimento.

La velocidad umbral (U_{cr}) se calcula a partir de las siguientes expresiones [3]:

$$U_{cr} = \begin{cases} 0.19d_{50}^{0.1} \log \left(\frac{12h}{3d_{90}} \right) & \forall \quad 0.0001 \leq d_{50} \leq 0.0005 \\ 8.5d_{50}^{0.61} \log \left(\frac{12h}{3d_{90}} \right) & \forall \quad 0.0005 \leq d_{50} \leq 0.0020 \end{cases} \quad (3)$$

donde d_{90} (m) es el diámetro que representa el percentil 90 de la muestra del sedimento.

3.2 Ecuación de continuidad del sedimento

Si consideramos que el grano del sedimento es uniforme y de forma esférica; se pueden tratar en forma independiente los diferentes mecanismos de transporte de sedimento; y la escala de variación de los procesos morfodinámicos es más lenta que la escala de variaciones de los procesos hidrodinámicos. Entonces la ecuación de continuidad del sedimento puede escribirse como:

$$(1-p) \frac{\partial Z_b}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{q} = 0 \quad (4)$$

donde p es la porosidad del fondo, Z_b es la distancia desde el fondo a un determinado datum, $\vec{q} = (q_x, q_y)$, es la tasa de transporte de sedimento expresada en forma vectorial.

Esta ecuación de conservación de sedimento se modifica cuando se incluye el efecto de las formas del fondo (como la pendiente, etc), debido a que las formas del fondo introducen cambios en el flujo y el transporte sedimentario como consecuencia de la acción de la gravedad sobre el sedimento. Estos cambios, de acuerdo a [4 y 5], puede expresarse como:

$$q_x = q_{ox} - \varepsilon |\vec{q}_\xi| \frac{\partial Z_b}{\partial x} \quad \text{y} \quad q_y = q_{oy} - \varepsilon |\vec{q}_\xi| \frac{\partial Z_b}{\partial y}$$

donde q_o es el transporte sedimentario calculado, suponiendo que el fondo es plano, ε es un parámetro de orden 1 (que toma en cuenta la pendiente del fondo) y $|\vec{q}_\xi|$ es la magnitud del transporte asociado a la dirección donde se calcula el transporte de sedimento corregido. [5] reemplaza esta magnitud por $|\vec{q}_o|$ mejorando los resultados obtenidos. Al sustituir estas ecuaciones en la ecuación de continuidad de sedimento [6] se obtiene lo siguiente:

$$(1 - p) \frac{\partial Z_b}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(q_{ox} - \varepsilon |\vec{q}_o| \frac{\partial Z_b}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(q_{oy} - \varepsilon |\vec{q}_o| \frac{\partial Z_b}{\partial y} \right) = 0 \quad (5)$$

Esta ecuación se resuelve usando diferencias finitas sobre una malla desfasada del tipo Arakawa C.

4. RESULTADOS.

El modelo hidrodinámico fue puesto a prueba con las condiciones de frontera, aquí mostramos las primeras simulaciones realizadas, después del dragado (figuras 1 y 2), las características del modelado fueron las siguientes; un $\Delta x = 33m$, y un $\Delta y = 24.5m$, con un $\Delta t = 1.54seg$, se le impusieron diferentes condiciones de flujo en la frontera, y se decidió usar 0.3 m/s, basándonos en las observaciones realizadas por la Universidad de Florida y reportadas en Internet [6] y con las reportadas por un correntímetro colocado en la zona de estudio, para las condiciones de sedimento se utilizó como $d_{50} = 6 \times 10^{-4} m$ y un $d_{90} = 2 \times 10^{-3} m$, con una densidad para el sedimento dada por $\rho_{sed} = 2650 Kg / m^3$ y una densidad del agua de mar de $\rho_{mar} = 1024 Kg / m^3$:

Antes de iniciar las simulaciones de la hidrodinámica, fue necesario hacer una simulación con condiciones iniciales de reposo, y llegar a una condición en la cual las partículas que comenzaron en la frontera hubieran llegado al otro extremo de la malla numérica, a fin de activar el modulo geomorfológico con datos mas reales.

4.1 Simulación del cambio del suelo oceánico para la zona cercana al muelle de Carúpano.

El modulo geomorfológico fue activado en el momento en el que las condiciones iniciales se alcanzaron, como se muestra en la sección anterior. La figura 3 muestra los efectos de la capacidad de carga calculada (si se tiene sedimento disponible) en los procesos de erosión y

depositación, con las condiciones hidrodinámicas presentes. Se puede observar que la punta del rompeolas es donde mayor dinámica de sedimento hay, y aunado a esto, la dirección de la corriente después del rompeolas es en dirección de la zona por dragar, entonces tenemos la posibilidad de que alguna fracción del sedimento se dirija hacia la zona de dragado, poniendo en riesgo de asolvamiento de la zona en cuestión.

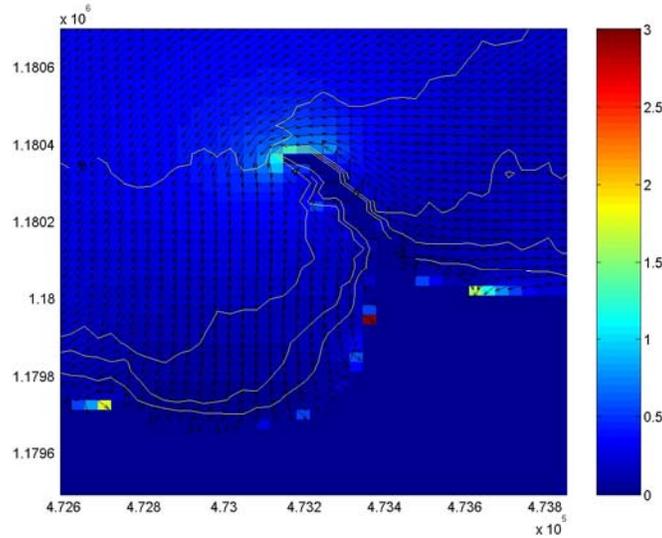


Figura 1.- Campo de velocidades en condiciones actuales de batimetria.

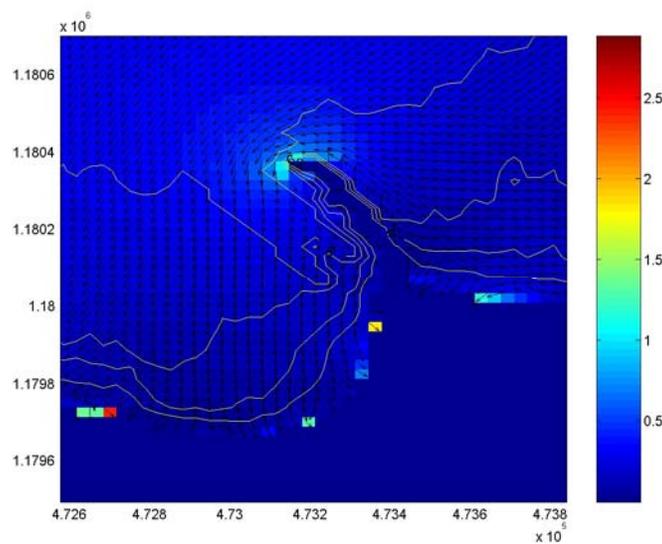


Figura 2- Campo de velocidades en condiciones de batimetria del futuro dragado.

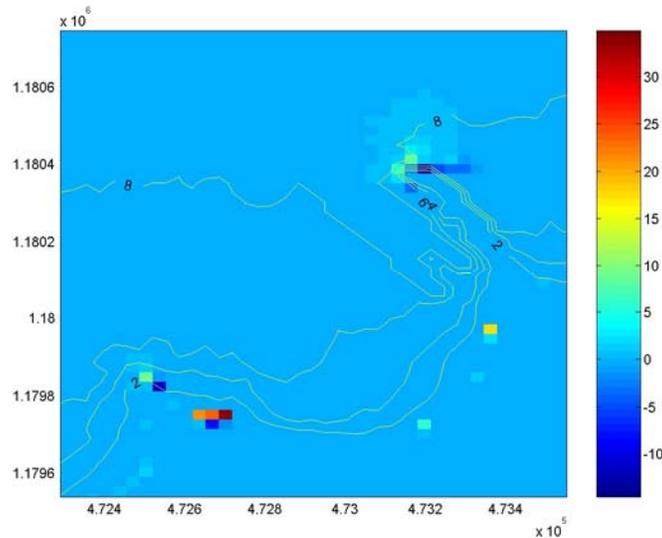


Figura 3- Diferencia en la batimetría causado por el arrastre de sedimento con las condiciones de velocidad simuladas, valores positivos indican depositación y valores negativos indican erosión.

Agradecimientos

Los autores desean agradecer todas las atenciones recibidas por parte de PDVSA, así como las facilidades del equipo de cómputo de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Carabobo.

REFERENCIAS

- [1].Puertos de Sucre. 2007. Plan maestro de Puerto Carúpano, Carúpano, Edo. De Sucre. pp.66.
- [2].Terejova, G., Quintero A. y Piñero A. 1998. Descripción de las características climáticas de Carúpano, Edo. De Sucre (Venezuela). Bol. del Inst. Oceanog. De Ven. Univ. de Oriente, Cumana. 37(1 y2):43-52..
- [3].Van Rijn, L. C. 1984!. Sediment transport, part I: bed load transport. *J. Hydraul. Eng.*, 110~10!, 1431–1456.
- [4].Bowen. A.J. 1980. Simple models of nearshore sedimentation of beach profiles and longshore bars. In: *The Costaline of Canada*, pag 1-11. Geological Survey of Canada, Paper 10-80, Ottawa.
- [5].Horikawa, K. and M. Hattori, (1987). The nearshore environmental research center project. *Proc. Coastal Sediments*, ASCE, pp 756-771.
- [6].pagina de internet: http://assets.panda.org/img/original/hawksbill_currents_jun.jpg, consultado en agosto 2008.

SIMULACIÓN MATEMÁTICA UNIDIMENSIONAL DE LOS NIVELES DE RESTITUCIÓN DE LAS CASAS DE MÁQUINAS 1 Y 2 DE LA CENTRAL HIDROELÉCTRICA GURI

Gonzalo Montilla Castro

Luis Kosma

Franco De Paola

gmontilla@edelca.com.ve

Dpto. de Hidráulica, EDELCA, San Félix, Edo. Bolívar.

Resumen. *Sobre las aguas del Río Caroní a 95 Kms, aguas arriba de su confluencia con el Río Orinoco se encuentra la Central Hidroeléctrica Guri, con una potencia instalada de 9.715MW, satisfaciendo el 50% de la demanda de energía eléctrica de Venezuela. En la actualidad surge la necesidad de realizar una re-potenciación de las turbinas para llevarlas a estándares de producción acordes con las nuevas tecnologías y por lo tanto es necesario determinar los niveles en los canales de descargas de las Casas de Máquinas 1 y 2. El objetivo de esta investigación es simular mediante un modelo matemático 1D (HECRAS v3.1) los niveles de restitución de las Casas de Máquinas 1 y 2 considerando la condición natural del río Caroní y el efecto del embalse de la Central Hidroeléctrica Tocoma. Debido a que la herramienta de cálculo utilizada es un modelo matemático 1D no se incluirán simulaciones con alivios. El dominio de la simulación tiene 5,5kms de longitud, posee 57 secciones batimétricas e incluye la interacción de los canales 1 y 2. El modelo matemático fue calibrado variando los coeficientes de rugosidad de Manning en cada sección para obtener los niveles de agua medidos en el prototipo para condiciones específicas de turbinados. La correlación entre modelo y prototipo muestra un error relativo máximo de 1%. Para lograr la correlación los coeficientes de rugosidad en el tramo “Casa de Máquinas 1 - El Merey” son $0,065s/m^{1/3}$ y $0,11s/m^{1/3}$, mientras que en el canal excavado de la Casa de Máquinas 2 es $0,038s/m^{1/3}$. Se simularon matemáticamente 96 condiciones hidráulicas; 48 condiciones sin Tocoma y 48 condiciones con Tocoma a la EL. 127,00msnm. Las simulaciones muestran que la Ataguía B establece un control hidráulico, lo cual independiza los niveles de restitución de la Casa de Máquinas 2, de los niveles aguas abajo de la confluencia, para condición sin Tocoma. Sin embargo, los resultados demuestran que el remanso del embalse de Tocoma (El 127msnm) ahoga el control hidráulico (Ataguía B) y por lo tanto los niveles de restitución en la Casa de Máquinas 2 dependen de las condiciones hidráulicas aguas abajo de la confluencia de los canales 1 y 2. En la Casa de Máquinas 1, la pérdida en la caída neta varía entre 2,32m y 4,82m, sin embargo en la Casa de Máquinas 2, la pérdida en la caída neta varía entre 1,31m y 1,86m. Por lo tanto, la Casa de Máquinas 1 es la más afectada por la puesta en marcha de Tocoma.*

Palabras Claves: *Modelo, Prototipo, Guri, Niveles, Turbinas.*

NOMENCLATURA

Q caudal, V velocidad media, A es el área de la sección hidráulica, Z es la altura geodésica de la sección hidráulica, y es la profundidad del agua en la sección hidráulica, a es el coeficiente de contracción o expansión, $V^2/2g$ es la energía cinética, h_L es la pérdida de energía entre una sección y otra, R es el radio hidráulico, n es el coeficiente de rugosidad de Manning y S_o es la pendiente del fondo del canal.

1. INTRODUCCIÓN

La Casa de Máquinas 1 se encuentra en funcionamiento desde los años 70. En la actualidad ha surgido la necesidad de realizar una re-potenciación de las unidades turbo generadoras para llevarlas a estándares de producción acordes con las nuevas tecnologías. Dentro de la estrategia metodológica diseñada para la evaluación de alternativas energéticas se requiere la determinación del incremento de Energía Firme y Promedio como consecuencia de la re-potenciación de estas unidades turbo-generadoras, por lo cual se requiere determinar las curvas de gasto en la descarga de Casa de Máquinas 1 y 2 para distintas condiciones de caudales turbinados.

El objetivo del presente trabajo es simular mediante un modelo matemático unidimensional los niveles de restitución de Casa de Máquinas 1 y 2 considerando la condición natural y el efecto del embalse de Tocomá. Debido a que la herramienta de cálculo utilizada será un modelo matemático unidimensional no se incluirán simulaciones con aliviaderos.

2. CARACTERÍSTICAS HIDRÁULICAS

Las Figuras 1 y 2, muestran el comportamiento cualitativo de los canales 1 y 2 aguas arriba y aguas abajo de los puentes viales, donde se observa que ambos canales tienen características unidimensionales no uniforme. El comportamiento hidrodinámico del canal 1, continúa siendo unidimensional, sin perturbaciones importantes de los niveles de agua hasta llegar a la confluencia de ambos canales, sin embargo el canal 2, presenta un control hidráulico ubicado aguas abajo del puente vial, lo cual genera un cambio de régimen de flujo. [1]



Figura 1.- Canal 1 y 2.



Figura 2.- Hidráulica de los Canales 1 y 2.

Playa Los Casados se ubica en la margen derecha de la confluencia de los canales 1 y 2, la cual será denominada como estación 3. Esta zona muestra pequeños raudales que añaden complejidad a la modelación matemática de esta zona.

3. MODELO MATEMÁTICO UNIDIMENSIONAL

Se utilizó el modelo matemático unidimensional HEC-RAS (Hydrologic Engineering Center – River Analysis System), el cual es capaz de realizar análisis hidráulicos, realizar gráficos y

reportes de manera sencilla. HEC-RAS fue desarrollado para trabajar en análisis hidráulicos unidimensionales, para flujo en canales naturales, excavados y construidos.

El estudio planteado para simular los niveles de restitución fue realizado en régimen permanente, debido a las características propias del régimen de flujo. HEC-RAS resuelve los problemas de canales abiertos mediante tres ecuaciones: Continuidad (1), Energía (2), y Manning (3), [2] mediante el cálculo numérico del nivel del agua para cada sección transversal resolviendo la ecuación de la energía con el método de aproximación numérica Paso a Paso.

$$Q = VA \quad (1) \quad z_2 + y_2 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} = z_1 + y_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + h_{L1-2} \quad (2) \quad V = \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{1/2} \quad (3)$$

Considerando la información de niveles de agua y caudales en El Merrey (Figura 3) se establece que el borde aguas abajo del modelo matemático se ubica a por lo menos 5,5Kms aproximadamente de las Casas de Máquinas 1 y 2. Esto garantiza que la condición de borde aguas abajo no tendrá influencia numérica sobre las simulaciones de niveles en las Casas de Máquinas.

La Figura 4, muestra una vista tridimensional del dominio de simulación del modelo matemático unidimensional. Allí se observa el control hidráulico en el canal 2 (Ataguía B) representado por una sobrelevación a la cota 121msnm del canal excavado. Es importante acotar que la elevación de la Ataguía B, es tomada de los estudios en modelo físico realizados en el año 1999 donde se estimó la cota de esta estructura hidráulica sumergida [3]. De igual forma, la Figura 4 muestra la confluencia de los canales 1 y 2, lo cual presenta características tridimensionales.



Figura 3.- Canal 1 y 2.

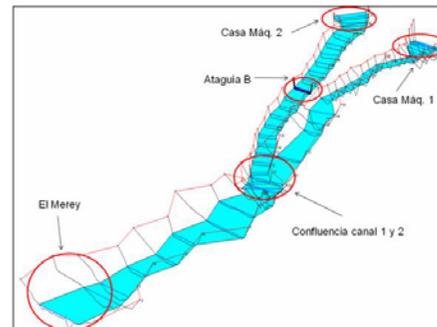


Figura 4.- Canal 1 y 2.

4. CALIBRACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

El modelo matemático unidimensional fue calibrado con respecto a niveles del agua en las Casas de Máquinas reportados por el Departamento de Operaciones entre enero y abril de 2008 en el prototipo, mientras que los niveles de agua del prototipo utilizados en la estación 3 se obtuvieron del informe realizado por el Departamento de Hidráulica en el año 2000. [4]

Las Figuras 5 y 6, muestran la correlación de niveles del agua entre el modelo matemático 1D y el prototipo en la Casa de Máquinas 1 y 2, respectivamente. El error máximo relativo entre los niveles de agua del modelo matemático 1D y el prototipo son 1% para la Casa de Máquinas 1 y 0,92% para la Casa de Máquinas 2. Por lo tanto se concluye que el modelo matemático tendrá un error relativo inferior al 1% con respecto al prototipo.

Los resultados anteriores fueron obtenidos variando el coeficiente de rugosidad de Manning (3) en cada tramo del modelo matemático unidimensional. La Tabla 1, muestra una comparación entre los coeficientes de Manning obtenidos en el presente trabajo y las simulaciones

matemáticas unidimensionales de 1986 realizadas por el Laboratorio de Hidráulica de EDELCA con el programa HEC2. [5]

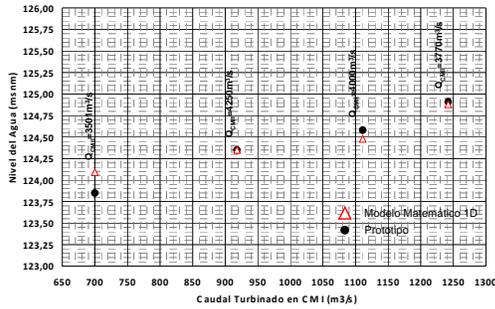


Figura 5.- Correlación de Niveles en la Casa de Máquinas 1 entre Modelo Matemático 1D y el Prototipo.

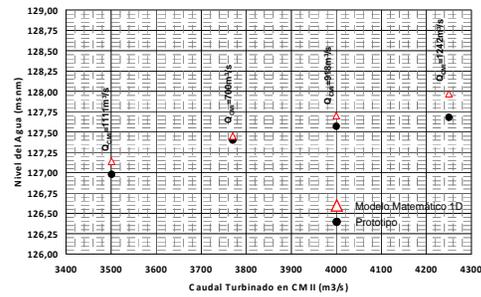


Figura 6.- Correlación de Niveles en la Casa de Máquinas 2 entre Modelo Matemático 1D y el Prototipo.

Tabla 1.- Coeficiente de Rugosidad de Manning por Tramos.

	n_1 (s/m ^{1/3})	n_2 (s/m ^{1/3})	n_3 (s/m ^{1/3})
Modelo 1D (2009)	0,065	0,038	0,11
Modelo 1D (1986)	0,075 / 0,084	0,038	0,084

n_1 es Coeficiente de Manning en el Casa de Máquinas 1 – Estación 3.

n_2 es Coeficiente de Manning en el Casa de Máquinas 2 – Estación 3.

n_3 es Coeficiente de Manning en el Tramo Estación 3 – El Meray.

5. SIMULACIONES MATEMÁTICAS UNIDIMENSIONALES

Se plantearon 96 condiciones hidráulicas; 48 condiciones sin el embalse de Tocoma y 48 condiciones con embalse de Tocoma a la EL. 127,00msnm. Los resultados estarán centrados en presentar el comportamiento de niveles de restitución de las turbinas utilizando gráficos de contornos de niveles que ayudaran a visualizar cualquier combinación posible de turbinados en ambas Casas de Máquinas.

Simulaciones Matemáticas Sin Tocoma

Las Figuras 7 y 8 muestran los niveles de restitución de las Casas de Máquinas 1 y 2 para la condición sin Tocoma. La Casa de Máquinas 1, presenta un nivel mínimo de restitución de 122,52msnm y un nivel máximo de restitución de 126,43msnm.

La Casa de Máquinas 2, muestra un nivel mínimo de restitución de 125,92msnm y un nivel máximo de restitución de 127,70msnm. La Figura 8, muestra que los niveles de restitución en la Casa de Máquinas 2, son independientes del turbinado de la Casa de Máquinas 1, debido la presencia de la Ataguía B, que genera un control hidráulico en el canal 2. Estos resultados, demuestran que los niveles de restitución en la Casa de Máquinas 1 varían 3,91m con respecto a la combinación de turbinados estudiados, sin embargo los niveles de restitución en la Casa de Máquinas 2 varían 1,78m debido a la presencia del control hidráulico originado por la Ataguía B. [6]

Simulaciones Matemáticas Con Tocoma

Las Figuras 9 y 10 muestran los niveles de restitución de las Casas de Máquinas 1 y 2 para la condición con Tocoma a la EL. 127,00msnm. La Casa de Máquinas 1, presenta un nivel mínimo

de restitución de 127,34msnm y un nivel máximo de restitución de 128,75msnm, sin embargo la Casa de Máquinas 2, muestra un nivel mínimo de restitución de 127,78msnm y un nivel máximo de restitución de 129,01msnm.

Los resultados demuestran que el remanso del embalse de Tocomá (El 127msnm) ahoga el control hidráulico establecido por la Ataguía B y por lo tanto los niveles de restitución en la Casa de Máquinas 2 dependen de las condiciones hidráulicas aguas abajo de la confluencia de los canales 1 y 2.

Los niveles de restitución en la Casa de Máquinas 1 varían 1,41m con respecto a la combinación de turbinados estudiados, y los niveles de restitución en la Casa de Máquinas 2 varían 1,23m debido a que el control hidráulico se encuentra ahogado por el remanso de Tocomá. [6]

Pérdida en la Caída Neta de las Turbinas

La pérdida en la caída neta estará directamente vinculada a la diferencia de niveles de restitución entre la operación de la central con Tocomá y la operación de la central sin Tocomá. En la Casa de Máquinas 1, la pérdida en la caída neta varía entre 2,32m y 4,82m, sin embargo en la Casa de Máquinas 2, la pérdida en la caída neta varía entre 1,31m y 1,86m.

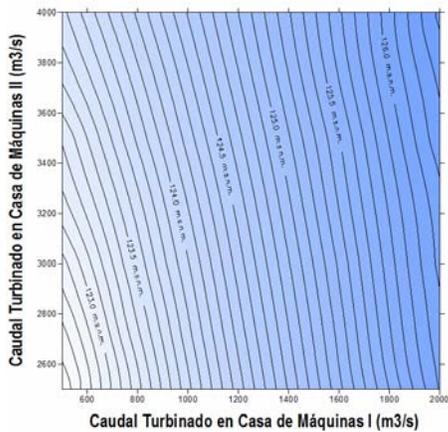


Figura 7.- Niveles de Restitución para Casa de Máquinas 1 sin Tocomá.

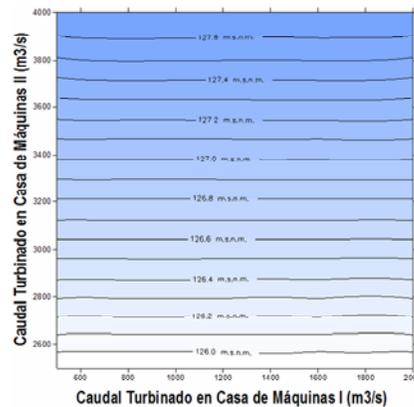


Figura 8.- Niveles de Restitución para Casa de Máquinas 2 sin Tocomá.

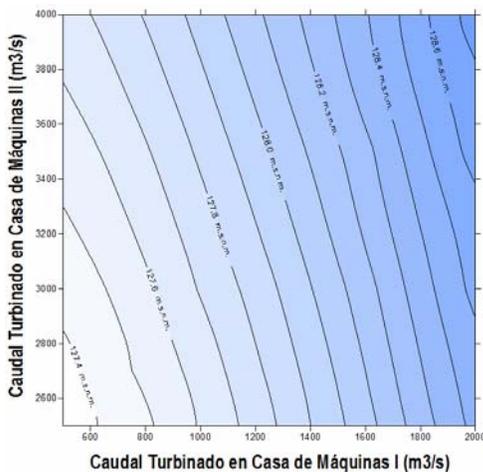


Figura 9.- Niveles de Restitución para Casa de Máquinas 1 con Tocomá.

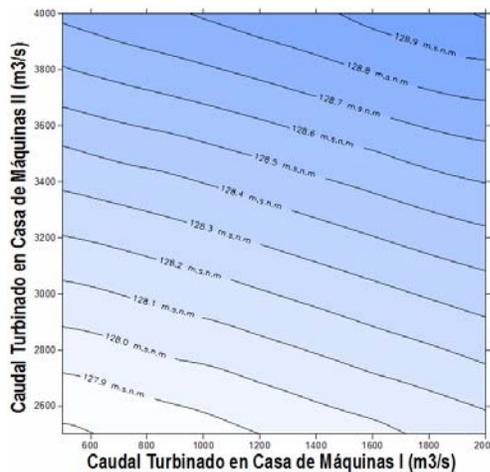


Figura 10.- Niveles de Restitución para Casa de Máquinas 2 con Tocomá.

6. CONCLUSIONES

- La calibración del modelo matemático con respecto al prototipo muestra un error inferior al 1%, lo cual es completamente aceptable para este tipo de simulaciones numéricas, con lo cual se concluye que el modelo matemático unidimensional está calibrado con respecto al prototipo.
- Para la condición sin Tocoma; la Casa de Máquinas 1, presenta un nivel mínimo de restitución de 122,52msnm y un nivel máximo de restitución de 126,43msnm, sin embargo, la Casa de Máquinas 2, muestra un nivel mínimo de restitución de 125,92msnm y un nivel máximo de restitución de 127,70msnm.
- Para la condición con Tocoma; la Casa de Máquinas 1, presenta un nivel mínimo de restitución de 127,34msnm y un nivel máximo de restitución de 128,75msnm, sin embargo la Casa de Máquinas 2, muestra un nivel mínimo de restitución de 127,78msnm y un nivel máximo de restitución de 129,01msnm.
- Los resultados demuestran que la Ataguía B genera un control hidráulico, lo cual independiza los niveles de restitución de la Casa de Máquinas 2, de los niveles aguas abajo de la confluencia, para condición sin Tocoma.
- El remanso del embalse de Tocoma (El 127msnm) ahoga el control hidráulico establecido por la Ataguía B y por lo tanto los niveles de restitución en la Casa de Máquinas 2 dependen de las condiciones hidráulicas aguas abajo de la confluencia de los canales 1 y 2.
- En la Casa de Máquinas 1, la pérdida en la caída neta varía entre 2,32m y 4,82m, sin embargo en la Casa de Máquinas 2, la pérdida en la caída neta varía entre 1,31m y 1,86m. Por lo tanto, la Casa de Máquinas más afectada por la puesta en marcha de Tocoma será la Casa de Máquinas 1. Esto es debido a que los Niveles de Restitución de la Casa de Máquinas 2 se encontraban controlados por la Ataguía B cuyo efecto mitiga el efecto del remanso del embalse de Tocoma.

Referencias

- [1] Departamento de Hidráulica de EDELCA “Simulación Matemática Unidimensional De Los Niveles De Restitución De Las Casas De Máquinas 1 y 2 Sin Considerar Caudales Aliviados” agosto, 2009.
- [2] Hec-Ras. “Applications Guide – River Analysis System”. Manual de uso de programa de análisis unidimensional Hec-Ras (v4.0beta), 2007.
- [3] Departamento de Hidráulica de EDELCA “Calibración y Resultados de los Ensayos con el Modelo Físico a Escala 1:100”. Información presentada al consultor Dr. Vladimir Semenkov, 1999.
- [4] Departamento de Hidráulica de EDELCA “Estudio Teórico Experimental de los Niveles Aguas Abajo de las Casas de Máquinas del Proyecto Guri con la Influencia de la Cota del Embalse de Tocoma”. Información presentada al consultor Dr. Vladimir Semenkov, 2000.
- [5] Departamento de Hidráulica, “Calibración del coeficiente de rugosidad de Manning”. Investigación realizada por el Departamento de Hidráulica de EDELCA, 1986.
- [6] Kosma, L. De Paola, F., “Cálculo de los niveles de restitución de Guri para caudales no aliviados, bajo el efecto del embalse de Tocoma a 127 m.s.n.m”, Tesis de Pregrado UCAB-Caracas, 2009.

EVALUATION OF SOME CONVECTION SCHEMES IN 1D

Gómez Nuñez Jersain

Berezowsky Verduzco Moisés

jersaingn@hotmail.com

mberezowskyv@iingen.unam.mx

Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Ingeniería,
Cd. Universitaria, 04510, DF, México

Abstract. *The numerical solution of convection is still a challenge for modelers, even in one dimension. For that reason, a considerable number of methods have been developed in the last decades. In the paper nearly thirty schemes are reviewed. The schemes are compared in a bench-mark problem which simulates extreme features that could appear in real situations. The results give a clear idea of the advantages and disadvantages of each scheme, considering the order (in the sense of Taylor's series), if they are conservative, bounded, etc. Besides, the results also reveal the existence of spurious oscillations, phase error and numerical diffusion.*

Keywords: Convection, Numerical schemes, Finite differences, Finite volume.

1. INTRODUCTION

The partial differential equation (PDE) that describes the convection phenomenon can be solved by different methods: finite difference, finite volume, spectral, multigrid, etc. Finite differences and Finite Volume (FV) enjoy great popularity by their simplicity, reason why they are used in this work. Between those methods there is a great similarity, except that one refers to the faces of the cell, while the other to the center of the grid cell.

One-dimensional pure convection is described by the next PDE:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

Where u is the mean fluid velocity, in m/s ; ϕ is any fluid property to be transported (mass, temperature, concentration, etc.); t and x , time and spatial coordinates, in s and m , respectively.

In real fluids, convection is always present. Even in the turbulence modeling there is convection terms. For such reason, it is necessary to obtain the most possible precision in the solution of this physical process. If a very detailed method to solve the other terms of the fluid system is available but the convection has significant errors, the general solution of the system of equations can be significantly altered.

2. SCHEMES REVIEWED

2.1 Linear

The following expressions give the solution of Eq. (1).

Second Order Upwind (SOU) [1] [2]

$$\phi_j^{n+1} = \phi_j^n - \frac{c}{2}(3\phi_j^n - 4\phi_{j-1}^n + \phi_{j-2}^n) \quad (2)$$

Second order Predictor-Corrector

MacCormak [3] uses a predictor with first order differences and the corrector uses forward differences; after some algebra one gets only one equation:

$$\phi_j^{n+1} = \phi_j^n - \frac{1}{2}C(\phi_{j+1}^n - \phi_{j-1}^n) + \frac{1}{2}C^2(\phi_{j+1}^n - 2\phi_j^n + \phi_{j-1}^n) \quad (3)$$

Using the same predictor of MacCormack, and with the aim of completely constructing a second order upwind scheme, Warming [4] uses a backward corrector:

$$\phi_j^{n+1} = \phi_j^n - \frac{1}{2}C(3\phi_j^n - 4\phi_{j-1}^n + \phi_{j-2}^n) + \frac{1}{2}C^2(\phi_j^n - 2\phi_{j-1}^n + \phi_{j-2}^n) \quad (4)$$

Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics of Leonard, QUICK [5]

$$\phi_j^{n+1} = \phi_j^n - \frac{c}{8}(\phi_{j-2}^n - 7\phi_{j-1}^n + 3\phi_j^n + 3\phi_{j+1}^n) \quad (5)$$

The scheme and the reference are important in the theory of solution of convection, so it is the most mentioned reference of the bibliography of the subject.

QUICKEST

Also was proposed by Leonard [5], (QUICK + Estimated Streaming Terms). This scheme is third order accurate.

$$\begin{aligned} \phi_j^{n+1} = \phi_j^n - C \left(\frac{1}{6}\phi_{j-2}^n - \phi_{j-1}^n - \frac{1}{2}\phi_j^n + \frac{1}{3}\phi_{j+1}^n \right) + \frac{C^2}{2}(\phi_{j-1}^n - 2\phi_j^n + \phi_{j+1}^n) \\ + \frac{C^3}{6}(\phi_{j-2}^n - 3\phi_{j-1}^n + 3\phi_j^n - \phi_{j+1}^n) \end{aligned} \quad (6)$$

2.2 Lax-Wendroff Family [6] [7]

These schemes are recursive: the second order scheme is the base for the third order, and so on. The coefficients of the terms $2\mathcal{D}_r^N$ and δ_r^N have binomial coefficients that can be generated by the triangle of Pascal. The following expressions are for FV so are referred to the right face of the Control Volume (CV).

The upwind schemes of order N (uneven) are generated as follows:

$$\phi_r^{(N\Leftarrow)} = \phi_r^{(N-1)} + \frac{\prod_{k=1}^{(N-1)/2}(C^2 - k^2)}{N!} \left(\mathcal{D}_r^{N-1} - \frac{\delta_r^N}{2} \right) \quad (7)$$

For the centered schemes of order M (even):

$$\phi_r^{(M\leftrightarrow)} = \phi_r^{(M-2)} + \frac{\prod_{k=1}^{M/2-1} (C^2 - k^2)}{(M-1)!} \left(\mathcal{D}_r^{M-2} - \frac{C \delta_r^{M-1}}{M} \right) \quad (8)$$

When increasing the order of the scheme, the precision increases, but a wider number of nodes are necessary.

2.3 Hybrids

An option to improve the results is to mix schemes. In order to use a scheme or another one switch is employed. Warming [4] constructed a hybrid scheme with the predictor-corrector of MacCormack, M, Eq. (3) and Eq. (4), U. Switch works with the eigenvalues of the predictor.

$$\begin{aligned} \phi_j^{n+1} = & \frac{1}{2} (\phi_j^n + \phi_j^{\bar{n}+1}) - \frac{1}{2} C [\epsilon_j \phi_j^n - (\epsilon_j + \epsilon_{j-1}) \phi_{j-1}^n + \epsilon_{j-1} \phi_{j-2}^n] \\ & - \frac{1}{2} C [-\epsilon_{j-1} \phi_{j-1}^{\bar{n}+1} + (\epsilon_j + \epsilon_{j-1} - 1) \phi_j^{\bar{n}+1} + (1 - \epsilon_j) \phi_{j+1}^{\bar{n}+1}] \end{aligned} \quad (9)$$

ϵ_{j-1} and ϵ_j are switches, and four possibilities exist.

2.4 Nonlinear

These schemes are constructed using the Convection Boundedness Criterion (CBC), suggested by Leonard [6]. The behavior is easier to observe in the Normal Variable Diagram (NVD) of Figure 1. The normalized variable is defined as

$$\hat{\phi}_k = \frac{\phi_k - \phi_{j-1}}{\phi_{j+1} - \phi_{j-1}} \quad \text{For } \phi_{j-1}, \phi_{j-1/2}, \dots, \phi_{j+1} \quad (10)$$

The solution is bounded in if the ϕ_j is related to $\phi_{j+1/2}$ in the shaded region. Outside the triangular region, the 45° line is used.

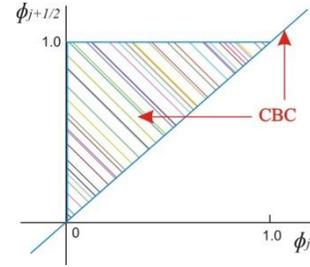


Figure 1- NVD.

SMART [8]

$$\hat{\phi}_{j+1/2} = \begin{cases} \hat{\phi}_j & \hat{\phi}_j \notin [0, 1] \\ 3\hat{\phi}_j & \hat{\phi}_j \in [0, \frac{1}{6}] \\ 1 & \hat{\phi}_j \in [\frac{5}{6}, 1] \\ \frac{3}{8}(2\hat{\phi}_j + 1) & \hat{\phi}_j \in [\frac{1}{6}, \frac{5}{6}] \end{cases} \quad (11)$$

SHARP [9]

$$\hat{\phi}_{j+1/2} = \begin{cases} \frac{3}{8}(2\hat{\phi}_j + 1) & \hat{\phi}_j < -1, 0.35 \leq \hat{\phi}_j \leq 0.65 \text{ y } \hat{\phi}_j > 1.5 \\ \frac{3}{8}\hat{\phi}_j & -1 \leq \hat{\phi}_j \leq 0 \\ \frac{\sqrt{\hat{\phi}_j(1-\hat{\phi}_j)^3} - \hat{\phi}_j^2}{1-2\hat{\phi}_j} & 0 < \hat{\phi}_j < 1 \\ \hat{\phi}_j & 1 \leq \hat{\phi}_j \leq 1.5 \end{cases} \quad (12)$$

BSOU [10]

$$\hat{\phi}_{j+1/2} = \begin{cases} \hat{\phi}_j & \hat{\phi}_j \notin [0, 1] \\ 1.5\hat{\phi}_j & \hat{\phi}_j \in [0, 2/3] \\ 1 & \hat{\phi}_j \in [2/3, 1] \end{cases} \quad (13)$$

HLPA [11]

$$\hat{\phi}_{j+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \hat{\phi}_j(2 - \hat{\phi}_j) & 0 < \hat{\phi}_j < 1 \\ \hat{\phi}_j & \hat{\phi}_j \leq 0 \text{ y } \hat{\phi}_j \geq 1 \end{cases} \quad (14)$$

CHARM [12], **ISNAS** [13] *and* **NOTABLE** [14]

All the schemes were created by different authors, and for different applications. But in his bases they raise the same solution.

$$\hat{\phi}_{j+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \hat{\phi}_j^3 - 2.5\hat{\phi}_j^2 + 2.5\hat{\phi}_j & 0 < \hat{\phi}_j < 1 \\ \hat{\phi}_j & \hat{\phi}_j \leq 0 \text{ y } \hat{\phi}_j \geq 1 \end{cases} \quad (15)$$

VONOS [15]

$$\hat{\phi}_{j+1/2} = \begin{cases} \hat{\phi}_j & \hat{\phi}_j \notin [0,1] \\ 10\hat{\phi}_j & 0 \leq \hat{\phi}_j < \frac{3}{74} \\ \frac{3}{8}(2\hat{\phi}_j + 1) & \frac{3}{74} \leq \hat{\phi}_j < 0.5 \\ 1.5\hat{\phi}_j & 0.5 \leq \hat{\phi}_j < \frac{2}{3} \\ 1 & \frac{2}{3} \leq \hat{\phi}_j < 1 \end{cases} \quad (16)$$

WACEB [16]

$$\hat{\phi}_{j+1/2} = \begin{cases} \hat{\phi}_j & \hat{\phi}_j \notin [0,1] \\ 2\hat{\phi}_j & 0 \leq \hat{\phi}_j < 0.3 \\ \frac{3}{8}(2\hat{\phi}_j + 1) & 0.3 \leq \hat{\phi}_j < 5/6 \\ 1 & 5/6 < \hat{\phi}_j \leq 1 \end{cases} \quad (17)$$

ULTRA-SHARP [16]

Instead of the infinite slop for $\hat{\phi}_j = 0$, line 0B is used with a chosen finite slop (for instants, 100), Figure 2. For values inside the region, any scheme is used (here QUICKEST is employed). Outside the triangular region, SOU or SOC schemes are used.

ULTIMATE [7]

The slope of line OB is a function of the Courant number, Figure 3.

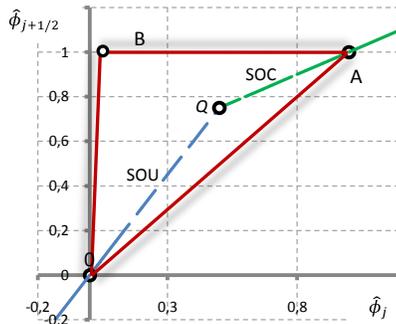


Figure 2- ULTRA SHARP.

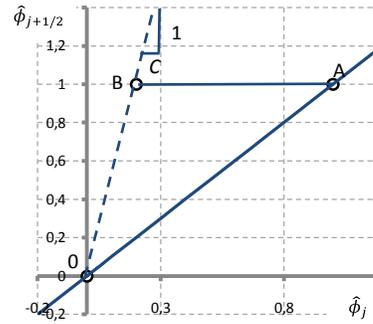


Figure 3- ULTIMATE.

3. RESULTS

The bench problems are presented by Sweby [17]. Here $\Delta t = 0.005$ s, $\Delta x = 0.01$, $u = 1$ m/s are used; the Courant number is $C = 0.5$. Further cases can be seen in Jersain [18]. A rectangular box, a sine-squared function and a semi-ellipse, all of with $20\Delta x$ are transported. The numerical solutions after 200 time steps are compared to the analytical solution (line in red).

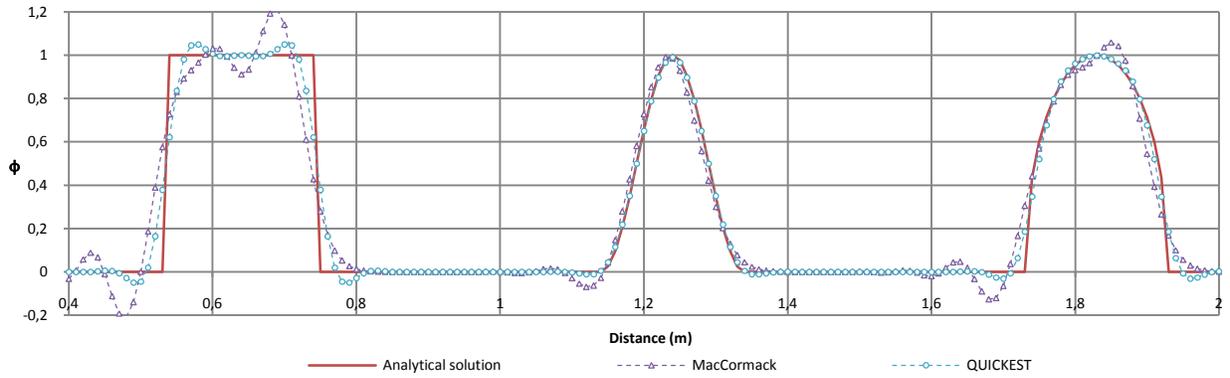


Figure 4- Linear schemes.

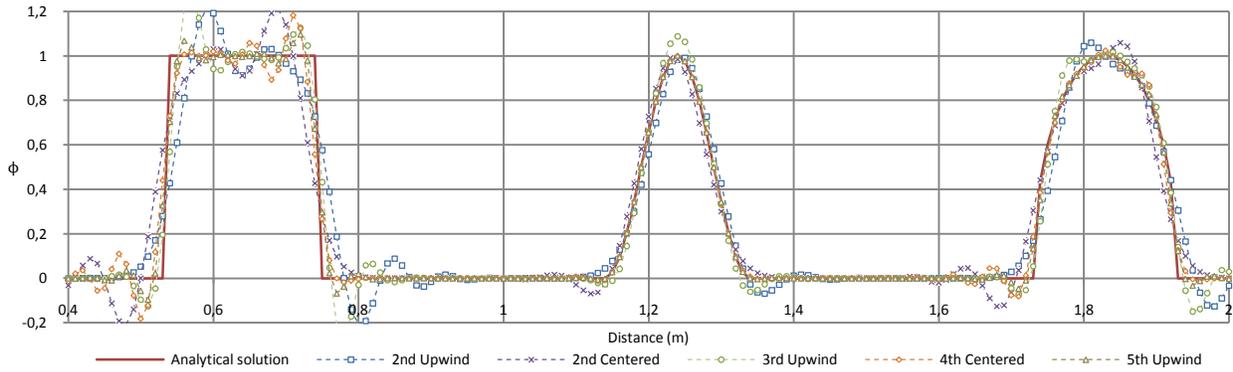


Figure 5- Lax-Wendroff schemes.

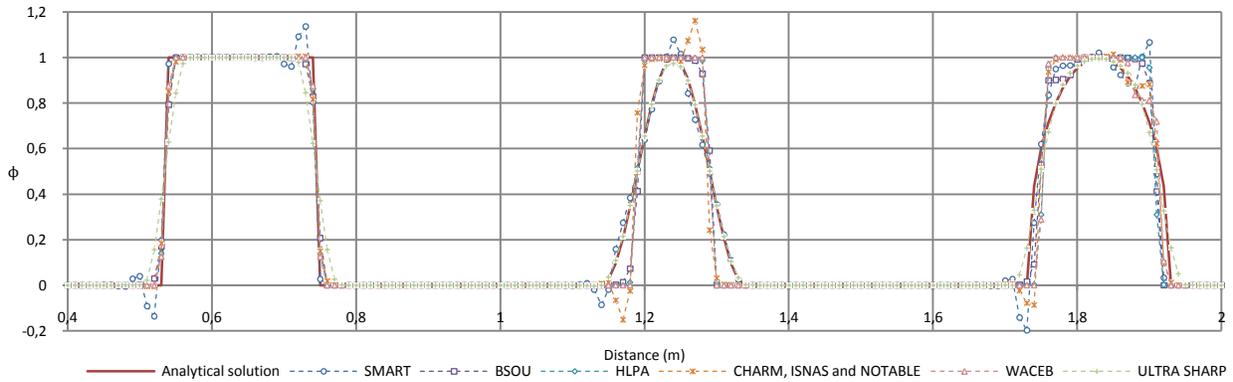


Figure 6- Leonard schemes.

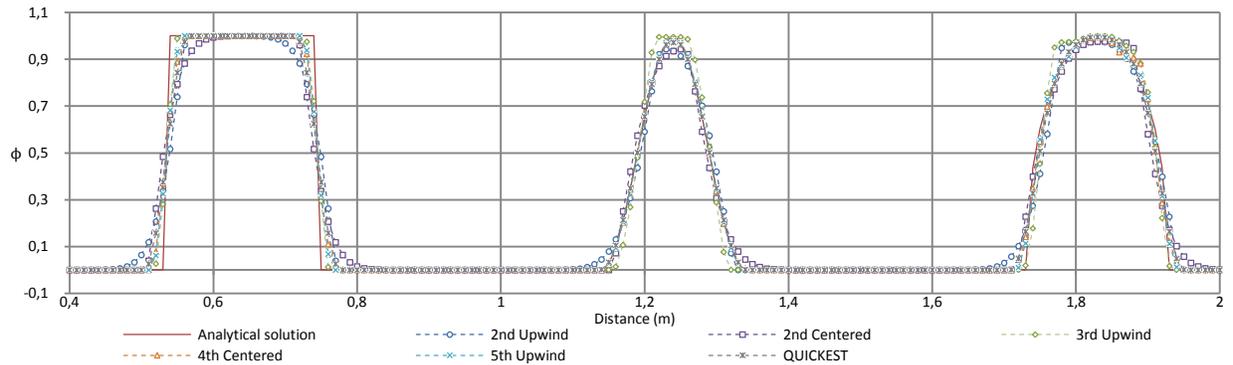


Figure 7- ULTIMATE schemes.

4. CONCLUSIONS

The use of a greater precision scheme does not guarantee a better behavior. The best results for the test problem here solved are obtained with bounded schemes that reduce spurious oscillations and numerical diffusion. ULTIMATE, mixed with a third or fourth order scheme, shows the best precision and relation computer cost-computational time.

5. REFERENCES

- [1]. Price H. S., Varga R. S. and Warren J. E., "Application and of oscillation matrices to diffusion-correction equations", *Journal of Mathematics and Physics*, 45, 1966, 301-311.
- [2]. Vanka S. P., "Second-order upwind differencing in a recirculation flow", *AIAA Journal*, 25, 1987, 1435-1441.
- [3]. McCormack R. W., "The Effect of viscosity in Hypervelocity Impact Cratering", *AIAA Paper 69-354*, Cincinnati, Ohio, 1969.
- [4]. Warming R. F., "Upwind second-order difference schemes and applications in Aerodynamics Flows", *AIAA Journal*, 14, 1976, 1241-1249.
- [5]. Leonard B. P., "A stable and accurate convective modeling procedure based on quadratic upstream interpolation", *Computer Meth. in Applied Mech. and Eng.*, 19, 1979, 59-98.
- [6]. Lax P. D. and Wendroff B., "Difference schemes or hyperbolic equations with high order of accuracy", *Comm. Pure and Applied Math.*, 17, 1964, 381-398.
- [7]. Leonard B. P., "The ULTIMATE conservative difference scheme applied to unsteady one-dimensional advection", *Computer Meth. in Applied Mechanics and Eng.*, 88, 1991, 17-74.
- [8]. Gaskell P. H. and Lau A. K. C., "Curvature-compensated convective transport: Smart, A new boundedness-preserving transport algorithm", *Int. J. for Num. Meth. in Fluids*, 8, 1988, 617-641.
- [9]. Leonard B. P., "Simple High-Accuracy Resolution Program For Convective Modelling of Discontinuities", *Int. Journal for Num. Meth. in Fluids*, 8, 1988, 1291-1318.
- [10]. Papadakis G. and Bergeles G., "A locally modified second order upwind scheme for convection terms discretized", *Inter. J. of Num. Meth. Heat Fluid Flow*, 5, 1995, 49-62.
- [11]. Zhu J. "A low-diffusive and oscillation-free convection scheme", *Comm. Appl. Numer. Methods*, 7, 1991, 225-232.
- [12]. Zhou G., Davidson L. and Olsson E., "Transonic Inviscid / Turbulent Airfoil Flow Simulations Using a Pressure Based Method with High Order Schemes". *Lecture notes in Physics*, No 453, 1995, 372-377, Springer-Verlag.
- [13]. Zijlema M., "On the Construction Of Third-Order Accurate Monotone Convection Scheme With Application To Turbulent Flows In General Domains", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 22, 1996, 619-641.
- [14]. Pascau A. and Perez C. "A well-behaved scheme to model strong convection in a general transport equation", *Inter. Meth. Laminar and Turbulent Flows*, 8, 1993, 608-617.
- [15]. Varonos A. and Bergeles G., "Development and Assessment of a Variable Order Non-Oscillatory Scheme for Convection Term Discretization", *Int. J. for Num. Meth. in Fluids*, 26, 1998, 1-16.
- [16]. Song B., Liu G. R., Lam K. Y. and Amano R. S., "On a Higher - Order Bounded Discretization scheme", *Int. Journal for Num. Meth. in Fluids*, 32, 2000, 881-897.
- [17]. Sweby P. K., "High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws" *SIAM Journal Numer. Anal.*, 21, 1984, pp. 995-1011.
- [18]. Jersain G., "Modelación Numérica de convección y advección", *Tesis de Maestría*, UNAM, México, DF, 2010.

SIMULACIÓN TERMOFLUIDODINÁMICA DE LA VOLUTA DE UNA TURBINA A GAS RUSTON TA 1750

Gilberto Materano

Yarlin Paz

Alexs Ortega

gmaterano@gmail.com

yarlindaniela@gmail.com

david23k@gmail.com

Departamento de Energía, Escuela de Ingeniería Mecánica, Universidad del Zulia.

Resumen: Durante las últimas décadas, la simulación numérica ha ido conformándose como una herramienta fundamental en la ingeniería; con ella se han podido evaluar equipos desde una perspectiva diferente, obteniéndose campos escalares aproximados, en un tiempo relativamente corto, y con un potencial visual que hasta hace poco era impensable. Con base en lo antes expuesto, un caso particular que ha requerido de este tipo de evaluaciones, es la turbina Ruston TA 1750, actualmente utilizada por la empresa petrolera, para la inyección de agua en pozos de producción en el Lago de Maracaibo. Esta turbina se caracteriza por ser antigua y por lo tanto es poca la información del fabricante que de ella se dispone. No obstante, la baja eficiencia y las elevadas frecuencias de vibración que ésta presenta después de un mantenimiento mayor, ha demandado durante estos últimos años, la evaluación de diversos componentes que la integran; entre los que se destacan el cesto combustor, las etapas de expansión en la turbina y la voluta de distribución; siendo esta última el centro de atención en esta investigación. Básicamente, la voluta de distribución es el componente que conecta la cámara de combustión con las primeras etapas de la turbina del generador de gases; en ella se debe propiciar la distribución uniforme del flujo másico, así como, la obtención de campos de presión y temperatura circunferencial homogéneos. Por tal motivo, una mala reparación o manejo de ésta, que induzca a su deformación, podría desencadenar el paro inminente de la máquina. En tal sentido, este trabajo de investigación tiene como propósito predecir el comportamiento termofluidodinámico de la voluta de distribución, el cual, con base en los campos de velocidad, presión y temperatura, permitirá evaluar su comportamiento, y con ello sus posibles debilidades.

Palabras Clave: Simulación Numérica, Voluta, Turbina a Gas.

1. INTRODUCCION

La Turbina RUSTON TA1750 es una máquina térmica adquirida por la empresa petrolera nacional en la década de los sesenta, con el propósito de ser utilizada como accionador primario de bombas, en la inyección de agua en pozos de producción en el lago de Maracaibo. Actualmente una gran cantidad de estos equipos siguen operativos a pesar de su obsolescencia, registrando bajas eficiencias, así como elevados índices de vibración.

No obstante, el tratar de mejorar su desempeño requiere de un conocimiento minucioso de cada uno de los componentes que la integran [1]; lamentablemente la información que se dispone de los fabricantes es poca o nula, obligando así a requerir de herramientas computacionales que predigan el comportamiento que estos deben registrar.

Por lo que, este trabajo pretende simular el comportamiento de la voluta de distribución, la cual tiene por objeto distribuir de forma uniforme el flujo másico de gases que salen de la cámara de combustión a la turbina; condición que de no ser satisfecha puede generar desbalances de la presión, justificando en cierta medida el registro de vibraciones en el equipo. Así mismo, se desea evaluar las implicaciones que pueden sobrevenir en la operación de la voluta, si esta es sometida a cambios sutiles de su estructura.

Para la evaluación numérica del componente fue necesario incluir la corona de alabes pertenecientes al estator de la primera etapa de la turbina a gas, ya que a su salida se debe esperar una condición de estrangulamiento del flujo, facilitando así incorporar una condición de borde apropiada. El conjunto que integra el dominio de cálculo es presentado en la fig. 1.

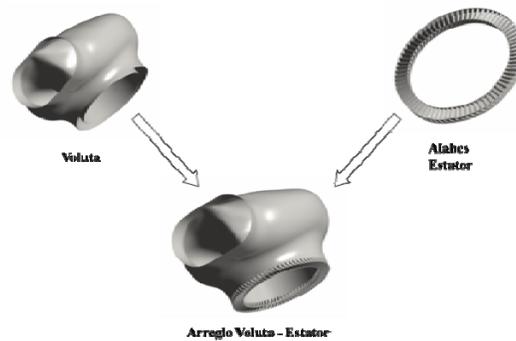


Figura 1- Esquema de la configuración del modelo

Como es observado, el modelado de la voluta tiene cierto grado de complejidad debido a la forma que esta presenta. No obstante, los alabes del estator al ser numerosos y presentar perfiles complejos, son en definitiva la zona que requerirá no solo un mayor tiempo para desarrollar el modelo, sino también un incremento en el costo computacional, debido al tamaño de celdas requerido para una buena representación de los mismos, recordado que es allí en donde se esperan los mayores gradientes de presión.

2. MODELO COMPUTACIONAL

2.1 Dominio de cálculo

Para la solución numérica de las ecuaciones de transporte involucradas fue necesaria la discretización del dominio de cálculo, tal y como es presentado en la figura 2, con un número de nodos inicial de 471.798, de los cuales un 97% aproximado se encuentran en la zona de los alabes, con base en las razones antes expresadas. Por su parte, el dominio de cálculo fue dividido en cuatro (04) particiones de igual peso computacional, con el objetivo de aprovechar en su totalidad la tecnología Core 2 Dúo del procesador con el que contaba el equipo y disminuir así los tiempos de ejecución.

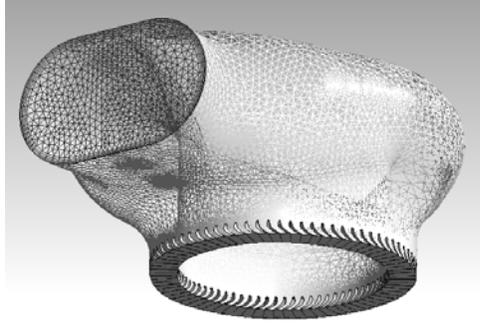


Figura 2- Configuración de la malla

Para validar el buen desempeño de la malla con 471.798 nodos, el dominio fue nuevamente discretizado con un número de nodos igual a 943.596. Esto permitió realizar un estudio de sensibilidad de las mallas, en el cual se constató que los valores de los campos escalares en puntos estratégicos dentro del dominio de cálculo presentaban una desviación relativa inferior al 8%; razón suficiente que permitió considerar la discretización menos refinada como apropiada, esto permitió a su vez disminuir de forma significativa el costo computacional futuro [2].

2.2 Modelo numérico

Las condiciones promedio necesarias en el modelo, para definir la entrada y salida de la voluta, fueron obtenidas a partir de los datos suministrados por los fabricante, en conjunto con las ecuaciones de conservación [3] [4]. Estas son presentadas en la tabla 1.

Tabla 1- Condiciones a la entrada y salida del modelo de la voluta.

Propiedad	Valor
Temperatura de entrada a la voluta (K)	1098
Presión estática de entrada a la voluta (Psia)	61,3
Flujo másico (Kg/seg)	9,75
Presión estática a la salida del estator (Psia)	34,01

Para desarrollar la simulación numérica, fue utilizado el programa comercial CFX versión 10.0, en el cual fue asumida una condición estacionaria, con un dominio que presenta paredes perfectamente aisladas, y donde los efectos turbulentos fueron incluidos mediante el modelo k- ϵ [5]. Por su parte, con el fin de estudiar el comportamiento de la tobera a la salida de la voluta, fue incluido además un modelo de flujo compresible.

3. RESULTADOS

Los resultados arrojados por la simulación numérica de la voluta, al ser expuesta a las condiciones de diseño, son presentados a continuación. La fig. 3(a) presenta el campo de presión estática en el plano de salida, en el cual es apreciado como posterior a la zona de entrada de la voluta (parte baja de la figura) se produce un incremento significativo de la presión, debido al choque que el fluido experimenta contra la carcasa. Esto a su vez origina una división balanceada del flujo en dos corrientes, tal y como es presentado en la fig. 4, cuya posterior unión se da al final del recorrido (parte alta de la fig. 3 y fig. 4), trayendo consigo un nuevo incremento de la presión estática.

Adicionalmente, en la fig. 3(b), en donde son mostradas las líneas de corriente coloreadas según el valor de la velocidad, se puede apreciar como a la mitad del recorrido ambas corrientes comienzan a pegarse a la pared interior. Este efecto se repite al final del recorrido, en donde el flujo se ve obligado a seguir la trayectoria de la pared exterior hasta el punto en donde se produce el choque de las corrientes. Todo esto genera un efecto de recirculación, el cual no es propicio, ya que favorece la aparición de irreversibilidades.

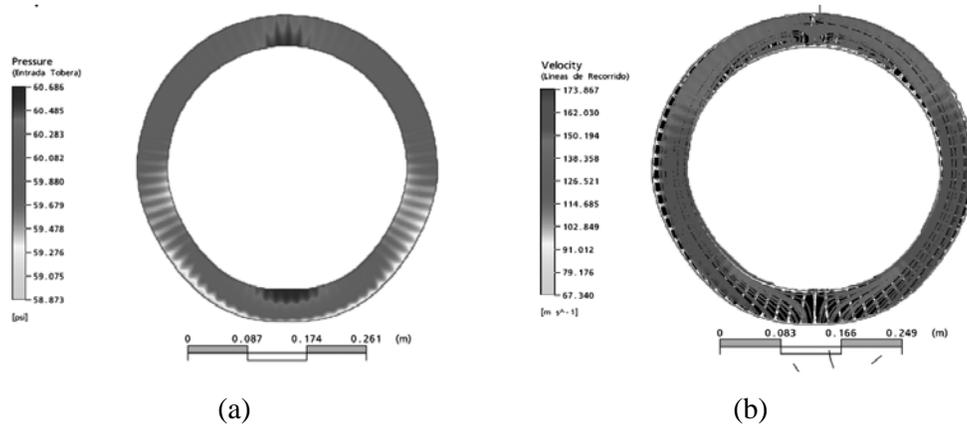


Figura 3- plano de salida que presenta (a) el campo de presión estática y (b) las líneas de corriente coloreadas según la velocidad

Otra propiedad evaluada es la temperatura estática, la cual mantiene un perfil simétrico con variaciones poco significativas, alrededor de las 10 unidades, y cuya forma presenta similitud a la obtenida por el campo de presión estática. El incremento conjunto de la temperatura y presión estática es esperado, producto de las reducciones que experimenta la velocidad a lo largo del dominio.

Por su parte, en la corona de alabes se pudo constatar como el fluido logra estrangularse, tal y como se aprecia en la fig. 4(a), trayendo consigo un control del flujo de masa de gases que pasa a la turbina. Así mismo, este estrangulamiento, a pesar de no darse de forma homogénea (ver fig.4(b)), presenta cierto grado de uniformidad, que permite un correcto desempeño del componente.

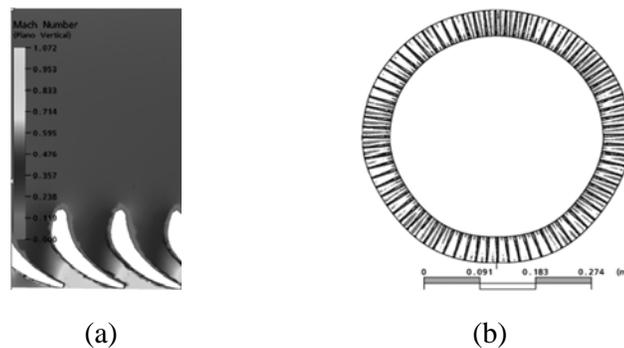


Figura 4- (a) número de Mach registrado en la corona de alabes, (b) Zonas que presentan un número de Mach igual a 1 en la corona de alabes.

Ahora bien, con la finalidad de mostrar la importancia que tiene el mantener el diseño de la voluta, en este trabajo se consideró una modificación sutil de la carcasa, de la cual fue eliminada la superficie suave que existente entre la zona de descarga y el cuerpo de la misma,

tal y como es presentado en la fig. 5, a fin de poder evaluar el efecto que podría generar una reparación no adecuada, o incluso un proceso de fabricación más sencillo.

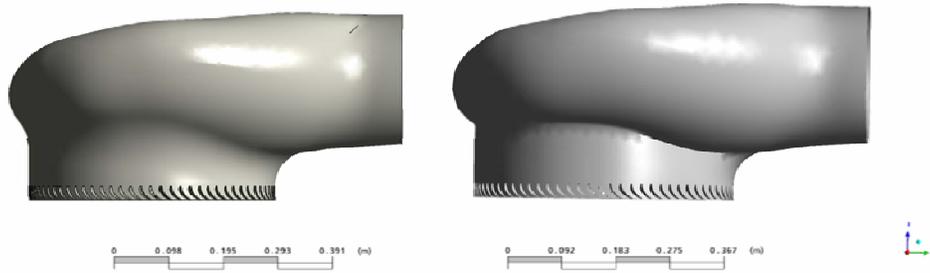


Figura 5- Voluta original con bordes suavizados (izquierda) y voluta con bordes sin suavizar (derecha)

Sabiendo que la voluta tiene como propósito alcanzar una distribución uniforme del flujo de masa, sería adecuado observar como la modificación de ésta afecta la capacidad de estrangulamiento de la corona de alabes en el estator. Este efecto puede ser apreciado en la fig. 6, en donde al hacer una comparación entre la voluta original y la modificada se evidencian cambios sustanciales en las zonas que registra valores de Mach iguales a 1, lo que puede ocasionar problemas de vibración en el equipo.

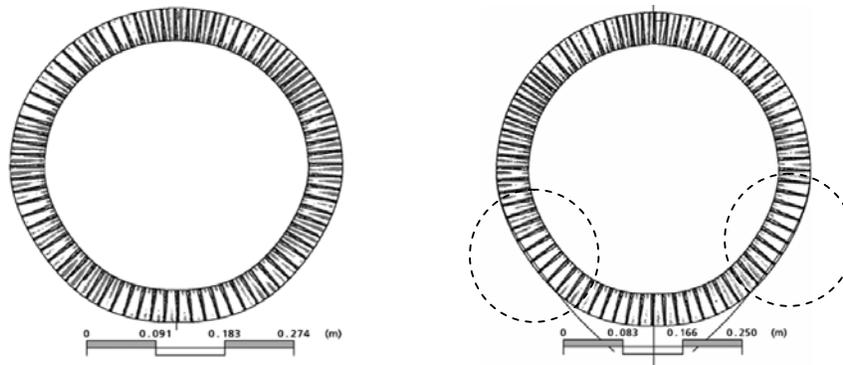


Figura 6- Zonas que alcanzan un Mach igual a 1 en la corona de alabes en una voluta sin modificación (izquierda) y en una voluta con modificaciones.

La mala operación experimentada por la voluta podría ser explicada si son evaluadas las irreversibilidades internas asociadas a ambos modelos, cuya aparición genera cambios en el comportamiento de flujos a alta velocidad, debido a las implicaciones que ésta tiene en las presiones de estancamiento. Ahora bien, recordando que el incremento de la entropía es una medida de las irreversibilidades de un proceso cuando no existe flujo de calor (condición asumida por el modelo), la fig. 7 presenta el campo de entropía en un plano paralelo a la salida, aguas arriba de la corona de alabes.

Para el caso modificado se pueden observar un incremento en la entropía en la zona media (aparición de irreversibilidades internas), resultante de una expansión abrupta del flujo de gases que es dirigido a los alabes del estator, al atravesar la zona modificada, generando zonas de recirculación.

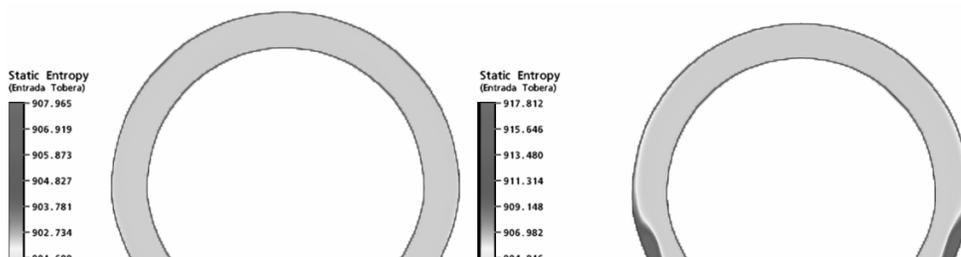


Figura 7- Perfil de entropía sin modificación (izquierda) y perfil de la entropía con modificación (derecha)

4. CONCLUSIONES

Del análisis de resultados se pudo corroborar que, a pesar de la forma compleja que presenta la voluta, esta garantiza una distribución casi uniforme del flujo másico, que permite un desempeño adecuado del equipo. No obstante, con los cambios sutiles a los que fue sometida la voluta, se registró la aparición de expansiones abruptas que traen como consecuencia aumento de las irreversibilidades y con ellos cambios significativos en las propiedades.

Por otra parte, el modelo demostró que a la salida de la voluta la temperatura estática presenta un perfil uniforme, con un valor promedio de 1.090,74 K y con variaciones en el orden del 1,8% (10%), garantizando así la inexistencia de zonas calientes que puedan afectar la vida útil de la turbina.

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan su agradecimiento a Wood Group Gas Turbine de Venezuela y a ALBATROS INGENIERIA;

REFERENCIAS

- [1] Suarez, G. *Evaluación Numérica Termo-Fluido Dinámica de la Cámara de Combustión de una Turbina a Gas (Ruston TA 1750)*. Trabajo Especial de Grado. Universidad del Zulia. Maracaibo. Marzo de 2008.
- [2] Barráez G., Guerrero L. *Simulación Numérica Tridimensional de una Cámara de Combustión Tubular de una Turbina a Gas*. Trabajo Especial de Grado. Universidad del Zulia. Maracaibo. Octubre 2006.
- [3] Yunus C. *Mecánica de Fluidos Fundamentos y Aplicaciones*. 4ta Edición, Editorial McGraw-Hill. México. Marzo de 2006
- [4] Yunus C., Michael B. *Termodinámica*. 4ta Edición. Editorial McGraw-Hill. México 2003
- [5] Moreno, N., Lobo, C., Piereti, P., Bastardo, R. *Simulación Numérica del Flujo en la Voluta de una Turbina Radial*. Tesis Magistral en Ingeniería Mecánica. Universidad Simón Bolívar. Caracas. 2003

ANÁLISIS TRIDIMENSIONAL TRANSITORIO DE CONFORT TÉRMICO Y DISTRIBUCIÓN DE DIOXIDO DE CARBONO EN UN AUDITORIO

Erwin Salas

José R. Rujano

Luis Rosario

erwinsalas36@yahoo.es

jrujano@ula.ve

Postgrado de Matemática Aplicada a la Ingeniería, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes. Núcleo Universitario Pedro Rincón Gutiérrez – La Hechicera, Mérida, Venezuela, 5101.

Resumen. *Este artículo presenta un modelo computacional para el análisis tridimensional transitorio de las distribuciones de temperatura y concentración de dióxido de carbono en un auditorio ocupado y con acondicionamiento térmico del aire. Los fenómenos de transferencia de calor y dióxido de carbono dentro del recinto son simulados numéricamente empleando un modelo de dinámica de fluidos computacional. Las ecuaciones de transporte, representando los principios de conservación de momento, energía y especies químicas, junto con apropiadas condiciones de borde, son resueltas usando el método de los volúmenes finitos. El modelo desarrollado considera la generación de calor y dióxido de carbono por parte de los ocupantes del auditorio. Las distribuciones de velocidad, temperatura y concentración de dióxido de carbono en el aire obtenidas mediante la simulación numérica están en buena concordancia con las mediciones experimentales realizadas para validación del modelo computacional. Se realizan estudios paramétricos para evaluar los efectos producidos por diferentes configuraciones de ocupación y flujos de entrada y salida de aire. El modelo desarrollado constituye una herramienta de utilidad para la definición de configuraciones que optimizan las condiciones de confort térmico y calidad de aire del auditorio.*

Palabras Clave: Dinámica de Fluidos Computacional, Acondicionamiento de Aire, Calidad de Aire.

1. INTRODUCCIÓN

La calidad del aire en ambientes interiores es de primordial importancia para las actividades económicas, gerentes, administradores de edificios públicos y privados y empleados, ya que esta puede impactar la salud, el confort, el bienestar y la productividad de los ocupantes de dichos ambientes. Millones de personas permanecen el 90% del tiempo en ambientes interiores y muchos permanecen la mayor parte de las horas de trabajo en ambientes con media y alta

ocupación de personas tales como oficinas, escuelas, comercios, etc. Estudios conducidos por la Organización Mundial de la Salud (OMS) [1] demuestran que hasta un 30% de los edificios nuevos y remodelados podrían ser sujetos de reclamos relacionados con la calidad del aire interior. Los problemas de calidad del aire en ambientes interiores pueden aumentar el riesgo de enfermedad.

El estándar ASHRAE 62-1989 [2] establece que concentraciones de dióxido de carbono por encima de las 1500 ppm pueden ocasionar problemas de salud y originan quejas por parte de los ocupantes. Por encima de estos niveles las personas perciben una sensación de incomodidad o disminución del confort y síntomas tales como mareo, dolor de cabeza, náusea, fatiga, dificultad para concentrarse, irritación de los ojos, etc.

El presente trabajo demuestra la utilidad de la dinámica de fluidos computacional como una herramienta para el análisis y solución de problemas de calidad de aire en ambientes interiores. Se presenta un modelo numérico que permite simular el transporte de momentum, calor y especies químicas dentro de un auditorio. El análisis se centra en el monitoreo de la concentración de dióxido de carbono, el cual es usado como un indicador de la circulación del aire ya que su concentración está directamente relacionada al número de personas en un ambiente interior y la tasa de ventilación del mismo Shell and D. Int-Hout [3].

2. MODELO MATEMATICO

Flujo de fluido en convección natural dentro de una cavidad rectangular es modelado como un problema tridimensional transitorio. La Fig. 1 muestra esquemáticamente la configuración del auditorio o cavidad rectangular de dimensiones L (largo), W (ancho), y H (alto). En el interior de la cavidad se ubican los ocupantes representados por bloques que a su vez constituyen fuentes generadoras de calor y dióxido de carbono. En las paredes se ubican la entrada y salida de aire, y en el interior a media altura se ubican los equipos acondicionadores de aire. Inicialmente el aire interior tiene una concentración de dióxido de carbono igual a la concentración del aire ambiente exterior.

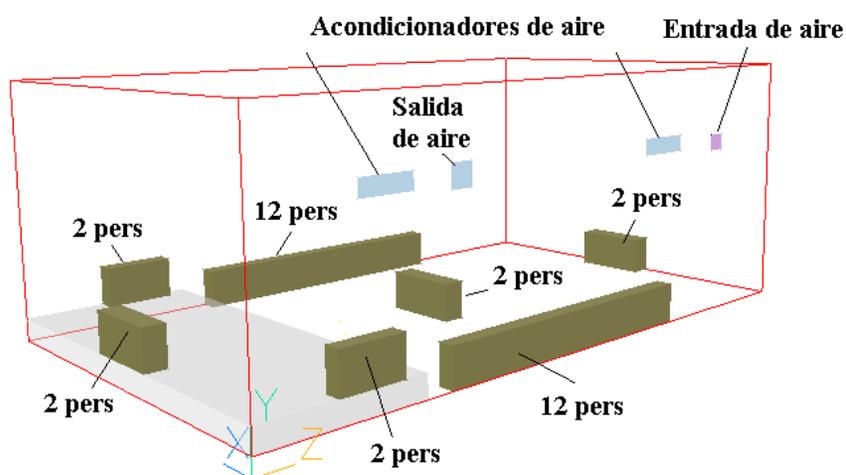


Figura 1. Representación Esquemática del Dominio de Solución

Para un sistema heterogéneo de flujo involucrando dos fluidos incompresibles, miscibles, y newtonianos, aire como solvente y dióxido de carbono como soluto, las ecuaciones diferenciales gobernantes son las ecuaciones Navier Stokes, la ecuación de continuidad y las ecuaciones de transporte para la energía térmica y la concentración de soluto. Se asume que el flujo permanece laminar, incompresible con propiedades de los fluidos constantes excepto para el cambio de la densidad (ρ) con la temperatura (T) y la concentración (C) el cual origina fuerzas de flotación. Esta suposición es expresada mediante la aproximación de Boussinesq. La densidad de la mezcla puede entonces ser obtenida a partir de un valor de referencia $\rho_o = \rho_o(T_o, C_o)$ como:

$$\rho = \rho_o[1 - \beta_T(T - T_o) - \beta_C(C - C_o)] \quad (1)$$

Donde β_T y β_C son los coeficientes volumétricos de expansión térmica debido a temperatura y concentración respectivamente. Las ecuaciones que describen la conservación de masa, momentum, energía y concentración para flujo transitorio laminar son:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) \\ + g[\beta_T(T - T_o) - \beta_C(C - C_o)] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + v_x \frac{\partial C}{\partial x} + v_y \frac{\partial C}{\partial y} + v_z \frac{\partial C}{\partial z} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) \quad (7)$$

En donde v , p , t , g , ν , α , y D representan la velocidad, la presión, el tiempo, la aceleración de gravedad, la viscosidad cinemática, la difusividad térmica y la difusividad del soluto en la solución, respectivamente.

Las condiciones de frontera a ser resueltas junto con las ecuaciones gobernantes en $x=0$, $x=W$, $y=0$, $y=H$, $z=0$, $z=L$:

$$v_x = v_y = v_z = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial n} = 0 \quad (8)$$

En donde n representa la dirección normal a la superficie. En la superficie de los bloques que representan a los ocupantes se prescriben las fuentes generadoras de calor y soluto como:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = -\frac{q''}{k}, \quad \frac{\partial C}{\partial n} = -\frac{N}{D} \quad (9)$$

En donde q'' y N representan el flujo de calor y el flujo de soluto por unidad de área respectivamente. La condición inicial ($t=0$):

$$T = T_o, \quad C = C_o \quad (10)$$

3. PROCEDIMIENTO DE SOLUCION

Las anteriores ecuaciones gobernantes junto con las condiciones de frontera y condición inicial son resueltas usando el método de los volúmenes finitos. La discretización de las ecuaciones se realiza utilizando la formulación de volúmenes de control junto con un esquema híbrido de diferenciación. El campo de flujo y el acoplamiento presión-momentum son resueltos usando el algoritmo SIMPLEST [4]. El problema tridimensional transitorio muestra la naturaleza parabólica con respecto al tiempo y el comportamiento elíptico con respecto a las coordenadas espaciales.

El método utilizado para resolver las ecuaciones de continuidad y momentum es un procedimiento “losa por losa”, el cual utiliza un esquema de solución en la dirección de las losas. La solución marcha en la dirección z y resuelve para cada losa en una posición z particular. Debido a la naturaleza elíptica del campo de flujo, la marcha se repite para un número de barridos desde $z = 0$ hasta $z = L$, hasta que converge la solución. Las ecuaciones de energía y especies se resuelven en un modo campo-entero. La solución dependiente del tiempo se obtiene marchando en el tiempo, iniciándose con una condición inicial y obteniendo las distribuciones de velocidad, temperatura y concentración para cada intervalo de tiempo en términos de la distribución en el intervalo precedente.

La densidad de la malla se determina por medio de una serie de pruebas para chequear la independencia de los resultados numéricos respecto de la malla. Para asegurar la precisión y minimizar el tiempo de cómputo, se realiza un procedimiento de optimización del intervalo de tiempo.

4. VALIDACION

Para la validación de los resultados numéricos, se realizaron mediciones experimentales en un auditorio con dimensiones y condiciones iniciales similares, sin intercambio de aire con el ambiente exterior, utilizando para ello varios sensores de temperatura y dióxido de carbono, adecuadamente ubicados en el recinto y conectados a registradores de datos. Los valores de las fuentes de calor y dióxido de carbono utilizados en el modelo computacional fueron calculados a partir de las mediciones experimentales.

La Figura 2 muestra la comparación de los resultados numéricos y experimentales. Como puede observarse los resultados de la simulación numérica son suficientemente cercanos a las mediciones experimentales. La evolución en el tiempo de la distribución espacial de temperatura y concentración de dióxido de carbono obtenida mediante la simulación numérica, coincide satisfactoriamente con la evolución de dichas distribuciones medida experimentalmente.

La validación del modelo computacional permite su utilización confiable para realizar un análisis numérico con el fin de estudiar los efectos de la variación de diferentes parámetros en los niveles y distribución de la concentración de dióxido de carbono y evaluar alternativas para la solución de problemas de calidad del aire interior que puedan ser identificados

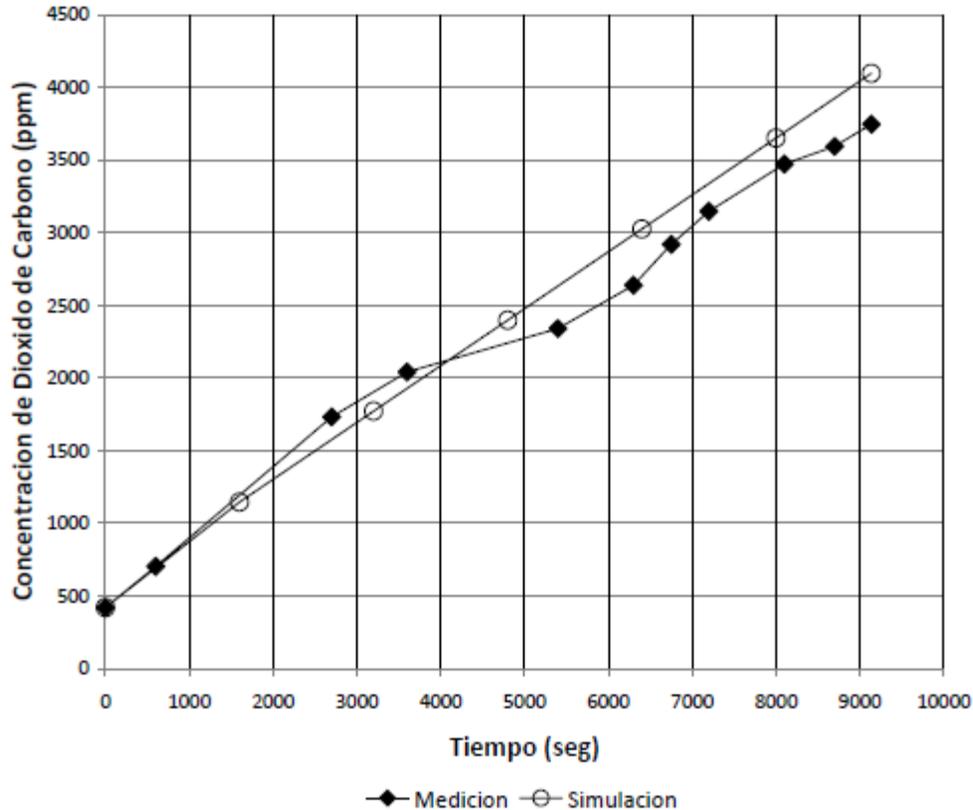


Figura 2. Comparación de Resultados Numéricos y Mediciones Experimentales

5. RESULTADOS Y DISCUSION

Se realizan simulaciones numéricas para obtener las distribuciones de temperatura y concentración de dióxido de carbono para diferentes condiciones de interés desde el punto de vista de la calidad del aire interior. En todos los casos se prescribe una concentración inicial de dióxido de carbono de 420 partes por millón (ppm), correspondiente a la concentración local del aire exterior medida.

Se calcula la evolución de la concentración de dióxido de carbono durante un periodo de dos (2) horas sin intercambio de aire con el exterior. Como puede observarse en la Fig.2, tanto las mediciones experimentales como el modelo numérico demuestran que después de una (1) hora la concentración de dióxido de carbono excede las 1500 ppm, lo cual es causado por la respiración de las personas. Luego se calcula la evolución de la concentración de dióxido de carbono durante dos (2) horas con intercambios de aire con el exterior de 7 y 14 m³/min. Como puede observarse en la Fig. 3, el aumento de la concentración de dióxido de carbono es atenuado significativamente y el nivel de la misma se mantiene por debajo de las 1500 ppm para las ratas de ventilación de 7 y 14 m³/min, situación que está en concordancia con el estándar antes mencionado.

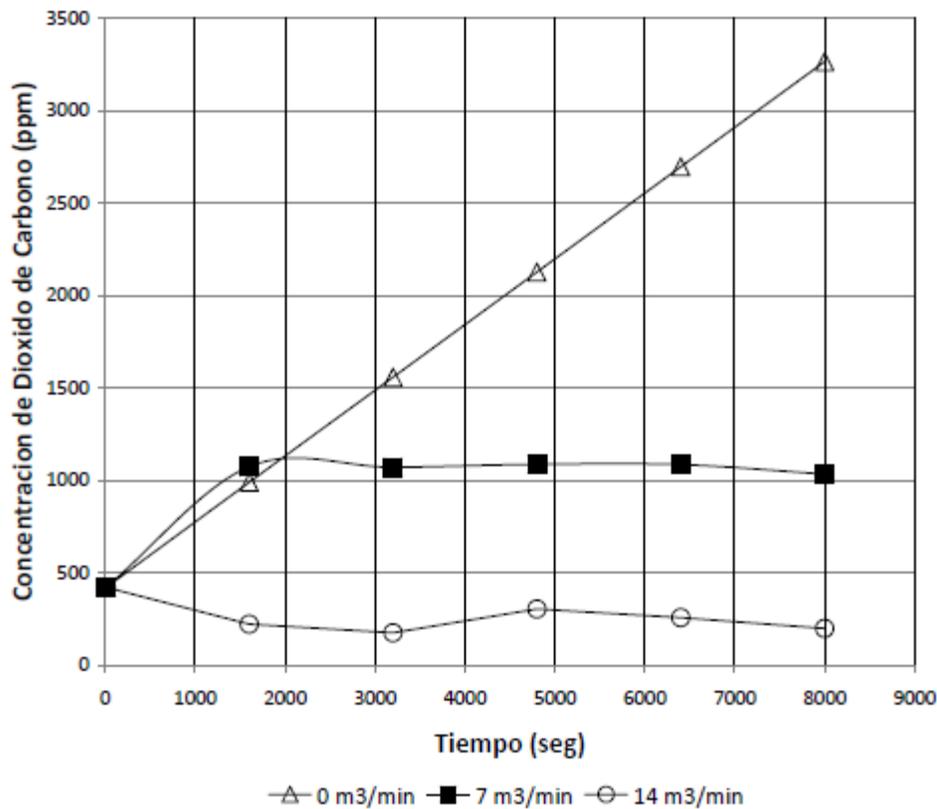


Figura 3. Comparación de Resultados Numéricos y Mediciones Experimentales

6. CONCLUSIONES

Se demuestra que la dinámica de fluidos computacional es una herramienta de mucha utilidad para el diseño, evaluación y optimización de sistemas de acondicionamiento de aire que garanticen la calidad de aire interior en concordancia con los estándares establecidos.

Los profesionales y técnicos involucrados en el diseño, operación y mantenimiento de sistemas de acondicionamiento de aire deben tener en cuenta que el acondicionamiento de aire para ambientes interiores implica garantizar que sean ambientes confortables y saludables, pues de ello depende la satisfacción en el trabajo, la productividad y la salud de los ocupantes.

7. REFERENCIAS

- [1] United State Enviromental Protection Agency, *Sick Building Syndrome – Indoor Air Facts No. 4*, Research and Development MD(56), Febrero 1991.
- [2] American Society of Heating, Refrigeration and Air-Conditioning Engineers, ASHRAE, Standard 62-1989, Ventilation for Acceptable Indoor Air Quality, Atlanta. 1989.
- [3] Schell, M. and D. Int-Hout. *Demand control ventilation using CO₂*. ASHRAE Journal 43(2):18 – 24. 2001
- [4] Spalding D. B, Mathematical modeling of fluid mechanics, heat transfer, and chemical reaction processes. CFDU Report HTS/80/1, Imperial College, London. 1980.

APLICACIÓN DE HERRAMIENTAS COMPUTACIONALES AL DISEÑO DE DISTRIBUIDOR (MANIFOLD) DE AIRE CALIENTE

Reinaldo Correia

Carlos González

Luis Salas

rcorreia@usb.ve

angustioh@hotmail.com

luisalas@usb.ve

Carrera de Ingeniería Mecánica. Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela

Geanette Polanco

gpolanco@usb.ve

Departamento de Mecánica, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela

Abstract. En este trabajo se presentan las fases del diseño y construcción de un distribuidor de aire caliente, como parte integral de un secador de equipos bomberiles. El trabajo numérico junto al desarrollo de un modelo a escala real construido en material ligero (cartón 1 en kilo), permitió la validación del modelo y la posterior elaboración de las correcciones pertinentes para la elaboración y puesta en funcionamiento del prototipo, fabricado en aluminio. Las condiciones de diseño inicialmente se formularon sobre las premisas del manejo de aire a temperatura ambiente en estado estacionario. Existe una buena correspondencia entre los campos de flujo y los valores de velocidad y caudal reportados para el sistema.

Palabras clave: Simulación numérica, diseño, modelaje.

1. INTRODUCCION

El diseño es parte fundamental del proceso de producción o mejora de productos y servicios. El diseño abarca desde la fase conceptual, generación y evolución de ideas, hasta la fase de detalle donde se realizan los cálculos pertinentes para el desarrollo del prototipo.

Hoy en día el diseñador cuenta con una serie de herramientas de modelaje que le permiten hacer un uso más eficiente de los recursos. Entre ellos se encuentran las técnicas de modelaje y similitud, basadas en establecer unas condiciones de semejanza dinámica que garanticen la reproducción del fenómeno físico involucrado en el funcionamiento de la pieza o parte a diseñar. También se cuenta con herramientas computacionales que permiten simular las condiciones de operación del sistema a ser estudiado. La combinación de ambas técnicas garantiza la

optimización del diseño antes de llegar a la fase de construcción a un costo relativamente bajo. Como una ventaja adicional, se logra un entendimiento de funcionamiento exacto del prototipo sobre el comportamiento del sistema global, lo cual permite una mejor interconexión con otras piezas y fenómenos involucrados como un todo.

El foco central de este trabajo corresponde al diseño y construcción de un distribuidor de aire caliente de un dispositivo de secado, el cual será empleado inicialmente por el Cuerpo de Bomberos Voluntarios de la Universidad Simón Bolívar de forma experimental., tal como se muestra en la Fig. 1.



Figura 1 – Posicionamiento del distribuidor dentro de la unidad de secado bomberil. Izquierda: vista global. Derecha: detalle de instalación

2. DISEÑO CONCEPTUAL

El diseño conceptual del proyecto global de la unidad de secado bomberil y sus respectivas partes, abarca la conceptualización, definición y determinación del principio de funcionamiento del sistema de manejo de aire caliente a emplear en el dispositivo de secado.

El principio de funcionamiento del distribuidor es muy similar la sistema empleado por las secadoras domesticas [1,2,3]; con la variante de proponer la entrada de aire caliente a la cabina por inyección y no por succión, en combinación con la reducción de la longitud de recorrido del aire caliente antes de ingresar a la cabina, a fin de evitar pérdidas de calor durante el recorrido del fluido de trabajo para generar un producto final más eficiente.

3. ASPECTOS DEL DISEÑO

3.1 El modelo físico



Figura 2 – Izquierda: Modelo (cartón 1 en kilo) escala 1:1. Derecha: Prototipo (aluminio)

Se realizó un modelo físico a escala 1:1 realizado en cartón 1 en kilo, para la realización de pruebas y mediciones de las condiciones de operación, tal como se muestra en la Fig. 2. (Izquierda). Dado que la diferencia entre el modelo y el prototipo era básicamente del material utilizado para su construcción, los resultados obtenidos eran directamente extrapolables al diseño del prototipo mostrado en la Fig. 2. (Derecha). Es importante mencionar que el proceso de modelaje físico se combinó con la herramienta computacional.

El distribuidor conceptualizado consta de una entrada de aire conectada a un soplador (blower) de 0.4 HP y cuatro salidas de flujo diseñadas para cubrir uniformemente un área de planta de aprox. 0.65 m^2 . Dadas las restricciones de espacio para la instalación de este distribuidor, la sección transversal promedio es de aprox. $0,004 \text{ m}^2$. El distribuidor cuenta con un eje de simetría, sin embargo, una vez realizadas las pruebas de funcionamiento se verificó la existencia de una condición de flujo no simétrica, que llevó a la incorporación de válvulas de flujo (dampers) en cada una de las secciones de descarga y de direccionadores de flujo, que luego fueron reproducidos en el prototipo, tal como se observa en la Fig. 3 (Izquierda).



Figura 3 – Detalles constructivos determinados mediante el modelaje físico. Izquierda: direccionadores de flujo que sirven de refuerzo a la estructura. Derecha: cambio de posición de las válvulas cercanas a la descarga del distribuidor

3.2. El modelo computacional

Debido a que el modelo físico y el diseño inicial se centraron en las características cinemáticas del equipo no se incorporaron las ecuaciones de balance de energía a la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes, de conservación de masa y el modelo de turbulencia κ - ϵ , todo resuelto bajo la premisa de flujo estacionario. Se aplicaron como condiciones de frontera la velocidad uniforme y la de descarga libre. Se supone aire a 298 K como fluido de trabajo.

El modelo corresponde a la geometría real (3D) del distribuidor más una sección de 20 cm extruída en cada una de las secciones de salida, con el fin de garantizar que la condición de borde no afecte el perfil de flujo a ser medido en la localización que corresponde a la salida [4].

El mallado utilizado para la discretización del dominio esta compuesto por hexaedros irregulares de relación de aspecto máximo de 3, condiciones que garantizan la calidad de la malla. Se trabajo con tres mallas que a efectos de la discusión de este trabajo se denominarán malla gruesa, media y fina, todas detalladas en la Tabla 1.

Tabla 1. Resumen de las características del mallado utilizado

Malla	# de nodos	# de volúmenes
Gruesa	36421	30000
Media	234601	212000
Fina	865861	810000

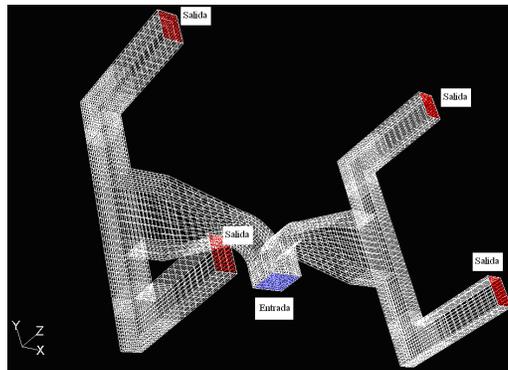


Figura 4 – Mallado superficial del dominio computacional y las condiciones de frontera utilizadas. Detalle del mallado utilizado en una plano en la dirección Z del eje coordenado

Se planteó el uso de una condición de velocidad uniforme a la posición de cada una de las descargas de aire caliente en el interior del secador. El valor promedio utilizado corresponde a la velocidad de descarga del soplador medido en campo y que corresponde a 30 m/s.

Los cálculos fueron realizados en una máquina con CPU Intel® Core™ 2Duo E4500 @ 2.20 GHz y 1,99 GB de RAM.

3.3 Mediciones

Las mediciones de campo para la determinación del flujo másico manejado por la unidad sopladora utilizada, que alimenta al distribuidor y las salidas del mismo, fueron realizadas con un anemómetro digital de marca Extech Instrument con una precisión de 0,1 m/s.

4. RESULTADOS

A lo largo de esta sección se mostrará, la comparación de los resultados obtenidos inicialmente para las tres mallas propuestas (Fig. 5 y 6), así como el perfil de velocidad para el caso del mallado seleccionado (Fig. 7).

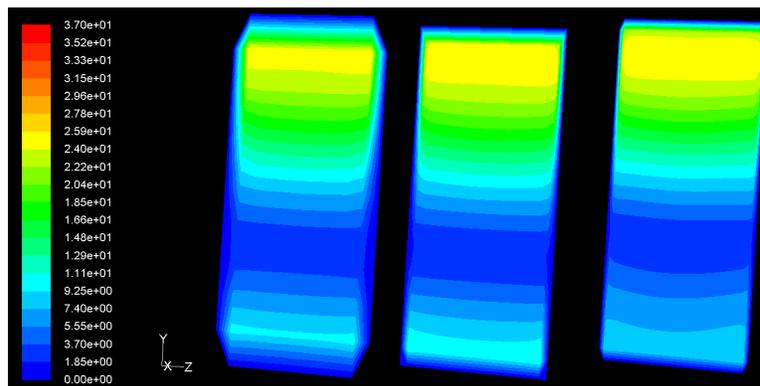


Figura 5 – Contornos de velocidad correspondientes al plano perpendicular a la salida del difusor, para los tres mallados utilizados

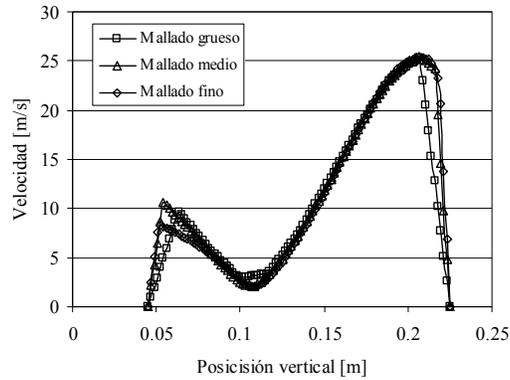


Figura 6 – Perfil de velocidad en la línea central vertical del plano a la salida del difusor para los tres mallados y utilizados

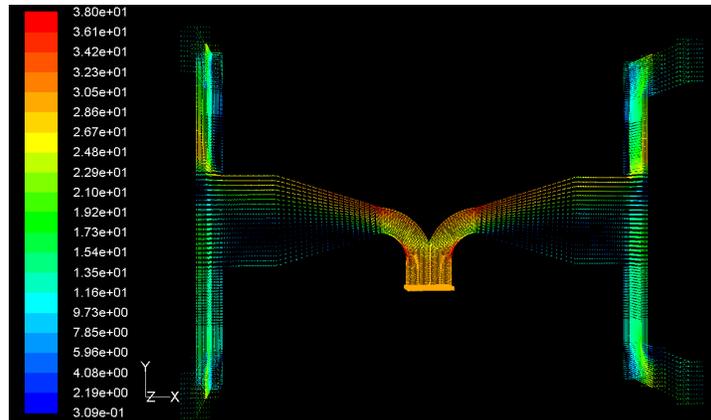


Figura 7 – Campo de la velocidad para diversos planos de geometría, para el mallado medio

5. DISCUSIÓN

Los valores registrados de flujo másico a la descarga del distribuidor evidencian que el flujo proveniente del blower, no es uniforme y por ende esta condición no puede ser aplicada satisfactoriamente al modelo numérico. El modelo a escala permitió verificar la incorporación de dampers en la descarga y sus especificaciones de ensamblaje, las cuales se modificaron desde su ubicación lateral a la posición superior para evitar la interferencia de estas con el montaje de las resistencias eléctricas empleadas para calentar el flujo de aire, tal como se muestra en la Fig. 3. (Derecha), sin alterar el flujo interno.

El criterio de comparación utilizado para la selección del mallado es el perfil de flujo en la línea central del plano perpendicular a la salida del difusor. Tal como se puede observar en las Fig. 4 y 5, el mallado más adecuado para la realización de las simulaciones con la garantía de la independencia de los resultados, con una buena relación de consumos de recursos y resultados es la malla media. La relación entre las mallas propuestas se puede describir como la refinación global de la malla anterior, con un incremento en volúmenes de 7 veces entre el mallado grueso y medio y 4 veces entre el mallado medio y fino. El error obtenido entre las soluciones de perfil de velocidad fuera de las paredes para el mallado grueso y medio es menor al 10% mientras que el

error obtenido entre las soluciones de perfil de velocidad para el mallado medio y fino fuera de la capa límite (cerca de las paredes), es menor al 1.5%, mientras que en las zonas cercanas a las paredes se observa un error mayor, lo que sugiere que hace falta mejorar el mallado cerca de esta zona. Sin embargo, dado que este estudio no se centra en el comportamiento de la capa límite del fluido, estas diferencias porcentuales no conllevan mayores implicaciones en el comportamiento global del distribuidor y por lo tanto se desprecian como criterio de comparación, quedando solo la comparación del perfil fuera de la capa límite.

En el modelaje computacional se verifica la existencia de un perfil de flujo de entrada al sistema desde el blower no uniforme.

6. CONCLUSIÓN

El uso de las herramientas computacionales para la elaboración de nuevos diseños es una gran oportunidad de explorar muchas más opciones, especialmente de funcionamiento, que no existían en el pasado y que se traducen en productos finales diseñados bajo criterios más exigentes. La pericia y conocimiento de las ecuaciones fundamentales de flujo y del programa a utilizar por parte del diseñador o investigador, juega un papel muy importante en este proceso, dado que algunos aspectos específicos del modelaje pueden generar impresiones erróneas que conlleven a malos diseños, por ejemplo, la correcta selección de las condiciones de borde para cualquier simulación numérica es un punto de gran interés para el diseñador o investigador, ya que esta es la única manera de lograr una representación fiel de las condiciones de funcionamiento a la cual está sometido un elemento particular. No obstante, como cualquier otra herramienta de diseño, no siempre es posible simular el fenómeno completo de acuerdo a la complejidad del mismo.

7. AGRADECIMIENTOS

A los Profesores Lilibeth Zambrano y Aurelio Stamitti, por sus aportes en la metodología de trabajo como tutores de este proyecto y a los Profesores Blanca Gutiérrez y Rafael Álvarez por el valioso apoyo logístico brindado.

A los Laboratorios de Transferencia de Calor y Mecánica de Fluidos de la Universidad Simón Bolívar por facilitar el uso de sus espacios y recursos computacionales.

REFERENCIAS

- [1] http://remodelguide.com/improve/appliances/clothes_dryers/dryer_works.html. Agosto 2009.
- [2] <http://firechief.com/station-design/unimac-drying-cabinet-20090519/>. Agosto 2009.
- [3] <http://www.unimac.com/intl/Locator.asp?country=Venezuela>. Agosto 2009.
- [4] G. Polanco, N. García y otros. Enseñando como usar CFD a través de un ejemplo: hidrodinámica dentro del compartimiento de pasajeros de un carro en movimiento. Proceedings of FEDSM2009 ASME 2009 Fluids Engineering Division Summer Meeting August 2-5, 2009, Vail, Colorado USA.

FLOW FIELD AROUND A COPEPOD RISING IN A DENSITY STRATIFIED FLUID

Carlos R. Torres

José Ochoa¹

Rafael Hernández-Walls

Román Lizárraga

Asdrúbal Martínez

Instituto de Investigaciones Oceanológicas

Universidad Autónoma de Baja California

A.P. 453, C.P. 22800, Ensenada, B. C. México.

ctorres@uabc.mx

¹ Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, B.C.

Km 107 Carretera Tijuana-Ensenada. Ensenada, B. C. México

Resumen: Para entender el comportamiento de microorganismos en su ambiente oceánico, así como las interacciones microorganismo-fluido, en este trabajo se resuelven las ecuaciones que rigen su movimiento ante diferentes condiciones de fluido. Las ecuaciones son resueltas numéricamente sobre mallas adaptativas. Simulaciones para los campos de densidad y velocidad bajo diferentes escenarios son presentados y discutidos a la luz de la literatura disponible.

Abstract:

In order to understand microorganism-fluid interactions, the momentum equations describing a stratified diffusive fluid around a copepod are solved numerically. The governing equations are transformed to generalized coordinates and solved using a grid which adapts the shape of the copepod. Results for velocity and density fields under different flow scenarios are presented and discussed.

Palabras clave: fluidos estratificados, mallas curvilíneas

Keywords: stratified fluids, curvilinear grid.

1. INTRODUCTION

The study of water flows generated by calanoid copepods as well as associated interactions with environmental background flows forms the scope of the hydrodynamics of copepods. Jiang & Osborn [1] identify three research directions on hydrodynamics of copepods: (1) water flows at the scale size of a copepod, (2) water flows at scale of copepod's appendage and (3) interaction between the water flows generated by a copepod and the environmental flows surrounding it.

Most numerical studies on hydrodynamics of copepods [see for example 3, 7, 8] assume a viscous fluid of uniform density. However, it is well known that changes in temperature (density) results in a water column which varies from uniform to a stratified state as solar heating changes seasonally. Previous numerical studies [2, 4, 5, 6] have demonstrated that bodies moving vertically in stratified fluids experience an extra drag than if they were moving in a homogeneous fluid. Under conditions of stratification, copepods would experience that anomalous drag as they migrate vertically (through interfaces of different density). This extra drag may alter energy copepods expends in searching for food, mate or escape from its predators and could play a determinant role on survival strategies of copepods.

Hydrodynamical behaviour of microorganisms under typical oceanic conditions (viscous, density-stratified, and diffusive fluid) can be characterized by three non-dimensional parameters [2]: Reynolds, $Re(= WL/\nu)$, Froude, $F(= W/NL)$, and Schmidt, $Sc(= \nu/\kappa)$, where W and L represent typical velocity and longitude, respectively; ν is the kinematic viscosity; and κ is the salt diffusivity in water. N is the Brünt-Väisälä frequency, defined as $N^2 = -g\rho_0^{-1} \partial\rho/\partial z$, where ρ_0 is the reference fluid density; g , acceleration of gravity; and $\partial\rho/\partial z$, the background density gradient. Combination of these parameters in numerical simulations allows for the study of microorganism-fluid interactions under many flow scenarios.

The purpose of this short contribution is (a) to study numerically the flow field generated by a rising copepod in a density stratified fluid, and (b) to compare the drag it experience to those of a sphere under the same flow conditions. As far as the authors know, this is the first numerical study on hidrodynamics of copepods considering density interfaces. Other novel feature, from the point of view of CFD, is the use of a grid that adapts the copepod's body along with a state of the art numerical code that has been used succesfully for particles in other simmlar studies (i.e. small Re and F numbers) as described in [2, 5].

2. GOVERNING EQUATIONS

The dimensionless set of equations governing a stratified flow with uniform velocity W around a copepod with typical size L (Figure 1a) is given by;

$$D\mathbf{u}/Dt = -\nabla p - (1/F^2)\rho\mathbf{k} + (2/Re)\nabla^2\mathbf{u} + f_a \quad (1)$$

$$D\rho/Dt = w - 1 + (2/Re)\nabla^2\rho \quad (2)$$

$$\nabla^2 p = - (1/F^2)\text{div}(\rho\mathbf{k}) - \text{div}[(\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u}] + (2/Re)\nabla^2 D - \partial D/\partial t + \text{div}(f_a) \quad (3)$$

Which differs from those in [1, 8] by an extra term in the momentum equation that accounts for stratification effects, along with an equation that models the evolution of the diffusive density field (2). Here $\mathbf{u} = (u, w)$ is the velocity, p is the pressure, ρ is the density perturbation of the fluid, \mathbf{k} is the vertical unit vector and f_a represents the force field that models the net effect of the beating movement of the copepod's cephalic appendages [1], thrust is calculated from volume integral of f_a [7]. Equation (3) replaces the incompressibility condition (i. e. $D = \nabla \cdot \mathbf{u}$) and dimensionless numbers were defined already.

The form C_p and friction C_f coefficients, from which we can calculate the drag ($C_D = C_p + C_f$), are calculated as;

$$C_p = (2\rho_0 W^2 \pi L^2) \int_S (-p \delta_{i,j}) \mathbf{n}_j dS \quad (4)$$

$$C_f = (2\rho_0 W^2 \pi L^2) \int_S \mu (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) \mathbf{n}_j dS \quad (5)$$

Where μ is the dynamic viscosity of the fluid and \mathbf{n} is the normal unit vector. The set of equations (1)–(3) was transformed to curvilinear coordinates and solved subject to initial and boundary conditions using the finite-difference method. On the body surface, the copepod's beating appendages movement is excluded, hence $f_a = 0$ and the non-slip condition results in $\mathbf{u} = 0$; for the density $\nabla \rho \cdot \mathbf{n} = 0$ [4], while for the pressure the boundary condition was obtained from (1) by equating the velocities to zero. At the rear boundary, the flow is allowed to leave the computational domain by setting $\partial \mathbf{u} / \partial x = 0$.

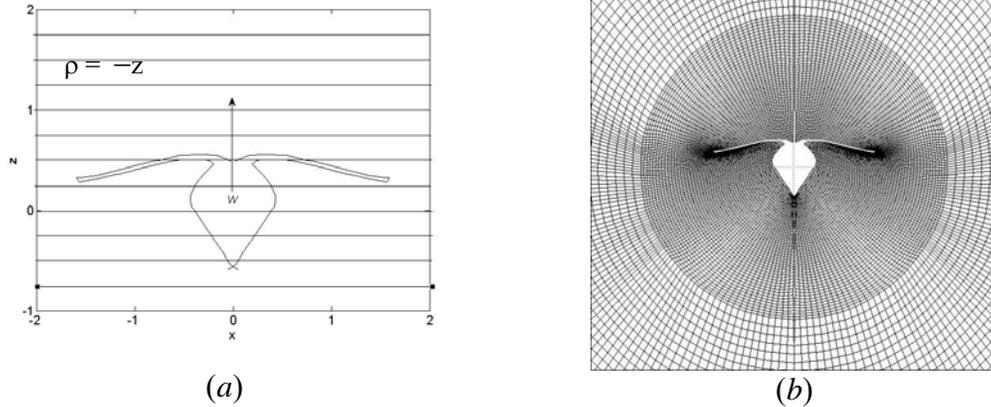


Figure 1. (a) schematic of the flow problem, and (b) a view of the physical grid near the copepod.

The grid consisted of 109×149 ($\xi \times \eta$) mesh points in the (z, x) space with an external circular boundary of $20 L$ units (copepod size) diameter. The smallest mesh size was 2.2×10^{-4} . The grid near the copepod in physical space is shown in Figure 1b. Simulations were carried out for $0.1 \leq Re \leq 1$ and $0.2 \leq F \leq 200$ with fixed $Sc = 700$ (typical of salt diffusing in water). For example, for a copepod with typical size $L \sim 2 \times 10^{-3} \text{m}$, velocity $W \sim 2.9 \times 10^{-4} \text{ms}^{-1}$ [3], kinematic viscosity $\nu \sim 10^{-6} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$, and stability frequency $N = 10^{-3} \sim 10^{-2} \text{rad/s}$, $Re = 0.58$ and $F = 145$, (14.5) respectively. Nearly steady states were reached at dimensionless time $t \sim 30$, typical dimensionless time step for simulations was $\Delta t = 0.0025$.

3. RESULTS AND DISCUSSION

Isopycnals at nearly steady state for several Re and F numbers are shown in Figure 2. As the copepod rises, density layers deform and accumulate at its antennae, then the fluid in those layers pushed upwards will go back to its original position because of mass conservation, and the layers near the copepod surface have to become thinner and thinner with time. When the layers become thin enough, the density gradient becomes large and the diffusion effects become larger and finally balance the above non-diffusive effect. Then a steady state could be reached.

At $Re = 1$, for the slight stratified case, $F = 200$ (Figure 2a), isopycnals are dragged a larger distance as compared to the strong stratified case $F = 0.2$ (Figure 2b). Decreasing Re (increasing the viscosity, bottom panel), for the same F values, has a similar effect on the flow (Figure 2c, 2d). This means that the copepod will travel shorter distances whether the fluid become more stratified or more viscous and viceversa. Recirculating regions are present at $F = 200$ for both values of Re (Figure 3a, 3c); increasing stratification ($F \rightarrow 0$) collapses those recirculating regions and promotes internal waves generation (Figure 3b, 3d). Increasing fluid velocities are found near the antennae as indicated by the closeness of streamlines.

The drag increases as Re and $F \rightarrow 0$ (Figure 4). For $(F, Re) = (200, 1)$, $C_d \approx 280$, while for $(F, Re) = (0.2, 0.1)$, $C_d \approx 3000$, there is one order of magnitude apart. Compared to the drag a sphere experience they are, 10 and 20 times larger respectively. This large values on C_d may be associated to the copepod's morphology, because antennae provide a larger surface of contact with the fluid than a sphere. From the point of view of hydrodynamics copepod's body seems to be designated to maintain it at a certain levels in the water column, laminar fluid is also found near the antennae region.

It is well known that copepods migrate vertically during the day. A numerical study considering such a daily oscillatory migration is underway.

4. CONCLUSIONS

The numerical results show that when rising under strong stratification conditions the copepod will be experiencing more drag than in a fluid of uniform density. This effect could be of dramatic consequences on the copepod's hydrodynamic behaviour as it will invest an extra amount of energy when rising, mating, or scaping from its predators.

ACKNOWLEDGEMENTS

Economic support for this study was provided by Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) through project: **Arrastre en microorganismos marinos: esporas y zooplancton**, under grant 000000000089295.

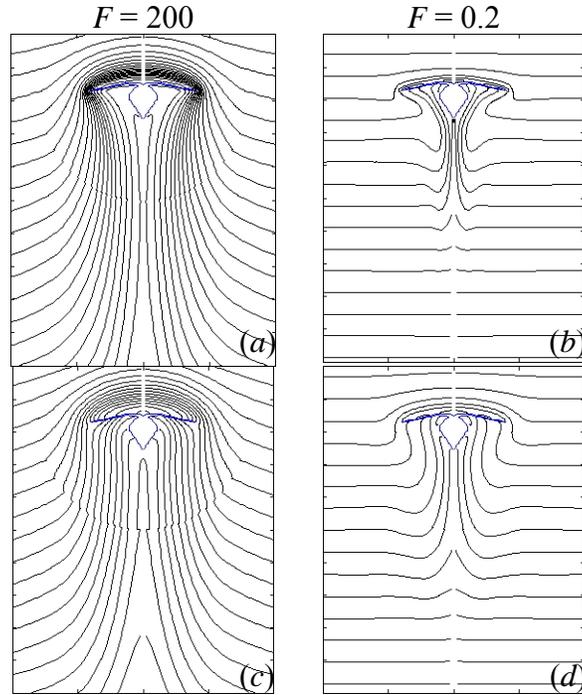


Figure 2. Density contours near the copepod for different Re and F numbers. $Re = 1$ (top panel), $Re = 0.1$ (bottom panel). Isopycnals are drawn for $\rho - z = 1.14, 0.45, -0.24, -0.93, -1.63, -2.32, -3.01, -3.7, -4.39, -5.09, -5.78, -6.47, -7.16, -7.85, -8.55, -9.24, -9.93, -10.6, -11.8, -12$. The contour $\rho - z = 0$ asymptotes to the line $z = 0$ in the limit $x \rightarrow \infty$.

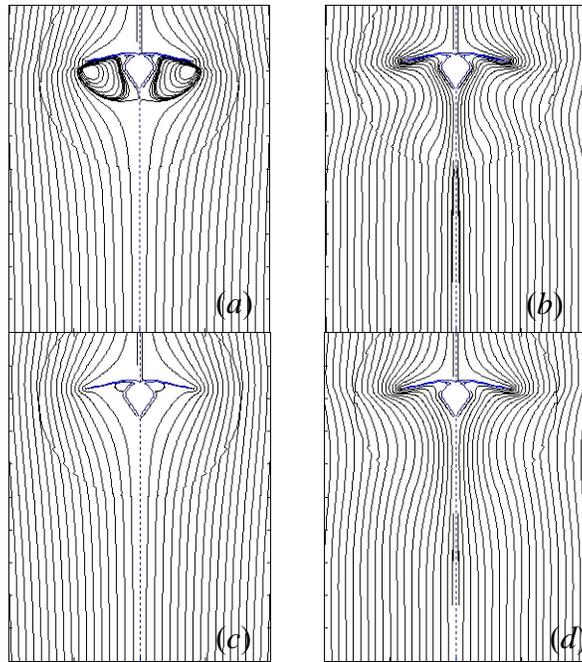


Figure 3. Same as Fig. 4 for the streamlines. $Re = 1$ (top panel), $Re = 0.1$ (bottom panel). The streamlines are drawn for $\varphi = 2.5 \times 10^{-3} \times n^2$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) and for $\varphi = -1.0 \times 10^{-4} \times n^2$ ($n = 1, 2, \dots$).

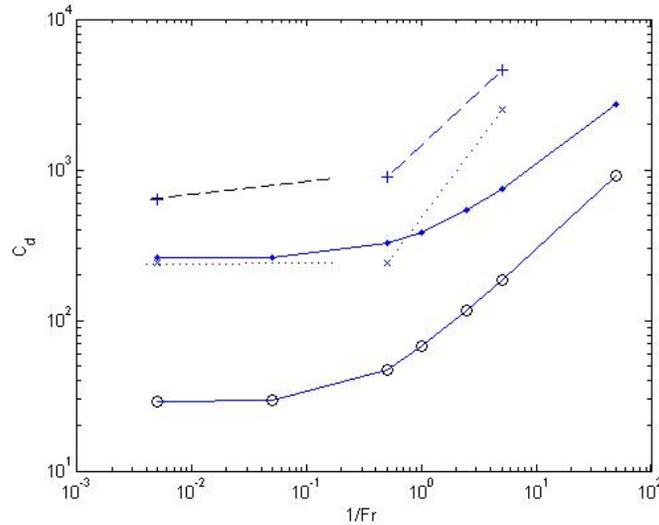


Figure 4. Drag coefficient, C_d , as function of F for several Re numbers. \circ $Re = 1$; \blacklozenge $Re = 0.1$ (sphere), from Torres et al. [2]; \times $Re = 1$; $+$ $Re = 0.1$ (copepod), this study.

REFERENCES

- [1] Jiang, H. & Osborn, T. 2004, **Hydrodynamics of copepods: a review**. *Surv. in Geophysics* 25: 339-370.
- [2] Torres, C. R., Larrazabal, G. and Dany de Cecchis, 2009, **Numerical study of a descending sphere in a low Reynolds number strong stratified fluid**. *Electronic Transactions on Numerical Analysis*. (ETNA) **34**, pp. 119-124.
- [3] Malkiel, E. Sheng, J., Katz, J. & Strickler, R. 2003, **The three-dimensional flow field generated by a feeding calanoid copepod measured using digital holography**. *The J. Exp. Biol.* **206**, pp. 3657-3666.
- [4] Torres, C. R., H. Hanazaki, J. Ochoa, J. Castillo, & M. Van Woert, 2000. **Flow past a sphere moving vertically in a stratified diffusive fluid**, *J. Fluid Mech.*, **417**, pp. 211–236.
- [5] Yick, K., C. R. Torres., T. Peacock, & R. Stocker, 2009. **Enhanced drag of a sphere settling in a stratified fluid at small Reynolds numbers**. *J. Fluid Mech.*, **632**, pp. 49–68.
- [6] Hanazaki, H., K. Konishi, & T. Okamura, 2009. **Schmidt-number effects on the flow past a sphere moving vertically in a stratified diffusive fluid**. *Phys. Fluids*, **21**, pp. 1–8.
- [7] Jiang, H., Osborn, T. R., and Meneveau, C., 2002, **The Flow Field around a Freely Swimming Copepod in Steady Motion: Part I Theoretical Analysis**, *J. Plank. Res.* **24**, pp. 167–189.
- [8] Jiang, H., C. Meneveau & T. R. Osborn, 1999, **Numerical study of the feeding current around a copepod**. *J. Plank. Res.* 21(8), pp. 1391-1421.

IMPACTO DE LA DISMINUCIÓN DEL CAUDAL DEL RÍO COLORADO EN LA HIDRODINÁMICA DEL ALTO GOLFO DE CALIFORNIA: UN ENFOQUE NUMÉRICO.

M. Salvador Galindo Bect

salvador@uabc.mx

Instituto de Investigaciones Oceanológicas, Universidad Autónoma de Baja California, Ensenada, B.C.

María G. Morteo Reyes

morteo_maria@yahoo.com.mx

Estación de Investigación Oceanográfica, Secretaria de Marina, Ensenada, B.C.

Resumen. *El Río Colorado nace en las montañas Rocosas en el estado de Colorado de los Estados Unidos, tiene una extensión de 2,333 km, cruza el suroeste de la Unión Americana y el noroeste de México para desembocar en el Golfo de California, formando un delta de gran importancia ecológica que se encuentra dentro de la denominada Reserva de la Biosfera del Alto Golfo de California y delta del Río Colorado. El represamiento del Río en ambos lados de la frontera ha generado una considerable reducción del caudal que aporta el mismo a la región norte del Golfo de California, donde mediante la aplicación del modelo numérico denominado ELCOM (Estuary, Lake and Coastal Ocean Model) se analiza la modificación que en la hidrodinámica produce esta disminución; aunque la región de estudio es muy dinámica debido a diversos agentes forzantes como la marea, el viento, la evaporación, entre otros, la simulación mediante la modelación numérica nos permite aislar el efecto que tiene en la hidrodinámica las variaciones que el caudal del Río Colorado ha presentado a través de los últimos 60 años.*

Palabras Clave: Río Colorado, Alto Golfo, Modelación Numérica.

1 INTRODUCCIÓN

Los mecanismos físicos controlan la hidrodinámica en lagunas costeras, bahías y estuarios y pueden ser factores determinantes de la calidad del agua, equilibrio de ecosistemas acuáticos y abundantes pesquerías. Un buen ejemplo de la combinación de factores que gobiernan la hidrodinámica impactando en las características fisicoquímicas el agua es la región el Delta del Río Colorado.

La región del Delta del Río Colorado (RC) y la cabeza del Golfo de California (GC) presentan una estrecha relación en su dinámica y condiciones ambientales debido al aporte de

agua dulce del Rio Colorado a la región norte del golfo, este forzamiento convive con otros como viento, humedad, topografía, mareas, surgencias, corrientes oceánicas. El área donde el Rio Colorado descarga su caudal es llamada el Alto Golfo de California, es una región marina somera que actualmente presenta un comportamiento de estuario inverso con salinidades incrementando de su entrada (~35.4) hacia la cabeza (39.0 en verano, 37.0 en invierno)[1].

Aplicar el modelo tridimensional ELCOM, desarrollado en el Centre for Water Research de la University of Western Australia, en la región del delta en el Alto Golfo permite obtener una descripción detallada sobre la circulación del sistema, resolviendo el problema de la dinámica en una primera aproximación y mostrando que tan significativas son las corrientes producidas por el aporte de agua dulce del RC y su variación en el largo plazo por efecto antropogénico.

El propósito de este trabajo es evaluar la capacidad del modelo hidrodinámico tridimensional para reproducir la estructura de las propiedades físicas del agua y los patrones de circulación de la región del delta del RC en el Alto Golfo de California, Una vez que se logre una adecuada reproducción de las condiciones hidrodinámicas usando otros agentes forzantes como marea y viento en la región de estudio, será posible utilizar los flujos hidrodinámicos para dirigir un modelo acoplado de calidad del agua marina (CADEYM)

2. MATERIALES Y MÉTODOS

El modelo usado en este trabajo se denomina ELCOM por su siglas en inglés (**E**stuary, **L**ake and **C**oastal **O**cean **M**odel), descrito por Hodges et al. [2], es un modelo hidrodinámico tridimensional desarrollado por el Centro de Investigación del Agua de la Universidad del Oeste de Australia, aplica modelos hidrodinámicos y termodinámicos para simular el comportamiento espacial y temporal de cuerpos de agua estratificados como lagos, lagunas y estuarios sometidos a forzamientos ambientales, este modelo resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes para flujos incompresibles usando la aproximación hidrostática de Boussinesq y despreciando los términos de presión no hidrostática. La evolución de la superficie libre es gobernada por la integración vertical de la ecuación de continuidad para flujo incompresible desde el fondo de la columna de agua hasta la superficie libre aplicando la condición de frontera cinemática [3].

Una de las ventajas de este modelo es que aplica áreas de inundación que otros modelos no consideran y que en el caso de la región de estudio se presenta tanto para épocas de sequía, en qué áreas someras que regularmente son húmedas aparecen secas y épocas de eventos extremos de lluvias que generan caudales mayores a los promedio e inundan regiones regularmente secas.

Los procesos de modelado y simulación incluyen respuestas barotrópicas y baroclínicas, el modelo es capaz de predecir el campo de velocidad y la distribución de la temperatura, salinidad y densidad en cuerpos de agua naturales, considerando forzamientos del medio ambiente como esfuerzo del viento, calentamiento y enfriamiento superficial y entradas y salidas de flujos, transporte de sal, calor y escalares pasivos. Aplica también forzamientos gravitacionales como las mareas y rotacionales. Está diseñado para facilitar la modelación de

sistemas acuáticos sobre escalas de tiempo estacionales aunque la viabilidad depende del tamaño del cuerpo de agua, la resolución requerida y la disponibilidad de recursos computacionales [3]

3 DATOS

La simulación hidrodinámica tridimensional requiere datos de entrada oceánicos y meteorológicos, para ser usados como condiciones iniciales y forzamiento, sin embargo en este primer experimento numérico se omiten los forzamientos de marea, de viento y de transferencia de calor en superficie, reservando los mismos para experimentos posteriores. El área de estudio se encuentra entre las latitudes $30^{\circ}54'$ y $31^{\circ}54'$ Norte y las longitudes $113^{\circ}30'$ y $114^{\circ}54'$ W. en un dominio rectangular con los puertos de San Felipe B.C. y Puerto Peñasco, Son. Como puntos extremos. La batimetría usada en el modelo se obtiene a partir de la digitalización de la carta náutica SM-200 de la Secretaria de Marina Armada de México [4] en una malla regular de 4 km.(Fig. 1).

En esta batimetría no se considera la presencia de la Isla Montague (fig. 1), las profundidades máximas se encuentran en la región central de la zona de estudio alcanzando una profundidad de 128m que es parte de la cuenca Wagner, las mínimas son de un metro en los bordes costeros. El número de capas depende de la profundidad siendo el máximo de 108 ya que se aplica un delta z de un metro.

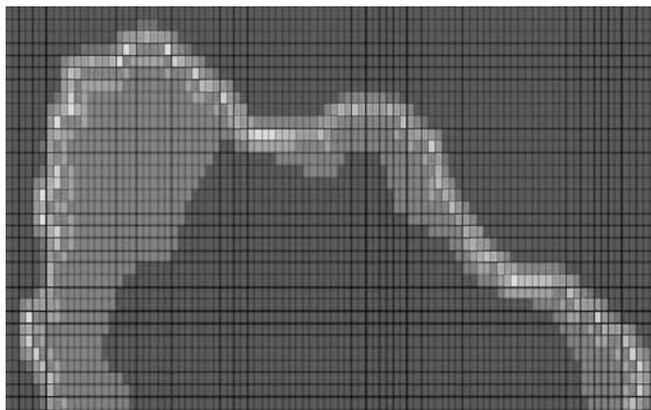


Figura 1.- Malla regular del dominio correspondiente a la región del Alto Golfo de California.

En el presente trabajo el único forzamiento usado es el caudal del RC que entra en la región norte del GC, esto con el fin de realizar posteriormente una comparación con el efecto de los forzamientos de mareas y viento que de acuerdo a diversos investigadores juegan un papel importante en la hidrodinámica de la región.

Los caudales usados son reportados por la Comisión Internacional de Límites y Aguas [5] considerando en este trabajo los flujos entrantes en el mes de Marzo y en el mes de Septiembre del año 2005, en estos meses se ubican los máximos y los mínimos respectivamente, donde entradas de agua dulce cada hora fueron proporcionadas. La figura 2

muestra la variación del caudal reportado para el 2005 y el cual fue usado en la simulación numérica.

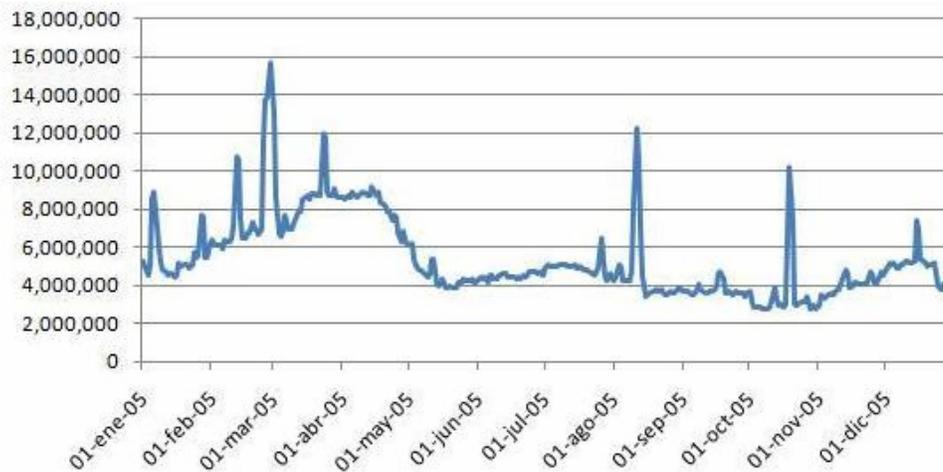


Figura 2.- Variación del caudal reportado para el 2005

4 SIMULACIÓN

4.1 Periodo de simulación

Se realizan dos corridas de tres meses continuos, la primera para los meses de Febrero, Marzo y Abril, la segunda para los meses de agosto, septiembre y octubre. El paso de tiempo para guardar las salidas fue de una hora, obteniéndose las variables de componentes de velocidad, temperatura, salinidad, densidad y nivel de mar.

4.2 Salidas del modelo

Los resultados de ELCOM son almacenados en el formato NETwork Common Data Form (netCDF), este formato es independiente de la plataforma y permite que el análisis de los resultados pueda hacerse en Linux o MS Windows. Estos archivos se visualizan mediante el programa MATLAB. Se usan rutinas para generar vistas horizontales y secciones verticales de las variables modeladas así como series de tiempo.

Las condiciones iniciales establecidas en la simulación para el cuerpo de agua consideran una condición de agua salina no estratificada en la región de la boca del RC, y donde se ubica la descarga del mismo al inicio de la modelación, formándose una pluma del río fluyendo hacia la parte sur bordeando la costa del estado de Baja California y generando una pequeña corriente que va generando un giro en el sentido contrario a las manecillas del reloj con agua subiendo por la costa de Sonora y bajando, formándose una estratificación con agua menos salina en superficie y más salina en el fondo a partir de las 72 horas de la simulación en el experimento de alto caudal.

El desplazamiento de la pluma de río se da más amplio y más largo que lo reportado por diversos investigadores que han realizado observaciones in situ y han aplicado modelos numéricos en el Golfo de California o en el denominado Alto Golfo [6] y [7].

5 DISCUSIÓN

Lavín y Sánchez [2] realizaron observaciones oceanográficas en el Alto Golfo en un raro evento de altas descargas entre Marzo y Abril de 1993, encontraron condiciones estuarinas con la salinidad disminuyendo hacia la boca del RC, con una dilución detectable en una banda costera hacia mano derecha de la descarga del río, alcanzando los 70 km de la boca del mismo, abarcando la medición el periodo de mareas vivas y muertas, en el experimento numérico la pluma se extiende fuera del dominio de modelación, que es aproximadamente 100 km al sur de la boca del río, sin el efecto de mareas reproduciendo también las condiciones estuarinas, con salinidades superficiales en la boca del RC <31 incrementando hacia el sur a un máximo de 35 en el experimento del periodo Febrero, Marzo y Abril de 2005.

La circulación superficial en el norte del GC está dominada por un giro ciclónico durante el verano y un anticiclónico en invierno [8], en el presente experimento solo se reproduce el giro ciclónico, lo cual nos indica que la descarga del caudal contribuye a la permanencia del mismo, siendo un factor distinto el que genera el giro de invierno.

Carvajal et al [6] usando una combinación de medición in situ, modelación numérica e imágenes de satélite en una región un poco mayor a la de este trabajo, compararon condiciones hipotéticas de altas descargas previas al año 1935 y bajas descargas medidas en años recientes, reportan que debido a la fuerte mezcla por marea la mitad norte del delta se comporta como un bien mezclado estuario en ambos regímenes. En la mitad sur la estratificación asociada a la entrada de agua dulce es posible. En los dos experimentos de este trabajo, al no considerarse el efecto de las mareas, la estratificación se presenta en ambos periodos de simulación, aunque las descargas del 2005 no son comparables a las de principios del siglo pasado, los investigadores anteriormente mencionados usaron una descarga del río de 2000 metros cúbicos por segundo.

Lavín y Sánchez [1] reportan que opuesto a la situación de estuario inverso que ahora se considera como condición normal, la salinidad y la densidad decrecen hacia la cabeza del Golfo de California debido a la presencia de agua dulce del RC en la región AGC en el evento extremo de marzo-abril de 1993.

6 CONCLUSION

En este primer experimento numérico, al no aplicar en el modelo los forzamientos de marea y de viento no es válido comparar los datos de salida con datos observados, dado que el único forzamiento considerado son las variaciones de la descarga del caudal del RC, sin embargo se puede observar que la presencia de procesos de mezcla aunque considerablemente menores que los reportados por Lavín y Sánchez [1].

Es conveniente realizar experimentos numéricos que evalúen el efecto aislado del viento y el efecto aislado de las mareas para ponderar la influencia de cada uno en los procesos de mezcla, de generación de estructuras de salinidad y temperatura así como de formación de corrientes. Un factor no menor en los procesos hidrodinámicos de la región lo

dan las altas tasas de evaporación debido a la alta insolación de la región debido a la escasa presencia de nubes a través del año. El trabajo estará completo cuando calibrado el modelo adecuadamente se puedan reproducir condiciones estuarinas décadas atrás.

León y colaboradores [10] utilizaron salidas del modelo ELCOM para dirigir un modelo acoplado CAEDYM y analizar las variaciones de oxígeno disuelto en un cuerpo de agua cerrado, en otro estudio similar se modela numéricamente la evolución espacial y temporal de los nutrientes del mismo cuerpo de agua [11], se desea llegar a un estudio similar para dilucidar numéricamente qué efectos ha tenido la disminución del caudal en el contenido de oxígeno y nutrientes en la región del AG.

7 REFERENCIAS

- [1] Lavín, M. F. & S. Sánchez. *On how the Colorado River affected the Hydrography of the Upper Gulf of California*. Cont. Shelf Res. Vol. 19, pp.1545-1560. 1999.
- [2] Hodges B.R. *Numerical Techniques in CWR-ELCOM*. Centre of Water Research, University of Western Australia, CWR., 2000.
- [3] Dallimore, C.J., and Hodges, B.R. *The Estuary and Lake Computer Model ELCOM. Science Manual*, Centre for Water Research, University of Western Australia, 2000.
- [4] Carta Náutica SM-200 Secretaria de Marina, Armada de México, 2000.
- [5] Comisión Internacional de límites y aguas entre México y Estados Unidos <http://www.sre.gob.mx/cila/> consultado en octubre del año 2009
- [6] Carvajal, N., Souza, A. and Durazo, R. *A numerical study of the ex-ROFI on the Colorado River*. Journal Marine Systems 12, pp. 17-33. 1997.
- [7] Lopez, M. *A numerical simulation of water mass formation in the northern Gulf de California during winter*. Continental Shelf Research, Vol.17 pp 1581-1607. 1997.
- [8] Marinone S.G. *A numerical simulation of the two- and three-dimensional Lagrangian circulation in the northern Gulf of California Estuarine*, Coastal and Shelf Science, Vol. 68, pp. 93-100, 2006.
- [9] Álvarez Borrego S. and Galindo Bect, L.A. *Hidrología del Alto Golfo de California I. Condiciones durante otoño*. Ciencias Marinas 1, pp. 46-64, 1974.
- [10] León, L.F., Smith, R.E., Romero, J.R., Hecky, R.E., *Lake Erie Hypoxia Simulations with ELCOM-CAEDYM*, 3rd Biennial meeting of the International Environmental Modelling and Software Society, IEMSs 2006, Burlington, Vermont, US.,2006.
- [11] León, L.F., Imberger, J., Smith, R., Hecky, R., Lam, D.C., Schertzer, W., *Modeling as a tool for nutrient management in Lake Erie: a hydrodynamics study*, J. Great Lakes Research, Vol. 31(Suppl. 2), pp. 309-318, 2005.

ESQUEMA RACIONAL ACOTADO (ERA), UNA NUEVA FORMA DE REDUCIR LA FALSA DIFUSIÓN

Gilberto Materano

José Rincón

Carlos Araujo

gmaterano@gmail.com

Jose.rincon@gmail.com

araujocd@gmail.com

Departamento de Energía, Escuela de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería,
Universidad del Zulia, Maracaibo 4001-A, Venezuela. Telefax:+58-261-7598794

Resumen: *Hoy en día es común implementar la dinámica de fluidos computacional (DFC), con el objeto de alcanzar aproximaciones numéricas de problemas prácticos en ingeniería, donde el estudio de los fenómenos de transporte es crucial. Sin embargo, para casos donde la convección es dominante, surge un error numérico denominado falsa difusión, asociado a la deficiencia de los esquemas de interpolación utilizados. La búsqueda de una solución a éste problema ha permitido formular alternativas constituidas principalmente por funciones de interpolación de tipo polinomial; por ser éstas, en la mayoría de los casos, garantes de la consistencia. No obstante, en este trabajo se pretende demostrar, con base en un análisis retrospectivo de problemas con solución analítica conocida, como el esquema racional acotado (ERA) presenta un mejor desempeño, si es considerado el método de volúmenes finitos en mallas de tipo estructuradas, reduciendo de forma significativa el error numérico asociado a la interpolación, sin importar que en el problema analizado estén presentes cambios en la dirección del vector velocidad, resolución de la malla ni de la forma que presenta el campo escala; garantizando para todos los casos una condición monotónica.*

Palabras Clave: Esquema de Interpolación, Volumen Finito, Diagrama de Variables Normalizado, Función Racional.

1. INTRODUCCIÓN.

Cada vez que se requiere la solución numérica de problemas asociados a fenómenos de transporte, es necesario considerar la solución de ecuaciones cuyas formas pueden ser

representadas por la Ec(1). Ahora bien, al tratar de resolver estas ecuaciones mediante el método de volúmenes finitos, es indispensable como primer paso dividir el dominio en un

número finito de celdas, las cuales contendrán un nodo ubicado en su centro, que será representativo de ellas. Posteriormente, se procede a realizar la integración, utilizando el teorema de divergencia de Gauss, que permite transformar la Ec(1) a su forma integral, ver Ec(2).

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = \text{div}(\Gamma \text{grad}\phi) + S_\phi \quad (1)$$

La forma integral de la ecuación de transporte escalar, Ec(2), está constituida básicamente por cuatro términos, dos integrales de volumen y dos de superficie. El primer grupo lo constituyen las integrales que evalúan el término transitorio (primer término a la izquierda) y el término fuente (segundo término a la derecha), las cuales, al expresar los cambios que experimentan las cantidades escalares en cada celda, pueden ser llevadas a una forma discreta, con base en los valores nodales; facilitando así la implementación de métodos numéricos. Por su parte, en el segundo grupo, la integral que evalúa el término difusivo (primer término a la derecha) también puede ser evaluada de forma discreta, ya que para ello es necesario conocer el gradiente de la cantidad escalar en las caras de integración, cuyo valor puede ser estimado mediante el método de diferencias finitas, en función de los valores nodales aguas arriba y aguas abajo de cada una de las superficies de integración.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{CV} \rho\phi \, dV \right) + \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho\phi\mathbf{u}) \, dA = \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad}\phi) \, dA + \int_{CV} S_\phi \, dV \quad (2)$$

Desafortunadamente, la integral de superficie que representa el término convectivo (segundo término a la izquierda), no puede ser transformado directamente a su forma discreta (expresión algebraica), ya que, en el método de volúmenes finitos, a pesar de que cada nodo representa su respectiva celda, no es posible saber cual entre dos nodos vecinos tiene mayor influencia en una cara común entre ambos. La alternativa propuesta para resolver el problema ha sido la implementación de funciones de interpolación. Estas permiten que el término convectivo sea también función de los valores nodales, originando así expresiones algebraicas en cada celda, que en conjunto con suposiciones y condiciones de borde apropiadas permiten definir un sistema de ecuaciones determinado, representativo del caso de estudio.

Ahora bien, en la actualidad la mayoría de funciones de interpolación que han sido implementadas son de tipo polinómicas y van desde esquemas de bajo orden como Upwind, hasta esquemas de alto orden como Upwind de Segundo Orden [1], QUICK[2] y SHARP[3]. Sin embargo, estos tipos de esquemas no han sido suficientes. Los esquemas de bajo orden tienden a generar elevados niveles de falsa difusión, error numérico no deseado y los esquemas de alto orden, a pesar de reducir sustancialmente el error, no son eficientes ante discretizaciones toscas del dominio de cálculo (grandes tamaños de celda, en comparación al dominio), demandando un mayor costo computacional. Al mismo tiempo, las funciones polinómicas de alto orden tienden a sobreestimar y subestimar los valores en campos escalares con cambios abruptos, debido a su naturaleza oscilatoria.

No obstante, un avance importante en el área fue desarrollado por [4], quien con la implementación del diagrama de variables normalizadas (DVN), herramienta visual desarrollada por [3], pudo apreciar cómo sería la interrelación entre las variables escalares normalizadas de los nodos y las caras, para un problema bidimensional con solución matemática conocida.

Los resultados presentados fueron obtenidos a partir del análisis retrospectivo de un problema que considera la mezcla de dos corrientes en dirección oblicua a las celdas que conforman el dominio discretizado, en un arreglo estructurado, donde la oblicuidad de la corriente podía ser modificada entre 0° y 90° respecto a un dominio bidimensional discretizado, ver Fig. 1. Para este análisis también fue posible cambiar el número de celdas utilizadas (resolución de la malla) y la forma de campo escalar con la incorporación de una función arco-tangente que incluye un factor alfa (α), cuya magnitud permitía definir si la forma es abrupta (forma escalón) o suave, ver Fig.1. Todo esto con el objeto de poder evaluar la sensibilidad que experimentaba la interrelación de las variables normalizadas ante cambios en cada uno de estos factores, de forma independiente.

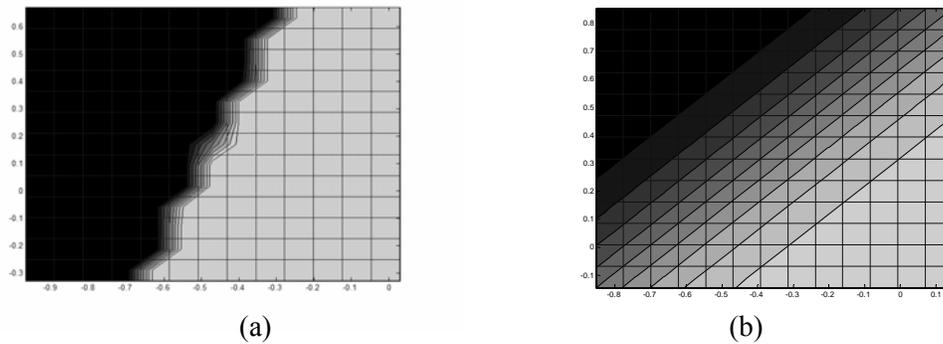


Figura 1- Campo escalar dominado por la convección con: (a) cambio abrupto ($\alpha = 100$) y dirección de flujo oblicua con un ángulo de 70°, (b) cambio suave ($\alpha = 2$) y dirección del flujo oblicua con un ángulo de 45°, problema estudiado por [4]

Con base en lo antes expuesto, es indispensable poder definir una función matemática que se ajuste a la interrelación entre las variables normalizadas, registrada a partir del análisis retrospectivo. Ya que, el poder alcanzar una reducción significativa de la falsa difusión, tal y como se observa en la Fig. 1, será indiscutiblemente un logro en esta área. En tal sentido, este trabajo tiene como propósito evaluar la capacidad de ajuste de una función de interpolación de tipo racional, y cuyo potencial será evaluada al intentar resolver numéricamente un problema con solución matemática conocida. Los resultados obtenidos serán comparados con los ofrecidos por un esquema polinómico de alto orden.

2. METODOLOGÍA.

Para el desarrollo de este trabajo se pretende evaluar la capacidad de ajuste del Esquema Racional Acotado - ERA, presentado en la Ec.(3). El ajuste se hará mediante la regresión por mínimos cuadrados de la data obtenida por [4]. Cabe destacar que el término $\bar{\phi}_c$ representa el valor normalizado en el nodo central (ubicado aguas arriba de la cara donde se desea interpolar la cantidad escalar) y $\bar{\phi}_f$ representa el valor normalizado de la cantidad escalar en la cara de la celda deseada [3].

$$\bar{\phi}_f = \frac{a \cdot \bar{\phi}_c}{\bar{\phi}_c + (a - 1)} \quad (3)$$

Por su parte, a será el coeficiente de ajuste y dependerá de la resolución de la malla, forma del campo escalar y dirección del vector velocidad. La capacidad de ajuste en cada caso será

medida en función de la suma de errores al cuadrado (SSR) del modelo y del coeficiente de determinación (R^2).

Posteriormente, se procederá a resolver numéricamente el problema de Smith y Hutton [5], para así corroborar el desempeño de ERA como esquema de interpolación. Este problema se caracteriza por ser netamente convectivo, con cambios en la dirección del vector velocidad a lo largo del dominio, el flujo entrante se encuentra en la cara inferior izquierda y el flujo saliente se encuentra en la cara inferior derecha, ver fig.2.

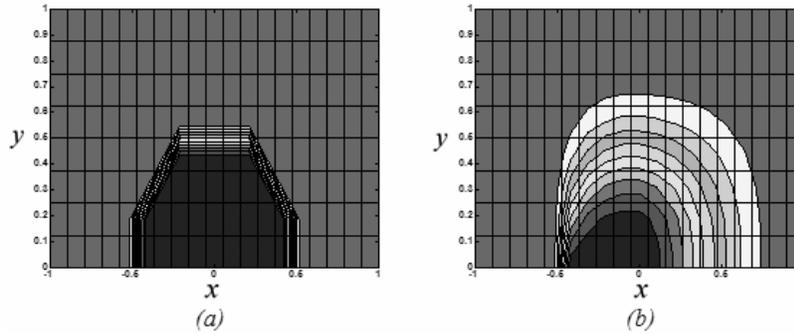


Figura 2- Problema de Smith y Hutton a) solución numérica esperada para un campo abrupto b) efecto de la falsa difusión al utilizar el esquema upwind.

Los resultados obtenidos serán comparados con los ofrecidos por el esquema ULTRA-SHARP, esquema polinomio de alto orden acotado, desarrollado por Leonard [5], utilizando como indicador el error promedio absoluto, Ec.(4).

$$e = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\phi_{i,mod.num} - \phi_{i,mod.mat}| \quad (4)$$

3. DISCUSIÓN DE RESULTADOS.

Como primera parte de esta discusión de resultados, la tabla 1 presenta los valores registrados por el coeficiente a , en el ajuste por mínimos cuadrados del esquema ERA a la distribución de variables normalizadas, ante cambios en la dirección del vector velocidad (ángulo de oblicuidad). Los valores registrados de SSE son inferiores a 0.01, con un coeficiente de determinación superior a 0.999 para todos los casos, indicando que ERA es una función de ajuste apropiada.

Tabla 1. Influencia del ángulo de oblicuidad en el coeficiente a del esquema ERA, para una malla de 40x40 celdas y un campo escalar abrupto ($\alpha=100$)

Ángulo	Coefficiente a	SSE	R^2
10	1.342	0.009237	0.9997
20	1.16	0.001572	1
30	1.071	0.0002029	1
40	1.034	7.49E-06	1
50	1.018	3.79E-06	1
60	1.01	1.33E-05	1
70	1.007	1.05E-04	1
80	1.006	8.24E-05	1

Para tener una mejor visión del panorama, la fig.3 presenta la forma adquirida por el esquema ERA para cada una de las distribuciones registradas.

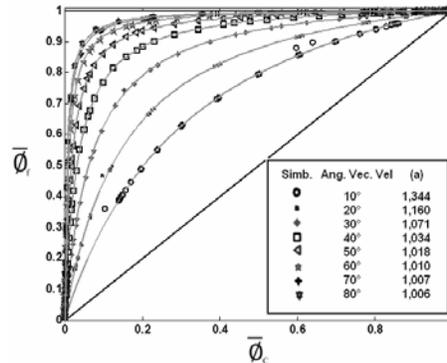


Figura 3- Influencia del ángulo de oblicuidad en el esquema ERA, para una malla de 40x40 celdas y un campo escalar abrupto ($\alpha=100$)

Ahora bien, como segundo y tercer caso, la tabla 2 y la tabla 3 presentarán las variaciones del coeficiente **a** (esquema ERA), ante cambios en la resolución de la malla y de la forma del campo escalar.

Numero de Celdas	Coefficiente a	SSE	R ²
40x40	1.024	2.69E-06	1
80x80	1.159	0.00282	1
100x100	1.224	0.009201	1
400x400	1.47	0.1937	0.9997

Tabla 2. Efecto de la resolución de la malla en el coeficiente **a**, para un ángulo de 45° y una forma del campo escalar abrupta ($\alpha=100$)

Forma del Campo Escalar (Alfa)	Coefficiente a	SSE	R ²
Suave (5)	1.481	0.1974	0.9924
Moderada (50)	1.051	2.39E-03	1
Abrupta (100)	0.1974	2.69E-06	1

Tabla 3. Efecto de la forma del campo escalar en el coeficiente **a**, para un ángulo de 45° y una resolución de 40x40 celdas.

De los resultados obtenidos, nuevamente se puede observar un coeficiente de determinación cercano o igual a 1 y un valor de SEE bajo para casi todos los casos. Esto indica claramente, como el esquema ERA puede representar casi el 100% de la variabilidad de la data, sin importar la dirección del vector velocidad, resolución de la malla ni la forma del campo escalar. Los resultados más desfavorables fueron conseguidos cuando el coeficiente **a** tiende a 1.5.

Tabla 4. ϵ alcanzado por ERA, ante diferentes condiciones del problema de Smith y Hutton.

Caso de Estudio	ϵ	Rango del coeficiente a
Malla 20x10, salto abrupto del campo escalar. $\alpha=100$	0.0235	$1.017 \leq a \leq 1.5$
Malla 40x20, salto abrupto del campo escalar. $\alpha=100$	0.0148	$1.1 \leq a \leq 1.5$
Malla 80x40, salto abrupto del campo escalar. $\alpha=100$	0.015	$1.32 \leq a \leq 1.5$
Malla 20x10, salto suave del campo escalar. $\alpha=5$	0.0038	$1.3 \leq a \leq 1.5$
Malla 40x20, salto suave del campo escalar. $\alpha=5$	0.0014	$1.45 \leq a \leq 1.5$
Malla 80x40, salto suave del campo escalar. $\alpha=5$	0.0005	$a=1.5$

Ahora bien, siguiendo la metodología propuesta en este trabajo, la Tabla 2 presentan los valores de error absoluto promedio $-\epsilon-$ obtenido por el esquema ERA al resolver el problema de Smith y Hutton.

Esto se hizo para diferentes resoluciones de la malla y valores de α . Es importante resaltar que, los máximos valores de error obtenidos al intentar resolver campos abruptos y suaves fueron registrados con un número de celdas igual a 20x10 (discretización tosca), siendo estos de 0.0136 y de 0,0038 respectivamente.

Por otra parte, la Fig.4 presenta como el esquema ERA es superior al esquema ULTRA-SHARP, al tratar de resolver campos abruptos para mallas de 20x10, 40x20 y 80x40 celdas. Esta afirmación también puede ser comprobada de forma numérica, si se comparan los valores de error absoluto promedio reportados por Leonard al utilizar ULTRA-SHARP para una discretización de 40x20 elementos [5], estos fueron de 0,024 y de 0,004 para campos con cambio abrupto y suave respectivamente. Por su parte, el esquema ERA registró errores de 0.0148 y 0.0014, ante las mismas condiciones.

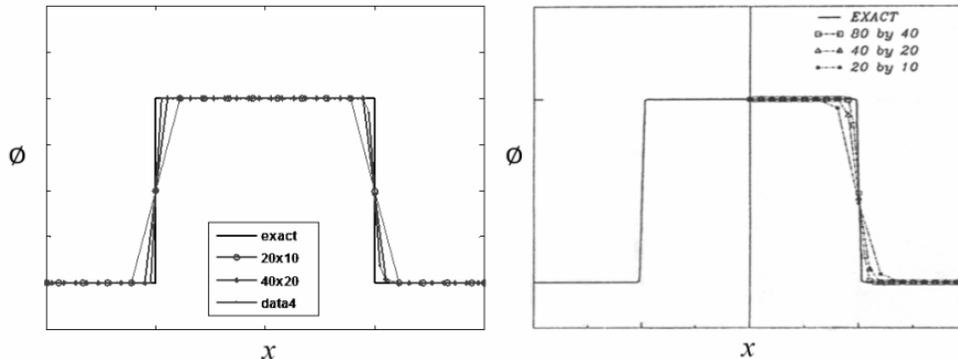


Figura 4- Campo escalar estimado del problema de Smith y Hutton, para diferentes resoluciones de la malla, obtenido con el esquema ERA (lado izquierdo) y el esquema ULTRA-SHARP (lado derecho).

4. CONCLUSIONES.

El esquema racional acotado -ERA- demostró ser capaz de representar casi el 100% de la variabilidad de la data normalizada presentada por [4]. En tal sentido, fue apto para reproducir campos escalares con un nivel de alta resolución, sin importar la forma de estos ni la existencia de cambios en la dirección del vector velocidad dentro del dominio.

Los resultados obtenidos por ERA al resolver el problema de Smith y Hutton demostraron su superioridad al esquema ULTRA-SHARP, ofreciendo valores de error promedio absoluto inferiores, tanto para formas de campo escalar abruptas como para suaves, con una diferencia de 0.0026 y 0.0092 respectivamente.

REFERENCIA

1. R.F. Warming and R.M. Beam. Upwind second order difference schemes and applications in aerodynamic flows. *AIAA J.*, vol. 14, pp. 1241-1249, 1976.
2. Leonard, B.P. Simple High-Accuracy Resolution Program for Convective Modeling of Discontinuities. *Int. Journal for Numerical Methods in Fluid*, vol. 8, pp. 1291-1318, 1988.

3. Leonard, B.P. Simple High-Accuracy Resolution Program for Convective Modeling of Discontinuities. *Int. Journal for Numerical Methods in Fluid*, vol. 8, pp. 1291-1318, 1988.
4. Materano, G., Rincón, J., Romero, D., Araujo, C., Colman, A., Hacia la obtención de un esquema de interpolación para la solución de problemas convectivos-difusivos, CIMENICS 2006, MF 65-72.
5. B. P. Leonard and Simin Mokhtari. ULTRA-SHARP Solution of the Smith-Hutton Problem, *NASA Technical Memorandum* 105435, ICOMP-92-03, February 1998.

EVALUACIÓN FLUIDODINÁMICA DEL DISEÑO DE UN SISTEMA COLECTOR DEL PLENUM DE UN REACTOR DE LECHO FLUDIZADO DE UNA EMPRESA BRIQUETEADORA DE HIERRO.

Javier Añez P.

Alejandro Colman

Carlos Araujo

javierjap14@hotmail.com

alejandro_colman@hotmail.com

araujocd@gmail.com

Dpto. de energía, Escuela de Ing. Mecánica, Universidad del Zulia. Maracaibo-Venezuela

Alexis Lárez

alarez@orinoco-iron.com

Dpto. de Mtto, Superintendencia de Ing. de Mtto, Orinoco Iron. Puerto Ordaz-Venezuela

Resumen. *El problema de la contaminación ambiental es un tema de preocupación desde hace ya varios años en especial en las industrias del sector minero, a esta realidad no escapa la empresa venezolana Orinoco Iron la cual en innumerables ocasiones ha intentado disminuir sus emisiones contaminantes. Es por ello que la empresa llevó a cabo un proceso de diseño de un sistema colector de sólidos en suspensión de manera de dar respuesta a la problemática mencionada. El objetivo de este trabajo es evaluar el comportamiento fluidodinámico por medio de simulaciones computacionales el diseño del sistema colector. Una vez modelado geométricamente se procedió a su evaluación por medio del método de volumen finito disponible en el software comercial ANSYS CFX ® previo a un estudio de sensibilidad del proceso de discretización del dominio. Los resultados obtenidos se validaron al compararlos con datos mostrados en publicaciones arbitradas, obteniéndose una legítima solución para la condición de diseño. Finalmente se observó en el comportamiento del sistema colector, una relación entre la caída de presión y la eficiencia de separación al variar el flujo másico de aire, así como una aglomeración de las partículas sólidas a través de la cámara de mezcla a bajas velocidades. Los resultados arrojados en la simulación a la salida del sistema colector muestran un peso de 13,353 kg de partículas sólidas para un período de 168 horas, lo cual es menor al valor máximo de 13,6 kg que establece la norma ambiental que rige la materia.*

Keywords: Colector de polvo, Simulación computacional, Industrias mineras.

1. INTRODUCCIÓN

Muchas plantas industriales carecen de equipos eficientes que posean la capacidad de filtrar diversos factores contaminantes. Hoy en día, existen varias empresas briqueteadoras como es el caso de Orinoco Iron, que produce briquetas de hierro en caliente a partir de finos de mineral de hierro mediante el proceso de lecho fluidizado. Es por ello que la empresa llevó a cabo un proyecto que contempló el diseño de un sistema colector de sólidos en suspensión [1].

En el presente trabajo de investigación se procedió, a evaluar el diseño del sistema colector, por medio de simulaciones computacionales. Utilizándose para su evaluación numérica el método de volumen finito. Finalmente el objetivo de esta investigación es validar los resultados de la simulación, para luego evaluar el comportamiento fluidodinámico del sistema colector para diferentes condiciones operacionales.

2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El sistema colector evaluado es un sistema híbrido: centrífugo - filtrante, compuesto de tres separadores ciclónicos en paralelo los cuales contienen un cartucho filtrante en su interior. Su configuración geométrica se presenta en la figura 1. En donde la mezcla aire – mineral entra de manera tangencial al conjunto de ciclones, separándose las partículas de mayor densidad de la corriente de aire debido a la acción de la fuerza centrífuga, para luego las partículas restantes, de menor densidad, sean filtradas al pasar por los cartuchos, en su trayectoria ascendente.

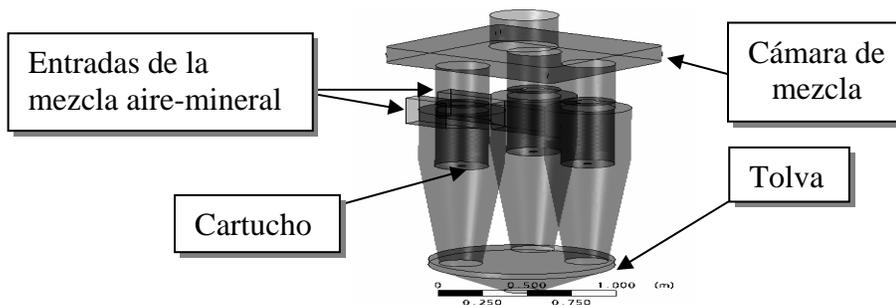


Figura 1 - Modelo geométrico del Sistema colector. Fuente: propia

Los parámetros de operación que se utilizaron en la simulación fueron tomados del diseño del sistema colector [1], bajo la condición de operación nominal. El aire fue considerado como gas ideal a temperatura constante y el mineral de hierro fue tratado como partículas sólidas, también se estableció las fracciones máxicas de cada grupo de partículas pertenecientes a una lista de diámetros aportada por la empresa.

Se destacan algunas propiedades relevantes como el modelo de flotabilidad de diferencias de densidades que se dispone para el enfoque langragiano. El modelo de turbulencia usado es el modelo RNG K-Epsilon que es el recomendado para flujo en remolinos [3]. El valor usado como criterio de convergencia fue de 1×10^{-4} para los residuos, que es el sugerido para flujos de fluido de este tipo [4]. Finalmente las condiciones de bordes fueron: flujo másico de entrada conocido, tanto para el aire como para las partículas sólidas, condición *opening* para la salida de las partículas (parte inferior del sistema), condición *outflow* para la salida del aire (parte superior del sistema) y paredes perfectamente aisladas. El estudio de sensibilidad de la malla o discretización del dominio se realizó con una malla de densidad de elementos creciente, desde 515.303 hasta

alcanzar 955.424 elementos, con la cual se obtuvieron resultados independientes al número de elementos, tal como se muestra en la figura 2:

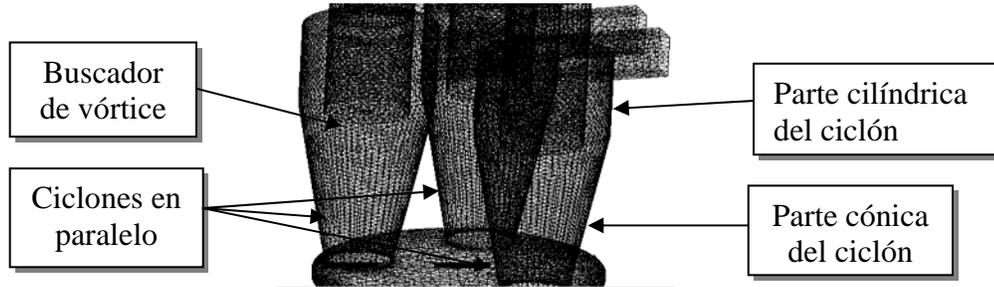


Figura 2 - Representación de la malla y del dominio de cálculo. Fuente: propia

3. RESULTADOS

Inicialmente se presentan las semejanzas entre los resultados del presente trabajo con resultados de publicaciones arbitradas [2], para luego observar el efecto de la variación de la velocidad de entrada de aire al sistema colector.

3.1 Validación de resultados

Aquí se comparan cualitativamente los resultados obtenidos en la simulación, con los resultados de investigaciones previas [2]. Las gráficas a continuación fueron desarrolladas debajo del buscador de vórtice. En la figura 3 se observa, la similitud entre los resultados numéricos de la simulación con los resultados experimentales y numéricos presentados por B. Wang [2]. En donde la curva representa la velocidad tangencial, la misma se incrementa al decrecer el radio rotacional en el vórtice externo, alcanzando un máximo, para luego mermar a medida que el radio rotacional decrece.

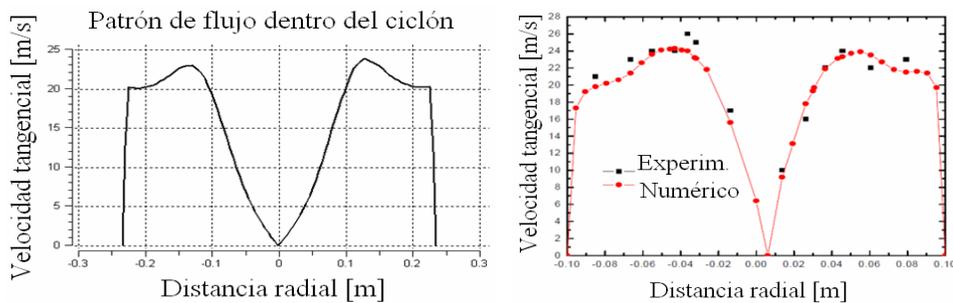


Figura 3 - Perfil de velocidad del presente trabajo (Izq.) Fuente propia. Resultados experimentales de la velocidad tangencial comparada con los resultados calculados (Der.). [2]

En la figura 4 se muestra el decrecimiento de la presión estática en la dirección radial desde la pared hasta el centro de los ciclones. Lo que concuerda con los resultados experimentales y numéricos presentados por B. Wang [2]. Observándose una zona de presión negativa en el centro de los ciclones, específicamente en el vórtice interno; en donde el gradiente de presión estática es el máximo en esa dirección. Así como también se destaca la región del vórtice externo,

manifestado en una zona de presión estática positiva desde la pared hasta el ducto de salida del ciclón. La línea blanca en la leyenda de la figura 4 es la *línea divisoria* entre la presión estática positiva y la presión estática negativa en pascales (Pa).

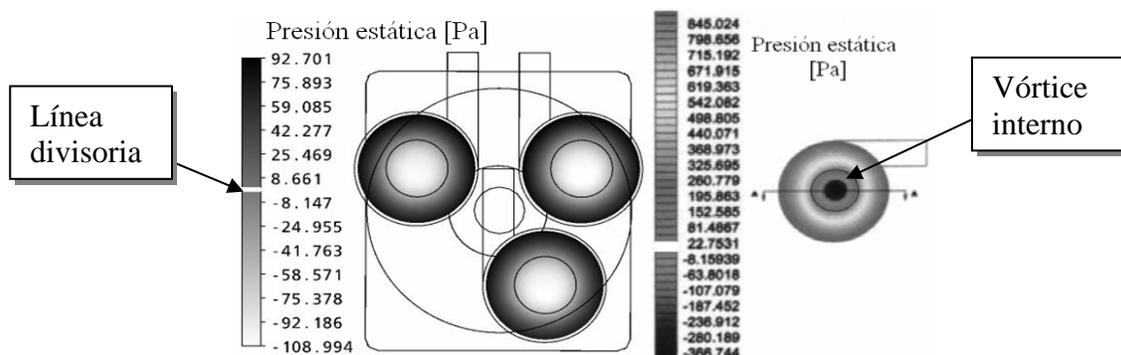


Figura 4 - Contorno de presión estática de la presente simulación (Izq.) Fuente: propia. Contorno de presión estática por B. Wang. (Der.). Fuente [2]

En líneas generales se puede apreciar de manera cualitativa la similitud entre los resultados de la presente simulación con los resultados experimentales y numéricos por B. Wang [2], el cual es congruente también a los cálculos analíticos del perfil de velocidades desarrollado en investigaciones anteriores [5]; de modo que se corrobora el diseño del sistema colector [1] y se verifican los modelos computacionales y demás propiedades utilizadas en el proceso de simulación.

3.2 Efectos de la variación del flujo másico

Se evaluó el efecto de la variación del flujo másico de aire a la entrada de los ciclones. La gráfica de la izquierda de la Figura 5, muestra la relación entre la caída de presión con respecto a la velocidad de entrada del aire. Con un incremento en la caída de presión a medida que aumenta la velocidad de entrada. Esto, debido a que la caída de presión es función cuadrática de la velocidad y directamente proporcional a la misma. Los datos obtenidos por medio de la simulación son análogos a los presentados por B. Wang [2].

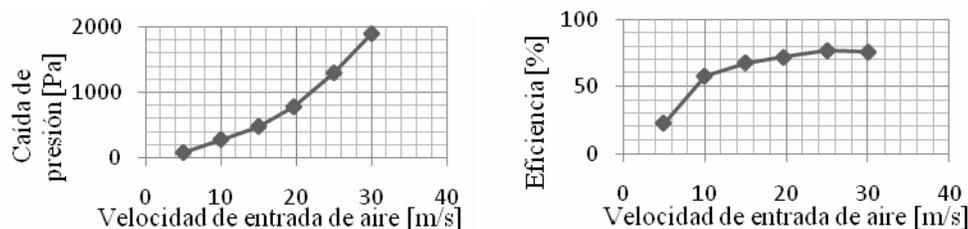


Figura 5 - Resultados numéricos de la caída de presión (Izq.) y eficiencia (Der.). Fuente propia.

Ahora bien, se evidencia en la gráfica derecha de la figura 5 un incremento de la eficiencia de separación y filtración. Esto es lo esperado, puesto que los ciclones son dispositivos que funcionan bajo la acción de la fuerza centrífuga para separar las partículas sólidas de la corriente del gas; y la fuerza centrífuga es función del cuadrado de la velocidad tangencial y ésta es la

componente de velocidad dominante en el perfil de velocidades dentro de un ciclón. Lo que coincide también con los resultados experimentales y numéricos obtenidos por B. Wang [2].

La figura 6 muestra el cambio en el gradiente de presión estática como producto de esta evaluación. Se puede distinguir para la condición de diseño, una velocidad (V) = 19.658 m/s, y de 25 m/s, una zona de presión estática positiva y una zona de presión estática negativa, representadas por la tonalidad gris oscuro y gris claro, respectivamente; lo que contrasta con lo descrito en la figura anterior: una zona de presión estática negativa en el buscador de vórtice y una zona de presión estática positiva fuera de él. Se constata que para las velocidades de 5, 10 y 15 m/s, una zona de presión estática negativa, en cambio para la velocidad de 30 m/s una zona de presión estática positiva.

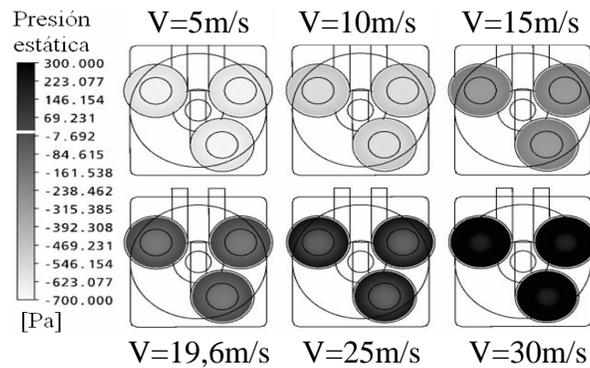


Figura 6 - Contornos de presión estática a diferentes velocidades. Fuente propia

Esto es producto a que a bajas velocidades el flujo escasea en energía para contrarrestar las pérdidas para un desarrollo adecuado del perfil de velocidades; al contrario sucede para velocidades por encima a la de diseño, en donde la energía entregada al sistema en forma de presión es excesivamente superior como para propiciar un cambio en la dirección del flujo, convirtiéndolo en un flujo vertical.

En la figura 7 se puede apreciar la disposición de partículas en la cámara de mezcla como producto de las ineficiencias del sistema aguas abajo, a la salida de los ciclones; revelando una mayor aglomeración de partículas sólidas para bajas velocidades, 5, 10 y 15 m/s, con respecto a las velocidades comprendidas entre 19.658 y 30 m/s.

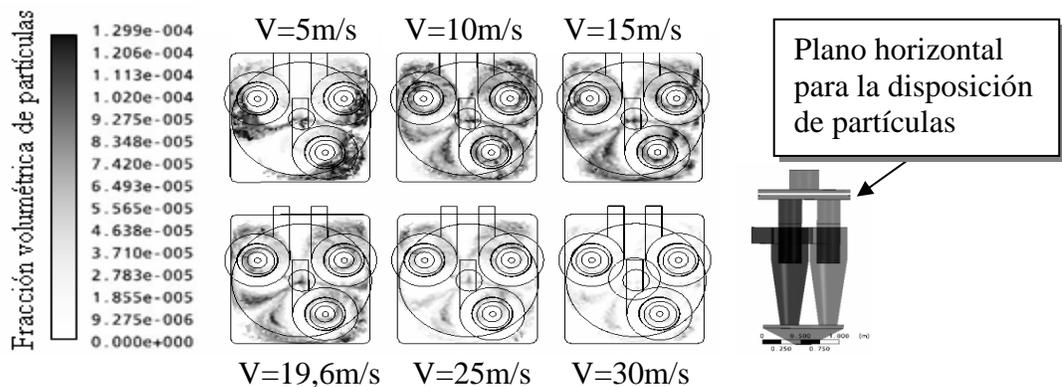


Figura 7 - Disposición de partículas en la cámara del sistema colector (Izq.). Fuente propia

Lo que se traduciría con el tiempo en un aumento drástico de la caída de presión a través de la cámara de mezcla para bajas velocidades, producto del cierre progresivo de la misma. Al contrario cuando de altas velocidades se trata (entre 25 y 30 m/s), debido al incremento en la eficiencia del sistema colector, explicado en las gráficas anteriores; circularía menos cantidad de partículas hacia la cámara de mezcla y a una mayor velocidad, lo que evitaría el asentamiento de las partículas de polvo.

CONCLUSIONES

Se simuló el comportamiento fluidodinámico del sistema colector. Encontrándose resultados válidos y comparables con los resultados experimentales conseguidos en las referencias bibliográficas [2], de modo de corroborar el diseño del mismo. Además se observó su desempeño al variar el flujo másico de aire de entrada a cada ciclón. Se demostró, que al aumentar la velocidad de entrada del gas en los ciclones, se incrementaba la eficiencia del sistema colector; pero con una ganancia también en la caída de presión. También se observó a altas velocidades (velocidades fuera del rango recomendado) un cambio en el patrón de flujo, en donde la componente de velocidad vertical se convierte en predominante, cambiando con respecto a la referencia bibliográfica [5]; en la cual la velocidad tangencial es la velocidad dominante en el perfil de velocidades. Lo que quiere decir, que a velocidades cercanas a la velocidad de diseño el sistema colector trabajaría eficazmente propiciando un adecuado perfil de velocidad, de manera de alcanzar una eficiencia máxima de separación y filtración. Se evidenció también las ineficiencias del sistema mediante la aglomeración de partículas sólidas en la cámara de mezcla a velocidades por debajo a las de diseño, como resultado del diseño de la misma [1].

Agradecimientos.

Este trabajo ha sido realizado parcialmente gracias al apoyo de la empresa Orinoco Iron, que proporciono la data experimental y sus instalaciones, necesarias para su ejecución.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]. Añez, J., *Diseño de un sistema colector de sólidos en suspensión del plenum de un reactor de lecho fluidizado*. Trabajo especial de grado. Universidad del Zulia. 2009.
- [2]. Wang, B., D. L., Xu, y G. X., Xiao., Numerical study of gas-solid flow in a cyclone separator. *Third International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries*, pp. 371-376, 2003.
- [3]. Colman, A., The effect of the choice of turbulence model on the simulation of fluid flow on a centrifugal separator. *Revista técnica de la Facultad de Ingeniería*. 2006.
- [4]. Versteeg, H.K., y Malalasekera, *An introduction to computational fluid dynamics the finite volume method*. Longman Group, 1999.
- [5]. Wang, L., *Theoretical study of cyclone design*. PhD thesis, Texas A&M University, 2004.

PROCESO DE ADSORCIÓN DE DNA PLASMÍDICO EN COLUMNA DE MEMBRANAS DE INTERCAMBIO IÓNICO: MODELADO Y SIMULACIÓN

Patricia Guerrero-Germán

pguerrero@iq.uson.mx

Dept. de Ingeniería Química y Metalurgia, Universidad de Sonora. Hermosillo, Sonora, México

Rosa Ma. Montesinos-Cisneros

rmontesinos@gauss.mat.uson.mx

Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora. Hermosillo, Sonora, México.

Armando Tejada-Mansir

atejada@guayacan.uson.mx

Dept. de Investigaciones Científicas y Tec. Universidad de Sonora, Hermosillo, Sonora, México.

Abstract. *A transport model that considers convection, diffusion and finite kinetic rate on the membrane column as well as the influence of extra column dispersion and lag times, was used in this study to mathematically describe the frontal adsorption behavior of plasmid DNA in an ion-exchange membrane chromatography system. The corresponding partial differential equations system (PDE) was solved using the numerical method of lines (MOL) on a MATLAB platform. Experimental data from literature describing the frontal adsorption of pCI DNA in an ion-exchange membrane column was used as a model system. The MOL solution of the transport model was used to perform simulation studies of the frontal chromatographic process as an application to study the particular process. This approach results in a unique way to predict frontal performance as well as a better understanding of the fundamental mechanisms responsible for the separation and it is a valuable tool to assess the use of membrane absorbers in large scale processes for plasmid purification.*

Keywords: Modelling, Simulation, Plasmid DNA, Membrane, Chromatography.

1. INTRODUCCIÓN

El formato convencional para el proceso de adsorción en membranas de intercambio iónico es una columna cromatográfica operada en modo frontal y el criterio clave del funcionamiento es la forma de la curva de ruptura (*BTC* de sus siglas en inglés) y el tiempo de residencia en la etapa de adsorción (Liapis 1989). Los balances de masa, energía y momento de un proceso cromatográfico producen sistemas de ecuaciones diferenciales parciales (EDPs) no lineales. Uno de los métodos más populares para resolver EDPs es el *Método de Líneas* (*MOL* por siglas en inglés). La solución *MOL* procede en dos etapas básicas: *i*) las derivadas parciales son aproximadas en su variable espacial, usando métodos de diferencia finita, elemento o volumen finito; *ii*) el sistema resultante de ecuaciones semidiscretas se integra con respecto al tiempo (Wouwer *et al.*, 2004; Schiesser y Silebi, 1997).

2. TEORIA

1.1 Modelo de transporte de cromatografía en columna de membranas

En el modelo de transporte de cromatografía en columna de membranas (Fig.1) se utiliza un método simple, que involucra el acoplamiento en serie del sistema de la curva de ruptura (BTC) y el sistema de la curva de dispersión (SDC de sus siglas en inglés) (Yang y Etzel, 2003). La concentración de la alimentación de pDNA es c_0 , en el sistema la solución tiene una concentración transitoria, $c(z,t)$ y una velocidad de flujo intersticial constante v , a través de la columna, con longitud L y porosidad del lecho ε . La concentración del pDNA adsorbido en la fase sólida es $q(z,t)$. La dispersión convectiva de Fick en la columna se caracteriza por el coeficiente de dispersión axial, D_{ax} . En este estudio, se utiliza el modelo de adsorción y desorción de tipo Langmuir.

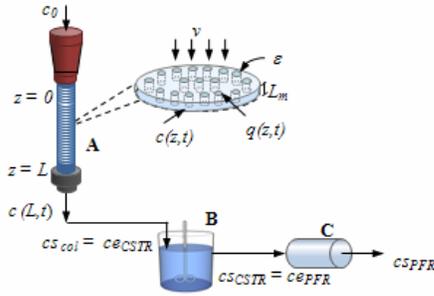


Figura 1. Sistema conceptual para el desarrollo del modelo: A) columna de membranas; B) reactor tipo tanque agitado (CSTR); C) reactor de flujo tapón (PFR).

Modelo de la curva de ruptura (BTC). La adsorción de pDNA en columna fue descrita usando el modelo de cromatografía en membrana (Liu y Fried, 1994), formado por el balance de masa en la fase líquida y la expresión cinética de tipo Langmuir:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_{ax} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - v \frac{\partial c}{\partial z} - \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \frac{\partial q}{\partial t} \quad (1)$$

y para describir la compleja interacción entre soluto y adsorbente, con frecuencia se usa un modelo simplificado. En general, se considera una reacción de adsorción de segundo orden reversible, donde la velocidad de adsorción para este tipo de interacción se representa generalmente como:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = k_1 c (q_m - q) - k_{-1} q \quad (2)$$

donde k_1 y k_{-1} son constantes cinéticas de adsorción y desorción respectivamente y q_m es la capacidad máxima de adsorción del adsorbente. En el equilibrio la Ec. (2) toma la forma de una isoterma de Langmuir con la constante de equilibrio de desorción $K_d = k_2/k_1$.

Dado que la membrana se encuentra libre de soluto al inicio de la operación:

$$\text{en } t = 0, \quad c = 0, \quad 0 \leq z \leq L \quad (3)$$

$$\text{en } t = 0, \quad q = 0, \quad 0 \leq z \leq L \quad (4)$$

Se usan las condiciones de frontera de Danckwerts (Danckwerts, 1953):

$$\text{en } z = 0, \quad \varepsilon v c - \varepsilon D_{ax} \frac{\partial c}{\partial z} = \varepsilon v c_0 \quad t > 0 \quad (5)$$

$$\text{en } z = L, \quad \frac{\partial c}{\partial z} = 0 \quad t > 0 \quad (6)$$

Modelo del sistema de dispersión (SDC). El modelo SDC se utiliza para describir los efectos de flujo no ideal, como mezclado y volumen muerto, de esta forma el volumen del sistema V_{SIS} requiere, además del volumen de la porosidad de la membrana εV , el volumen externo V_{EXT} que consiste del volumen de tubería y conexiones. Para describir el comportamiento del flujo en el sistema se usa una combinación en serie de un reactor tipo tanque agitado (CSTR de sus siglas en inglés) y un reactor tipo tapón (PFR de sus siglas en inglés),

$$V_{SIS} = \varepsilon V + V_{EXT} = V_{CSTR} + V_{PFR} \quad (7)$$

donde V_{CSTR} es el volumen del CSTR V_{PFR} es el volumen del PFR. El balance de masa en el CSTR produce:

$$\frac{dc_{CSTR}}{dt} = \frac{F}{V_{CSTR}}(ce_{CSTR} - cs_{CSTR}) \quad (8)$$

donde F representa el flujo volumétrico en el CSTR, ce_{CSTR} y cs_{CSTR} son las concentraciones de entrada y salida del CSTR, respectivamente. La ce_{CSTR} , es igual a la concentración a la salida de la columna, c . Al inicio de la operación se tiene la siguiente condición:

$$\text{en } t = 0, \quad cs_{CSTR} = 0 \quad (9)$$

El tiempo de retardo (t_{RET}) en la respuesta a la salida de la columna está representado por el modelo del PFR:

$$t \leq t_{RET} \quad cs_{PFR} = 0 \quad (10)$$

$$t > t_{RET} \quad \begin{aligned} cs_{CSTR}(t) &= ce_{PFR}(t) \\ ce_{PFR}(t) &= cs_{PFR}(t) \end{aligned} \quad (11)$$

donde ce_{PFR} y cs_{PFR} son las concentraciones a la entrada y salida del PFR. La cs_{PFR} representa la concentración a la salida del sistema.

3. METODOLOGÍA

La solución numérica del modelo de transporte de adsorción en columna de membranas, dado por las Ecs. (1 – 6) y (8 – 11), se obtuvo por el Método de Líneas (MOL). Se aproximó una solución del sistema de EDP por iteraciones, usando un integrador de la plataforma MATLAB (v.7.1). En el programa principal, se incorporaron el sistema de datos de entrada, el dominio espacial, el integrador de MATLAB, *ode15s* y la salida de soluciones. El sistema resultante de ecuaciones semidiscretas, se integró en el tiempo usando un integrador de ODEs (Wouwer *et al.*, 2004; Shampine y Reichelt, 1997). El programa principal llama a otra función que produce el sistema de ecuaciones algebraicas-diferenciales (EADs), llamando a las rutinas *dss004* y *dss044* para calcular la primera y segunda derivadas espaciales $\partial c / \partial z$ y $\partial^2 c / \partial z^2$, usando aproximaciones por diferencia finita centrada de cinco puntos, cuarto orden (Schuesser y Silebi, 1997). El resultado de EADs se organiza en matrices dispersas y el integrador *ode15s* llama a esta función repetidas veces durante el cálculo de la solución por integración numérica. En la solución MOL, la columna fue discretizada en n número de nodos de 101 a 1001, con los parámetros del integrador *ode15s* de MATLAB, ajustados a $AbsTol = 10^{-8}$ y $RelTol = 10^{-5}$. Se hizo un análisis de malla para comparar la forma de la curva de ruptura (BTC) usando diferente número de nodos de discretización. Como sistema modelo se utilizaron los datos experimentales obtenidos por Montesinos-Cisneros *et al.*, (2007), describiendo la cromatografía frontal de pCI DNA en una columna de membranas de intercambio iónico (Tabla 1). Se utilizaron como datos de entrada en las corridas de simulación, los parámetros q_m , K_d y k_1 se obtenidos

experimentalmente en dicho estudio (Tabla 1) y después se ajustaron en un modo iterativo. En cada iteración el modelo de transporte se resolvió usando un conjunto de parámetros estimados y la salida se comparó con los datos experimentales, por medio de la suma de los cuadrados de las diferencias. Sólo la región para $c/c_0 < 0.8$ de cada BTC, se seleccionó para comparar la solución numérica del modelo de transporte con los datos experimentales, ya que se ha reportado que para $c/c_0 > 0.8$ la membrana empieza a saturarse con el soluto adsorbido (Montesinos-Cisneros *et al.*, 2007).

Tabla 1. Valores de los parámetros utilizados en los estudios de simulación de cromatografía frontal en una columna de membranas de intercambio iónico (Montesinos-Cisneros *et al.*, 2007).

Parámetro	Valor
Conc. de entrada de pCI-DNA	$c_0 = 0.1, 0.2$ y 0.5 mg/mL
Capacidad de adsorción máxima	$q_m = 16.19$ mg/mL
Constante de equilibrio experimental	$K_d = 0.11$ mg/mL
Constante de vel. de adsorción	$k_1 = 0.5$ mL/mg – s
Flujo	$F = 0.13, 0.26$ y 0.52 mL/min
Velocidad intersticial x 10^2	$v = 1.58, 3.15, 6.3$ cm/s
Porosidad de membrana	$\varepsilon = 0.7$
Longitud de la columna	$L = 0.45$ cm
Diámetro de la membrana	$D = 0.5$ cm
Volumen de lecho	$v = 0.088$ mL
Coefficiente de dispersión axial estimado	$D_{ax} = 4.56 \times 10^{-8}$ cm ² /s
Tiempo de residencia en el sistema de cromatografía	$\tau = 3 - 12$ min
Volumen PFR	$0.75 - 0.90$ mL
Volumen CSTR	$0.66 - 0.90$ mL

4. RESULTADOS

En la solución MOL, la columna fue discretizada en n número de nodos de 101 a 1001. Se observó un significativo incremento en la dispersión de la curva cuando se disminuyó el número de nodos de discretización. La solución resultante con 401 nodos se encontró robusta y estable numéricamente. Se encontró el tiempo promedio de cada corrida de simulación de 20 minutos.

La solución MOL del modelo se comparó con los datos experimentales de las BTCs obtenidos de Montesinos-Cisneros *et al.*, (2007) y se muestra en las Figuras 2 y 3. Las curvas experimentales y simuladas son las típicas curvas de cromatografía frontal en membrana con valores asintóticos de c/c_0 entre 0.95 y 1.0. El modelo de la BTC dado en las ecs. (1 – 6) se usó como datos de entrada en el modelo SDC dado por las ecs. (8 – 11). Las líneas continuas en las Figuras 2 y 3 representan el mejor ajuste del modelo teórico a los datos experimentales considerando la región $c/c_0 < 0.8$.

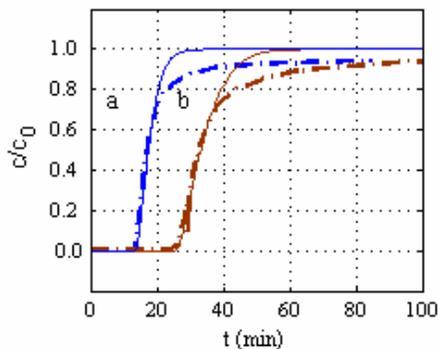


Figura 2. Efecto de la concentración de entrada en el sistema de BTCs obtenidos a flujo de $F = 0.13 \text{ mL/min}$: (a) $c_0 = 0.5 \text{ mg/mL}$, (b) $c_0 = 0.2 \text{ mg/mL}$. (-.-) datos experimentales, (—) simulación.

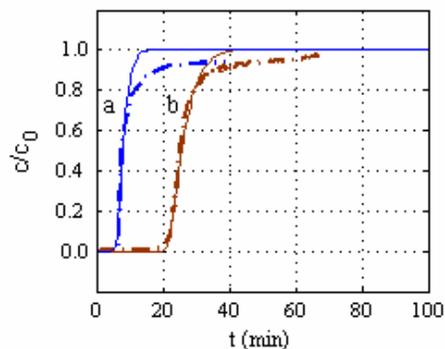


Figura 3. Efecto del flujo en el sistema de BTCs obtenidos a la concentración de entrada de $c_0 = 0.1 \text{ mg/mL}$: (a) $F = 0.52 \text{ mL/min}$, (b) $F = 0.26 \text{ mL/min}$. (-.-) datos experimentales, (—) simulación.

La solución MOL del modelo de transporte también se utilizó para describir en forma más detallada el proceso de cromatografía frontal, por ejemplo, especificando los perfiles de concentración adimensional, en la fase líquida a lo largo de la columna, (c/c_0) y en la fase sólida, (q/q_m) , como función de longitud adimensional de la columna, Z_L , y el tiempo real, t , (Fig. 4 y Fig. 5). Un incremento en la concentración de entrada (Figs. 4a1 y 4a2) produce una curva de ruptura de mayor pendiente y con menor tiempo de proceso. Los perfiles de concentración en la fase adsorbida (Figs. 4b1 y 4b2) muestran la forma de prácticamente un escalón, debido a las altas velocidades de transporte de masa y cinética y el equilibrio de Langmuir favorable en el sistema experimental. Un incremento en el flujo de entrada (Figs. 5a1 y 5a2) produce un efecto similar al aumento en la concentración de entrada. En este caso el pCI-DNA, satura las membranas más rápido y el proceso es más eficiente. El perfil de concentración en la fase sólida (Figs. 5b1 y 5b2) también muestra la forma de escalón y más anticipada cuando se incrementa el flujo de entrada. Obviamente, el flujo de entrada no afecta el grado de saturación de la columna.

5. CONCLUSIONES

Los estudios de simulación realizados por el método de líneas en una plataforma MATLAB, permiten hacer un análisis teórico de la adsorción de pDNA en una columna de lecho fijo de una forma rápida y confiable. En los estudios de simulación, la solución MOL del modelo de transporte de cromatografía en columna de membranas permitió una predicción segura del desarrollo y una mejor comprensión de los mecanismos fundamentales responsables de la separación, además permite mostrar la influencia de los parámetros de operación del proceso, así como su efecto al hacer variaciones de ellos. La respuesta dinámica obtenida está en concordancia con las predicciones teóricas y muestra que el modelo de transporte puede usarse como una referencia para proporcionar una descripción general de la mayoría de los sistemas prácticos, cuando se usan los parámetros básicos experimentales apropiados.

Agradecimientos

Los autores desean agradecer al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt) de México y al Departamento de Ingeniería Química y Metalurgia de la Universidad de Sonora.

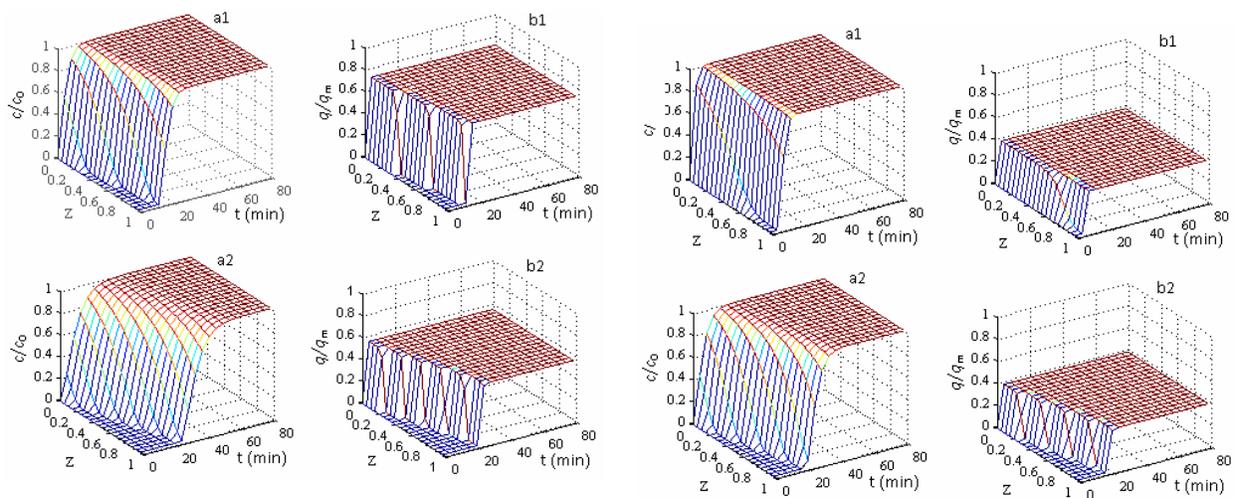


Figura 4. La influencia de la concentración de entrada de plásmido en el comportamiento de la *BTC*, sobre la concentración adimensional de plásmido en el seno del líquido c/c_0 , y la concentración adimensional de plásmido en la membrana, q/q_m , con la longitud de la columna adimensional, Z_L , y el tiempo real, t . (a1 y b1) $c_0 = 0.5 \text{ mg/mL}$, (a2 y b2) $c_0 = 0.2 \text{ mg/mL}$.

Figura 5. La influencia del flujo de entrada en el comportamiento de la *BTC*, sobre la concentración adimensional de plásmido en el seno del líquido c/c_0 , y de la concentración adimensional de plásmido en la membrana, q/q_m , con la longitud de la columna adimensional, Z_L , y el tiempo real, t . (a1 y b1) $F = 0.52 \text{ mL/min}$, (a2 y b2) $F = 0.26 \text{ mL/min}$.

REFERENCIAS

- [1]. Liapis, A. I., Theoretical aspects of affinity chromatography. *J. Biotechnol.*, vol. 11, pp. 143 – 160, 1989.
- [2]. Wouwer, A. V., Saucez, P., W. E. & Schiesser, W.E., Simulation of distributed parameter systems using a MATLAB-based method of lines toolbox: chemical engineering applications. *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 43, pp. 3469 – 3477, 2004.
- [3]. Schiesser, W.E. & Silebi, C.A., *Computational transport phenomena: numerical methods for the solution of transport problems*. Cambridge University Press., 1997.
- [4]. Yang, H., & Etzel, M.R., Evaluation of three kinetic equations in models of protein purification using ion-exchange membranes. *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 42, pp. 890 – 896, 2003.
- [5]. Liu, H. & Fried, J. R., Breakthrough of lysozyme through an affinity membrane of cellulose-cibacron blue. *AIChE J.*, vol. 40, pp. 40 – 49, 1994.
- [6]. Danckwerts, P.V., Continuous flow systems: distribution of residence times. *Chem. Eng. Sci.*, vol. 2, 1 – 13, 1953.
- [7]. Shampine, L. F. & Reichelt, M.W., The MATLAB ODE suite. *Siam J. Sci. Comput.*, vol. 18, pp. 1 – 22, 1997.
- [8]. Montesinos-Cisneros, R.M., Vega, J., Ortega J., Guzmán, R. & Tejeda-Mansir A., Breakthrough performance of plasmid DNA on ion-exchange membrane columns. *Biotechnol.Prog.*, vol. 23, pp. 881 – 887, 2007.

ESTUDIO COMPARATIVO DE ALGORITMOS PARA EL ACOPLAMIENTO VELOCIDAD-PRESION EN MALLAS COLOCALIZADAS

Antonio Pascau

pascau@unizar.es

Área de Mecánica de Fluidos, C.P.S., Universidad de Zaragoza y LITEC-CSIC. C/ María de Luna 3, 50018 Zaragoza. España.

Nelson García Polanco

ngarcia@usb.ve

Laboratorio de Mecánica de Fluidos. Universidad Simón Bolívar. Valle de Sartenejas, C.P.89000, Baruta, Caracas, Venezuela.

Resumen. En este artículo de investigación se presenta un estudio comparativo del modo de tratar el acoplamiento velocidad-presión, como parte de la resolución de problemas de simulación numérica de flujo de fluidos. La metodología consiste en dos problemas tipo, utilizados para validar los métodos propuestos, como son: cavidad movida por pared y convección natural en cavidad cerrada. El código computacional utilizado, es un código propio basado en la técnica de Volúmenes Finitos. En este trabajo se presenta una deducción del método SIMPLEC para mallas colocalizadas y se plantean dos alternativas para dicho método, con el objetivo de reducir el costo computacional, es decir, el número de iteraciones y el tiempo de simulación necesario para alcanzar la convergencia. El artículo presenta en general un estudio detallado de un amplio abanico de alternativas de implementación de los métodos de acoplamientos velocidad-presión en mallas colocalizadas. Dando como resultados una disminución en el costo computacional cercano al 20% para los casos estudiados y los factores de relajación adecuados para la velocidad y la presión.

Palabras Clave: Malla colocalizada, Acoplamiento velocidad-presión, Algoritmo SIMPLEC.

1. INTRODUCCIÓN

La Mecánica de Fluidos Computacional (CFD por sus siglas en lengua Inglesa) se basa en resolver de forma aproximada las ecuaciones que gobiernan los problemas de flujo de fluidos usando ecuaciones diferenciales parciales. Y el procedimiento para realizar esta simulación numérica puede cumplirse con los siguientes pasos: (a) se parte de un problema de flujo de un fluido asociado a un dominio físico continuo, (b) este se expresa matemáticamente mediante ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, (c) luego se utilizan métodos de discretización (como los Volúmenes Finitos) para aproximar las ecuaciones diferenciales por un sistema de ecuaciones algebraicas, (d) se resuelven las ecuaciones de cantidad de movimiento para obtener las velocidades, (e) se realiza la corrección de presión utilizando métodos para el *acoplamiento velocidad-presión* y (f) finalmente se resuelve el sistema de ecuaciones. De esta manera el trabajo de investigación que se presenta, está enfocado en el punto (e), es decir, el uso de métodos para el *acoplamiento velocidad-presión*. Estos métodos son de suma importancia en esta rama de la mecánica de fluidos, ya que del uso adecuado de estos depende el acelerar o retrasar los procesos necesarios para alcanzar las soluciones (numero de iteraciones y tiempo de calculo).

2. CONCEPTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA.

Con el objetivo de estudiar el *acoplamiento velocidad-presión*, se utilizan como ejemplos problemas conocidos de la Mecánica de Fluidos Computacional. Los dos problemas tipo estudiados son: cavidad movida por pared y convección natural en cavidad cerrada. Ambos se realizan sobre dominios bidimensionales (2D), empleando el método de Volúmenes Finitos para la discretización de las ecuaciones, usando el esquema UPWIND para el término convectivo y el esquema Euler Implícito para el término temporal. Las mallas utilizadas son de 50x50 nodos con disposición colocalizada de variables. Luego como en todo problema de flujo de fluidos se parte de la ecuación de continuidad (Ec.1) y de las ecuaciones de cantidad de movimiento (Ec.2), particularizadas de la siguiente forma.

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho uv}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho uv}{\partial x} + \frac{\partial \rho v^2}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3)$$

Aquí es importante mencionar que en adelante todo el planteamiento de las ecuaciones se realizará de forma unidimensional (1D) por simplificación. Luego de aplicar el método de Volúmenes Finitos donde se realiza de manera apropiada la integración sobre un volumen de control unidimensional para las ecuaciones de continuidad (Eq.1) y de cantidad de movimiento (Eq.2), se obtienen las siguientes ecuaciones discretizadas sobre el nodo i : ecuación de continuidad discretizada (Eq.4) y ecuación de cantidad de movimiento discretizada (Eq.5). Luego se muestra la ecuación de cantidad de movimiento en la cara e y con relajación, ya que será muy utilizada en el trabajo presentado.

$$\rho u_i - \rho u_{i+1} = 0 \quad (4)$$

$$A_{p/i} u_i = \sum_{j/i} A_{j/i}^u u_{j/i} + S_i^u + \Delta V_i \left(- \frac{dP}{dx} \Big|_i \right) \quad (5)$$

$$\frac{A_{p/e} u_e^*}{\alpha_u} = \sum_{j/e} A_{j/e}^u u_{j/e}^* + S_e^u + \Delta V_e \left(- \frac{dP^*}{dx} \Big|_e \right) + \frac{1 - \alpha_u}{\alpha_u} A_{p/e}^u u_e^L \quad (6)$$

Donde: u_e es la velocidad en la cara e , α_u el factor de relajación para la velocidad, S_e es el término fuente, P la presión.

Código PICTURE: Es el código computacional utilizado para la simulación del flujo de fluido, es un código propio desarrollado en el *Área de Mecánica de Fluidos* de la Universidad de Zaragoza. Está basado en la técnica de Volúmenes Finitos, permite realizar estudios en 1D, 2D y fue escrito en Fortran95®.

3. ACOPLAMIENTO VELOCIDAD PRESION.

En flujos incompresibles la densidad tiene una débil dependencia con la presión por lo que la ecuación de continuidad y las de cantidad de movimiento se encuentran desacopladas. En flujos incompresibles es costumbre emplear la presión como variable dependiente aun cuando no tiene una ecuación propia. Para solventar este problema se suele sustituir la ecuación de continuidad por una ecuación de Poisson para la presión P o para la corrección de presión P' (Eq.7) resultado de combinar las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento. Según el modo de operar la secuencia de cálculo se distinguen dos métodos: *acoplados* y *segregados*. En este caso se estudian los métodos segregados que resuelven secuencialmente (de forma desacoplada) las ecuaciones discretizadas acopladas del flujo incompresible, usando una técnica del tipo *predictor-corrector* que consiste en comenzar estimando una presión (P^*), con la que se resuelven las ecuaciones de cantidad de movimiento para las componentes de velocidad. Como estas velocidades no satisfacen la ecuación de continuidad, se deben calcular las correcciones de velocidad y correcciones de presión (P') para mejorar la estimación inicial de presión y finalmente hallar el campo de presión correcto usando la

ecuación 8. Entre los métodos más importantes se encuentran: SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*) [1], este es uno de los métodos más utilizados en Mecánica de Fluidos Computacional y del que se han derivado varias revisiones, como el SIMPLER (SIMPLE Revised), el PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operators) y el SIMPLEC (SIMPLE Consistent), siendo este ultimo el objetivo de este trabajo.

$$A_{p/i}^p P_i^p = A_{p/i+1}^p P_{i+1}^p + A_{p/i-1}^p P_{i-1}^p + b_{p/i} \quad (7)$$

$$P = P^* + \alpha_p P' \quad (8)$$

Disposición de variables en la malla: la disposición de variables (tanto vectores como escalares) en la malla del método de Volúmenes Finitos, puede ser de dos tipos: disposición colocalizada y decalada (desplazada).

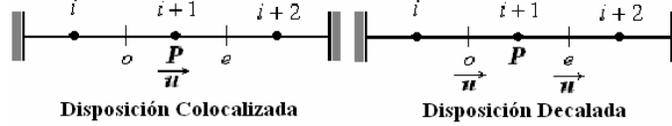


Figura 1. Disposición de variables en la malla (unidimensional).

La disposición colocalizada almacena todas las variables en los mismos nodos de la malla y los volúmenes de control son también los mismos para todas las variables [2], como se muestra en la figura 1. Sin embargo el uso de mallas colocalizadas puede producir campos de presión oscilatorios o alternativos [1]. Las ventajas de esta disposición son que, tanto en flujos tridimensionales como en flujos transitorios, el uso de un solo volumen de control simplifica el planteamiento. Sin embargo tiene la desventaja de requerir una interpolación espacial complementaria, que se explica a continuación.

Método de Interpolación Ponderada en la Presión: también conocido como PWIM (Pressure-Weighted Interpolation Method por sus siglas en lengua Inglesa), es un esquema creado para mantener el acoplamiento entre velocidad y presión, en la disposición colocalizada [3]. Debido a que las velocidades están en los nodos (u_i) para hallar las velocidades en las caras (u_e) se realiza esta interpolación. Tal como se explicó en el apartado 2, se parte de la ecuación 5, pero se escribe para la cara e y no para el nodo i , esta es una ecuación ficticia (Eq.9) pues solo se tienen valores en los nodos. Luego el método propone hacer una media de los valores nodales (en i y en $i+1$) para estimar el primer término de la derecha de la ecuación 10 (término de la sumatoria). Donde las H_i y H_{i+1} para las velocidades en los nodos son expresadas en las ecuaciones 11, y finalmente estos nuevos parámetros H_i y H_{i+1} pueden ser despejados de las ecuaciones reales en los nodos i y $i+1$ (Eq.5) y sustituidas en la ecuación 10 para obtener la ecuación 12, que permite obtener las velocidades en las caras.

$$\frac{u_e^*}{\alpha_u} = \frac{\sum_{j/e} A_{j/e}^u u_{j/e}^* + S_e^u}{A_{p/e}} + \frac{\Delta V_e}{A_{p/e}} \left(-\frac{dP^*}{dx} \Big|_e \right) + \frac{1 - \alpha_u}{\alpha_u} u_e^L \quad (9)$$

$$\frac{u_e^*}{\alpha_u} = \frac{1}{2} (H_i + H_{i+1}) + \frac{\Delta V_e}{A_{p/e}} \left(-\frac{dP^*}{dx} \Big|_e \right) + \frac{1 - \alpha_u}{\alpha_u} u_e^L \quad (10)$$

$$H_i = \frac{\sum_{j/i} A_{j/i}^u u_{j/i}^* + S_i^u}{A_{p/i}} \quad ; \quad H_{i+1} = \frac{\sum_{j/i+1} A_{j/i+1}^u u_{j/i+1}^* + S_{i+1}^u}{A_{p/i+1}} \quad (11)$$

$$u_e^* = \underbrace{\frac{1}{2} [u_i^* + u_{i+1}^*]}_{u_{me}} + \underbrace{\frac{\alpha_u \Delta V_e}{A_{p/e}} \left(-\frac{dP^*}{dx} \Big|_e \right) - \frac{\alpha_u}{2} \left[\frac{\Delta V_{i+1}}{A_{p/i+1}} \left(-\frac{dP^*}{dx} \Big|_{i+1} \right) + \frac{\Delta V_i}{A_{p/i}} \left(-\frac{dP^*}{dx} \Big|_i \right) \right]}_{u_{ce}} + \underbrace{(1 - \alpha_u) \left[u_e^L - \frac{1}{2} (u_{i+1}^L + u_i^L) \right]}_{\text{Iteración Anterior}} \quad (12)$$

SIMPLEC (inconsistente): como se indicó anteriormente este método de *acoplamiento velocidad-presión* se basa en el método SIMPLE, siendo su principal diferencia con este, el hecho de que desprecia un término menor y no requiere de relajación en la corrección de la presión [4]. Este comienza por suponer un campo de presión P^* , luego se utiliza el esquema PWIM para hallar las

velocidades en las caras y como la presión original fue estimada hay también que corregir la velocidad para hallar la velocidad correcta usando la ecuación 13. Sin embargo se ha planteado realizar los cálculos directamente en las caras [5], lo cual es válido para el método SIMPLE pues la ecuación de corrección de velocidad en las caras da exactamente el mismo resultado que en los nodos con la interpolación. En el caso del método SIMPLEC, el hecho de plantearlo directamente en las caras surge por su similitud con el SIMPLE. De esta manera se puede obtener la ecuación de corrección de velocidad en las caras (Ec.14), luego el método SIMPLEC plantea hacer una simplificación restando a cada lado un término igual al de la sumatoria pero en la cara e y así eliminar el primer término de la derecha que contiene las sumatorias (Ec.15), quedando la **ecuación de corrección de velocidad en la cara e** , en función de la corrección de presión P' (Ec.16). Finalmente se aplica el procedimiento de acoplamiento para hallar la ecuación de corrección de la presión (Ec.17).

$$u'_e = u_e^{n+1} - u_e^* \quad (13)$$

$$\frac{A_{p/e} u'_e}{\alpha_u} = \sum_{j/e} A_{j/e}^u u'_{j/e} + \Delta V_e \left(- \frac{dP'}{dx} \Big|_e \right) \quad (14)$$

$$\left[\frac{A_{p/e}}{\alpha_u} - \sum_{j/e} A_{j/e}^u \right] u'_e = \underbrace{\sum_{j/e} A_{j/e}^u u'_{j/e} - \sum_{j/e} A_{j/e}^u u'_e}_{\text{ELIMINAR}} + \Delta V_e \left(- \frac{dP'}{dx} \Big|_e \right) \quad (15)$$

$$u'_e = \frac{\alpha_u \Delta V_e}{A_{p/e} - \alpha_u \sum_{j/e} A_{j/e}^u} \left(- \frac{dP'}{dx} \Big|_e \right) \quad (16)$$

$$A_{p/i}^p P_i = A_{p/i+1}^p P_{i+1} + A_{p/i-1}^p P_{i-1} + b_{p/i} \quad (17)$$

SIMPLEC de nueva formulación (consistente): debido a que el procedimiento para hallar las correcciones de velocidad planteado directamente en las caras es inconsistente, se propone una formulación consistente también llamada *nueva formulación*. En esta se parte de la ecuación de corrección de velocidad pero en los nodos (Ec.18), luego se realiza la simplificación de SIMPLEC eliminando en primer término de la derecha de la ecuación 19, de lo cual se obtienen las ecuaciones de corrección de la velocidad para los nodos i y $i+1$ (Ec.20). Finalmente se plantea la ecuación de la corrección de velocidad en la cara u'_e como el promediado de los valores de las correcciones de velocidad en los nodos y los gradientes de presión (Ec.21), esta es una ecuación un poco más complicada que la utilizada en el planteamiento inconsistente (Ec.16).

$$\frac{A_{p/i}}{\alpha_u} u'_i = \sum_{j/i} A_{j/i}^u u'_{j/i} + \Delta V_i \left(- \frac{dP'}{dx} \Big|_i \right) \quad (18)$$

$$\left[\frac{A_{p/i}}{\alpha_u} - \sum_{j/i} A_{j/i}^u \right] u'_i = \underbrace{\sum_{j/i} A_{j/i}^u u'_{j/i} - \sum_{j/i} A_{j/i}^u u'_i}_{\text{ELIMINAR}} + \Delta V_i \left(- \frac{dP'}{dx} \Big|_i \right) \quad (19)$$

$$\left[\frac{A_{p/i}}{\alpha_u} - \sum_{j/i} A_{j/i}^u \right] u'_i = \Delta V_i \left(- \frac{dP'}{dx} \Big|_i \right) \quad (20)$$

$$\frac{A_{p/i}}{\alpha_u} u'_e = \underbrace{A_{p/i}^u u'_i}_{\text{enNodos}} + \Delta V_e \left(- \frac{dP'}{dx} \Big|_e \right) - \Delta V_i \left(- \frac{dP'}{dx} \Big|_i \right) \quad (21)$$

4. ANALISIS DE RESULTADOS.

Cavidad movida por pared. En este caso se muestra en la figura 2 solo de forma explicativa, la geometría de la cavidad y los colores dan una idea de cómo la pared superior arrastra el fluido. Además en la grafica de la derecha de la misma figura, se puede apreciar cómo se reduce el número de iteraciones necesarias para alcanzar la convergencia de 4100 iteraciones para SIMPLEC

(inconsistente), a 3300 iteraciones para *SIMPLEC de nueva formulación*, lo cual da una reducción cercana al 20%. Luego en la figura 3 (izquierda) se puede notar como varía el tiempo de CPU (Pentium® 4 CPU 2,80 GHz, Cache 512 Kb) necesario para alcanzar la convergencia con el numero

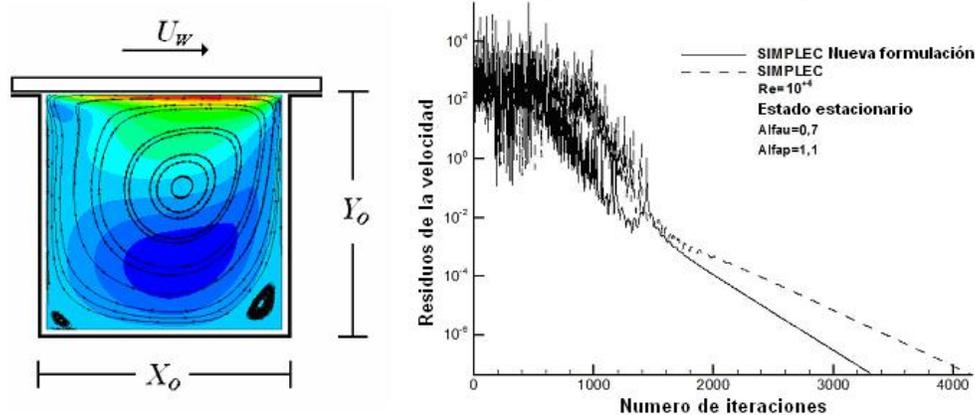


Figura 2. Geometría y evolución del proceso de convergencia para los dos planteamientos de SIMPLEC, con un límite de errores residuales de 1×10^{-7} .

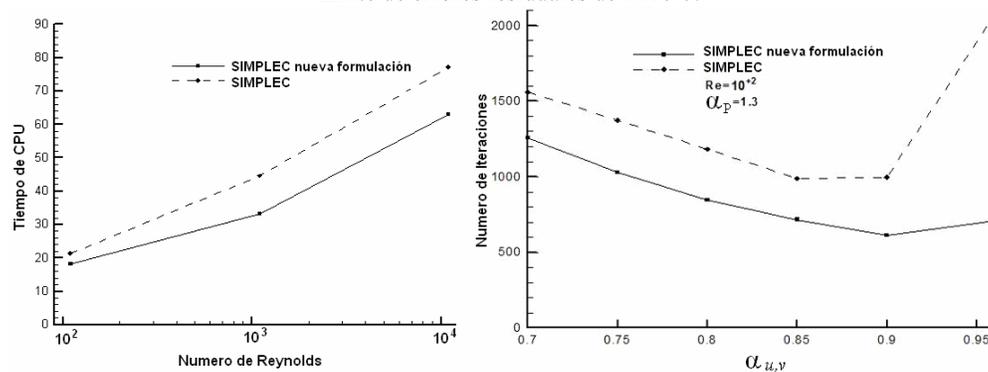


Figura 3. Izquierda: comparación del tiempo de CPU (seg) para varios números de Reynolds. Derecha: comportamiento del numero de iteraciones en función del factor de relajación.

de Reynolds y en la gráfica de la derecha el comportamiento del numero de iteraciones con el factor de relajación de la velocidad α_u , donde se evidencia la mejora del *SIMPLEC de nueva formulación* en cuanto al menor número de iteraciones y a una mayor estabilidad con la variación del factor de relajación.

Convección natural en cavidad cerrada. En este caso se puede apreciar en la figura 4 cómo se reduce el número de iteraciones necesarias para alcanzar la convergencia (número de Rayleigh de $1 \times 10^{+4}$ y un factor de relajación de la velocidad de α_u de 0,7), de 4150 iteraciones para SIMPLEC (inconsistente), a 3100 iteraciones para *SIMPLEC de nueva formulación*, lo cual da una reducción mayor al 20%. Luego en la figura 5 (izquierda) se puede notar como varía el tiempo de CPU (Pentium® 4 CPU 2,80 GHz, Cache 512 Kb) necesario para alcanzar la convergencia con el número de Reyleigh y en la gráfica de la derecha el comportamiento del numero de iteraciones con el factor de relajación de la velocidad α_u , donde se evidencia la mejora del *SIMPLEC de nueva formulación* en cuanto al menor número de iteraciones, aunque para un factor de relajación de 0,75 ambos planteamientos necesitan de un número de iteraciones similares para alcanzar la convergencia. Sin embargo se aprecia una mayor estabilidad con la variación del factor de relajación.

5. CONCLUSIONES.

En los dos casos estudiados el algoritmo *SIMPLEC de nueva formulación* ha mostrado mejoras en cuanto al número de iteraciones necesarias para alcanzar la convergencia, cercanas al 20%. EL algoritmo *SIMPLEC de nueva formulación* permite reducir el número de iteraciones y el tiempo de

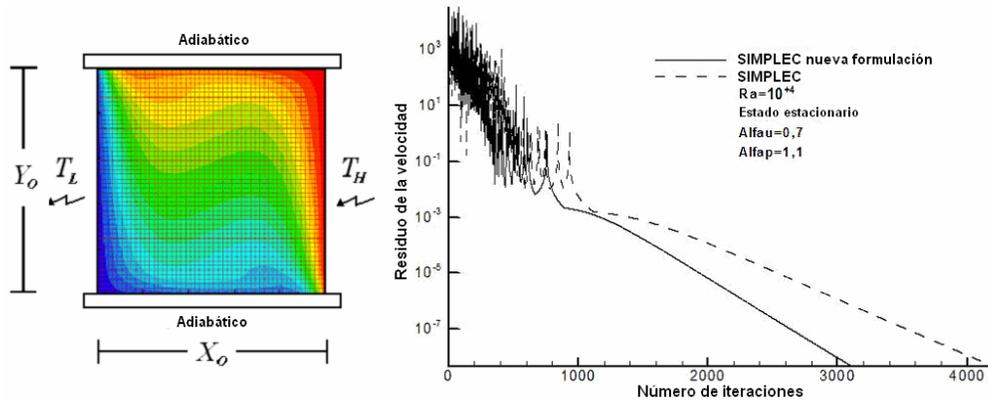


Figura 5. Geometría y evolución del proceso de convergencia para los dos planteamientos de SIMPLEC, con un límite de errores residuales de 1×10^{-7} .

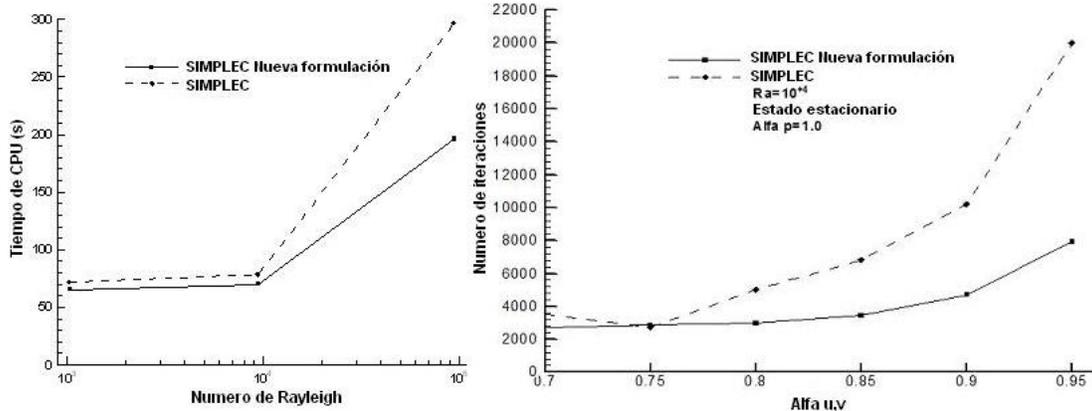


Figura 4. Izquierda: comparación del tiempo de CPU (seg) para varios números de Reynolds. Derecha: comportamiento del número de iteraciones en función del factor de relajación.

CPU, para cada uno de los casos estudiados. A medida que aumentamos el número de Reynolds las diferencias entre la formulación consistente y la inconsistente se reducen. Y a medida que aumentamos el número de Rayleigh, las diferencias entre la formulación consistente y la inconsistente aumentan. El algoritmo *SIMPLEC de nueva formulación* muestra un comportamiento más estable con la variación del factor de relajación de la velocidad (α_u), para ambos casos, esto permite afirmar que se pueden realizar estudios con un rango mayor de factores de relajación sin afectar en mayor grado la convergencia.

6. AGRADECIMIENTOS.

Lo autores de este trabajo quieren agradecer el apoyo recibido por el Programa *Alfa* de la Comisión Europea, proyecto E06D103621VE.

7. REFERENCIAS.

- [1].S.V. Patankar, "Numerical heat transfer and fluid flow", Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Science, Hemisphere Publ. Corp., Washington, London, 1980.
- [2]. A. Pascau, Cell face velocity alternatives in a structures colocated grid for the unsteady Navier-Stokes equations. Report AMF 07-AP01, University of Zaragoza, 2007.
- [3]. C. M. Rhie and W. L. Chow, Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation, AIAA J., vol. 21, no. 11, pp. 1525-1532, 1983.
- [4]. J.P. Van Doormaal, G.D. Raithby, "Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows", Numerical Heat Transfer 7 (1984) 147-163.
- [5]. W.Z. Shen, J.A. Michelsen, N.N. Sorensen, J. Norkaer Sorensen. "An Improved Simplec Method On Collocated Grids For Steady And Unsteady Flow Computations". Numerical Heat Transfer Part B: Fundamentals, Volume 43, Number 3, 1 March 2003, pp. 221-239(19).

DISEÑO Y SIMULACION MECÁNICA DE UNA NUEVA PALETA PLASTICA

María Virginia Candal* y Heliana Cárdenas

mcandal@usb.ve

Universidad Simón Bolívar, Departamento de Mecánica, Sección de Polímeros, Apartado 89000, Caracas 1080-A, Venezuela.

Marilinda Antuoni

Industrias Uniplásticas (UNIPLAST), Guatire, Venezuela

Resumen. *Las paletas plásticas se emplean para el almacenamiento y movimiento de productos de consumo masivo. Un programa de diseño asistido por computadora (CAD) como el Pro-ENGINEER se empleó para diseñar una nueva paleta. Este diseño se comparó con otras paletas existentes en el mercado, mejorando sus propiedades mecánicas mediante el empleo de bordes redondeados entre los nervios y el resto de la paleta. Para simular el comportamiento bajo carga de la pieza, y verificar sus requisitos de uso final se empleó un programa de simulación de esfuerzos mecánicos (COSMOS). Los resultados de la simulación de esfuerzos, indicaron que las zonas críticas bajo carga en una estantería y en un montacargas, estaban por debajo de los esfuerzos de von Mises sugeridos para el material de fabricación (PEAD) y el desplazamiento era inferior a los límites recomendados por la empresa fabricante. Por lo tanto, el diseño de esta nueva paleta fue validado.*

Palabras claves: simulación, diseño asistido por computadora, ingeniería asistida por computadora, polietileno de alta densidad, propiedades mecánicas

1. INTRODUCCIÓN

La industria de las paletas plásticas, en la actualidad, está en pleno crecimiento a nivel mundial. Estas piezas normalmente se obtienen a través del proceso de inyección de espuma estructural, el cual es una modificación del proceso de inyección convencional. Las paletas son usadas en estanterías de diversas maneras, “convencional (selectivo)”, “túnel (drive in)”, y para trasladar las paletas se utiliza el montacargas. La diferencia entre estas modalidades en

estantería es la posición de los largueros sobre los estantes (Racks). En la primera, los tres largueros se apoyan sobre el mismo (Figura 1), y en la segunda modalidad solo se apoyan los largueros externos sobre los racks de manera tal que, puedan ser deslizados por los mismos, facilitando el almacenamiento de mercancía en las estanterías en la industria (Figura 2), convirtiendo a esta modalidad la más crítica de las dos. Esto se debe a que crea en la pieza cierta deflexión que puede llegar a ser problemática ya que puede obstruir la entrada de las uñas de un montacargas, desmejorando el desempeño de las piezas. Las uñas del montacargas también tienen un efecto importante sobre las paletas bajo carga, ya que generalmente cuando se coloca el peso es para realizar traslados y afecta directamente entre los tres nervios de gran espesor que posee en su base (Figura 3).

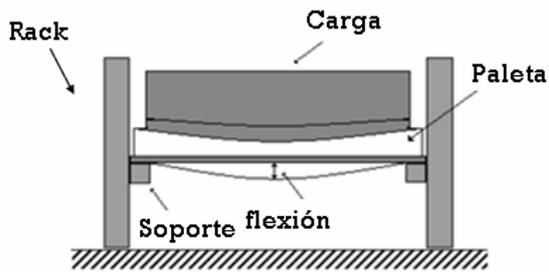


Figura 1. Esquema de la disposición de la paleta en el rack, "convencional" (carga estática).

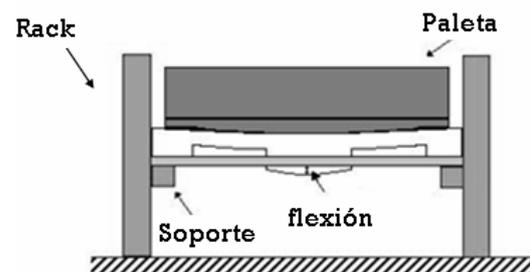


Figura 2. Esquema de la disposición de la paleta en el rack, "túnel" (carga estática).

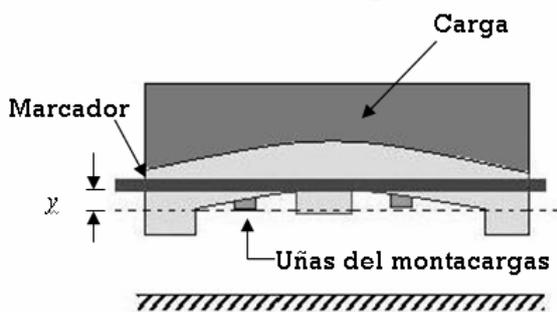


Figura 3. Esquema de la disposición de la paleta siendo usado el montacargas (carga dinámica).

Este trabajo explicará el diseño de una nueva paleta para ser obtenida por medio del proceso de inyección de espuma estructural de Polietileno de Alta Densidad (PEAD). Este diseño se obtuvo tomando en consideración los parámetros de diseño de piezas plásticas, y en parte el trabajo de Krishnamachari [1]. Esto permitió tener un basamento con respecto a las consideraciones a ser tomadas en cuenta en el diseño de nuevas paletas como: arreglo y geometría de los nervios, acceso del montacargas, estanterías, manipulación, elevación, etc. Un método eficaz para verificar el comportamiento de estas piezas en diversas modalidades y usos, es utilizando programas de simulación mecánica. Estos métodos son ampliamente usados en la industria, ya que reducen los costos que implicarían el ensayo y error tanto a nivel de diseño como las complicaciones que generan las pruebas en planta.

Trabajos anteriores como los de Castillo et al. [2] reflejan similitudes explícitas del comportamiento de paletas bajo carga en planta y a través de simulaciones computarizadas CAE y diseños CAD, lo cual sirve de basamento para esta investigación. Por lo tanto, el objetivo principal de este estudio fue evaluar los detalles en el diseño utilizados para la elaboración de paletas plásticas, con la finalidad de eliminar las tensiones producidas por los concentradores de esfuerzos enlazados al diseño. Este estudio se orientó a la evaluación de las simulaciones realizadas por medio de un programa CAE y las ventajas y limitaciones que los mismos arrojan a través de los resultados. Por medio de estos análisis, junto con las limitaciones de los mismos, se logró validar el diseño de la paleta.

2. PARTE EXPERIMENTAL

a) Diseño de la pieza: se realizó un nuevo diseño de paleta de estantería de 120 x 100 x 16 cm, con una herramienta CAD. Además, el mismo permitió calcular su volumen, con la finalidad de verificar que el peso sea competitivo entre las paletas de estantería existentes en el mercado. Los detalles más importantes añadidos en el diseño de esta nueva pieza son:

- Conexión de los largueros con la paleta: esta conexión en la mayoría de las paletas del mercado es perpendicular, en este caso, los radios de curvaturas se colocaron mayores que el espesor de las paredes (Figura 4).



Figure 4 Diseño de las esquinas (a) no recomendadas y (b) redondeadas recomendadas.

- Cada esquina de conexiones de nervios con largueros se hicieron de manera redondeada, con la finalidad de evitar las conexiones cuadradas que crean discontinuidades que se traducen en concentradores de esfuerzos (Figura 5).

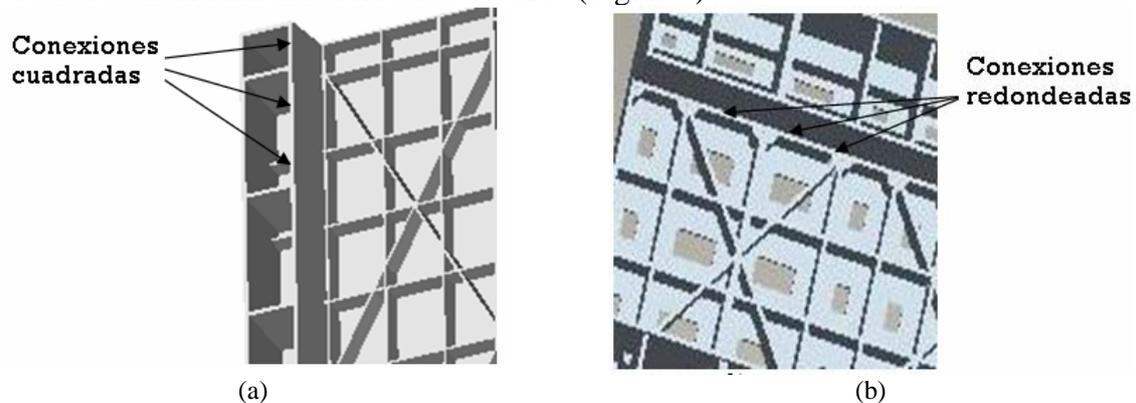


Figura 5 (a) Conexiones cuadradas y (b) esquinas redondeadas entre los nervios y el resto de la paleta.

- En la zona donde las uñas del montacargas hacen contacto con la paleta, los nervios fueron diseñados en forma de X de manera totalmente simétrica. Estos nervios no deben afectar el acceso con las uñas del montacargas (Figure 6 (a)).

- Se colocaron tres nervios para mejorar el soporte de la carga con una mayor distribución, permitiendo que la paleta pueda ser empleada en la estantería (Figure 6 (a)).

- Se colocó una superficie plana para la mejor colocación de la carga (Figure 6 (b)).

También fue importante tomar en cuenta que la flexión que sufre la paleta bajo carga puede afectar la adaptación de la carga en una paleta ya usada, por lo que la configuración de la zona bajo la paleta se distribuyó de la manera más simétrica y resistente posible.

b) Simulaciones mecánicas: por medio de un programa CAE se realizaron simulaciones mecánicas en las situaciones críticas de uso para la paleta diseñada. Para realizar estas simulaciones se siguieron los siguientes pasos:

- Se importó el archivo “*.step” del programa CAD al programa CAE para simular.
- Se generó un estudio estático (por defecto).
- Se colocaron las propiedades de un PEAD espumado por medio de la inyección de espuma estructural (espumado con nitrógeno) como material a ser usado para obtener la pieza. Estas propiedades son módulo elástico = 5914,4 Kg/cm² y Densidad = 0,00089 Kg/cm³.

- Se colocó la carga como fuerza distribuida en la superficie de la paleta.

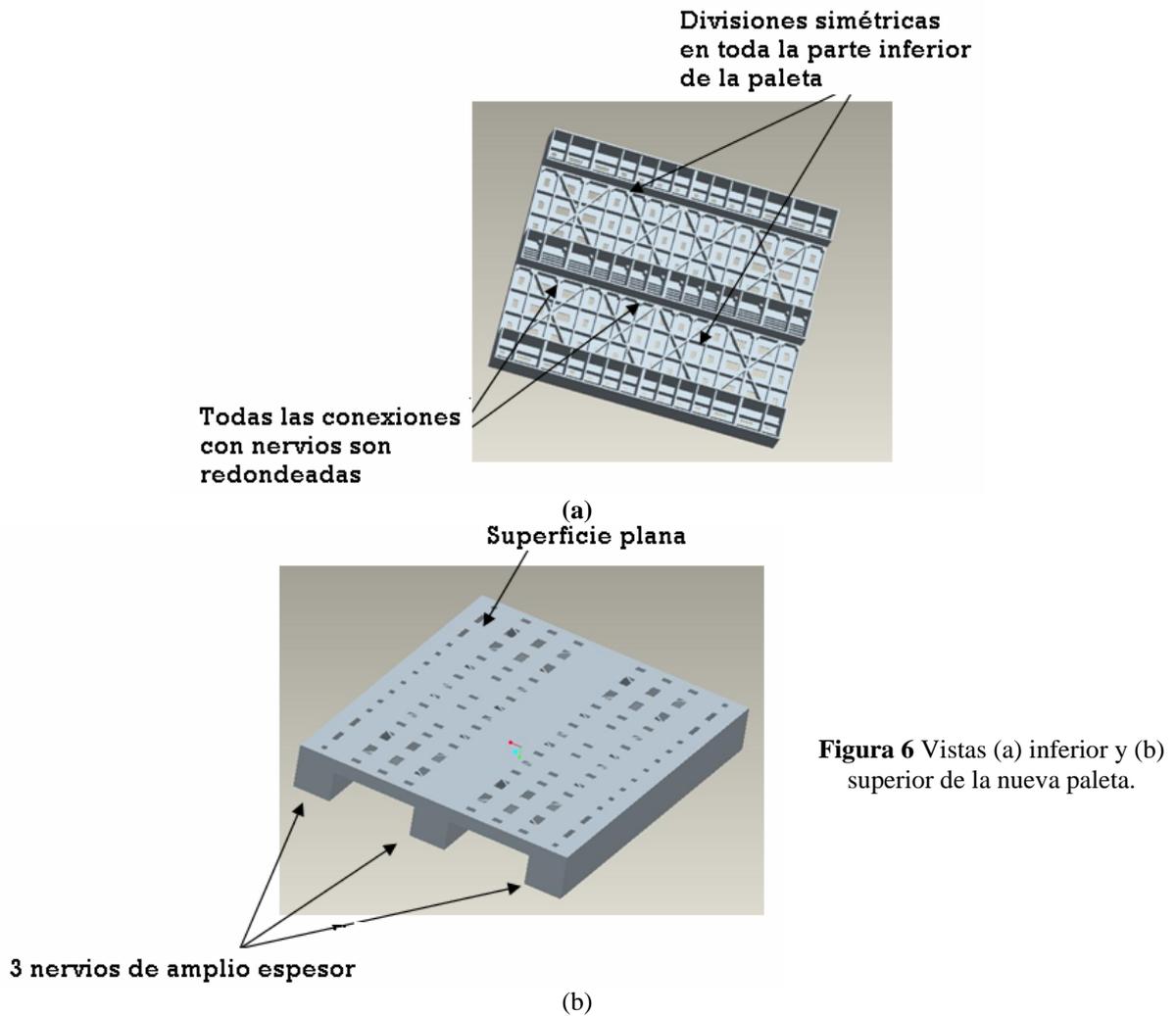


Figura 6 Vistas (a) inferior y (b) superior de la nueva paleta.

- Se colocó la carga como fuerza distribuida en la superficie de la pieza.
- Se colocaron las restricciones de acuerdo al ensayo a realizar. Para verificar el comportamiento en “túnel” se restringen todas las caras externas de los largueros externos de la pieza. Si se quiere verificar el comportamiento en el montacargas, se restringen las caras internas de los nervios afectados por las uñas, que generalmente están entre los largueros.
- Se creó el mallado de la pieza para una pieza sólida.
- Se corrieron todos los estudios (esfuerzo, deformación y desplazamiento).

3. RESULTADOS

a) Diseño de la Paleta: se realizó la paleta con una superficie plana y en la zona del contacto con las uñas del montacargas se hizo simétrica y estable, dividida en cuatro zonas en forma de “X”. Todas las conexiones de los nervios tanto dentro de los largueros como fuera de ellos fueron redondeadas, evitando así cualquier discontinuidad geométrica, ya que esto altera la distribución de las tensiones en su proximidad, complicando la aplicación de ecuaciones sencillas de tensión en esas zonas. Estas discontinuidades son llamadas concentradores de esfuerzos, los cuales están más ligados a la geometría de la pieza que a la manufactura de la misma [4]. Al diseñar la pieza se evitaron esquinas con ángulos rectos, es decir, radios de curvatura muy pequeños (r), ya que al aplicarle una fuerza de manera que estas esquinas sufran el esfuerzo, el nivel de éste aumentará dramáticamente mientras el r

disminuya en relación al espesor de la pared. Si este radio aumenta más de una vez el valor del espesor de la pared, la resistencia de la esquina no se ve afectada significativamente [5]. Por esta razón, en estas zonas se propuso un nuevo diseño, utilizando como espesor de los nervios 6 mm que es lo sugerido por Krishnamachari [1], y en las zonas que conectan los nervios con los largueros se colocaron piezas circulares con el fin de distribuir mejor los esfuerzos. La pieza fue hecha para ser apoyada sobre sus tres nervios de gran espesor, con la finalidad de poder ser almacenada en racks [1]. El peso final de la pieza es de 24,3 Kg.

b) Simulaciones mecánicas: se utilizó un programa CAE para simular los comportamientos más críticos de la pieza. Este programa utiliza la teoría de von Mises para analizar los esfuerzos máximos sufridos por la pieza a lo largo de la misma dividiendo la misma en elementos finitos. Esta teoría es utilizada para estudiar materiales dúctiles en la zona elástica con el fin de determinar cuándo va a fallar por fluencia [3]. Los máximos valores de esfuerzos hallados en la pieza luego de la simulación, aplicando la ecuación de von Mises, deben estar por debajo de $1,037 \times 10^7 \text{ N/m}^2$. Se evaluó el comportamiento de la pieza en las modalidades de uso más críticas: túnel y montacargas, ambas bajo carga. Las características de la simulación se pueden observar en la tabla 1.

Tabla 1 Características del mallado y de las cargas en la nueva paleta en la simulación mecánica.

Uso	Túnel	Montacargas
Cargas (Kg)	1125	1875
Tipo de elemento (m)	0,031	0,020
Tolerancia	0,00155	0,001
Número de elementos	50295	50295
Número de nodos	96051	96051

b.1) Modalidad “Túnel”: el esfuerzo máximo reportado por el programa es de $9,995 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ en la zona de conexión entre los largueros y la paleta. Como es de notar este valor es 3,61% menor al valor de fluencia de von Mises sugerido para este material, que es $1,037 \times 10^7 \text{ N/m}^2$. La distribución de mayores esfuerzos en la pieza se observa en las zonas de conexiones de los largueros con la paleta, y rondan los valores de $5,831 \times 10^6 \text{ N/m}^2$, lo cual sigue estando por debajo del máximo valor de von Mises. Por ende, la pieza no fallará en ninguna zona. En cuanto al desplazamiento sufrido por la pieza, se puede observar el resultado de la simulación en la Figura 7. Como puede ser observado, los mayores desplazamientos ocurren en el larguero central de la paleta, pero no sobrepasan la sugerencia en práctica para el diseño de piezas plásticas, ya que el máximo valor es de 0,65 cm.



Figure 7. Desplazamiento máximo sufrido por la pieza bajo carga en modalidad túnel.

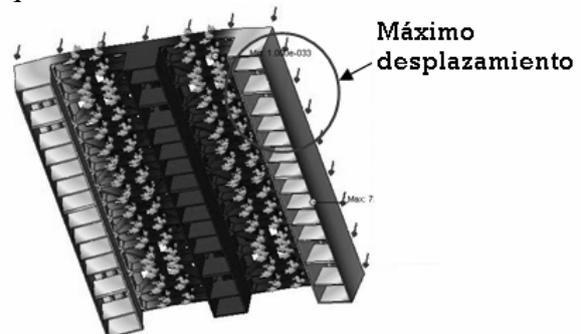


Figure 8. Desplazamiento máximo sufrido por la paleta bajo uso en el montacargas.

b.2) Modalidad Montacargas: en cuanto al comportamiento en el montacargas, se utilizó una carga de 1875 Kg. El esfuerzo máximo sufrido por la pieza se encuentra también en las zonas de conexión de los largueros con la paleta, donde el valor máximo registrado es de $7,787 \times 10^6 \text{ N/m}^2$, el cual está por debajo del valor máximo permitido en un 24,9%. Esto

quiere decir que la pieza no sufre ninguna falla puntual por fluencia, por ende es apta al aplicar ese tipo de restricciones de movimiento. El desplazamiento sufrido por esta pieza por efecto de las uñas del montacargas con la carga, se puede observar en la figura 8. Los mayores valores de desplazamiento se observan en las paredes externas de los nervios gruesos externos de la paleta. Se puede observar que el desplazamiento que sufre la pieza es de 0,71 cm. Esto quiere decir que para el uso tanto en modalidad túnel como en el montacargas, este diseño es avalado por la simulación del comportamiento mecánico hecha por el programa CAE.

Las posibles discrepancias de las suposiciones del programa CAE y el comportamiento de las paletas radican en que están hechas básicamente de PEAD, el cual, como la mayoría de los polímeros, es un material visco-elástico. Además, los polímeros no cumplen la ley de Hooke a cabalidad, solamente a bajas deformaciones (menores al 1%). En esta zona a bajas deformaciones, el efecto visco-elástico no es muy grande, por lo que normalmente el plástico se comporta de manera lineal, zona que es conocida como elástica. Luego de la fluencia el polímero se deforma plásticamente. Como puede ser observado, el PEAD tiene un comportamiento muy complejo el cual el programa CAE usado no asume, a menos que en el mismo se introduzca la curva de esfuerzo-deformación del material proveniente de un ensayo de tracción del material [6].

Por esta razón es importante acotar que el esfuerzo obtenido a partir de los análisis de elementos finitos tiende a dar estimados no conservadores debido a que el espesor de una pared espumada consiste en dos capas con un núcleo adentro, donde la resistencia del mismo es considerablemente menor que la de las capas externas, por lo que utilizar el módulo de Young en los análisis limita los resultados, ya que implicaría que la carga es uniforme entre las capas externas y el núcleo. Por eso los valores en sí que arroja el programa pueden no coincidir con los reales que sufra la pieza en uso, pero si ofrecen tendencias del desempeño que ésta podría tener ya que los comportamientos son muy dependientes del diseño.

4. CONCLUSIONES

- Los bordes redondeados en las conexiones de las piezas plásticas evitan las discontinuidades geométricas reduciendo las concentraciones de esfuerzos.
- Una distribución geométrica adecuada de los nervios en las paletas evita la proximidad de falla en las piezas, sobre todo cuando las mismas son usadas por montacargas bajo carga.
- Los programas CAE permiten al usuario conocer las zonas de mayor esfuerzo y deformación de las piezas basándose principalmente en los detalles de diseño, ofreciendo tendencias de desempeño importantes.

REFERENCIAS

- [1] Krishnamachari, S., "Considerations in the Computer Aided Engineering of Pallets", SPE's ANTEC Proceedings, 1999, s/p.
- [2] Castillo, M., A. Torres, L. Marín, F. Mendez y M. Antuoni, "Pallet plastic design improvement using a CAE software" SPE's ANTEC Proceedings, 2006, 1832.
- [3] Goncalves, R., "Análisis de esfuerzos", Raúl Goncalves, Venezuela, 2002.
- [4] Candal, M., R. Morales, H. D'Armas y H. Rojas, "Stress concentration evaluation in an injected commercial piece using computational tools", ANTEC Proceedings, 2005, 3384.
- [5] Rees, H., "Understanding product design for injection molding", Hanser, Canada, 1996.
- [6] COSMOS/DesignSTAR, COSMOS online Help, 2003.

MOLDES DE INYECCION DE PIEZAS PLASTICAS DE COLADAS CALIENTE, SEMICALIENTE Y FRIA

María Virginia Candal* y Alberto Díaz

mcandal@usb.ve

Universidad Simón Bolívar, Departamento de Mecánica, Sección de Polímeros, Apartado 89000, Caracas 1080-A, Venezuela.

Resumen. *El objetivo principal de este estudio fue comparar las ventajas y desventajas de moldes con sistemas de canales calientes, semicalientes y fríos durante el moldeo por inyección. Se diseñó un molde para producir cuchillos de Poliestireno de Alto Impacto (PSAI) con dimensiones estándar encontradas en el mercado, utilizando herramientas de Diseño Asistido por Computadora (CAD) e Ingeniería Asistida por Computadora (CAE). Se utilizaron los programas Pro-ENGINEER para el diseño del molde y la pieza y C-MOLD para la simulación del proceso de inyección. La idea fue comparar las ventajas y desventajas al emplear cada uno de estos sistemas sobre la producción de piezas plásticas, ya que apenas se conoce la ventaja de colada caliente sobre la mejora en la calidad superficial de las mismas, que genera menos desperdicio y que es un molde más costoso, pero no se ha encontrado información respecto a su efecto sobre los esfuerzos de corte, los rechupes y la contracción. Los resultados de las simulaciones mostraron que los moldes de canales calientes son aquellos que mejores resultados reportaron, ya que permiten reducir el tiempo de ciclo, la fuerza de cierre, la contracción, los rechupes y los esfuerzos residuales en las paredes de la pieza.*

Palabras claves: simulación, diseño asistido por computadora, ingeniería asistida por computadora, polietileno de alta densidad, propiedades mecánicas

1. INTRODUCCIÓN

El método más versátil entre los procesos de transformación de plásticos es el moldeo por inyección. El molde es la parte más importante de este moldeo, ya que es el encargado de darle forma a las piezas que se van a producir. Generalmente, se necesita una inyectora caracterizada como una máquina compleja, manejable y costosa que está conectada

directamente al molde de inyección. Sin embargo, si su diseño y operación no es el adecuado, además de su manejo y mantenimiento, su operación será costosa e ineficiente. Existen diferentes clasificaciones de los moldes de inyección, que depende del tipo de sistema de alimentación empleado, es decir, de acuerdo al tipo de colada. La colada fría fue el primero en diseñarse, y se denominan de esta manera debido a la solidificación del material polimérico inyectado que se encuentra en los canales y bebedero.

Pero la necesidad de aumentar la producción, obtener menos piezas defectuosas y reducir los porcentajes de desecho que conducen a la pérdida de ganancias, han generado la idea de la creación de moldes de colada caliente. Estos mantienen al polímero en estado fundido en los canales para continuar con la siguiente inyección. Pero también se pueden aplicar como canales parciales, es decir, con subdistribuidores, aprovechando las ventajas de estos. Con una correcta ejecución, dichos sistemas presentan una menor pérdida de presión respecto a los moldes de colada fría que se encuentran en algún momento solidificados. De esta forma, se pueden inyectar piezas grandes como por ejemplo, parachoques para automóviles [1-2].

El bebedero de canales calientes introduce el material fundido al manifold desde la boquilla de la inyectora. El manifold es el componente principal del molde y es el encargado de distribuir el material polimérico a determinados lugares y generalmente, se encuentra en la parte trasera de la placa portacavidades. Existen diversos tipos de manifold, algunos de ellos son [1-2]: (a) calentados externamente, (b) d calentados internamente y (c) aislados. Por otro lado, las boquillas son las que proveen individualmente el recorrido del material desde el manifold a cada una de las cavidades o indirectamente a canales fríos, los cuales pueden alimentar múltiples cavidades. Las boquillas utilizadas para este tipo de molde son calentadas mediante una resistencia la cual puede ser interna o externa; está hecha de un material altamente conductivo, como el cobre berilio y se encarga de generar el calor necesario en el sistema, específicamente en el manifold. Generalmente, el diámetro máximo del punto de inyección se restringe a 3 mm, pues con diámetros mayores el tiempo del ciclo debe ser prolongado para controlar la calidad del punto de inyección.

Hoy en día, la utilización de moldes con colada fría es frecuente y es debido a esto que existen muchos estudios relacionados a su producción tanto con fines comerciales como académico. Sin embargo, la fabricación de moldes con colada caliente se encuentra en crecimiento y se han estado incorporando nuevas resinas y productos, en busca de una producción mucho más rápida y lucrativa. Pero, actualmente, no se encuentran una gran variedad de estudios sobre sistemas de colada caliente. Douglas et al. [3] indica que la producción de moldes de colada caliente, específicamente, la fabricación de los manifolds y boquillas son diseñados principalmente para incrementar la productividad, maximizar su rendimiento y minimizar el tiempo de instalación. Por otra parte, Beaumont [4] explica que, a pesar de que pueden existir muchas ventajas usando colada caliente, también con él se introducen muchas variables que pueden tender a complicar el proceso de moldeo por inyección. Estas variables crean cambios adicionales que generalmente requieren de una alta habilidad y de un minucioso procedimiento técnico para poder obtener los efectos esperados.

2. PARTE EXTERIMENTAL

La pieza utilizada para el estudio fue un cuchillo desechable con unas medidas estándar que se encuentran fácilmente en el mercado, por considerarse un producto de consumo masivo, el cual sería interesante inyectar utilizando un molde de canales calientes. Tiene un espesor de 1 mm en su parte más delgada y afilada, con un mango de 2 mm de espesor, dimensión distribuida a lo largo de toda la trayectoria del cuchillo, lo que le proporciona una mayor resistencia mecánica. Debido a que su uso es limitado y posee una corta vida útil, no se

requiere de estrictas propiedades mecánicas o de un corte filoso. La resina empleada para inyectar el cuchillo fue un PSAI de la compañía Huntsman Chem (MFI = 10 gr/10 min (190/2.16) y densidad = 1.05 g/cm³) y la máquina de inyección empleada fue una de 100 ton. Para la manufactura de los moldes se empleó acero P-20 y para el enfriamiento de la pieza se empleó agua a 25°C y 10 Lt/min.

El primer paso llevado a cabo fue dibujar la geometría 3D del cuchillo en el programa Pro/ENGINEER. El mallado de la pieza se realizó, posteriormente, en el programa C-MOLD, el cual trabaja con el método de las diferencias finitas distribuyendo proporcionalmente el número de elementos en toda la pieza y se emplearon elementos en forma de triángulos en dos dimensiones y media. El radio de aspecto utilizado fue menor a 5. Seguidamente, se empleó un programa de simulación del proceso de inyección C-MOLD para estudiar los procesos de llenado, enfriamiento y contracción de la pieza estudiada utilizando moldes de canales caliente, semicalientes y fríos. La representación de los sistemas se muestra en la Figura 1.

3. RESULTADOS

Actualmente, existe una tendencia a nivel mundial sobre el empleo cada vez mayor de la inyección de piezas usando un sistema de colada caliente. Los empresarios se encuentran cambiando el paradigma de que colada caliente es muy costoso; se han dado cuenta que a pesar de que el molde posee un costo mayor, se producen piezas con una mayor calidad superficial y no existen prácticamente desperdicios en comparación con un molde de colada fría, lo cual rápidamente contrarresta el elevado costo del molde. Un molde de colada caliente es similar a los de coladas fría y semicaliente en su estructura; la diferencia radica en la placa que contiene el bebedero, encontrada en la parte fija de la máquina de inyección, y en la placa que contiene el manifold. Las partes del molde de colada caliente que se asemejan a los moldes de coladas fría o semicaliente son: el sistema de expulsión, columnas guías, placas soporte y portacavidades; por lo que existe la posibilidad de encontrarlas en el mercado normalizadas para facilitar el diseño final del molde.

Para elaborar el molde de inyección a estudiar se tomaron en cuenta una serie de consideraciones previas para proceder a su posterior diseño. Estas consideraciones van desde la escogencia de la máquina de inyección a utilizar, la cantidad de cavidades a colocar y el diseño de los sistemas de alimentación y refrigeración. Partiendo del cálculo del número de cavidades se encontró que 8 cuchillos se podrían inyectar en la máquina escogida y se colocaron con una distribución tipo estrella. Para hallar las dimensiones del bebedero se calcularon las medidas necesarias para el molde de colada fría y, a partir de estas medidas, se buscaron bebederos calientes (hot-sprue) en el catálogo normalizado de la empresa D-M-E Standard, similares al calculado, para colocarlos en los otros dos moldes a estudiar.

Para realizar el transporte del material polimérico con mayor efectividad, se utilizó el canal de alimentación de sección transversal trapezoidal modificado, ya que se considera el más efectivo para el transporte del material polimérico, además que no presenta ninguna dificultad al momento de mecanizar la placa portacavidades. Se verificó que las dimensiones de los canales de alimentación se encontraran dentro de los rangos permitidos para el material utilizado (PSAI) entre 3.0–10.0 mm. Para el molde de colada caliente y semicaliente, los canales de alimentación utilizados frecuentemente son los circulares. La entrada utilizada para los tres tipos de molde es la capilar, la cual se caracteriza por poseer una sección circular. Se escogió debido a que, en primer lugar, se observaron diferentes cuchillos existentes en el mercado con la marca característica de este tipo de entrada. Además, se pensó en la posibilidad de una entrada lateral estándar pero debido a que el espesor de la pieza es tan pequeño, no es recomendable emplearla ya que pueden ocurrir problemas al fluir el polímero.

Por último, se pensó en una entrada submarina pero ésta es más difícil de mecanizar, además que incrementa el costo del molde, con la ventaja de que no deja marca en la misma. Pero como esta pieza es desechable no implica tanta perfección con la calidad superficial. Sin embargo, al utilizar una entrada de sección circular y verificar mediante el programa C-MOLD, se observó que los valores de esfuerzo máximo permitido conservando esta sección fomentaban la degradación del material (PSAI), por lo que se procedió a aumentar su diámetro, para disminuir los esfuerzos de corte que afectan al material. Para el sistema de colada semicaliente se utilizó la misma entrada, mientras que para colada caliente, ésta viene incluida en la boquilla, por lo que se usó una del catálogo de DME.

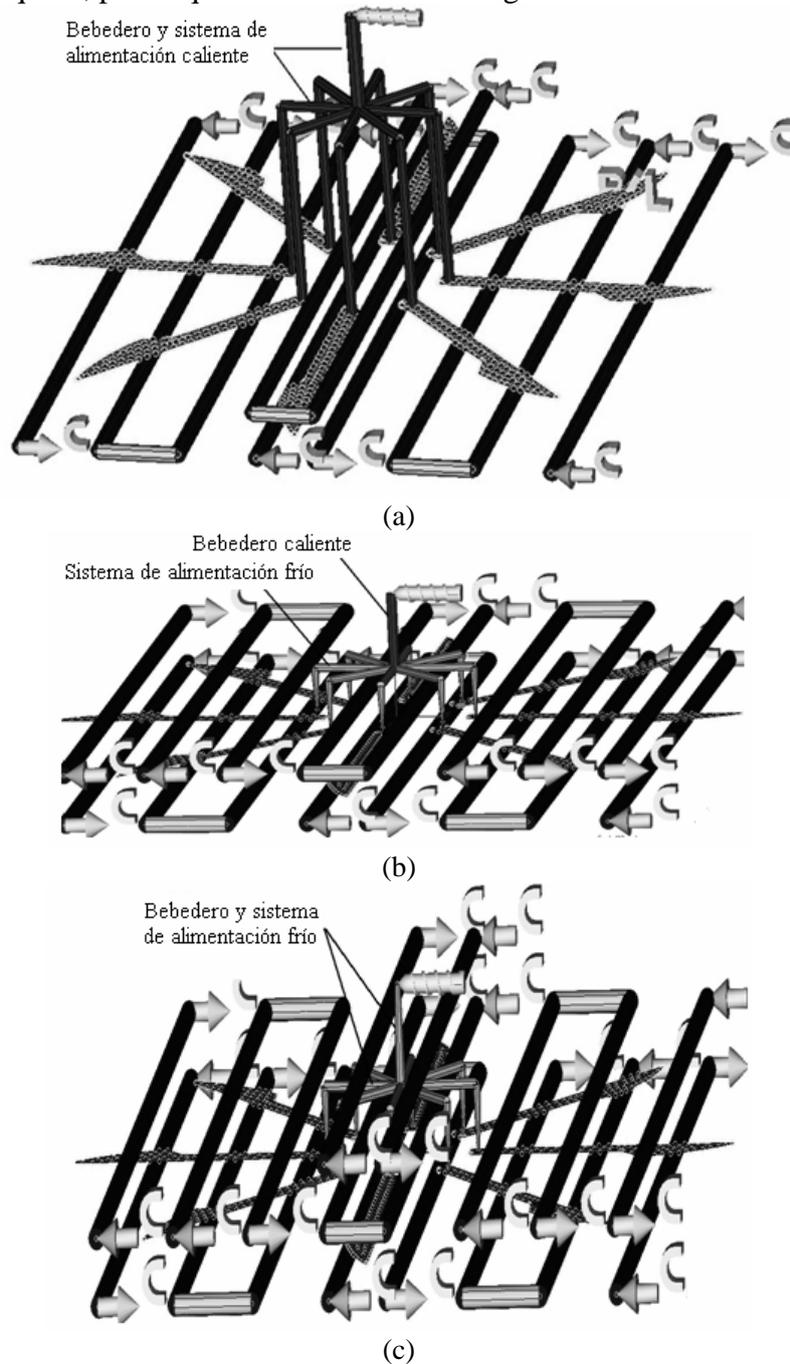


Figura 1: Sistemas de alimentación empleados: Canales (a) calientes, (b) semicalientes y (c) fríos.

Los canales de refrigeración se ubicaron con el objeto de proponer un sistema eficiente que proporcione un enfriamiento uniforme a lo largo de toda la pieza. Pero tomando en cuenta

que no es relevante que el enfriamiento de todos los cuchillos sea igual porque los mismos no requieren propiedades finales específicas, se decidió así por la facilidad de mecanizado y porque esos canales proporcionan un buen enfriamiento. Se diseñó un sistema de refrigeración, en donde para la parte inferior y superior de los cuchillos del molde de colada fría se utilizaron dos canales pasantes en los extremos de la distribución de las cavidades y tres canales en forma de U, intercalado por los pasantes, además de dos canales ubicados en la zona del bebedero. Análogamente, se utilizaron los mismos canales para el molde de colada semicaliente, eliminando los dos canales pasantes en la zona del bebedero. Finalmente, se utilizó este último sistema para el molde de colada caliente, eliminando los canales de refrigeración de la placa portacavidades superior (Figura 1).

A partir de las simulaciones se obtuvo que el tiempo de llenado no se ve afectado por el tipo de colada empleada, siendo de aproximadamente 1 seg. Se obtuvo que las piezas se llenan de la misma manera en los tres casos, es decir, el llenado es balanceado. Pero las piezas inyectadas con colada fría necesitan un tiempo de ciclo mayor para solidificar tanto la pieza como los canales de alimentación y el bebedero, mientras que en las piezas inyectadas por colada semicaliente, el tiempo de ciclo fue muy similar pero un poco menor debido a que se esperó por la solidificación de la pieza y los canales de alimentación ya que el bebedero está caliente. Por otro lado, las piezas inyectadas por colada caliente necesitan un tiempo de ciclo notoriamente menor, ya que sólo se requiere esperar que las mismas se solidifiquen ya que los canales y el bebedero están calientes permanentemente. Los tiempos de ciclos obtenidos fueron de 6, 10 y 12 seg para canales calientes (sin colocar insertos refrigerantes), semicalientes y fríos, respectivamente. Es de hacer notar que para los tres sistemas empleados se esperó que la pieza estuviera 100% sólida mientras que para el bebedero y los canales (en el caso requerido) sólo hasta un 75% es suficiente para desmoldear. Para los tres casos, dichos valores del tiempo de ciclo fueron verificados con la temperatura de desmoldeo de la pieza, ya que si la misma salía a una temperatura mayor a la recomendada, podrían ocurrir problemas de alabeo, contracción o inestabilidad dimensional. Existe una gran diferencia para la temperatura de desmoldeo entre el proceso de inyección por colada caliente (80°C) y los otros dos procesos (30°C) empleando una temperatura de fundido de 190°C. Dichos valores fueron obtenidos del punto más caliente al momento del tiempo de ciclo (entrada de la cavidad).

Por otro lado, se obtuvo que la diferencia de temperatura es mayor a medida que se incorporan elementos de colada caliente al proceso (1,2°C), sin embargo, no existe motivo de preocupación, ya que la diferencia de temperatura para el proceso más alto no llega ni a 10 °C que es el máximo valor recomendado; esto es debido a que el molde con elementos calientes tiene calor involucrado por mucho más tiempo. El resultado de eficiencia de los canales es muy interesante, ya que en el caso de la colada fría, el bebedero posee canales de refrigeración en ambos lados (Figura 1), los cuales son más eficientes debido a que son los primeros en intercambiar calor con el material que viene desde el comienzo del mismo, reportando valores del número de Nusselle (nu), elevados por el orden de 6, lo que representa un efectivo enfriamiento. Mientras que en los canales semicalientes, aunque no poseen canales de refrigeración alrededor del bebedero, los mismos se encuentran justo debajo de éste, el cual es caliente, lo que produce una eficiencia muy elevada, obteniendo un número de Nusselle por el orden de 16. Finalmente, los canales calientes sólo tienen un sistema de refrigeración por debajo de las piezas, reportando un enfriamiento positivo (número de Nusselle igual a 4, pero no tan efectivo).

En la fase de compactación, dos resultados interesantes son la contracción volumétrica y el rechupe (Figura 2), ya que al comparar los procesos estudiados, se observa que el de colada caliente es el que menor contracción y rechupes presenta (3,8 y 2,2 %, respectivamente). En el caso de los procesos que incluyen coladas fría y semicaliente, lo que posiblemente ocurre es un choque térmico mayor producido por la diferencia de temperatura lo que trae grandes

consecuencias en las contracciones producidas en el proceso final de la pieza. Cabe destacar que los valores de contracción volumétrica para canales fríos y semicalientes coinciden casi exactamente (4,2%) y los rechupes se puede observar en la figura 2. La tendencia de los esfuerzos de corte (Figura 3) en los procesos es que los de canales calientes son menores debido a que el material se encuentra caliente siempre, lo que le proporciona una mayor fluidez, por lo que se orientan mejor las cadenas y se relajan los esfuerzos.

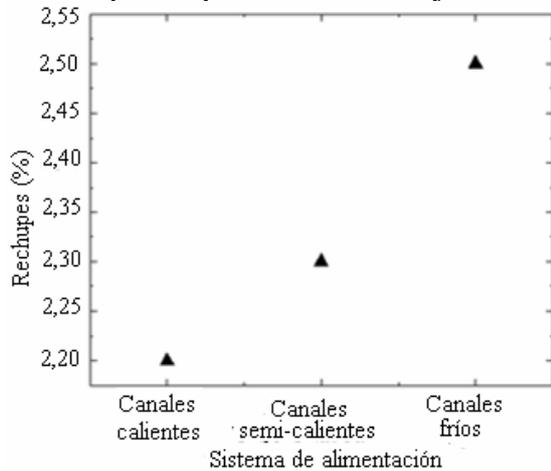


Figura 2: Máximo rechupe.

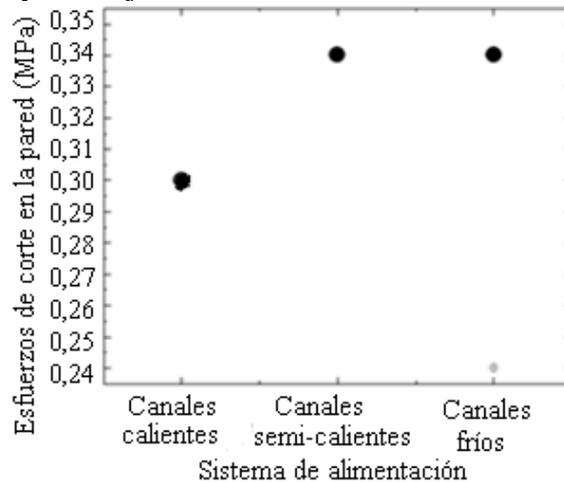


Figura 3: Máximos esfuerzos de corte.

El sistema de colada caliente es una forma eficiente de optimizar y mejorar la calidad del producto inyectado. Debido a sus canales de alimentación constantemente calentados, es posible mantener el material en la misma temperatura del cilindro de plastificación de la inyectora, por lo que se mantiene el sistema libre de variaciones de temperatura. Lo que permite obtener la disminución de la contracción y el rechupe. Por otra parte, existe una reducción de costos considerables a largo plazo, ya que se economiza materia prima, pero hay que tomar en cuenta que el molde es más costoso por la complejidad del manifold, boquillas y bebedero. Además, se obtiene una reducción en la fuerza de cierre utilizada, por no existir material sólido en los canales de alimentación a los cuales empujar.

4. CONCLUSIONES

Los canales calientes permiten reducir la contracción volumétrica, el rechupe y los esfuerzos de corte respecto a los moldes de coladas fría y semicaliente. La fuerza de cierre empleada para moldes de canales calientes es mucho menor que la necesaria para moldes de coladas semicaliente y fría. El tiempo de llenado no es afectado por el tipo de colada, pero las piezas inyectadas con colada fría necesitan un tiempo de ciclo mayor, seguidas por las de coladas semicaliente y caliente, que necesita un tiempo de ciclo notoriamente menor.

REFERENCIAS

- [1] J. Beaumont, "Runner and Gating Design Handbook", Hanser Publishers, Munich, 2004.
- [2] P. Hunger, "Hot Runner Technology", Hanser Gardner Publications, Munich (2006).
- [3] H. Douglas, "Hot Runners Molding Products, Systems and Applications", SPE'S ANTEC Proceeding, 2000, s/p.
- [4] J. Beaumont, "Controlling balanced molding through new hot runner manifold designs", SPE'S ANTEC Proceeding, 2001, s/p.

MODELAJE SISMICO DE LA ECUACION DE ONDA ELASTICA 2D PARA UN MEDIO DE TIPO VTI

Pedro Contreras

Carlos Florio

pcontreras1@uc.edu.ve

cflorio@uc.edu.ve

Centro Multidisciplinario de Visualización Científica y Computación (CEMVICC) Facultad de Ciencias (FACYT), Universidad de Carabobo, Estado Carabobo, Venezuela.

German Larrazabal

glarraza@uc.edu.ve

Centro Multidisciplinario de Visualización Científica y Computación (CEMVICC) Facultad de Ciencias (FACYT), Universidad de Carabobo, Estado Carabobo, Venezuela.

Abstract. *En este trabajo se presenta un modelaje del subsuelo donde se considera que el mismo es elástico y anisotrópico. Mediante la utilización de la ecuación de onda elástica en dos dimensiones para el caso de simetría polar vertical (VTI) se obtienen sismogramas sintéticos y tomas de pantalla del fenómeno ondulatorio. El esquema en diferencias finitas utilizado para el modelaje es centrado y de segundo orden para las derivadas espaciales, e igualmente centrado y de segundo orden para las derivadas temporales. Se utiliza un mallado desplazado para el cálculo de los campos de velocidades y esfuerzos. Para las condiciones de contorno se introduce la técnica de las capas perfectamente acopladas (PML) que permiten simular fronteras artificiales en los límites del dominio computacional. La idea de las PML es introducir una capa que absorba las reflexiones alrededor del dominio permitiendo una mejor visualización de los eventos sísmicos.*

Key words: Anisotropía Sísmica (VTI) Ondas Elásticas, Modelaje Sísmico, Capas Perfectamente Acopladas (PML).

1 Introducción

La ecuación de onda juega un papel muy importante en el modelaje sísmico. Gracias al cual se puede inferir la estructura geológica del subsuelo. Por lo general, el modelaje se hace simulando el campo de onda escalar a partir de la ecuación de onda acústica. Sin embargo el subsuelo terrestre es elástico y por tanto se deben simular todos los modos de propagación [1], esto se logra resolviendo numericamente la ecuación de onda elástica. El campo vectorial que representa la ecuación de onda elástica describe mejor la naturaleza del subsuelo. Esto se traduce en una imagen de mejor calidad y de utilidad en la industria petrolera.

El tipo más común de anisotropía elástica que ocurre en el manto terrestre es la anisotropía polar (VTI) de las rocas sedimentarias [2]. Dicha anisotropía requiere del conocimiento de cinco constantes elásticas, de las cuales cuatro intervienen en el modelaje en dos dimensiones, a saber C_{11} , C_{33} , C_{13} y C_{44} [3].

En este trabajo se describe un algoritmo implementado en un esquema de diferencias finitas de segundo orden en tiempo y en espacio, que utiliza mallas desplazadas [4]. Las mallas desplazadas permiten calcular diferentes cantidades físicas para diferentes posiciones del mallado, reduciendo el costo de almacenamiento computacional. Además, dicho algoritmo permite resolver el conjunto de ecuaciones elastodinámicas de primer orden para medios con anisotropía polar y permite introducir diferentes configuraciones fuente-receptor haciendolo ideal para la simulación en la sísmica de exploración.

Para lograr la condición de fronteras no reflectivas en el dominio computacional se utiliza la técnica de las capas perfectamente acopladas (PML) [5, 6] De esta manera se logra reducir el monto de la reflexión de las ondas elásticas. Su implementación requiere de una reformulación de las ecuaciones de la elastodinámica, de manera tal que permitan eliminar las reflexiones no deseadas del campo de ondas.

En las siguientes secciones se describe brevemente el sistema de ecuaciones elastodinámicas para un medio con anisotropía polar (VTI). Seguidamente se generaliza dicho sistema para que satisfaga las condiciones de borde de las capas perfectamente acopladas. Posteriormente, se discretiza en terminos de las mallas acopladas a las PML y finalmente se presentan el análisis y los resultados que muestran la aplicabilidad de dicha técnica.

2 La ecuación de onda elástica para un medio con anisotropía polar (VTI)

La formulación de la ecuación elástica en terminos de la derivada temporal del campo de desplazamientos y la derivada temporal del campo de esfuerzos sera discretizada y usada para propagar ondas. Dicha formulación es ampliamente usada en la literatura [4]. En dos dimensiones y para el caso de anisotropía polar (VTI) implica resolver un sistema de ecuaciones de primer orden, a saber, las ecuaciones generales de movimiento:

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = f_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z}, \quad \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = f_z + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}.$$

y las ecuaciones del campo de esfuerzos elásticos:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} = c_{11} \frac{\partial v_x}{\partial x} + c_{13} \frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t} = c_{33} \frac{\partial v_z}{\partial z} + c_{13} \frac{\partial v_x}{\partial x}, \quad \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial t} = c_{44} \left[\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right].$$

En un medio de anisotropía polar vertical las ondas longitudinales P y las ondas transversales SV son descritas por el sistema de ecuaciones anteriores, presentandose los dos modos de propagación en forma acoplada [3].

3 Ecuaciones elasticas tipo VTI (2D) para las capas perfectamente acopladas

En esta sección se introduce el método de las capas o fronteras perfectamente acopladas (PML) siguiendo los razonamientos expuestos en [5, 6]. La utilización de esta técnica en la resolución de problemas de modelaje permite disminuir las reflexiones en las fronteras del modelo en una

cantidad significativa [5, 6] comparada con la utilización de otros métodos como condiciones de frontera del problema numérico. La implementación de esa técnica y fundamento del método es equivalente a la introducción de un sistema de coordenadas modificado, donde el coeficiente de expansión del sistema de ecuaciones es un número complejo con una parte imaginaria evanescente. Esta generalización se logra mediante la substitución de $\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \frac{1}{1+i\frac{p(x)}{\omega}} \frac{\partial}{\partial x}$ y $\frac{\partial}{\partial z} \rightarrow \frac{1}{1+i\frac{p(z)}{\omega}} \frac{\partial}{\partial z}$ en las derivadas espaciales del sistema de EDP. Al reemplazar en las ecuaciones elásticas para un medio VTI en dos dimensiones de la sección anterior, el sistema de ecuaciones se desacopla obteniéndose el nuevo sistema

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} + p(x) \right] v_x^1 = f_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}, \quad \rho \left[\frac{\partial}{\partial t} + p(z) \right] v_x^2 = \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z},$$

ademas,

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} + p(x) \right] v_z^1 = f_z + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x}, \quad \rho \left[\frac{\partial}{\partial t} + p(z) \right] v_z^2 = \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z},$$

donde las velocidades se desacoplan de manera que $v_x = v_x^1 + v_x^2$ y $v_z = v_z^1 + v_z^2$. Los coeficientes de las PML son $p(x) = p_0 (x/L)^N$ y $p(z) = p_0 (z/L)^N$ con $p_0 = -3 v_p \log R_c / (2 L)$, donde L es el espesor de la capa perfectamente acoplada, N la dimension del problema y p_0 tiene un valor aproximado de 341.9 [6]. Los campos de esfuerzos elásticos se desacoplan de igual modo, obteniéndose el nuevo sistema de ecuaciones

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + p(x) \right] \sigma_{xx}^1 = c_{11} \frac{\partial v_x}{\partial x}, \quad \left[\frac{\partial}{\partial t} + p(z) \right] \sigma_{xx}^2 = c_{13} \frac{\partial v_z}{\partial z},$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + p(x) \right] \sigma_{zz}^1 = c_{13} \frac{\partial v_x}{\partial x}, \quad \left[\frac{\partial}{\partial t} + p(z) \right] \sigma_{zz}^2 = c_{33} \frac{\partial v_z}{\partial z},$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + p(x) \right] \sigma_{xz}^1 = c_{44} \frac{\partial v_z}{\partial x}, \quad \left[\frac{\partial}{\partial t} + p(z) \right] \sigma_{xz}^2 = c_{44} \frac{\partial v_x}{\partial z}.$$

donde además se cumple que $\sigma_{xx} = \sigma_{xx}^1 + \sigma_{xx}^2$, $\sigma_{zz} = \sigma_{zz}^1 + \sigma_{zz}^2$ y $\sigma_{xz} = \sigma_{xz}^1 + \sigma_{xz}^2$.

4 Discretización de las ecuaciones (2D) elásticas (VTI) con las capas perfectamente acopladas

El modelo es dividido en una malla $N_x \times N_z$ puntos. Se define Δx y Δz como las distancias entre los puntos de tal modo que $x = n_x \Delta x$ y $z = n_z \Delta z$. con $n_x = 1 \dots N_x$ y $n_z = 1 \dots N_z$. Para el incremento en tiempo Δt se tiene que $t = n \Delta t$. con n el paso del tiempo. . Además para la discretización del esquema en diferencias finitas utilizando mallas desplazadas bidimensionales, v_x es calculada en los puntos $(i + 1/2, k)$, v_z es calculada en los puntos $(i, k + 1/2)$, σ_{xx} y σ_{zz} son calculadas en los puntos (i, k) y finalmente σ_{xz} es calculada en los puntos $(i + 1/2, k + 1/2)$. La densidad $\rho(x, y, z)$ es considerada constante. Una fuente explosiva es simulada utilizando una ondícula tipo Ricker con una frecuencia f_0 de 30 Hertz. Amplitudes son agregadas a las velocidades v_x^1 y v_z^1 en cada instante de tiempo posterior a $t = 0$. El límite de estabilidad esta dado por la condición $\Delta t < 0.606 \Delta x / v_p$ donde v_p para el caso de anisotropía polar corresponde a la

velocidad longitudinal horizontal de la onda sismica [3]. El límite de dispersión esta dado por la condición $\Delta x < v_s / (10 f_0)$ donde v_s es la velocidad de propagación las ondas transversales (SV) [3].

Los campos de velocidades se discretizan de la siguiente manera

$$v_x^1|_{i+1/2,k}^{n+1} = v_x^1|_{i+1/2,k}^n e^{-p(x)\Delta t} + \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\Delta x} e^{-0.5 p(x) \Delta t} \left[\sigma_{xx}|_{i+1,k}^{n+1/2} - \sigma_{xx}|_{i,k}^{n+1/2} \right], \quad (1)$$

$$v_x^2|_{i+1/2,k}^{n+1} = v_x^1|_{i+1/2,k}^n e^{-p(z)\Delta t} + \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\Delta z} e^{-0.5 p(z) \Delta t} \left[\sigma_{xz}|_{i+1/2,k+1/2}^{n+1/2} - \sigma_{xz}|_{i+1/2,k-1/2}^{n+1/2} \right], \quad (2)$$

$$v_z^1|_{i,k+1/2}^{n+1} = v_z^1|_{i,k+1/2}^n e^{-p(x)\Delta t} + \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\Delta x} e^{-0.5 p(x) \Delta t} \left[\sigma_{xz}|_{i+1/2,k+1/2}^{n+1/2} - \sigma_{xz}|_{i-1/2,k+1/2}^{n+1/2} \right], \quad (3)$$

y

$$v_z^2|_{i,k+1/2}^{n+1} = v_x^1|_{i,k+1/2}^n e^{-p(z)\Delta t} + \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\Delta z} e^{-0.5 p(z) \Delta t} \left[\sigma_{xx}|_{i,k+1}^{n+1/2} - \sigma_{xx}|_{i,k}^{n+1/2} \right]. \quad (4)$$

Para los campos de esfuerzos la discretización es como sigue

$$\sigma_{xx}^1|_{i,k}^{n+1/2} = \sigma_{xx}^1|_{i,k}^{n-1/2} e^{-p(x)\Delta t} + C_{11} \frac{\Delta t}{\Delta x} e^{-0.5 p(x) \Delta t} \left[v_x|_{i+1/2,k}^n - v_x|_{i-1/2,k}^n \right], \quad (5)$$

$$\sigma_{xx}^2|_{i,k}^{n+1/2} = \sigma_{xx}^2|_{i,k}^{n-1/2} e^{-p(z)\Delta t} + C_{13} \frac{\Delta t}{\Delta z} e^{-0.5 p(z) \Delta t} \left[v_z|_{i,k+1/2}^n - v_z|_{i,k-1/2}^n \right], \quad (6)$$

$$\sigma_{zz}^1|_{i,k}^{n+1/2} = \sigma_{zz}^1|_{i,k}^{n-1/2} e^{-p(x)\Delta t} + C_{13} \frac{\Delta t}{\Delta x} e^{-0.5 p(x) \Delta t} \left[v_x|_{i+1/2,k}^n - v_x|_{i-1/2,k}^n \right], \quad (7)$$

$$\sigma_{zz}^2|_{i,k}^{n+1/2} = \sigma_{zz}^2|_{i,k}^{n-1/2} e^{-p(z)\Delta t} + C_{33} \frac{\Delta t}{\Delta z} e^{-0.5 p(z) \Delta t} \left[v_z|_{i,k+1/2}^n - v_z|_{i,k-1/2}^n \right], \quad (8)$$

$$\sigma_{xz}^1|_{i+1/2,k+1/2}^{n+1/2} = \sigma_{xz}^1|_{i+1/2,k+1/2}^{n-1/2} e^{-p(x)\Delta t} + C_{44} \frac{\Delta t}{\Delta x} e^{-0.5 p(x) \Delta t} \left[v_z|_{i+1/2,k}^n - v_z|_{i-1/2,k}^n \right], \quad (9)$$

y

$$\sigma_{xz}^2|_{i+1/2,k+1/2}^{n+1/2} = \sigma_{zz}^1|_{i+1/2,k+1/2}^{n-1/2} e^{-p(z)\Delta t} + C_{44} \frac{\Delta t}{\Delta z} e^{-0.5 p(z) \Delta t} \left[v_x|_{i,k+1/2}^n - v_x|_{i,k+1/2}^n \right]. \quad (10)$$

Las constantes elásticas utilizadas estan dadas de acuerdo a la Tabla 1, ambos conjuntos de valores corresponden a diferentes tipos de medio con anisotropía del tipo VTI.

5 Análisis y resultados

Como primer resultado, a traves de tomas de pantalla para los tiempos $t = 0.2, 0.3$ y 0.5 seg. se muestra el efecto de las constantes elásticas en la propagación de las ondas P y SV (para el primer material anisótropo tipo VTI de la Tabla 1). La constante elástica C_{13} afecta la dirección de propagación de las ondas en cualquier dirección diferente a la vertical o a la horizontal. Esto se comprueba en la Figura 1 donde se observan las triplicaciones (diferentes valores de la velocidad para el mismo ángulo de propagación) causadas por la propagación de la onda SV. También

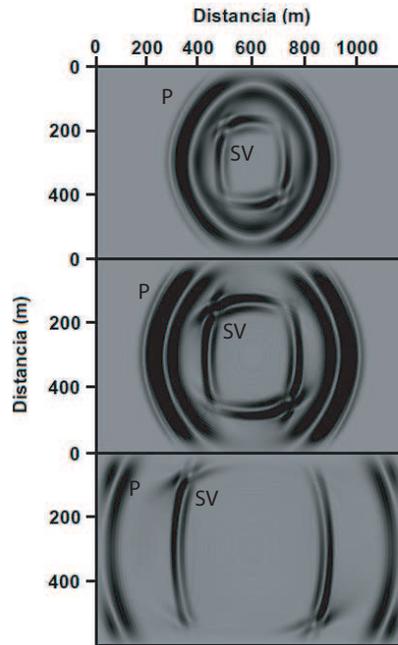


Figura 1: Tomas en tiempo a 0.2, 0.3 y 0.5 seg de la componente vertical de la velocidad para el primer conjunto de constantes elasticas de la Tabla 1. Se observan la triplicación de la onda *SV* alrededor de los ángulos intermedios y el efecto absorbente de las PML que no permiten las reflexiones en los bordes del modelo.

se observa en la toma a los 0.6 seg. el desvanecimiento de la ondas en el borde del dominio, lo que muestra la efectividad de la técnica de las capas perfectamente acopladas mediante el uso del sistema de ecuaciones (1)-(10) con una fuente explosiva centrada en el medio del modelo para eliminar las reflexiones de los bordes. Posteriormente la fuente explosiva se relocaliza en la parte superior central del modelo (2A). En la superficie se distribuyen uniformemente cincuenta receptores a ambos lados de la fuente. Como condiciones de borde complementarias, los campos de velocidades se anulan en los bordes del modelo en la Figura 2(A).

Seguidamente se obtienen los simogramas sintéticos de una región de la tierra compuesta por dos capas con diferentes constantes elásticas que corresponden a dos medios tipo VTI en la Figura (2A), la segunda de las cuales presenta cierto buzamiento. Se muestran los simogramas sintéticos de la componente vertical V_z (Figura 2B) y la componente horizontal V_x (Figura 2C) de la velocidad, señalándose las reflexiones primarias de la capa buzante.

Como conclusión se puede señalar que las ondas *P* se comportan de manera más simple (cuasielíptica) en medios de isotropía polar vertical (VTI) que las ondas *SV* las cuales presentan triplicaciones. De igual modo, el modelaje sísmico en medios tipo VTI utilizando la técnica de las capas perfectamente acopladas a partir de las ecuaciones (1)-(10) elimina en buen grado las reflexiones no deseadas en los bordes del dominio computacional, mostrándose la efectividad de las PML en medios del tipo VTI.

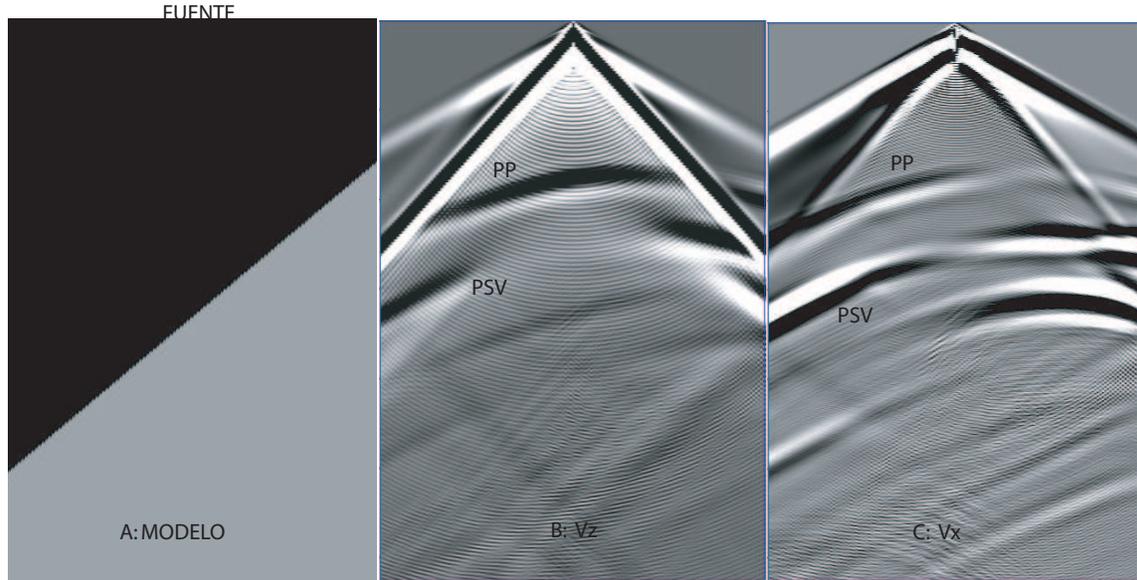


Figura 2: Modelo del subsuelo (2A) donde se simulan los materiales tipo VTI correspondientes a la Tabla 1 (2(A) esta en escala de profundidad). En escala de tiempo se muestran los sismogramas sintéticos para las componentes vertical (2B) y horizontal (2C) de las velocidades. Se señalan las reflexiones *PP* y *PSV* debidas a la capa buzante.

Tabla 1: Coeficientes elásticos para diferentes tipos de anisotropía polar segun [6]

Nomenclatura	Medio VTI 1 ($\times 10^{10} Nm^{-2}$)	Medio VTI 2 ($\times 10^{10} Nm^{-2}$)
C_{11}	16.5	16.7
C_{13}	5.0	6.6
C_{33}	6.2	14.0
C_{44}	3.4	6.63
ρ (Kg/m^3)	7.100	3.200

REFERENCIAS

- [1] L. D. Landau y E. M. Lifshitz. Elasticity Theory. Pergamon Press, 1982.
- [2] D. F. Winterstein, Geophysics **55**, 1070–1085 (1990).
- [3] Faria E. y Stoffa P., Geophysics **59**, 282–289 (1994).
- [4] J. Virieux, Geophysics **51**, 889–901 (1986).
- [5] Festa G. y Nielsen S. Bulletin of the Seismological Society of America **93**, 891–903 (2003).
- [6] Komatitsch D. y Martin R. Geophysics **72**, SM155–SM167 (2007).

PROGRAMA DE SIMULACIÓN PARA ENGRANAJES DE DIENTES RECTOS POR ELEMENTOS FINITOS

Chacón, Rubén.

Vergara, Mary.

Díaz, Miguel.

rdchacon@ula.ve

vmary@ula.ve

dmiguel@ula.ve

Escuela de Mecánica. Facultad de Ingeniería. Universidad de Los Andes. Mérida – Venezuela.

Andueza, Luis.

anduezal@ula.ve

Escuela de Diseño Industrial. Facultad de Arquitectura y Diseño. Universidad de Los Andes.
Mérida – Venezuela.

Abstrac. This paper presents an opensource computational software, under the GNU/GPL license, that allows to model a couple of straight tooth gear (STG) in its maximum stress contact point; the LISP programming language is used and the American Gear Manufacturing Association (AGMA) geometry definition. The software draws the gears in two dimensions, to be used then with any software that uses finite elements method (FEM). Once the software is finished a test it is done using the FEM, and the results are compared with the Hertz theory and the AGMA method for the gears analysis. The results are almost the same, indicating that the modeling done with the software it is reliable and could be use with FEM analysis.

Keywords: OpenSource, Straight tooth gears, Finite elements method, Software.

1. INTRODUCCIÓN

Hoy en día los programas computacionales han logrado una mejora significativa en la calidad de la educación impartida en las universidades, tanto a nivel mundial, como aquí en Venezuela. Específicamente en el área de la ingeniería mecánica, existen hoy en día una serie de herramientas y/o programas que ayudan a los estudiantes a obtener una educación más completa y acorde con la situación industrial actual. Se puede encontrar entre esos programas, algunos que permiten el modelado de piezas, específicamente de engranajes; sin embargo, muchos de estos programas computacionales son de licencia privativa, es decir, que se tiene que comprar su licencia para que pueda ser utilizado. Estos programas al ser privativos vienen para ser utilizados tal cual, y no permiten su modificación bajo ninguna razón o precepto.

Por esta razón, el presente trabajo plantea la programación de una herramienta computacional que permita el modelado de engranajes, en principio se trabajará con engranajes de dientes rectos y en dos dimensiones, para luego ir ampliando las posibilidades del mismo y también pasar a la tercera dimensión. El programa que se propone será gratis y de código abierto, bajo las premisas de las licencias GNU/GPL, buscando con esto favorecer principalmente a las universidades en su parte académica y de investigación.

2. PROGRAMA

Para el programa a realizar en el presente trabajo se utilizan engranajes de dientes rectos, regidos por las normas AGMA [1] (American Gear Manufacturers Association) para el tamaño, forma, materiales y procesos de fabricación. El perfil de dientes utilizado es el de involuta, que posee las características de los perfiles conjugados que permite el cumplimiento de la ley fundamental de los engranajes. Con éste propósito se ha desarrollado un código de programación en AutoLisp que genera engranajes de dientes rectos con perfil evolvente de altura de diente completa. Se selecciona este tipo de perfil porque posee las características de los perfiles conjugados permitiendo el cumplimiento de la ley fundamental de los engranajes siendo de vital importancia, para el desarrollo de un modelo que emule las condiciones de trabajo real del engranaje. Este programa se realiza de manera que se pueda controlar a conveniencia la geometría del diente, y se tienen como datos de entrada las variables de diseño: paso diametral, diámetro primitivo, ángulo de presión y número de divisiones que se desean en el perfil.

El programa modela en dos dimensiones un par de dientes en contacto, y lo hace en su punto de contacto más crítico. Esto se debe a que se dibuja bajo las condiciones de carga más severa, y esta condición se tiene cuando un solo par de dientes asume toda la carga. Dean [2] desarrolla un procedimiento para determinar el punto donde un solo engrane asume toda la carga.

Como se muestra en la Figura 1, el contacto comienza en el punto A y termina en el punto C. Esta distancia se conoce como a línea de acción o de presión. El punto B es el punto más alto de contacto de un solo par de dientes. En los intervalos AD y BC dos pares de dientes comparten la carga, mientras que en el intervalo DB un solo par acarrea la carga.

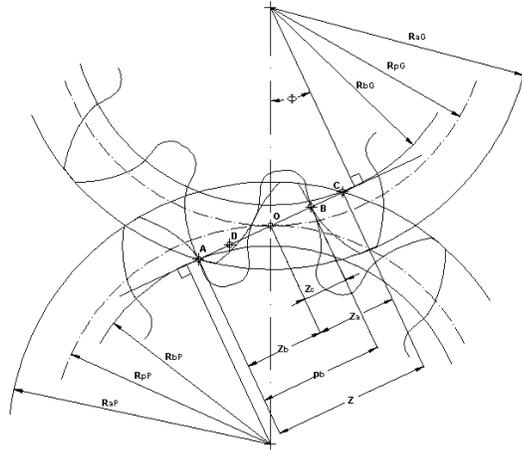


Figura 1 Punto de contacto crítico en un par de dientes

3. PRUEBAS Y CONDICIONES DE FRONTERA

Una vez realizado el programa, y para verificar que el modelado realizado por el software sirve para los propósitos establecidos. Se hace una comparación entre un modelado realizado con el programa, que luego se lleva a un software que realiza análisis de esfuerzos por medio del método de elementos finitos; con los análisis por medio de la teoría de la AGMA para el cálculo de engranajes; y con la teoría de Hertz [3] para el cálculo de esfuerzos en dos dimensiones, para cilindros en contacto.

El material utilizado para el estudio es acero SAE 8620, con esfuerzo de fluencia $\sigma_y = 86 \times 10^3$ lbf/pulg², módulo de elasticidad $E = 30 \times 10^6$ lbf/pulg² y relación de Poisson $\nu = 0,3$. Wang y Howard [4], dicen que las condiciones de frontera y cargas en modelado por elemento finitos de estructuras en 2D deben hacerse minuciosamente de manera que puedan simular condiciones de operación real. Se toma el punto más crítico de funcionamiento que es cuando un solo par de dientes asume toda la carga. Para encontrar dicho punto se utiliza el procedimiento desarrollado por Dean [2]. Finalmente se desarrolla un modelo de elementos finitos que aprovecha la simetría de la geometría del engranaje y utiliza solamente la veinteva parte de los engranajes superior e inferior. Luego el modelo se restringe como muestran en la Figura 2, siguiendo los planteamientos de Filiz y Eyercioglou [5].

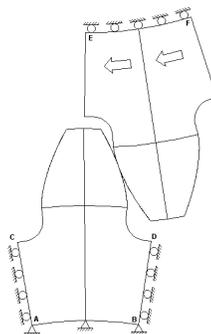


Figura 2 Condiciones de frontera del MEF

Para fines del cálculo numérico se utilizaron como valores para el par de engranajes: Diámetros primitivos iguales y de valor $d_1 = d_2 = 5,0$ pulg. Número de dientes $N = 20$, Paso diametral $P_d = 4$, Ancho $b = 1,0$ pulg y Diámetro del agujero para el eje $Deje = 3,5$ pulg. La carga transmitida por los engranajes consiste en un torque de $T = 10000$ Lbf.pulg.

4. METODOLOGÍA DE DISCRETIZACIÓN

El procedimiento de discretización, con el que se ha logrado la convergencia de resultados en la simulación, consiste en dividir en cuatro áreas cada diente del par de engranajes (ver Figura 2). Luego se han creado tres modelos de discretización empleando las herramientas de mallado libre que ofrece el programa de simulación Ansys, permitiendo lograr un refinado controlado que se adapta a la cantidad de puntos generados sobre el perfil evolvente. La Figura 3 muestra los modelos de mallado desarrollados y la Tabla 1 muestra los números de elementos y la cantidad de nodos utilizados por cada modelo.

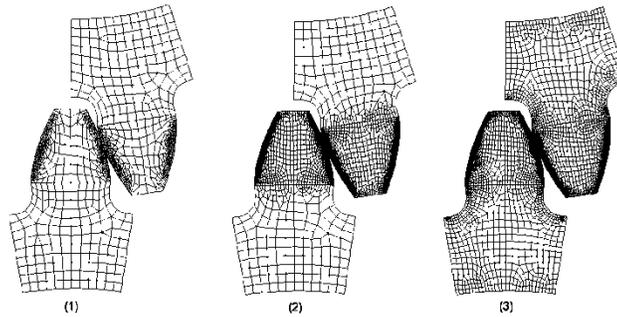


Figura 3 Modelos de discretización en el MEF

Tabla 1 Número de elementos y nodos por modelo

Modelo	Nº nodos	Nodos sobre evolvente	Nodos de aplicación de carga
1	4176	121	25
2	18522	361	25
3	24540	401	61

5. RESULTADOS

Finalmente se realizan cálculos utilizando la teoría de esfuerzos debido a contacto de Hertz, Pope [6] y con la teoría de la AGMA, para ser comparados con los resultados obtenidos de las simulaciones de los modelos propuestos. En la Figura 4 se presenta una comparación

del esfuerzo σ_Z a lo largo perfil evolvente, obtenido con el modelo 3 (FEM 3), los esfuerzos según Hertz y los esfuerzos según la AGMA. Puede verificarse que el modelo 3 presenta una tendencia similar a las curvas teóricas, con valores máximos de esfuerzos en los puntos más bajos en el que un solo par de dientes asumen toda la carga. Una comparación de la distribución de presión en la línea de contacto ($z=0$) entre los tres modelos propuestos y la teoría se presenta en la Figura. 5. La curva teórica se obtiene empleando la teoría de Hertz con los parámetros geométricos del punto estudiado. La distribución del modelo 3 es la que presenta mayor similitud a la curva de Hertz, con un valor máximo de 5% inferior al valor teórico.

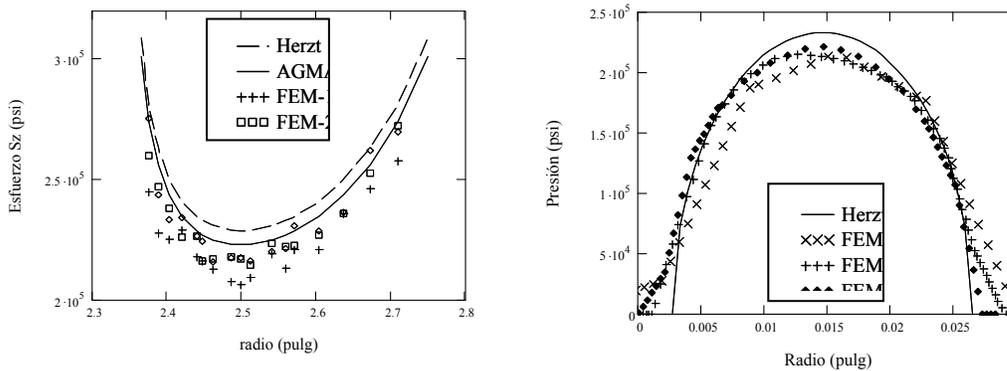


Figura 4 y Figura 5: Comparación de esfuerzos a lo largo del perfil evolvente

En la Tabla 2 se muestran los resultados del esfuerzo de corte máximo que se alcanza en la zona de contacto para el modelo 3 y el modelo teórico; verificándose que τ_{MAX} es apenas 3.6% inferior al valor teórico según Hertz y que este se logra debajo de la superficie a una distancia $z \cong 0.60a$.

Tabla 2 Esfuerzo de corte máximo en la zona de contacto

	a (pulg)	z (pulg)	σ_{MAX} (psi)	z/a	σ_{MAX} / P_o
Modelo 3	1.35e-2	8.14e-3	67428.0	0.60	0.29
Teórico	1.16e-2	9.07e-3	69922.6	0.78	0.30
%Variación	16.6%	10.3%	3.6%	23.1%	3.6%

6. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Los esfuerzos de contacto obtenidos con los modelos realizados por medio de MEF y los esfuerzos según las teoría de Hertz y la AGMA son muy similares, presentando una tendencia a incrementarse de forma exponencial hacia los extremos del perfil evolvente (Fig 4) y con un

valor mínimo en el punto primitivo. No obstante el MEF desarrollado muestra la equivalencia de tendencias y resultados obtenidos, y se solo se mostraron diferencias del orden de 5.0% con respecto a la teoría de Hertz y del 2.6% respecto de los valores de la AGMA.

Los esfuerzos principales σ_2 y σ_3 son máximos para ($z=0$) y disminuyen rápidamente con la profundidad dentro del material y al alejarse de la línea central de simetría. El esfuerzo cortante máximo se alcanza debajo de la superficie en $z \approx 0.6a$, que difiere sensiblemente de la teoría de Hertz que dice que se alcanza en $z \approx 0.78a$. Estos resultado proponen que factores geométricos del perfil evolvente como el radio de curvatura variable y las condiciones de deslizamiento propias del funcionamiento de los engranes representan factores importantes en la determinación del punto de ocurrencia de los esfuerzos cortantes. No obstante, el valor del esfuerzo de corte máximo es aproximadamente $\tau_{MAX} \approx 0.3P_0$ que concuerda con la teoría de Hertz, lo que permite que sea considerado como criterio de punto de fluencia para el contacto.

7. CONCLUSIONES

Primeramente se ha mostrado la capacidad del MEF para la simulación del contacto mecánico en EDR, presentando estimaciones de la presión de contacto y estados de esfuerzos con resultados y tendencia similares a los obtenidos según la teoría de contacto Hertz y la AGMA. Esto demuestra que el programa realizado permite realizar un modelado adecuado para ser utilizado en programas que utilizan MEF; También se muestra que se puede utilizar el programa para realizar investigaciones en el área de diseño de engranajes de diente recto.

Finalmente se puede decir que se muestra un programa que cumple las funciones para el que fue diseñado; además trabaja bajo licencia GNU/GPL por lo que es de libre uso y modificación por parte de cualquier persona, contribuyendo esto con la mejora del mismo, y por lo tanto con la educación e investigación universitaria en esta área.

8. REFERENCIAS

- [1] AGMA Standard 220.02, Strength of Spur Gear Teeth, American Manufactures Association, Alexandria, Virginia, 1966.
- [2] Dean, P. Geometry and Theory of Gears, Gear Manufacture and Performance, the American Society of Metals, 1974.
- [3] Hertz, "Über die Berührung fester Elastischer Körper", Gessamelte Werke vol. 1, Leipzig 1895 p.155.
- [4] Wang, J., Howard, I., "Error Analysis of Finite Element Modeling of Involute Spur Gears". Journal of Mechanical Design. 128(1), 90-97. 2006.
- [5] Filiz, I., Eyercioglu, O. "Evaluation of Gear Tooth Stress by Finite Element Method", Journals Engineer for Industry, ASME 117(2), 232-239 (1995).
- [6] Pope, J., "Soluciones Prácticas Para El Ingeniero Mecánico", McGraw-Hill 2000.
- [7] Sfakiotakis, V., Vaitsis, J., Anifantis, N., "Numerical Simulation of Conjugate Spur Gear Action", Computers and Structures 79(12), 1153-1160. 2001.

**CONCEPTUAL DESIGN OF THE MECHANICAL STRUCTURE OF A 2 METER
RITCHEY-CHRETIEN TELESCOPE FOR THE VENEZUELAN NATIONAL
ASTRONOMICAL OBSERVATORY.**

Santiago Barboza

Franco Della Prugna

sbarboza@cida.ve, santiagobarboza@ula.ve

dellap@cida.ve

Centro de Investigaciones de Astronomía (CIDA).

Av. Alberto Carnevalli, Sector La Hechicera, Edificio CIDA, Mérida-Venezuela.

Postgrado en Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad de los Andes.

Alejandro Farah

Sebastián Provenzano

farah@astroscu.unam.mx

prse@ula.ve

Instituto de Astronomía, UNAM. Ciudad Universitaria, México D.F-México.

Escuela de Ingeniería Mecánica, Universidad de los Andes. Mérida-Venezuela.

Abstract. *The Center for Research in Astronomy (CIDA) is considering the necessity to modernize the National Astronomical Observatory of “Llano del Hato” with the construction of a new telescope. The optical design of this instrument, done by the CIDA’s technical staff, has been developed to fit the mount of the existing Double Astrograph telescope. The mechanical structure of the new telescope must maintain the relative position between the two mirrors, a 1500-kg 2-m diameter primary and a 49-kg 0,55-m diameter secondary. The distance between mirrors is 4,031 m. In addition, the total weight of the new telescope should not be greater than the weight of the Double Astrograph. Our intention is to study different structural models using the conceptual design method. The goal is to choose the model of best performance. The structural concepts proposed in this study are compared using numerical indicators, which were determined by means of the Finite Elements Method (FEM). Materials and profiles for the mechanical structure are also obtained in the same way. The global structural concept derived from this analysis is studied through the FEM by simulating different positions. The mechanical structure meets the technical specifications at all positions analyzed. For the finite element solution, a posteriori error estimation is made using energy of deformation.*

Key words: Telescopes, Conceptual Design, Mechanical Structure, Stiffness, FEM.

1. INTRODUCTION

The Venezuelan National Astronomical Observatory (NAO) has four telescopes that were manufactured in the fifties. Since the dedication of the OAN, these instruments have been maintained, improved and modernized, and currently all telescopes are completely operatives. However, the observatory has not acquired larger telescopes, lagging Venezuela some way behind in terms of relatively large instruments dedicated to astronomical research. The development of a 2 meter telescope, two times bigger than the biggest one installed in the country, will give to the researchers an instrument four times more powerful, which certainly will improve the astronomical work in Venezuela. The goal of this project is to design the mechanical structure that supports the mirrors of the telescope; the design must be based on minimizing the elastic deformations. The idea is to guarantee alignment to get good images, which is the main objective in developing this kind of instrument. [1]

2. TECHNICAL SPECIFICATIONS

To develop the mechanical structure of the telescope, an optical resolution of 0.5 arcsec is taken as a reference. With this initial parameter, the requirements that the mechanical structure should attain are established. The optical design of the new telescope was carried out using the Beam Three software to analyze the performance of the optical elements and to quantify their dimensions. The instrument will be used in the visible range of the electromagnetic spectrum, for this reason, considerations are not taken to improve the optics or the mechanical structure in any other range of the spectrum. It is estimated that the telescope will be used mainly for spectroscopy, covering an approximate field of 1 arcmin. The telescope has an equivalent total focal length of 18m.

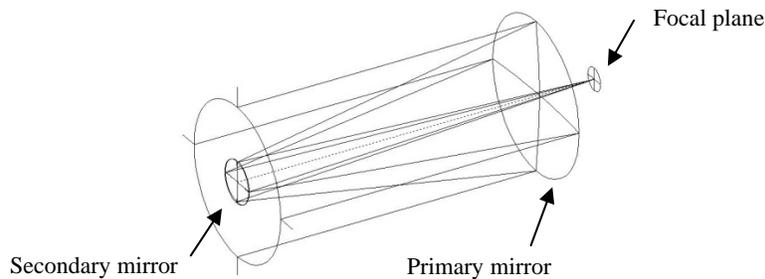


Figure 1. Optical elements

The mechanical structure that supports the mirrors of the telescope, should maintain the relative position between primary and secondary mirrors in a range that will allow to obtain the expected resolution. These values of maximum displacements of the secondary mirror are calculated using Beam Three.

Table 1. Secondary mirror allowed displacements

Parameter	Value
Axial direction (z)	40 μm
Lateral direction (x)	500 μm
Lateral direction (y)	500 μm

Another factor that should be considered in the design of the structure is the wind effect. Typical values for the vibrations caused by the wind over telescope's structures have been calculated. These values range from 0 to 12 Hz, taking as a safety margin of 2, the natural frequency of vibration of the telescope should be greater than 24 Hz. [2]

3. MODELLING AND ALTERNATIVE SELECTIONS

To simplify the conceptual design phase and to do the alternative analysis more efficient, the telescope structure is divided in 3 parts: the spider, the main structure and the cell for the primary mirror. The finite elements analysis of the different models is carried out with Algor. Beam elements are used in the spider and main structure, and octahedral ones in the primary mirror cell. The different alternatives are compared using numerical indicators calculated with the results of FEA. Then, for each part of the telescope, the best performance model is chosen. All models are analyzed in three positions to simulate an observational night with the telescope; 0° defines the zenith position, 90° represents horizontal position and 45° the intermediate one.

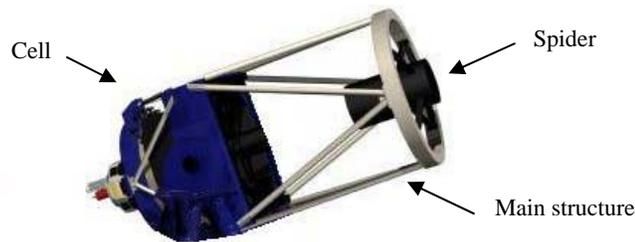


Figure 2. Parts of the telescope

3.1. Spider analysis

For the spider development 8 concepts with 4 versions each are proposed. Each version has 3 beam inclinations of 10°, 20° and 30°. In total, 32 different models are analyzed by FEM. The same material, profile and boundary conditions are used in each model. Finally, an arbitrary load, to simulate the secondary mirror and gravity, are applied to perform the analysis.

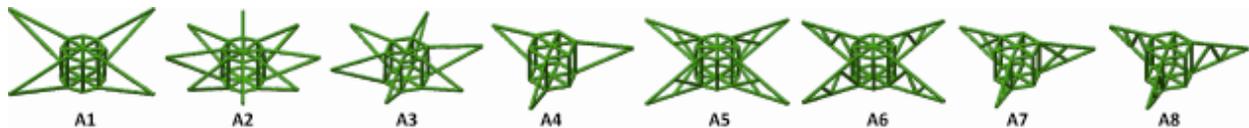


Figure 3. Spiders

To compare the different models the “I” performance indicator is used. [3]

$$i = U * W * N \quad (1)$$

Where “U” is control node displacement, “W” is the weight of the model and “N” is the number of nodes completely fixed. The best model will have the lowest value. Finally, the model with the best performance was A3.2

3.2. Main structure analysis

Likewise, 17 models of structures are proposed and the same performance indicator is used to compare each one. In this case, the control node is located in the upper part of the structure. Beam elements are used to put it in the place of the spider. The simulation is done applying loads in the superior side of the structure to reproduce the weight of the spider and secondary mirror. As a boundary condition, the lower side of the structure is totally fixed to replicate the junction with the primary mirror cell.

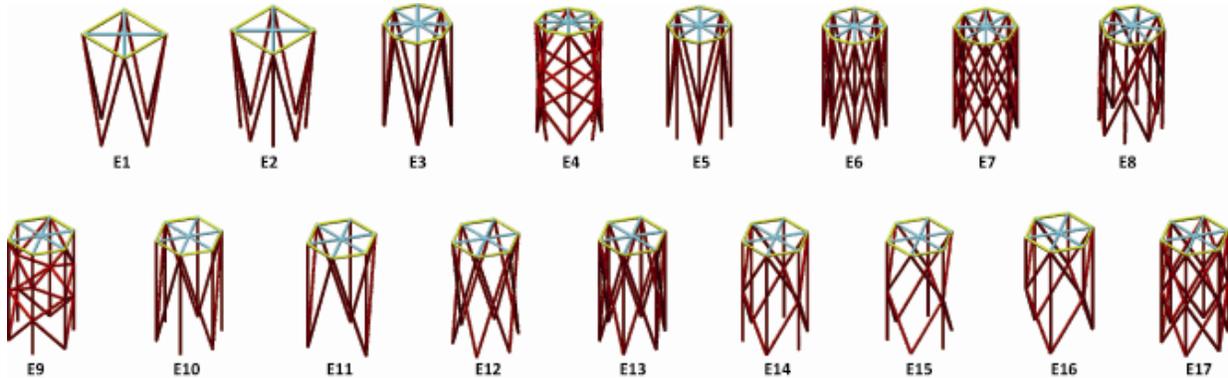


Figure 4. Structures

The best performance indicator is achieved by the structures E11 and E16. Both models are joined with the best spider model, and then they are re-analyzed as an assembly with the same material and profiles to determine which is the best option. The model E11 shows the best performance with a 3-in diameter structural steel tube.

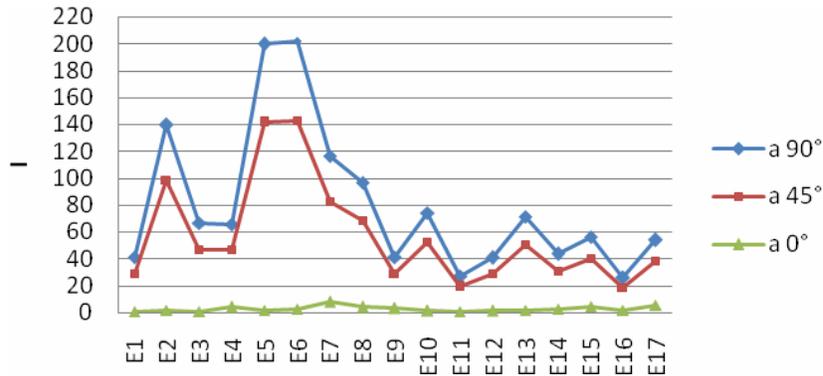


Figure 5. Model performance

3.3. Primary mirror cell analysis

The concepts generated for the cell analysis have diverse internal structural configurations. The 3D models are drawn with Inventor and then exported to Algor for the FEA. In this case, octahedral brick elements are used to mesh the model. Beside, the control node to measure the displacement is located in the central hole of the cell through the beam elements. A uniformly

distributed load of 1500 kg is applied over the cell surface to represent the primary mirror. Finally, the nodes in external corners of the hexagon cell are assumed to be completely fixed.

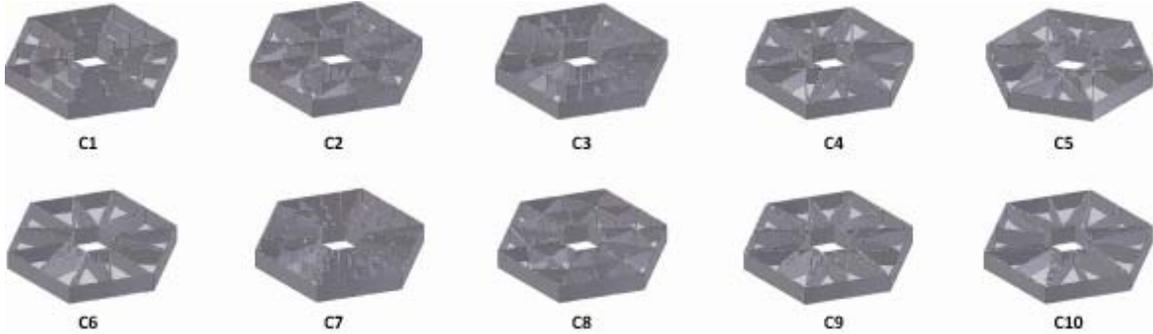


Figure 5. Cells

As a result of the FEA, using a similar performance indicator, the best primary mirror cell model was C6.

4. ASSEMBLY ANALYSIS AND RESULTS

After analyzing individually each part of the telescope, concluding with the selected best models of spider, main structure and cell, it is necessary to evaluate these elements together as an assembly. In fact, this study allows to know the global performance of the structure. The next figure shows selected models and their assembly.

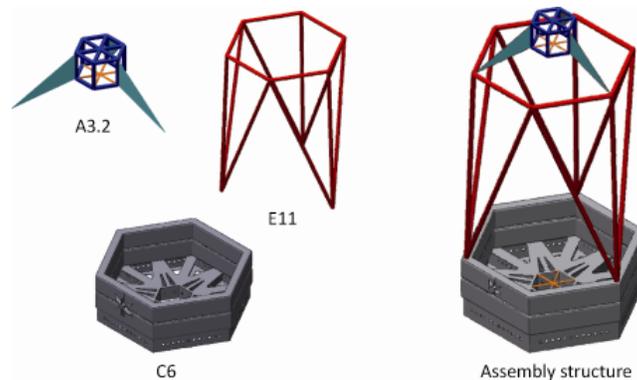


Figure 6. Selected Models and assembly

For the assembly analysis a combination of brick octahedral elements, plate elements and beam ones are used. All these elements together allow representing the geometry of the proposed global structure. The applied loads represent the weight of the telescope's mirrors, (a 1500-kg primary and a 60-kg secondary). In addition, to represent the junction of the telescope with its mount, the declination axis in the cell is totally fixed. The analysis of the telescope structure is done simulating different observational positions, from zenith to horizon every 30° in both axes. In total 49 positions are analyzed by FEM. The results of the position analysis are shown in the following figures.

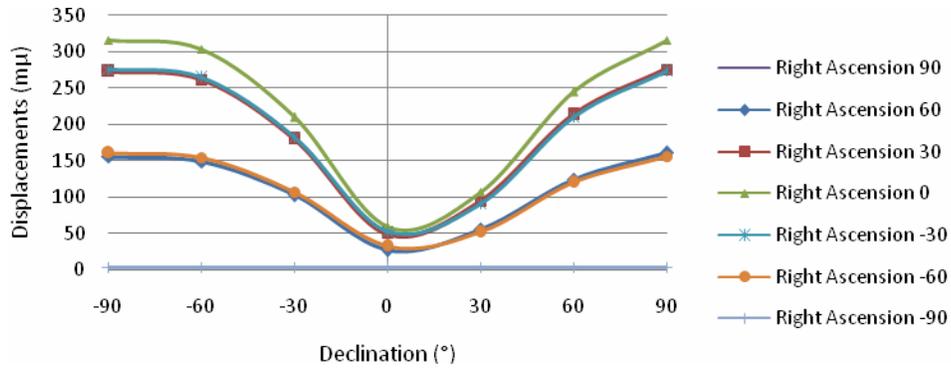


Figure 7. Assembly structure X axis displacements

The tendency of the X axis displacements is maintained for the entire position analysis. It presents a maximum value of 316 μm with the telescope pointing to the horizon and a minimum value that tends to 0 μm when the instrument reaches the zenith. The Y axis showed the same tendency. In contrast, the Z axis has the opposite tendency. The minimum displacement is obtained in the horizon, but the maximum (21 μm) is present at the zenith.

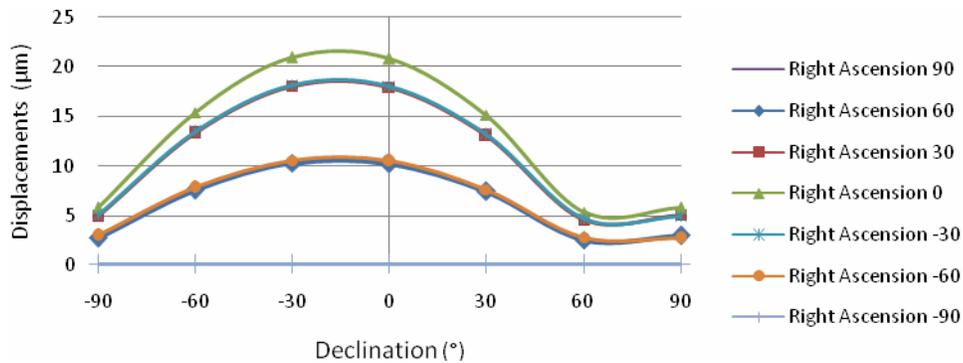


Figure 8. Assembly structure Z axis displacements

According to the results calculated in the position analysis of the assembled mechanical structure, the conceptual design proposed for the Venezuelan National Astronomical Observatory 2-meter telescope, meets the technical specifications to assure ideal images no larger than 0,5 arcsecs.

REFERENCES

1. Gunn, J., Seigmund, W., Mannery, E., et al. *The 2.5 m telescope of the Sloan Digital Sky Survey*. *The Astronomical Journal*. 131. 2332-2359. (2006).
2. Angeli George Z., *Characterization of Wind Loading of Telescopes*. SPIE Proceedings, Integrated Modeling of Telescopes, Vol. 4757. (2002).
3. A. Farah, J. Godoy, F. Velázquez, C. Espejo, S. Cuevas, et al. *Finite Element Analysis of the GTC Commissioning Instrument Structure*. Proceedings of the SPIE, Volume 4837, (2003).

A MIMETIC ITERATIVE SCHEME FOR SOME ELASTIC PLATE PROBLEMS

J.M. Guevara-Jordan

jmguevarajordan@gmail.com

Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Apto. Postal 6228, Carmelitas 1010, Caracas, Venezuela.

A. Ould- Khaoua

D.M. Cabrejo-Sánchez

A. Calvache- Archila

ahmed@medea.uniandes.edu.co

dm.cabrejo42@uniandes.edu.co

a.calvache402@uniandes.edu.co

Departamento de Matemáticas, Universidad de los Andes, Carrera 1 No 18, Bogotá, D.C., Colombia.

Abstract. *An extension of a general iterative scheme for a class of fourth order equations, biquadratic respect the Laplacian operator, is proposed. The iterative scheme is combined with a recently developed finite differences mimetic method to produce a novel mimetic iterative scheme for solving elastic plate problems. A comparative study of the new scheme and alternative implementations based on standard finite difference method is analyzed. Results of this study show the advantages of the mimetic iterative approach.*

Keywords: Mimetic iterative scheme, Mimetic method, Standard finite differences, Fourth order equations, Biconjugate gradient.

1. INTRODUCTION

The accurate resolution of linear fourth order elliptic problems is of great importance in many fields of applied mathematics. Specific examples are the computations of elastic plates problems. Numerical solutions of this type of equations have been widely studied with finite differences and finite element methods. There are two general approaches for solving these equations, they are: the single equation approach and the coupled equations approach [1]. In this article the couple equations approach will be used in the implementation of the mimetic iterative scheme. Its splitting of the fourth order equations into a system of second order equations is the

best formulation for the mimetic and finite differences methods. Mimetic methods are a relatively new type of finite difference conservative methods. Their discretizations of divergence and gradient operators satisfy discrete versions of Green-Gauss-Stokes identity [2]. In this article a particular version of a second order mimetic finite difference scheme, [3], is used in the discretization of equations. This version of mimetic method produces a better approximations than standard finite difference techniques for solving second order static diffusion equations. In particular, it provides a second order approximation at the boundaries, which is an advantage over more general mimetic approaches. This paper proposes a new mimetic iterative scheme for solving a general fourth order linear biquadratic equation. It combines a general iterative scheme for solving the system of equations produced by the coupled equations approach with the mimetic discretization of the second order equations in the system. Such combination of techniques has been not reported to the best of our knowledge in the technical literature, so its algorithm and numerical performance represent an original contribution.

The content of this paper is distributed in six sections. First section is this introduction. Second section gives the general fourth order elliptic equation used in this work. Third section describes a general iterative scheme for solving the resulting system of equations produced by the couple equations approach. Fourth section proposes the new mimetic iterative scheme. Fifth section provides numerical results of a comparative studied between the mimetic iterative scheme and an iterative scheme based on standard finite difference. Finally, section six has the conclusions and recommendations.

2. EQUATIONS

We will develop an iterative scheme for solving the equation

$$\Delta^2 u - a\Delta u + bu = f \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

under the following boundary conditions

$$\partial u / \partial n + cu = g_o, \quad \partial \Delta u / \partial n + c\Delta u = g_1 \quad \text{on } \partial\Omega. \quad (2)$$

In these equations Δ is the Laplacian operator, Δ^2 is the biharmonic operator, Ω is a bounded domain in R^n , $\partial\Omega$ denotes the boundary of Ω , $\partial / \partial n$ represents the directional derivative along the outward normal to $\partial\Omega$, a and b are positive constants, c is a non null constant, f is a given function, g_o and g_1 are known function on the boundary. The above equations arise from the study of static deflection of an elastic bending beam where u denotes the deflection of the beam and Δu is associated to its curvature. Existence and uniqueness of the solution for equations (1) and (2) has been studied in [1]. Elementary considerations indicate that equation (1) can always be factorized in an expression of the form

$$(\Delta - \mu)(\Delta - \lambda)u = f - (b - b_1)u \quad (3)$$

where b_1 is a convenient constant, μ and λ are positive constants with $\mu \geq \lambda$, $\mu + \lambda = a$, and $\mu\lambda = b_1$. Application of the couple equations approach to (3) and (2) produces the following system of equations.

$$\begin{cases} (\Delta - \mu)v = f - (b - b_1)u & \partial v / \partial n + cv = g_1 - cg_0 \\ (\Delta - \lambda)u = v & \partial u / \partial n + cu = g_0 \end{cases} \quad (4)$$

This system of equations is linear and it can be solved simultaneously for u and v with any numerical method for partial differential equations by using a direct or an iterative linear solver. However, such approaches are not usually applied to (4), because they do not take advantage of the fast numerical techniques available for second order equations.

3. GENERAL ITERATIVE METHOD

In order to use efficient numerical techniques for solving second order equations in (4) many iterative methods have been proposed in the literature. In particular, the general iterative method developed in this article is an adaptation of [4] to the case of Robin's conditions. Its formulation is independent of the numerical method used to discretize the equations and it reduces solution of (4) to a sequential solution of its second order equations. Both properties are important, they allow us comparison among different numerical methods and efficient solution of second order equations in (4). The algorithm for the general iterative method is as follows.

STEP 1: Give an initial function φ_0 to start the iterative method.

STEP 2: Given φ_k (obtained by the iterative method) solve:

$$\begin{cases} (\Delta - \mu)v_k = f + \varphi_k & \partial v_k / \partial n + cv_k = g_1 - cg_0 \\ (\Delta - \lambda)u_k = v_k & \partial u_k / \partial n + cu_k = g_0 \end{cases} \quad (5)$$

STEP 3: Check for converge with tolerance $\epsilon >$ machine precision:

If $|u_k - u_{k-1}| \leq \epsilon$ then STOP

STEP 4: Compute φ_{k+1} :

$$\varphi_{k+1} = (1 - \tau)\varphi_k - \tau(b - b_1)u_k \quad \text{where } \tau = \text{iterative parameter} \quad (6)$$

STEP 5: Go to STEP 2

Some comments about this algorithm are needed for steps 2 and 4. The STEP 2 requires a fast solution of system (5). This system is uncoupled version of system (4) and its solution can be efficiently obtained by sequential solution of its second order equations. Definition of the iterative parameter in STEP 4 requires some additional notation. If A denotes the linear operator that assigns φ_k to u_k with null boundary conditions, ($A\varphi_k = u_k$), then it can be shown that $\tau = 2/(2 + (b - b_1)|A|)$ guarantee convergence of the general iterative method. Optimum choice of this parameter is an interesting problem to be solved, but that study is not subject of this article.

4. MIMETIC ITERATIVE METHOD

Combination of the general iterative scheme with the second order mimetic method developed in [3] produces the new mimetic iterative scheme. The mimetic scheme provides discretizations of the divergence, gradient, and boundary operators represented by D , G , and B , respectively, such that they satisfies a discrete version of the Green-Gauss-Stoke theorem.

$$\langle Du, v \rangle_I + \langle u, Gv \rangle_P = \langle Bu, v \rangle_I \quad (7)$$

In this expression brackets represents generalized inner products of the form $\langle x, y \rangle_P = x^T P y$ where P is definite positive matrix and I is the identity. Introduction of mimetic operators in the algorithm for the general iterative method produces the following representation for the mimetic iterative method.

STEPM 1: Give an initial function φm_0 to start the iterative method.

STEPM 2: Given φm_k (obtained by the iterative method) solve:

$$\begin{cases} (D \cdot G - \mu I)vm_k = f + \varphi m_k & (BG + C)vm_k = g_1 - cg_0 \\ (D \cdot G - \lambda I)um_k = vm_k & (BG + C)um_k = g_0 \end{cases} \quad (8)$$

STEPM 3: Check for converge with tolerance $\epsilon >$ machine precision:

$$\text{If } |um_k - um_{k-1}| \leq \epsilon \text{ then STOP}$$

STEPM 4: Compute φ_{k+1} :

$$\varphi_{k+1} = (1 - \tau)\varphi m_k - \tau(b - b_1)um_k \quad \text{where } \tau = \text{iterative parameter} \quad (9)$$

STEPM 5: Go to STEPM 2

It should be noted that the mimetic iterative method is a projection of the general iterative method on the space of approximations by the mimetic method. Consequently, approximations obtained by mimetic iterative method will be denoted by sequences $\{um_k\}$, $\{vm_k\}$, and $\{\varphi m_k\}$ to distinguish them from their continuum versions in the general iterative method. Sequences $\{um_k\}$ and $\{vm_k\}$ do not converge to the exact solution of (4), but they converge to mimetic approximations of u and v in (4) on the grid associated to the mimetic discretizations. It is clear that mimetic iterative method will converge to the exact solution of (4) under mesh or grid refinements. These observations in relation to the mimetic iterative method will be true for any numerical discretization implemented in STEP 2 of the general iterative method. Matrix C in (8) is a square matrix whose dimension is the size of the grid in the mimetic discretization and its non null entries are those elements in its diagonal associated to the nodes at the boundary.

5. COMPARATIVE STUDY

This section presents a simple comparative study of the mimetic iterative method and an implementation of the general iterative method based on standard finite differences (SFD) for solving a one dimensional version of (4). Specifically, the test equation is given by the boundary value problem $\Delta^2 u - \Delta u + u = f$, $\partial u / \partial n + u = g_0$, $\partial \Delta u / \partial n + \Delta u = g_1$ on the interval $\Omega = [0, 1]$. In this problem the exact solution $u(x) = x^{15}(1-x)^{15}$, which determines the right hand side of the equation and boundary conditions by direct substitution. Efficiency of the iterative methods will be evaluated as a function of the number of iteration. These iterations will be called outer iterations. In addition, the linear system in both methods will be solved by the BiConjugate Gradient (BiCG) method. The number of iterations of BiCG will be also measured in our test

problems. They will be called inner iterations. The tolerance value in all test problems was $\epsilon = 10^{-6}$ and grid sizes run from 45 to 100 blocks.

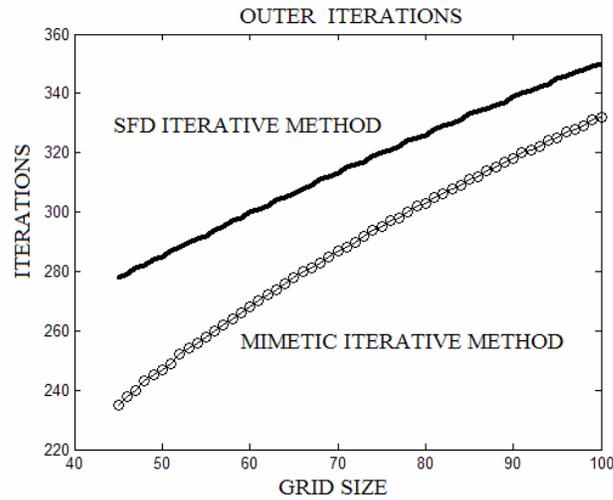


Figure 1: Number of outer iterations as a function of grid sizes. Upper line SFD scheme. Lower line mimetic iterative scheme.

In Figure 1 represents the number of outer iterations as a function of grid size. It is observed that the number of iteration of the new mimetic iterative method is always less than those for SFD iterative method. For small grid sizes when the iterative scheme do not achieve a good convergence to the exact solution the gap in the number of outer iterations is bigger than for more refined grids. Grids with more than one hundred block require more iterations for convergence but the gap between the mimetic method and the SFD iterative methods does not change. The number of outer iterations for the grid with one hundred blocks is 332 and 350 for the mimetic iterative method and the SFD iterative method respectively. This means that our new method produces a 6% reduction in the number of iterations.

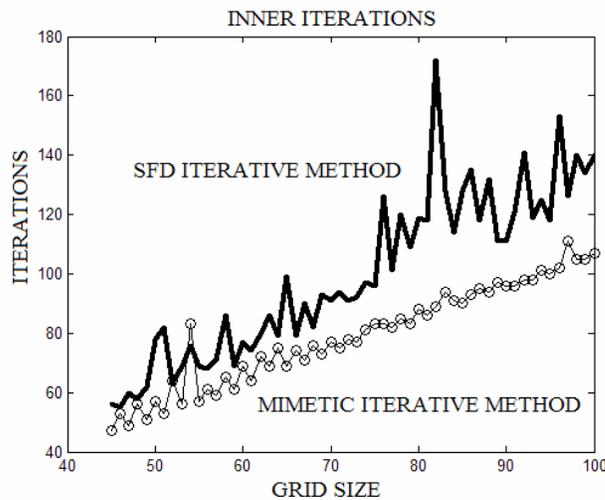


Figure 2: Number of inner iterations as a function of grid sizes. Upper line SFD scheme, lower line mimetic scheme.

Figure 2 reports the number of inner iterations for the BiCG method. Iterations of BiCG or inner iterations is erratic for the SFD iterative method. This behavior may be a result of bad condition number in the linear systems generated by SFD or instabilities in the BiCG. On the other hand the number of iterations for the mimetic linear system shows an almost linear steady increment in the number of iterations as a function of grid sizes. For grid sizes with more than seventy blocks the number of inner iterations for the mimetic iterative method is consistently lower than the inner iteration for SFD iterative method. In the one hundred grid 107 inner iterations is reported by the mimetic method against 140 iterations registered with SFD method. This represents a 23% reduction in the number of inner iterations in relation with the SFD iterative method.

6. CONCLUSIONS

A general iterative method for the solution of the elastic plate equations in the context of a second order mimetic method has been presented. Evaluation of the mimetic iterative method and a SFD iterative method on a simple test problem gave evidence of the advantage of the method proposed in this article. Specifically the mimetic iterative method registered less outer and inner iterations to achieve convergence than the general iterative method based on SFD. In addition, comparison in the number of inner iteration in the comparative study provides the first evidence of the advantage of mimetic method for solving diffusion equations with standard iterative methods such as BiCG.

Acknowledgements

The first author would like to thank the Department of Mathematics at Universidad de los Andes, Colombia, for their hospitality and for providing him with valuable resources in his sabbatical year. Financial support of Universidad Central de Venezuela is gratefully acknowledged.

REFERENCES

- [1]. Allen III, M. B., Herrera, I., & Pinder, G.F., *Numerical Modeling in Science and Engineering*. Wiley, 1998.
- [2]. Shashkov, M., *Conservative Finite Difference Methods on General Grids*, CRC Press, Florida, 2001.
- [3]. Guevara-Jordan, J.M., Rojas, S., Freites-Villegas, M., and Castillo, J.E., Convergence of a Mimetic Finite Difference Method for Static Diffusion Equations. *Advances in Difference Equations*, (electronic journal), 2007.
- [4]. Dang, Q.A., Mixed Boundary Domain Operator in Approximate Solution of Biharmonic Type Equations, *Vietnam Journal of Mathematics*, vol. 26, No.3, 1998.

SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DEL FENÓMENO DE PANDEO EN UNA TUBERÍA DE PRODUCCIÓN DE PETRÓLEO MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Cristians, Andreína.

Regnault, Jean Paul.

Videla, Liber.

andreinacristians@gmail.com

jeanpaulreg@gmail.com

liber30@hotmail.com

Centro de Métodos Numéricos y Experimentales en Mecánica Estructural (CIMNEME) del Instituto de Materiales y Modelos Estructurales (IMME) de la FI-UCV. Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela.

Ciccola, Vicente.

ciccolav@pdvsa.com

PDVSA-INTEVEP, Los Teques, Estado Miranda.

Resumen: *En este trabajo se presenta el primer avance de la modelación y del análisis del fenómeno de pandeo en una tubería de producción para un pozo petrolero en su sección vertical, asistido para la extracción de crudo por una recuperación con flujo continuo de vapor, calculado con un programa computacional especializado que utiliza el método de elementos finitos. Para esto se evaluará el comportamiento mecánico, a través del análisis del modelo computacional utilizando diversos parámetros, tales como la distribución de esfuerzos en una tubería sujeta a cambios de presión y temperatura inherentes a la acción de un fluido, análisis de la influencia de fuerzas compresivas que puedan ocasionar pandeo, estudio de la relación de esfuerzos de compresión y de tracción a lo largo de la tubería. Este estudio inicial se hace validando el modelo computacional generado con el modelo analítico existente, el cual para situaciones básicas y primarias da muy buenos resultados más no para situaciones reales y menos bajo condiciones críticas de operación.*

Palabras Claves: pandeo, zona neutra, simulación, recuperación con flujo continuo de vapor, tubería de producción.

1. INTRODUCCIÓN.

La tubería de producción, presenta un comportamiento mecánico muy particular en términos de estabilidad, resistencia, fricción, fatiga entre otros, debido a su configuración geométrica, condiciones de contorno y de operación propias al pozo. En particular, las sartas de la Faja Petrolífera del Orinoco, están sometidas a altas temperaturas debido a los procesos de recuperación de petróleo (inyección de vapor), por lo que se espera un cambio en la

configuración de estabilidad originalmente recta en la sección vertical de la sarta, pese a que no se consideran largas (< 550 [m]) como las que están en el Lago de Maracaibo (> 3000 [m]).

En éste orden de ideas, es importante como consecuencia que la industria petrolera venezolana haga las provisiones del caso para evitar pérdidas y fallas a consecuencia del pandeo, tales como longitud de sellos ineficiente, dificultades en el paso de herramientas y plasticidad en la sarta.

En este trabajo, se desarrolló una metodología para la descripción analítica pertinente en el estudio del pandeo de sartas de producción, así como una metodología para la simulación numérica, a través de un programa computacional basado en el método de los elementos finitos. Con esto se desarrollará un problema con datos reales de un campo en la Faja del Orinoco para la evaluación del fenómeno de pandeo bajo las condiciones de operación en ésta región.

1. PANDEO EN TUBERÍAS DE PRODUCCIÓN.

El estudio del pandeo en sartas verticales, comienza con la aplicación de la Fuerza de Pandeo (F_b) [3d], para evaluar la ocurrencia del mismo, así como criterio para determinar la zona en la que se encuentra el punto neutro ($F_b = 0$), ya que ésta ecuación representa una distribución de cargas a lo largo de la longitud de la sarta.

$$F_b = F_a - P_i A_i + P_o A_o \quad (1)$$

En la Ecuación (1), la fuerza axial (F_a), es determinada con la suma de todas las fuerzas actuantes en dicha dirección, tales como el peso de la sarta en tensión y la fuerza compresiva axial por flotabilidad. La presión interna (P_i), es aquella actuante sobre al área de la pared interna de la sarta (A_i), en dirección radial, así como la presión externa (P_o), actúa sobre el área de la pared externa (A_o), de la sarta de producción. Si la magnitud de la Fuerza de Pandeo (F_b) es negativa, entonces se espera que ocurra pandeo desde la profundidad correspondiente a este valor negativo, hasta el extremo inferior de la sarta.

Para pozos inclinados ($\theta \neq 0$), se utiliza como criterio de estabilidad la fuerza crítica de Paslay:

$$F_p = \sqrt{4W \sin \theta \frac{EI}{r}} \quad (2)$$

Es necesario comparar la distribución de magnitud negativa de la Fuerza de Pandeo en valor absoluto, con el resultado numérico que arroje la fuerza de Paslay [3b], para así determinar el tipo de pandeo que ocurrirá, ya que éste puede tomar forma geométrica lateral (sinusoidal) ó helicoidal [2].

Tabla 1. Relación de fuerzas críticas.

Relación de	Resultado
$F_b \leq F_b \leq \sqrt{2} F_p$	Pandeo Lateral
$\sqrt{2} F_p \leq F_b \leq 2\sqrt{2} F_p$	Pandeo Lateral o
$2\sqrt{2} F_p \leq F_b $	Pandeo Helicoidal

A continuación se presentan las ecuaciones para el desplazamiento axial basados en: 1) la Ley de Hooke [3c] para la fuerza axial " ΔL ", 2) variación de temperatura [3d] " ΔL_T ", 3) desplazamientos por pandeo helicoidal [6] " ΔL_{hel} " y 4) desplazamiento por estallido [3] " ΔL_B ".

$$\Delta L = \frac{L(A_p - A_i)P_i - (A_p - A_o)P_o}{EA_s} \quad (3a) \quad \Delta L_T = \alpha L \Delta T \quad (3b) \quad \Delta L_{hel} = \frac{F_b r_o^2}{4EI} L \quad (3c)$$

$$\Delta L_B = \frac{2\nu L}{R} \left[\frac{P_o r_o^2 - P_i r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \right] \quad (3d)$$

Donde α , es el coeficiente de dilatación térmica del material, A_p y A_s las áreas de la empacadura y el área de la sección transversal respectivamente, r la luz radial, r_o y r_i los radios externo e interno de la sarta, E, ν e I , los módulos de Young, Poisson y la Inercia de la sarta respectivamente.

2. ANALISIS DE FALLAS EN TUBERÍAS DE PRODUCCIÓN.

Los diferentes tipos de tubulares pueden estar sujetos a cargas de presión, compresión, torsión, flexión, o una combinación de las mismas, de manera que para un cierto punto del material se producen esfuerzos en más de una dirección. Tales tensiones combinadas pueden alcanzar el límite de fluencia del material. El uso de un criterio de falla es necesario para predecir los rangos bajo los cuales el material puede soportar esos esfuerzos combinados, por lo que se empleará el criterio del esfuerzo equivalente de von Mises, σ_{VME} , para el cálculo del esfuerzo combinado sobre la tubería [1]. En éste criterio, σ_a, σ_r y σ_t son los esfuerzos axial, radial y tangencial en la tubería.

$$2\sigma_{VME}^2 = (\sigma_a - \sigma_r)^2 + (\sigma_a - \sigma_t)^2 + (\sigma_r - \sigma_t)^2 \quad (3)$$

Además se define un factor de diseño (FD) como el radio permisible de esfuerzo para los esfuerzos de operación σ_y / σ_{VME} .

$$FD = \frac{\sqrt{2}\sigma_y}{\sqrt{(\sigma_a - \sigma_r)^2 + (\sigma_a - \sigma_t)^2 + (\sigma_r - \sigma_t)^2}} \quad (4)$$

La tubería de producción a emplear en este caso posee la siguiente descripción: Grado de acero: L-80, Esfuerzo de fluencia de la tubería 80.000 psi, (551,58 MPa)

3. SIMULACIÓN NUMERICA DE LA TUBERÍAS DE PRODUCCIÓN.

El programa utilizado para la simulación numérica vía elementos finitos es ANSYS11®, cuya licencia, de carácter temporal, fue provista por la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela.

Se seleccionó el elemento SOLID186, el cual es un elemento hexaédrico cuadrático de 20 nodos. Éste elemento tiene tres grados de libertad en cada nodo (traslación en “x”, “y” y “z”), (Figura 1). Se seleccionó éste elemento hexaédrico cuadrático debido a que se requiere menor cantidad de elementos para la modelación del volumen cilíndrico, respecto a los elementos hexaédricos lineales, para mantener la misma precisión en la representación de la geometría en la simulación.

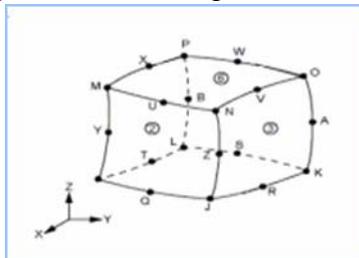


Figura 1- Elemento hexaédrico cuadrático.

3.1 Selección del método de mallado

En ANSYS11® existen varios métodos de mallado, como el barrido, el mapeado y el mallado libre. Dadas las características geométricas de la tubería de producción (simetría y longitud), se determinó que el método más apropiado para la creación de la malla es por barrido.

3.2 Selección del sistema de contacto

Para simular al revestidor, generamos la geometría, y se establece la restricción utilizando el asistente de contacto de ANSYS11® (Figura 44). La geometría será de forma prismática para optimizar la respuesta del par de contacto.

Se debe asegurar que las normales de los elementos de contacto del cuerpo rígido apunten en contra de las normales de los elementos de contacto del cuerpo flexible. En el estudio, el sistema de contacto es entre cuerpo rígido (revestidor) y cuerpo flexible (sarta de producción), determinando así, los esfuerzos en la sarta de producción.

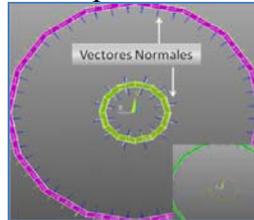


Figura 2 - Normales en los elementos de contacto en la tubería de producción y el revestidor.

3.3 Modelación y aplicación de cargas y temperatura

En primer lugar, se restringe el movimiento en la cabeza del hoyo, considerando la gravedad. Seguidamente, se incorpora un gradiente de temperaturas en el modelo. Este gradiente debe ser incorporado de manera secuencial, seleccionando nodos pertenecientes a cada sub-sección longitudinal que conforme el modelo. Posteriormente se introducen los gradientes de presión a través del comando “SFGRAD”. Para esto se debe definir la pendiente de presión respecto a la profundidad, mediante los valores mínimos y máximos a nivel de superficie y en el extremo inferior de la sarta respectivamente. Finalmente, se aplica la carga de flotabilidad al extremo inferior de la sarta de producción

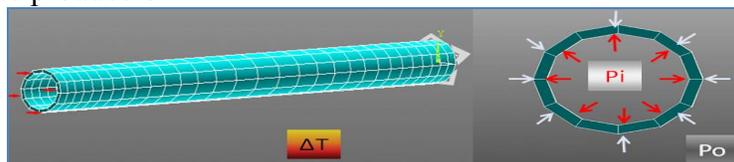


Figura 3 - Esquema de solicitaciones sobre la sarta de producción con disminución de la temperatura.

4. RESULTADOS

A continuación se desarrollarán la solución analítica y simulación numérica para el caso de recuperación secundaria por vapor.

4.1 Solución Analítica

El resultado total, para los desplazamientos axiales debido al peso de la sarta, por el cambio de temperatura, el desplazamiento axial tanto por pandeo helicoidal y estallido, se muestra a continuación.

4.2 Solución Numérica

El desplazamiento axial reportado por la simulación numérica para la condición térmica sobre la sarta de producción se observa en la Figura 6, y es de $\Delta L=1,33$ [m], (0,25 % de la longitud total de la sarta).

Tabla 2. Resultados de los Desplazamientos axiales sobre la sarta de producción.

Desplazamientos	Valor [m]
ΔL_{Hooke}	-0,0143
ΔL_{Temp}	1,23
ΔL_{B}	0,00
$\Sigma \Delta L_i$	1,216

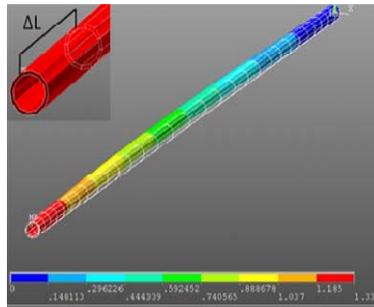


Figura 4 - Distribución del desplazamiento axial de la tubería bajo la condición térmica aplicada e incremento de la longitud [m].

En la Figura 5, se observa una flexión, que no se presentó en la sarta sin el efecto de la temperatura. Esto indica que la temperatura aumentará el efecto de pandeo en la sarta, lo cual no es tomado en consideración en las teorías de estabilidad establecidas (Paslay y Euler).

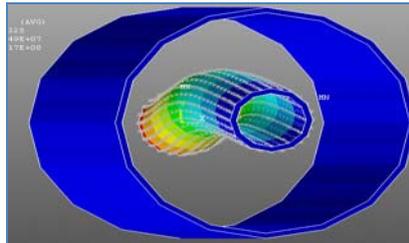


Figura 5 - Vista en perspectiva del Pandeo de la sarta, bajo los efectos del ambiente térmico.

En la Figura 6 observamos la distribución del Esfuerzo Equivalente de von Mises en la sarta. Puede observarse un valor máximo a cabeza de hoyo de $466E+08$ Pa, lo que no alcanza el esfuerzo de fluencia del material.

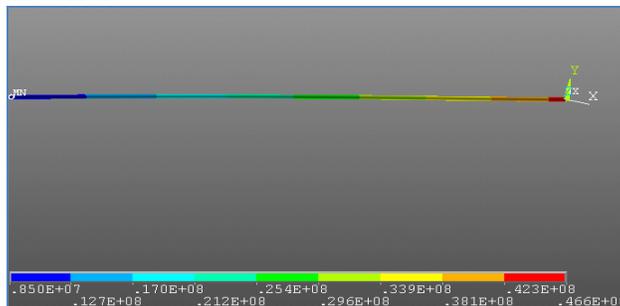


Figura 6 – Esfuerzo equivalente de von Mises.

4.3 Comparación entre el modelo numérico y el modelo analítico

Ambos modelos predicen un comportamiento preponderantemente de configuración recta hasta la profundidad de aproximadamente 480 [m], en la que se espera una leve flexión dada la influencia de los efectos compresivos en la sarta de tuberías. El modelo numérico en particular, no se observa pandeo antes de la aplicación de la condición térmica. El gradiente de temperatura infringe una elongación sobre la sarta, así como una leve configuración de flexión.

El modelo numérico predice una elongación de $\Delta L=1,33$ [m], en contraste con el $\Delta L=1,21$ [m] de elongación que predice el modelo analítico. Esto conlleva un error de 9,14 % del modelo numérico respecto al analítico.

Es importante destacar, que la flexión generada por la temperatura observada en la simulación numérica, no es tomada en cuenta en el modelo analítico para determinar el desplazamiento axial total, lo que influye negativamente en el margen de error.

El margen de error entre los esfuerzos de von Mises equivalente en las paredes interna y externa en el extremo inferior de la sarta, no supera el 20%. Sin embargo, éste valor va aumentando con la longitud de la sarta significativamente hasta el cabezal de hoyo, esto como consecuencia de la vinculación (empotramiento) y la limitación que ésta supone a la dilatación térmica.

En el extremo inferior de la sarta, se observa un error con respecto a la formulación analítica de un 15 %. Este que permanece fuera de una gran influencia de los esfuerzos generados por la sujeción en el cabezal del pozo de la tubería. Estos esfuerzos generados por la sujeción del cabezal del pozo, no son tomados en cuenta en la formulación analítica, ya que ésta se especializa en el estudio de las fibras pandeadas de la sarta, las cuales se encuentran generalmente en el extremo inferior de la sarta.

5. CONCLUSIONES.

Se presentó una metodología analítica y una metodología para la simulación numérica, que permite el procedimiento para describir analíticamente y simular numéricamente el fenómeno de pandeo en sartas de producción de petróleo.

Por otra parte, se comprobó que el aumento de la temperatura favorece el pandeo en la sarta, lo que el criterio de Paslay, así como la fuerza de pandeo no toman en consideración. Sin éste factor en juego, ambos modelos (numérico y analítico) coinciden en su configuración de estabilidad. En cuanto a los desplazamientos axiales, se obtuvo un 9% de diferencia respecto a los resultados calculados mediante la solución analítica comparados con los obtenidos en la simulación numérica.

6. BIBLIOGRAFÍA.

- [1]. Aasen, J., Aadnoy, B. *Three-Dimensional Well Tubular Design Improves Margins in Critical Wells*, Journal of Petroleum Science and Engineering, N° 56 (2), pp 232-240, 2007.
- [2]. Chen, Y.C., Lin, Y.H., and Cheatham, J.B. *Tubing and Casing Buckling in Horizontal Wells*,--EN: JPT pp 158-190, 1990.
- [3]. Chen, K. y Xu, J. *A Method for Calculating Pipe Deformation in Gas Wells*. *World Journal of Modelling and Simulation*,--EN: Chengdu, N°3(4) pp 145-170, 2008.
- [4]. Dawson, Rapier and Paslay, P.R. "*Drillpipe Buckling in Inclined Holes*2. --EN: JPTN°125(1) pp 185-192, 1984.
- [5]. Gao, De-Li, y Gao, Bao-Kui. *A Method for Calculating Tubing Behavior in HPHT Wells* SPE, Changping, Beijing. Elsevier B.V. 2003.
- [6]. Lubinski, A., Althouse, W. S., y Logan J. L. *Helical Buckling of Tubing Sealed in Packers*, Journal of Petroleum Technology, 1962.

CREACIÓN Y APLICACIÓN DE UNA INTERFACE PARA EL DISEÑO Y OPTIMIZACIÓN DE MODELOS GEOMÉTRICOS

Adriana Moreno
Mauricio Serrano
Yomar González
Vannessa Duarte

Adriana.moreno@inabio.edu.ve

Mauricio.serrano@inabio.edu.ve

Yomar.Gonzalez@inabio.edu.ve

Vannessa.Duarte@inabio.edu.ve

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Resumen. *I.E.F.C. es una interface acoplada a una herramienta gráfica principal llamada GID, la cual permite de manera sencilla la generación de los archivos de entrada indispensables para la evaluación, simulación y análisis de dispositivos y su interacción con las estructuras óseas. Con I.E.F.C., el usuario es capaz de incorporar módulos personalizados que se adapten al tipo de estudio de acuerdo a las necesidades de los modelos y del método numérico utilizado. En este trabajo se realizaron modificaciones a un modelo óseo sometido a condiciones de carga controladas para verificar su comportamiento y comprobar la funcionalidad de la interface. Las pruebas se han enfocado en la evaluación del comportamiento piezoeléctrico de un modelo de fémur segmentado, con el archivo de entrada configurado para un código basado en el método de los elementos de contorno multiregión. Los resultados mostraron ser adecuados a los esperados en la literatura y contribuyeron a la implementación del método de elementos de contorno en simulación ósea.*

Palabras clave: Piezoelectricidad, MEC, fémur, interfaz

1 INTRODUCCIÓN

Son muchas las aplicaciones en el área de ingeniería y de las ciencias aplicadas que solo pueden ser analizadas mediante la implementación de herramientas computacionales basadas en algunos casos en elementos finitos y elementos de contorno (MEF y MEC) los cuales permiten simular el fenómeno en estudio tomando en cuenta sus propiedades intrínsecas y su relación con aquellas que se deseen evaluar.

El efecto piezoeléctrico es poco estudiado en los huesos y puede representar un factor de incidencia en el proceso de curación de fracturas, por lo cual se ha venido utilizando el MEC, para preparar modelos que requieren la asignación de condiciones de carga y corriente así como desplazamiento y

potencial. Una interfaz gráfica sencilla que permitió la asignación, modificación y visualización de estas condiciones en los modelos de mallas, ha sido implementada a través del programa GID.

En el presente trabajo, se muestra el modelo de un fémur segmentado en varios discos, los cuales se mallaron con elementos de contorno de tipo cuadrilátero, todo lo cual se hizo con el fin de comprobar la versatilidad de la interface al momento de la manipulación geométrica para posteriormente realizar el análisis piezoeléctrico mediante un código de elementos de contorno multiregión.

2 METODOLOGÍA

Para la implementación del código computacional, se realizó el seccionamiento de la estructura ósea en varios sub-dominios con planos paralelos entre sí y perpendiculares al eje longitudinal del fémur, a una distancia aproximada de 1 cm, mediante el uso de un software gráfico (AutoCad 2008). Cada geometría fue importada en la herramienta gráfica GID, de acuerdo a los protocolos de archivos seleccionados y sin colapso de la geometría, para tomar en cuenta las superficies de corte de cada segmento (Fig. 1) y así evitar el solapamiento de información a la hora mallar los subdominios, logrando de esta manera el correcto posicionamiento de los vectores normales para cada elemento ubicado en las superficies de contacto una vez se realice el mallado.

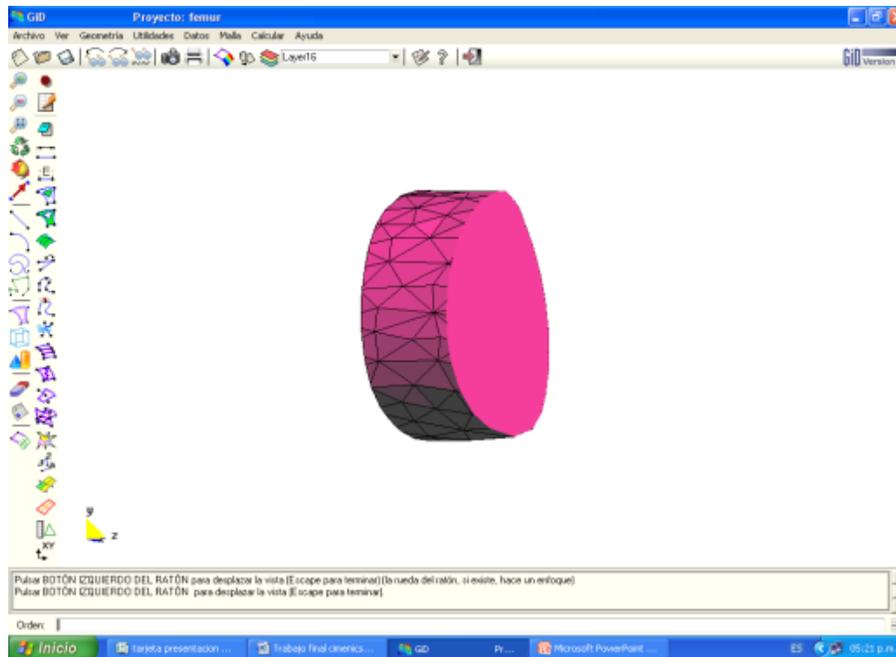


Figura 1: Importación de una sección en formato (.igs) reparada y no colapsada

Una vez hecho esto, se ensamblaron todos los subdominios (Fig 2). Seguidamente, se malló el modelo con elementos de contorno para el dominio completo. La herramienta gráfica permitió además manipular los modelos de tal forma que la información de interés pudiera mostrarse con facilidad.

La interfaz comienza con la creación de un archivo para la asignación de las propiedades del hueso



Figura 2: Acoplamiento de todos los subdominios

(.mat) (Tabla 2) (Fig 3), permitiendo la selección y visualización de las diferentes propiedades que inicialmente se introdujeron como opciones a elegir. De manera similar se creó el archivo para la aplicación de las condiciones de carga y corriente (.cnd), pudiéndose cambiar las diferentes magnitudes de acuerdo a los posibles valores.

Tabla 1: Aproximación de los valores constantes en el fémur ^a ([3]).

e_{123}	e_{113}	e_{311}	e_{333}	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{33}	C_{44}	ϵ_{11}	ϵ_{33}
177.66	55.53	15.06	18.6	21.2	9.5	10.2	37.6	7.5	10	12

^aNota: e_{ij} son los coeficientes piezoeléctricos en $C/m^2 \times 10^{-5}$, C_{ij} son las constantes elásticas en un caso transversalmente isótropo GPa, ϵ_{ij} son los coeficientes dieléctricos $C/Vm \times 10^{-12}$.

Una vez creados los módulos y aplicadas todas las condiciones, se obtuvo el archivo de salida arrojado por GID, para manejar la información contenida en el mismo, de tal manera que pudiera generarse un archivo de entrada requerido para el análisis piezoeléctrico por elementos de contorno. Dicho archivo fue generado siguiendo las especificaciones del archivo de entrada para el código de MEC [[4]], el cual establece que el archivo debe tener en primer lugar, la información general del problema, luego la geometría de la malla, en la cual la secuencia de numeración de los nodos y la incidencia específica deben ser mostradas. Por último se da la información de las regiones; para cada región se debe hacer énfasis en el número de elementos de contorno que la describen y las propiedades de los materiales.

3 RESULTADOS

Por medio de la interfaz gráfica se realizaron algunas pruebas para someter al hueso a condiciones extremas de potenciales eléctricos, sin embargo, en el hueso el efecto piezoeléctrico es muy pequeño y poco medible, razón por la cual se tomó como primera opción el particionamiento del fémur para medir el potencial en fragmentos más pequeños como sugieren algunos autores. [5]

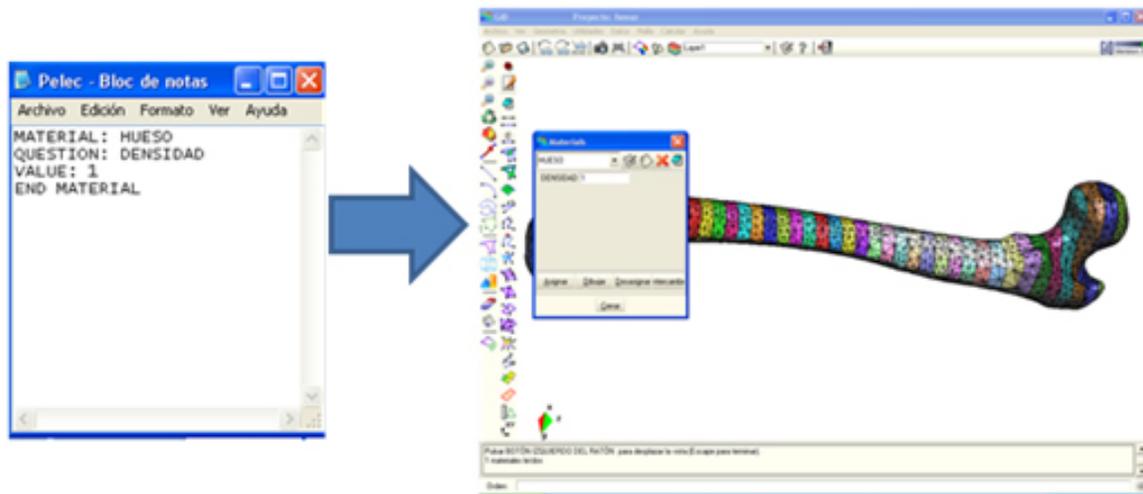


Figura 3: Creación del módulo de materiales

Sin embargo, estos resultados mostraron complicaciones, por lo que se optó por realizar una simulación más sencilla en la sección de un cúbito de pavo (Figura 4).

Los primeros resultados demostraron la efectividad de la interfaz gráfica para el modelado y generación de diferentes archivos que permita la evaluación del comportamiento piezoeléctrico en huesos utilizando MEC. Así mismo, se pudo notar como el potencial incide en la deformación del hueso al ser sometido a cargas mecánicas (Figura 5).

El uso de un modelo sencillo permitió la validación de los modelos, permitiendo el cambio de manera sencilla y rápida de las condiciones del material y los factores de contorno que afectan el comportamiento de los materiales vivos.

4 CONCLUSIÓN

Mediante el implemento de I.E.F.C. a través de la interfaz gráfica GID, se demostró su valía y eficacia al momento de generar la data necesaria para hacer viable el uso de los métodos numéricos al resolver problemas ingenieriles.

Dicha eficacia, solo se ve acotada al buscar la geometría necesitada; puesto que GID no cuenta con las herramientas geométricas para realizar las modificaciones requeridas. En el presente estudio se hizo menester el uso de softwares que ayudaran en esta parte, para posteriormente obtener los resultados esperados.

De igual forma, GID mediante I.E.F.C demostró ser una vía en la generación de archivos de entrada a códigos de MEC de los que no se dispone de un software comercial que permite la manipulación de los modelos de una forma sencilla y rápida.

Agradecimientos

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela Académia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales de Venezuela

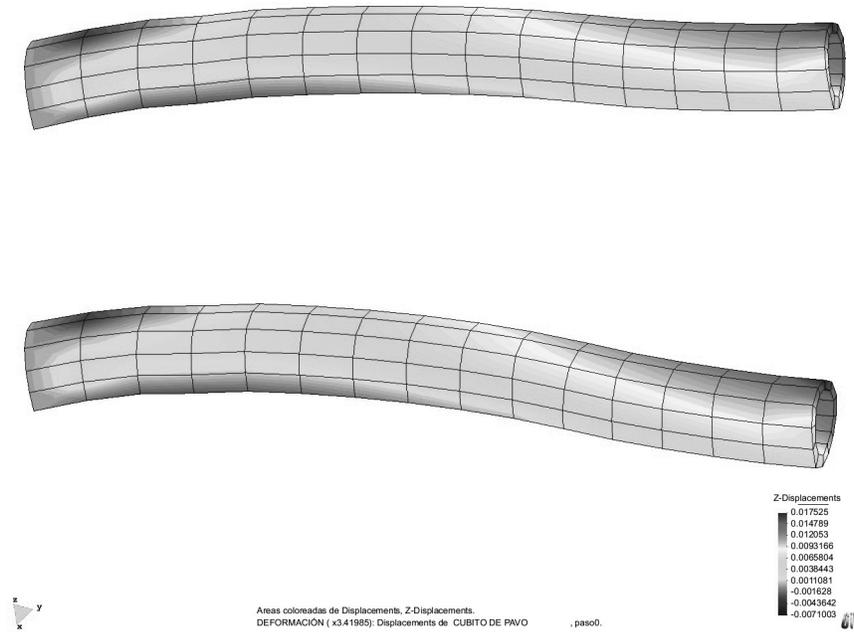


Figura 4: Deformación de un cúbito de pavo al someterlo a cargas eléctricas y mecánicas en el extremo distal

REFERENCIAS

- [1] REDDY, J.N. *An introduction to the finite element method*, MacGraw Hill, 2006.
- [2] GAUL, L., KÖGL, M & WAGNER, M. *Boundary element methods for engineers and scientists*, Springer, DE, 2003.
- [3] EL-NAGGAR A.M., ABD-ALLA A.M. & MAHMOUD S.R. *Analytical solution of electro-mechanical wave propagation in long bones*, Appl. Math. Comput, Vol. 119, pp. 77-98, 2001.
- [4] BEER, G., SMITH, I., & DUENSER, C., *The Boundary Element Method with Programming* SpringerWienNewYork, DE, 2008.
- [5] BECKER R, BASSETT C, & BACHMANN C. . *Bioelectric factors controlling bone structure*, In: Frost H. (ed.), Bone biodynamics, (p. 209), Boston: Little, Brown and Co. 1964.

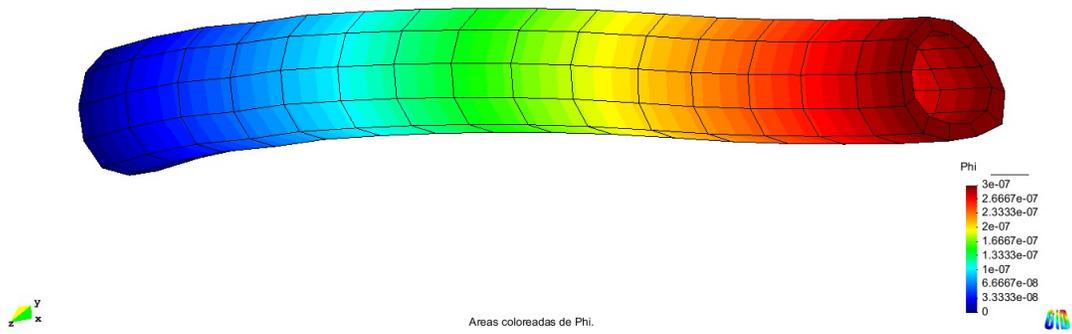


Figura 5: Distribución del potencial en el cúbito de pavo

IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS EMPLEANDO REDES NEURONALES ARTIFICIALES: UN ENFOQUE PRÁCTICO

Alejandro R. Zambrano E.

Víctor Collazo

arzambrano@unexpo.edu.ve

vcollazo@edelca.com.ve

Centro de Investigación de Redes Neuronales y Robótica, UNEXPO Puerto Ordaz

Centro de Investigaciones Aplicadas, EDELCA

Numan Troncone

njtroncone@edelca.com.ve

Centro de Investigaciones Aplicadas, EDELCA

Resumen. *El presente trabajo muestra el diseño e implementación de una herramienta computacional para identificación de sistemas mediante aplicación de la tecnología de las Redes Neuronales Artificiales. El Neuro-Identificador de Sistemas (NIS) presenta dos componentes principales: un hardware de estímulo y adquisición de señales, y una interfaz humano-máquina, que ha sido desarrollada bajo arquitectura PC empleando las herramientas MATLAB/GUIDE[®], MATLAB/Simulink[®], Neural Networks Toolbox[™] y Data Acquisition Toolbox[™]. El sistema permite obtener un modelo aproximado que se ajusta a la dinámica de la planta real, que posteriormente puede ser evaluado en lazo abierto empleando cualquier herramienta computacional utilizada en el análisis de sistemas de control. El NIS genera automáticamente funciones de transferencia de P.O.M.T.M., y funciones de transferencia de segundo orden si la respuesta del sistema es sub-amortiguada. La herramienta permite la identificación de cualquier sistema SISO, lo que permitirá a la empresa actualizar sus modelos de gobernadores de velocidad de sus unidades hidrogeneradoras, anualmente. El sistema ha sido aplicado en la identificación de modelos bajo entorno de simulación y de circuitos eléctricos de primer y segundo orden. Los modelos obtenidos satisfacen las hipótesis planteadas en relación a la dinámica de la sección identificada, hecho que confirma resultados satisfactorios del NIS.*

Palabras clave: Identificación de Sistemas, Redes Neuronales Artificiales, Interfaz Humano-Máquina, Gestión de Memoria.

1. INTRODUCCIÓN

El objetivo principal de la presente investigación es el diseño e implementación de una herramienta que permita estimar la función de transferencia, ó identificación, mediante aplicación de la tecnología de Redes Neuronales Artificiales (RNA) [1], [2], de cualquier sistema lineal o no lineal de una sola entrada y una sola salida (SISO) que se encuentre en un lazo de control realimentado, que pueda ser aplicado en la industria eléctrica venezolana, demostrando de manera práctica la aplicación de dicha tecnología

Específicamente, en la investigación se han considerado dos métodos de modelado empírico de procesos en el dominio temporal: modelado basado en la curva de reacción del proceso aproximando a una función de transferencia de P.O.M.T.M., y modelado basado en la curva de reacción del proceso aproximando a una función de transferencia de segundo orden cuando el sistema a modelar es sub-amortiguada.

Un conocimiento preciso de la relación entrada-salida, o función de transferencia [3] de un sistema permite predecir la respuesta del mismo y seleccionar la acción de control adecuada para mejorarla. El modelado empírico de procesos [4], contempla análisis en el dominio temporal y en el dominio frecuencial, que se realizan utilizando datos de entrada y salida obtenidos experimentalmente a partir de la excitación del proceso que se desea identificar bajo una condición nominal de operación. En este sentido, [5] constituye el antecedente más representativo de la investigación que se documenta en estas páginas, ya que trata la identificación de un sistema en la empresa EDELCA: el sistema de gobernación de una unidad hidrogeneradora, que según el autor "... el sistema completo es bastante complejo, con varios lazos de retroalimentación...". Mediante ensayos escalón realizados bajo velocidad nominal, y con aplicación de perturbaciones inferiores al -3%, el autor logra obtener un modelo aproximado del sistema. La obtención del modelo matemático permitió, entonces, reentonar el controlador de gobernación de velocidad de la unidad hidrogeneradora, que en su oportunidad, para el año 2007, presentaba fuertes oscilaciones que comprometían la estabilidad del sistema.

Es notable destacar a [6], [7], ya que presenta de manera formal cómo pueden aplicarse dos de las arquitecturas de red neuronal más utilizadas en este tipo de aplicación, y cuáles son las implicaciones de seleccionar una u otra estructura, en la identificación de sistemas dinámicos.

2. MODELO DE IDENTIFICACIÓN EMPLANDO REDES NEURONALES

El proceso de identificación de sistemas mediante aplicación de redes neuronales considerado en el desarrollo de la aplicación, según [8], responde al diagrama mostrado en la Fig. 1. El modelado empírico de procesos se fundamenta, esencialmente, en el ajuste de funciones de transferencia generales, de primer o segundo orden, mediante un conjunto de operaciones realizadas sobre datos experimentales extraídos del sistema real que se quiere identificar, por lo que el problema de la identificación de sistemas lineales y no lineales puede ser abordado mediante la aplicación de la tecnología de las redes neuronales artificiales, específicamente a través de los modelos con entrenamiento supervisado. Mediante información de la entrada y la salida de un sistema con función de transferencia desconocida, una estructura de identificación basada en redes neuronales artificiales con entrenamiento supervisado puede realizar el mapeo de un conjunto de vectores de entrada asociados a unas clases de salidas, y representar a través de sus parámetros internos (pesos y tendencias) la dinámica de dicho sistema. El Dr. Narendra presenta un estudio formal sobre identificación y control de sistemas dinámicos empleando redes neuronales. La estructura de modelo de identificación implementada se muestra en la Fig. 2.

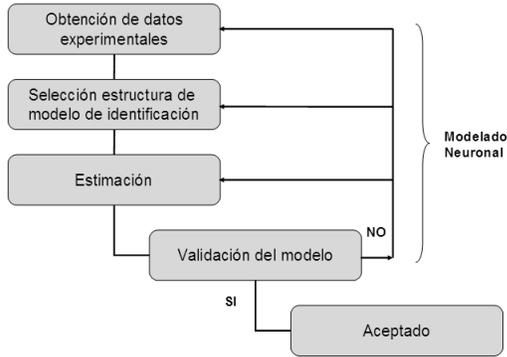


Figura 1- Fases del modelado neuronal.

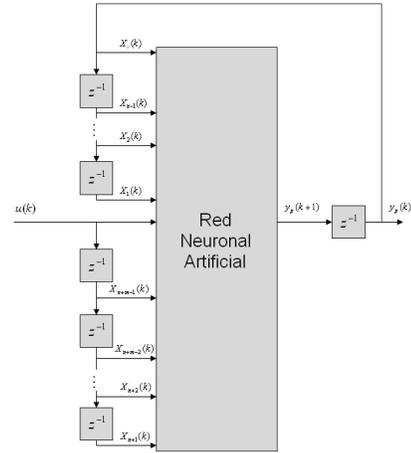


Figura 2 - Estructura de identificación implementada.

Sea $X_n(k)$ el vector de entradas de la red neuronal que almacenará mediante sus parámetros internos, la dinámica del sistema a identificar. En este modelo, las entradas de la red neuronal son la entrada del sistema real $u(k)$, las entradas $X_{n+m-1}(k)$ que representan estados anteriores de la misma señal de entrada $u(k)$; y la salida del sistema, representada como entrada a la red neuronal por $X_1(k)$ y sus respectivos valores en estados anteriores, $X_n(k)$. El número de entradas retardadas a considerar depende directamente del orden estimado del sistema a identificar. En este modelo, las entradas de la red neuronal deben ser propagadas en el mismo instante de tiempo. La capacidad de almacenar un comportamiento dinámico realmente es otorgada a través de la presentación de estados anteriores, tanto de la entrada del sistema a identificar, como de su salida, a la red neuronal artificial.

El modelo seleccionado es el de una RNA multicapa con algoritmo de entrenamiento Levenberg-Marquardt Backpropagation [9]-[11]. El número de capas y las funciones de transferencia de las neuronas es variable. Las ecuaciones relativas a los algoritmos de entrenamiento, se encuentran codificadas en la NNT de MATLAB.

3. DISEÑO DEL NEURO-IDENTIFICADOR DE SISTEMAS

El diseño del Neuro-Identificador de Sistemas, ha sido realizado considerando que el producto final debe ser una herramienta de uso sencillo, con una interfaz gráfica de usuario sofisticada, y con elementos software y hardware de alta calidad. El diseño ha sido subdividido en dos grandes etapas que pueden apreciarse en la Fig. 3.

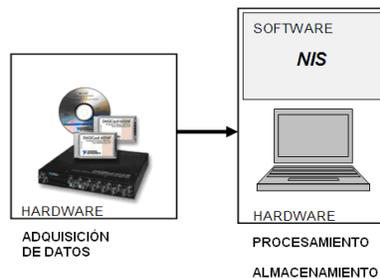


Figura 3 - Diseño del Neuro-Identificador de Sistemas.

La etapa de software contempla, en el mismo orden del esquema de identificación mediante redes neuronales visto en la Fig. 2, opciones para llevar a cabo cada una de las fases de dicho esquema, así como también las operaciones típicas sobre archivos asociados al NIS, y la ayuda. La interfaz gráfica ha sido desarrollada bajo el módulo MATLAB/GUIDE[®].

Para la etapa de hardware, se ha utilizado un computador portátil como elemento de procesamiento y almacenamiento, y una tarjeta de adquisición de datos junto a un equipo terminal de interconexión entre las señales eléctricas provenientes del sistema a identificar y la tarjeta mencionada. El software permite seleccionar y configurar los parámetros principales de la tarjeta de adquisición: frecuencia de muestreo, canales de entrada y salida, y tiempo de adquisición. El NIS está provisto de una interfaz con funciones de la Data Acquisition Toolbox[™] de MATLAB[®], lo que permite dar prioridad en el software, a las interrupciones causadas por la tarjeta de adquisición de datos al sistema operativo embebido en el computador portátil.

En el diagrama de flujo presentado en la Fig. 4 se aprecian los seis módulos principales que integran el software de la herramienta implementada en esta investigación.

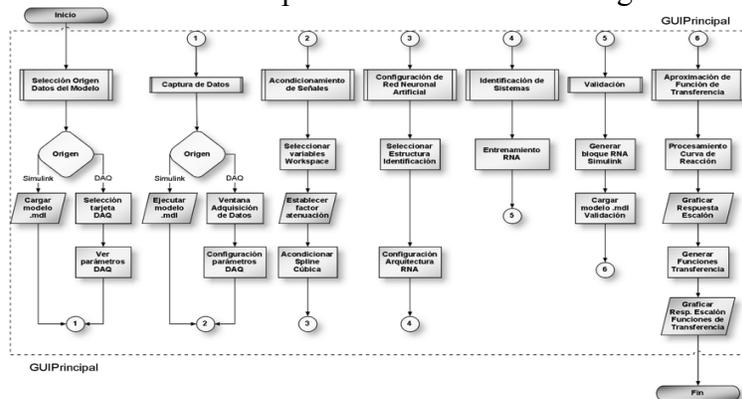


Figura 4 - Diagrama de flujo del software del NIS.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La Figura 6 muestra el circuito de primer orden que ha sido identificado mediante obtención de datos experimentales en laboratorio.

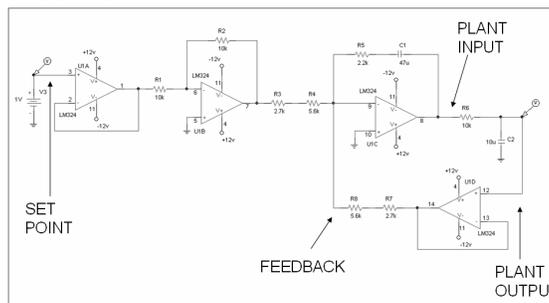


Figura 6 - Circuito de primer orden.

Las señales de entrada y salida de la planta, que fueron muestreadas utilizando el hardware de adquisición de datos, se muestran en la Fig. 7 y 8. La frecuencia de muestreo de las señales fue seleccionada excitando la entrada del circuito y observando hasta que punto la frecuencia atenúa la salida de la planta. En este caso, la frecuencia de muestreo ha sido de 80 Hz.

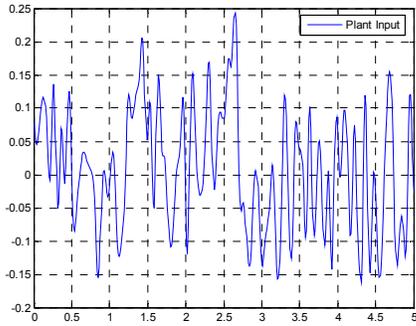


Figura 7 - Entrada muestreada del circuito de primer orden.

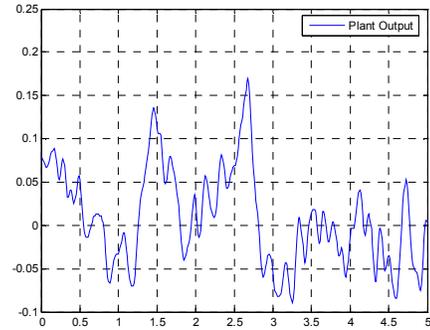


Figura 8 - Salida muestreada del circuito de primer orden.

La cota de error alcanzada por el algoritmo de entrenamiento Descenso de Gradiente, ha sido 2.98×10^{-6} en 10000 épocas de entrenamiento. La Fig. 9 muestra una entrada de excitación aleatoria, mientras que la Fig. 10 muestra el gráfico de validación del modelo de red neuronal, donde se somete a la misma señal aleatoria, tanto a la planta como a la red neuronal artificial previamente entrenada, en condición de lazo abierto.

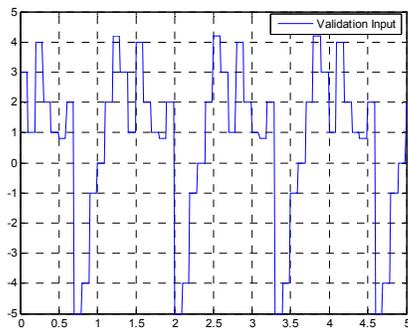


Figura 9 - Entrada de validación para el modelo obtenido.

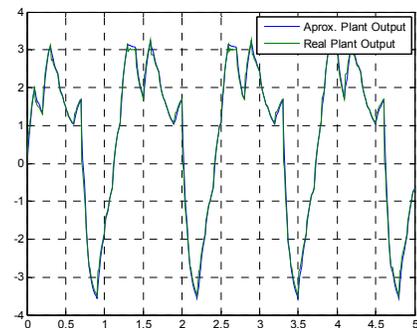


Figura 10 - Respuesta de la red neuronal y del circuito ante la misma entrada aleatoria.

Las Figuras 11 y 12 muestran respectivamente, la función de transferencia aproximada por el Neuro-Identificador y la salida real del circuito de primer orden.

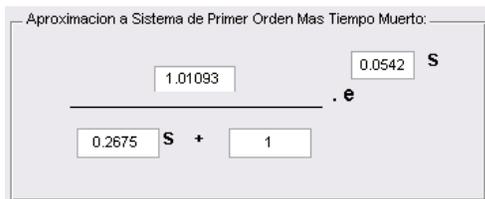


Figura 11 - Función de transferencia aproximada por el NIS

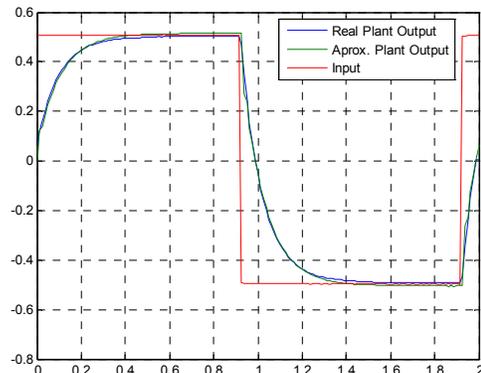


Figura 12-Salida del circuito de primer orden y salida de la planta aproximada por el NIS.

Cuantitativamente, el grado de confiabilidad del modelo se ha evaluado mediante un factor de correlación cuadrática multivariable, que expresa la fuerza de la relación lineal entre el conjunto de datos de salida del modelo aproximado, \hat{y}_i , y el conjunto de datos de salida del sistema o planta real, y_i , ante una misma entrada cualquiera.

$$R_y^2 = 1 - \left| 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \hat{Y}_i^2}{\sum_{i=1}^n Y_i^2} \right| \leq 1 = 0.9670 \quad (1)$$

5. CONCLUSIONES

- 1) Para obtener un buen modelo que se adapte a la dinámica del sistema real a ser identificado, es necesario conocer aproximadamente el tiempo de establecimiento del mismo y así seleccionar el tiempo de muestreo.
- 2) El éxito en el proceso de identificación depende de la arquitectura de la RNA y de las señales de excitación suministradas al sistema real del que se tomarán los conjuntos de entrenamiento, que deben cubrir toda la expectativa de salida del sistema.
- 3) El error cuadrático medio obtenido en la fase de entrenamiento de la red neuronal debe ser inferior a 10^{-10} para obtener un buen modelo.
- 4) Es posible utilizar el modelado neuronal en la identificación de sistemas que se encuentren en un lazo cerrado.
- 5) Se demuestra que es posible, después de obtener el modelo de red neuronal que representa la dinámica del sistema, realizar pruebas escalón y, aplicando técnicas de modelado empírico de procesos, aproximar una función de transferencia.

REFERENCIAS

- [1] Zambrano A., Pinto L., “Aplicación de las Redes Neuronales Artificiales en Procesadores Digitales de Señales: Caracterización de Sensores Infrarrojos”, Revista Universidad, Ciencia y Tecnología, vol. 13, UNEXPO Vicerrectorado Puerto Ordaz, Puerto Ordaz, Venezuela, pp. 20-27.
- [2] Demuth H., Beale M., Hagan M., “Neural Network Design”, PWS Publishing Company, Boston, EUA, 1996.
- [3] Ogata K., “Modern Control Engineering”, Third Edition. Prentice Hall, 1998. 997 p.
- [4] Sarmiento S., *Identificación Empírica de Modelos*, UNEXPO Vicerrectorado Puerto Ordaz, Puerto Ordaz, Venezuela, Marzo, 2003. pp 173-188.
- [5] Contreras R., “Tuning of Governance System of a 805 MVA Generator Unit at Guri Plant After 25 Years of Service”, 1st Venezuelan Congress on Networks and Electrical Energy, Anzoátegui, Venezuela. November, 2007. pp. 1-9.
- [6] Narendra, K. S., Parthasarathy, K., “Identification and Control of Dynamical Systems Using Neural Networks,” IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 1, No. 1, pp. 4-27, 1990.
- [7] Nechyba M., Xu Y., “Neural Network Approach to Control System Identification with Variable Activation Functions”, The Robotics Institute, Carnegie Mellon University, Pittsburg, EUA, 2000.
- [8] Cañete J., “Modeling and Control using Neural Networks”, Malaga University, PhD Program on Mechatronics Engineering, Málaga, Spain. April, 2008.

ANÁLISIS DE LA PROPAGACIÓN DE CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS EN TEJIDOS BIOLÓGICOS MEDIANTE SIMULACIÓN NUMÉRICA UTILIZANDO FDTD

Paulino Del Pino

Alfonso Zozaya

pdelpi@gmail.com

azozaya@uc.edu.ve

Laboratorio de Electromagnetismo Aplicado LABEMA, Universidad de Carabobo Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Bárbula, Naguanagua, Carabobo-Venezuela.

Resumen. *Se propone en este trabajo el análisis de la propagación de campos electromagnéticos, radiados por fuentes características, en tejidos biológicos mediante simulación numérica, en un amplio rango de frecuencias, utilizando FDTD, haciendo énfasis en los efectos que tienen los modelos dispersivos en frecuencia de cada uno de los parámetros electromagnéticos que componen el tejido biológico. Para efectos de la simulación se escribieron códigos para estudiar la propagación de campos electromagnéticos en el dominio del tiempo mediante un programa escrito en Matlab utilizando el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo considerando dependencia frecuencial $(FD)^2TD$. Los medios considerados son tejidos biológicos, específicamente sangre, tejido de seno y tejido óseo, los cuales se modelaron electromagnéticamente mediante el modelo de Debye.*

Palabras claves: FDTD, Medios dispersivos, Tejidos Biológicos, Modelo Debye.

1. INTRODUCCION

En 1996, se realizaron y reportaron [1,2] mediciones de permitividad y conductividad en 44 tejidos biológicos diferentes, posteriormente diferentes investigadores han intentado aproximar, de manera eficiente dichas curvas en un amplio rango de frecuencias sin obtener muy buenos resultados.

2 MODELADO ELECTROMAGNÉTICO DE MEDIOS DISPERSIVOS

2.1 Modelo de Debye

La ecuación de permitividad compleja relativa en el modelo Debye es [3,4,5]:

$$\hat{\epsilon}_r(\omega) = \epsilon_r + \frac{\sigma}{j\omega\epsilon_0} + \frac{\chi_e}{1+(j\omega\tau)} \quad (3)$$

Donde los términos involucrados son: ϵ_r Permitividad eléctrica relativa en F/m, σ conductividad eléctrica en S/m, χ_e Susceptibilidad eléctrica (adimensional) y τ Tiempo de relajación en segundos.

2.2 Medios Dispersivos en FDTD

Como se mencionó anteriormente la ec. (1) representa el modelo Debye de un medio dispersivo simple con un tiempo de relajación (ejemplo de esto puede ser tejido muscular entre 10 y 1000 MHz), además si se escribe la componente de campo eléctrico del campo electromagnético que pueda existir en ese medio como: $\mathbf{D}(\omega) = \hat{\epsilon}(\omega)\mathbf{E}(\omega)$, entonces tendremos que:

$$\mathbf{D}(\omega) = \left[\epsilon_r + \frac{\sigma}{j\omega\epsilon_0} + \frac{\chi_e}{1+(j\omega\tau)} \right] \mathbf{E}(\omega) \quad (4)$$

Después de manipularse adecuadamente y discretizarse queda como:

$$\mathbf{E}^n = \frac{\mathbf{D}^n - \mathbf{I}^{n-1} - \rho^{\Delta t/\tau} \mathbf{S}^{n-1}}{\epsilon_r + \frac{\sigma\Delta t}{\epsilon_0} + \frac{\Delta t}{\tau} \chi_e} \quad (5)$$

El procedimiento general será la actualización temporal del vector \mathbf{D} partiendo de la Ley de Ampere y luego la actualización temporal de \mathbf{E} usando la ec. (5), utilizando los vectores auxiliares \mathbf{I} y \mathbf{S} .

3 EXPERIMENTO NUMÉRICO DESARROLLADO

A los efectos de analizar el comportamiento de los campos electromagnéticos que se propagan en medios constituidos por tejidos biológicos (medios dispersivos) se consideró la situación ilustrada en la fig. 1, correspondiente al campo eléctrico E_x de una onda TEM propagándose en la dirección "z" positiva e incidiendo normalmente en la superficie de una región conformada por material biológico.

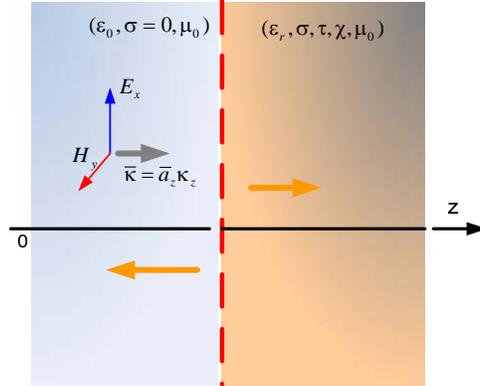


Figura 1. Modelo de experimento a simular.

Los medios dispersivos seleccionados para el estudio fueron: sangre, tejido óseo y tejido de seno, el modelo electromagnético utilizado para estos tejidos es el propuesto por Debye cuyos parámetros explicados anteriormente se resumen en la tabla 1, para las frecuencias de 1MHz, 10MHz, 100MHz, 1GHz, 10GHz.

Tabla 1. Parámetros del modelo de Debye para la sangre, tejido óseo y tejido de piel de seno

Parámetro/Tejido	Frecuencias	ϵ_r (F/m)	σ (S/m)	T(ps)	χ
Sangre	1 MHz	3500	1.3	8.377	55
	10 MHz	300	1.5		
	100 MHz	70	1.5		
	1 GHz	55	2		
	10 GHz	40	10		
Tejido Óseo	1 MHz	50	0.004	7.958	3
	10 MHz	20	0.01		
	100 MHz	7	0.02		
	1 GHz	6	0.05		
	10 GHz	4	0.6		
Tejido seno	1 MHz	18	0.025	17.680	3
	10 MHz	10	0.03		
	100 MHz	7	0.04		
	1 GHz	4	0.08		
	10 GHz	4	0.7		

La región indicada en la figura 2, es discretizada produciendo una grilla FDTD, de $\Delta z=2\text{mm}$, y $\Delta t=3.33\text{ps}$, que se corresponde a un factor de estabilidad de Courant $S=1/2$.

La grilla es excitada en $z=1$, mediante un pulso Gaussiano con $\sigma_{\text{standar}}=5$, y centrado en $t_0=3\sigma_{\text{standar}}$. La frontera que separa el vacío de la región dispersiva de tejido biológico se ubica en $z=100\Delta z$, teniendo la región total una longitud de $z_{\text{max}}=200\Delta z$, terminándose ambos extremos mediante condiciones de borde absorbentes de MUR 1º Orden.

Mediante simulación FDTD se evalúan y comparan, en el dominio temporal, las componentes de campo eléctrico E_x después de 1500 pasos temporales dentro de la región

constituida por material biológico a fin de relacionar las amplitudes y formas de onda de cada una en cada medio. Posteriormente se calculan las magnitudes de las componentes de campo eléctrico en cada frecuencia a lo largo de la grilla, mediante la transformada discreta de Fourier

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La fig. 2, muestra el pulso gaussiano, componente E_x del campo eléctrico, en la grilla FDTD en el paso espacial $z=120$, para los tres tejidos estudiados, este pulso se compara, en cada caso con la forma que tiene el pulso cuando aún se encuentra en el vacío, de aquí que puede observarse como para los tres casos de tejidos estudiados, el pulso gaussiano se ha ensanchado producto de la dispersión del medio, así como también se destaca la atenuación del mismo dentro de los distintos tipos de tejidos biológicos.

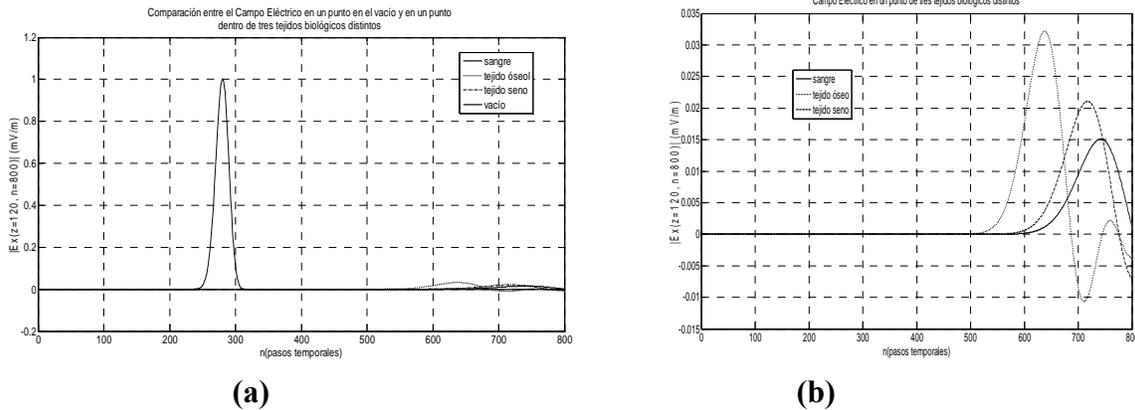


Figura 2. (a) Comportamiento en el dominio temporal de un pulso gaussiano para tres distintos tejidos biológicos y en el vacío, (b) Ampliación de la figura 2.

En la fig. 2(b), puede observarse un ampliación de los resultados expuestos en la fig. 2(a). Puede apreciarse aquí el retardo del pulso gaussiano dependiendo de la naturaleza del tejido biológico en el que se propaga, así como la atenuación correspondiente.

Las fig. 3(a) y 3(b) muestran el comportamiento de la componente de campo eléctrico E_x que se propaga en tejido óseo y sangre a las distintas frecuencias de estudio. Destaca en estas gráficas como se atenúa el campo eléctrico en la región constituida por tejido biológico a medida que la frecuencia crece, al extremo de que a 10GHz el comportamiento del medio es casi el de un conductor perfecto.

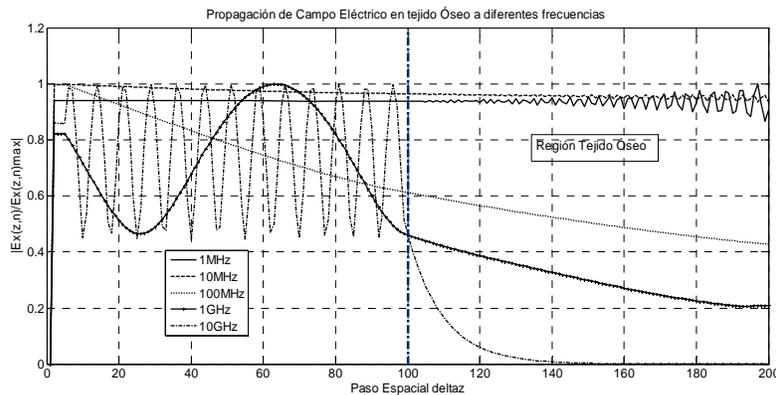


Figura 3(a). E_x en tejido óseo para 1MHz, 10MHz, 100MHz, 1GHz y 10 GHz

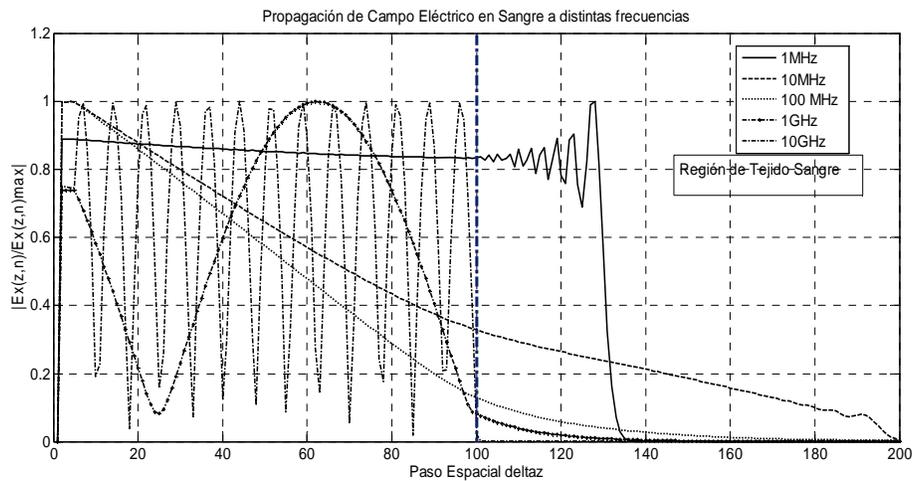
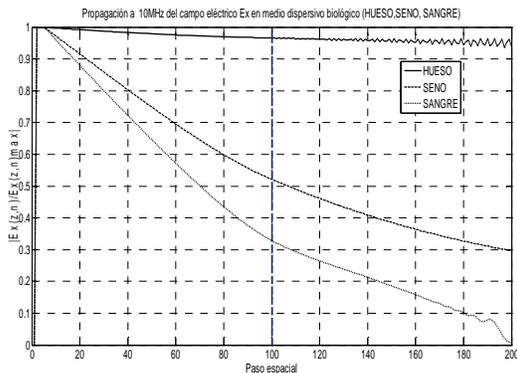
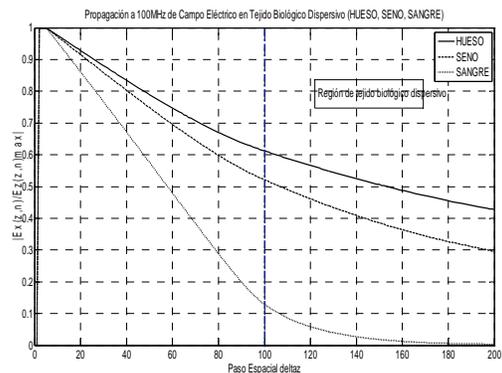


Figura3(b). Ex en sangre para 1MHz, 10MHz, 100MHz, 1GHz y 10 GHz

En las fig. 4(a) y 4(b), puede apreciarse el comportamiento por comparación en tejido óseo, tejido seno y sangre de la componente de campo eléctrico E_x a las frecuencias de 10 MHz y 100MHz



(a)



(b)

Figura 4. (a)Comparación del campo eléctrico Ex a 10MHz para los tres tipos de tejidos estudiados y (b)Comparación del campo eléctrico Ex a 100MHz para los tres tipos de tejidos estudiados

5. CONCLUSIONES

En el trabajo desarrollado se ha confirmado la utilidad de FDTD como herramienta de simulación numérica de la propagación de campos electromagnéticos en medios biológicos al modificar las ecuaciones de actualización temporal y los coeficientes de las mismas según los parámetros del modelo de medio dispersivo adoptado

Como se puede observar de las fig. 2(a) y 2(b), se evidencia la naturaleza dispersiva de los medios biológicos estudiados en el ensanchamiento y atenuación del pulso gaussiano en la región que los contiene. Además se observa un retraso absoluto del pulso que varía con el medio en cuestión siendo mayor para el tejido óseo y menor para la sangre indicando una disminución de la

velocidad de grupo en cada caso. De la mismas figuras se observa como la atenuación del campo eléctrico en el medio biológico es mayor en el orden sangre, tejido seno y tejido óseo y existe correspondencia de este comportamiento con la conductividad exhibida por cada uno de los medios estudiados.

El comportamiento en frecuencia en la longitud del dominio computacional demuestra que a medida que la frecuencia crece, aumenta la conductividad del medio a tal extremo que en frecuencias muy altas 10 GHz, el comportamiento es casi el de un conductor perfecto, lo que se evidencia por la poca penetración de los campos en el medio biológico y el parón de interferencias que se manifiesta en la región de espacio libre.

Reconocimiento

Este trabajo fue subvencionado por el Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico de la Universidad de Carabobo(CDCH-UC), según oficio número N° CDCH-VAC-343-08 del 16/05/2008.

REFERENCES

- [1].S. Gabriel, R. W. Lau, and C. Gabriel, The Dielectric Properties of Biological Tissues: III. Parametric Models for the Dielectric Spectrum of Tissues, *Phys. Med. Bio.* 41, pp. 2271-2293, April 1996 .
- [2].C. Gabriel, and S. Gabriel, *Compilation of the Dielectric Properties of Body Tissues at RF and Microwave Frequencies*, Brooks AFB, TX, 78235-5102 AL/OE- TR-1996-0037
- [3].D. M. Sullivan, *Electromagnetic Simulation Using the FDTD Method*, Ed. New York: IEEE Press, 2000, pp. 1-159.
- [4].J. L. Young and R. O. Nelson, A Summary and Systematic Analysis of FDTD Algorithms for Linearly Dispersive Media, *IEEE Antennas and Prop. Magazine*, vol. 43, no. 1, pp. 61-77, Feb. 2001.
- [5].W. H. Weedon and C. M. Rappaport, A General Method for FDTD Modeling of Wave Propagation in Arbitrary Frequency-Dispersive Media, *IEEE Trans. Antennas and Prop.*, vol. 45, no. 3, Mar. 1997.
- [6].J. L. Young, A. Kittichartphayak, Y. M. Kwok and D. Sullivan, On the Dispersion Errors Related to $(FD)^2TD$ Type Schemes, *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. 43, no. 8, pp. 1902-1910, Aug. 1995.

IMPLEMENTACIÓN DE LA TEORÍA DE COMPRESSIVE SENSING EN LA TARJETA DE DESARROLLO TMS320C30.

José L. Paredes

Alexis D. Velázquez

Francisco Viloría

paredesj@ula.ve

velazquezalexis@gmail.com

fviloria@ula.ve

Grupo de Ingeniería Biomédica. Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Los Andes, Mérida-Venezuela

Resumen. *En este artículo, el algoritmo iterativo de reconstrucción Matching Pursuit (MP) es implementado y usado para la reconstrucción de señales a partir de un conjunto reducido de proyecciones aleatorias siguiendo los conceptos establecidos por la teoría de Compressive Sensing (CS). El algoritmo implementado en la tarjeta TMS320C30 es sometido a dos diferentes tipos de validación: 1) la reconstrucción de señales sintetizadas en la tarjeta y 2) la reconstrucción de señales pocas densas producidas por un generador de propósitos especiales. Se corrobora experimentalmente el potencial de la teoría de CS al comparar las señales reconstruidas con respecto a las señales originales observándose diferencias despreciables.*

Palabras clave: Compressive sensing, Reconstrucción de señales, Matching pursuit.

1. INTRODUCCIÓN

Compressive Sensing (CS) es una teoría recientemente introducida por Candes, y Donoho [1], [2] que intenta unificar el proceso de muestreo y compresión de señales pocas densas en forma simultánea. En principio, la teoría de CS establece que una señal poco densa puede recuperarse, con alta probabilidad, a partir de un conjunto reducido de proyecciones lineales aleatorias usando algoritmos de reconstrucción no lineal. La señal puede ser poco densa en cualquier dominio (tiempo, frecuencia, wavelet, etc.) y el número de proyecciones aleatorias

usadas para recuperar la señal, en general, es mucho menor que el número de muestras, permitiendo así reducir la frecuencia de muestreo y como consecuencia disminuir los recursos de conversión analógico-digital y los recursos de almacenamiento y/o transmisión.

Innumerables trabajos han sido reportados recientemente donde se muestra el potencial de uso de esta teoría (Ver el compendio de trabajos disponibles en www.dsp.ece.rice.edu/cs/). Ante tales prometedores resultados surge la necesidad de realizar una implementación en una tarjeta de desarrollo la teoría de *Compressive Sensing* que permita corroborar experimentalmente y a nivel de dispositivos de hardware tal teoría, así como también estudiar las limitaciones y los aspectos inherentes en un proceso de implementación. En este trabajo se implementa la teoría de *Compressive Sensing* en la tarjeta de desarrollo TMS320C30. Inicialmente, se hacen pruebas del algoritmo de reconstrucción MP implementando en la tarjeta así como del proceso de proyección usando señales sintetizadas generadas en la misma tarjeta. Seguidamente, usando un generador programable se generan señales pocas densas en el dominio de la frecuencia (señales cuadradas, triangulares, o combinación lineal de funciones senos/cósenos) se adquieren a través de la tarjeta de desarrollo, se proyectan y se ejecuta el algoritmo de reconstrucción en la tarjeta de desarrollo. A fin de validar el proceso de reconstrucción, se compara la señal analógica producida por el generador programable con la obtenida por el algoritmo de reconstrucción, ambas mostradas en un osciloscopio digital. Para una descripción detallada de este trabajo ver referencia [3].

2. REVISIÓN DE LA TEORÍA DE COMPRESSIVE SENSING

Sea $X \in \mathfrak{R}^N$ el vector cuyas componentes representan la versión discretizada de una señal analógica de interés y $\Psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_Z]$ la matriz cuyas columnas definidas en \mathfrak{R}^N conforman un diccionario de funciones básicas, ortogonales o no, que son usadas para representar señales como combinaciones lineales de ellas. A los vectores ψ_i , para $i=1, 2, \dots, Z$, se les denominan átomos del diccionario y pueden ser funciones bases senos y/o cósenos, funciones ortogonales generadas a partir de una función generatriz tipo wavelet, o funciones no ortogonales generadas a partir de una función generatriz cualquiera [1], [2].

Se dice que X es poco densa si ésta puede representarse como una combinación lineal de K componentes del diccionario Ψ , es decir: $X = \sum_{j=1}^K \theta_{n_j} \psi_{n_j} = \Psi \Theta$ donde $\Theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_Z]^T$ es un vector con no más de K componentes distintas de cero; donde cada valor θ_i representa la contribución de la i -ésima componente del diccionario en la conformación de la señal X .

Sea $\Phi \in \mathfrak{R}^{M \times N}$ la matriz de proyección aleatoria, donde cada componente de dicha matriz, $\phi_{i,j}$, provienen de una distribución normal de media 0 y varianza $1/N$. El conjunto de mediciones aleatorias, denotado por Y , se obtienen al proyectar la señal original X en la base creada por la matriz de proyección Φ . Específicamente: $Y = \Phi X$. El vector M -dimensional Y contiene la proyección de la señal de interés sobre una base aleatoria. En general $M \ll N$ por lo que se tiene entonces un proceso de compresión dado que la información representada por el vector N -dimensional X ha sido compactada en sólo M componentes.

La teoría de CS establece que existe un factor $c > 1$, tal que con solo $M = f(cK)$ medidas incoherentes son necesarias para reconstruir, con una alta probabilidad, la señal X a partir del conjunto de proyecciones aleatorias Y , resolviendo para ello el problema de optimización [1], [2]:

$$\min \|\Theta\|_0 \quad \text{sujeto a} \quad Y = \Phi \Theta \quad (1)$$

donde $\|\cdot\|_0$ representa la norma l_0 , y $V = \Phi \Psi$ es el diccionario holográfico dado por la proyección de cada átomo del diccionario, donde la señal original es poco densa, en el espacio expandido por

la matriz aleatoria de proyección. Ahora bien, resolver este problema de optimización es computacionalmente costoso y no apropiado para aplicaciones en tiempo real y/o implementación a nivel de hardware, por lo que se han desarrollado un conjunto de algoritmos iterativos, rápidos y eficientes, que a costa de un pequeño incremento en el número de proyecciones resuelven la Ec. (1).

2.1 Algoritmo de reconstrucción *Matching Pursuit (MP)*

El algoritmo de reconstrucción MP [4] es un algoritmo iterativo computacionalmente sencillo que trata de recuperar la señal original siguiendo el procedimiento descrito a continuación. Inicialmente se determina cual de los átomos del diccionario holográfico es el que aporta la mayor contribución a la definición de la señal proyectada, se encuentra un estimado de dicha contribución y se remueve el correspondiente átomo de la conformación de la señal proyectada, definiéndose así una señal residuo. Seguidamente, busca de nuevo cual de los átomos del diccionario holográfico que está presente con mayor fuerza en la señal residuo y lo sustrae del mismo. Este procedimiento es iterativamente repetido hasta que el residuo contenga información irrelevante de la señal original. La Fig. 1 muestra el algoritmo MP [4].

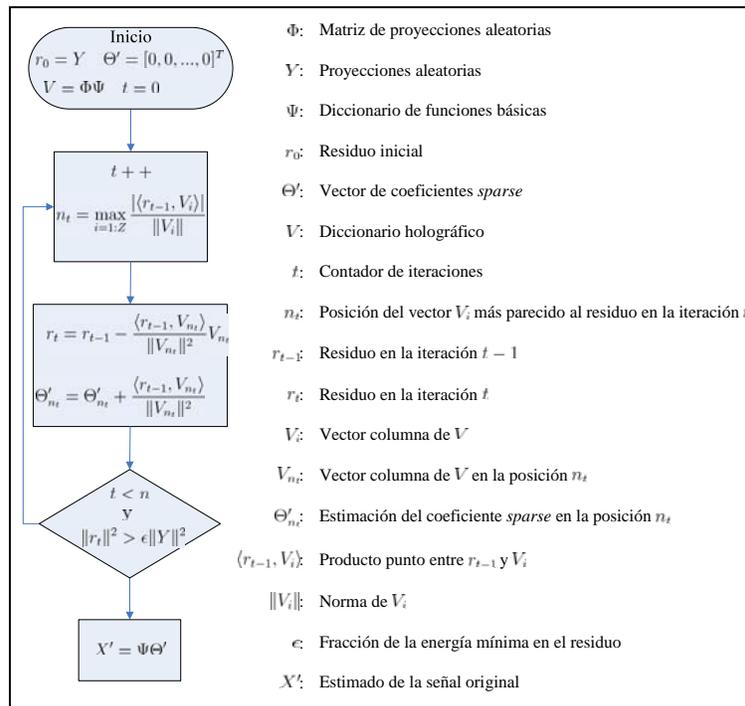


Figura 1- Algoritmo de reconstrucción MP.

3. IMPLEMENTACIÓN DE CS EN LA TARJETA DE DESARROLLO TMS320C30

La implementación a nivel de hardware de la teoría de *Compressive Sensing (CS)* requiere implantar tanto el proceso de reconstrucción (algoritmo iterativo MP) a nivel de la tarjeta de desarrollo, como el proceso de proyección que implica adquisición de la señal y su posterior proyección. El primer aspecto requiere implementar en la tarjeta de desarrollo el diccionario en el cual la señal en estudio es poco densa, presentándose aquí una primera limitación en cuanto a las componentes del diccionario (numero de átomos) que en este caso esta restringido por la

capacidad de la memoria de la tarjeta de desarrollo que en nuestro caso es de 256 Kb [5]. La segunda consideración es el número de muestras que pueden manejarse en la tarjeta, limitado por la velocidad de muestreo de la tarjeta de adquisición (20 kHz para la tarjeta usada [5]). Adicionalmente, a fin de reducir el número de iteraciones del algoritmo de reconstrucción y facilitar el proceso de comparación entre la señal adquirida y los átomos del diccionario, se deben implementarse rutinas que permitan sincronizar la señal adquirida con el diccionario.

Al implementar las rutinas del algoritmo MP se usaron las librerías SPOX disponibles en el sistema de desarrollo TMS320C30 [5], aunque dicho algoritmo pudo haberse implementado utilizando código *assembler* debido a lo sencillo del algoritmo. La interfaz analógica de la tarjeta nos permitió muestrear la señal a través de uno de los canales de entrada analógica – digital de 16 bits y mostrar el resultado del algoritmo de reconstrucción a través de uno de los canales digital–analógico de salida de la tarjeta.

3.1 Montaje experimental

El algoritmo de reconstrucción MP descrito en la Fig. 1 se implemento en la tarjeta de desarrollo TMS320C30 optimizándose la implementación mediante el uso de las librerías que dispone la tarjeta. Se realizó una serie de pruebas que validaron el funcionamiento del algoritmo así como también la teoría de *Compressive Sensing* en forma experimental.

A fin de validar la implementación desarrollada, se realizan dos tipos de pruebas. Inicialmente se generan señales sintetizadas en la tarjeta de desarrollo para su posterior proyección aleatoria y reconstrucción mediante el algoritmo MP, ambos implementados en la tarjeta de desarrollo, tal como se muestra en la Fig. 2(a).

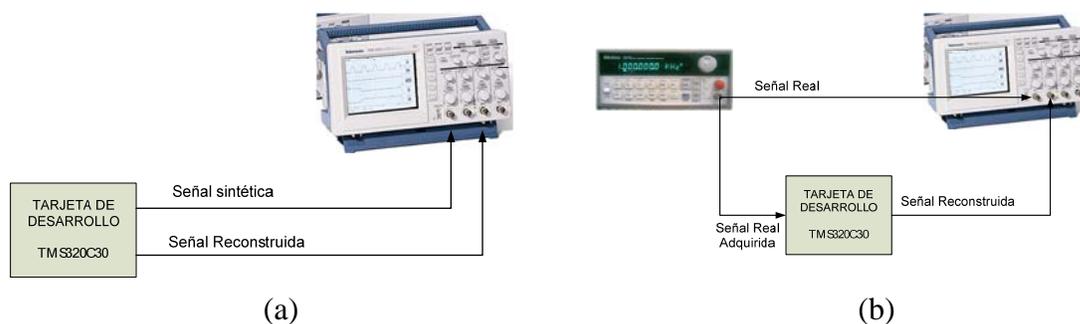


Figura 2 - Montaje experimental.

Se aprovecha completamente el potencial de la tarjeta mostrándose tanto la señal sintetizada vía software como la reconstruida usando el algoritmo MP. Ambas señales se envían a los canales analógicos de salida del DSP y se visualizan usando un osciloscopio digital de doble canal y amplio ancho de banda. Adicionalmente, se guardan en archivos señales de interés para su posterior manipulación vía software de alto nivel (Matlab^(C)).

Como un segundo grupo de pruebas, se adquieren señales reales poco densas en el dominio de la frecuencia producida por un generador programable. Se muestrea dicha señal a través de uno de los canales de entrada de la tarjeta de desarrollo, tal como se muestra en la Fig. 2(b). Seguidamente, se proyecta aleatoriamente dicha señal y se reconstruye usando el algoritmo MP implementado en el DSP mostrándose el resultado en uno de los canales de salida de la tarjeta.

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

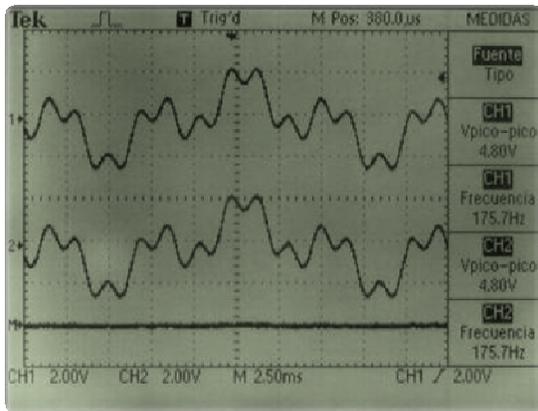
4.1. Reconstrucción de señal sintetizada poco densa en el dominio de la frecuencia

Sea la señal $X(n)=1.2\sin(10\pi n/10000)-1.1\sin(30\pi n/10000)-0.6\sin(90\pi n/10000)$ para $n = 0,1,\dots, 800$ sintetizada en la tarjeta de desarrollo. Dicha señal es poco densa en el dominio de la frecuencia. Considere la construcción del diccionario de Fourier dado por las funciones:

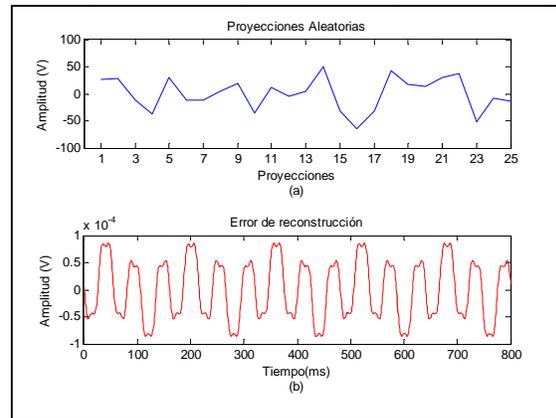
$$\psi(n, f, 0) = C(f) \cdot \cos\left(\frac{2\pi f n}{N}\right) \quad \psi(n, f, 1) = C(f) \cdot \sin\left(\frac{2\pi f n}{N}\right), \quad (2)$$

donde $n = 0,1,2,\dots,N$, $C(f) = 1/\sqrt{N}$ para $f=0$, $\sqrt{2}/N$ para $f \neq 0$, siendo N el tamaño de la señal sintetizada. Obsérvese que los átomos del diccionario, columnas de la matriz Ψ , se generan al definir valores discretos para el parámetro f . En nuestra aplicación $f = 0,5,10,15,\dots,F_0$ siendo F_0 la frecuencia máxima contenida en el diccionario la cual debido a las limitaciones de memoria de la tarjeta se fijo en 100 Hz. Así, el diccionario esta conformado por 42 átomos. La cantidad de átomos en el diccionario puede ser mucho mayor si se realiza la implementación en una tarjeta con mayor capacidad de memoria que la empleada en este trabajo.

La Figura 3(a) muestra de arriba hacia abajo la señal sintetizada, la señal reconstruida y el error como la diferencia entre las dos señales anteriores, respectivamente. La Fig. 3(b) muestra las proyecciones de la señal y el error de reconstrucción en modo ampliado. Observe con particularidad el orden de magnitud de la señal de error. Estas dos últimas figuras se generaron a partir de los registros guardados en archivos y posteriormente leídos usando Matlab^(C).



(a)



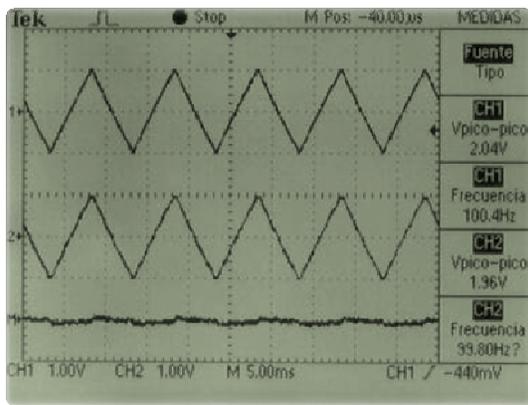
(b)

Figura 3 – Reconstrucción de señal sintética poco densa en el dominio de la frecuencia.

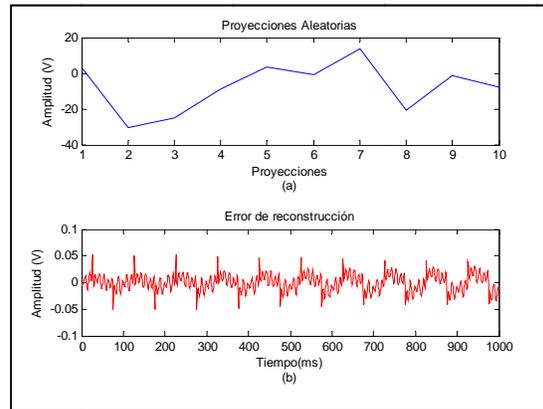
4.2. Reconstrucción de señales reales adquiridas por el sistema de desarrollo.

Considere una señal $X(t)$ triangular anti-simétrica y periódica con valor medio cero y frecuencia fundamental 100 Hz generada por el Generador de Señales. Como es bien sabido dicha señal puede ser aproximada por la superposición de señales sinusoidales con frecuencia múltiplos de la frecuencia fundamental. Específicamente, $X(t) \approx \sum_{m=1}^{K'} b_m \sin(2\pi 100 m t)$, donde b_m son los coeficientes de Fourier que para el caso de la señal triangular es dado por $b_m = 8V_{\max} (-1)^{(m-1)/2} / (m^2 \pi^2)$.

En la Figura 3 se muestra los correspondientes resultados. Como se puede observar el error cometido en el proceso de reconstrucción es mayor en los picos de la señal triangular debido a las discontinuidades existentes en estos puntos que implica altas frecuencia que no se encuentran definidos como parte del diccionario.



(a)



(b)

Figura 4 - Reconstrucción de señal triangular a partir de 50 proyecciones aleatorias.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se comprobó de manera práctica el potencial que tiene la teoría de CS en la reconstrucción de señales poco densas a partir de un conjunto limitado de proyecciones aleatorias. El potencial de uso de una implementación a nivel de hardware como la desarrollada en este trabajo emerge en el escenario donde las proyecciones aleatorias son transmitidas a través de un canal de comunicación y el receptor requiere reconstruir la señal.

REFERENCIAS

- [1] Candés, E., Romberg, J., y Tao, T., Robust Uncertainty Principles: Exact Signal Reconstruction from Highly Incomplete Frequency Information. *IEEE Trans. on IT*, vol. 52, n. 2, pp. 489-509, 2006.
- [2] Donoho, D., Compressed Sensing. *IEEE Trans. on IT*, vol. 52, n. 4, pp. 1289-1306, 2006.
- [3] Velazquez, A., Paredes, J. L., y Vilorio, F., Implementación a Nivel de Hardware de la Teoría de Compressive Sensing. *Revista Técnica del Zulia*. Sometido a publicación. Octubre 2008.
- [4] Mallat, S. G., y Zhang, Z., Matching Pursuit With Time-Frequency Dictionaries. *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 41, n. 12, pp. 3397-3415, 1993.
- [5] LSI -- Loughborough Sound Images Ltd. *SPOX Application Programming Reference Manual, TMS320C30 PC System Board Technical Reference Manual*. TMS320C30 PC System Board. 1989.

MODELAJE Y SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO ELECTROTÉRMICO EN CABLES DE POTENCIA CON AISLAMIENTO SÓLIDO

Luz María Valdez Lima

Alexis M. Díaz Vigil

valdezluzmaria@gmail.com

alexisdiazvigil@gmail.com

Universidad Nacional Experimental Politécnica “Antonio José de Sucre” Vicerrectorado Puerto Ordaz. Centro de Investigaciones de Sistemas Eléctricos de Potencia (CISEP). Puerto Ordaz, Estado Bolívar. Venezuela.

Juan Toledo Hernández

jtoledo@edelca.com.ve

Electrificación del Caroní, C.A. Corpoelec, Puerto Ordaz, Estado Bolívar. Venezuela.

Resumen. En el siguiente trabajo se presenta un estudio del comportamiento del campo eléctrico y la distribución de la temperatura en cables con aislamiento sólido XLPE. Se empleó la técnica de los elementos finitos, a través del software de simulación Ansys. Los vectores de campo eléctrico se obtienen para un cable monopolar a 115 kV_{LL} en el cual se observa la distribución uniformemente radial, siendo más intenso en la periferia del conductor y haciéndose nulo en la pantalla metálica, la cual ésta sólidamente puesta a tierra; tal comportamiento satisface la ecuación matemática para el cálculo del campo eléctrico. La distribución de temperatura se determinó para tres tipos diferentes de instalaciones de cables monopolares a 13,8 kV_{LL}, en las cuales queda de manifiesto la influencia directa que ejerce el medio ambiente sobre la capacidad de carga del cable, según permita la mayor disipación del calor; por tanto se tiene que la instalación de cables al aire libre es la condición más favorable para obtener del cable su máxima cargabilidad. Para validar los resultados obtenidos en las simulaciones para la determinación de la distribución de la temperatura en los cables de distintas instalaciones, se realizó otra simulación con base a un ejemplo desarrollado en las normas internacionales empleando la técnica de elementos finitos y el cálculo analítico. Adicionalmente, se desarrolló un software para evaluar la capacidad de carga de los cables con relación a la variación de la temperatura ambiente en diferentes tipos de instalación; la credibilidad que ofrece este programa ha sido certificada al comparar la información arrojada con el software comercial CYMCAP de la compañía Microsoft Windows. Los modelos desarrollados en esta investigación han sido validados con ecuaciones matemáticas y lo establecido en las normas, los cuales arrojaron resultados altamente satisfactorios. Este trabajo constituye un aporte a las investigaciones realizadas de los cables de potencia con aislamiento sólido, por EDELCA, debido a la relación que tienen dichos cables con equipos altamente críticos como generadores y transformadores de potencia en las centrales hidroeléctricas en Venezuela, y así garantizar una operación segura y confiable.

Palabras claves: Cable, Campo Eléctrico, Cargabilidad, MEF, XLPE.

1. INTRODUCCIÓN

Actualmente los cables de potencia con aislamiento sólido, han tomado mayor auge en las empresas de generación, transmisión y distribución de energía eléctrica por la gran confiabilidad y seguridad que ofrecen; EDELCA, es una de ellas, la cual cuenta con un número bastante significativo de instalaciones con cables, en las que se destacan la conexión de los transformadores elevadores asociados a las unidades de generación de la casa de máquinas 3 con la subestación encapsulada Macagua III.

Los antecedentes de fallas en los cables de potencia, son muy escasos, sin embargo, por tratarse de sistemas con cables de gran importancia para la empresa, dada su relación con equipos altamente críticos como lo son transformadores y generadores de potencia, es necesario cada día más, avanzar en materia de investigación con relación a los cables y sus distintas instalaciones. La realización de pruebas en laboratorios, para evaluar las condiciones electrotérmicas de operación del cable son difíciles de llevar a cabo, por el elevado costo que esto conlleva, por lo que resulta factible realizar la evaluación con base a simulaciones que emplean el método de elementos finitos (MEF), ya que proporcionan alto grado de precisión en sus resultados con una mínima inversión.

Con el estudio electrotérmico y a través de la técnica utilizada, es posible dar a conocer el comportamiento del campo eléctrico dentro del cable de potencia con aislamiento sólido y la distribución de temperatura, empleando distintas instalaciones para poder evaluar las condiciones de operación del cable y así determinar su máxima cargabilidad.

2. FUNDAMENTOS PARA EL ESTUDIO ELECTROTÉRMICO EN CABLES DE POTENCIA.

Un cable de potencia con aislamiento sólido puede definirse como un cordón más o menos grueso el cual puede estar constituido por uno o varios hilos conductores protegido principalmente por una cubierta de aislamiento sólido, capaz de soportar niveles de media y alta tensión. Los cables empleados en este estudio presentan la siguiente estructura:

- **Conductor:** puede ser de cobre, aluminio, aluminio recubierto de cobre, segmentado de cobre, además de ser conductor hermético resistente al agua longitudinalmente.
 - **Blindaje o pantalla del conductor:** compuesto de polietileno semiconductor (XLPE) extruido directamente sobre el conductor. Permite uniformar el gradiente eléctrico en la superficie del conductor, eliminando las distorsiones del campo eléctrico debidas a las protuberancias constituidas por los hilos de la capa exterior.
 - **Aislamiento:** provee la rigidez dieléctrica necesaria para el nivel de tensión especificado. Está constituido por compuesto de polietileno reticulado (XLPE 90°C). El grosor de aislamiento es determinado según el diseño con esfuerzos eléctricos para la corriente alterna o el impulso.
- Blindaje o pantalla del aislamiento:** capa de compuesto semiconductor extruido sobre el aislamiento; permite asegurar el contacto entre el aislamiento y la pantalla metálica, atenuar el gradiente de potencial, crear una distribución radial y simétrica de los esfuerzos eléctricos, conducir corrientes de fallas, reducir el peligro de choque eléctrico al personal, etc.
- **Pantalla Metálica:** esta constituida por una capa conductora colocada sobre el aislamiento y conectada a tierra, que tiene por objeto principal crear una superficie equipotencial para obtener un campo eléctrico radial en el dieléctrico.
 - **Cubierta:** está constituida por un compuesto PVC de excelentes propiedades mecánicas y retardante de la llama y su función básica es proteger contra agentes exteriores del medio ambiente.

2.1 Campo Eléctrico en Cables con aislamiento sólido.

Un conductor es un material por el cual las cargas eléctricas se pueden mover libremente. Cuando se tratan estudios electrostáticos suponemos que las cargas se encuentran en sus posiciones de equilibrio y que están fijas en el espacio. Entonces, en el interior de un conductor, el campo eléctrico es nulo y todos sus puntos están al mismo potencial.

Para el cálculo del campo eléctrico en el aislamiento de los cables de potencia se suele hacer la similitud de este con un condensador cilíndrico. Dos superficies metálicas presentes en el mismo pueden sustituir a las correspondientes superficies equipotenciales, con lo cual se obtiene el condensador en cuestión; dichas superficies vienen determinadas en el cable por los conductores concéntricos y por la pantalla metálica, y así el aislamiento queda ocupando el espacio entre ellos. Si no tomamos en cuenta las distorsiones de campo con respecto a lo que se presenta en los extremos del cable, es posible obtener una expresión para el cálculo del campo eléctrico en ellos.

$$E = \frac{U}{r \cdot \ln(r_e / r_i)} \quad (1)$$

Siendo;

E : el campo eléctrico en el cable.

U : el nivel de tensión del cable.

r : el radio del aislamiento donde se desea conocer el campo eléctrico.

r_e : radio externo del aislamiento.

r_i : radio interno del aislamiento.

2.2 Capacidad de corriente en cables con aislamiento sólido.

La capacidad de corriente es la máxima corriente que puede circular por el conductor de un cable de forma tal que no excedan los límites de temperatura especificados por el fabricante en cada uno de sus componentes, especialmente en el aislamiento. En este trabajo se empleó lo establecido en la norma internacional IEC 60287-1-1 [1], en la cual se consideran distintos tipos de instalaciones para medias y altas tensiones.

$$I = \left(\frac{\Delta\theta - W_d [0.5T_1 + n(T_2 + T_3 + T_4)]}{RT_1 + nR(1 + \lambda_1)T_2 + nR(1 + \lambda_1 + \lambda_2)(T_3 + T_4)} \right)^{0.5} \quad (2)$$

Siendo;

I : Corriente que fluye en un conductor (A)

$\Delta\theta$: Aumento de temperatura del conductor por encima de la temperatura ambiente (°C)

R : Resistencia de corriente alterna por metro del conductor a la máx. temperatura de operación (ohm/m)

W_d : Pérdidas dieléctricas por metro para el aislamiento alrededor del conductor (W/m)

n : número de conductores que transportan carga en un cable

λ_1 : cociente de la división de pérdidas en la capa metálica entre pérdidas totales del conductor en el cable

λ_2 : cociente de la división de pérdidas en la armadura entre pérdidas totales del conductor en el cable

T_1 : Resistencia térmica por metro entre un conductor y la cubierta (°K.m/W)

T_2 : Resistencia térmica por metro entre la cubierta y el recubrimiento de la armadura (°K.m/W)

T_3 : Resistencia térmica por metro de la capa externa del cable (°K.m/W)

T_4 : Resistencia térmica por metro del medio alrededor del cable (°K.m/W)

3. CASOS SIMULADOS Y RESULTADOS

El primer caso simulado es un cable monopolar a un nivel de tensión de 115 kV_{LL}, cuyas dimensiones están dadas en la Tabla 1. Se tomó esta opción, por tener una geometría más amplia y de espesores mayores a los que presenta el cable para 13,8 kV_{LL}, con lo cual es posible apreciar con más detalle los valores de campo eléctrico en el aislamiento.

Tabla 1- Datos de construcción de los cables monopolares empleados en las simulaciones.

Capas del Cable	Espesor (mm)	Radio (mm)	Espesor (mm)	Radio (mm)
	115 kV _{LL}		13,8 kV _{LL}	
Conductor	-	14,1	-	6,5
Pantalla del Conductor	1,2	-	0,1	-
Aislamiento	17	-	5,59	-
Pantalla del Aislamiento	1,2	-	0,1	-
Pantalla de Cobre	2,3	-	1,87	-
Chaqueta Externa	4,5	-	2,03	-

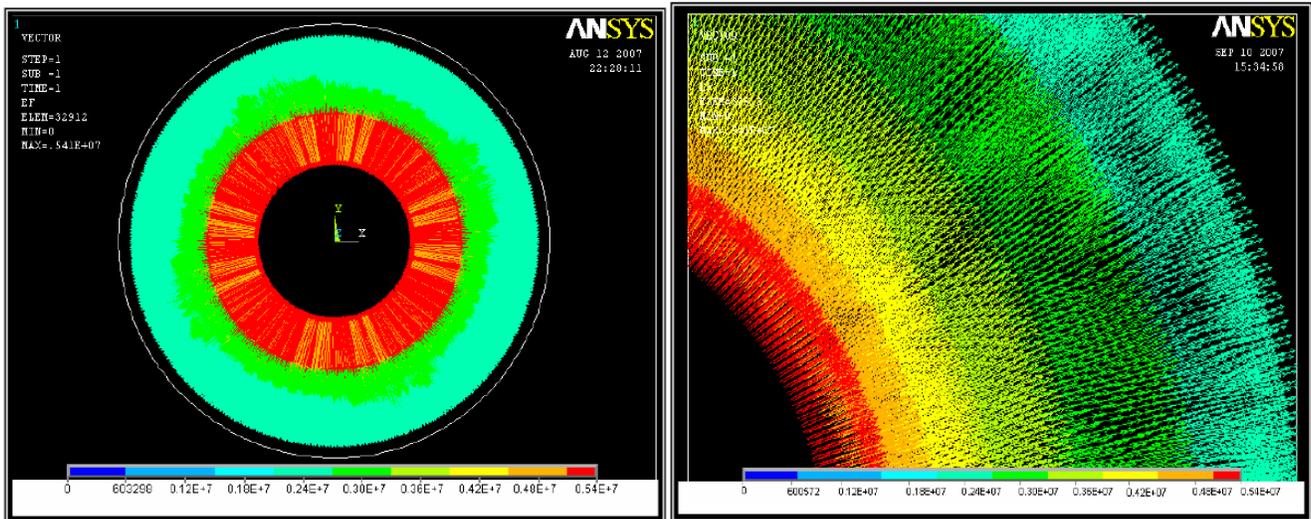


Figura 1- Vectores de distribución de campo eléctrico en cable monopolar para 115 kV_{LL} con aislamiento XLPE

Como podemos observar en la Fig. 1, los vectores de campo eléctrico están distribuidos radialmente hacia fuera, desde la periferia del conductor, hasta la capa donde se ubica la pantalla metálica, la cual posee como valor de campo eléctrico cero (0) V/m. Debajo del modelo, se muestra una leyenda de los valores de campo eléctrico, que oscilan desde **0.54E+07** V/m como máxima intensidad, y cero V/m como valor mínimo.

En segundo lugar se realizó la simulación de la distribución de la temperatura en cables sometidos a un nivel de tensión de 13,8 kV_{LL}, para tres tipos de instalaciones. La dimensión del cable empleado como modelo esta detallada en la Tabla 1.

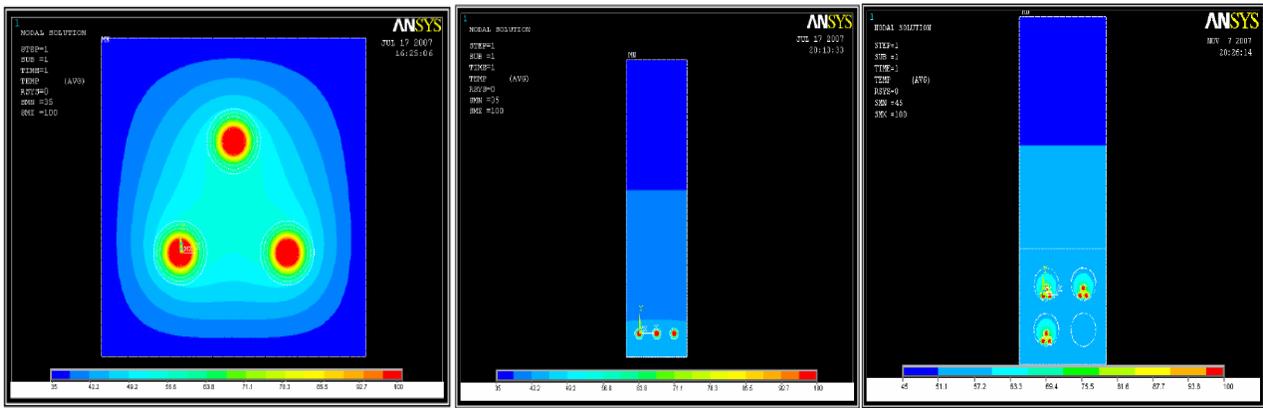


Figura 2- De izquierda a derecha. Distribución de temperatura en cables instalados al aire libre, enterrados directamente en el suelo y en ductos de bancada.

Los resultados obtenidos en estas simulaciones, nos permiten comparar la capacidad de disipación de calor de los cables en las distintas instalaciones. En la instalación de cables al aire libre, se observa una condición estática; es importante tener en cuenta que para dicha instalación los cables están expuestos a la circulación de aire, que sirve como instrumento propicio para la disipación de calor, mientras que en una instalación de cables enterrados directamente en el suelo, vemos que la disipación de calor se dificulta un poco más, pues se tiene mayor resistencia al flujo de calor hacia el ambiente; para este caso la resistencia térmica que posee el suelo, con relación al aire de la instalación anterior, es mucho mayor y por ende el calor generado en el cable tiende a concentrarse en el mismo. La distribución de la temperatura en cables instalados en ductos de bancada ofrece mayor cantidad de resistencias térmicas que se oponen a la disipación del calor por parte del cable; dichas resistencias térmicas las constituyen en primer lugar el aire dentro de los ductos, luego la representada por el material del ducto, seguido de la resistencia térmica que presenta el concreto y por ultimo el suelo que está en los alrededores del concreto.

Para estudiar más a fondo la influencia de la variación de la temperatura ambiente en la capacidad de corriente de los cables de potencia con aislamiento sólido, se desarrolló una herramienta computacional empleando Microsoft Visual Basic 6.0, el cual es un software de programación. El **C.C.C. LM 1.0** puede calcular la capacidad de corriente de cable de potencia de media tensión, para tres tipos de instalaciones: al aire libre bien sea expuestos o protegidos de la radiación solar, enterrados directamente en el suelo y en bancada.

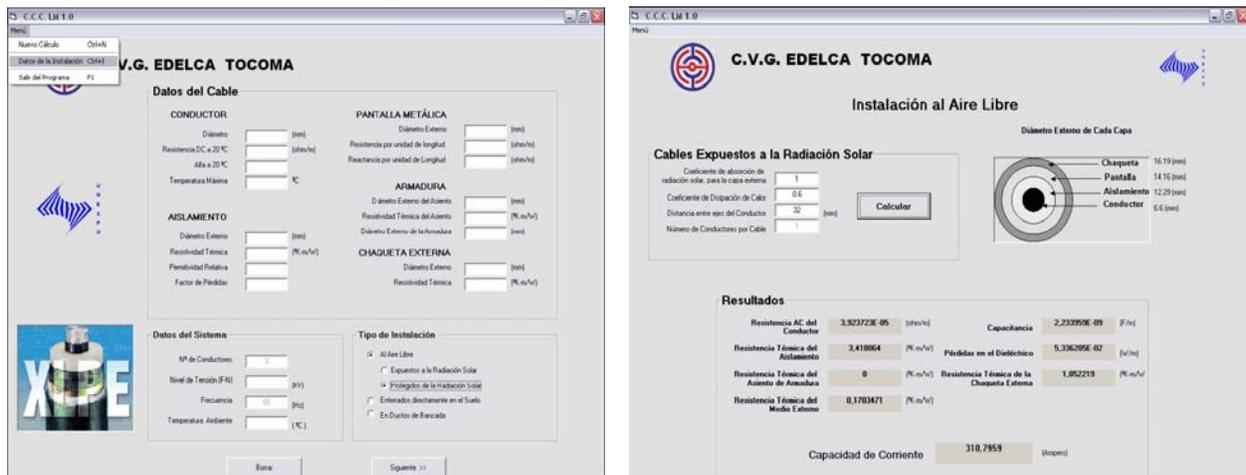


Figura 3- De izquierda a derecha. Ventana principal del programa C.C.C. L.M. 1.0, Ventana de resultados del programa C.C.C. L.M. 1.0 para caso de cables instalados al aire libre.

4. VALIDACION DE LOS RESULTADOS

Para validar los resultados de campo eléctrico que se obtienen de las simulaciones aplicamos la Eq. (1), para el cálculo del campo eléctrico, logrando resultados altamente satisfactorios, con un margen de error de hasta 6% en algunos casos y en otros 20%, este último debido a que para ese caso particular el mallado aplicado al modelo debió ser más denso para que de esta manera Ansys arrojara resultados más precisos.

Para comprobar los resultados obtenidos en las simulaciones realizadas con el software Ansys, en la determinación de la distribución de la temperatura en los cables de distintas instalaciones, se realizó otra simulación con base al ejemplo 1 desarrollado en la norma IEC 62095 [2], en el cual emplea el método de elementos finitos para el cálculo de la distribución de temperatura en cables de potencia. Ambas simulaciones, fueron comparadas con un cálculo analítico realizado al mismo ejemplo, pero que fue desarrollado en la norma IEC 60287-1-2 [3], obteniendo resultados con un margen de error del 0,8%, lo cual es significativamente bajo.

Para demostrar la precisión del programa diseñado C.C.C. LM 1.0, se realizó una aplicación práctica, de un modelo que ofrece el software Cymcap [4], lo que permitió comparar los resultados obtenidos, dando certificación al programa diseñado, con otro reconocido a nivel internacional. La corrida con el programa Cymcap da como resultado, para los cables del ejemplo una intensidad de corriente de 496 A, mientras que con el programa C.C.C. LM 1.0 se obtuvo un resultado de 490 A.

5. CONCLUSIONES

- El comportamiento del campo eléctrico en los cables de aislamiento sólido, es radial uniforme descendiente, desde la periferia del conductor, donde presenta mayor intensidad hasta las proximidades de la pantalla metálica donde puede ser nulo, si se realiza una adecuada puesta a tierra de la misma, con lo que además se tendría que en la chaqueta externa no existiría intensidad de campo eléctrico, y por ende este fenómeno no afectaría a los cables adyacentes.
- El método de elemento finito, es una técnica que permite el cálculo del campo eléctrico y distribución de temperatura en los cables de aislamiento sólido, el cual arroja resultados aproximados a la realidad presentando un porcentaje de error promedio del 8%, lo cual es considerablemente bajo. Con la ayuda del software Ansys, éstos cálculos pueden ser cada vez más precisos si el mallado se hace más denso.
- De las simulaciones con cables, para la determinación de la distribución de temperatura en los mismos, se pudo constatar que la instalación realizada al aire libre ofrece mayor capacidad de disipación de calor, pues la resistencia térmica que constituye el medio externo es mucho menor, a las demás instalaciones, y la ventilación es un factor refrigerante que favorece esta condición.
- Al comparar los resultados ofrecidos en las corridas con el programa C.C.C. LM 1.0, podemos concluir que la instalación de cables al aire libre protegidos de la radiación solar, brinda una mayor cargabilidad del mismo; seguidamente están los cables expuestos a la radiación solar, luego los que están enterrados directamente en el suelo y finalmente los instalados en ductos de bancada; todo debido a la menor oposición al flujo de calor que ofrece el medio circundante al cable.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Norma IEC 60287-1-1. **Current Rating Equations (100% load factor) –and Calculation of Losses. 2001-11. Edition 1.2.**
- [2] Norma IEC 62095. **Calculations for Current Ratings - Finite Element Method. 2003-06.**
- [3] Norma IEC 60287-1-2. **Current Rating Equations (100% load factor) – and Calculation of Losses- Section 2: Sheath Eddy Current Loss Factors for Two Circuits in Flat Formation. 1993-11. First Edition.**
- [4] CYME, Cymcap (en línea). <[http:// www.cyme.com](http://www.cyme.com)> [Consulta: 2007].

APLICACIÓN DE LA TRANSFORMADA NUMÉRICA DE LAPLACE EN EL MODELADO DEL DESCARGADOR DE SOBRETENSIÓN

Marisol Dávila

Marlin Quintero

Jean C. Hernández

Ernesto Mora

marisol@ula.ve,

marlinquintero@ula.ve,

hmjeanc@ula.ve,

morae@ula.ve

Departamento de Potencia, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, La Hechicera, Mérida-Venezuela.

José Luis Naredo

Pablo Moreno

jlnaredo@gdl.cinvestav.mx,

pmoreno@gdl.cinvestav.mx

Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV), Unidad Guadalajara, Guadalajara-México.

Resumen: Las sobretensiones ya sean por descargas atmosféricas o por efecto de maniobras son unos de los principales motivos de fallas en un sistema de potencia, ya que estas originan un efecto transitorio que son perjudiciales en los equipos que componen una red eléctrica, por ello es indispensable la protección del sistema eléctrico contra estas sobretensiones transitorias. En la actualidad se cuenta con el descargador de sobretensión, el cual es un dispositivo que permiten proteger a los equipos eléctricos contra esos fenómenos transitorios. Debido a la importancia que este dispositivo representa en el sistema de potencia, es necesario realizar su modelado, para poder predecir su comportamiento ante los diferentes fenómenos transitorios, para ello se dispone de numerosos modelos circuitales y matemáticos establecidos por las normas internacionales que permiten determinar con cierta precisión dicho comportamiento. Aquí se plantea utilizar la Transformada Numérica de Laplace (TNL) como herramienta matemática para el análisis de descargador de sobretensión, la cual ya ha sido probada para el modelado de otros dispositivos de la red, como son las líneas de transmisión y ha demostrado ser una poderosa herramienta en el análisis de fenómenos en el dominio de la frecuencia. Una de las dificultades

que se encontró al modelar el descargador usando la TNL fue la representación del elemento no lineal, lo cual se superó modelando la resistencia no lineal como un conjunto de segmentos lineales. Este modelo del descargador se incorpora a un sistema de potencia obteniéndose resultados aceptables al compararlos con aquellos obtenidos al aplicar una de las herramientas computacionales más utilizadas actualmente para el análisis de transitorios electromagnéticos en Sistemas de Potencia como lo es el Alternative Transient Program/ Electromagnetic Transient Program (ATP/EMTP).

Palabras clave: Transitorios Electromagnéticos, Transformada Numérica de Laplace, Descargador de Sobretensión.

1. INTRODUCCIÓN

El modelado correcto y preciso del descargador de sobretensión, ha sido de gran importancia debido a que su característica es necesaria para los estudios de coordinación de aislamiento los cuales permiten garantizar la confiabilidad de los sistemas de potencia. En este sentido muchos investigadores han dirigido sus trabajos en el desarrollo de modelos de descargadores para reproducir las características dinámicas observadas en su comportamiento frente a impulsos de corrientes provenientes de las descargas atmosféricas. Son innumerables los estudios realizados hasta lograr desarrollar un modelo con elementos que representen, lo mas cercano posible, al dispositivo real.

Para disponer de respuestas adecuadas que permitan la correcta selección de este dispositivo de protección, se han desarrollado técnicas en el dominio de la frecuencia y en el dominio del tiempo, que permiten determinar el comportamiento del dispositivo ante los procesos transitorios mas frecuentes en los sistemas de potencia. Entre algunos de trabajos desarrollados se encuentra el modelo dependiente de la frecuencia elaborado por el grupo de trabajo de la IEEE W.G.3.4.11 [1], donde se expone de manera precisa el análisis de operación del descargador. Otro es el modelo simplificado de Pinceti [2] derivado del modelo desarrollado por la IEEE, que muestra de manera similar el comportamiento del dispositivo, cuya variación principal está en la simplicidad de los criterios propuestos para la identificación de los parámetros del modelo, los cuales son calculados a través de un procedimiento muy simple. Una herramienta ampliamente utilizada para el modelado del descargador es el programa de simulación de transitorios ATP/EMTP [3].

La Transformada Numérica de Laplace (TNL) es una de las herramientas matemáticas utilizadas en el análisis de transitorios electromagnéticos, esta técnica fue desarrollada por Wilcox en 1978, la cual permite realizar análisis en el dominio de la frecuencia directamente. Esta herramienta ha sido aplicada en el análisis de sistemas eléctricos [4], especialmente en el análisis de Líneas de Transmisión uniformes, no uniformes y con dependencia frecuencial en sus parámetros [5], así como en otras aplicaciones para el análisis de transitorios electromagnéticos [6]. Esta técnica ha sido comparada con métodos convencionales en el dominio de tiempo, como son el método de las características y programas de simulación de transitorios, y ha resultado ser bastante eficiente. Por las razones antes expuestas, aquí se plantea modelar el descargador de sobretensión utilizando esta técnica.

2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

Los Descargadores de Sobretensión son normalmente utilizados en las redes de potencia para proteger a los equipos importantes como son generadores, transformadores y líneas de transmisión. Hay dos tipos básicos de descargadores como lo son el de Silicón-Carbono y Metal-

Oxido, estos últimos han venido a sustituir a los primeros debido a que presentan menos fallas que los de Silicón. Dadas las ventajas que tienen los descargadores de Metal Oxido es importante modelar dicho dispositivo considerando elementos circuitales que representen de manera aproximada su comportamiento.

El descargador de sobretensión de Metal-óxido tiene las características dinámicas que son de gran importancia en los estudios de coordinación de sobrevoltaje que implican sobretensiones de frente rápido generalmente causadas por un rayo. Se han propuesto varios modelos con exactitud aceptable para simular este comportamiento dependiente de frecuencia, como son el modelo de la IEEE y PINCETI.

Modelo IEEE. La idea básica del modelo que presenta la IEEE es de dividir la única resistencia no lineal en N resistencias no lineales en paralelo, que son separadas por filtros paso bajos, como el ilustrado en la figura 1a. El modelo recomendado por IEEE W.G.3.4.11 proporciona una característica no lineal $V-I$, que se obtiene mediante las dos resistencias no lineales (A_0 y A_1) que se encuentran separadas por un filtro $R-L$ [3].

Para identificar sus parámetros el W.G.3.4.11 sugiere un procedimiento iterativo donde las correcciones sobre los diferentes elementos son necesarias hasta que se obtenga un comportamiento satisfactorio. Los valores iniciales de los elementos pueden ser obtenidos a través de las ecuaciones dadas en [3] tomando en cuenta para ello los datos eléctricos (voltajes residuales) y los parámetros físicos (la altura total, el diámetro de bloque, el número de columnas).

Modelo PINCETI. El modelo presentado de Pinceti deriva del modelo estándar de IEEE, con algunas pequeñas diferencias como se puede ver en la figura 1b. La capacitancia C es eliminada, ya que sus efectos sobre el comportamiento en el modelo son insignificantes, las dos resistencias en paralelo con las inductancias son sustituidas por una resistencia R (de aproximadamente $1 M\Omega$) entre los terminales de entrada, con el propósito de evitar problemas de inestabilidad numérica.

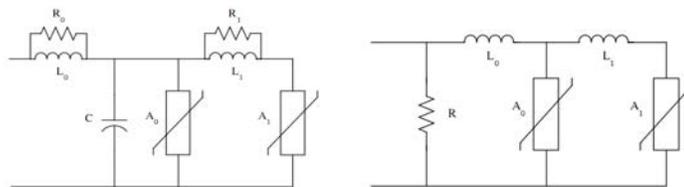


Figura 1. a) Modelo del descargador de sobretensión de Metal-óxido IEEE dependiente de la frecuencia, b) Modelo Pinceti del descargador de sobretensión de Metal-óxido dependiente de la frecuencia [3]

3. MODELADO USANDO LA TRANSFORMADA NUMÉRICA DE LAPLACE

La Transformada Numérica de Laplace (TNL) introduce soluciones que se fundamentan en el manejo de la Transformada Rápida de Fourier (FFT), que permite modelar los elementos que conforman una red eléctrica de manera más exacta con relación a si se estuviere analizando en el dominio del tiempo. Esta además reduce errores provocados por el truncamiento y discretización de ecuaciones analíticas.

Partiendo de la correspondencia que existe entre la Transformada de Fourier y Laplace, se hace fácil pasar del dominio de la frecuencia al dominio del tiempo, y de forma recíproca del

dominio del tiempo al dominio de la frecuencia.

Si se tiene $f(t)$ como una función causal en el dominio del tiempo, siendo $F(s)$ su imagen en el dominio de la frecuencia. La Transformada directa e inversa de Laplace [4]

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st} ds \quad (1 \text{ a,b})$$

Donde $s = c + j\omega$; siendo ω la frecuencia angular y c una constante finita de amortiguamiento, con un valor mayor o igual a cero. Cuando c vale cero, las ecuaciones se corresponden con las Transformadas de Fourier [4].

La solución aplicada para este modelo es la representación lineal por trozos de la característica altamente no lineal que describe el modelo del descargador de sobretensión, con la curva tensión/corriente (V/I) en trozos lineales. Los elementos no lineales son simulados como inyecciones de fuentes de corrientes, que son sobrepuestas en la red lineal después de encontrada previamente una solución sin los elementos no lineales.

El elemento no-lineal se expone de forma que para cada segmento lineal con una pendiente de valor $R = dv/di$, se especifica como una fuente de corriente V_x / R en paralelo con una resistencia R [7].

Se construye un algoritmo que calcula la matriz de corrientes total conformada por las corrientes que circulan por las ramas del descargador de sobretensión, se construye la matriz de admitancia total Y_{total} para posteriormente obtener la matriz de tensión total \bar{V} del circuito. La figura 2 muestra el esquema circuital del modelo desarrollado.

Una vez obtenida la matriz total de tensión en el dominio de la frecuencia, se utiliza la función de la Transformada inversa de Laplace para la transformación de estas tensiones en el dominio del tiempo.

4. MODELADO USANDO ATP/EMTP.

En el ATP/EMTP generalmente se acepta representar el descargador de sobretensión de Metal-óxido con un circuito de doble resistencia no lineal para transitorios rápidos como por ejemplo la aplicación de una descarga atmosférica. Una forma de hacerlo es siguiendo el procedimiento propuesto el grupo de trabajo del IEEE W.G.3.4.11, cuya estructura del modelo propuesto es el conocido modelo dependiente de la frecuencia. Cuya solución numérica es obtenida con la aplicación del algoritmo de Dommel que se basa en la regla trapezoidal para la obtención de los modelos discretos de los elementos en parámetros concentrados y el método de Bergeron obtención del modelo discreto de una línea ideal en parámetros distribuidos [7].

5. APLICACIÓN DEL MODELO DEL DESCARGADOR EN UN SISTEMA DE POTENCIA

5.3 Usando el ATP/EMTP

El modelo de descargador de ZnO de IEEE W.G 3.4.11, mostrado en la figura 1a, basado en el tipo PAZ-P09-1 con una tensión residual según el fabricante de 28.20 kV ., cuyos valores de parámetros son obtenidos de la referencia [3], es colocado al inicio de una Línea de Transmisión monofásica de 500 m, la cual tiene una carga representada por una resistencia de 600Ω , tal como se muestra en la figura 3. Al comienzo de esta línea se le aplica una descarga atmosférica representada por el impulso de corriente con forma de onda normalizada de amplitud 30 kA con

pendiente de $8/20 \mu s$, Los valores de voltaje obtenidos en la entrada y al final de la línea son mostrados en la figura 4a.

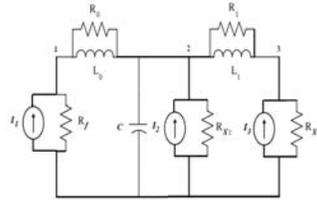


Figura 2. Modelo IEEE con sustitución del elemento no lineal por una fuente de corriente en paralelo con una resistencia

donde: R_{x1} es la resistencia de piezo lineal del elemento no lineal (A_0) en la rama en el **nodo 2**. R_{x2} es la resistencia de piezo lineal del elemento no lineal (A_1) en la rama en el **nodo 3**.

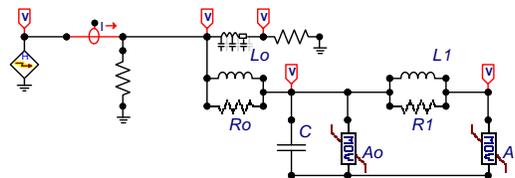


Figura 3. Esquema Circuitual del ejemplo simulado.

5.2 Usando la TNL

La forma de onda normalizada de la tensión impulso esta viene definida por una ecuación analítica para el dominio del tiempo

$$V(t) = V_0 (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad (3)$$

Y para la definición en el dominio de la frecuencia

$$V(s) = \frac{1}{(s + \alpha)} - \frac{1}{(s + \beta)} \quad (4)$$

usando los mismos datos de simulación hechas con el ATP/EMTP para los parámetros del circuito de la figura 4 y descarga aplicada, se obtiene los resultados mostrados en la figura 4a.

En las figuras 4a y 4b se observa la correspondencia entre los resultados obtenidos usando diferentes técnicas para el modelado del descargador de sobretensión, comprobando que la TNL es una herramienta poderosa en el análisis de fenómenos transitorios en los sistemas de Potencia, y puede ser aplicada en el modelado de otros componentes del sistema.

6. CONCLUSIONES

En el estudio de las sobretensiones la influencia del rayo y los elementos del modelo del descargador usados, son dos aspectos que definen una importante dependencia de la frecuencia, que resulta complejo estudiar en el dominio del tiempo debido a las discontinuidades o inestabilidades numéricas presentadas. Por esta razón se optó por la propuesta de un método como el de la TNL que permite manipular las ecuaciones en el dominio de la frecuencia y fácilmente transformar los resultados al dominio del tiempo, ofreciendo una buena aproximación y una gran rapidez en el cálculo numérico en comparación con un análisis en el dominio del tiempo.

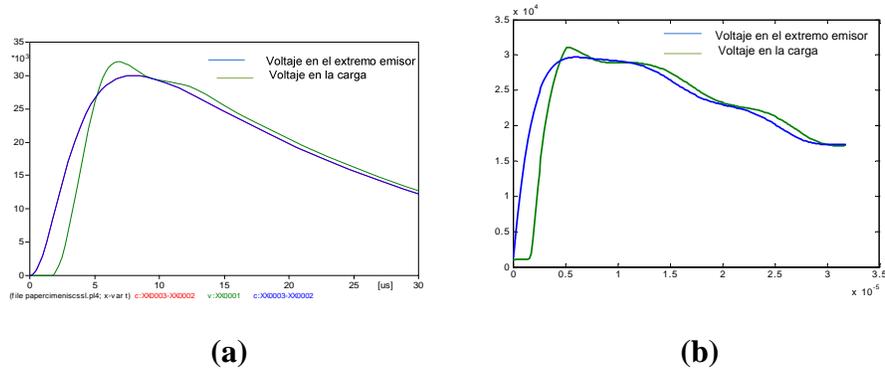


Figura 4. Tensión en los nodos de entrada y salida de la Línea, aplicando descarga atmosférica de amplitud 30 kV y pendiente de $8/20\mu\text{s}$ a) usando el ATP/EMTP, b) usando la TNL

La utilización de la herramienta de la Transformada Numérica de Laplace en el programa de aplicación MATLAB® para los cálculos numéricos ha resultado ser muy útil y práctica en el estudio de sobretensiones transitorias como fenómeno electromagnético que pueden incidir de forma perjudicial en los sistemas de potencia y más aun poniendo en riesgo la vida útil de los equipos que lo componen si estos no están protegidos debidamente, y los resultados obtenidos al aplicar esta herramienta son bastante aproximados a los obtenidos usando el ATP/EMTP.

El hecho de contar con un modelo ya establecido que modela el descargador de sobretensión de Metal-óxido permitió de manera sencilla poder aplicar la TNL en el modelado de componentes con parámetros distribuido y parámetros de dependiente de frecuencia.

Es importante destacar que los resultados usando la TNL muestran pequeñas oscilaciones las cuales se deben a la representación piezo lineal del elemento no lineal.

REFERENCIAS

- [1] .Working Group, “Modeling of Metal Oxide Surge Arresters”. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 7 No.1, January 1992
- [2] .Pinceti P, M.Giannttoni, A simplified model for zinc oxide surge arrester, IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 14, No.2, pp 393-398, 1999.
- [3] .Saengsirwan, T.; Thipprasert, W. Lightning Arrester Modeling Using ATP-EMTP. TENCON 2004 IEEE Region 10 Conference. Volume C, Issue, del 21 al 24 Nov. 2004.
- [4] .Naredo, José, P. Moreno, L, Guardado. La Transformada Numérica de Laplace como una Herramienta de Investigación y Desarrollo en Ingeniería Eléctrica. Guadalajara, México 1998.
- [5] .Dávila. M. (2002). Análisis de Transitorios electromagnéticos en líneas de Transmisión no uniformes con dependencia frecuencia. Tesis de maestría, CINVESTAV. México.
- [6] .Gómez Z. P., F.A. Uribe Campos. On the Application of the numerical Laplace transform for accurate electromagnetic transient analysis. Revista Mexicana de física **53** (3) 198–204, Junio 2007.
- [7] .Dommel Hermann. EMTP. Theory Book. 1994.

EFFECTO DE LAS FLUCTUACIONES DE TENSION SIMÉTRICAS RELACIONADAS CON LÍMITES DE FLICKER SOBRE MOTORES DE INDUCCIÓN TRIFÁSICOS

Carlos A. Cruz

Julio C. Molina

ccruz@elecrisc.ing.ucv.ve

jmolina@elecrisc.ing.ucv.ve

Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad Central de Venezuela
Ciudad Universitaria, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela.

Resumen. Una de las perturbaciones de la onda de tensión que afecta la calidad del servicio eléctrico, está constituida por las fluctuaciones de tensión causantes de flicker. Por tal motivo, en algunas normas, se han establecido niveles de referencia para este tipo de fluctuaciones, utilizando valores límites para el índice de severidad de flicker de corta duración (P_{st}). Es importante conocer el efecto de las fluctuaciones de tensión asociadas a límites de flicker sobre diversos equipos, como por ejemplo el motor de inducción trifásico, ya que teniendo como basamento estos efectos, se dispondrá de más criterios en el momento de establecer o revisar, las limitaciones a las fluctuaciones de tensión. En este trabajo, se presentan resultados obtenidos por medio de simulaciones, sobre los efectos que tienen las fluctuaciones de tensión simétricas relacionadas con límites de flicker, sobre variables del motor de inducción trifásico. Para modelar el motor, se utilizaron sus ecuaciones dinámicas en el marco de referencia a,b,c, las cuales fueron implementadas en un software de simulación, para luego ser resueltas numéricamente.

Palabras clave: Fluctuaciones de tensión, Flicker, Motor de inducción.

1. INTRODUCCIÓN

En algunas normativas legales, como las Normas de Calidad del Servicio de Distribución de Electricidad [1], de Venezuela, las fluctuaciones de tensión se encuentran sometidas a regulación, ya que pueden afectar la calidad del servicio eléctrico al producir el fenómeno conocido como flicker. Uno de los indicadores utilizados para cuantificar el efecto del flicker, es el índice de severidad de flicker de corta duración (P_{st}). En la Normas de Calidad del Servicio de Distribución de Electricidad, por ejemplo, se regulan aquellas fluctuaciones que producen un P_{st} igual a uno.

Esto es así, debido a que a partir de un valor de P_{st} igual a la unidad, la fluctuación de tensión que está siendo monitoreada, causa un flicker que genera molestia visual.

En este trabajo, se estudia la afectación del motor de inducción trifásico, en régimen permanente, cuando es alimentado por una fuente con presencia de fluctuaciones de tensión simétricas relacionadas con límites de flicker ($P_{st} = 1$). El motor es modelado por medio de sus ecuaciones dinámicas en el marco de referencia a,b,c, y los análisis se realizan cuando se alcanza el régimen permanente. Las variables estudiadas son el par y la velocidad del motor. El estudio está enfocado en un análisis espectral de las curvas del par y de la velocidad. Como antecedente, se puede citar el trabajo realizado por Medeiros [2], sin embargo, en la investigación aquí presentada, se utiliza un enfoque distinto, como lo es el análisis espectral de las curvas.

2. CARACTERÍSTICAS DE LAS FLUCTUACIONES DE TENSIÓN

Una fluctuación de tensión causante de flicker, puede ser representada matemáticamente, como se muestra en la Ec. (1), como una onda modulada en amplitud:

$$v(t) = \sqrt{2} V \text{sen}(2\pi f_p t) \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta V}{V} \text{sen}(2\pi f_m t) \right] \quad (1)$$

La fluctuación de tensión representada por la Ec. (1), es una fluctuación de tensión de tipo senoidal. En este trabajo, se alimenta cada fase del motor con este tipo de fluctuación, con una diferencia de 120° entre fases. En la Tabla 1, se muestran, para dos fluctuaciones de tensión, la magnitud de la fluctuación ($\Delta V/V$) y la frecuencia de la onda moduladora (f_m), que producen un P_{st} dentro de un rango de $1 \pm 2\%$. Estos valores fueron generados, utilizando un flickermetro desarrollado en la Universidad Central de Venezuela, según la Norma IEC 61000-4-15 [3], por el Prof. Montoya [4]. Estas fluctuaciones son las que se van a utilizar para hacer el estudio.

Tabla 1. Características de las fluctuaciones de tensión.

Caso	$\frac{\Delta V}{V}$ (%)	f_m (Hz)
1	0.84	15
2	2.090	25

3. MODELO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

El motor de inducción es modelado por medio de sus ecuaciones dinámicas en el marco de referencia a,b,c. Las ecuaciones están constituidas por las ecuaciones de tensión y las ecuaciones que rigen el movimiento rotacional del eje. Las ecuaciones de tensión se muestran en la Ec. (2).

$$\begin{bmatrix} v_{abc,s} \\ v_{abc,r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc,s} \\ i_{abc,r} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left\{ \begin{bmatrix} L_{ss} & L_{sr}(\theta) \\ (L_{sr}(\theta))^T & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc,s} \\ i_{abc,r} \end{bmatrix} \right\} \quad (2)$$

donde los vectores de tensión y corriente, presentan la siguiente estructura general:

$$f_{abc,s}^T = [f_{as}(t) \quad f_{bs}(t) \quad f_{cs}(t)] \quad f_{abc,r}^T = [f_{ar}(t) \quad f_{br}(t) \quad f_{cr}(t)] \quad (3)$$

Las matrices R_s y R_r son matrices diagonales, de dimensión 3x3, que contienen en su diagonal principal, la resistencia por fase de cada arrollado. La matriz L_{ss} es la matriz de inductancias entre las bobinas del estator, L_{rr} es la matriz de inductancias entre las bobinas del rotor, y $L_{sr}(\theta)$ es la matriz de inductancias entre las bobinas del estator y del rotor. Estas matrices vienen dadas por:

$$L_{ss} = \begin{bmatrix} L_{\sigma s} + L_{ms} & -0.5 L_{ms} & -0.5 L_{ms} \\ -0.5 L_{ms} & L_{\sigma s} + L_{ms} & -0.5 L_{ms} \\ -0.5 L_{ms} & -0.5 L_{ms} & L_{\sigma s} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad L_{rr} = \begin{bmatrix} L_{\sigma r} + L_{mr} & -0.5 L_{mr} & -0.5 L_{mr} \\ -0.5 L_{mr} & L_{\sigma r} + L_{mr} & -0.5 L_{mr} \\ -0.5 L_{mr} & -0.5 L_{mr} & L_{\sigma r} + L_{mr} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$L_{sr} = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Las ecuaciones que rigen el movimiento rotacional del eje, están constituidas por la Ec. (6) y la Ec. (8).

$$T_e - T_L = J \frac{d}{dt} \omega \quad (6)$$

donde:
$$T_e = \left(\frac{p}{2}\right) (\mathbf{i}_{abc,s})^T \frac{\partial}{\partial \theta} [L_{sr}(\theta)] \mathbf{i}_{abc,r} \quad (7)$$

$$\omega = \frac{d}{dt} \theta \quad (8)$$

Las ecuaciones del motor pueden ser consultadas en el libro escrito por Krause [5].

Las Ecuaciones (2), (6) y (8) conforman un sistema de ecuaciones diferenciales que no tiene solución analítica. Entonces, el sistema es resuelto numéricamente utilizando el software Matlab. Se utiliza la función ode45, la cual mediante la implementación del método de Dormand-Prince [6], permite obtener la solución del sistema. Se selecciona la función ode45, ya que es la que emplea el menor tiempo de cálculo. Se utiliza un par de carga constante en el eje del motor.

4. EFECTO DE LAS FLUCTUACIONES SOBRE MOTORES DE INDUCCIÓN

4.1 Características de los motores

En la Tabla 2, se muestran las características de los motores a utilizar para hacer el estudio.

Tabla 2. Características de los motores.

Motor	Tensión (V)	Potencia (hp)	P (polos)	Velocidad (rpm)	$R_1(\Omega)$	$R_2'(\Omega)$	$X_1(\Omega)$	$X_2'(\Omega)$	$X_M(\Omega)$	$J(\text{kg.m}^2)$
1	220	3	4	1710	0,435	0,816	0,754	0,754	26,13	0,089
2	460	50	4	1705	0,087	0,228	0,302	0,302	13,08	1,662

4.2 Resultados obtenidos

Motor 1. En las Figuras 1 y 2, se muestra una vista ampliada de las respuestas temporales en régimen permanente, correspondientes al par y a la velocidad, cuando el motor 1 es alimentado con una fluctuación de tensión correspondiente al caso de estudio 1 (ver Tabla 1). En las Figuras 3 y 4, se presentan, respectivamente, el espectro del par y el espectro de la velocidad. Estos espectros se obtienen aplicando la Transformada Rápida de Fourier. La Figura 5 es una vista ampliada de la Fig. 3, mientras que la Fig. 6 es una vista ampliada de la Fig. 4. Esto se hace con el objeto de poder observar las componentes a frecuencias distintas a 0 Hz.

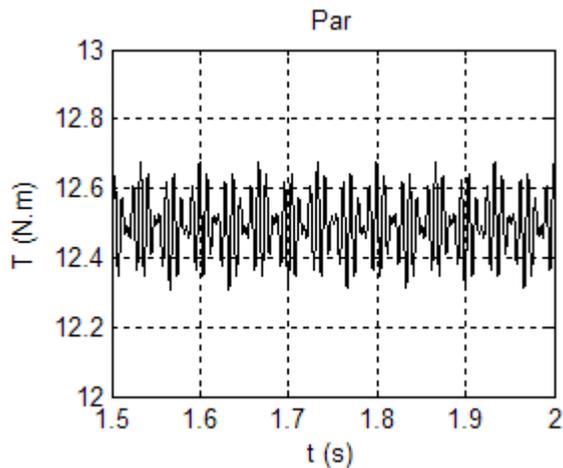


Figura 1. Curva de par.

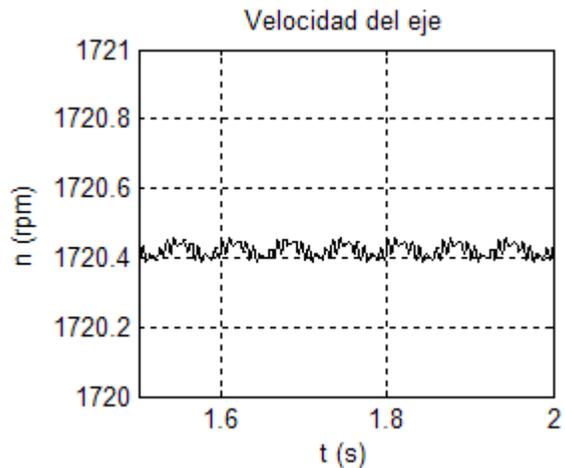


Figura 2. Curva de velocidad.

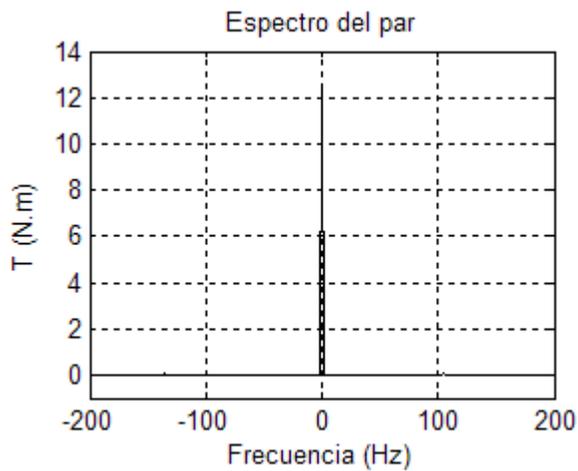


Figura 3. Espectro del par. Motor 1, caso 1.

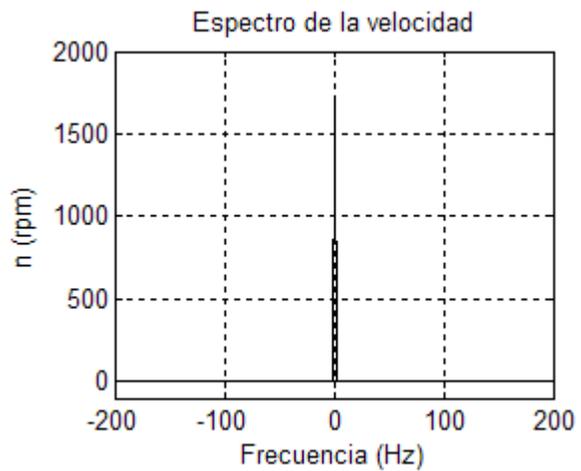


Figura 4. Espectro de velocidad. Motor 1, caso 1.

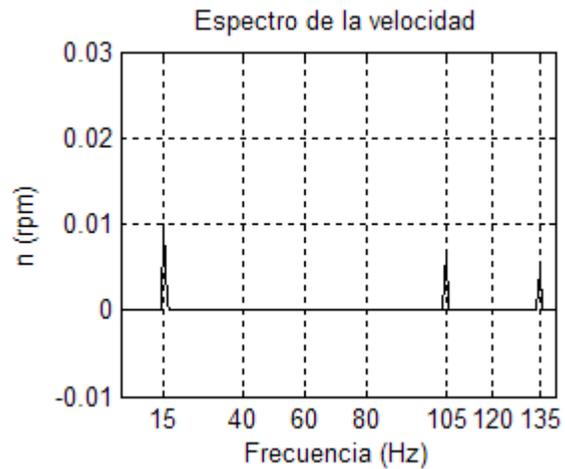
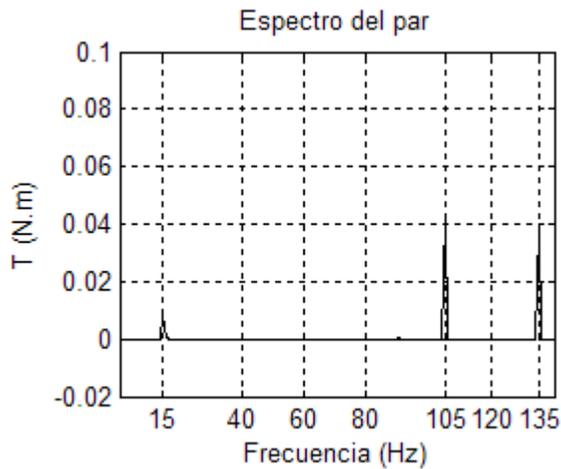


Figura 5. Espectro del par. Vista ampliada. **Figura 6.** Espectro de velocidad. Vista ampliada

Los resultados correspondientes al par y a la velocidad, cuando el motor 1 es alimentado con la fluctuación de tensión correspondiente al caso de estudio 2, se muestran en la Tabla 3.

Motor 2. Los resultados correspondientes al motor 2, se muestran en la Tabla 4.

Tabla 3. Componentes espectrales. Motor 1.

CASO 1					CASO 2				
Frecuencia (Hz)	Par (N.m)	Par (%)	Velocidad (rpm)	Velocidad (%)	Frecuencia (Hz)	Par (N.m)	Par (%)	Velocidad (rpm)	Velocidad (%)
0	12.4930	100	1720.4	100	0	12.4930	100	1720.4	100
15	0.0176	0.141	0.02	0.00116	25	0.436	3.49	0.2978	0.0173
105	0.0872	0.698	0.0142	0.000825	95	0.3438	2.752	0.0618	0.00359
135	0.0792	0.634	0.01	0.000581	145	0.2978	2.384	0.0350	0.00203

Tabla 4. Componentes espectrales. Motor 2.

CASO 1					CASO 2				
Frecuencia (Hz)	Par (N.m)	Par (%)	Velocidad (rpm)	Velocidad (%)	Frecuencia (Hz)	Par (N.m)	Par (%)	Velocidad (rpm)	Velocidad (%)
0	208.8277	100	1716.1	100	0	208.8277	100	1716.1	100
15	0.2954	0.142	0.018	0.00105	25	4.79	2.294	0.1752	0.0102
105	1.0812	0.518	0.0094	0.000548	95	4.437	2.125	0.0428	0.00249
135	0.9264	0.444	0.0062	0.000361	145	3.4512	1.653	0.0218	0.00127

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En base a los resultados obtenidos, se concluye lo siguiente:

- La presencia de fluctuaciones de tensión, asociadas a límites de flicker, en la fuente de alimentación del motor de inducción trifásico, causa la aparición de pares pulsantes en régimen permanente. Estos pares pulsantes se evidencian, en el caso de estudio 1, por las componentes de par a 15 Hz, 105 Hz y 135 Hz; y en el caso de estudio 2, por las

componentes de par a 25 Hz, 95 Hz y 145 Hz. La presencia de pares pulsantes es indeseable, pues tiende a causar vibraciones en el motor.

- Una mayor magnitud ($\Delta V/V$) en las fluctuaciones de tensión, origina mayores magnitudes en las componentes del par. Esto se observa cuando se comparan los resultados obtenidos para el caso 2 y para el caso 1. Para el caso 2, en el cual la magnitud de la fluctuación es mayor, las magnitudes de las componentes del par también son mayores.
- Se recomienda ampliar este estudio, con el objeto de considerar una mayor cantidad de casos, correspondientes a diversas magnitudes de las fluctuaciones de tensión, y a diversas frecuencias de la onda moduladora.
- Debido a las bajas magnitudes obtenidas para las componentes del par y de la velocidad, se recomienda realizar investigaciones, para determinar hasta qué punto, estas bajas magnitudes, pueden afectar la operación del motor. Esto ayudará a fijar límites razonables, cuando se establezcan regulaciones a las fluctuaciones de tensión en las normativas legales.

REFERENCIAS

- [1]. *Normas de Calidad del Servicio de Distribución de Electricidad*. Gaceta Oficial de la República Bolivariana de Venezuela N° 38.029, 2004.
- [2]. Medeiros, C. A. G., de Oliveira, J. C., Effects of voltage fluctuation associated to flicker limits on equipments performance. *10th International Conference on Harmonics and Quality of Power, 2002*, vol. 1, pp. 347-352, 2002.
- [3]. IEC 61000-4-15. *Electromagnetic Compatibility (EMC). Part 4: Testing and measurement techniques. Section 15: Flickermeter functional and design specifications*. International Electrotechnical Commission, 2003.
- [4]. Montoya, D. E., Comparison between the modeled and simulation of the Flickermeter based on the Standard IEC-61000-4-15 through the Discrete Wavelet Transform and Fast Fourier Transform. *Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia*, vol. 31, n. 1, pp. 31-40, 2008.
- [5]. Krause, P., Wasynczuk, O., Sudhoff, S., *Analysis of Electric Machinery*, pp. 164-170. IEEE PRESS, New York, 1995.
- [6]. Dormand, J. R., Prince, P. J., A family of embedded Runge-Kutta formulae. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 6, pp. 19-26, 1980.

**DISEÑO, MODELAJE Y ESTIMACIÓN PARÁMETRICA EN MÁQUINAS
SINCRÓNICAS DE POLOS SALIENTES DEL PROYECTO HIDROELÉCTRICO
“MANUEL PIAR”, EN TOCOMA.**

Paola C. Castellano

polin63@hotmail.com

Universidad de los Andes, Facultad de Ing., Escuela de Ing. Eléctrica, Departamento de Potencia.

Juan Toledo

Pedro J. Carvajal

jtoledo@edelca.com

pedrocarvajal54@gmail.com

Electrificación del Caroní, División de Ing. en Construcción.

Jean C. Hernández

hmjean@ula.ve.

Universidad de los Andes, Facultad de Ing., Escuela de Ing. Eléctrica, Departamento de Potencia.

Resumen. *Debido al incremento en la demanda de energía eléctrica en el país, Electricidad del Caroní (EDELCA), una de las empresas hidroeléctricas más importantes de Venezuela, se ha visto en la necesidad de crear nuevos proyectos de generación de energía, siendo uno de ellos el Proyecto Tocoma. El diseño e instalación de las Máquinas Sincrónicas a operar en este desarrollo hidroeléctrico está a cargo de la empresa IMPSA. Dicha empresa fabricante entrega al cliente un conjunto de documentos que muestran algunos cálculos y los resultados del diseño de los generadores en cuestión así como también los parámetros eléctricos de los mismos. Por lo tanto, la presente investigación está orientada a realizar un estudio de las unidades a instalar con la finalidad de comparar los resultados obtenidos mediante cálculos, con la información proporcionada por IMPSA y de esta forma verificarla. En el siguiente trabajo se realiza el Cálculo Electromagnético de dichos generadores, se obtienen algunos de los parámetros eléctricos mediante la aplicación de los Modelos Matemáticos de Kilgore y Talaat, basados en fórmulas que dependen de las dimensiones de las máquinas. Por otra parte, se hallan los Circuitos Equivalentes del generador en los ejes “d” y “q”, también se calcula la Frecuencia Natural de Oscilación a fin de verificarla. Ahora bien, según los resultados obtenidos en esta investigación se logró verificar la información en estudio que suministró la empresa fabricante, pues los valores encontrados resultaron ser prácticamente iguales a los que proporcionó IMPSA.*

Palabras Claves: Máquina Sincrónica, Diseño, Reactancias, Constantes de Tiempo.

1. INTRODUCTION

Es bien sabido, tanto a nivel nacional como internacional, el gran potencial hidroeléctrico con el cual cuenta Venezuela, uno de los recursos más importantes es el gran Río Caroní, ubicado en el estado Bolívar, por tal razón, las principales represas hidroeléctricas del país, se encuentran ubicadas a lo largo de éste gran afluente del Río Orinoco. En vista de que en los últimos años se ha venido produciendo un significativo aumento en los niveles de demanda de energía eléctrica, EDELCA, se ha visto en la necesidad de elaborar nuevos proyectos de generación de energía, uno de éstos que actualmente está en ejecución es el Proyecto Hidroeléctrico “Manuel Piar” ubicado en Tocoma, Estado Bolívar.

La licitación para el diseño de los generadores fue ganada por la empresa argentina IMPSA, quien debe hacer que éstos cumplan con todas las especificaciones técnicas exigidas por EDELCA, por tal motivo la investigación está orientada a realizar un estudio acerca de las Máquinas Sincrónicas a instalar en el proyecto, a fin de verificar la información suministrada por la contratista. La investigación comprende la realización del Cálculo Electromagnético de los generadores, el hallazgo de algunos de los parámetros eléctricos más importantes con la aplicación de los Modelos Matemáticos de Kilgore [1] y Talaat [2]. Luego, se hallan los Circuitos Equivalentes de la máquina en sus ejes “d” y “q”. También se consiguió la Frecuencia Natural de Oscilación de los generadores. Todo esto con la finalidad de verificar que la información aportada por la empresa IMPSA, con respecto a las especificaciones técnicas de los generadores a instalar en el mencionado proyecto hidroeléctrico, es realmente cierta.

2. VERIFICACIÓN DEL CÁLCULO ELECTROMAGNÉTICO DEL GENERADOR

Para realizar esta verificación es necesario conocer las principales características eléctricas y mecánicas impuestas por EDELCA. Éstas se muestran a continuación:

Tabla 1 Principales características de los generadores

Capacidad continua, MVA	230
Factor de Potencia	0,93
Voltaje nominal, kV	13,8
Frecuencia, Hz	60
Número de fases	3
Velocidad nominal, rpm	90
Velocidad max. de embalamiento (rpm)	250
Sentido de giro (visto desde arriba)	Sentido de las agujas del reloj
Efecto Volante combinado, no menor (ton-m ²)	81020

2.1 Método de cálculo

Una vez conocidas las principales características que debe poseer el generador a diseñar se procede a realizar un conjunto de cálculos, con los cuales se encuentran distintos parámetros y se van definiendo las dimensiones de la máquina. El método de cálculo desarrollado para realizar esta verificación se definió en base a ecuaciones planteadas por IMPSA[3], ALTSTOM[4], y Chand [5]. En el diseño de la máquina fue necesario definir el N° de circuitos en paralelo (C) y el

Nº de ranuras del estator (n_r) de forma tal que éstos cumpliesen ciertas condiciones a la vez, por lo que puede decirse que el cálculo electromagnético no es un proceso lineal. A continuación se presentan los resultados más importantes obtenidos:

Tabla 2 Comparación de los parámetros calculados con respecto a los dados por IMPSA

Parámetro	Descripción	V. calculado	V. IMPSA	% Error
I_n (A)	Corriente nominal	9622,5	9623	0
P	Nº de polos	80	80	0
D_{ies} (m)	Diámetro interno del estator	12,65	12,65	0
C_r	Nº de conductores por ranura	2	2	0
C	Nº de conductores en paralelo	4	4	0
n_r	Número de ranuras	600	600	0
K_u	Coefficiente de utilización	7,61	7,79	2,35
l (m)	Long. Del núcleo estático	2,1	2,05	2,44
g_{min} (mm)	Entrehierro mínimo	21	21	0
GD^2 (ton-m ²)	Efecto volante	71224,86	81020	12,09
H (MW*s/MVA)	Momento de Inercia	3,44	3,86	10,98
Φ_u (Wb)	Flujo útil por polo	0,625	0,628	0,44
D_{ees} (m)	Diámetro externo del estator	13,24	13,44	1,49
B_c (T)	Inducción en la corona con carga	0,84	0,85	1,47
B_d (T)	Inducción en la corona con carga	1,68	1,75	3,89
$AVE(Av)$	A-V del estator con carga	17371,72	17632	1,48
$AVER(Av)$	A-V del estat. con reacción del Inducido	27962,27	26939	3,8
Φ_t (Wb)	Flujo en la base del polo	0,788	0,858	8,21
$AVP(Av)$	Ampere-Vuelta por polo	2766,9	2767	0
$AVJ(Av)$	Ampere-Vuelta por junta	849,3	935	9,17
$AVTG(Av)$	Ampere-Vuelta totales del generador	31578,47	30641	3,06
$I_{exc}(A)$	Corriente de excitación	1619,41	1571	3,08

2.2 Análisis de resultados

En la “Tabla 2” se muestran resultados muy satisfactorios, pues los errores conseguidos en los cálculos realizados son bastante pequeños. Por lo tanto, los datos proporcionados por IMPSA pueden considerarse confiables, pues los resultados muestran valores muy similares a los aportados por el fabricante. En cuanto a las fuerzas magnetomotrices del generador obtenidas, se puede apreciar que prácticamente todas se corresponden con las aportadas por el fabricante, pues los errores con respecto a éstas son relativamente insignificantes, lo que garantiza que la corriente de excitación, determinada por IMPSA, logrará que la unidad genere la potencia deseada en condiciones nominales.

Por otra parte, en cuanto a las características mecánicas, en el GD^2 calculado se consiguió un error del 12%, que no es muy grande pero sí llama la atención pues es de los pocos que superó el 10% de error, a su vez H , que depende del GD^2 , presentó un error aproximadamente del 11%,

estos parámetros presentan diferencia notable con los cálculos puesto que en este trabajo el coeficiente de utilización y diseño inicial de la máquina para definir sus dimensiones, de las cuales dependen GD^2 y H , se realizó mediante fórmulas desarrolladas a lo largo del tiempo, que se corresponden con el comportamiento de los generadores, sin embargo el fabricante diseña según programas computacionales avanzados, en base a fórmulas desarrolladas más sofisticadas.

En conclusión, los parámetros encontrados de GD^2 y H certifican también los del fabricante ya que los errores en sí siguen siendo pequeños. Finalmente, en base a todos los resultados obtenidos se logra verificar el cálculo electromagnético de los generadores a instalar en la Central Hidroeléctrica “Manuel Piar”, entregado por el fabricante, lo que permite garantizar que el generador a construir, efectivamente cumplirá con los requerimientos que EDELCA solicitó en sus especificaciones técnicas.

3. VERIFICACIÓN DE LOS PARÁMETROS ELÉCTRICOS DEL GENERADOR

Para conseguir los parámetros eléctricos de las máquinas a instalar se aplicaron dos modelos matemáticos: Kilgore [1] y Talaat [2], éstos comprenden fórmulas basadas en las dimensiones del generador (las cuales deben ser ingresadas en pulgadas), por ello fue necesario adquirir de las distintas memorias de cálculo así como también de los planos proporcionados por IMPSA, las medidas de las diferentes partes de la máquina.

Para comprender de qué parámetros se está hablando posteriormente a continuación se define cada uno de ellos: x_l = reactancia de dispersión de armadura, x_{ad} = reactancia de reacción de armadura del eje “d”, x_{aq} = reactancia de reacción de armadura del eje “q”, x_d y x_q = reactancia sincrónica del eje “d” y “q” respectivamente, x_{du}' y x_d' = reactancia transitoria del eje “d” no saturada y saturada respectivamente, x_d'' y x_q'' = reactancia subtransitoria del eje “d” y “q” respectivamente, x_2 y x_0 = reactancia de secuencia negativa y cero respectivamente, T_{d0}' y T_d' = constante de tiempo transitoria del eje “d” en vacío y en cortocircuito respectivamente y finalmente T_a = Constante de tiempo de la armadura.

3.1 Aplicación de los modelos matemáticos de Kilgore y Talaat

Según las ecuaciones planteadas por Kilgore [1] y Talaat [2] se obtuvieron los resultados que se muestran en la “Tabla 3”, donde se indican también los valores suministrados por IMPSA y el error que presenta cada modelo respecto a estos. A continuación se muestra la “Tabla N° 3”:

Tabla 3 Parámetros calculados y comparación con los proporcionados por el fabricante

Parámetro	IMPSA	Talaat	Error %	Kilgore	Error %
x_l (pu)	0,185	0,192	3,99	0,181	2,22
x_{ad} (pu)	0,868	0,801	7,71	0,801	7,71
x_{aq} (pu)	0,477	0,464	2,82	0,464	2,82
x_d (pu)	1,053	0,993	5,66	0,982	6,75
x_q (pu)	0,662	0,656	0,92	0,644	2,65
x_{du}' (pu)	0,366	0,41	11,91	0,398	8,77
x_d' (pu)	0,329	0,36	9,56	0,35	6,48
x_d'' (pu)	0,268	0,285	6,52	0,279	3,99

x_q'' (pu)	0,359	0,286	20,33	0,283	21,24
x_2 (pu)	0,33	0,286	13,41	0,281	14,93
x_0 (pu)	0,209	0,266	27,31	0,256	22,69
T_{d0}' (s)	6,22	5,762	7,37	5,762	7,37
T_d' (s)	2,162	2,376	9,88	2,336	8,05
T_a (s)	0,292	0,21	28,22	0,206	29,48

3.3 Análisis de resultados

Los resultados obtenidos según Kilgore y Talaat son bastante satisfactorios, esto se concluye al observar la “Tabla 3” donde se aprecia que los errores conseguidos están dentro de un rango aceptable. El primer error considerado significativo es el de x_q'' ; en el caso de Talaat el error se debe a que este valor depende de la permeanza de dispersión del devanado amortiguador por barra para el eje “q” y esta a su vez depende del ángulo eléctrico que existe entre dos barras amortiguadoras, el cálculo este ángulo se determinó de una forma aproximada ya que en ningún documento se especificó su valor. Asimismo, en el caso de Kilgore, x_q'' depende de la permeanza de dispersión del devanado amortiguador en el eje “q”, entonces, el error encontrado se debe quizás a que las ecuaciones desarrolladas no tomen en cuenta exactamente la dispersión producida en el eje “q” de la máquina. Debido a esto, x_2 y T_a tienen errores considerables pues dependen de x_q'' . Asimismo, x_0 presenta un error relativamente significativo debido a que a pesar de que Talaat y Kilgore toman en cuenta las dispersiones presentes en la máquina, las aproximaciones matemáticas son imprecisas.

4. CIRCUITOS EQUIVALENTES DE LA MÁQUINA EN POR UNIDAD EN SUS EJES “d” Y “q”

En base a alguno de los parámetros conseguidos según Kilgore y Talaat y con el método explicado por Carvajal [8], se obtuvieron los circuitos equivalentes de la máquina mostrados en la “Fig. 1”, los cuales podrán ser utilizados para realizar estudios de estabilidad y cortocircuitos a los generadores. A continuación se muestran dichos circuitos:

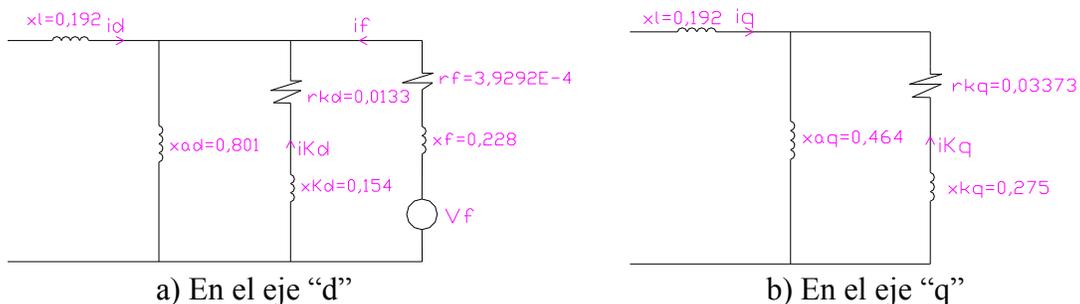


Figura 1 Circuitos Equivalentes en Por Unidad

En la “Fig. 1” r_{kd} y r_{kq} son las resistencias del devanado amortiguador en los ejes “d” y “q” respectivamente, x_{kd} y x_{kq} son las reactancias de dispersión del devanado amortiguador en los ejes “d” y “q” respectivamente, r_f y x_f son resistencia y reactancia del devanado de campo.

5. FRECUENCIA NATURAL DE OSCILACIÓN DE LA MÁQUINA ($f_{natural}$)

La frecuencia de oscilación de la máquina se calculó según las exigencias de EDELCA: al 50% de la capacidad nominal y factor de potencia unitario cuando se conecta a un sistema eléctrico con reactancia de 0,13 en por unidad, tomando en cuenta esto y aplicando fórmulas se obtuvo la “Tabla 4” (presentada a continuación), donde se observa que el error de $f_{natural}$ calculado respecto al de IMPSA es nulo, lo que resulta satisfactorio pues éste último se verifica, garantizando que no hay riesgos de que el sistema entre en resonancia. Véase la “Tabla 4”:

Tabla 4 Cálculo de la frecuencia natural y comparación con el valor de IMPSA

Parámetro	% Carga	Unidad	Valor calculado	Valor IMPSA	% Error
$f_{natural}$	50	Hz	1,277	1,277	0

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El trabajo realizado permitió verificar la información suministrada por IMPSA en cuanto al cálculo electromagnético del generador comprobando que el procedimiento desarrollado para este estudio es factible. Ahora bien, se recomienda profundizar la investigación para conseguir fórmulas con las cuales se hallen los parámetros que no abarcó este trabajo. Por otra parte, puede decirse que los modelos de Kilgore y Talaat son una buena manera de obtener algunos de los parámetros eléctricos de la máquina, sin embargo sería bueno probar con otros modelos y observar qué tan precisos son. Asimismo, es conveniente desarrollar un programa avanzado que automatice los procedimientos para hacer el cálculo electromagnético y hallazgo de los parámetros eléctricos del generador, con fórmulas mejoradas para lograr realizar en nuestro país el diseño completo de una máquina sincrónica, trayendo como consecuencia reducción de costos y un gran desarrollo e independencia en cuanto a generación de energía se refiere.

REFERENCIAS

- [1]. Kilgore, L. Calculations Synchronous Machines Constant Reactance and Time Constant Affecting Transient Characteristics. AIEE Transactions, vol. 50, pp 1201-1214, 1931.
- [2]. Talaat, M. A New Approach to the Calculation of Synchronous Machines Reactance. AIEE Transactions. Part II, pp.317-328, 1956.
- [3]. IMPSA. Memoria de Cálculo Electromagnético del Generador de la Central Hidroeléctrica “Manuel Piar”, en Tucumán. Argentina, 2009.
- [4]. ALSTOM. Memoria de Cálculo Electromagnético del Generador de la Unidad 15 de la Central Hidroeléctrica Guri. Brasil, 2007.
- [5]. Chand, G. *Design, Operation and Testing of Synchronous Machines*. Asia Publishing House. New York, 1966.
- [6]. Carvajal, P. *Regímenes Transitorios y Estabilidad de Máquinas Rotativas de Corriente Alterna*. CVG EDELCA, 2005.

DECODIFICADOR VITERBI PARA LA CORRECCIÓN DE ERRORES EN RECEPTORES DE RADIO DEFINIDA POR SOFTWARE

Vega Luis

Ramírez Juan

Malaver Emigdio

vegaluisejose@gmail.com

juanra@ula.ve

emalaver@ula.ve

Departamento de Electrónica y Comunicaciones, Universidad de Los Andes, La Hechicera, Edificio de Ingeniería, Mérida-Venezuela

Abstract. *La radio definida por software (SDR, Software Defined Radio) es una tecnología para comunicaciones inalámbricas que se enfoca en la especificación en software de los elementos de un sistema de comunicación. Este enfoque, principalmente está orientado al diseño de terminales reprogramables, que puedan operar bajo múltiples estándares de comunicaciones; y con la capacidad de cambiar automáticamente de un entorno de comunicación a otro. Entre las operaciones de una SDR, está la detección y corrección de errores, cuya implementación permite un uso eficiente del ancho de banda asignado, garantizando el incremento en el número de usuarios que el sistema puede soportar. La técnica de codificación de canal para la detección y corrección de errores más usada en sistemas inalámbricos de comunicación, debido a sus bajas tasas de error, es la codificación convolucional, y la operación de decodificación correspondiente es aquella basada en el algoritmo de Viterbi. Este trabajo presenta el diseño de un decodificador Viterbi reconfigurable, capaz de operar bajo los estándares GSM y DCS. Este diseño, es considerado como un componente de un terminal móvil SDR, con la capacidad de cambiar su configuración de acuerdo con el estándar inalámbrico seleccionado. Además, el decodificador propuesto se adapta a los cambios en los parámetros de codificación del estándar, y de manera particular a las modificaciones en el valor de la longitud restringida. La arquitectura propuesta fue codificada en VHDL, y la descripción en hardware del diseño se compiló usando como dispositivo objetivo un FPGA Virtex-II Pro de Xilinx. La síntesis del diseño, muestra que el decodificador propuesto puede operar con un reloj de hasta 116 MHz, llegando a ocupar tan sólo un 28% del área de un FPGA Virtex-II Pro. Finalmente, se evaluó el desempeño del diseño mediante la simulación de comportamiento del código VHDL del decodificador Viterbi. El criterio de desempeño es la gráfica de tasa de error de bits (BER, Bit Error Rate) en función de la relación señal a ruido (SNR, Signal-to-Noise Ratio) del canal de comunicación. Bajo esta perspectiva, se observa que el decodificador Viterbi cumple con los objetivos de tasas de error establecidos en los estándares GSM y DCS.*

Key words: BER, Códigos de Convolución, Decodificador Viterbi, FPGA y VHDL

1 INTRODUCCIÓN

Los avances en la tecnología de comunicaciones inalámbricas, ha estimulado el desarrollo de sistemas electrónicos orientados a satisfacer la demanda de tasas de transmisión cada vez más elevadas. En la última década, la radio definida por software (SDR, *Software Defined Radio*) ha emergido como una tecnología de diseño de terminales móviles con la capacidad de operar bajo distintos estándares de comunicaciones inalámbricas. Entre las características más interesantes de la SDR, están el soporte de múltiples protocolos de comunicaciones y el acceso transparente a una variedad de sistemas de comunicaciones inalámbricas; todo de forma automática [1]. En esta tecnología, los componentes del sistema de comunicaciones son especificados en software, permitiendo la reconfigurabilidad de los terminales ante los cambios en el entorno de radio frecuencias. La reconfigurabilidad de los terminales SDR, se puede aplicar en cualquier nivel de abstracción del protocolo de comunicaciones [2], y a nivel de capa física, la definición en software de los componentes de un sistema SDR activa el desarrollo de diseños en dispositivos electrónicos digitales, tales como microprocesadores, procesadores de señales digitales (DSP, *Digital Signal Processor*) o dispositivos programables como los arreglos de compuertas programables en campo (FPGA, *Field Programmable Gate Array*).

En sistemas inalámbricos de transmisión de datos, la detección y corrección de errores es una función extremadamente importante ya que ayudan a hacer un uso más eficiente del ancho de banda asignado. Además, en el caso de sistemas multiusuario, un código detector y corrector de errores robusto, permite ampliar la relación entre la energía por bit transmitido y la potencia promedio del ruido (E_b/N_0); lo cual se traduce en un incremento en el número de usuarios que el sistema puede soportar. La técnica más usada para la detección y corrección de errores en sistemas de comunicaciones inalámbricas, debido a sus bajas tasas de error, es la codificación convolucional. Básicamente, un codificador de convolución, es una máquina de estados finitos que procesa i bits de información y genera c bits de código, para una tasa de codificación de $r = i/c$ [3]. En este sentido, la técnica de decodificación que mejor se ajusta a los códigos de convolución, dada su robustez, es aquella basada en el algoritmo de Viterbi. Una de las características del algoritmo de Viterbi, es que puede especificarse en software, facilitando la descripción de su arquitectura en lenguaje un de descripción de hardware (HDL, *Hardware Description Language*) y su posterior implementación en circuitos integrados.

En este trabajo presenta el diseño de un decodificador Viterbi reconfigurable, especificado para elegir entre dos estándares SDR, como son el sistema global para comunicaciones móviles (GSM, *Global System Mobile*) y el sistema de comunicación digital (DCS, *Digital System Communication*). La estructura del diseño, está basada en la implementación del algoritmo de Viterbi de decisión dura (*Hard Decision*); capaz de reconfigurarse ante los cambios de la longitud restringida del codificador de convolución. El diseño fue especificado en VHDL, donde su compilación usó como dispositivo objetivo el FPGA Virtex-II Pro de Xilinx, y se evaluó su desempeño con la gráfica de la *BER* en función de la E_b/N_0 . La organización del artículo es la siguiente. En la sección 2, se describe la arquitectura del decodificador Viterbi reconfigurable, y en la sección 3, se muestran los resultados de la compilación y la simulación de comportamiento del código VHDL del decodificador propuesto. Finalmente, se sintetizan las conclusiones en la sección 4.

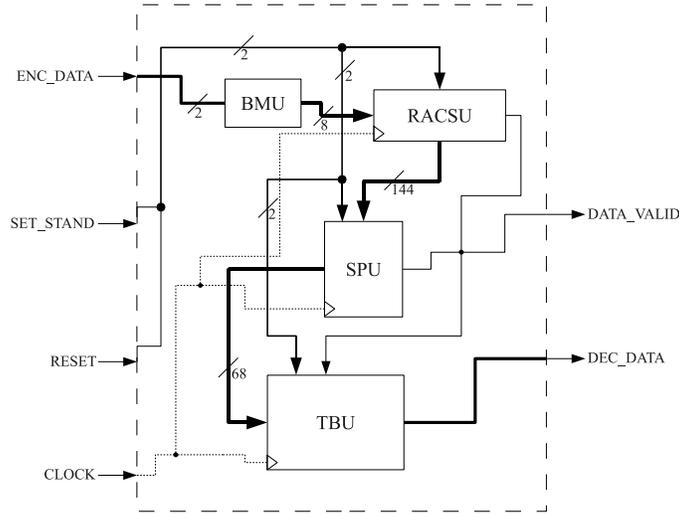


Figura 1: Entidad del decodificador Viterbi reconfigurable

2 ARQUITECTURA DEL DECODIFICADOR VITERBI RECONFIGURABLE

El decodificador de Viterbi presentado en este artículo, tiene la propiedad de adaptar su estructura interna a los cambios en el estándar de comunicación, y se puede considerar como un elemento de un receptor SDR, con la capacidad de decodificar los códigos de convolución definidos para los estándares móviles GSM y DCS.

Antes de describir la arquitectura del decodificador Viterbi, se definen los parámetros característicos de los codificadores de convolución definidos para los estándares GSM y DCS. Para tales estándares de comunicaciones, la longitud de los datos codificados es $L = 378$ bits y la tasa de codificación es $r = 1/2$. La longitud restringida del estándar GSM es $K = 5$ y los polinomios generadores utilizados para la codificación convolucional son: $G_0 (GSM) = 1 + D^3 + D^4$ y $G_1 (GSM) = 1 + D + D^3 + D^4$ [4]. En cambio, la longitud restringida para el estándar DCS es $K = 3$ y los polinomios generadores usados para la codificación de convolución son: $G_0 (DCS) = 1 + D + D^2$ y $G_1 (DCS) = 1 + D^2$.

La arquitectura del decodificador Viterbi reconfigurable se muestra en la Fig. 1, y como se puede observar en dicha figura, el diseño consta de cuatro entradas (ENC_DATA, CLOCK, RESET y STAND) y dos salidas (DEC_DATA y DATA_VALID). Los datos codificados y afectados por el ruido, son recibidos, en paquetes de 2 bits, en el puerto ENC_DATA. Esta entrada, está sincronizada con la señal de reloj (CLOCK), en otras palabras, el módulo carga los paquetes de 2 bits en cada flanco de subida de la señal de reloj. Por su parte, la activación de la entrada RESET establece las condiciones iniciales para las variables internas del decodificador. El puerto RESET, debe activarse antes de iniciar la captura de los datos codificados, y a diferencia de la entrada ENC_DATA, el puerto RESET es una entrada asíncrona. El estándar de comunicación se selecciona con el puerto STAND: si la señal de entrada en el puerto STAND es un alto lógico, el estándar seleccionado es GSM, de lo contrario, el decodificador operará bajo el estándar DCS. Los datos decodificados son entregados por el puerto DEC_DATA, y la salida del módulo que indica la validez de los datos decodificados es indicada en el puerto DATA_VALID.

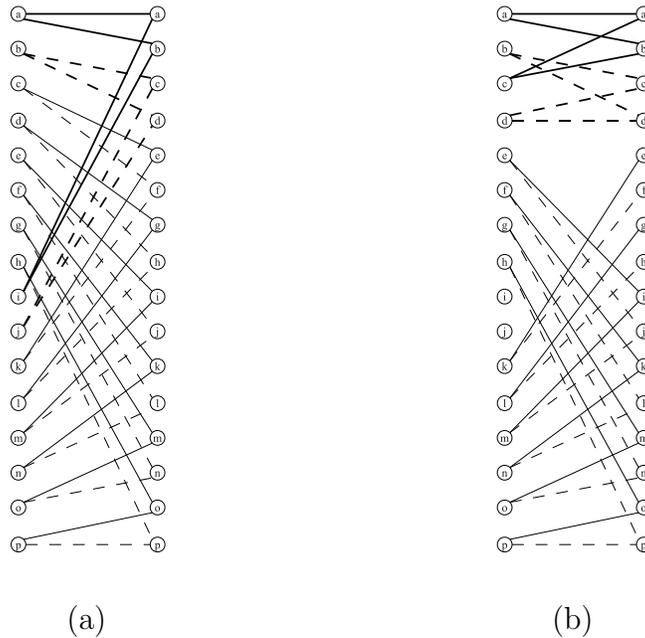


Figura 2: Estructura de las mariposas para los estándares (a)GSM y (b)DCS

En el diseño de hardware, existen dos enfoques dominantes para la arquitectura del decodificador Viterbi, uno es el enfoque traceback y el otro es el enfoque de intercambio de registros [5]. El enfoque de diseño usado en este trabajo es el traceback, dado que los costos en complejidad y en área son menores comparado con esquema de intercambio de registros. La característica más interesante del decodificador propuesto, radica en la especificación de un módulo que implementa la estructura de las mariposas, donde las mariposas ajustan sus transiciones según el estándar seleccionado. Como puede observarse en la Fig. 1, la arquitectura propuesta tiene cuatro bloques funcionales: la unidad de branch metric (BMU, Branch Metric Unit), la unidad reconfigurable de sumar, comparar y seleccionar (RACSU, Reconfigurable Add-Compare-Select Unit), la unidad de trayectorias sobrevivientes (SPU, Survivor Path Unit) y la unidad de traceback (TBU, Traceback Unit).

La BMU genera el branch metric de cada una de las transiciones del trellis, en otras palabras, calcula la distancia Hamming entre el símbolo recibido y la secuencia asociada con la transición de estado. Todos los posibles valores de branch metric son almacenados en tablas de búsqueda (LUTs, *Look-Up Tables*), y el símbolo recibido es la entrada de selección de un multiplexor que captura el valor de branch metric correspondiente.

La RACSU es la unidad que determina las transiciones sobrevivientes del trellis. En esta unidad se implementa la reconfigurabilidad del decodificador Viterbi. Básicamente, la unidad RACSU consta de ocho mariposas, dos de las cuales son reconfigurables. Las mariposas reconfigurables, básicamente son unidades ACSU que adaptan sus transiciones según el estándar seleccionado. De forma particular, en la arquitectura propuesta, las mariposas reconfigurable ajustan las transiciones que alcanzan a los estados (a , b , c y d). Más precisamente, si el estándar seleccionado es GSM, la estructura de las mariposas para los estados (a , b , c y d) tiene la configuración mostrada

en la Fig. 2(a). En cambio, si el estándar elegido es DCS, la estructura de las mariposas para los estados (a , b , c y d) exhiben la distribución de la Fig. 2(b). Por ejemplo, si se selecciona el estándar GSM, el nodo de llegada correspondiente al estado a recibe sus transiciones procedentes de los estados (a , i); en caso que se elija el estándar DCS, el nodo de llegada correspondiente al estado a obtiene sus trayectos de los estados (a , b).

La función principal de la SPU es almacenar los estados sobrevivientes enviados por la RACSU. La SPU también tiene como tarea obtener el estado con menor path metric al final del trellis. Además, la SPU tiene la capacidad de habilitar y deshabilitar algunos componentes del decodificador Viterbi reconfigurable, como la RACSU y la TBU.

La TBU es la unidad encargada de obtener la trayectoria de máxima verosimilitud a lo largo del trellis, y por consiguiente, es la unidad que entrega los datos decodificados. Más específicamente, la unidad de traceback funciona de la siguiente manera. Inicialmente, la TBU toma el estado con el menor path metric al final del trellis, y a partir de este punto se recorre el trellis en sentido inverso, es decir, desde la etapa $j = 189$ hasta la etapa $j = 0$. En cada etapa del trellis recorrida en sentido inverso, la TBU selecciona la transición asociada con el camino de máxima verosimilitud, y cada transición de la trayectoria óptima se relaciona con un bit, que en este caso constituye el dato decodificado. Dado que los datos se decodifican recorriendo el trellis en sentido inverso, cada bit decodificado se almacena en una memoria LIFO (*Last In, First Out*) con el objeto de que el módulo entregue los datos en el orden correcto.

3 RESULTADOS EXPERIMENTALES

La arquitectura del decodificador Viterbi reconfigurable, fue codificada en VHDL. Luego, con el objeto de evaluar desempeño del diseño, se construyó un sistema de comunicación en software, donde la fuente de bits, el codificador de convolución, el modulador, el canal AWGN y el demodulador se especificaron en C++. La salida del demodulador descrito en software, se acopló al módulo VHDL del decodificador Viterbi reconfigurable, cuyos estímulos de entrada se especificaron en un banco de prueba VHDL. Después, se realizaron simulaciones Montecarlo del sistema de comunicación antes descrito. La Fig. 3, muestra las curvas de la BER en función de la E_b/N_o , para los códigos de convolución de los estándares GSM y DCS. Además, en esta figura, se muestra el comportamiento de la BER para un sistema de comunicación sin codificación para la corrección de errores. En la Fig. 3, se puede observar que las curvas generadas usando el decodificador Viterbi reconfigurable, exhiben un comportamiento similar para los estándares GSM y DCS, donde al menos alcanzan una tasa error de 10^{-6} para una E_b/N_o de 12dB. Es significativo resaltar, que las curvas obtenidas con el decodificador Viterbi propuesto, mejoran su desempeño hasta en 3dB comparado con el sistema sin codificación de canal.

El módulo VHDL del decodificador Viterbi reconfigurable fue compilado por la herramienta ISE WebPack de Xilinx. El dispositivo objetivo fue el FPGA Virtex-II Pro de Xilinx, y el informe de la síntesis muestra que el módulo ocuparía aproximadamente un 28% del área del FPGA, y además, que el diseño implementado en un Virtex.II Pro puede operar con una frecuencia de reloj de hasta 116 MHz.

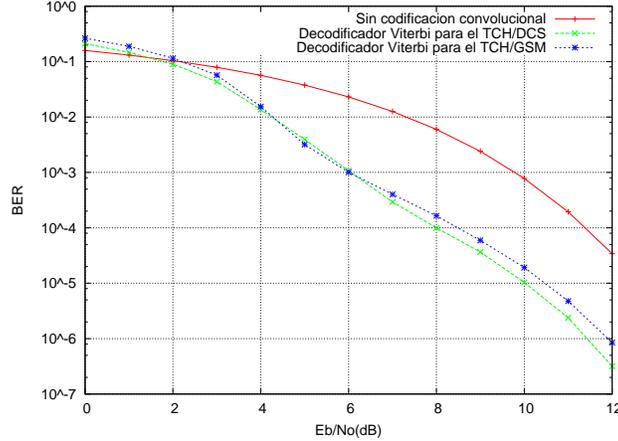


Figura 3: BER en función de la E_b/N_o del decodificador Viterbi reconfigurable

4 CONCLUSIONES

Este artículo describe la arquitectura de un decodificador Viterbi reconfigurable, como parte de un terminal móvil SDR, con la capacidad de operar bajo los estándares de comunicaciones GSM y DCS. El decodificador se adapta a las modificaciones en los parámetros de codificación del estándar, y de modo particular a los cambios en el valor de la longitud restringida, y su característica más interesante está en la implementación de mariposas reconfigurables que ajustan sus transiciones a los cambios en el estándar de comunicación. La arquitectura propuesta se codificó en VHDL, y el informe de síntesis del diseño para un FPGA Virtex-II Pro, muestra que el decodificador ocuparía un 28% del área del FPGA, y que puede operar con una frecuencia de reloj de hasta 116MHz.

5 AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue realizado gracias al financiamiento del Consejo de Desarrollo Científico, Humanístico y Tecnológico de la Universidad de Los Andes (CDCHT-ULA), bajo el proyecto con código: I-944-06-02-B.

REFERENCIAS

- [1] J. Reed, *Software radio: a modern approach to radio engineering*, 1st ed. Prentice Hall Press, 2002.
- [2] W. Tuttlebee, "Software-defined radio: Facets of a developing technology," *IEEE Personal Communications*, pp. 38–44, April 1999.
- [3] R. H. Morelos Zaragoza, *The Art of Error Correcting Coding*, 2nd ed. Wiley, September 2006.
- [4] J. Eberspächer, H.-J. Vögel, C. Bettstetter, and C. Hartmann, *GSM — Architecture, Protocols and Services*, 3rd ed. Wiley, 2009.
- [5] R. Rasheed, A. Menouni Hayar, and R. Pacalet, "Reconfigurable viterbi decoder for mobile platform," in *MWCN 2005, 7th IFIP International Conference on Mobile and Wireless Communications Networks, September, 19-21, 2005 - Marrakech, Morocco*, 09 2005.

COMPENSACIÓN DE LA DISTORSIÓN NO-LINEAL DE SEÑALES QAM/OFDM EMPLEANDO PRE-DISTORSIÓN Y PRE-CODIFICACIÓN

Mariela Barón

Emigdio Malaver

emalaver@ula.ve

Dpto. Electrónica y Comunicaciones, Universidad de Los Andes, Núcleo La Hechicera, Facultad de Ingeniería, Av. Alberto Carnevalli, Mérida-Venezuela.

Resumen. *En este trabajo se propone el uso combinado de la pre-codificación y la pre-distorsión para compensar las no-linealidades existentes en un canal de comunicaciones contaminado por ruido blanco gaussiano aditivo. La pre-codificación se usa para reducir la PAPR de una señal QAM/OFDM a niveles donde el pre-distorsionador sea aplicable. Para validar la propuesta se simuló un sistema QAM/OFDM en C++; empleando para ello la librería de código abierto IT++ como figura de mérito se midió la BER del sistema.*

Palabras clave: Pre-codificación, Pre-distorsión, Canal no-lineal, OFDM, QAM

1 INTRODUCCIÓN

En los últimos años se viene observando un gran auge de la técnica de Multiplexación por División de Frecuencias Ortogonales (OFDM, Orthogonal Frequency Division Multiplexing). Ésta es muy robusta frente al desvanecimiento en frecuencia presente en los canales inalámbricos [1]. Su principal desventaja es que una señal con modulación OFDM resulta severamente distorsionada por los elementos no-lineales presentes en el sistema [2]. La distorsión no-lineal de la señal OFDM se produce porque su envolvente presenta una diferencia muy grande entre sus niveles y su valor promedio. En otras palabras, la distorsión se produce porque la señal OFDM presentan una PAPR (Peak to Average Power Ratio) muy elevada.

Los fenómenos asociados a la distorsión no-lineal aparece como consecuencia de las nuevas componentes de frecuencia que genera la no-linealidad. Éstas aparecen tanto en el canal deseado como en los canales adyacentes y alternos a éste. Particularmente, las componentes no-lineales que aparecen en el canal deseado producen variaciones en la amplitud y la fase de los símbolos transportados por la señal OFDM; produciéndose así, en caso de distorsión severa, la pérdida de la información.

Para reducir los efectos de la distorsión no-lineal se suele emplear alguna técnica de linealización. Una de las más usadas es la técnica conocida como pre-distorsión [3]. Ésta consiste en colocar, en cascada con el elemento no-lineal, un bloque (pre-distorsionador), donde se sintetiza la inversa de la característica de transferencia de la no-linealidad (CTNL). Sin embargo, esta técnica es eficaz sólo para señales con PAPR moderadas o bajas ($PAPR < 6dB$). La dificultad se presenta porque a

niveles muy altos de la PAPR los picos de la señal alcanzan la región de compresión de la CTNL, una zona con forma de campana donde es imposible calcular la inversa.

Por otro lado, cuando se emplea OFDM en combinación otros procesos de modulación de múltiples niveles, la señal resultante presenta una PAPR de moderada a alta [2]; llegando a alcanzar, en el caso de la modulación QAM niveles cercanos a los 14dB.

Para hacer viable la aplicación de la pre-distorsión en el caso de señales QAM/OFDM, en este trabajo se propone su empleo conjunto con la pre-codificación de símbolos [2], ésta última como técnica para reducir la PAPR. Con la pre-codificación se busca redistribuir la energía por símbolo a transmitir agregando símbolos redundantes y ha sido empleada con éxito en el caso de una señal PSK/OFDM [2], cuya PAPR está por debajo del nivel observado en las señales QAM/OFDM. El sistema empleado para validar la propuesta se simula en C++ empleando IT++, una librería de código abierto orientada al procesamiento digital de señales y a las comunicaciones.

2 PRE-DISTORSIÓN

Para entender el funcionamiento del pre-distorsionador, supongamos que los símbolos a transmitir están representados por la señal $s_x(t) = u_x e^{j\alpha_x}$, donde u_x y α_x son la envolvente y la fase de $s_x(t)$. De esta manera, el comportamiento del pre-distorsionador y del elemento no-lineal se puede modelar, entonces, considerando como estos afectan a la envolvente y la fase del símbolo transmitido. Ahora bien, si se considera que $A_{PD}[\cdot]$, $\Phi_{PD}[\cdot]$, $A_{NL}[\cdot]$ y $\Phi_{NL}[\cdot]$ representan los cambios en la envolvente y la fase de la señal a la entrada del pre-distorsionador y de la no-linealidad, respectivamente; entonces, la salida del pre-distorsionador será: $s_{PD}(t) = A_{PD}[u_x] e^{j(\alpha_x + \Phi_{PD}[u_x])}$. A su vez, la salida del elemento no-lineal será:

$$s_{NL}(t) = A_{NL}[A_{PD}[u_x]] e^{j(\alpha_x + \Phi_{PD}[u_x] + \Phi_{NL}[A_{PD}[u_x]])} \quad (1)$$

Analizando la expresión anterior, se concluye lo siguiente: i) para que la envolvente de salida del elemento no-lineal, $A_{NL}[A_{PD}[u_x]]$, sea exactamente igual a la envolvente del símbolo transmitido, u_x ; entonces, se debe cumplir que: $A_{PD}[\cdot] = A_{NL}^{-1}[\cdot]$; y ii) para que la no-linealidad no afecte la fase: $\Phi_{PD}[u_x] = -\Phi_{NL}[A_{NL}^{-1}[u_x]]$. De esta manera, el pre-distorsionador queda especificado en función de la CTNL ($A_{NL}[\cdot]$, $\Phi_{NL}[\cdot]$). Ambas curvas calcularon a partir de la simulación de un amplificador de potencia, ver Fig. 1, y ajustadas al modelo propuesto por Saleh y Velanzuela en [4].

$$A[u_x] = \frac{\alpha_A u_x}{1 + \beta_A u_x^2} \quad (2)$$

$$\Phi[u_x] = \frac{\alpha_\Phi u_x^2}{1 + \beta_\Phi u_x^2} \quad (3)$$

donde α_A , β_A , α_Φ y β_Φ son los parámetros de ajuste del modelo.

Finalmente, invirtiendo Ec. (2) y evaluando Ec. (3) en $A_{NL}^{-1}[u_x]$, se obtiene la característica de transferencia del Pre-distorsionador:

$$A_{PD}[u_x] = A^{-1}[u_x] = \frac{\alpha_A}{2\beta_A u_x} - \sqrt{\left(\frac{\alpha_A}{2\beta_A u_x}\right)^2 - \frac{1}{\beta_A}} \quad (4)$$

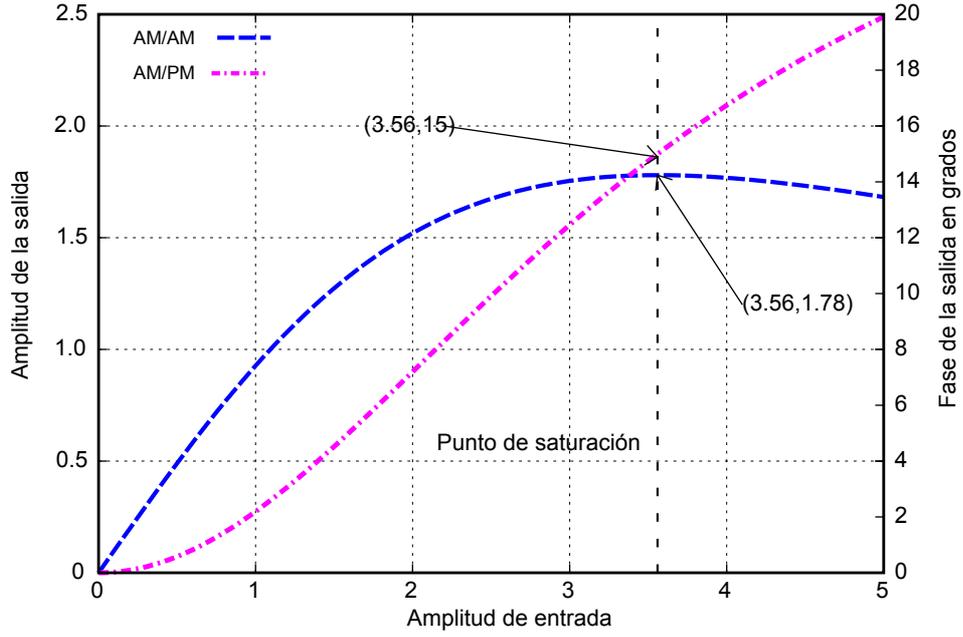


Figura 1: Característica de transferencia de la no-linealidad considerada.

$$\Phi_{PD} [u_x] = -\Phi [A_{NL}^{-1} [u_x]] \quad (5)$$

3 PRE-CODIFICACIÓN DE SÍMBOLOS

La pre-codificación, entre otras aplicaciones [5], se puede usar reducir la PAPR de señales OFDM [2]. Básicamente, consiste en multiplicar los símbolos de entrada la modulador OFDM, por una matriz de pre-codificación diseñada para redistribuir la energía de dichos símbolos. Así, si \mathbf{X} representa un vector formado por N símbolos modulados en banda base (vector columna), los símbolos pre-codificados se obtienen de la siguiente manera: $\mathbf{Y} = \mathbf{P}\mathbf{X}$; donde \mathbf{Y} es un vector columna con L elementos, y \mathbf{P} es la matriz de pre-codificación, de dimensiones $L \times N$; donde $L = N + N_p \geq N$ y N_p igual al número de símbolos redundantes por bloques de portadoras OFDM. Si se define el índice de codificación $\beta = N_p/N$, los elementos de la primera columna de la matriz de pre-codificación vienen dados por:

$$p_{l,0} = \frac{1}{T_{bnc}} \int_0^{T_{bnc}} \left(p(t) e^{-2\pi l \frac{t}{T_{bnc}}} \right) dt \quad (6)$$

donde $0 \leq l \leq L - 1$, $T_{bnc} = NT_s$ con T_s igual a la duración de cada uno de los N símbolos a codificar. A su vez, $p(t)$ es la forma de onda generadora del código; cuya transformada $P(f)$ debe satisfacer la siguiente condición:

$$\int_0^{\frac{1+\beta}{T_s}} (|P(f)|^2 e^{j2\pi(m-k)T_s f}) df = \begin{cases} T_{bnc}, & m = k \\ 0, & m \neq k \end{cases} \quad (7)$$

Los elementos de las columnas restantes, se calculan a partir de los $p_{l,0}$ mediante la siguiente relación: $p_{l,n} = p_{l,0}e^{-j2\pi l \frac{n}{N}}$; con $0 \leq l \leq L - 1$ y $0 \leq n \leq N - 1$.

La matriz de codificación calculada de esta manera tiene la siguiente propiedad [2]: $\mathbf{P}^\dagger \mathbf{P} = \mathbf{I}$; donde \mathbf{P}^\dagger es la transpuesta conjugada de la matriz de pre-codificación. Esta propiedad permite obtener una estimación de los símbolos originales, $\hat{\mathbf{X}}$, simplemente pre-multiplicando los símbolos pre-codificados estimados, $\hat{\mathbf{Y}}$, por \mathbf{P}^\dagger ; es decir: $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{P}^\dagger \hat{\mathbf{Y}}$

4 VALIDACIÓN DE LA PROPUESTA

Para validar la propuesta se simuló el sistema de comunicación mostrado en la Fig. 2.

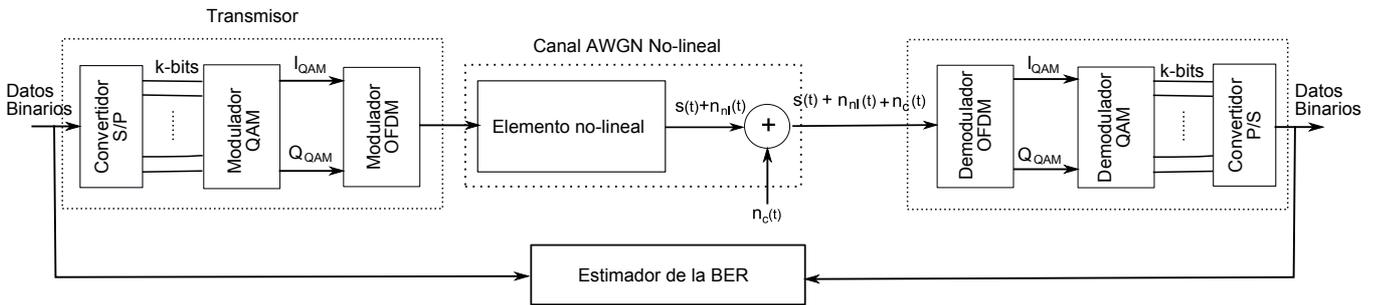


Figura 2: Sistema de comunicación simulado.

El sistema en primer lugar toma una secuencia de k dígitos binarios y los convierte en un bloque de k bits en paralelo. El bloque así formado es modulado en QAM de 16 niveles y los símbolos QAM resultantes empleados para modular 100 sub-portadoras OFDM. Los símbolos OFDM son transmitidos a través de un canal no-lineal con ruido blanco gaussiano aditivo. En el extremo receptor, se tienen los respectivos demoduladores OFDM y QAM. El bloque bits estimados a la salida del modulador QAM son convertidos en una secuencia binaria y comparada con la secuencia de entrada, para calcular la BER (Bits Error Rate) del sistema. En el canal $s(t)$ es el símbolo transmitido, $n_{nl}(t)$ es el ruido generado por la no-linealidad y $n_c(t)$ la señal de ruido blanco que se introduce al canal.

El pre-codificador fue colocado entre el modulador QAM y el Modulador OFDM, la matriz de pre-codificación fue calculada a partir de un pulso en coseno elevado como señal generadora ($p(t)$), con un índice de pre-codificación $\beta = 0.12$; suficiente para reducir la PARP de 14 a 6 dB aproximadamente. En el extremo receptor, el decodificador se colocó entre los demoduladores OFDM y QAM. Por su parte, el pre-distorsionador fue ubicado entre el modulador OFDM y el canal. Todo el sistema, incluidos el pre-codificador y el pre-distorsionador, fue simulado en C++ utilizando la librería IT++.

En la figura 3 se muestra la constelación de los símbolos OFDM a la entrada y a la salida del canal; en ella se puede apreciar que en el sistema sin compensación de la no-linealidad sólo coinciden los símbolos que están cercanos al origen; mientras que en el sistema compensado coinciden

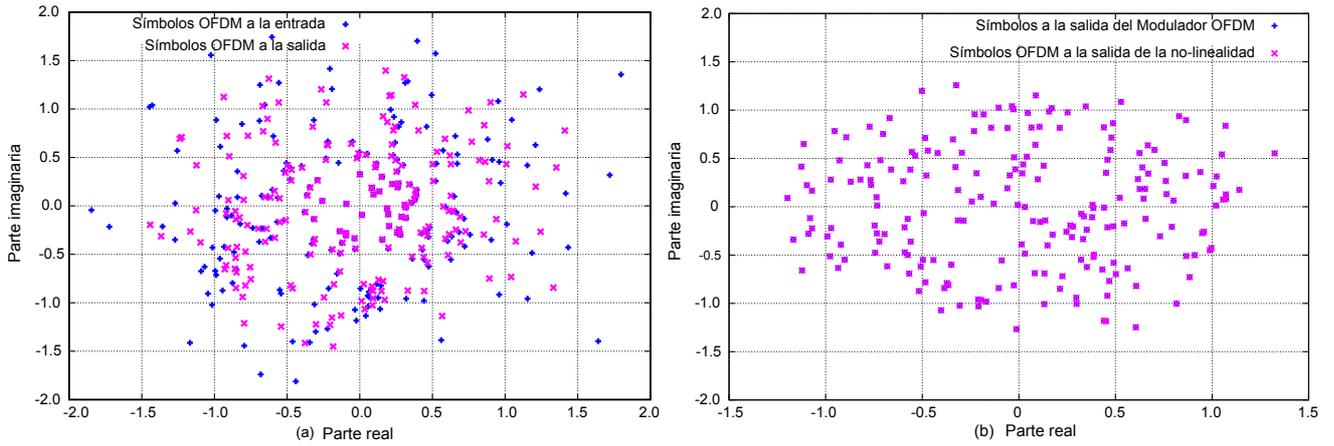


Figura 3: Constelación de los símbolos a la entrada (+) y la salida(x) del canal. (a) Sistema sin compensar y (b) sistema compensado.

prácticamente todos. También se puede observar que la pre-codificación confina los símbolos dentro de un círculo de radio 1.30 aproximadamente.

Se podría apreciar mejor las mejoras obtenidas con la técnica propuesta, si se observa el comportamiento de la tasa de errores de bits mostrada en la Fig. 4. Se pueden distinguir en esta figura cuatro curvas correspondientes a la evolución de la BER del sistema sin compensar, del sistema sólo con pre-codificación o pre-distorsión y del sistema compensado con la ayuda del pre-codificador y del pre-distorsionador. Como era de esperar, el sistema sin compensar presenta el peor comportamiento y el compensado el mejor, obteniéndose una ganancia de codificación de aproximadamente 4 dB para una BER de 10^{-3} . En relación al comportamiento de las curvas obtenidas usando sólo pre-distorsión o sólo pre-codificación; con la pre-codificación se observa una ligera mejora, esto debido fundamentalmente a la reducción de la amplitud de la envolvente de la señal transmitida. Esta reducción en la amplitud de la envolvente reduce también el número y la amplitud de las componentes no-lineales [6].

5 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado una propuesta novedosa para compensar los efectos de una no-linealidad presente en el canal de comunicaciones. Los resultados obtenidos demuestran que mediante la combinación de la pre-codificación de símbolos como técnicas para reducir la PARP de una señal QAM/OFDM, es posible emplear la pre-distorsión como técnica de linealización, aun en presencia de una señal con alta PAPR; extendiendo de esta forma el rango de validez del pre-distorsionador. A pesar de que la reducción de la PAPR se logra transmitiendo símbolos redundante, en el caso de estudio, una señal QAM/OFDM, sólo fue necesario transmitir 12 símbolos redundantes por cada 100 símbolos transmitidos.

Agradecimientos

Este trabajo fue financiado por el CDCHT-ULA mediante el proyecto I-944-06-02-B.

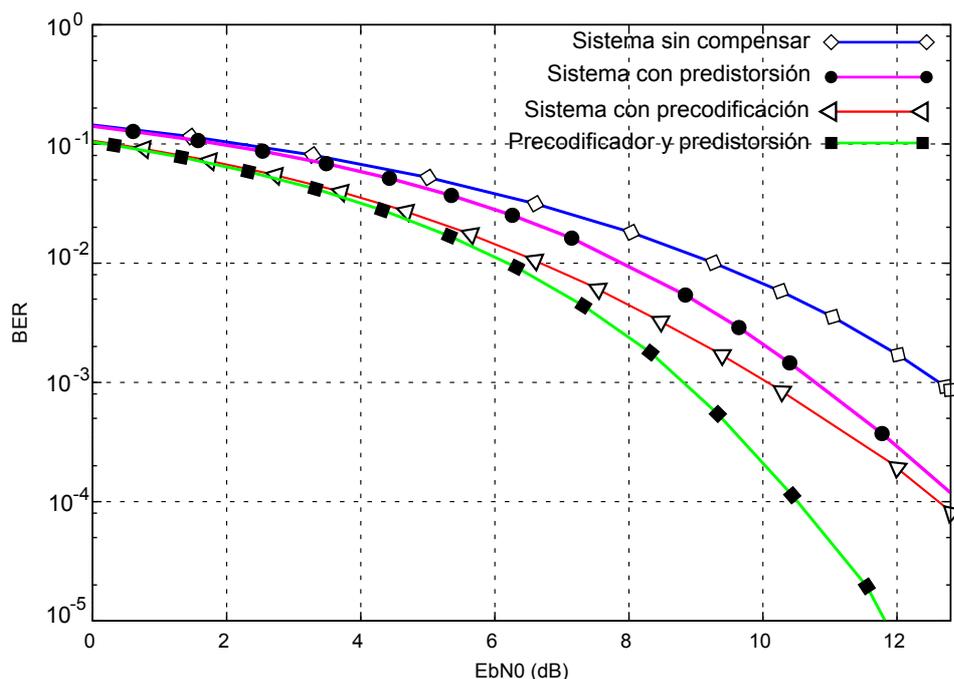


Figura 4: Evolución de la tasa de errores de bits, BER, en función de la E_b/N_0 .

REFERENCIAS

- [1] BAHAI, A., & SALTZBERG, B. R. *Multi-Carrier Digital Communications Theory and Applications of OFDM* Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [2] SLIMANE, S. B. Reducing the Peak-to-Average Power Ratio of OFDM Signals Through Precoding. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 56, n.2, pp. 686-695, 2007.
- [3] RAHKONEN, T., KANKAALA, T., NEITOLA, M., & HEISKANEN, A. Using Analog Predistortion for Linearizing Class A-C Power Amplifiers, *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, vol. 22, n.1, pp.31-39, 2004.
- [4] JERUCHIM, M. C., BALABAN, P., & SHANMUGAN, K. S. *Simulation of Communication Systems*, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [5] KUO, C.C, TSAI, SHANG-HO, TADJPOUR, LAYLA, & CHANG, YU-HAO *Precoding Techniques for Digital Communication Systems*, Springer, 2008.
- [6] PEDRO, J. C. & CARVALHO, N. B. *Intermodulation Distortion in Microwave and Wireless Circuits*, Artech House, 2003.

DISEÑO DE UN ALGORITMO DE TRANSFORMACIÓN DE CAMPO CERCANO A CAMPO LEJANO EN AMBIENTE NO REFLECTIVO

Lorena Núñez

Franklin Martínez

Paolo Maragno

lorenanh@gmail.com

fmart@elecrisc.ing.ucv.ve

maragnop@yahoo.it

Escuela de Ingeniería Eléctrica, Departamento de Comunicaciones, Universidad Central de Venezuela

Ciudad Universitaria, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Resumen. *En este trabajo se desarrolla una herramienta computacional basada en el uso de fuentes equivalentes de corriente y el método de los momentos para la obtención del patrón de radiación de una antena, a partir de mediciones de campo cercano realizadas sobre una superficie que envuelva al sistema radiante bajo prueba, utilizando un sistema coordenado cartesiano.*

El método de transformación de campo cercano a campo lejano desarrollado consiste en sustituir el radiador original por un modelo de fuentes equivalentes eléctricas puntuales volumétricas, que se relacionan con las muestras de campo eléctrico medido a través de un sistema de ecuaciones integro-diferenciales. Una vez hallados los valores de la nueva fuente es posible determinar los parámetros principales en campo lejano de la antena que se desea caracterizar.

La validez del algoritmo se comprobó a través del análisis comparativo de resultados arrojados por la aplicación de la herramienta a varios tipos de antenas lineales, a partir de datos sintéticos en campo cercano, con valores teóricos del patrón de radiación, obteniendo resultados consistentes.

Palabras clave: Patrón de radiación, Método de los Momentos, Antenas, Corrientes equivalentes

1. INTRODUCCIÓN

Una de las características más importantes de una antena es su diagrama de radiación, el cual consiste en la representación de la amplitud y de la fase de los campos radiados en función de la dirección en el espacio. Es posible hallar estos patrones en forma teórica o a través de aplicaciones de simulación, pero es de gran importancia medir las características reales de la antena una vez fabricada para validar las predicciones teóricas, especialmente en zonas lejanas a la fuente. El campo electromagnético tiene características diferentes dependiendo de la distancia en la que se encuentre el observador, en general a distancias cercanas del sistema radiante la característica principal es que la distribución angular de la radiación depende de la distancia, mientras que a grandes distancias de la fuente la distribución angular de la radiación ya no depende de la distancia y es posible realizar aproximaciones que hacen que las expresiones matemáticas sean mucho más manejables.

Para medir las características de un sistema radiante se pueden realizar pruebas en campo abierto las cuales están sujetas a problemas de interferencia y de implementación práctica, o se pueden realizar pruebas en espacios cerrados utilizando cámaras especiales que simulan condiciones de espacio libre, llamadas cámaras anecoicas. Entre las ventajas del uso de estas cámaras se encuentran: control de las condiciones climáticas, eliminación de las reflexiones internas y de las interferencias externas.

Las cámaras anecoicas son de tamaño finito, por lo que no siempre es posible realizar las mediciones en la zona que es considerada como campo lejano, por esa razón es necesario disponer de algoritmos de transformación de los valores medidos en campo cercano a valores de campo lejano, para así obtener la caracterización completa del sistema radiante.

Estas técnicas se empezaron a desarrollar en los años 60' en Alemania, Inglaterra, Estados Unidos, posteriormente Francia y actualmente en Brasil [1] El presente trabajo pretende desarrollar un algoritmo computacional que permita realizar tal transformación basándose en el método propuesto por Sarkar y otros [2]-[3]. La idea principal que sustenta el método consiste en realizar mediciones de campo tangencial sobre una superficie colocada en la zona de mayor radiación de una antena de apertura, para luego determinar una configuración de corrientes equivalentes bidimensionales que siga generando el mismo campo. Luego de haber determinado los valores de la fuente equivalente de corriente se aplican las aproximaciones clásicas de campo lejano para obtener el patrón de radiación deseado. El método se basa en los principios de unicidad y equivalencia.

El método planteado por los citados autores ha sido desarrollado para antenas de apertura, por lo que se quiso extender la validez del método a diferentes tipos de antenas introduciendo la siguiente variante al mismo, a saber: las mediciones de campo cercano se toman sobre una superficie cerrada que envuelve la fuente de radiación y a partir de estas muestras, se construye una fuente volumétrica de corrientes equivalentes. Esta variante ha sido propuesta por Martínez y otros [4], quienes utilizaron un sistema coordenado cilíndrico. En este trabajo se utiliza un sistema de medición plano en vez de cilíndrico, tal que la superficie de medición sea un paralelepípedo. La ventaja del sistema de medición plano es su mayor sencillez y menor costo a la hora de implementar físicamente el sistema.

2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

El sistema radiante a ser caracterizado el cual no se conoce a priori (salvo sus dimensiones globales) se encuentra localizado dentro de la superficie de un paralelepípedo envolvente. En

dicha superficie se ubica una sonda, de manera que se pueda obtener el valor del campo eléctrico tangencial en zona cercana para una distribución específica de puntos sobre las caras del paralelepípedo. Posteriormente se construye la fuente volumétrica equivalente obtenida a partir de la superposición de los valores de campo eléctrico medido; la misma está constituida por pulsos de corriente del tipo Delta de Dirac espacial, con coeficientes I_x , I_y , I_z , y distribuidos de manera uniforme en el volumen mostrado en la Fig. 1

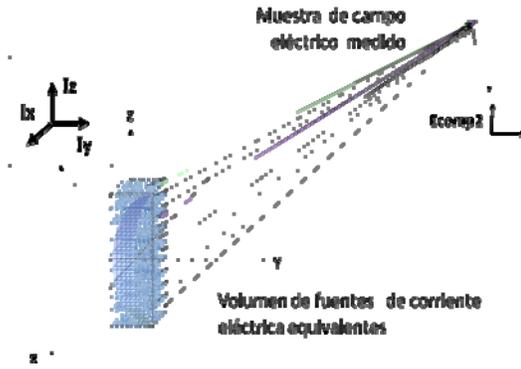


Fig. 1: Distribución volumétrica

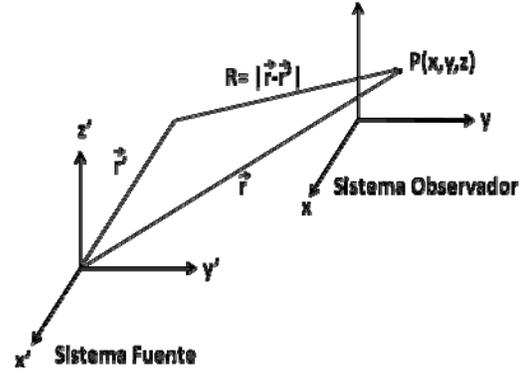


Fig. 2 Sistema coordinado

Para determinar los valores de los coeficientes de la fuente equivalente, se relaciona el campo eléctrico \vec{E} con la función auxiliar denominada Potencial Magnético \vec{A} :

$$\vec{E} = -j\omega\vec{A} - j\frac{1}{\omega\mu\epsilon}\nabla(\nabla\cdot\vec{A}) \quad (1)$$

$$\vec{A}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\mu}{4\pi} \int_{v'} \vec{J}(\vec{r}') \cdot G(\vec{r}, \vec{r}') dv' \quad (2)$$

\vec{J} es la densidad de corriente volumétrica, $G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-jkR}}{R}$ es la función de Green escalar para espacio libre, $R = |\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$ y $K = \frac{2\pi \cdot f}{c_0}$, f es la frecuencia de operación del sistema (Hz) y c_0 es la velocidad de la luz en el vacío (m/s). El sistema coordinado puede observarse en la Fig. 2

Sustituyendo (2) en (1) se obtiene la siguiente ecuación integrodiferencial

$$\vec{E}(\vec{r}, \vec{r}') = -j\omega \frac{\mu}{4\pi} \int_{v'} \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} dv' - j \frac{1}{4\pi\omega\epsilon} \nabla \left(\nabla \cdot \int_{v'} \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} dv' \right) \quad (3)$$

La densidad de corriente eléctrica volumétrica equivalente está dada por la superposición de los pulsos tridimensionales de Dirac, con sus respectivos coeficientes

$$\vec{J}(\vec{r}') = \sum_l I_x^l \delta(x-x_l) \delta(y-y_l) \delta(z-z_l) \hat{e}_x + \sum_m I_y^m \delta(x-x_m) \delta(y-y_m) \delta(z-z_m) \hat{e}_y + \sum_n I_z^n \delta(x-x_n) \delta(y-y_n) \delta(z-z_n) \hat{e}_z \quad (4)$$

Se aplicó el Método de los Momentos a la ecuación (3) utilizando como función base los pulsos de Dirac; se puede expresar las componentes del campo eléctrico para un sistema coordinado cartesiano en términos de las incógnitas I_x^l, I_y^m, I_z^n

$$\begin{aligned} \vec{E}_x(\vec{r}, \vec{r}') = & -\frac{j}{4\pi} \left\{ \sum_l I_l^x \left[\mu\omega \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'_l|}}{|\vec{r}-\vec{r}'_l|} + \frac{1}{\varepsilon\omega} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'_l|}}{|\vec{r}-\vec{r}'_l|} \right) \right] \hat{e}_x + \right. \\ & \left. + \sum_m I_y^m \left[\frac{1}{\varepsilon\omega} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'_m|}}{|\vec{r}-\vec{r}'_m|} \right) \right] \hat{e}_y + \sum_n I_z^n \left[\frac{1}{\varepsilon\omega} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \left(\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'_n|}}{|\vec{r}-\vec{r}'_n|} \right) \right] \hat{e}_z \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_y(\vec{r}, \vec{r}') = & -\frac{j}{4\pi} \left\{ \sum_l I_l^x \left[\frac{1}{\varepsilon\omega} \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \left(\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'_l|}}{|\vec{r}-\vec{r}'_l|} \right) \right] \hat{e}_x + \right. \\ & \left. + \sum_m I_y^m \left[\mu\omega \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'_m|}}{|\vec{r}-\vec{r}'_m|} + \frac{1}{\varepsilon\omega} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'_m|}}{|\vec{r}-\vec{r}'_m|} \right) \right] \hat{e}_y + \sum_n I_z^n \left[\frac{1}{\varepsilon\omega} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \left(\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'_n|}}{|\vec{r}-\vec{r}'_n|} \right) \right] \hat{e}_z \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_z(\vec{r}, \vec{r}') = & -\frac{j}{4\pi} \left\{ \sum_l I_l^x \left[\frac{1}{\varepsilon\omega} \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} \left(\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'_l|}}{|\vec{r}-\vec{r}'_l|} \right) \right] \hat{e}_x + \sum_m I_y^m \left[\frac{1}{\varepsilon\omega} \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} \left(\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'_m|}}{|\vec{r}-\vec{r}'_m|} \right) \right] \hat{e}_y + \right. \\ & \left. + \sum_n I_z^n \left[\mu\omega \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'_n|}}{|\vec{r}-\vec{r}'_n|} + \frac{1}{\varepsilon\omega} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'_n|}}{|\vec{r}-\vec{r}'_n|} \right) \right] \hat{e}_z \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

Aplicando una técnica de evaluación punto a punto (matching point) en las ecuaciones (5)-(7) sobre los puntos correspondientes al campo medido, se obtiene finalmente un sistema de ecuaciones lineales con coeficientes complejos, cuya matriz es densa y no es Hermítica, la cual según el dimensionamiento particular del problema puede ser de gran escala. La estructura matricial del sistema de ecuaciones se muestra en la ecuación (7)

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ E_x(\vec{r}_p) \\ \vdots \\ E_y(\vec{r}_q) \\ \vdots \\ E_z(\vec{r}_r) \end{bmatrix}_{(P+Q+R)} = \begin{bmatrix} \Omega_{(P+Q+R) \times (L+M+N)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ I_l^x \\ \vdots \\ I_m^y \\ \vdots \\ I_n^z \end{bmatrix}_{(P+Q+R) \times (L+M+N)} \quad (7)$$

El procedimiento utilizado para la resolución del sistema en general se basó en el método de gradiente conjugado bajo el enfoque de mínimos cuadrados aplicado al sistema equivalente real con preconditionamiento de Jacobi. Una vez obtenido el valor de los coeficientes de corriente incógnitos, la Directividad en zona lejana se determina por la siguiente ecuación:

$$Di(\theta, \varphi) = 8\pi \frac{|A_\theta|^2 + |A_\varphi|^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi (|A_\theta|^2 + |A_\varphi|^2) \sin\theta d\theta d\varphi} \quad (8)$$

$$A_\theta = \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \left[\cos\varphi \cos\theta \sum_{l=1}^L I_l^x e^{jk\alpha} + \sin\varphi \cos\theta \sum_{m=1}^M I_m^y e^{jk\beta} - \sin\theta \sum_{n=1}^N I_n^z e^{jk\gamma} \right] \quad (9)$$

$$A_\varphi = \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \left[-\sin\varphi \sum_{l=1}^L I_l^x e^{jk\alpha} + \cos\varphi \sum_{m=1}^M I_m^y e^{jk\beta} \right] \quad (10)$$

3. RESULTADOS

A continuación se presentan dos casos representativos con el fin de ilustrar la validez del método, estos resultados incluyen experimentos numéricos con diferentes configuraciones de antenas; la frecuencia de trabajo fue de 300 MHz, el sistema de medición se ubica sobre un paralelepípedo de dimensiones de 1,5 m x 1,5 m de base y 3 m de alto. Se tomaron un total de 600 mediciones sintéticas para cada caso, adicionalmente todas las gráficas se muestran en escala logarítmica, para así establecer una comparación en un rango de al menos dos órdenes de magnitud. Se le denomina curva experimental numérica a la obtenida mediante el algoritmo de transformación y curva analítica a la obtenida mediante ecuaciones matemáticas conocidas.

Caso 1: Se considera un dipolo eléctrico de media longitud de onda colocado en el centro del sistema coordenado, dispuesto en forma vertical (coincidente al eje z). Se tomaron 100 muestras en cada cara del paralelepípedo, lo que hacen 600 puntos de medición de campo eléctrico. Las dimensiones de éste se muestran en la figura: La fuente equivalente de corriente para el dipolo consistió en 625 pulsos de corriente contenidos en un volumen de 0,5 m de alto y una base de 0,01m x 0,01m.

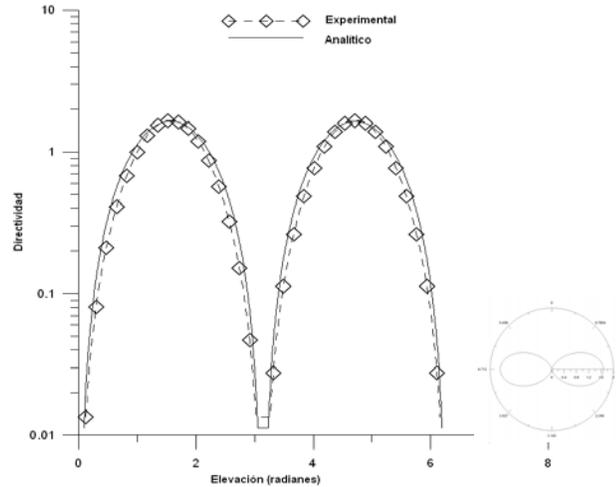


Fig. 3: Directividad plano $\varphi=\pi/2$, antena dipolo de media longitud de onda ($\lambda/2$)

Caso 2: Arreglo de dos dipolos Se consideran dos dipolos eléctricos de media longitud de onda cada uno ubicados verticalmente (paralelos al eje z), distanciados un cuarto de longitud de onda ($\lambda/4$) y con un desfase de 90° en la corriente de uno con respecto al otro. La fuente de corriente está formada por dos volúmenes de 300 muestras cada uno, de dimensiones 0,5 m de alto y 0,1x0,1 cm de base. Las fuentes se distribuyen en el volumen en 12 capas horizontales cada una con 25 fuentes puntuales.

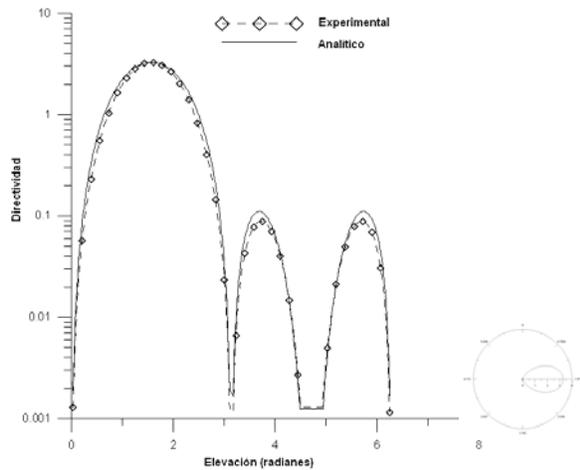


Fig. 4: Directividad del arreglo de dos dipolos en el plano $\varphi=\pi/2$

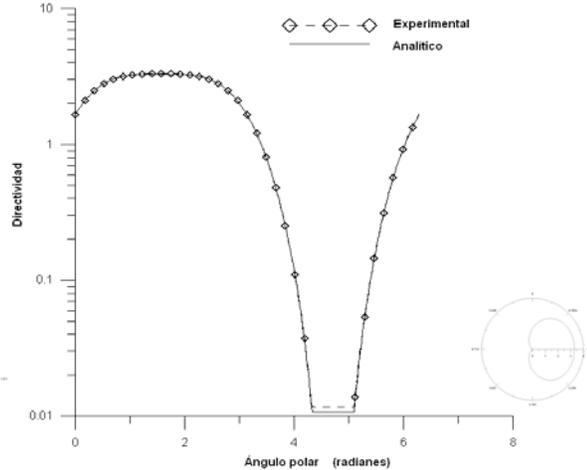


Fig. 5: Directividad del arreglo de dos dipolos en el plano $\theta=\pi/2$

4. CONCLUSIONES

Se diseñó una herramienta computacional que determina el patrón de radiación en campo lejano en cualquier plano de corte espacial a partir de datos sintéticos de campo cercano en coordenadas cartesianas. No es necesario que las muestras de campo se encuentren ordenadas secuencialmente ni equispaciadas entre ellas, para el correcto funcionamiento de la herramienta.

El método arroja resultados coherentes en pruebas realizadas con antenas de tipo lineal, utilizando además un poder computacional relativamente modesto.

Es necesario probar la herramienta con datos medidos en condiciones reales y realizar una comparación exhaustiva de las soluciones obtenidas por otros autores.

Agradecimientos

Este trabajo fue realizado gracias al apoyo del Centro Nacional de Desarrollo e Investigación en las Telecomunicaciones (CENDIT)

REFERENCIAS

[1] Richard C. Johnson, H. Allen Wcker y J. Searcy Hollis. Determination of Far-Field Antenna Patterns from Near-Field Measurements. *Proceedings of the IEEE*, VOL. 61, No 12, December 1973.

[2] Taaghoh A., Sarkar T., Near/Far field transformation for arbitrary near-field geometry utilizing an equivalent magnetic current, *IEEE Trans. On Electromagnetic Compatibility*, vol 38, pp. 536-542, 1996.

[3] Sarkar T., Planar near-field to near/far-field transformation for arbitrary near-field geometry utilizing an equivalent electric current and MoM, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol 47, pp. 566-572, Nov. 1999.

[4] Martínez F., Arruebarrena R., Núñez L. Un Algoritmo de Transformación de Campo Cercano a Campo Lejano Aplicado a Sistemas Radiantes de Geometría Arbitraria Utilizando Fuentes de Corriente Equivalente del tipo Magnético en Sistema Coordinado Cilindrico *Desarrollo y Avances en Métodos Numéricos para Ingeniería y Ciencias Aplicadas*. Marzo 2008.

CONTROL DE UN POSICIONADOR NEUMÁTICO EXACTO

Alexander Molero

moleroaj@usb.ve

Universidad Simón Bolívar, Coordinación de Ingeniería Electrónica, Sartenejas, Venezuela

Pedro Teppa

Miguel Strefezza

ptepa@usb.ve

strefezza@usb.ve

Universidad Simón Bolívar, Departamento de Procesos y Sistemas, Sartenejas, Venezuela

Resumen. *Se presenta la implantación y el análisis de diferentes estrategias de control sobre un posicionador neumático exacto de dos grados de libertad, cuyas aplicaciones están dirigidas a operaciones que requieren de movimientos muy pequeños, rápidos y precisos. Se realizan experimentos en el posicionador con tres estrategias de control, variando los puntos de operación y algunos parámetros físicos con la finalidad de probar el desempeño de los controladores. El primer controlador a implantar es Difuso con Sistema de Estructura Variada, donde el Sistema de Inferencia Difuso (SID) es tipo Takagi-Sugeno y sus conclusiones son optimizadas por el Método de Gradiente Estocástico y por el Método de Profesor a Distancia y una variación de este (signo). Luego se implanta un controlador Integral Multivariable tomando en cuenta los aspectos de regulación y seguimiento, estudiando su respuesta ante una perturbación constante de magnitud desconocida y por último se implanta un observador de estado para verificar la validez de este método. Finalmente, se implanta un controlador Robusto considerando variaciones en los parámetros físicos del posicionador, lo que permitirá disponer de un modelo matemático politópico del mismo y empleando el formalismo de desigualdades matriciales lineales, se diseñará un controlador que garantice la ubicación de los polos a lazo cerrado de la familia de modelos en el interior de una región del plano complejo asociada a condiciones de desempeño requeridas. El desempeño de las dos primeras estrategias de control se mostrará a través del análisis del sobrepaso máximo, tiempo de retardo y error cuadrático medio.*

Palabras clave: Posicionador Neumático, Sistema de Inferencia Difuso tipo Takagi-Sugeno, Sistema Politópico, Control Integral Multivariable.

1. **ESTRATEGIAS DE CONTROL:** se trabaja sobre una planta descrita en [1].

1.1 Difuso con Sistema de Estructura Variada (SEV) con SID tipo Takagi-Sugeno y Conclusiones Optimizadas por el Método de Gradiente Estocástico (MGE) y por el Método de Profesor a Distancia (MPD)

La arquitectura utilizada se muestra en la figura 1, donde se muestra un diagrama de bloques de un PI Difuso utilizando un SEV con SID Tipo Takagi-Sugeno (T-S) optimizado por el MPE y MGA. Se utilizan los puntos extremos de operación de la planta. En la Tabla 1 se resume la respuesta de la planta de acuerdo a las estructuras de los controladores implantados para los diferentes puntos de operación.

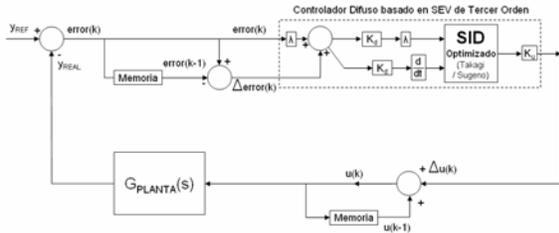


Fig. 1 Diagrama de bloques de un PI Difuso

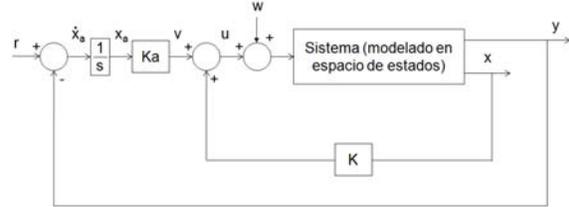


Fig. 2 Arquitectura del Controlador Integral Multivariable (CIMV)

TABLA 1: TIPOS DE RESPUESTA DE LA PLANTA

Abreviatura	Descripción
P-LA	Lazo Abierto
P-PI/C	Lazo Cerrado con un PI Clásico
P-PI/D-SEV	Lazo Cerrado con un PI Difuso con SEV
P-PI/D SEV+MGE	Lazo Cerrado con un PI Difuso con SEV y SID optimizado con MGE
P-PI/D-MPA	Lazo Cerrado con un PI Difuso con SEV y SID optimizado con MPA
P-PI/D-MPAS	Lazo Cerrado con un PI Difuso con SEV y SID optimizado con MPA, pero tomando solo el Signo del Jacobiano (MPAS)

Las reglas del SID implantadas para K_p y K_i se muestran en la tabla 2 y 3.

TABLA 2: REGLA DE INFERENCIA DIFUSA PARA EL SID T-S (K_p)

e/ Δe	NG	NP	Z	PP	PG
NG	0	0	0	0.25	0.5
NP	0	0	0.25	0.5	0.75
Z	0	0.25	0.5	0.75	1
PP	0.25	0.5	0.75	1	1
PG	0.5	0.75	1	1	1

TABLA 3: REGLA DE INFERENCIA DIFUSA PARA EL SID T-S (K_i)

e/ Δe	NG	NP	Z	PP	PG
NG	0	0.5	1	0.5	0
NP	0	0.5	1	0.5	0
Z	0.75	0.9	1	0.9	0.75
PP	0	0.5	1	0.5	0
PG	0	0.5	1	0.5	0

Se actualizan las conclusiones del SID Tipo T-S por medio de la siguiente regla:

$$b^i(k+1) = b^i(k) + \Delta b^i(k) \quad (4), \text{ donde } \Delta b^i(k) = \eta(d - y) \frac{\alpha_i}{\sum_{n=1}^M \alpha_n}$$

Se utiliza una partición fuerte triangular de las funciones de membresía, de manera que $\sum_{n=1}^M \alpha_n = 1$. La actualización de la forma $\Delta b^i(k) = \eta(d - y)\alpha_i$ se corresponde con el MGE, $\Delta b^i(k) = \eta\alpha_i\tilde{\mathfrak{S}}(d(k) - y(k))$ se corresponde con el MPA y se utilizará una variante de la ecuación anterior, es decir, tomar el signo función $\tilde{\mathfrak{S}}$, en efecto: $\Delta b^i(k) = \eta\alpha_i \text{sgn}(\tilde{\mathfrak{S}})(d(k) - y(k))$ (MPAS). La función \mathfrak{S} se define como la función de optimización:

$$\mathfrak{S} = \frac{1}{2}(d - y)(d - y)^T \quad (5)$$

Se muestran los resultados obtenidos (Ver Figuras: 3,4,5 y 6)

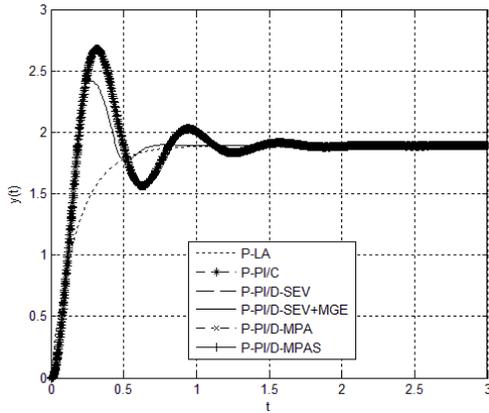


Fig. 3 Respuesta de la planta para el punto de operación mínimo

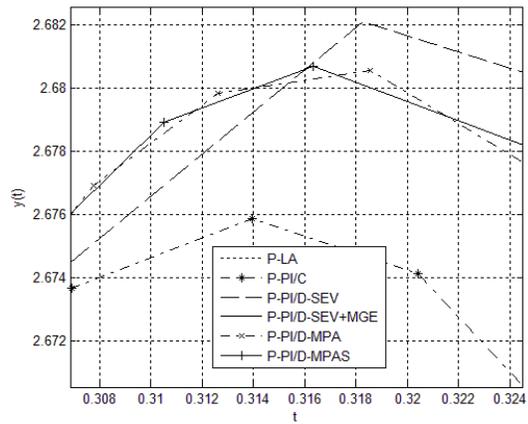


Fig. 4 Ampliación del sobrepico máximo en el punto de operación mínimo

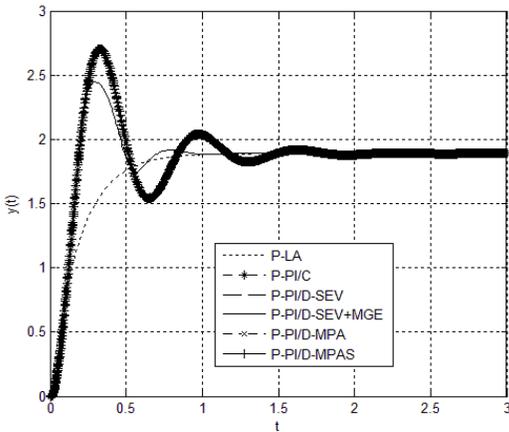


Fig. 5 Respuesta de la planta para el punto de operación máximo

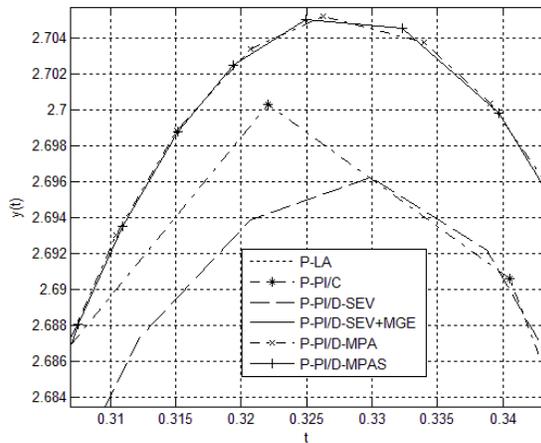


Fig. 6 Ampliación del sobrepico máximo en el punto de operación máximo

1.2 Integral Multivariable

Se presenta la arquitectura del CIMV en la figura 2. Dada la ley de control

$$u = r - \tilde{K}\tilde{x} + w \quad (6)$$

Donde $\tilde{K} = [K \ K_a]$, $\tilde{x} = [x \ x_a]$, $x_a = r - y$ y w es una perturbación de magnitud desconocida. Se quiere dividir el problema de control en dos sub-problemas: regulación y seguimiento. La regulación viene asociada a la respuesta del sistema en condiciones iniciales ($r = 0$, partiendo de la ley de control) calculando K de manera de gobernar el decaimiento de la respuesta natural. El cálculo de K viene dado por el método de sustitución de variables y es igual a $K = [3.8548 \ 0.00057428 \ 0.00056077]$. Se muestra en la figura 7 la repuesta del sistema en condiciones iniciales, con un vector de estado inicial $x(0) = [0.1 \ 0 \ 0]^T$. Para el problema de seguimiento (robusto y con rechazo a perturbaciones) se incorpora un integrador y constante K_a , también calculado por el método de sustitución de variables. Por ende, al sistema se le realiza un aumento de la dimensión (de la planta) y calculando de nuevo el $\tilde{K} = [K \ K_a]$ sería igual a $\tilde{K} = [-12.3375 \ -0.0696 \ -0.00095532 \ 394.5465]$.

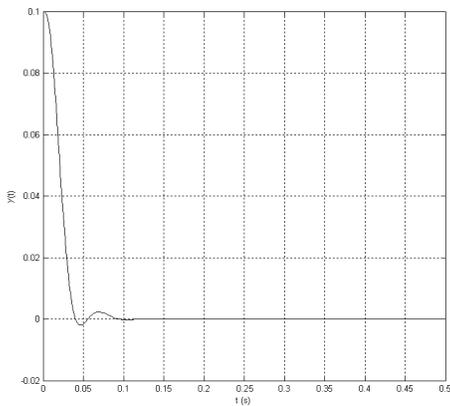


Fig. 7 Respuesta de la planta con $r = 0$ y sujeto a la condición inicial $x(0)$

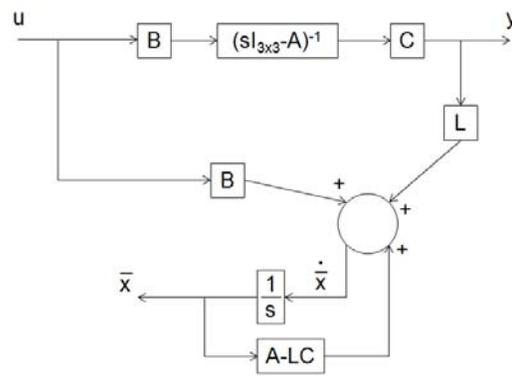


Fig. 8 Arquitectura del Observador de Estado

Se incorpora un observador de estado, siguiendo la arquitectura que se muestra en la figura 8. Este se implanta con $L = -3K = [37.0125 \ 0.2090 \ 0.0029]$. Se introduce una perturbación de magnitud 5 en $t=6$ s. Se muestra en las figuras siguientes los resultados obtenidos con el Observador de Estado.

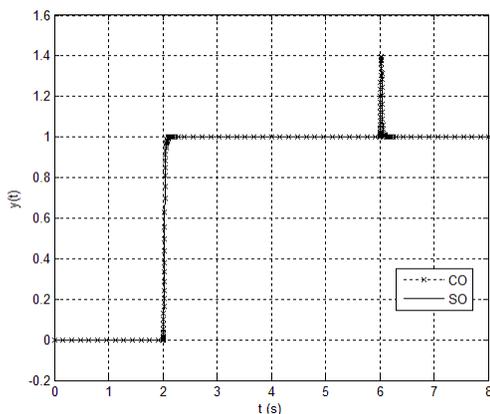


Fig. 9 Variación entre la salida de la planta con un CIMV y Observador de Estado (CO – Con Observador de Estado, SO – Sin Observador de Estado)

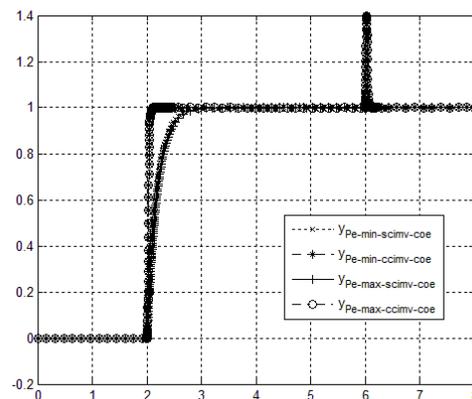


Fig. 10 Salidas de la planta con y sin CIMV, incluyendo el observador de estado en los puntos de operación mínimo y máximo

1.3 Robusto

Al igual que en el caso de Integral Multivariable, aquí se resolverá primero el problema de regulación y luego el problema de seguimiento.

1.3.1 Regulación

1.3.1.1 Realimentación de estado con reubicación de polos: Se plantea el sistema como

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(t) & B(t) & B_w \\ Cz & Dzu & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ u \\ w \end{bmatrix} \quad (7)$$

con $[A(t), B(t)] \in Co\{(A_1, B_1), \dots, (A_8, B_8)\}$ (donde Co es el cascaron convexo). Es decir, se crea un sistema politópico variando los extremos de los parámetros inciertos. El sistema es estabilizable utilizando la ley de control $u = KX$ y sus polos a lazo cerrado se encuentran en el interior de la región de la Desigualdad Matricial lineal (región deseada de polos a lazo cerrado) $R(\alpha, \rho) = R(100, 200)$ si y solo si existen matrices $S = S^T > 0 \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$ y $R \in \mathfrak{R}^{1 \times 3}$ (arbitraria) tales que:

$$A_i S + S A_i' + B_i R + R' B_i' + 2\alpha S < 0 \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} -\rho S & A_i S + B_i R \\ S A_i' + R' B_i' & -\rho S \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

1.3.1.2 Realimentación de estado con norma H_2 : siguiendo con la misma línea del ítem anterior y la metodología descrita en [2] se obtuvo la figura 12.

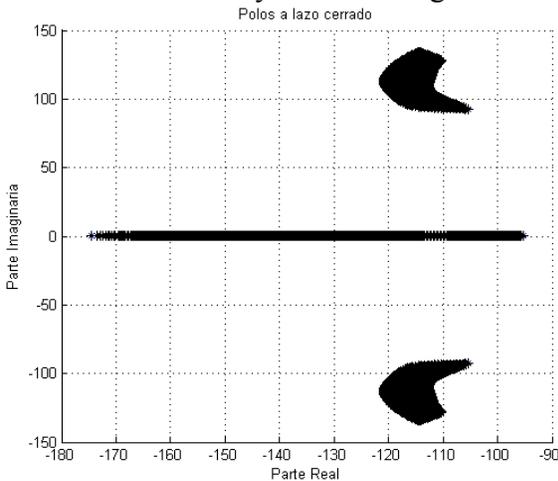


Fig. 11 Diagrama Complejo (D.C) a lazo cerrado del problema de regulación utilizando reubicación de polos

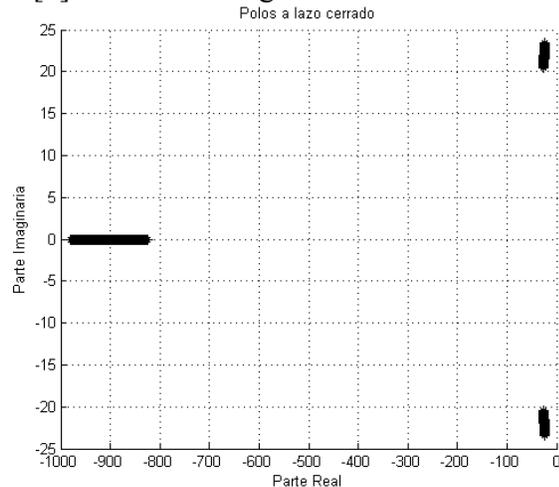


Fig. 12 D.C a lazo cerrado del problema de regulación utilizando la norma H_2

1.2.2. Seguimiento (utilizando realimentación de estado con reubicación de polos): siguiendo la misma metodología del caso de CIMV (seguimiento), es decir, realizando

aumento de la dimensión de la planta y la metodología descrita en [2] se obtuvieron las graficas 13 y 14.

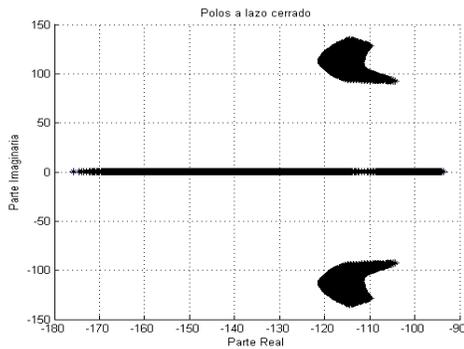


Fig. 13 D.C a lazo cerrado del problema de seguimiento utilizando reubicación de polos

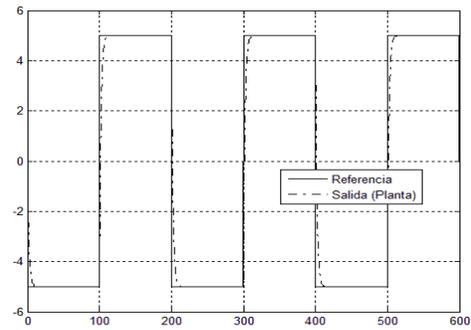


Fig. 14 Comparación entre la señal de referencia y la salida de la planta

Finalmente se presentan los resultados obtenidos en la tabla 4.

TABLA 4: DESEMPEÑOS DE LOS CONTROLADORES DIFUSOS E INTEGRAL MULTIVARIABLE

Estructura de Control	Sobrepaso Máximo (%)	Tiempo de Retardo (s)	MSE
P-PI/D-SEV (Pe-min)	41,90	0,11	0,58
P-PI/D-SEV+MGE (Pe-min)	27,00	0,11	0,56
P-PI/D-SEV+MPA (Pe-min)	41,83	0,11	0,57
P-PI/D-SEV+MPAS (Pe-min)	41,81	0,11	0,57
CIMV (Pe-min)	0,00	0,12	0,53

2 CONCLUSIONES

Se implanto un controlador difuso optimizando las conclusiones del SID por el MGE y el MPA y MPAS, contrastándolo con el CIMV, donde este último obtuvo excelentes resultados, exhibiendo características de seguimiento como tiempo de retardo y MSE mínimo. El MSE entre la salida de la planta con observador de estado y sin observador estado en el CIMV fue de $6.0215 \exp(-12)$, es decir, las salidas son prácticamente iguales o dicho de otra manera, el observador de estado no influye en la respuesta de la planta. La implantación del controlador robusto fue exitosa en el sentido de que fue capaz de generalizar la variación de los tres parámetros inciertos, sin embargo, no se realizó un análisis de sobrepaso máximo, tiempo de retardo y MSE porque el número de escenarios a analizar hubiese sido elevado.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Badano Fernand, Bétemps Maurice and Thomasset Daniel, "Control of a Planar Fine Positioner Actuated by Metal Bellows" Automatica, Vol. 30, No. 11, pp. 1677-1691, 1994, Elsevier Science Ltd.
- [2] Teppa Garran, Pedro Antonio. "Control robusto de un sistema lineal de parámetros variantes (LPV): Un enfoque de las desigualdades matriciales lineales (LMI)". Rev. Fac. Ing. UCV, Vol. 23, No.1, pp. 5-17, 2008. ISSN 0798-4065.

DESARROLLO DE UN PROTOTIPO PARA EL DIAGNÓSTICO EN TIEMPO REAL DE PRESAS DE ENROCAMIENTO EN CENTRALES HIDROELÉCTRICAS

Argenis Marquina.

argenis_marquina@cantv.net

Universidad Nacional Experimental Antonio José de Sucre. Unexpo-Puerto Ordaz.

Jesús Duque

jduque@edelca.com.ve

Departamento de Instrumentación y Evaluación de Estructuras-Sección Sismología.

Francisco Torres

ftorres@edelca.com.ve

Departamento de Instrumentación y Evaluación de Estructuras-Sección Sismología.

Rafael Surga

Universidad Nacional Experimental Antonio José de Sucre. Unexpo-Puerto Ordaz.

RESUMEN. *Con el avance de la tecnología, la instrumentación de presas ha evolucionado en los últimos años y esto ha permitido que el monitoreo a distancia sea algo cotidiano en muchos países del mundo. Para este proyecto se decidió utilizar los piezómetros de cuerda vibrante como instrumentos pilotos para realizar el estudio de automatización. El proyecto contempló el diseño, construcción, instalación y configuración del sistema de adquisición remota para las lecturas de PVT basado en amplificadores operacionales, filtros y un conjunto de componentes que permiten que la señal sea acondicionada eficientemente.*

Para el envío remoto de la información hasta la central de adquisición, se utilizaron transceivers con tecnología spread spectrum, antenas y UDS, además de desarrollar un programa supervisorio en LABVIEW. Los resultados obtenidos con el prototipo fueron comparados con los de la consola perteneciente a la casa comercial TELEMAC, obteniendo resultados aceptables.

Palabras claves: amplificador, piezómetro, microcontrolador, labview, transceivers, comunicación serial.

1. INTRODUCCIÓN

La construcción de una presa requiere de la estimación de un conjunto de parámetros que permitirán determinar su comportamiento, en base al monitoreo constante de instrumentos instalados a nivel de su fundación y cuerpo de presa. Entre los instrumentos utilizados para el monitoreo tenemos los piezómetros de cuerda vibrante (PVT), que en la mayoría de las aplicaciones geotécnicas se instalan en perforaciones estando comunicados con la superficie a través de un cable de conexión a la consola de lectura.

El principio básico de funcionamiento de un PVT es el de una cuerda vibrante instalada en el interior de un casing y fija a éste en uno de sus extremos. En el otro extremo se coloca una membrana que al estar bajo presión produce un cambio en la elongación de la cuerda y en su frecuencia.

Este último parámetro es, el que en función de varias constantes, se correlaciona con la presión. Como se mencionó anteriormente, la lectura de un PVT se realiza a través de una consola de lectura, equipos que son importados y muy costosos. Debido a esto, en el año 2006 surgió la idea de desarrollar un prototipo para la lectura de PVT basados en un diseño propio que contempla entre otras cosas, la interconexión de varios PVT a una misma consola y la comunicación remota, en este último caso utilizando antenas, transceivers y como convertidores Serial-Ethernet (UDS).

Los resultados obtenidos y los costos asociados demuestran que este tipo de tecnologías pueden ser desarrolladas en nuestro país con la calidad de los países desarrollados y sin las implicaciones de dependencia tecnológica.

2. DESARROLLO

En Geotecnia generalmente se usa el piezómetro de circuito cerrado o piezómetro de cuerda vibrante (PVT) que ofrece una rápida respuesta al cambio de la presión de poros. Estos equipos operan midiendo la frecuencia vibratoria de una cuerda de acero que en su extremo libre posee una membrana, estando fija a la base de la cubierta en su otro extremo.

La presión del agua causa que la membrana se desplace de su estado inicial, reduciendo la tensión en la cuerda lo que se traduce en un cambio en la frecuencia vibratoria que es medida por una bobina electromagnética.

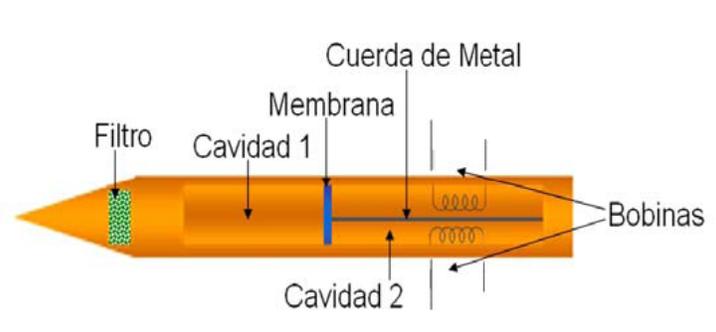


Figura 1- Estructura interna Piezómetro de Cuerda Vibrante.

Un sistema automático de auscultación dependerá de los métodos de adquisición de datos, del tipo y calidad de los sensores. Los sistemas de adquisición de datos automáticos son cada día más potentes y el volumen de información que pueden obtener y manejar se

convierte en un problema menor. La fiabilidad en el tratamiento de la información crece con rapidez dado que se disponen de sistemas de transmisión, que llevan la información prácticamente en tiempo real, lo que permite disponer de alarmas, pruebas de calibración y comprobación. Los sistemas de auscultación automática poseen algunas ventajas y desventajas. Entre las ventajas tenemos:

- Obtención de datos, diagnóstico, calibración y programación remota.
- Mayor precisión, eliminando errores humanos.
- Más frecuencia de lecturas, disminuyendo los errores instrumentales.
- Datos digitales de mayor confiabilidad, consistencia, de fácil proceso y análisis.
- Minimiza los costos de labor especializada.
- Información siempre disponible, cuando se necesita.
- Permite la instalación de sistemas automáticos de alarma.
- La no realización de inspecciones o visitas periódicas a la presa.

Para el diseño del prototipo, basado en los objetivos propuestos, se propuso el siguiente diagrama de bloque que presenta cada una de las siguientes etapas del proyecto.

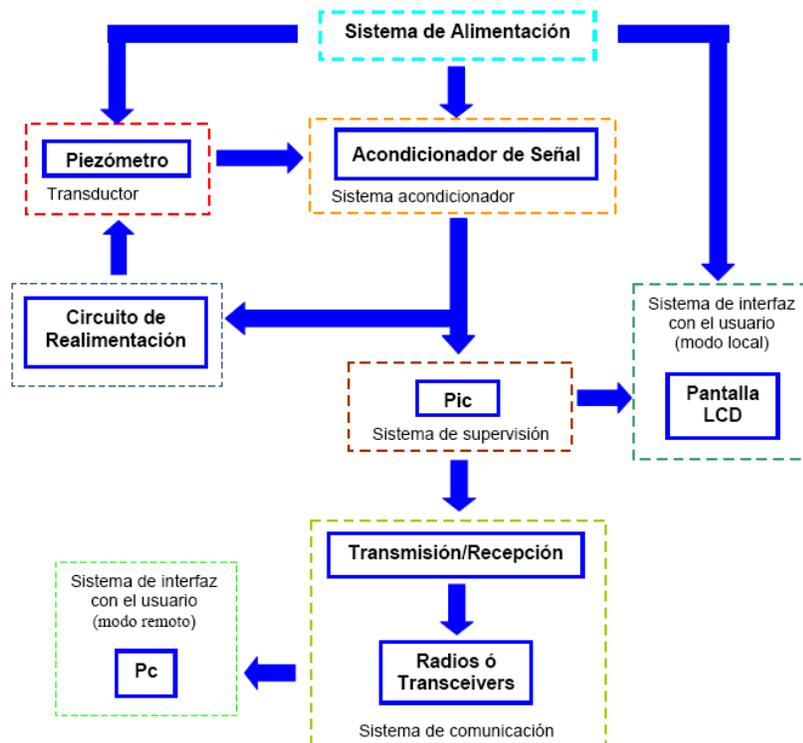


Figura 2- Diagrama del Prototipo.

La etapa de alimentación, que en este caso, debido a la indisponibilidad de un sistema de alimentación continuo 120 VAC en sitio consta de: una celda solar de 24V que alimenta dos baterías de 12 V c/u y un regulador de 5 V para alimentar el PIC, la pantalla LCD y algunos componentes integrados.

El sistema acondicionador contiene una serie de amplificadores que se encargan de filtrar y amplificar la señal senoidal recibida del transductor y que es entregada al circuito de amplificación para su optimización. Una vez modificada la señal se le aplica un

amplificador configurado como seguidor de voltaje cuya función es mantener el voltaje de la señal hasta la siguiente etapa, sin modificar sus parámetros.

El sistema de supervisión cuenta con un dispositivo basado en un microcontrolador y tiene por función controlar todos los procesos de interacción con el usuario. Tras un estudio y comparación entre microcontroladores de distintas familias se eligió el microcontrolador PIC16F876A de la firma Microchip Technology, perteneciente a la familia de la gama media. Esta familia sobresale por estar muy difundida actualmente a nivel mundial debido a su flexibilidad y su bajo costo. El microcontrolador trabaja a una frecuencia de operación de 4 MHz proporcionada por el cristal; internamente el microcontrolador divide la frecuencia de operación entre 4, lo que hace que la frecuencia efectiva de trabajo sea de 1 MHz, logrando que cada instrucción se ejecute en 200 nanosegundos. Esta es la frecuencia de operación que debe utilizarse para que el conjunto de instrucciones de las rutinas, que permiten obtener las lecturas, se ejecuten en forma correcta.

En el programa principal primeramente se declara el tipo de microcontrolador que se va a usar así como la dirección de inicio al cual se va a programar. Se configuran todos los puertos a usar como el RC0 para la entrada de señal, RB0-RB7 para el manejo de la pantalla LCD y los puertos RC6 y RC7 para el manejo de la comunicación. Unido a esto se configuran todos los registros, tanto especiales como los temporales para el manejo de datos y comandos a procesar por el PIC.

Otra manera de supervisar y obtener la lectura de los piezómetros es a través de la computadora mediante un programa realizado con LABVIEW. La interface funciona de tal manera que inicialmente el operador deberá definir: el tipo de presa, la sección y el instrumento a evaluar, para luego proceder con la toma de lectura.



Figura 3- Interface usuario.

A través de pruebas de laboratorio con el piezómetro disponible para tal fin, se diseñaron amplificadores debido a la poca amplitud de la señal, utilizando para ello AO OPAM LM324 de configuración no inversora y con alta ganancia. La señal amplificada se

acondicionó y se convirtieron las ondas senoidales en una señal de ondas cuadradas implementado con un Schmitt trigger para que el pin de interrupciones de RC0, según una subrutina de un microprocesador PIC de la familia 16F876A, detectara cada flanco de subida de la señal de pulso cuadrado. La programación del microprocesador se hizo con el software de licencia libre MPLAB de la Microchip.

La característica más importante del prototipo construido es que posee dos modos de operación para evaluar el comportamiento de los piezómetros de cuerda vibrante. Uno de ellos es el modo de lectura local donde el operador realiza una evaluación en el propio sitio de instalación de la caseta de los piezómetros; a través del conector PVT individual y desactivando la comunicación remota, el operador podrá registrar los datos de modo local a través de la pantalla LCD ubicada en el panel frontal. El otro es de manera remota el cual se realiza desde una central ubicada a larga distancia de la caseta de los piezómetros a través de las antenas y transceivers descritas anteriormente se podrá obtener los datos de los piezómetros. Para este tipo de evaluación se disponen de dos conectores de 5 entradas y 5 salidas respectivamente a fin de conectar todos los piezómetros que se encuentran en una sección instrumentada, además de un puerto de comunicación para permitir la comunicación con el programa supervisorio.



Figura 4- Vista Exterior del Prototipo.

3. RESULTADOS

De las pruebas realizadas se observó que el diseño del prototipo respondió efectivamente a las pruebas realizadas en tres de las Secciones Instrumentadas, valores comparados con los presentados por equipos comerciales. En una de las secciones, tres de los cinco piezómetros evaluados no concordaron lo que se presume se debe debido a los años de operación y a la ubicación en la presa, estos instrumentos tienden a ir generando cada vez menos voltaje en su salida lo que produce que no se establezca una buena realimentación de excitación para su buen funcionamiento. Los equipos comerciales poseen modo de operación para compensar estas fallas de voltajes, mediante un dispositivo de

excitación externa de 48 V DC con una corriente por el orden de los μA . En general un delta de 4 Hz. es considerado como aceptable para la determinación de los valores de presión de poro.

4. CONCLUSIONES

El desarrollo de este tipo de estudios pone a prueba la capacidad de la tecnología Venezolana, siendo el camino más apto para la creación de fuentes de empleo, la generación de conocimiento, para lograr la independencia tecnológica.

El prototipo en general está desarrollado con componentes duraderos y además por el lugar donde se encuentra está alejado de la intemperie, lluvias, sol y otros agentes externos que puedan afectar en su funcionamiento. La capa externa al circuito es totalmente hermética; los conectores también son totalmente seguros ante cualquier agente externo.

Los resultados obtenidos durante las pruebas realizadas permiten proponer a este prototipo como una alternativa para la lectura de los piezómetros de cuerda vibrante.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] DE LA CRUZ S. Alberto C. Metodología y Hermenéutica para el éxito. Ediciones Jurídicas Gustavo Ibañez. Santa Fe de Bogotá, 1995. Pág. 201.
- [2] ANGULO, José. Microcontroladores PIC. Segunda parte, Editorial Mc Graw Hill, 2000.
- [3] COUGHLIN, Robert. Amplificadores operacionales y circuitos integrados lineales. Sexta Edición, Editorial Prentice Hall, 1999.
- [4] Vallejo, H. Electrónica Aplicada. Editorial Televisa S.A. de C.V., 2000.
- [5] Texas Instruments Incorporated. Data Sheet MAX232N. Texas Instruments Incorporated, USA, 1995.
- [6] Texas Instruments Incorporated. Data Sheet CD4051. 8-Channel analogue multiplexer/demultiplexer. Texas Instruments Incorporated, USA, 1995.
- [7] Edison, C. Curso Avanzado de Microcontroladores PIC. Compañía Editorial Tecnológica CEKIT, Pereira Colombia, 1998.
- [8] John Dunicliff. Geotechnical instrumentation for monitoring field performance Editorial Wiley – Interscience Publication.

APLICACIÓN DE ALGORITMOS GENÉTICOS PARA EL DISEÑO ÓPTIMO DE SISTEMAS DE PUESTA A TIERRA DE EDIFICACIONES

Tamara Pérez Araque

tamara.perez@ucv.ve

Departamento de Electrónica, Computación y Control, Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad Central de Venezuela
Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Nerio Ojeda Mendoza

nerio.ojeda@ucv.ve

Departamento de Potencia, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad Central de Venezuela
Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Resumen. Observar lo engorroso del cálculo de sistemas complejos de puesta a tierra y los esfuerzos por obtener tales diseños no siempre resultan aceptables desde el punto de vista económico, lo que ha derivado en el incremento del uso de herramientas alternativas y emergentes que cada día demuestran más disponibilidad, confiabilidad y seguridad en sus aplicaciones. Por otro lado, la popularidad de la Computación Evolutiva, con su colección de algoritmos basados en la evolución de una población hacia la solución de ciertos problemas, está experimentando un dramático crecimiento debido al gran potencial que muchas de las aplicaciones ha mostrado. Esos algoritmos pueden ser usados exitosamente en aplicaciones que requieren de la optimización de una cierta función multidimensional.

En particular, los Algoritmos Genéticos (AGs), basados en el principio evolutivo de Darwin “la supervivencia del más apto”, arrojan soluciones muchas veces óptimas, debido a que tienen la capacidad de explorar y explotar un espacio de operación definido, usando mediciones del funcionamiento accesibles o previas. Estas capacidades de incorporar conocimientos previos han extendido el uso de los AGs en el desarrollo de un amplio rango de métodos para el diseño de sistemas de puesta a tierra en los últimos años. Los AGs, presentados por Holland en 1970, incluyen generalmente tres operaciones fundamentales: selección, cruce y mutación, que son usadas para modificar las soluciones escogidas y seleccionar el mejor individuo que representará la solución al problema planteado.

Este trabajo pretende exponer avances en el uso de técnicas emergentes para el modelado y optimización de tales sistemas, presentando el desarrollo de un Algoritmo Genético con operador elitista y cruce sencillo, y su aplicación práctica. Para ello, se toma en cuenta la comparación

entre dos tipos de sistemas de puesta a tierra utilizados en instalaciones cuyo nivel de tensión no exceda los 1.000 Volt. Se toma como referencia el área de la instalación, los valores de resistividad y la profundidad a la cual se instalará el sistema.

Las pruebas realizadas contemplan cambios de precisión (número de bits empleados), observación de la solución cuando las variables comunes (como la profundidad de los electrodos) son las mismas para los dos tipos de sistemas, y estudio de los resultados obtenidos en función del tamaño de la población. Se presenta como respuesta los parámetros que cumplen con los requerimientos de valores de puesta a tierra fijados, mostrando las soluciones que permiten comparar la cantidad de material a usar en cada solución, lo que se traduce en la selección de un diseño con el menor costo. El desarrollo está en período de prueba y se está preparando un complemento que permita incorporar otros tipos de electrodos.

Palabras Clave: Puesta a Tierra, Algoritmos Genéticos, Instalaciones, Optimización.

1. INTRODUCCIÓN

Todo edificio que utilice la energía eléctrica necesita un Sistema de Puesta a Tierra (SPAT). Para la consideración del diseño y su implementación se deben tomar en cuenta una serie de factores que influyen en el resultado final, entre los que tenemos: las normativas asociadas, el valor máximo de diseño, el valor de resistividad del terreno, las dimensiones de los elementos y el espacio disponible. El diseño conlleva la realización de una serie de cálculos repetitivos que pueden arrojar como resultado no cumplir con las premisas establecidas.

Los AGs son ampliamente usados en gran diversidad de problemas entre los que se incluyen la búsqueda de mejores soluciones para ecuaciones con múltiples variables independientes, Kosa [1], ya que éstos tienen como características propias que:

- a) Trabajan con la codificación del conjunto de parámetros; no con los parámetros en sí.
- b) Buscan soluciones en una población de puntos, es decir, evalúan un grupo de soluciones en lugar de un punto a la vez.
- c) Evalúan las posibles soluciones sin aplicar ningún proceso de inferencia.
- d) Usan reglas de transiciones probabilísticas en lugar de reglas determinísticas.

2. SISTEMAS DE PUESTA A TIERRA EN EDIFICACIONES

En las instalaciones que necesitan un sistema eléctrico se debe contar con un SPAT como requerimiento del Código Eléctrico Nacional [2]. Por otro lado, para el diseño del SPAT se pueden utilizar las expresiones indicadas en IEEE 142 [3], que dependerán del elemento a utilizar. Dos de los elementos que se pueden utilizar son: un conductor de cobre enterrado en posición horizontal y un conductor de cobre enterrado formando un anillo. El valor teórico de la resistencia (en $[\Omega]$) de un conductor en posición horizontal se puede calcular utilizando la Ec. (1).

$$R_1 = \frac{\rho}{4\pi L} \left[\left(\ln\left(4\frac{L}{a}\right) + \ln\left(4\frac{L}{s}\right) - 2 \right) + \frac{s}{2L} - \frac{s^2}{16L^2} + \frac{s^4}{512L^4} \right] \quad (1)$$

donde:

- $s/2 =$ Profundidad en [m].
- $a =$ Radio del conductor en [m].
- $2L =$ Longitud del conductor horizontal en [m].
- $\rho =$ Resistividad del Terreno en $[\Omega m]$

En el caso del conductor formando un anillo, se puede calcular utilizando la Ec. (2).

$$R_2 = \frac{\rho}{2\pi^2 D} \left[\ln\left(8\frac{D}{d}\right) + \ln\left(4\frac{D}{s}\right) \right] \quad (2)$$

donde:

$D =$ Diámetro del anillo en [m].

$d =$ Diámetro del conductor en [m].

Realizar el diseño conlleva evaluar la Ec. (1) y la Ec. (2) reiteradamente de forma tal que se conjuguen: el valor máximo de diseño, la resistividad, las dimensiones de los elementos a utilizar y el espacio disponible. Entre las dificultades que se tienen se pueden encontrar las siguientes:

- Se deben evaluar diversas veces las expresiones de los elementos seleccionados.
- En algunos sitios los valores de resistividad arrojan resultados por encima del máximo.
- Por limitaciones de espacio los valores calculados estarán por encima del máximo.
- Por lo general no se piensa en optimizar el diseño.

3. DISEÑO DE UN ALGORITMO GENÉTICO PARA EL MODELO PLANTEADO

A partir de lo descrito en la sección anterior, se calculan las especificaciones de los conductores, con éstos enterrados en posición horizontal o formando un anillo, siendo las Ec. (1) y (2) quienes determinarán el comportamiento del AG, como se describe a continuación.

Para el caso de estudio se tiene que los factores influyentes son ρ , a , s , D , d y L .

3.1. Esquema de representación del AG

La codificación del AG representa las características del problema para cada elemento de la población, quien constituye un conjunto de posibles soluciones, y requiere un conjunto de parámetros para que el problema de optimización sea codificado con una cadena de longitud finita por medio de un conjunto de caracteres.

La codificación propuesta está basada en cromosomas formados de cadenas compuestas de valores reales que representan $[a, s, D, d, L]$ en un cromosoma de cinco genes.

3.2. Definición de la función de aptitud (fitness)

En el problema planteado los individuos de la población serán evaluados de acuerdo a las Ec. (1) y (2), y la aptitud del cromosoma se tomó inversamente proporcional a la mínima distancia entre las resistencias obtenidas y una tomada como referencia, según la Ec. (3).

$$fitness = \frac{1}{1+(R_{ref} - r)} \quad (3)$$

3.3. Población inicial y Operadores genéticos

La población inicial se genera aleatoriamente y cada individuo estará constituido por un vector de cinco elementos a los cuales se les asigna un valor real correspondiente a a , s , D , d y L .

Se usarán los operadores de cruce y mutación involucrando elitismo. La selección se hará por torneo, simulando la selección natural y la supervivencia de los individuos más capaces, aptos y superiores, el cual se hará para completar la siguiente población.

El cruce simple se realiza en forma binaria, a través del uso de máscaras para el intercambio de subcadenas de los cromosomas. La función del operador mutación es modificar aleatoriamente algunos genes de acuerdo a un valor probabilístico (probabilidad de mutación). Goldberg [4]

El elitismo es un criterio que se aplica en un AG con la finalidad de mantener el mejor cromosoma de cada población insertándolo directamente en la siguiente población; con esto se asegura que si en determinado momento la heurística de los operadores genéticos no reproduce cromosomas con aptitud superior a la de su población anterior, por lo menos se mantiene el cromosoma con la mejor aptitud hasta esa generación.

4. RESULTADOS

Debido a que un AG funciona en base a medidas heurísticas y no determinísticas, es muy importante seleccionar los parámetros adecuados; sin embargo no existe una metodología que indique los valores exactos que deben asignarse ya que varían de acuerdo a la naturaleza del problema. Se realizaron pruebas experimentales y se observó el comportamiento del AG para las combinaciones de los rangos de los valores que se muestran en la Tabla 1, Coello [5].

Tabla 1: Parámetros genéticos

Parámetro	Mínimo	Máximo
Tamaño de población	50	200
Probabilidad de cruce	70%	90%
Probabilidad de mutación	0.1%	1%
Fitness	0.85	

Tabla 2. Valores de R_1 y R_2 , $R_{max} = 25 \Omega$, la profundidad de 0,75 m y $\rho = 1000 \Omega m$

D_{max}	R_1	R_2	fitness	a	L	d	D	Iteración
15,0	100,72010	43,16768	-0,04694	0,00675	7,50000	0,01350	15,00000	501
30,0	57,45924	24,99702	0,48228	0,00675	15,00000	0,01123	28,94118	501
40,0	45,33508	24,99974	0,48970	0,00675	20,00000	0,00560	30,56863	501
50,0	37,66517	24,99943	0,49338	0,00675	25,00000	0,00586	30,46275	501
60,0	32,46160	24,99838	0,49546	0,00645	30,00000	0,00579	30,49412	501
70,0	28,41449	24,99347	0,49505	0,00675	35,00000	0,00698	30,06275	501

En la Tabla 2 se muestran los resultados obtenidos cuando se fijan los valores según el Código Eléctrico Nacional de valor de colocación de ambos elementos a una profundidad de 0,75 m y un valor máximo de 25 Ω , el valor de resistividad del terreno de ρ fijado fue de 1000 Ωm , y el fitness mínimo en 0,9. Como se observa en la Tabla 1 el valor de fitness no alcanza el valor de 0,5 muy por debajo del valor establecido este resultado se visualiza para todos los valores de D_{max} , y está íntimamente relacionado con los valores obtenidos de R_1 que se encuentran por encima del valor de 25 Ω . Desde el punto de vista del diseño la opción de un conductor formando un anillo para los valores de D_{max} mayores de 30 m es la mejor alternativa, dado que se alcanzó R_2 .

La Fig. 1 muestra el comportamiento gráfico del AG para el caso de un sistema de puesta a tierra con $R_{max} = 25 \Omega$ y $\rho = 500 \Omega m$. Se observa que el incremento del tamaño de la población

permite más variedad en la solución aunque convergencia más lenta (fig. 1a, con $P_c=80\%$ y $P_m=1\%$). Manteniendo una cantidad de 50 individuos por población, se obtuvieron las figuras 1b) y 1c) donde se observa que el incremento de la P_c y de la P_m permiten convergencias más rápidas. El tiempo aproximado de cada corrida (500 generaciones) fue de 4 segundos.

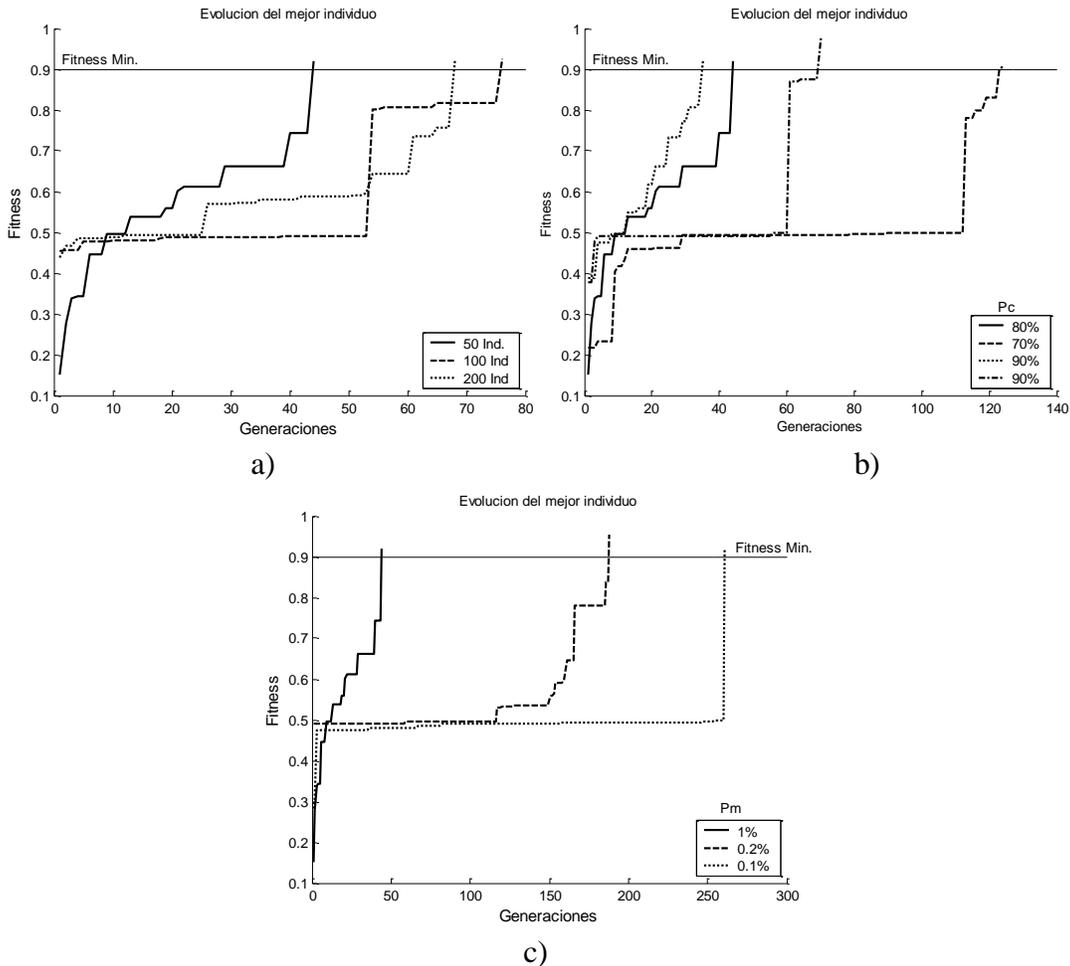


Figura 1- Variación de los parámetros genéticos. a)No. de Individuos, b) Probabilidad de Cruce P_c ($P_m=1\%$) y c) Probabilidad de mutación P_m ($P_c=80\%$).

Tabla 3. Valores de R_1 y R_2 . $R_{max} = 25 \Omega$, la profundidad de 0,75 m y $\rho = 250 \Omega m$.

D_{max}	R_1	R_2	fitness	a	L	d	D	Iteración
15,0	25,18002	24,99641	0,49812	0,00675	7,50000	0,00683	5,87059	501
30,0	24,77984	24,98075	0,90034	0,00327	8,37255	0,00590	5,96471	120
40,0	24,94375	24,90640	0,93058	0,00330	8,29412	0,00534	6,04706	225
50,0	24,80459	24,99287	0,91473	0,00410	8,13725	0,00445	6,13333	128
60,0	24,98245	24,90811	0,94930	0,00345	8,23529	0,00672	5,90588	451
70,0	24,94456	24,87527	0,91829	0,00230	8,64706	0,00456	6,15294	154

En el caso de que el valor de resistividad del terreno sea de $250 \Omega\text{m}$, observamos en la Tabla 3 que el valor de del fitness se incrementa y el valor de resistencia de los dos elementos está por debajo del máximo. Para los valores de D_{max} de 30, 40 y 50 la mejor opción es la del anillo y para los valores de 60 y 70 la opción de un conductor en posición horizontal se impone.

Tabla 4. Valores de R_1 y R_2 , $R_{\text{max}} = 25 \Omega$, la profundidad de 0,75 m y $\rho = 100 \Omega\text{m}$.

R_1	R_2	fitness	a	L	d	D	Iteración
15,82796	18,20228	0,11328	0,00200	5,00000	0,00400	3,00000	501

Cuando el valor de ρ es de $100 \Omega\text{m}$, observamos la Tabla 4, que para todas las variaciones de D_{max} , el fitness se encuentra por debajo del valor establecido, aunque los valores de R_1 y R_2 son bajos. En estos casos la mejor opción es la de un conductor en posición horizontal.

Para esta aplicación, el cambio de la precisión no aporta cambios relevantes en los resultados obtenidos. Las pruebas descritas que no alcanzan el valor del fitness = 0.9, son truncadas o por el número de generaciones (iteraciones) o por los valores máximos de trabajo.

5. CONCLUSIONES

El uso de AGs para el diseño de sistemas de puesta a tierra en edificaciones, resulta una herramienta alternativa que permite la selección de la mejor opción a implementar, en tiempos cortos, solventando los inconvenientes que pudieran presentarse al evaluar varias veces las expresiones de los elementos seleccionados para los dos casos planteados, encontrando valores de resistencia en la mayoría de los casos por debajo del máximo estipulado. Cuando se limita el espacio algunos valores calculados estarán por encima del máximo lo que permite tomar decisiones en cuanto al tipo de sistema a implementar. En esta aplicación se observa que el elitismo permite mejorar la ejecución del algoritmo, y los parámetros escogidos no mostraron la dominación de superindividuos.

REFERENCIAS

- [1].Kosa, J.. *Genetic Programming: A paradigm for genetically breeding populations of computer programs to solve problems*. Computer Science Department, Stanford University. 1990.
- [2].FONDONORMA 200:2004, “Código Eléctrico Nacional”.
- [3].IEEE Std 142-1991, IEEE Recommended Practice for Grounding of Industrial and Commercial Power Systems.
- [4].Goldberg, D. & Deb K., *A Comparative Analysis of Selection Schemes Used in Genetic Algorithms*, Foundations in Genetic Algorithms, V1. Morgan Kaufmann Publishers, Inc. 1991. pp. 70-93.
- [5].Coello C., C. *Introducción a los Algoritmos Genéticos*. Soluciones Avanzadas. Tecnologías de Información y Estrategias de Negocios, Año 3, N° 17, 1995, pp. 5-11.

AUTOMATIZACIÓN DE UN BANCO DE ENSAYOS PARA TENSOESTRUCTURAS.

Mario D'Anniballe L.

José H. Romero M.

marioleone40@hotmail.com

jose.romero@ucv.ve

Escuela de Ingeniería Eléctrica, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela
Instituto de Materiales y Modelos Estructurales, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela

Resumen. Para que la integridad de la tensoestructura se mantenga es necesario que la membrana esté constantemente traccionada, en tal sentido es conveniente contar con un modelo de predicción para diseñar estrategias de mantenimiento, de aquí surge la necesidad de realizar un estudio en el cual se obtengan datos experimentales que permitan poner en evidencia como son afectadas las tensoestructuras ante los cambios climáticos antes de su instalación. Es necesario contar con un banco de ensayos donde se genere de forma controlada condiciones de operación similares a las cuales estará sometida la membrana textil durante su vida útil. En este trabajo se propone el diseño de un sistema de control automático para reproducir de forma acelerada los ciclos de temperatura que experimenta una durante el día y la noche, además de los cambios de humedad relativa en presencia y ausencia de lluvia en un banco de pruebas para tensoestructuras.

Palabras Claves: tensoestructura, control de temperatura, control de humedad, automatización.

1. INTRODUCCIÓN

Las estructuras tensadas funcionan como su nombre lo indica a tensión por lo que su estabilidad o comportamiento como estructura depende de estar siempre traccionadas, cuando

se construyen se le introduce una tensión inicial, la cual se pierde a lo largo de la vida de la estructura debido a diferentes factores, lo cual podría poner en riesgo la estabilidad de esta si no se retensiona antes de llegar a un estado crítico de pérdida de pretensión. Actualmente se han realizado estudios relacionados con los factores internos intrínsecos del material, aquellos que tienen que ver con las características físico-químicas del material que le confieren un comportamiento denominado por algunos autores [1][2] como viscoelástico plástico, además de factores constructivos ajenos al material como el asentamiento de las fundaciones hasta factores de diseño como la forma de la membrana. Este trabajo está enmarcado en el proyecto denominado “Evolución de los estados tensionales en cubiertas textiles”, en el cual se pretende estudiar el efecto de la temperatura superficial, la humedad y las cargas de viento sobre la pérdida de pretensión con la finalidad de establecer criterios de pretensado y mantenimiento que permitan mejorar la durabilidad de estas construcciones. Para realizar las pruebas de evolución del pretensado ante cambios de las variables climáticas (en el contexto tropical), se construyó un banco de ensayos para tensoestructuras constituido por una caja rígida que permite instalar en su interior una cubierta textil de 1 m² de área con forma de paraboloides hiperbólicos. Para medir las cargas de pretensado se disponen un par de celdas de cargas, una por cada eje de tensión. En este trabajo se propone el diseño de un sistema de control automático para reproducir de forma acelerada los ciclos de temperatura que experimenta una tensoestructura durante el día y la noche, además de los cambios de humedad relativa en presencia y ausencia de lluvia.



Figura 1 – Arquitectura textil, ó tensoestructura. Tomado de http://i269.photobucket.com/albums/jj57/inciarco10/TensoEstructuras05_10.jpg

2. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

El banco de ensayos, está diseñado para reproducir las condiciones ambientales propias del clima presente en el territorio nacional, para esto se realizaron pruebas donde se observó que la temperatura máxima que alcanza la membrana textil, es de unos 55°C, para alcanzarla en el banco de ensayo se emplearon lámparas de calentamiento de 200W. Estas lámparas tienen un radio de acción que depende de su distancia respecto a la tensoestructura.

Las lámparas se colocaron a una altura de 20 cm respecto a la membrana, con un radio de acción de 15 cm, para cubrir la superficie de la tensoestructura de 1 m² se colocaron 9

lámparas, ubicadas según se indica en la figura 2.b. La tensoestructura tiene forma de paraboloide hiperbólico, por lo que las lámparas se ubicaron en una superficie similar a la de la membrana.

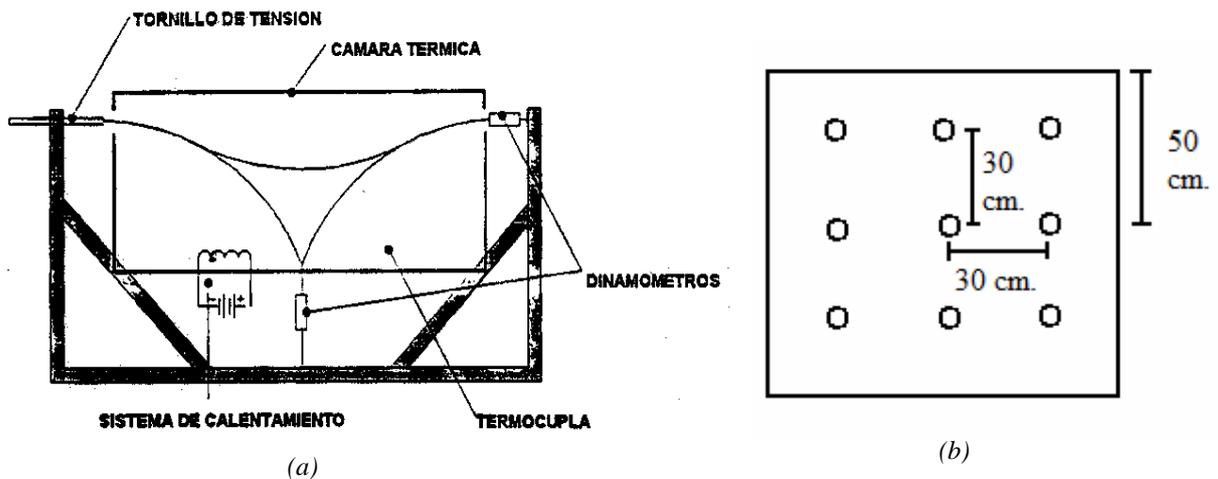


Figura 2 – (a) Banco de ensayo para tensioestructura (b) Ubicación de las lámparas sobre la tensoestructura.

Seguidamente, se plantea el diseño de un circuito para regular la potencia entregada a las lámparas, el cual consta de un SCR triac accionado mediante un circuito de disparo basado en un unijunction transistor (UJT), escogido por ser ampliamente utilizado en este tipo de aplicaciones además de otras ventajas. El UJT se utiliza en una configuración tipo oscilador de relajación sincronizado con la red [5], el cual fue modificado para lograr que la frecuencia de oscilación sea ajustada mediante un voltaje de control proveniente de un computador.

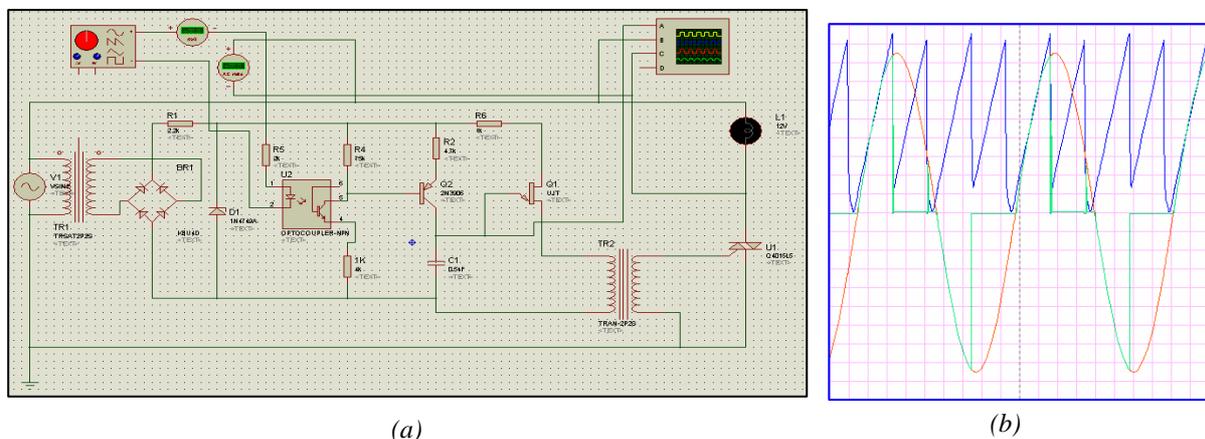


Figura 3 – (a) Circuito regulador de potencia. (b) Resultado de la simulación para una entrada de 3,8V DC.

El voltaje controla una pequeña fuente de corriente, de tal forma que cuando éste varía entre 2 y 5 voltios genera corrientes de carga entre 0 a 2.4 mA con lo cual se ajusta el ángulo de disparo del triac, en la figura 3.a se muestra el diagrama circuital para la simulación del circuito en “Proteus”.

Para realizar la medición de la temperatura, se utilizan cuatro sensores de temperatura basados en el integrado (LM35) por lo económico y lo sencillo de operar, además de que su rango lineal de medición va desde 0°C hasta 150°C con 0,5% de error y con una sensibilidad de 10mV/°C. El único inconveniente que se presenta con el sensor, es que no se puede colocar

a la intemperie, pero esto se resuelve pegando sobre él un pedazo del mismo material utilizado en la tensoestructura, lo cual beneficia el transporte de calor desde el textil al sensor y a su vez queda protegido de la humedad.

3. MODELO DE CONTROL

Para identificar el modelo de la planta se realizaron pruebas de calentado del textil usando las lámparas, la recolección de la temperatura se realizó en forma digital mediante el uso de un computador equipado con una tarjeta de adquisición de datos de National Instruments modelo USB 6009. Las lámparas se alimentaron mediante el circuito de control disparo y se tomaron datos de la respuesta para diferentes tensiones de operación, mediante su análisis se determinó un modelo aproximado de primer orden con retardo, ajustado para un punto de operación de 55 °C, el cual se presenta a continuación:

$$G(s) = \frac{1000e^{-15s}}{2500s + 12,5} \quad (1)$$

Se observó que la respuesta dinámica del sistema no es constante, es decir la constante de tiempo, la ganancia estática y el tiempo muerto guardan relación con la magnitud de la fuente de alimentación de las lámparas. Al aumentar la magnitud de la fuente se observa que la constante de tiempo se hace mayor, en tanto que la ganancia estática y el tiempo muerto disminuyen. Para simular el sistema de control se supone que el modelo dinámico de la planta es invariante. El voltaje aplicado a la carga resistiva por el conmutador de potencia SCR es función del ángulo de disparo ‘ α ’ tal como se indica a continuación:

$$V_{rms}(\alpha) = \frac{V_p}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{\pi} \left(\pi - \alpha + \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) \right]^{1/2} \quad (2)$$

El circuito de control de las lámparas de calentamiento se puede modelar matemáticamente mediante la expresión que relaciona el ángulo de disparo ‘ α ’ y el voltaje de control aplicado, sin embargo se optó por identificar la característica de su respuesta estacionaria mediante una simulación realizada en el software “Proteus”, de lo cual se obtiene la curva mostrada en la figura 4.a.

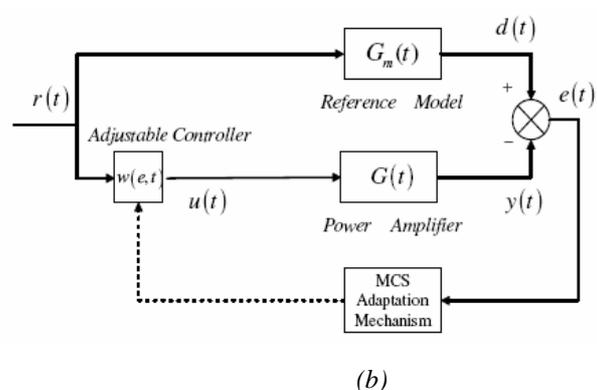
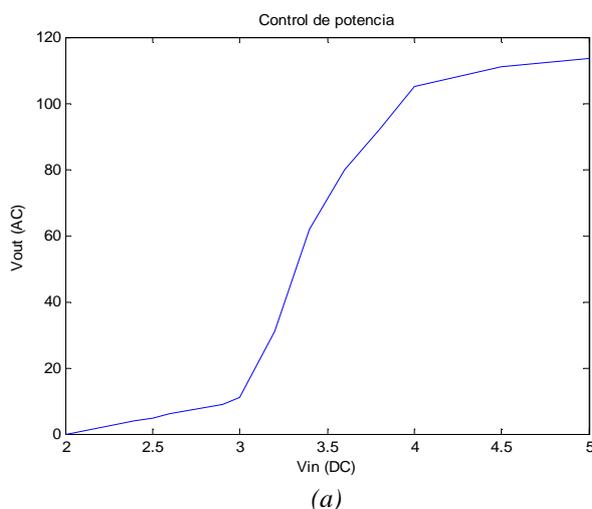


Figura 4 – (a) Característica de respuesta estacionaria del circuito de control de potencia. (b) Diagrama de bloques del sistema de control adaptativo por MCS.

Dada la naturaleza variante y no lineal del sistema es conveniente plantear una estrategia de control capaz de soportar los cambios que se presentan al variar la temperatura desde la ambiental a 55 °C (temperatura alcanzada al mediodía), por lo cual se utilizó el método de control ‘MCS’ (Minimal Control Synthesis) [3], orientado a la linealización del sistema [4], tal y como se observa en el diagrama de bloques de la figura 4.b. Para linealizar el sistema mediante la aplicación del control MCS es necesario plantear un modelo de referencia que defina la respuesta deseada del sistema de control, la forma del modelo escogido es idéntico al modelo dinámico del sistema pero sin retardo (respuesta de primer orden). La ley de control a utilizar se define mediante la siguiente ecuación:

$$Kr(t) = \int_0^t \alpha e(\tau)r(t)^T d\tau + \beta e(t)r(t)^T + Kr(0) \quad (3)$$

Los parámetros α y β se obtienen probando en la simulación hasta encontrar una respuesta aceptable, luego el control adapta las ganancias según la señal de error dada por:

$$e(t) = Gm(t)r(t) - w(e, t)G(t)r(t) \quad (4)$$

4. RESULTADOS

Mediante la Simulación en “Matlab” del sistema de control adaptativo, tal y como se muestra en el diagrama de bloque (pantalla “Matlab - Simulink”) mostrado en la figura 5, se determinó que para $\alpha = 0,02$ y un $\beta = 0,7$ con lo cual se obtiene la respuesta mostrada en la figura 6.

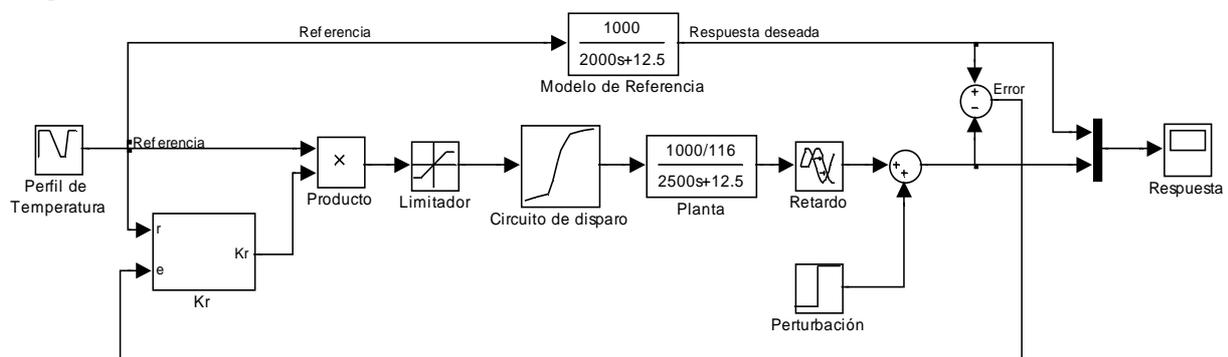


Figura 5 – Esquema de simulación del lazo de control en Matlab - Simulink.

El sistema de control sigue de forma muy precisa la señal de referencia modulada por el modelo de respuesta y además elimina eficazmente las perturbaciones tipo escalón. Para el control de humedad se tiene planteado un esquema de control a lazo abierto donde se determine el tiempo de encendido de los asperjadores necesario para humedecer completamente la membrana y luego se apagan el rocío y se calienta la membrana mediante el accionar de las lámparas en combinación con el desalojo y sustitución del aire contenido en el banco de ensayos. Hasta el momento, no se han realizado pruebas sobre el sistema de control de humedad debido a que no se cuenta con los sensores de humedad relativa, pero se tiene previsto que próximamente estemos en la capacidad de contar con datos experimentales del mismo.

5. CONCLUSIONES

Mediante la simulación del sistema de control de temperatura del banco de ensayos para tensoestructuras se determinó que el diseño del sistema de control por linealización del sistema usando la teoría de MCS es viable. El circuito de potencia propuesto para el manejo de las lámparas de calefacción en conjunto con la estrategia de control probó ser capaz de reproducir de forma muy precisa perfiles de temperatura con baja sensibilidad a los cambios de la temperatura ambiental. Para implementar los lazos de control (temperatura y humedad), se recomienda el uso de LabVIEW, de esta manera utilizando esta estrategia de control en conjunto con el circuito regulador de potencia es posible controlar por completo la temperatura del sistema, logrando así alcanzar las respuestas deseadas.

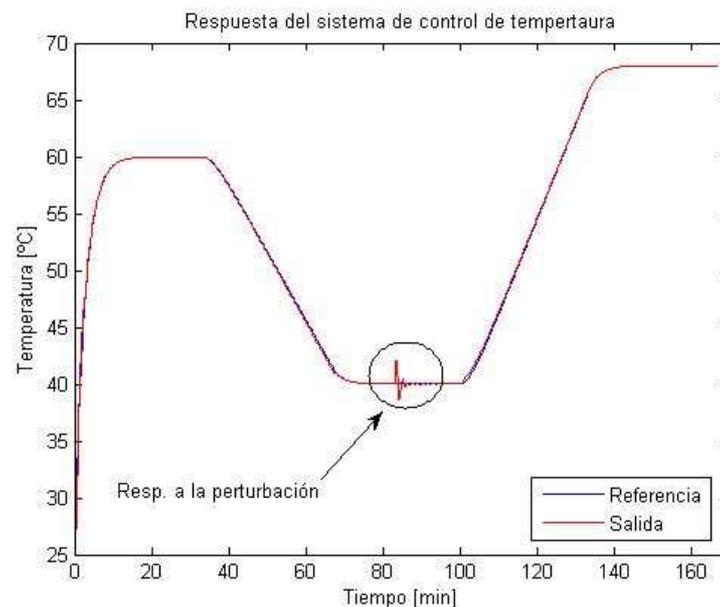


Figura 6 - Respuesta del sistema de control ante un perfil de temperatura de entrada y ante una perturbación escalón de 2 °C.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Leinhardt, F., Egger, H., and Haug, E., "Rhe German Pavilion at Rxpo '67, Montreal-A Prestressed Cable Network Structure (in German)", *Der Stahlbau*, vol. 37, no. 4, April 1968.
- [2] Berger, Horst. "Light Structure, Structure of Light". Berlin, 1996.
- [3] Stoten, D.P. (1989). "A minimal controller synthesis adaptive algorithm for environmental systems", *Science et Technique du Froid*, pp 277-286.
- [4] Bohong Xiao, David Stoten, Andrew Harrison. "Linearisation of power amplifiers, using minimal control synthesis", 2002 IFAC.
- [5] Timothy J. Maloney. "Electrónica Industrial, Dispositivos y Sistemas", Monroe Michigan, 1983, Traducción de Ing. Iván E. Ramos C. Lausanne (Suiza).

MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS PARA EL CONTROL ADAPTATIVO A TIEMPO REAL DE UN PÉNDULO

Jorge E. Parada

jorgep@ula.ve

Departamento de Tecnología y Diseño, Escuela de Ing. Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, La Hechicera, Mérida-Venezuela

Pablo A. Lischinsky

pablo@ula.ve

Departamento de Sistemas de Control, Escuela de Ing. de Sistemas, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, La Hechicera, Mérida-Venezuela

Resumen. *Se utilizan los algoritmos de mínimos cuadrados recursivos y mínimos cuadrados recursivos extendidos para la identificación a tiempo real de un péndulo. Se implementan estos algoritmos para el control adaptativo de un péndulo utilizando controladores RST de 3 términos. Se muestran experimentos en los que se realiza una etapa inicial de identificación en lazo abierto, luego de la cual se implementa la adaptación del controlador y se cierra el lazo de control. Al final del experimento se introducen perturbaciones que son rechazadas por la acción del control. Los resultados muestran que estos algoritmos pueden ser utilizados para realizar adaptación en línea, sin congelamiento de la adaptación.*

Palabras Clave: Mínimos Cuadrados Recursivos, Control Adaptativo, Identificación.

1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se presenta la implementación del algoritmo de mínimos cuadrados recursivos y mínimos cuadrados recursivos extendidos para la adaptación indirecta de controladores de tres términos RST. Las técnicas de identificación recursiva aplicadas en el control adaptativo aparecen en textos por Landau et al. [1], Ljung [2] y Aström & Wittenmark [3], entre otros muchos autores. Un controlador adaptativo permite el ajuste automático de sus parámetros ante cambios en el modelo de la planta o cuando el modelo de ésta no es conocido. El control propuesto ha sido utilizado en el laboratorio en el control de transmisiones flexibles Landau [4], Landau [5] y Karimi & Landau [6] y recientemente se encuentran aplicaciones de en el control de velocidad de turbinas eólicas por Camblong [7].

En la primera parte de este trabajo se analiza la técnica de mínimos cuadrados recursivos y mínimos cuadrados recursivos extendidos. En la siguiente sección se presentan controladores adaptativos discretos de 3 términos (RST). El modelo de un péndulo real es descrito en la sección siguiente. Se presenta una sección que explica las características de la etapa experimental y finalmente se presentan y discuten los resultados.

2. ALGORITMOS DE MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

El criterio de mínimos cuadrados es

$$\min_{\hat{\theta}(t)} J(t) = \sum_{i=1}^t [y(i) - \hat{y}(i|\hat{\theta}(t))]^2 \quad (1)$$

El algoritmo de mínimos cuadrados recursivos emplea una estructura de modelo autorregresivo con entradas exógenas (ARX) de la forma de la Ec. (2). Para los mínimos cuadrados recursivos extendidos se utiliza una estructura de tipo media móvil autorregresiva con entradas exógenas (ARMAX) como la mostrada en la Ec. (3).

$$\hat{A}(q^{-1})y(t) = q^{-d}\hat{B}(q^{-1})u(t) + v(t) \quad (2)$$

$$\hat{A}(q^{-1})y(t) = q^{-d}\hat{B}(q^{-1})u(t) + \hat{C}(q^{-1})v(t) \quad (3)$$

$\hat{A}(q^{-1})$ es una estimación del polinomio característico en operadores de retardo de una planta cuyo polinomio $\hat{B}(q^{-1})$ contiene los ceros estimados de la planta. q^{-d} es un retardo puro de d instantes de muestreo, $u(t)$ es el control en cada instante de muestreo y $v(t)$ es un modelo de perturbación. El péndulo es un sistema sin retardo. El algoritmo de identificación recursiva es

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t+1) &= \hat{\theta}(t) + F(t)\Phi(t)v(t+1) \\ F^{-1}(t+1) &= \lambda_1(t)F^{-1}(t) + \lambda_2(t)\Phi(t)\Phi^T(t) \\ F(t+1) &= \frac{1}{\lambda_1} \left[F(t) - \frac{F(t)\Phi(t)\Phi^T(t)F(t)}{\frac{\lambda_1}{\lambda_2} + \Phi^T(t)F(t)\Phi(t)} \right] \\ v(t+1) &= \frac{v^0(t+1)}{1 + \Phi^T(t)F(t)\Phi(t)} \end{aligned} \quad (4)$$

donde $\Phi(t)$ es el vector de observaciones, $v^0(t+1)$ es el error de estimación a priori y $v(t+1)$ es el error de estimación a posteriori Landau [4]. Se cumple además que $\lambda_1(t) \leq 1$, $0 \leq \lambda_2(t) \leq 2$, la ganancia inicial $F(0) > 0$ y $F^{-1}(t) > \alpha F^{-1}(0)$ donde $0 < \alpha < \infty$.

3. CONTROLADORES ADAPTATIVOS DE 3 TÉRMINOS (RST)

El diseño de los controladores es como se presenta por Landau et al. [1], Landau [5] y Karimi & Landau [6]. La ley de control RST es

$$\hat{S}(q^{-1})u(t) + \hat{R}(q^{-1})y(t) = \hat{T}(q^{-1})y^*(t + d + 1) \quad (5)$$

donde $y^*(t + d + 1)$ representa una trayectoria de referencia conocida con anterioridad ($d + 1$ instantes de tiempo). $\hat{S}(q^{-1})$ es un polinomio de parámetros ajustables en operadores de retardo, que representa la componente en el camino directo del control, $\hat{R}(q^{-1})$ representa la componente en el camino realimentado y $\hat{T}(q^{-1})$ corresponde a la componente de adelanto para anular el error de estado estacionario. Los polos del sistema en lazo cerrado serán las raíces de

$$P_D(q^{-1})P_F(q^{-1}) = \hat{A}(q^{-1})\hat{S}^*(q^{-1})H_S(q^{-1}) + q^{-d}\hat{G}(q^{-1})\hat{R}^*(q^{-1})H_R(q) \quad (6)$$

$P_D(q^{-1})$ es el polinomio característico deseado. $P_F(q^{-1})$ es un polinomio de polos auxiliares asintóticamente estables. El término $H_S(q^{-1})$ aparece en el numerador de la función de sensibilidad de la salida y mejora el rechazo de perturbaciones de la salida. El término $H_R(q^{-1})$ aparece en el numerador de la función de sensibilidad de la. La Ec. (6) es una ecuación diofántica escrita en forma matricial como $M\hat{x} = p$, donde p es el polinomio que contiene los polos deseados y auxiliares del sistema controlado $P_D(q^{-1})P_F(q^{-1})$, M es una matriz de Sylvester con los parámetros reagrupados ajustables de \hat{A}^* y \hat{G}^* . \hat{x} es el vector de parámetros ajustables del controlador, como aparece en Landau et al. [1].

4. MODELO DEL PENDULO

El modelo dinámico de un péndulo simple con fricción, cuyo esquema se muestra en la Fig. 1, es obtenido a partir de un balance de energía, tal que

$$(m \cdot l_c^2 + I)\ddot{q} + ml_c g \sin(q) = u - F \quad (7)$$

Aquí m es la masa de la articulación, l_c es la distancia al centro de masa, I es el momento de inercia respecto al centro de masa y g es la fuerza de gravedad. El péndulo simple tiene dos variables de estado; la posición de la articulación q respecto a la vertical, que es medida a partir de la posición de reposo en sentido anti horario y la velocidad de la articulación \dot{q} . El par de control es u y $F = \alpha_v \dot{q}$ es la componente de fricción viscosa. Resulta conveniente agrupar los parámetros del modelo de forma que $\theta_1 = (ml_c^2 + I)$ es el momento polar de inercia de la articulación, $\theta_2 = ml_c$ y el término de fricción correspondiente a la fricción viscosa es $F = \alpha \dot{q}$.

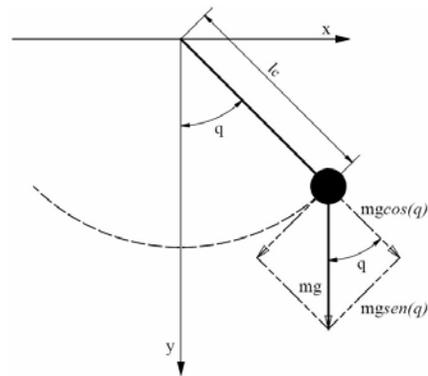


Figura 1 – Equipo del laboratorio y esquema de un péndulo simple.

Para el diseño de controladores adaptativos discretos se utiliza la función de transferencia pulso, que permite igualmente representar la relación entrada salida del sistema Ec. (7) como una función racional en el operador de atraso (q^{-1}) de la forma

$$G(q^{-1}) = \frac{b_1 + b_2 q^{-1}}{1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2}} \quad (8)$$

5. MATERIALES Y MÉTODOS

Un modelo CAD 3D fue propuesto por Parada [8] para estimar los parámetros físicos del péndulo real de la Fig. 1 (izquierda) en las configuraciones de carga mostradas en la Fig. 2. Para mostrar la relación que existe entre el cambio del modelo discreto y la adición de discos de masa conocida se emplean las expresiones para θ_1 y θ_2 y se sustituyen en la Ec. (7).

El experimento es llevado a cabo utilizando el sistema Pendubot y la tarjeta de adquisición y control a tiempo real dSPACE DS1102, basada en el procesador de punto flotante Texas Instruments TMS320C31, dSPACE GmbH [9]. El Pendubot de Mechatronic Systems, Inc., es utilizado en su configuración de 1 Grado de Libertad (GDL), desconectando el segundo eslabón. El elemento final de control es un motor de corriente continua instrumentado con un encoder óptico de 1250 pulsos/vuelta. Se emplea la interfaz hombre-máquina de TRACE y COCKPIT en la captura de datos de la planta y la comunicación del usuario, respectivamente

La implementación del controlador ha sido programada en C utilizando las recomendaciones prácticas de Adaptech [10]. El experimento se divide en tres etapas. En una etapa inicial se realiza la identificación recursiva en lazo abierto utilizando el algoritmo de mínimos cuadrados recursivos extendidos. Una vez que los parámetros identificados convergen se cierra el lazo de control y se ejecuta el algoritmo de adaptación con mínimos cuadrados recursivos, en presencia de variaciones de carga inducidas en la planta por la adición de pesos conocidos.

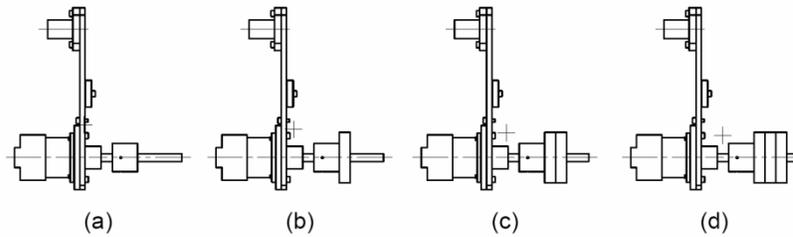


Figura 2 - Colocación de cargas durante los experimentos. (a) Péndulo sin carga, (b-d) experimentos con colocación progresiva de discos de aluminio. Se marca el centro de gravedad.

6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la Tabla 1 se muestran los valores de los parámetros θ_1 y θ_2 del modelo para las tres condiciones de carga del péndulo utilizadas. Se resumen en la Tabla 2 los parámetros del modelo discretizado a partir de una linealización en el origen, cuya estructura se ha presentado en (6), para una frecuencia de muestreo de $f_s = 75 \text{ Hz}$. Los parámetros b_1 y b_2 siguen recíprocamente las alteraciones en los parámetros físicos del péndulo θ_1 y θ_2 que se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Parámetros físicos del modelo para las configuraciones de carga del experimento.

Carga	l_c [m]	Masa [kg]	$\theta_x = J$ [kg·m ²]	θ_y [kg·m]
Sin carga	0,113627	0,613	0,010174491	0,069653351
1 Disco	0,118945	0,710	0,012478371	0,084450950
2 Discos	0,122984	0,807	0,014782251	0,099248088
3 Discos	0,126156	0,904	0,017086131	0,114045024

Tabla 2: Parámetros del modelo discretizado a partir de una linealización en el origen y utilizando una tasa de muestreo de 75Hz.

Cond. De Carga	a_1	a_2	b_1	b_2
Sin carga	- 1,981	0,9932	0,008708	0,008688
1 Disco	- 1,983	0,9945	0,007103	0,00709
2 Discos	- 1,984	0,9953	0,005998	0,005989
3 Discos	- 1,984	0,996	0,00519	0,005183

En la Fig. 3 se muestran los resultados de un experimento utilizando el sistema Pendubot con un solo eslabón. En la parte superior de la figura se muestran la medición de la referencia $y^*(t)$ y la posición del péndulo $y(t)$ en radianes. La señal de control $u(t)$ se muestra en la mitad de la Fig. 3. En la parte inferior de la figura se muestra la evolución de los parámetros del modelo a medida que se desarrolla el experimento.

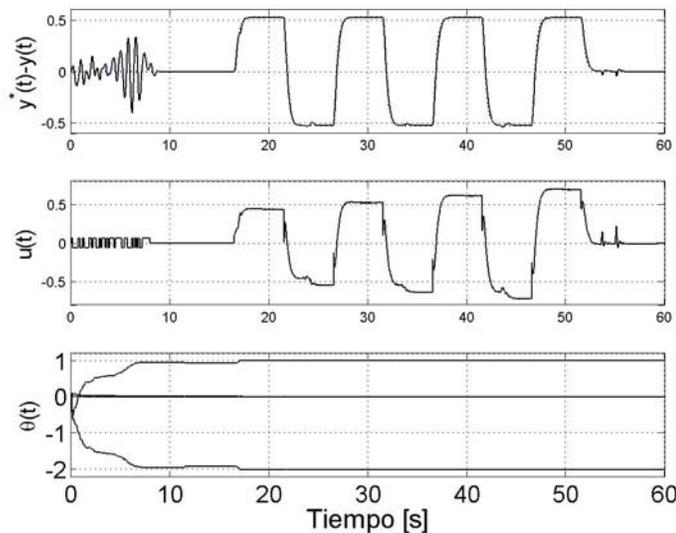


Figura 3 - Control adaptativo robusto con adaptación indirecta (arriba) posición medida y referencia en radianes (rad), (medio) señal de control en Nm y (abajo) parámetros estimados de la planta , , y .

La etapa inicial del experimento mostrado en la Fig. 3 consiste en estimar en lazo abierto los parámetros del modelo lineal discreto del péndulo. Seguidamente ocurren cambios de referencia y de carga a intervalos constantes. A unos 55 segundos del experimento se introducen perturbaciones que son rechazadas por la acción del control. Los resultados muestran que el

controlador puede ser utilizado para realizar adaptación en línea, sin congelamiento de la adaptación. No aparece deriva de los parámetros identificados de la planta durante los cambios de carga o en la presencia de las perturbaciones inducidas.

7. CONCLUSIONES

Este trabajo se ha enfocado en el uso de los algoritmos de mínimos cuadrados recursivos y mínimos cuadrados recursivos extendidos para la identificación a tiempo real de un péndulo que permitiera implementar controladores adaptativos con adaptación indirecta para una clase de mecanismo articulado de un grado de libertad de tipo péndulo, empleando para ello el sistema de adquisición y control dSPACE y un dispositivo de laboratorio llamado Pendubot. La adaptación fue realizada en tiempo real y durante la operación normal del mecanismo, lo que impone condiciones más severas a las presentadas en la literatura. El controlador ha mantenido la operación normal de manera confiable ante los cambios en el modelo de la planta y ante perturbaciones introducidas a la salida del sistema, cumpliendo los objetivos de regulación, estabilización y seguimiento de trayectorias.

REFERENCIAS

- [1]. Landau, I. D., Lozano, R., & M'Saad, M., Adaptive Control. *Communications and Control Engineering*, Springer, 1998.
- [2]. Ljung, L., *System Identification - Theory for the User*. Prentice Hall, 1999.
- [3]. Aström, K. J., & Wittenmark, B., Adaptive Control. Addison-Wesley, Second ed., 1995.
- [4]. Landau, I. D., The RST digital controller design and applications. *Control Engineering Practice*, vol. 6, n. 2, pp. 155–165, 1998.
- [5]. Landau, I. D., From robust control to adaptive control. *Control Engineering Practice*, vol. 7, n. 9, pp. 1113-1124, 1999.
- [6]. Karimi, A., & Landau, I. D., Robust Adaptive Control of a Flexible Transmission System Using Multiple Models. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 8, n. 2, pp. 321-331, 2000.
- [7]. Camblong, H., Digital robust control of a variable speed pitch regulated wind turbine for above rated wind speeds. *Control Engineering Practice*, vol. 16, n. 8, pp. 946–958, 2008.
- [8]. Parada, J.E., Evaluación Experimental de Controladores Adaptativos y Robustos sobre un Péndulo. Tesis MSc, Universidad de Los Andes, 2008.
- [9]. dSPACE GmbH, *DS1102 Floating-Point Controller Board*. dSPACE, Document version 3.1 ed., 1996.
- [10]. Adaptech, *Guide d'intégration du régulateur RST sur cibles programmables*. Adaptech, 2001.

ANÁLISIS Y DISEÑO DE SISTEMAS DE CONTROL CON LabVIEW

Gonzalo Monterrey

José Romero

gmautomations@gmail.com

jose.romero@ucv.ve

Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad Central de Venezuela

Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Resumen: Nacional Instruments ha desarrollado una herramienta poderosa denominada “NI Control Design Toolkit”. Utilizando esta herramienta, se han diseñado instrumentos virtuales que permiten simular modelos dinámicos de sistemas físicos y analizar sus respuestas en el dominio del tiempo, frecuencia, plano ‘S’ y plano ‘Z’. Adicionalmente estos instrumentos incorporan la posibilidad de diseñar controladores a los sistemas simulados, aplicando distintas técnicas de control tales como: compensación, controlador PID, controlador Deadbeat, controlador IMC y realimentación de estados. El diseño de controladores es programado para algunas de estas técnicas, una vez realizado el análisis de la función de planta. Las respuestas de los controladores son simuladas y analizadas para efectuar una elección apropiada de la técnica a implementar, en términos de los requerimientos de diseño. La posibilidad de manipular datos de forma gráfica y continua en una ventana, permite analizar el comportamiento de los controladores ante posibles variaciones de los parámetros de la planta. Del mismo modo, es posible variar los parámetros del controlador y observar simultáneamente su efecto en la simulación del sistema físico a controlar.

Palabras Clave: Modelo dinámico, Controlador, LabVIEW.

1. INTRODUCCIÓN

El análisis y diseño de sistemas de control es una tarea de elevado nivel de cálculo [1,2], en la actualidad existen una variedad de programas de uso general (Matlab, Scilab, Sysquake, CC, etc), que poseen conjuntos de herramientas muy elaboradas orientadas al análisis y diseño de

sistemas de control. Igualmente LabVIEW es una plataforma inicialmente orientada a convertir un computador en un instrumento virtual flexible, que por su gran utilidad en el campo de controladores embebidos, ha desarrollado herramientas complementarias en este ámbito. Con LabVIEW y un computador equipado con una tarjeta de adquisición, se pueden identificar modelos dinámicos de sistemas, simular, analizar, diseñar y finalmente implementar estrategias de control. Sin embargo las herramientas que proporciona LabVIEW requieren de un analista diseñador que posea un conocimiento moderado - alto del área de sistemas de control y de la plataforma en sí. En el presente trabajo se muestra una rutina que se asemeja a la funcionalidad que ofrece el GUI 'rltool' de Matlab, considerado como una de las herramientas más versátiles de este potente paquete.

Para el desarrollo de la herramienta de análisis y diseño hecha en LabVIEW 8.2, se emplearon componentes presentes en el 'Control Design toolkit'. La herramienta soporta modelos de sistemas SISO y/o MIMO con variables numéricas o simbólicas en tiempo continuo y discreto [3]. Además permite la sintonía de controladores basados en compensadores, controladores PID, 'deadbead', control por ubicación de polos y control óptimo.

2. DESCRIPCIÓN DEL “LabVIEW CONTROL DESIGN TOOLKIT”

Los Instrumentos Virtuales (VI) del LabVIEW *Control Design* (CD) permiten ejecutar operaciones y conexiones entre distintas aplicaciones de análisis y diseño en sistemas de control [3]. A continuación se presenta una breve descripción de las paletas o menús desplegables de funciones, que contienen los VI's involucrados en CD.

2.1 Construcción de modelos

Para comenzar, se debe definir el modelo a analizar y/o controlar, y esto se realiza con los VI's de la paleta de funciones "*Model Construction*". Los VI's incluidos en esta paleta de funciones permiten crear modelos de sistemas lineales en variables numéricas o simbólicas, así como identificar y/o modificar sus propiedades si es necesario. Se permite además la construcción de modelos de sistemas SISO y MIMO. También se pueden utilizar VI's de esta paleta para guardar un modelo de sistema en un archivo, leer un modelo de sistema de un archivo u obtener representaciones visuales del modelo. Los modelos de sistemas se pueden definir en las distintas representaciones: Espacio de estados, Cero-Polo-Ganancia o Numerador-Denominador. Todas estas en tiempo continuo o discreto y con una entrada para configuración de "Delay", en caso de ser necesario. Dos VI particulares de esta paleta son el que proporciona un modelo aleatorio de sistema y el que proporciona modelos especiales predefinidos: Primer orden; Segundo orden, Retraso modelo de Pade y diferentes presentaciones de controladores PID [3,4].

2.2 Conversión de modelos

Si se desea una representación diferente del modelo, se pueden aplicar los VI's de la paleta "*Model Conversion*". Esto es, obtener una representación en el espacio de estados de un modelo que se representó en forma de función de transferencia Cero-Polo-Ganancia o Numerador-Denominador o combinación de estos. También se encuentran los VI's de conversión de los sistemas de tiempo continuo a tiempo discreto y viceversa con diversos métodos [3,4].

2.5 Respuesta en tiempo de sistemas

Los VI “*Time Response*” permiten crear simulaciones en el dominio del tiempo de la respuesta de los sistemas ante excitaciones tipo escalón, rampa, o condiciones iniciales no nulas. Es posible obtener los datos de una respuesta parametrizada del sistema a una entrada escalón de forma directa, esto es: Tiempo de pico, tiempo de rizo, tiempo de establecimiento, sobre-pico porcentual y ganancia en estado estacionario.

Un VI particular de esta paleta es el “CD Linear Simulation”. Este calcula, mediante simulación discreta, la salida de un sistema ante entradas específicas definidas por el usuario. De esta forma es posible analizar el comportamiento del sistema ante otro tipo de estímulos [3,4].

2.6 Respuesta en frecuencia:

El menú “*Frequency Response*” contiene nueve VI’s que permiten hacer el análisis de un modelo de sistema en el dominio de la frecuencia. Diagramas de Bode, diagramas de Nyquist y diagramas de Nichols pueden ser creados y analizados con esta gama de VI’s. Adicionalmente, se pueden obtener los valores de márgenes de ganancia y fase y su respectiva representación gráfica. Los valores singulares y la data completa de la respuesta en frecuencia pueden ser obtenidos. Además existe un VI que proporciona el ancho de banda del sistema y otro que permite evaluar la respuesta en frecuencia en valores deseados de frecuencia [3,4].

2.7 Características dinámicas

“*Dynamic Characteristics*” contiene funciones utilizadas para calcular las siguientes propiedades relacionadas con la dinámica del sistema: Ganancia DC, estabilidad, coeficiente de amortiguamiento, frecuencia natural, norma, lugar geométrico de raíces, mapa de polos y ceros [3,4].

2.8 Análisis de sistemas en el espacio de estados

Los VI’s de “State Space Model Analysis” son los que permiten calcular las propiedades de un modelo en espacio de estados como observabilidad y controlabilidad. Algunos se utilizan para obtener transformaciones de similaridad en las distintas formas canónicas (Modal, controlable u observable). Otros calculan el Grammiano de observabilidad o controlabilidad así como el balanceo del modelo de sistema [3,4].

2.9 Diseño por realimentación de estados

Para el cálculo de las ganancias de realimentación de observadores y controladores se utilizan los VI’s de la paleta “*State Feedback Design*”. Además son útiles para configurar y probar controladores en el espacio de estados y estimadores de estados en el dominio del tiempo. El cálculo de las ganancias para la ubicación de polos se puede realizar con un VI que aplica la fórmula de Ackermann y la matriz de controlabilidad. También es útil otro par de VI’s que permiten desarrollar control óptimo. El primero, al minimizar la función de costo. Y el segundo al minimizar la covarianza del error de estimación de estados (Ganancias de Kalman) [3,4].

3. HERRAMIENTAS PARA EL ANÁLISIS Y CONTROL DE SISTEMAS

Para sintonizar la estrategia de control deseada se debe cargar en el programa el modelo del sistema utilizando la representación disponible, como caso de estudio se considera el siguiente sistema modelo simplificado de un motor de corriente continua [5]:

$$G(s) = \frac{36}{s(s + 3,6)} \quad (1)$$

3.1 Herramienta de control clásico

Este programa permite la simulación de sistemas de control bajo la estructura de control clásico. Esto es, controlador en cascada con una función de planta y realimentación negativa unitaria de la señal de salida. Una vez definida la función de transferencia, el programa muestra la respuesta en tiempo del sistema ante excitaciones tipo escalón e impulso unitario. En el dominio de la frecuencia, se muestran los diagramas de Bode y Nyquist del sistema a lazo abierto. El Lugar Geométrico de Raíces junto con los valores de coeficiente de amortiguamiento, frecuencia natural y ganancia DC del sistema también son visualizados en pantalla escogiendo la opción “Dinámico”. Si el sistema es de segundo orden se puede ejecutar una rutina programada de sintonización de los controladores mencionados, para lo cual se deben ingresar al programa los polos deseados. Si se trata de un compensador cascada, se debe manipular además, el valor de la ganancia DC del compensador, y si se trata de un controlador PID se manipulará la ganancia integral. Para programar compensadores en cascada utilizando la respuesta en frecuencia, se deben ingresar el valor del margen de fase y el ancho de banda deseado del sistema. En el caso de los compensadores en cascada, se puede aplicar el algoritmo dos veces consecutivas. En la figura 3 se muestra el panel frontal de esta rutina bajo la ejecución de un análisis de la respuesta en frecuencia del sistema en lazo abierto [6,7].

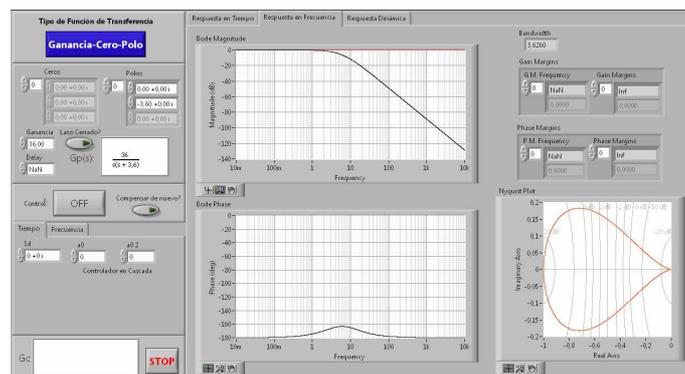


Figura 3.- Panel frontal de la herramienta de control clásico

3.2 Control en el espacio de estados

Esta rutina permite obtener información en el espacio de estados del sistema independientemente de si el modelo está dado en el espacio de estados propiamente o en forma de función de transferencia, en tiempo continuo o discreto. Se puede transformar la representación del sistema a la forma controlable, observable y modal. En esta rutina se pueden

calcular las ganancias de realimentación de estados mediante ubicación de polos o control óptimo. Si el sistema está dado en forma de función de transferencia, este se transforma por defecto a la forma controlable para hacer el diseño en el espacio de estados. Se muestra en pantalla la respuesta en tiempo de los distintos estados del sistema ante una entrada tipo escalón según la representación escogida. Es posible obtener también el modelo transformado, matrices de transformación, observabilidad y controlabilidad; vector o matriz de ganancia de realimentación de estados y autovalores del sistema [1,8,9].

Adicionalmente en esta rutina, se agregó la posibilidad de simular estrategias de control clásico para poder compararlas con estrategias de control en el espacio de estados. En la figura 4 se muestra una impresión del panel frontal de esta rutina bajo la ejecución de un control por ubicación de polos del sistema bajo estudio.

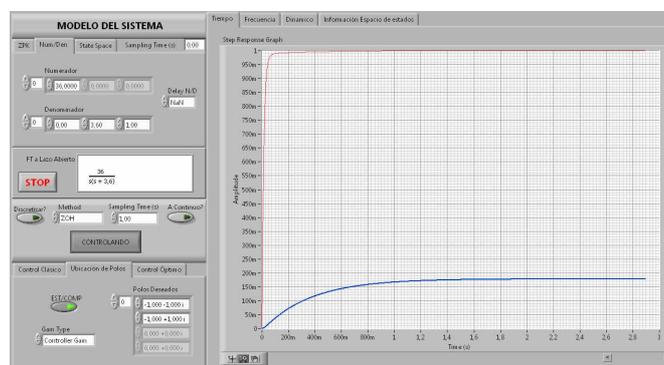


Figura 4- Panel frontal del VI Control en espacio de estados

3.3 Control discreto

Los controladores antes mencionados pueden estar en tiempo continuo o discreto, pero para poder ejecutar la simulación en el *Control Design* el modelo del sistema y el controlador deben estar en el mismo dominio. En el caso discreto, el controlador y el modelo discretizado de la planta deben ser compatibles. El VI de control discreto fue diseñado para simular el comportamiento del sistema en el dominio Z ante distintas combinaciones de tiempo y método de muestreo (ZOH, FOH, backward, preward, tustin, transformada Z entre otros). En este VI se muestra la respuesta del sistema con o sin controlador PID en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia, el diagrama de Evans y la función de transferencia discretizada $G(z)$. Adicionalmente se incorporó la sintonización de controladores PID por el método de Ziegler-Nichols para sistemas con retardo y una configuración particular de controlador llamada Deadbeat, que solo es aplicable en el dominio discreto, donde los polos a lazo cerrado del sistema son llevados al origen. En la figura 5-a se observan las respuestas al escalón del sistema estudio en tiempo continuo y discreto bajo muestreo ZOH de $T_s=0,1s$ y en la figura 5-b se muestra la respuesta de un sistema con retardo controlado por un PID sintonizado mediante Ziegler-Nichols [1,2,5].

4. CONCLUSIONES

El *Control Design Toolkit* de LabVIEW permite configurar herramientas para realizar la simulación, análisis y diseño de sistemas de control a gusto del usuario. Se puede configurar un

instrumento virtual de forma que se obtengan deseadas características de un modelo de sistema en diferentes escenarios. La plataforma es lo suficientemente robusta como para soportar diferentes representaciones de sistemas, análisis y diseño en tiempo continuo o discreto, manipulación de las características del sistema y conversión de este a distintas representaciones, aplicación de diversas estrategias de control entre otras bondades. Una atractiva característica de este ambiente de programación es la posibilidad de manejar datos de forma gráfica y tiempo real de ejecución mediante un panel frontal. Además, la programación gráfica hace de esta plataforma una herramienta amigable para estudiantes y aprendices de sistemas de control. Si se dispone de un nivel más elevado de conocimiento de sistemas de control y LabVIEW, es posible entonces programar diversas estrategias de control que sirvan como ejecutables disponibles a ser utilizados en cualquier momento.

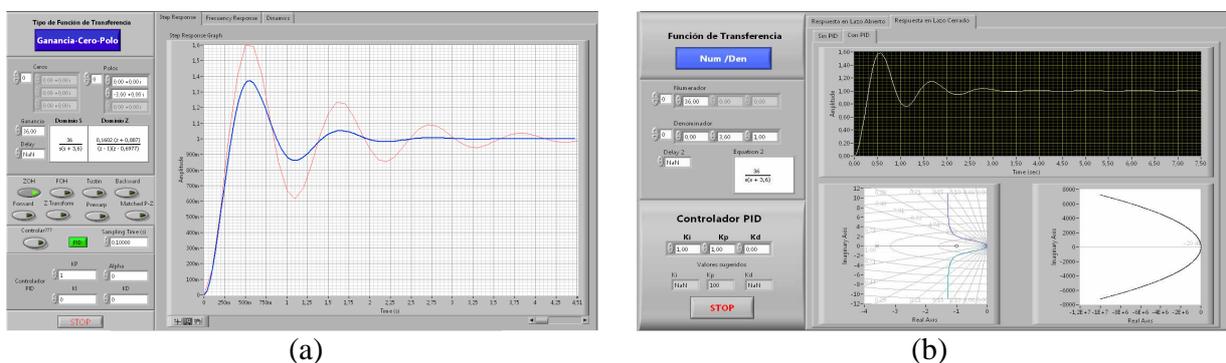


Figura 5. (a) Panel frontal de Control Discreto. (b) Panel frontal de sintonizador por Ziegler-Nichols

5. REFERENCIAS

- [1]. Astrom, K., & Wittenmark, B., *Computer Controlled Systems: Theory and Design*. 3rd ed, Upper Saddle River, New Jersey. Prentice Hal, 1997.
- [2]. Ackermann, J., *Sampled Data Control Systems*. Springer Verlag, New York. 1985.
- [3]. National Instruments Corporation, *LabVIEW Help* Austin Texas, U.S.A. 2007.
- [4]. National Instruments Corporation, *Control Design Toolkit user Manual* Austin Texas. 2004
- [5]. Phillips, C., & Nagle, T., *Digital Control System Analysis and Desing*. 3rd ed. Englewood Cliffs, New Jersey. Prentice Hall, 1995
- [6]. Phillips, C., & Harbor, R., *Feedback Control Systems*. 3rd ed. Englewood Cliffs, New Jersey. Prentice Hall, 1996
- [7]. Chen, C., *Analog and Digital Control Systems Design: Transfer Funtion, State Space and Algebraic Methods*. New York. 1999
- [8]. Nise, N., *Control Systems Engineering*. 3rd ed. Benjamin and Cummings, John Wiley & Sons, New York. 2000.
- [9]. Chen, C., *Linear Systems Theory and Desing*. New York 2002.

CINEMÁTICA INVERSA DE UN MANIPULADOR ROBÓTICO CON APRENDIZAJE REFORZADO

Jesús A. Febres

Yomar González

Miguel A. Cerrolaza

Jesus.febres@inabio.edu.ve

Yomar.gonzalez@inabio.edu.ve

Miguel.cerrolaza@inabio.edu.ve

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela

Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Resumen. *Se presenta un método de solución a la cinemática inversa para un manipulador robótico multiarticular, basado en una red neuronal artificial que utiliza como algoritmo de aprendizaje el “Aprendizaje Reforzado”. Para ello, se cuenta con una arquitectura de red particular conocida como crítico heurístico adaptativo (Adaptive Heuristic Critic – AHC). La estructura original [1] ha sido modificada con el fin de mejorar su rendimiento ante el problema propuesto: mejor discretización del espacio de las variables de entrada a la red, y manejo de variables continuas en la salida.*

Palabras claves: Aprendizaje reforzado, manipulador robótico, redes neuronales, adaptive heuristic critic.

1. INTRODUCCIÓN

La cinemática del robot estudia el movimiento del mismo con respecto a un sistema de referencia sin considerar las fuerzas que intervienen en él, por lo que la descripción analítica del movimiento espacial del robot en función del tiempo es de sumo interés, sobretodo, las relaciones entre la posición y orientación del extremo final del robot con los valores que toman sus coordenadas articulares [2].

Los estudios de modelos de manipuladores robóticos, mediante la cinemática inversa, se hacen más complejos a medida que los grados de libertad (GDL) se incrementan, a tal grado que resulta imposible la solución analítica. Para la solución de la cinemática inversa se han usado

aproximaciones numéricas con buenos resultados, mediante la aplicación de lógica difusa y redes neuronales [3].

En este trabajo se desarrolló e implementó una red neuronal entrenada con aprendizaje reforzado que proporciona la configuración en coordenadas articulares que debe adoptar el manipulador para posicionar su extremo según coordenadas cartesianas conocidas.

1.1 Redes neuronales artificiales

Una red neuronal se parece al cerebro en dos ideas básicas: la red necesita una cantidad de información para entrenarse, y las conexiones entre las neuronas almacenan la información utilizada para tomar decisiones. El proceso utilizado para adaptar las conexiones o sinapsis se llama aprendizaje.

El modelo de neurona artificial tiene cuatro elementos básicos: un conjunto de sinapsis o enlaces caracterizados por el peso; un sumador que recibe las señales de las entradas de la neurona, el cual las pondera con los respectivos pesos sinápticos y luego las suma; una función de activación o transferencia para limitar la amplitud de la salida de la neurona y una entrada directa e independiente.

El entrenamiento de una red neuronal se asemeja a las técnicas de ajustes de curvas, donde las entradas y salidas de una función son conocidas, pero la función en sí misma no lo es. El proceso de entrenamiento de una red neuronal consiste en encontrar los valores de: los pesos sinápticos que conectan las entradas a la primera capa oculta, los pesos entre las capas ocultas, y los de la capa oculta previa a la capa de salida [4].

1.2 Aprendizaje reforzado

Un aprendizaje mediante refuerzo trabaja con poca información del exterior. En él no existe un maestro que instruya sobre las salidas correctas ante determinadas entradas, pero si existe un *crítico* que proporciona una información más evaluativa que instruccional. El *crítico* proporciona una evaluación, contenida en un *índice de resultados*, de las salidas calculadas por la red en función de los objetivos marcados, pero no informa sobre cuáles son las salidas correctas.

1.3 Crítico heurístico adaptativo.

Sutton [5] desarrolló un algoritmo de aprendizaje por refuerzo que denominó crítico heurístico adaptativo, AHC (Adaptive Heuristic Critic). Su trabajo se enfocó principalmente en la construcción de un crítico adecuado para los problemas de aprendizaje mediante refuerzo.

La estructura está formada por dos componentes fundamentales, el Elemento Asociativo de Búsqueda, ASE (Associative Search Element), que se encarga de asociar a cada situación de entrada un vector de salida adecuado a la misma; y el Elemento Crítico Adaptativo, ACE (Adaptive Critic Element), que realiza la función de crítico adaptativo entregando el valor que sirve como señal de refuerzo interna para el ASE. La presencia del ACE nos permite disponer de un crítico que proporcione información suficiente sobre el *índice de resultados* de una tarea, incluso en los casos en los que la evaluación externa sea esporádica en el tiempo o esté corrompida por ruido.

2. METODOLOGÍA

2.1. Algoritmo de aprendizaje

```

función aprendizajeAHC(numInt)
  entrada:      numInt, número de iteraciones para el ciclo de entrenamiento
  estático:    w, tabla de de valores de los pesos sinápticos
                  E, conjunto de vectores de posición usados en el entrenamiento

  para k ← 1 hasta numInt hacer
     $\vec{e} \leftarrow \text{ALEATORIO}[E]$  //Se escoge aleatoriamente un vector de posición e
     $\vec{a} \leftarrow \text{ACTIVACIÓN}[\vec{e}]$  //Se calcula el vector de actividad a correspondiente al
                                     //estado e
     $p := \sum_j v[j] * a[j]$  //El ACE calcula el valor de evaluación estimado p
     $\hat{r} := \frac{1}{1+e^{-\alpha_1 * p}}$  //El ACE calcula la recompensa interna  $\hat{r}$ 
     $\sigma := 1 - \hat{r}$  //Se calcula la varianza  $\sigma$  usada por el ASE
    para i ← 1 hasta numSal hacer
       $g^R[i] := \sum_j w[i][j] * a[j]$  //El ASE calcula el valor recomendado
                                     //de las salidas
       $g^F[i] := N(g^R[i], \sigma)$  //Calculo estocástico de las salidas
                                     //(coordenadas articulares)
    fin para
     $\vec{c} \leftarrow \text{CINEMÁTICA\_DIRECTA}[\vec{g}^F]$  //Se calcula la posición  $\vec{c}$  correspondiente a
                                                  //las coordenadas articulares  $\vec{g}^F$ 
     $r_{ext} := e^{-\alpha_2 * \|\vec{e} - \vec{c}\|}$  //Se calcula la recompensa externa en función de la distancia
                                         //entre la posición deseada  $\vec{e}$  y la posición calculada  $\vec{c}$ 
    para j ← 1 hasta dimension(v) hacer
       $v[j] += \beta * (r_{ext} - \hat{r}) * a[j]$  //Se actualiza el vector  $\vec{v}$ 
      para i ← 1 hasta numSal hacer
         $w[i][j] += \sigma * (r_{ext} - \hat{r}) * (g^F[i] - g^R[i]) * a[j]$  //Se actualizan
                                                                      //los pesos w
      fin para
    fin para
  fin para

```

Figura 1 – Algoritmo de aprendizaje utilizado.

Cada iteración del ciclo de aprendizaje se comienza escogiendo aleatoriamente una posición deseada \vec{e} . Luego se calcula el vector de actividad \vec{a} de dicha posición.

El ACE proporciona un valor de evaluación estimado p para calcular la recompensa interna \hat{r} . Este último valor es utilizado para calcular la varianza σ .

La salida en cada estado, es un vector de valores continuos que representan las coordenadas articulares del manipulador, estos son determinados estocásticamente con unidades SRV (Stochastic Real Valued units) [6]. Cada nodo de salida i del ASE calcula un valor recomendado $g^R[i]$ para la salida como la suma ponderada de los pesos w . Los valores finales de la salida \vec{g}^F se calculan haciendo uso de una distribución normal centrada en los valores recomendados \vec{g}^R y con varianza σ .

Con el modelo de cinemática directa, se consigue la posición \vec{c} correspondiente a las coordenadas articulares \vec{q}^F proporcionadas por la red. Luego se calcula la recompensa externa r_{ext} tomando en cuenta la distancia entre la posición deseada \vec{e} y la posición \vec{c} calculada con la red neuronal. La función utilizada garantiza que el valor de la recompensa externa se encuentra entre 0 y 1, alcanzando su máximo cuando la distancia es cero (0).

Tomando en cuenta la señal de evaluación \hat{r} provista por el ACE y la señal de recompensa externa r_{ext} , el ASE y el ACE se actualizan, para poder adoptar las variaciones que hayan dado resultados positivos y rechazar aquellas que los den negativos.

2.2. Modelos cinemáticos directos

Para obtener los modelos se utilizó la representación Denavit-Hartenberg (D-H) [7].

Se modelaron dos manipuladores genéricos. Caso 1: robot planar de dos (2) grados de libertad (GDL) rotatorios; Caso 2: robot polar (dos (2) GDL rotatorios y uno (1) prismático).

A continuación se presentan las ecuaciones para la cinemática directa en ambos casos.

Caso 1	Caso 2
$\vec{p} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1 * \cos(q_1) + l_2 * \cos(q_1 + q_2) \\ l_1 * \sin(q_1) + l_2 * \sin(q_1 + q_2) \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{p} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -q_3 * \cos(q_1) * \sin(q_2) \\ -q_3 * \sin(q_1) * \sin(q_2) \\ q_3 * \cos(q_2) + l_1 \end{pmatrix}$

Tabla 1 – Ecuaciones de los modelos cinemáticos.

Donde q_1, q_2, q_3 representan las coordenadas articulares; \vec{p} es el vector posición; y l_i es la longitud de la articulación i .

3. SIMULACIÓN Y RESULTADOS

Los valores de los parámetros utilizados en las simulaciones se muestran en la siguiente tabla:

	<i>numInt</i>	α_1	α_2	β	$l_1(\text{cm})$	$l_2(\text{cm})$
Caso 1	500.000	0,1	0,1	0,1	100,0	100,0
Caso 2	1.000.000	0,1	0,1	0,1	100,0	--

Tabla 2 – Valores de los parámetros utilizados en la simulación.

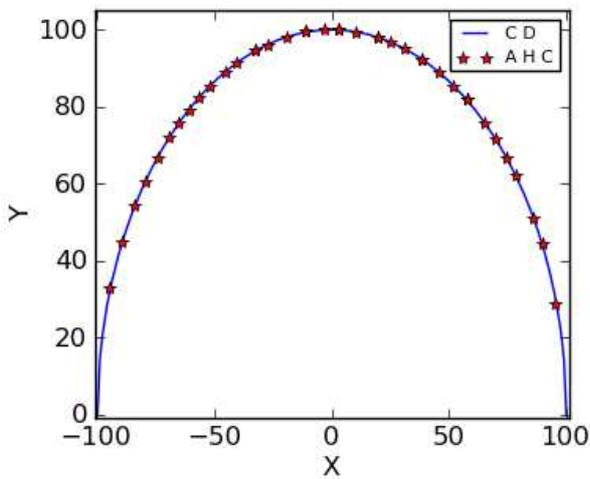
Una vez entrenada la red para una trayectoria determinada, se le introducen como entrada las coordenadas cartesianas de 39 puntos por donde el extremo del robot debe pasar. En las Tablas 3 y 4 se muestra el error relativo de cada una de las coordenadas de 4 de estos puntos, para el Caso 1 y el Caso 2, respectivamente. La trayectoria deseada y las posiciones calculadas con la red neuronal para seguir dicha trayectoria son mostradas en la Figura 2.

<u>x_teorico(cm)</u>	<u>y_teorico(cm)</u>	<u>x_red(cm)</u>	<u>y_red(cm)</u>	<u>error_x</u>	<u>error_y</u>
-75,00	66,14	-74,18	66,69	0,010	0,008
-20,00	97,98	-19,60	98,09	0,020	0,001
20,00	97,98	19,84	98,02	0,008	0,0004
75,00	66,14	74,78	66,53	0,004	0,006

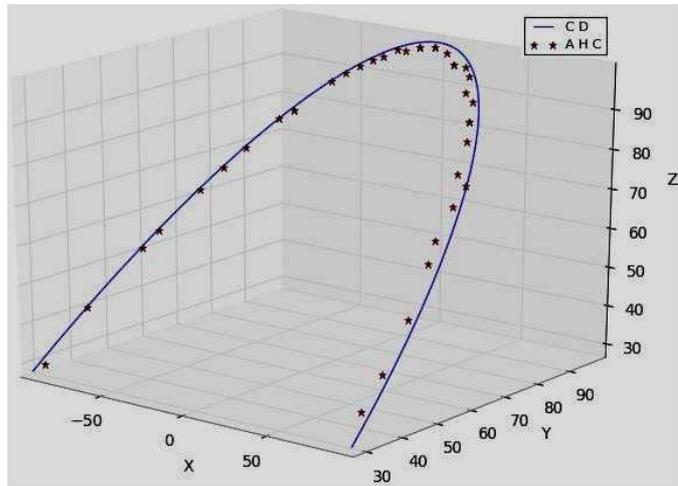
Tabla 3 – Valores cinemáticos teóricos y calculados con la red neuronal para el Caso 1.

x_teorico (cm)	y_teorico (cm)	z_teorico (cm)	x_red (cm)	y_red (cm)	z_red (cm)	error_x	error_y	error_z
-75,00	66,14	66,14	-71,83	64,42	66,14	0,042	0,026	0,000
-20,00	97,98	97,98	-18,68	96,82	97,60	0,066	0,012	0,004
20,00	97,98	97,98	18,35	95,17	96,71	0,082	0,029	0,013
75,00	66,14	66,14	71,77	63,19	65,37	0,043	0,045	0,011

Tabla 4 – Valores cinemáticos teóricos y calculados con la red neuronal para el Caso 2.



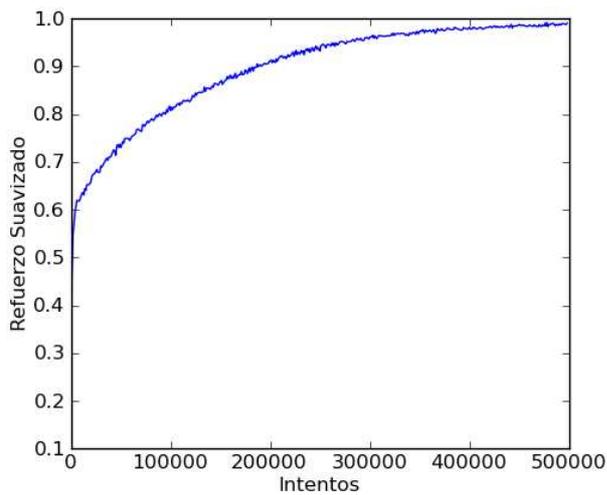
(a)



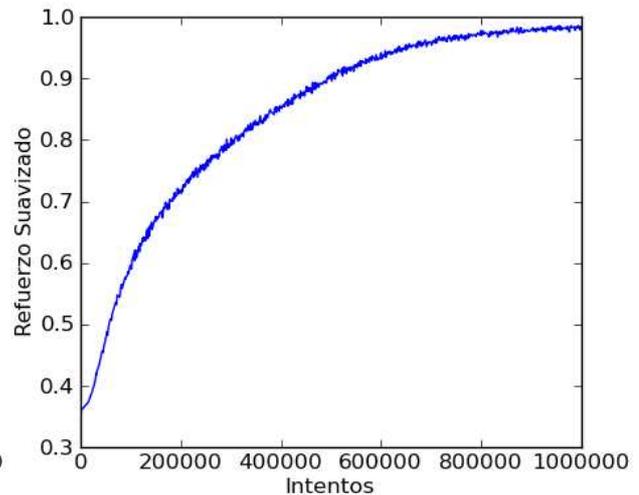
(b)

Figura 2 – Gráficas de las curvas teóricas (CD) y las posiciones calculadas por la red (AHC).

(a) Caso 1: 2D. (b) Caso 2: 3D



(a)



(b)

Figura 3 – Índice de resultados. (a) Caso 1. (b) Caso 2

La eficiencia de la red fue medida considerando el valor del refuerzo suavizado. Dicho esfuerzo se calculó en cada paso de entrenamiento, como el promedio del valor de la recompensa externa r_{ext} en las últimas 1000 iteraciones.

En la Figura 3 se puede observar que el índice de resultados converge a 1, a medida que aumentan los intentos realizados por la red. Se aprecia que en el Caso 1, donde el espacio de entrada a la red es menor, la velocidad de dicha convergencia es mayor.

2. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

De los resultados del proceso de entrenamiento y la prueba de la red neuronal en el seguimiento de la trayectoria encontró que para un manipulador planar de 2 GDL y uno polar de 3 GDL, la red AHC presentada, constituye una solución eficiente al problema no lineal de la cinemática inversa, consiguiendo valores del índice de resultados mayores 0,98 de manera rápida y sin necesidad de recurrir a la solución analítica.

Así mismo, la convergencia a la solución, lo que equivale al aumento de la precisión en los cálculos de la posición, podría ser mayor si se aumentan los ciclos de entrenamientos y se considera un espacio de entrada con una discretización mas fina. Sin embargo, esto acarrearía costos computacionales elevados.

Por último, se puede decir que la red entrenada puede ser utilizada para generar el muestreo de la trayectoria en coordenadas articulares que sirvan como referencias en el control dinámico, en donde se consideran fuerzas y torques.

REFERENCIAS

- [1]. Barto, A., Sutton, R., & Anderson, C., Neuronlike elements that can solve difficult learning control problems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. SMC-13, n. 5, pp. 835-846, 1983.
- [2]. Barrientos, A., Peñín, L., Balaguer, C. & Aracil, R., *Fundamentos de Robótica*. McGraw-Hill, 2007
- [3]. Alsina, P., & Gehlot, N., Direct and inverse kinematics of robotic manipulator based on modular neural networks. *International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*, vol. 3, pp. 1743-1749, 1994.
- [4]. Haykin, S., *Neural Networks, A Comprehensive Foundation*. Prentice Hall, 2005
- [5]. Sutton, R., *Temporal Credit Assignment in Reinforcement Learning*. PhD thesis, University of Massachusetts, Amherst, 1984.
- [6]. Gullapalli, V., A stochastic reinforcement learning algorithm for learning real-valued functions. *Neural networks*, vol. 3, n. 6, pp. 671-692, 1990.
- [7]. Girosi, F., & Poggio, T., Networks and the Best Approximation Property. *Biological Cybernetics*, vol. 63, pp. 169-176, 1989.

ELEMENTOS FINITOS APLICADOS AL ESTUDIO DE DISCONTINUIDADES DEL MACIZO ROCOSO DE LA AUTOPISTA RAFAEL CALDERA

Janisse N. Vivas

Vanessa A. Fernandez

Norly T. Belandria

María E. Elberg

vivasjanisse@gmail.com

Grupo de Investigación en Geología Aplicada, GIGA Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Geológica, Departamento de Geomecánica. Núcleo La Hechicera, Edificio de Ingeniería, Ala Oeste, Nivel II. Mérida, Venezuela.

Abstract. *El trabajo realizado se basa en analizar el modelado numérico geológico de las discontinuidades presentes en el macizo rocoso ubicado en la autopista Rafael Caldera que se encuentra en el Estado Mérida, al Occidente de Venezuela. La metodología aplicada se basa en reconocimiento de campo y análisis de muestras en laboratorio para obtener los parámetros geomecánicos a ser utilizados en la simulación, utilizando el método de Elementos Finitos a través del programa comercial ABAQUSTM. Se realizan modelos elásticos en dos y tres dimensiones con geometrías y características físico-naturales obtenidas durante el trabajo de campo. Los resultados muestran valores de Módulo de Elasticidad y de relación de Poisson acorde con los datos bibliográficos para el tipo de roca presente en la zona. Se obtienen también las distribuciones de esfuerzos y deformaciones en la zona de estudio determinando las características geológico-estructurales del área junto con las clasificaciones geomecánicas estimando el comportamiento de las discontinuidades, posibles comportamientos anómalos y eventuales colapsos. Las conclusiones principales señalan la clasificación geomecánica como un macizo rocoso de buena calidad confirmado con ensayos de compresión simple. También son analizadas zonas susceptibles a plasticidad con valores cercanos a los límites no permitidos. La zona en estudio es una de las principales arterias viales de Venezuela, y el impacto económico-ambiental en caso de colapso es importante y por ende este sector debe ser altamente controlado.*

Key words: Geomecánica, Elementos finitos, Impacto económico-ambiental.

1. INTRODUCCIÓN

La matriz rocosa, a pesar de considerarse continua, presenta un comportamiento heterogéneo y anisótropo ligado a su fábrica y microestructura mineral, es por esto que a través de este

proyecto se pretende, mediante el empleo de la simulación geomecánica, basada en la aplicación del Método de Elementos Finitos (MEF), analizar las discontinuidades del macizo rocoso ubicado en el Túnel Santa Teresa - Autopista Rafael Caldera, a través de la generación de modelos tanto bidimensionales como tridimensionales que permitan predecir el comportamiento geomecánico del macizo rocoso, cuya actividad afecta de manera directa la arteria vial, que representa la principal comunicación terrestre de la ciudad de Mérida con el resto del país.

2. OBJETIVOS

2.1. Objetivo General

Analizar el comportamiento de las discontinuidades del macizo rocoso presentes en el Túnel Santa Teresa, Autopista Rafael Caldera, Estado Mérida a través del Método de Elementos Finitos.

2.2. Objetivos Específicos

Los objetivos Específicos planteados en esta investigación son los siguientes:

- Realizar modelos bidimensionales y tridimensionales utilizando el programa ABAQUS[™] mediante el Método de Elementos Finitos para las discontinuidades ubicadas en la Autopista Rafael Caldera.
- Comparar los resultados obtenidos de los modelos elásticos en 2D y 3D de las discontinuidades ubicadas en el macizo rocoso en estudio para cuantificar posibles variaciones entre los resultados obtenidos por los modelos.

3. METODOLOGÍA

Esta investigación se desarrolla en cinco etapas. La primera corresponde a los estudios preliminares, dentro de los cuales se recolecta la información referente a la zona de estudio. Seguidamente se realiza la etapa de campo, en la cual se establece el reconocimiento de la zona en conjunto con el levantamiento de campo pertinente. La tercera etapa corresponde a la etapa de laboratorio, a través de la cual se obtienen los datos de Módulo de Elasticidad, Coeficiente de Poisson y Densidad. Por su parte la cuarta etapa, corresponde al modelado y simulación, se crean las geometrías, se verifican las condiciones de borde y cargas para generar los modelos de acuerdo a los parámetros obtenidos en las etapas precedentes. Por último, en la quinta etapa se analizan los resultados obtenidos, permitiendo obtener conclusiones luego de la aplicación de la metodología.

3.1. Estudios Preliminares

Práctica de ejercicios en ABAQUS[™]. Recopilación e interpretación de la información bibliográfica, cartográfica, fotogeológica y data digital. Entre los mapas consultados se pueden mencionar:

- Mapa Carretera Mérida El Vigía-Estanques. Escala 1:25.000 Mérida-Venezuela.
- Mapa Geológico de la Región de Tovar-Guaraque-Mesa Bolívar y Bailadores. Escala 1:50.000. Mérida-Venezuela.

- Mapa carretera Mérida-Panamericana, sector Estanques-El Vigía. Escala 1:2500. Mérida-Venezuela.
- Fotografías Aéreas a escala 1:10.000, correspondientes al vuelo 010255, donde las fotografías analizadas corresponden a las enumeradas como 381 a la 386. Con la finalidad de identificar patrones estructurales, tipos de drenaje presentes, litología, principales zonas, entre otros rasgos.

3.2. Etapa de Campo

En esta etapa se realizó el reconocimiento del área de estudio en conjunto con la información bibliográfica obtenida en la fase preliminar, además se divide la zona perteneciente al Granito de El Verdalito en el Edo. Mérida, en dos sectores; determinándose para cada uno de los sectores las características correspondientes a cada una de las familias de discontinuidades encontradas en la zona, esto es; identificación de la litología presente, rumbos y buzamientos, entre otros rasgos, con la finalidad de utilizar estos datos durante la etapa de modelado y simulación.

3.3. Etapa de Laboratorio

Durante esta etapa se realizan ensayos de compresión uniaxial a muestras de roca granítica encontradas en la zona de estudio, de igual manera se determinan los parámetros geomecánicos que deben ser incluidos al programa y se comprueba la litología existente.

3.4. Etapa de Modelado

A través del software ABAQUS TM se diseñan los modelos, lo cual permite la creación de partes, particiones, secciones, creación de materiales y la adaptación del mallado. Se aplican las cargas y condiciones de borde, los cuales constituyen los apoyos externos de la estructura y que dependen del análisis que se realice y las características del modelo.

3.4.1. Definición de la Geometría y de los Materiales empleados en los modelos.

Los modelos se realizan utilizando los datos obtenidos durante las etapas de campo. Las geometrías definidas corresponden a valores tomados en campo y expresados en metros (m) en el Sistema Internacional (SI). Una vez definida la geometría, se procede a la definición de los materiales, indicando: el nombre del material, sus propiedades mecánicas y finalmente su asignación dentro de la geometría creada.

La tabla 1 presenta el tipo de material empleado para la realización de los modelos, así como las propiedades geomecánicas relacionadas con el material tales como Módulo de Elasticidad E , Relación de Poisson μ , Densidad γ , presentes en el macizo rocoso y que han sido determinadas previamente en la etapa de laboratorio.

3.4.2. Condiciones generales para los modelos: Cargas y Condiciones de Borde

Las cargas consideradas para los modelos están relacionadas con el peso litostático suprayacente, así como también con el peso ejercido por la acción de la gravedad, ambos pesos se consideran

Tabla 1: Parámetros Geomecánicos empleados para la simulación geomecánica

Sector	$E(\text{Pa})$	μ	$\gamma(\text{Kg}/\text{m}^3)$
1, 2	$2,5 \cdot 10^{10}$	0,30	2700

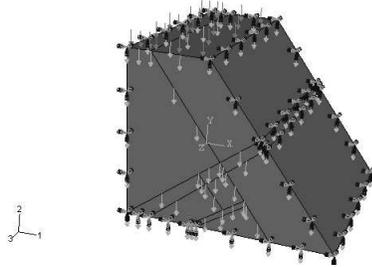


Figura 1: Condiciones de borde y cargas aplicadas al Modelo 1 del Sector 1.

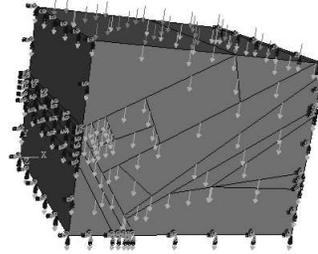


Figura 2: Condiciones de borde y cargas aplicadas al Modelo 2 del Sector 2.

inmersos dentro de un paso geostático, con la finalidad de garantizar que las condiciones iniciales propuestas para el modelo estén en equilibrio.

3.4.3. Condición de Mallado

Se obtiene el mallado por calibración de resultados, buscando la zona de convergencia del mismo en cada modelo en estudio.

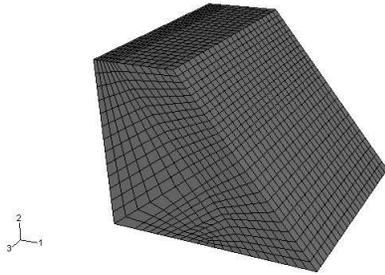


Figura 3: Mallado no deformado para el Modelo 1 del Sector 1.

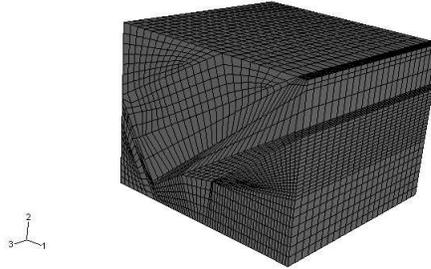


Figura 4: Mallado no deformado para el Modelo 2 del Sector 2.

4. RESULTADOS

Los resultados obtenidos a través del programa son representados en una escala de degradación de grises, representándose los valores extremos acorde a la degradación del color, señalando las magnitudes mayores y menores de las variables solicitadas. El sistema de referencia para los modelos bidimensionales se encuentra orientado por los ejes (X) y (Y), mientras que en el caso de los modelos tridimensionales éste se halla orientado por los ejes (X), (Y) y (Z).

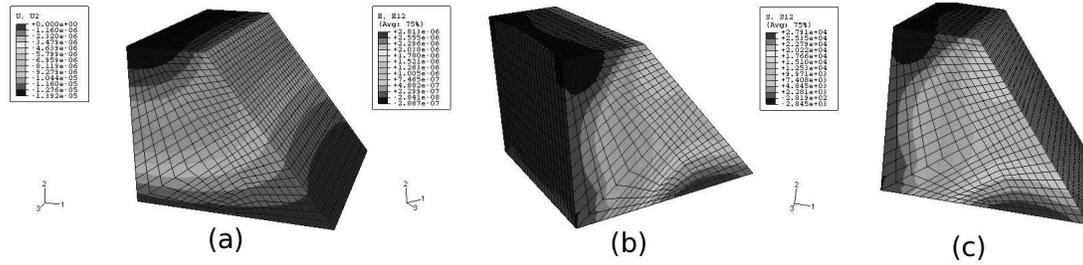


Figura 5: (a) Concentraciones máximas de Desplazamientos (U); (b) Deformaciones (E) y (c) Esfuerzos (S) para el Sector 1.

Tabla 2: Resultados para los modelos del Sector 1

Parámetro Máximo Representado	Base	Tope
Desplazamiento (U2)	0	$1,392 \cdot 10^{-5}$
Deformaciones (E12)	$2,813 \cdot 10^{-6}$	$-2,867 \cdot 10^{-7}$
Esfuerzos (S12)	$2,791 \cdot 10^4$	$-2,845 \cdot 10^3$

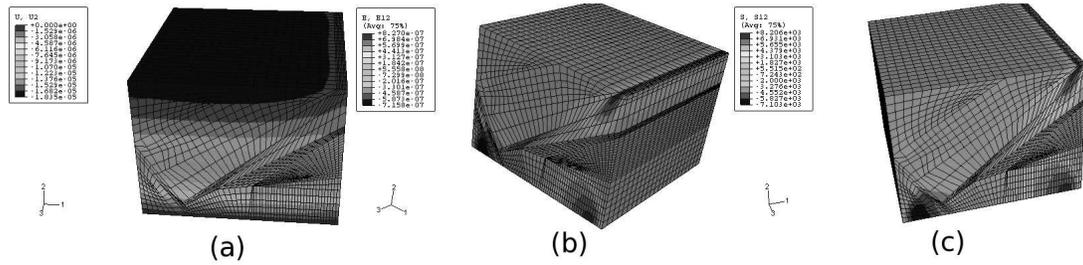


Figura 6: (a) Concentraciones máximas de Desplazamientos (U); (b) Deformaciones (E) y (c) Esfuerzos (S) para el Sector 2.

Tabla 3: Resultados para los modelos del Sector 2

Parámetro Máximo Representado	Base	Tope
Desplazamiento (U2)	0	$-1,835 \cdot 10^{-5}$
Deformaciones (E12)	$8,270 \cdot 10^{-7}$	$8,270 \cdot 10^{-7}$
Esfuerzos (S12)	$8,206 \cdot 10^3$	$8,206 \cdot 10^3$

5. CONCLUSIONES

En el Modelo 1, correspondiente al Sector 1; las mayores deformaciones se muestran máximas en la dirección del eje Y hacia los planos que definen las discontinuidades pertenecientes a la Familia 2. Los esfuerzos al igual que las deformaciones, afectan mayoritariamente a los planos que definen la Familia de discontinuidades 2 y hacia la zona que define la familia de discontinuidades 4, como resultado de su complicada geometría.

En el Modelo 2 generado para el Sector 2; los desplazamientos máximos representados se posan

sobre la dirección vertical, hacia el tope del modelo donde su máximo valor es de 0,01835 mm. Mientras que las deformaciones máximas presentan un comportamiento similar al de los esfuerzos máximos, aplicando su mayor valor sobre las discontinuidades enumeradas como 3, 4 y 5 para este sector, donde las máximas magnitudes se dan en el Plano XY correspondientes a un valor de 238200 Pa.

Por lo tanto luego de realizar el análisis numérico de las discontinuidades, resulta importante mencionar que dichas discontinuidades presentes en el macizo rocoso ubicado en la Autopista Rafael Caldera del Estado Mérida en Venezuela a pesar de presentarse en gran número, no muestran riesgos geológicos apreciables, señalando que el macizo rocoso es de buena calidad, lo que también se logra corroborar mediante ensayos de compresión simple. Además, ninguno de los modelos sobrepasan el límite establecido, donde comienza el régimen plástico en la mayoría de las rocas, es decir 0,003, corroborándose que para estos modelos las deformaciones se dan en condiciones netamente elásticas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores de este trabajo quieren agradecer al Consejo de Desarrollo Científico Humanístico y Tecnológico, CDCHT, por el apoyo dado a esta trabajo con el proyecto denominado “Modelo Numérico del Comportamiento de las Discontinuidades del Macizo Rcoso presente en el Túnel Santa Teresa Autopista Rafael Caldera, Estado Mérida”, bajo el número **I-1192-09-02-F**.

REFERENCIAS

- [1] ELBERG, M. E. y FEBRES, H. Proceso automatizado de refinamiento H-adaptativo usando índices de energía de deformación. *Ciencia e Ingeniería*, sep-dic. 2004, vol.25, no.3, p.143-148. ISSN 1316-7081.
- [2] SOSA, GRELYS, ALAM, MARÍA Y ELBERG, MARÍA. Aplicación del método de elementos finitos en la simulación de zonas susceptibles a movimientos de masa en la franja costera del Estado Carabobo, Venezuela. *Ciencia e Ingeniería*, abr. 2008, vol.29, no.2, p.199-206. ISSN 1316-7081.
- [3] LIU, G.R., The Finite Element Method: A practical course. *Elsevier Science*, 2003.
- [4] ABAQUS USER'S MANUAL, volumes I, II and III, version 6.1. *Hibbitt, Karlsson and Sorensen Inc*, 2000.
- [5] GONZÁLEZ DE VALLEJO., L. FERRER, M., ORTUÑO, L., OTEO, C., Ingeniería Geológica, Madrid, España. *Pearson Educación, S.A.*, 2002.
- [6] CHANDRUPATLA, T., BELENGUNDU, A., Elemento Finito de la Ingeniería, Segunda Edición, México. *Prentice may*, 1999.

**MODELADO GEOFISICO A TRAVES DE SISMICA DE REFRACCION
UTILIZANDO LA TECNICA DEL TRAZADO DE RAYOS, DEL AREA
METROPOLITANA DE LA CIUDAD DE MERIDA, VENEZUELA**

Milgreya S. Cerrada

Stephanie T. Klarica

milgreya@ula.ve

klarica@ula.ve

Grupo de Investigación en Geología Aplicada, Departamento de Geomecánica, Escuela de Ingeniería Geológica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes

Grupo de Geofísica, Departamento de Física, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes

Carlos E. Reinoza

creinoza@funvisis.gob.ve

Fundación Venezolana de Investigaciones Sismológicas, Departamento de Sismología.

Resumen. *El presente estudio se realizó en el Área Metropolitana de la ciudad de Mérida, Venezuela, que constituye un centro urbano ubicado en los Andes venezolanos que es un buen ejemplo de área sometida a riesgos múltiples (sismos, movimientos de masa y crecidas torrenciales). El objetivo principal del estudio es conocer las propiedades (velocidades de propagación de las ondas) de las capas más superficiales de la ciudad a partir de datos de sísmica de refracción. Se realizaron 62 perfiles sísmicos durante los años 2007 y 2009, obteniéndose modelos de las capas más someras con velocidades para las ondas P entre 450m/s y 3047m/s y velocidades para las ondas S entre 153m/s y 1760m/s; lo que permitió elaborar mapas de velocidades para las ondas P y S de toda el área de estudio. La clasificación del tipo de suelo se realizó a partir de la norma COVENIN 1756-01: 2001, indicando que los sedimentos que conforman el área de estudio son del tipo S1 y S2, lo que corresponde a suelos duros o densos.*

Palabras claves: *Mérida, Refracción, Modelos, Sísmica, Velocidad de las ondas.*

1. INTRODUCCIÓN

La sísmica de refracción representa una herramienta que actualmente se aplica para estudios de microzonificación sísmica que junto a otros métodos geofísicos permite conocer los efectos de sitios, así como también el comportamiento del terreno ante un evento sísmico. La zona de estudio se ubica en el Área Metropolitana de Mérida, según poligonal del Ministerio de Desarrollo Urbano Resolución N°3001, en donde se encuentran los municipios Libertador, Santos Marquina y Campo Elías, dicha área representa una extensión aproximada de 200km² (ver figura. 1). Este trabajo consiste en realizar un estudio geofísico mediante el análisis de perfiles sísmicos de refracción con el fin de conocer la distribución de las velocidades de las ondas P y S de las capas más superficiales a través del método de trazado de rayo, el cual usa una eficiente solución numérica para la determinación automática del ángulo de los rayos de las ondas sísmicas y la simulación del comportamiento de los límites de las capas del subsuelo. (Zelt, 1992).

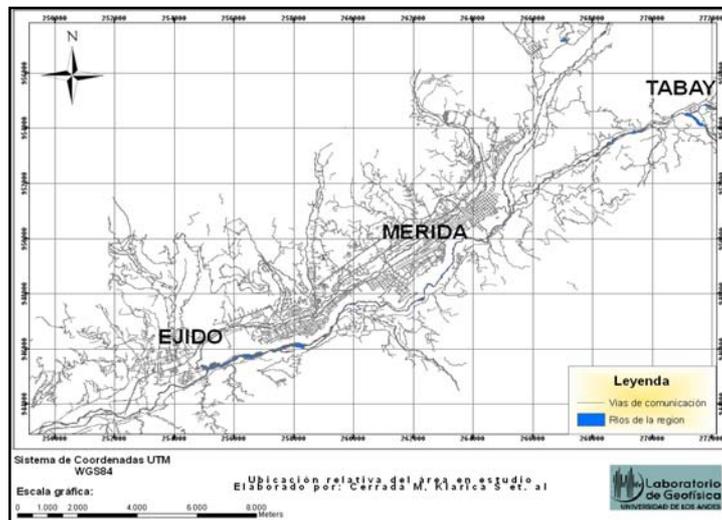


Figura 1- Ubicación relativa del área

2. METODOLOGÍA

2.1 Adquisición de los datos

Se adquirió un total de 62 perfiles sísmicos. (Guillen, R. (2008), Yegres, L y Ochoa, Y (2009), Zambrano, M (2009)), ver la figura 2. Para establecer los lugares en donde se realizaron los perfiles se tomaron en cuenta criterios como: zonas de fácil acceso, zonas de extensión suficiente para desplegar en línea recta el perfil sísmico, libre de obstáculos, con una topografía regular y condiciones climáticas favorables. Para la adquisición de los perfiles para las ondas P y para las ondas S, se colocaron 5 puntos de disparos distribuidos de manera homogénea a lo largo del tendido, dándose golpes verticales sobre una placa metálica con una mandarina de 5 kg, para obtener las ondas p, en el caso de la adquisición de las ondas S, se golpeó con una mandarina de forma horizontal sobre una punta de eje plantada en el subsuelo. Para la adquisición de los datos sísmicos se empleó el un sismógrafo Geode (marca Geometrics), cuarenta y ocho (48) geófonos verticales y 48 geófonos horizontales, además de otros accesorios como: GPS (Sistema de Posicionamiento Global), baterías, cableado de conexión entre geófonos, caja de interfaz, cinta métrica, entre otros.

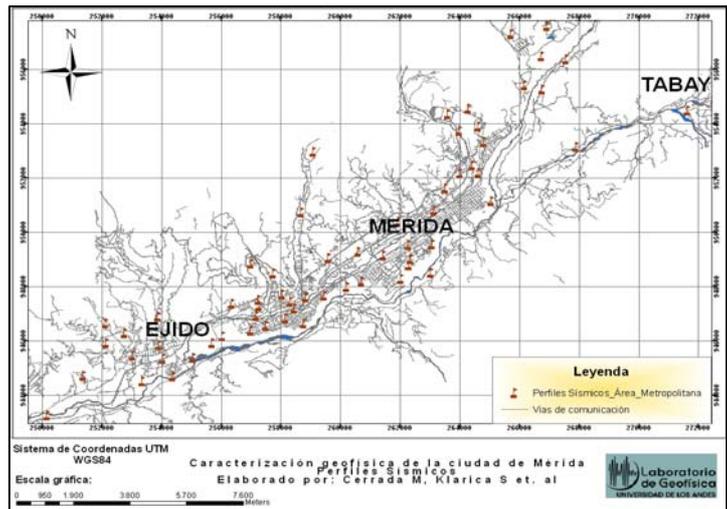


Figura 2- Perfiles sísmicos realizados.

2.2 Procesamiento e interpretación de los datos

El procesamiento de los datos sísmicos se llevó a cabo en las siguientes fases: selección de las primeras llegadas de las ondas sísmicas (P y S) y generación de los modelos de velocidad 2D. Para realizar este procesamiento se utilizó el programa comercial Reflex, versión 3.0, el cual permitió realizar los diversos análisis de los datos sísmicos: selección de las primeras llegadas, elaboración de las curvas camino-tiempo y de los modelos de velocidad 1D, así mismo el filtrado de la data para mejorar la relación señal-ruido. Para la realización de los modelos 2D se utilizó el paquete RAYINVR, este programa computacional es desarrollado en la plataforma UNIX, que emplea un algoritmo para el trazado de rayos y calculo de amplitudes en un medio bidimensional basándose en un modelo de velocidad parametrizado (Zelt y Smith, 1992). Todos los modelos fueron interpretados bajo los principios o leyes que conforman la base para la interpretación de los datos de refracción sísmica (ley de las velocidades aparentes, principio de reciprocidad, entre otros), y sobre todo teniendo en cuenta a las condiciones geológicas del área en estudio.

3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

A continuación se muestra uno de los 62 perfiles sísmicos, realizado en el Country Club de la ciudad de Mérida, la figura 3 y 4 muestran los modelos 2D generados.

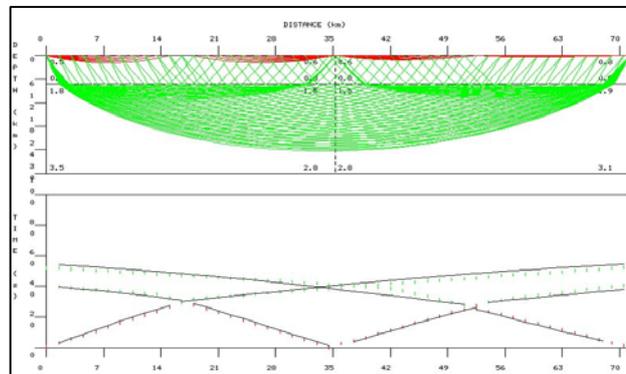


Figura 3- Perfil Country club. Modelo 2D para la onda P.

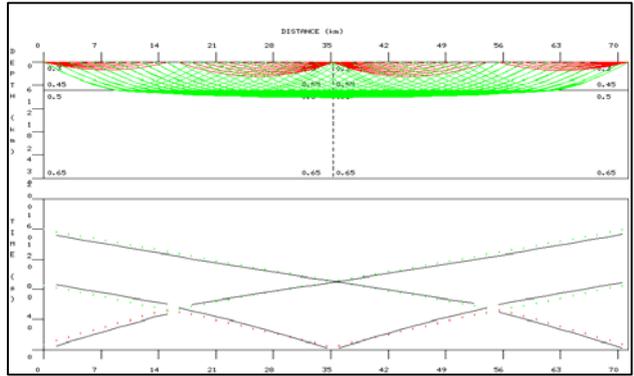


Figura 4- Perfil Country club. Modelo 2D para la onda S.

En general, se observan en los modelos dos capas con espesores que varían entre 2 m y 10 m. Las figuras 5, 6, 7 y 8; muestran la distribución de las velocidades para las ondas P y para las ondas S; en lo que respecta a las ondas P, oscilan entre 450 m/s y 1338 m/s para la primera capa y 909 m/s y 3047 m/s para la segunda capa, las velocidades de las ondas S oscilan entre 153m/s – 745 m/s y 362 m/s – 1760 m/s para la primera y segunda capa respectivamente. Observandose una importante variedad en las velocidades debido a la acumulación desordenada de sedimentos provenientes de las formaciones Mucujún, La Quinta, Palmarito y la Asociación Sierra Nevada, y un menor aporte de las formaciones Sabaneta, Capacho, La Luna, San Javier y Aguardiente.

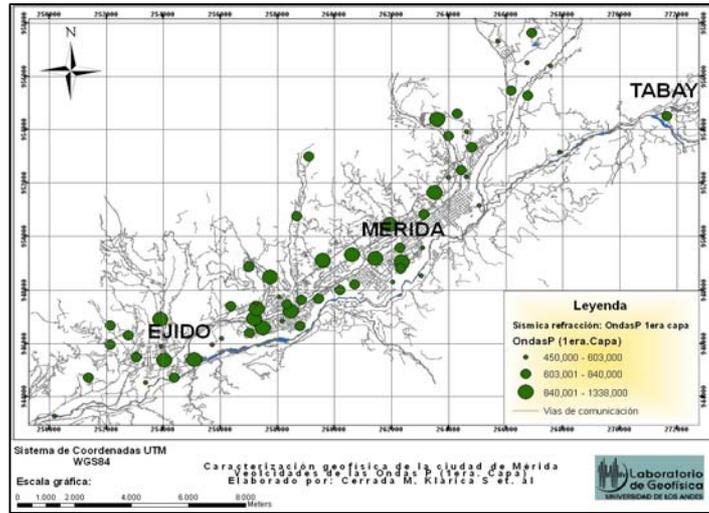


Figura 5- Distribución de las velocidades para las ondas P (1era.Capa).

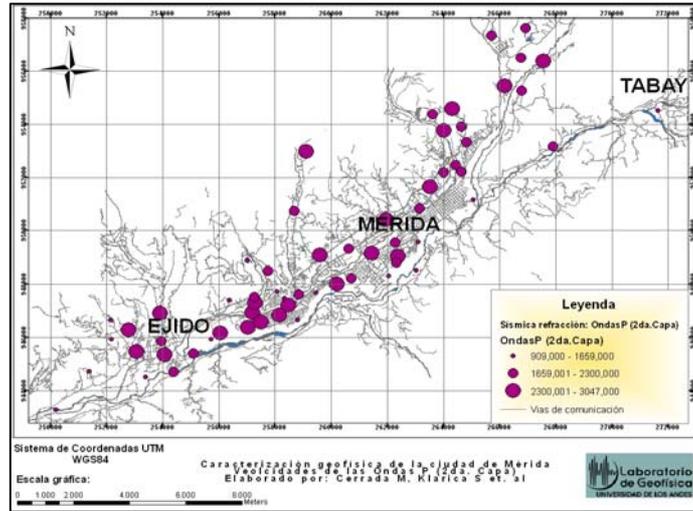


Figura 6- Distribución de las velocidades para las ondas P (2da.Capa).

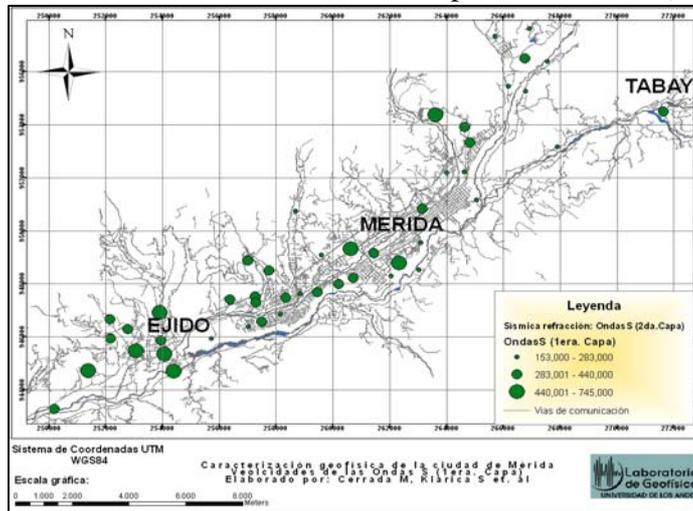


Figura 7- Distribución de las velocidades para las ondas S (1era.Capa).

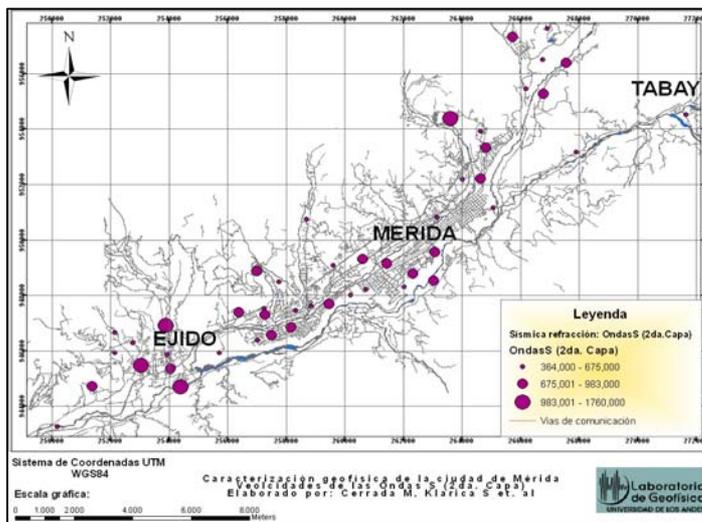


Figura 8- Distribución de las velocidades para las ondas S (2da.Capa).

4. CONCLUSIONES

La distribución de las velocidades en el Área Metropolitana de Mérida se encuentran para las ondas P entre 450 m/s y 3047 m/s y las velocidades para las ondas S en 153 m/s y 1760 m/s

El uso del trazado de rayo es de gran importancia porque permite generar modelos más adaptados a la realidad del área en estudio.

Se observa un carácter heterogéneo de las velocidades tanto para las ondas P como para las ondas S en la primera capa, demostrando que corresponden a una capa de relleno con niveles de meteorización y compactación diferentes con respecto a la zona medida. Para la segunda capa, se observan más homogéneos valores para las ondas P y S que se correlacionan con los diferentes sedimentos depositados sobre la terraza de Mérida.

AGRADECIMIENTOS

Manifestamos nuestro agradecimiento al C.D.C.H.T de la ULA y FUNDAPRIS por haber financiado este estudio.

REFERENCIAS

- [1]. Zelt, C., & Smith, R., Seismic travelttime inversion for 2D crustal velocity structure. *Geophysics. J. Int* 108, pp. 16-34, 1992.
- [2]. Guillen, R., *Comparación de perfiles de velocidad de ondas P y S obtenidos por el método sísmico de refracción medidos en la zona norte de la ciudad de Mérida – Venezuela*. Trabajo Final de Grado, Universidad de Los Andes, 2008.
- [3]. Yegres, L., & Ochoa, Y., *Caracterización geofísica del subsuelo de la zona noreste del Área Metropolitana de Mérida, a partir de la adquisición de datos de ruido sísmico ambiental y sísmica de refracción*. Trabajo Especial de grado, Universidad de Los Andes, 2009.
- [4]. Zambrano, O., *Determinación del modelo geofísico del subsuelo mediante la aplicación de datos de ruido sísmico ambiental y sísmica de refracción de la zona suroeste del Área Metropolitana de Mérida*. Trabajo final de grado, Universidad de Los Andes, Mérida, 2009.

SIMULACIÓN GEOMECÁNICA APLICADA AL ANÁLISIS DE EFECTOS DE SÍTIO EN TALUDES UBICADOS AL MARGEN DE LA CIUDAD DE MÉRIDA EN VENEZUELA

Grelys A. Sosa

sosarely@ula.ve

Grupo de Investigación en Geología Aplicada, GIGA. Departamento de Geomecánica. Escuela de Ingeniería Geológica. Facultad de Ingeniería. Universidad de Los Andes. Edificio de Ingeniería, Nivel II, Ala Oeste. La Hechicera. Mérida – Venezuela.

Resumen. *La Ciudad de Mérida, en Venezuela, cuenta con una topografía que incluye taludes mayores de 100 metros de profundidad en el margen de la ciudad y un sistema importante de fallas geológicas encabezadas por la falla de Boconó. El objetivo principal de esta investigación es estudiar los principales efectos de sitio en los taludes ubicados al borde de la Ciudad de Mérida, cercanos a la falla de Boconó en el alineamiento del Río Chama. La metodología aplicada en el estudio se basa primeramente en la selección de las zonas de estudio, la caracterización de las geometrías a estudiar con base a dimensiones y materiales presentes en las zonas, la utilización del Método de Elementos Finitos en simulación geomecánica para cuantificar esfuerzos, deformaciones y desplazamientos, y el análisis de los resultados obtenidos. Los resultados logrados muestran desplazamientos en el borde del talud entre 0,10 y 0,20 mts. aproximadamente, así como también deformaciones hacia la parte superior y hacia los laterales del talud, por lo cual debe efectuarse una campaña que tenga como fin informar a la población para evitar que sigan progresando los asentamiento poblacionales en esta área y de igual modo se debe alertar a los organismos de seguridad para que desalojen a la brevedad posible las personas que se encuentran habitando viviendas localizadas al borde de la meseta de la ciudad de Mérida.*

Palabras claves: *Talud, Simulación, Geomecánica, Elementos Finitos.*

1. INTRODUCCIÓN

Mérida es una ciudad que se ha caracterizado desde tiempos inmemorables por su carácter sísmico, y una prueba de ello lo constituyen los variados movimientos telúricos que han ocurrido, además el subsuelo de la ciudad está conformado por aluviones poco consolidados, lo cual incrementa el riesgo; pues en los últimos años estudiosos de la geología y de la geofísica han determinado que las ondas sísmicas experimentan amplificaciones en este tipo de medio. Tal situación ha provocado un incremento de las investigaciones y los estudios en la ciudad con el objeto de pronosticar los posibles daños que puedan surgir al ocurrir un evento sísmico de magnitud moderada a alta. En este trabajo, se simulan algunos taludes ubicados al margen de la Ciudad de Mérida, con la finalidad de poder conocer los esfuerzos, desplazamientos y deformaciones que puedan experimentar los mismos al ser sometidos a un sismo 7.75° (ocurrido en Valparaiso, Chile) en la escala de Richter, durante 4 segundos. Para llevar esta investigación a cabo se utiliza el programa comercial ABAQUS, el cual está basado en el Método de Elementos Finitos (MEF) y es ampliamente utilizado en las áreas de ciencias e ingeniería, con la finalidad de observar el comportamiento de los cuerpos sometidos a diferentes tipos de cargas y estímulos considerando sus condiciones y características iniciales.

2. UBICACIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO

El área de estudio se encuentra al oeste de Venezuela, en el estado Mérida, Municipio Libertador, comprendiendo la zona de la Terraza de Mérida bordeada por el Río Chama, desde la urbanización El Carrizal hasta la Vuelta de Lola (vía Tabay), a lo largo de esta zona se localizan varios taludes en los cuales los efectos de sitio, pueden llegar a ser fatales. Las coordenadas UTM son “Tabla 1”:

Tabla 1. Coordenadas del área de estudio

Este	Norte
258400	946350
258718	946054
266315	951830
266453	952197

3. BASES TEÓRICAS

3.1 Elementos Finitos

Es un método numérico que se basa en la división de un cuerpo o estructura (medio continuo), sobre el que están definidas ciertas ecuaciones integrales que caracterizan el comportamiento físico del problema en una serie de subdominios denominados elementos finitos [1]. “Una importante propiedad del método es la convergencia, si se consideran particiones de elementos finitos sucesivamente más finas, la solución numérica calculada converge rápidamente hacia la solución exacta del sistema de ecuaciones [2]”.

3.2 ABAQUS

“Es un programa de análisis basado en el Método de Elementos Finitos, que permite resolver problemas de mecánica de sólidos, ya sean lineales o no lineales, en los rangos estático y dinámico. Incluye modelos de material de tipo elástico, elastoplástico y viscoplastico, entre otros, tiene capacidad para resolver problemas de análisis piezoeléctrico, de transmisión de calor, de difusión de masa y de análisis termoeléctrico acoplado [3]”.

3.3 Efectos de sitio

Debido a las condiciones geológicas del sitio las ondas sísmicas incidentes pueden amplificarse en un factor de 10 o incluso mayor para ciertas frecuencias siendo esto consecuencia directa de los daños materiales y pérdidas humanas. Este fenómeno se conoce como efecto de sitio.

4. METODOLOGÍA

Este trabajo se desarrolla a través de tres etapas. En la primera etapa se efectúan revisiones bibliográficas de trabajos realizados en la zona de interés, e investigaciones fundamentadas en la simulación geomecánica, método de elementos finitos y ABAQUS. También se realizan visitas a campo, para seleccionar taludes propensos a experimentar deslizamientos y/o derrumbes. En la segunda etapa se diseñan las geometrías en 2D, se consideran secciones sólidas y se definen los materiales que conforman los taludes rocosos, se asignan las cargas y se definen las condiciones de borde garantizando la continuidad del medio, se establece el mallado y se procesa la información. La tercera fase corresponde al análisis de los resultados y las conclusiones.

4.1 Modelado y Simulación

Durante esta fase se lleva a cabo el modelado y la simulación usando el programa ABAQUS, para así cuantificar los valores de deformación, esfuerzo y desplazamiento que puedan presentarse en determinados taludes al ser sometidos a un sismo con una duración de 4 segundos, los valores de aceleración empleados fueron tomados del sismo ocurrido en Valparaíso, Chile Central, en el año 1971.

Dimensiones y zonas constitutivas de los modelos. El modelo 1 tiene una altura de 150 mts. y una longitud de 730 mts, representa el borde de la terraza de Mérida, localizada entre la Urbanización el Carrizal y la Urbanización Las Tapias, con coordenadas UTM 258400, 946350; 259100, 946900. El modelo 2 constituye una ampliación (zoom) del modelo 1, para analizar a detalle las respuestas sísmicas de la carcava localizada en las Residencias La Montaña de la Urbanización El Carrizal tiene una longitud de 90 mts, sus coordenadas UTM son: 258440, 946400; 258650,946510. El modelo 3 comprende los sectores Santa Elena, Paseo de la Feria y parque Las Heroínas, tiene una altura de 180 mts y una extensión aproximada de 1400 mts, en el borde de este talud se encuentran dos carcavas gigantescas, las coordenadas UTM de este talud son: 263000; 949195; 264315; 950400. La “Figura 1” muestra la geometría y las dimensiones correspondientes al modelo uno, los modelos dos y tres presentan características geométricas y distancias similares.

Zona Superficial (22mts.)
Zona Intermedia (59mts.)
Zona Profunda (69mts.)

Figura 1 - Dimensiones del modelo 1.

Generalidades de los modelos. Fueron creados tres modelos 2D representativos de los taludes existentes al borde de la terraza de la Ciudad de Mérida, en los modelos uno y dos el sismo se localiza a 140 mts de profundidad aproximadamente y en el modelo tres a 170 mts de profundidad. El sismo se aplica a un set de nodos que oscila entre 15 y 30 nodos, dependiendo de la dimensión del modelo. La Ciudad de Mérida presenta tres niveles asociados a tres tipos de materiales diferentes [4], los dos primeros niveles corresponden a material aluvial y el último a roca fresca, los tres modelos están conformados por los mismos materiales, las características de dichos niveles se muestran en la “Tabla 2”.

Tabla 2. Parámetros geomecánicos asignados a los modelos.

Zona	Densidad (T/mts ³)	Rel. Poisson	Módulo de Elasticidad (T/mts ²)
Superficial	1,8	0,39	20.0000
Intermedia	2,3	0,29	80.0000
Profunda	2,7	0,29	260.0000

Geometría y condiciones de borde de los modelos. En todos los modelos la zona profunda está empotrada, debido a que ésta corresponde a roca fresca y de mayor resistencia que las dos zonas suprayacentes (zona intermedia y superficial respectivamente). Se asignaron rodillos hacia la parte lateral de las zonas intermedia y superior, para evitar el desplazamiento horizontal de las mismas y así garantizar la continuidad del medio.

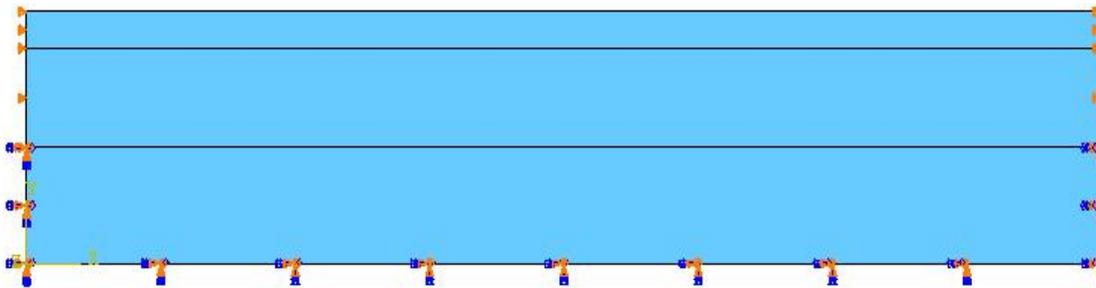


Figura 2 – Geometría y condiciones de borde usadas en los modelos.

5. RESULTADOS

A continuación se presentan de manera tabulada “Tabla 3” los esfuerzos cortantes, desplazamientos y deformaciones obtenidas a través de ABAQUS estos son mostrados por el programa en una escala cromática que va desde el rojo hasta el azul. Al realizar simulaciones es importante calibrar la malla para cada modelo, ya que esto permite obtener resultados confiables. En el modelo uno la malla está conformada por 1720 elementos, se aplicó el acelerograma a un set de nodos que van desde el 1820 hasta el 1840, estos nodos se encuentran cercanos a la base del talud están representados con una franja roja, lado izquierdo de la “Fig. 4”. El sismo aplicado provoca al talud, desplazamientos máximos de 0,158 mts. en el tope, los máximos esfuerzos cortantes se producen en el área de contacto entre la zona profunda y la zona intermedia, cuyos valores oscilan entre 25,2 y 161,5 N/ m² respectivamente, sucediendo los mayores esfuerzos cortantes hacia la parte lateral del talud. Las deformaciones unitarias máximas que origina el sismo se producen principalmente hacia los bordes del talud, se producen en el rango elástico, tienen valores desde 1,15e⁴ en el centro del talud hasta 9,46e⁴ en los extremos laterales del mismo.

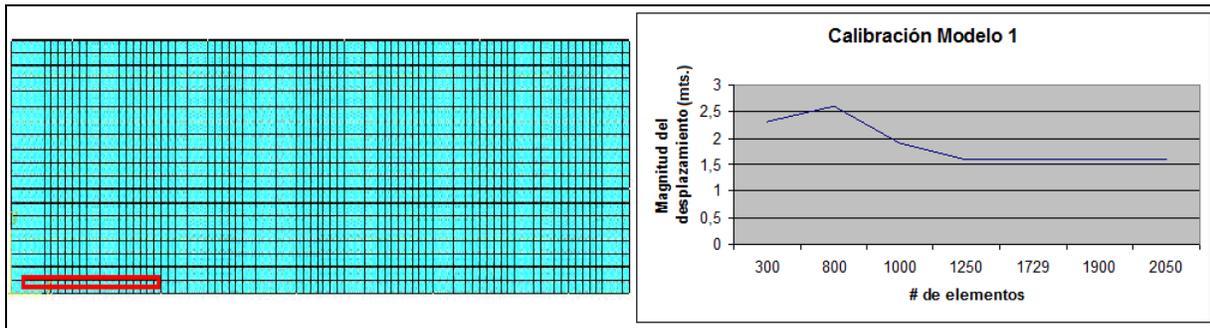


Figura 3 – Mallado del modelo 1 (izquierda), calibración de la malla para el modelo 1 (derecha).

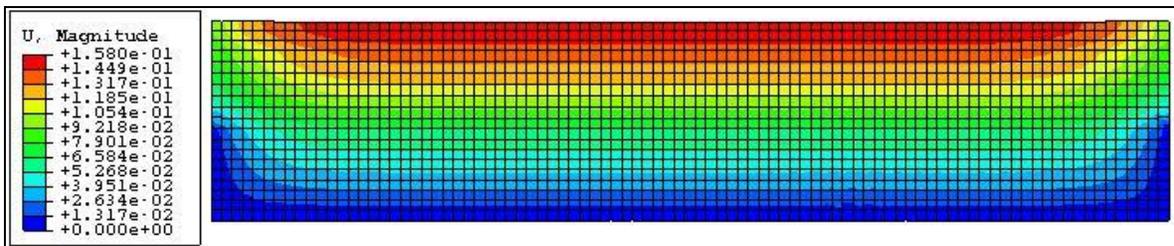


Figura 4 – Desplazamientos obtenidos para el modelo 1.

Tabla 3. Esfuerzos, Desplazamientos y Deformaciones obtenidos

Modelos	# Elementos de la malla	Esfuerzos Cortantes (N/m ²)	Máximos Desplazamientos (mts)	Deformaciones Unitarias máximas
Modelo 1	1720	161,5	0,158	9,46e ⁴
Modelo 2	500	169,7	0,121	9,63e ⁴
Modelo 3	2300	142,3	0,190	1,23e ³

6. CONCLUSIONES

Los diferentes modelos simulados con ABAQUS muestran amplificación de las ondas sísmicas a medida que éstas pasan de un medio consolidado (zona profunda) a un medio poco consolidado (zona intermedia y superficial), lo cual se refleja en un incremento progresivo de los desplazamientos hacia el tope del talud.

Los desplazamientos obtenidos oscilan entre 0,10 y 0,20 mts. aproximadamente, lo cual es coherente ya que los tres modelos están constituidos por los mismos materiales, siendo la única diferencia entre ellos el espesor de las zonas y la extensión de los mismos.

Las máximas deformaciones ocurren en las zonas próximas a las cárcavas y son coincidentes con los puntos de aplicación del sismo, las deformaciones son inferiores a 0.003 los taludes no presentan deformaciones plásticas.

Las máximas concentraciones de esfuerzos cortantes se presentan en las zonas de contacto entre el aluvión poco consolidado y la roca fresca, lo cual indica la diferencia en cuanto a la resistencia de los diferentes materiales constitutivos de la meseta de Mérida así como la variación de sus propiedades geomecánicas.

Las cárcavas existentes a lo largo del talud bordeado por el Río Chama, coinciden con las zonas que presentan mayores desplazamientos y deformaciones en los modelos simulados; esto resalta la importancia de los métodos numéricos y de las herramientas computacionales en cualquier área de investigación y en este caso en el estudio del comportamiento de la corteza terrestre.

Agradecimientos. La realización de este trabajo fue posible gracias al apoyo del CDCHT, al personal de FUNDEM y al Laboratorio de Geofísica de la ULA.

REFERENCIAS

- [1]. Chandrupatla, T., & Belegundu, A., *Introduction to Finite Elements in Engineering*. Prentice-Hall, eds, Englewood Cliffs, 2002.
- [2]. Elberg, M., *Simulación de estructuras sometidas a cargas estáticas y dinámicas realizadas con teorías de Elementos Finitos*. III Jornadas A&C. Ingeniería de Avanzada. IUPSM. Mérida-Venezuela, 2001.
- [3]. Quintero, N., & Elberg, M., *Estudio del comportamiento del Túnel de Estanques de la autopista Rafael Caldera y del Corrimiento de Mesa Bolívar con base a Simulación Geomecánica por el Método de Elementos Finitos en medio elástico*. Tesis, Universidad de Los Andes/Mérida, 2006.
- [4]. Oliveros, O., *Microzonificación Sísmica de Mérida, estudio geotécnico de la meseta de Mérida*. Ministerio de Obras Públicas (MOP). Tomo I. Caracas-Venezuela, 1976.

DETERMINACIÓN DE LA DEFORMACIÓN EN ROCAS QUE CONTIENEN FÓSILES A TRAVÉS DEL MÉTODO MATEMÁTICO DE BLAKE.

Francisco Bongiorno Ponso.

Roberto Ucar Navarro.

Norly Belandría.

frabon@ula.ve.

robertoucar@cantv.net.

nbelandria@ula.ve

Grupo de Investigaciones en Geología Aplicada. Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería, Departamento Geomecánica, Núcleo la Hechicera.

Resumen. *El presente trabajo aplica el Método Matemático de Blake, para obtener la deformación en rocas. Este método consiste en emplear la Ecuación de la Espiral Logarítmica en indicadores efectivos como lo son los fósiles que contienen las rocas. Para este estudio se localizaron especies de Ammonites deformados, fósiles que existían en épocas pasadas y que su estructura interna es semejante a la gráfica de la ecuación espiral logarítmica. La efectividad de la aplicación de esta ecuación radica, en la buena preservación de la estructura interna del fósil. Sin embargo, el Método de Blake determina la dirección de la tensión básicamente, y de acuerdo al estado de preservación se puede determinar la distancia entre los polos y los puntos contenidos en la curva de la espiral, además de obtener cuantitativamente la deformación en la roca. Se estudiaron 22 especies de Ammonites que presentaban alguna deformación. Las longitudes iniciales del Ammonite sin deformar se compararon con las longitudes finales medidas en el campo, determinándose que existen longitudes que se alargaron y que coinciden con el eje mayor del Elipsoide de Deformación (entre 0.34 – 7.68 cm). Se pudo establecer también una comparación de estos valores en la dirección de acortamiento, que coinciden con el eje menor de la misma elipse (0.04 – 3.94 cm respectivamente). Con las comparaciones hechas entre el valor de acortamiento y el valor de alargamiento en cada muestra, se verificó así, que la magnitud de alargamiento es mucho mayor que la magnitud de acortamiento, con ello se indica que la metodología empleada se adapta aceptablemente a las especies deformadas en la zona de estudio, además de suministrar suficiente información sobre la deformación que sufrieron estos Ammonites, y por ende, el valor de deformación a que se sometieron las rocas que*

contienen estos fósiles. Este método es muy satisfactorio para calcular la deformación en aquellas especies deformadas y cuyas estructuras internas se ajustan a la forma de una espiral logarítmica.

Palabras Claves: Método de Blake, Ecuación Espiral Logarítmica, Ammonites, Elipsoide de Deformación

1. INTRODUCCIÓN.

La determinación de la deformación en rocas, depende de la presencia de indicadores efectivos, las cuales proporcionan suficiente información, para hallar los cambios de longitud y de forma en las diferentes direcciones. La gama de objetos que se pueden emplear para determinar la deformación son los que inicialmente eran esféricos o elipsoidales, como conglomerados, fragmentos de rocas sedimentarias (específicamente areniscas), vesículas en lavas, oolitos y algunos radiolarios. Si el objeto era inicialmente esférico, la forma del Elipsoide de Deformación puede determinarse directamente, aunque no se sepan los cambios de volumen implicados.

Mosley muestra algunos modelos de especies que contienen caparazón o concha en forma de espiral, discoidal y espiral equilátera, la cual, pudiera de alguna manera ser representadas a través de ecuaciones matemáticas y que pueden de alguna manera calcular la deformación en las rocas. [1]. Thompson otorgó ejemplos de conchas de especies de organismos que tenían buena similitud a una espiral logarítmica, es allí cuando se mostró por primera vez algunos ammonites que presentaban alguna deformación, sin embargo, no pudo idear un método para calcular la deformación en los mismos [2]. Heim fue el primero en generar un método capaz para determinar la cantidad de deformación en los ammonites, pero la colección de fósiles que tenía no estaban bien preservados, lo que dificultó mucho la aplicación de metodología, ya que ésta consistía en la buena y bien preservada estructura interna [3]. La única técnica útil o disponible en el presente para medir la cantidad de distorsión que se refleja en la espiral logarítmica fue la propuesta por Blake y desde entonces solo se ha puesto en práctica en 2 oportunidades, por Tan [4] que empleó el método de Blake para determinar la deformación de rocas a través de la elipse de deformación aplicando este método en algunas especies de ammonites ubicadas en la localidad de Windgällen, en Suiza y en este estudio, donde se ubicaron especies en rocas deformadas en el Estado Lara, Venezuela. Al final de este trabajo se establecerá la comparación de los resultados de este estudio y por Tan [4].

2. CONSIDERACIONES TEORICAS. METODO DE BLAKE.

Un número de especies como los ammonites poseen estructuras duras que tienen forma de una espiral y que se asemejan matemáticamente a una ecuación espiral logarítmica [1, 2].

La expresión matemática de la espiral logarítmica en forma paramétrica es :

$$r = ke^{\theta \cot \alpha} \quad (1)$$

Donde r es el radio vector desde el origen, k es una constante, θ es el ángulo de la curva del espiral cuando se desarrolla y α es el ángulo que forma la tangente por el punto que intercepta el radio vector con la curva y el radio vector. El valor de α del espiral se relaciona con la estrechez con valores cercanos a los 90° el embobinado del espiral es firmemente enrollado, mientras que ángulos más bajos, el embobinado del espiral es más abierto.

Cuando el Ammonite está bien preservado y se puede observar la espiral logarítmica deformada y se puede determinar la tensión a través del método de Blake, el cual utiliza características especiales como distancias que van desde el polo de la espiral hasta puntos de la misma. Volviendo a la ecuación de la espiral y considerando los valores de θ en $0, \pi/2, \pi$ y $3\pi/2$, se pueden encontrar las distancias de OA, OB, OC y OD respectivamente cuyas distancias se muestran en la Figura.3.

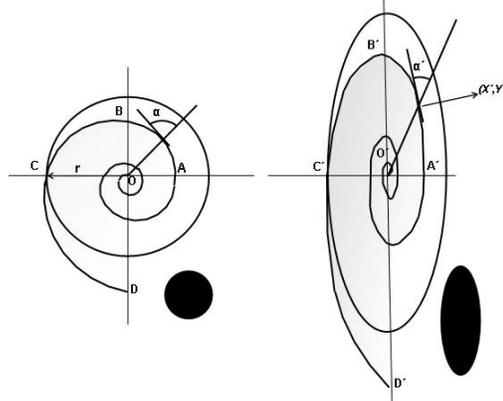


Figura 1. Relaciones de la geometría no deformada con la espiral logarítmica deformada.

Aplicando la ecuación (1) y de acuerdo a la Figura 1, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$OA = ke^0 = k \quad (2)$$

$$OB = ke^{(\pi \cot \alpha)/2} \quad (3)$$

$$OD = ke^{(3\pi \cot \alpha)/2} \quad (4)$$

$$OC = ke^{\pi \cot \alpha} \quad (5)$$

De estas relaciones se puede obtener:

$$OC = (OB \cdot OD)^{1/2} \quad (6)$$

Si se puede dibujar una circunferencia de centro O, con radio $r = \overline{OC}$ en la espiral no deformada como se muestra en la Figura 3, entonces el valor de r en la dirección \overline{OB} y \overline{OD} puede ser $r = (\overline{OB} \cdot \overline{OD})^{1/2}$ (Ecuación 6), si la espiral se deforma homogéneamente resulta que los ejes principales están orientados paralelamente a \overline{OB} y \overline{OC} respectivamente y el círculo se transforma en la Elipse de Deformación con ejes de longitudes $r(1+e_x)$ y $r(1+e_y)$, por esta razón la relación de la ecuación se convierte en:

$$R = \frac{(\overline{O'B'} \cdot \overline{O'D'})^{1/2}}{\overline{O'C'}} \quad (7)$$

Donde R establece la relación entre el eje acortado y el eje alargado.

Se pueden observar los ejes de la elipse de deformación por inspección, las mediciones de los diámetros de la espiral deformada son calculadas y por ende, se puede

determinar la relación de deformación R. El ángulo α de la espiral no deformada puede calcularse despejando de la ecuación (1), se obtiene:

$$\cot \alpha = \pi^{-1} \log_e(\overline{OC}/k) \quad (8)$$

También puede ser calculado como sustituyendo k como se muestra en la Figura 3:

$$\cot \alpha = \pi^{-1} \log_e(\overline{O'C'}/\overline{O'A'}) \quad (9)$$

Donde $\overline{O'C'}$ y $\overline{O'A'}$ son valores obtenidos en el campo.

3.- RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

Para aplicar el método de Blake, se ubicaron rocas en el Estado Lara que presentaban alguna deformación y que contienen ammonites, a todas especies fósiles identificadas en el área de estudio se le determinaron el centro y el radio vector de la espiral logarítmica deformada como se indica en la Figura 4; así mismo, cada una de las muestras de ammonites que se le observaron la espiral logarítmica deformada, como se muestra en la Figura 2, se le midieron las distancias y los resultados se muestran en la Tabla 1.

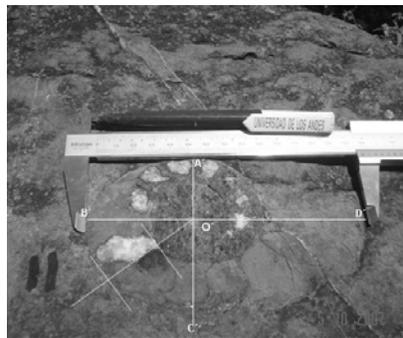


Figura 2. Ammonite deformado cuya estructura interne es de forma Espiral Logarítmica.

Tabla 1. Valores en centímetros de los diferentes ejes de la espiral logarítmica deformada

Nº Fósil	$O'A'$ (cm)	$O'B'$ (cm)	$O'C'$ (cm)	$O'D'$ (cm)
1	2,2	2,7	2,4	3,3
2	0,3	0,6	0,5	0,8
3	6	7,4	6,6	14,8
4	1,6	3,1	2	3,9
6	3	7,7	5,1	13,4
7	5,9	11	6,6	13,1
8	1	1,4	1,2	1,9
9	8,2	10,3	9	14,1
10	5,9	9,2	6,8	12,8
11	3,7	6,1	4,9	10,1
12	2,5	7,2	3,8	7,4
13	3,4	5,5	5,3	7,6
14	4,2	6,4	5,5	8,6
15	3,3	4,7	4,2	5,6
16	3,9	9,4	4,5	10,1
19	4,9	9,9	8,8	15,7
20	4	10,6	8,2	14,4
21	6,1	11,7	12,6	19,6
22	6,1	10,6	10	13,2

Tomando los valores de O'A' y O'C' de la Tabla 1, y despejando α de la ecuación (9), se obtienen los valores de este ángulo. Los resultados obtenidos de α indican que el ángulo de curvatura de la espiral logarítmica sin deformar en los ammonites estudiados, oscilan entre 77° y 88°. Para calcular el radio de la circunferencia que envuelve la espiral logarítmica, se emplea la ecuación (7), que se deduce de la suposición de que el área de la elipse es igual al área de la circunferencia, y con ello se obtiene la distancia OC de la espiral logarítmica. El valor de **a** es la suma de las distancias O'A' y O'C' de la Tabla 1 de la espiral logarítmica sin deformar y el valor de **b** es la suma de las distancias O'B' y O'D' de la misma tabla de la espiral logarítmica. Estos valores representan los ejes de la Elipse de Deformación que circunscribe la espiral logarítmica deformada.

Para determinar la deformación en la roca, se calcularon el acortamiento en la dirección de la coordenada (x) y alargamiento en la dirección de la coordenada (y) de acuerdo a las distancias que se obtienen de las Tablas 1 y 6 aplicando la siguiente ecuación:

$$e = \frac{l_f - l_i}{l_i} \quad \begin{array}{l} L_f = l_1 = \text{longitud final} \\ L_i = l_0 = \text{longitud final} \end{array} \quad (10)$$

Los resultados de aplicar esta ecuación se muestran en la Tabla 2

Tabla 2. Valores de las deformaciones e_y (alargamiento) y e_x (acortamiento) de la espiral logarítmica sometida a deformación.

	e_y	%	e_x	%
1	0,1428	14,28	-0,1944	19,44
2	0,3207	32,07	-0,0476	4,76
3	0,3269	32,69	-0,2105	21,05
4	0,3917	39,17	-0,2117	21,17
6	0,5723	57,23	-0,2136	21,36
7	0,3882	38,32	-0,2397	23,97
8	0,2222	22,22	-0,1057	10,57
9	0,1908	19,08	-0,1211	12,11
10	0,3134	31,34	-0,1864	18,64
11	0,3613	36,13	-0,1690	16,90
12	0,4928	49,28	-0,2065	20,65
13	0,2944	29,44	-0,1435	14,35
14	0,2733	27,33	-0,0918	9,17
15	0,1612	16,12	-0,0458	4,58
16	0,5498	54,98	-0,2970	29,71
19	0,2692	26,92	-0,1771	17,71
20	0,3433	34,33	-0,2148	21,48
21	0,1780	17,80	-0,0768	7,68
22	0,1741	17,41	-0,1307	13,07

Observación: el signo (-) significa acortamiento.

4. CONCLUSIONES.

El método de Blake que emplea la ecuación matemática de la espiral logarítmica para calcular la deformación de los Ammonites, se adapta satisfactoriamente a las especies deformadas en la zona de estudio, además de suministrar suficiente información sobre la deformación que sufrieron estos ammonites, y por ende, el valor de deformación a que se sometieron las rocas que contienen estos fósiles. Este método es muy satisfactorio para calcular la deformación en aquellas especies deformadas y cuyas estructuras internas se ajustan a la forma de una espiral logarítmica.

Al considerar el área del círculo que se construye a partir de la estructura inicial sin deformar del Ammonite, se deduce que es la misma área, comparada a la de la elipse que se transforma cuando ese círculo se deforma por ser sometido al desarrollo de los sistemas compresivos. Este valor es fundamental para la aplicación de la ecuación matemática de la espiral logarítmica al momento de determinar la deformación y, por lo tanto, un parámetro importante al tomar los datos de campo, es que el Ammonite debe estar bien preservado y sobretodo completo. En el área de estudio se localizaron muchas especies deformadas de ammonites, pero la gran mayoría estaban incompletas por lo que sólo se tomaron diecinueve muestras que presentaban un alto porcentaje de preservación.

Las longitudes iniciales del Ammonite sin deformar se compararon con las longitudes finales medidas en el campo, determinándose que existen longitudes que se alargaron y que coinciden con el eje mayor del Elipsoide de Deformación (entre 0,34 – 7,68 cm). Se pudo establecer también una comparación de estos valores en la dirección de acortamiento, que coinciden con el eje menor de la misma elipse (0,04 – 3,94 cm respectivamente). Con las comparaciones hechas entre el valor de acortamiento y el valor de alargamiento en cada muestra, se verificó así, en este tipo de deformación, que la magnitud de alargamiento es mucho mayor que la magnitud de acortamiento.

5. BIBLIOGRAFÍA.

[1] Mosley, H.(1838). On geometrical form of turbinated and discoid shells. Philos. Trans. R. Soc. Lond., 1: 351 – 370.

[2] Thompson, D.W (1941).- On Growth and Form. University Press, Cambridge, 118 pp.

[3] Heim, A. (1878).- Untersuchungen ubre den Mechanismus der Gebirgsbildung, 2.B. Schwabe, Basel, 85 pp.

[4] Tan B. K. (1973).- Determination of strain ellipses fron deformed Ammonoids. Tectonophysics, 16, 89-101

ANÁLISIS DEL RIESGO GEOLÓGICO EN EL ESTADO MIRANDA MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

María Elisa Elberg

Carolina Sayago

Milagros Paredes

mariael@ula.ve

Grupo de Investigación en Geología Aplicada, GIGA

Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Geológica,

Departamento de Geomecánica. Núcleo La Hechicera, Edificio de Ingeniería, Ala Oeste, Nivel II.

Mérida, Venezuela.

Resumen. *En Venezuela, el estado Miranda cuenta con una topografía muy particular que incluye grandes elevaciones y depresiones, lo cual favorece a deslizamientos y derrumbes. Incluso en su zona costera la población se ha visto afectada por las inundaciones que constantemente les obliga a dejar sus hogares. Esta investigación tiene como objetivo principal aplicar el método de elementos finitos en la simulación geomecánica bidimensional representando la peligrosidad existente en afloramientos ubicados en el norte del estado. Se estudia el comportamiento de rocas y suelos presentes en la zona cuantificando parámetros geológicos y geomecánicos que permiten analizar el riesgo natural del sector, y por ende, disminuir las consecuencias negativas en zonas de desarrollo urbanístico. La metodología empleada se basó en seleccionar aquellas zonas con mayor peligrosidad y vulnerabilidad, recolectando muestras representativas y obteniendo en laboratorio sus valores característicos. La simulación numérica muestra como influye la disposición de la esquistosidad y la pendiente en los afloramientos, obteniendo desplazamientos y deformaciones que superan los límites de seguridad, considerando zonas de suelo de alta peligrosidad por encontrarse sobre terrenos arcillosos que crean una gran zona de debilidad que genera el deslizamiento en masa del suelo y las edificaciones, lo cual es cuantificado en el análisis.*

Palabras Claves: *Simulación, Elementos Finitos, Riesgo Geológico*

1. INTRODUCCIÓN

En esta investigación son analizadas las zonas de alto riesgo geológico de la franja costera del estado Miranda en Venezuela utilizando el método de elementos finitos con la aplicación de procedimientos de trabajo de campo, toma de muestras y obtención de parámetros geomecánicos en laboratorio. Este método de investigación permite utilizar el análisis numérico aplicado a condiciones geológicas donde se utilizan valores de densidad, relación de Poisson y módulo de Young para los materiales constitutivos de los modelos. De igual manera la geometría y las cargas que se aplican son obtenidas de los estados naturales permitiendo lograr simulaciones numéricas que reproducen el sistema geomecánico del sector en estudio logrando cuantificar los campos de reacción logrados por las solicitaciones incluidas en el análisis.

En esta investigación, se utiliza el programa comercial ABAQUS™ como analizador por elementos finitos para simular la respuesta de la estructura geológica en dos dimensiones, bajo la acción de cargas litostáticas principalmente, determinando deformaciones, esfuerzos y desplazamientos.

2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

El objetivo principal de esta investigación es cuantificar los esfuerzos, desplazamientos y deformaciones de zonas peligrosas de la franja costera del estado Miranda por el método de elementos finitos y el programa ABAQUS™, para la obtención de variables geológicas que permitan determinar las zonas de alta vulnerabilidad.

Para esto, la selección de cuatro zonas de estudio consideradas de interés para la investigación se ubican en base a un exhaustivo análisis de campo de la región costera.

Son seleccionadas cuatro zonas de estudio, mostradas y numeradas en la Figura 1.



Figura 1. Ubicación de Zonas 1, 2, 3 y 4

3. METODOLOGÍA

La metodología utilizada en esta investigación se divide en cuatro fases que corresponden el análisis documental, las visitas a la zona de estudio, los análisis de laboratorio y por último la simulación numérica utilizando toda la información lograda en las etapas anteriores.

3.1 Fase de oficina

Esta primera etapa se refiere a la investigación y observación crítica y analítica de los estudios previos que se han realizado en el tiempo [1], [2] y [3], que registran datos bases o

antecedentes que deben considerarse para poder elaborar modelos eficaces y veraces del comportamiento geológico [4].

3.2 Fase de Campo

Se inicia con la visita de aquellas zonas que se consideran de mayor riesgo luego del análisis de mapas y ortofotomapas. Sin embargo, esta etapa es la concluyente en la selección de las áreas a caracterizar geológicamente [5] y por ende aquellas zonas que serán simuladas.

3.3 Fase de Laboratorio

Se realizaron ensayos de compresión uniaxial a rocas y suelo, clasificación granulométrica, contenido de humedad, determinación de límites de consistencia, corte directo, descripción petrológica, elaboración de secciones finas y descripción petrográfica, [6] todos realizados en el Laboratorio de la Universidad de Los Andes.

3.4 Fase de Simulación

En esta etapa se crean las partes y secciones de los modelos, se crean los distintos materiales, se referencia el modelo a un eje de coordenadas, se seleccionan las cargas y condiciones de borde que garanticen la continuidad del medio, [7] y [8], y el mallado más adecuado mediante el método de Elementos Finitos [9], por medio del software ABAQUSTM.

4. SIMULACION GEOMECANICA

Esta investigación presenta cinco modelos bidimensionales realizados para el análisis del riesgo geológico en la zona costera del estado Miranda [10], estos son:

Modelo 1. Este modelo representa al Barrio “La Encantada” que se encuentra en las afueras del poblado de Higuerote en el municipio Brión. Dicha área se encuentra en las coordenadas UTM: 1166070 N, a 814959 E y a una altitud de alrededor de 18 msnm. Este sector se encuentra bordeado por la laguna “La Reina” y el Mar Caribe. La geometría se divide en dos partes para representar cada uno de los tipos de suelo existentes en la zona. Se representan en la simulación las fuerzas que ejercen las viviendas asentadas en la zona.

Modelo 2. Este modelo representa al Barrio “La Encantada” en condiciones semejantes al modelo anterior. En este caso, es realizado en una sola sección para incluir las características del terreno.

Modelo 3. El modelo corresponde al afloramiento que se localiza en la carretera entre Higuerote y Chirimena y que se ubica en coordenadas UTM 1170136 N y 813335 W y a 33 metros de altitud, Municipio Brión. Este modelo se crea en seis partes; logrando representar la esquistosidad y diaclasas de la zona. Se restringe totalmente el movimiento en la base del modelo y sólo se permite el movimiento vertical en los laterales del mismo. La carga considerada para este modelo es la fuerza de gravedad.

Modelo 4. Este modelo corresponde al afloramiento ubicado en la carretera vía Puerto Francés en coordenadas UTM: 8215010 E y 1168950 N y a una altitud de 77 msnm; se localiza en el Municipio Brión. Este modelo se crea en cinco partes; representando la esquistosidad de la zona como líneas horizontales y las diaclasas como líneas verticales.

Se restringe movimiento en la base del modelo y sólo se permite el movimiento vertical en los laterales del mismo.

Modelo 5. Este modelo corresponde a la Presa “El Guapo” ubicada en el Municipio Andrés Bello, a aproximadamente 6 Km de la población de El Guapo en coordenadas UTM: 173658 E y 1119920 N, a 60 metros de altitud. La geometría del modelo se construye desde el perfil del núcleo de la presa, para ello se utilizan proporciones reales, la altura de 80 metros y su base de 250 metros. Seguidamente, se procede a realizar los correspondientes compartimientos en la cual está dividida y se crean los materiales que la conforman. Las cargas en consideración son la fuerza de gravedad y las fuerza hidroestática. En este modelo sólo se restringe el movimiento en la base.

5. RESULTADOS

Los resultados se presentan en imágenes en las figuras siguientes y tabulados mostrando los valores para cada uno de los modelos. Se muestran los desplazamientos en Metros, los esfuerzos en Pascales y las deformaciones asociadas en cada caso.

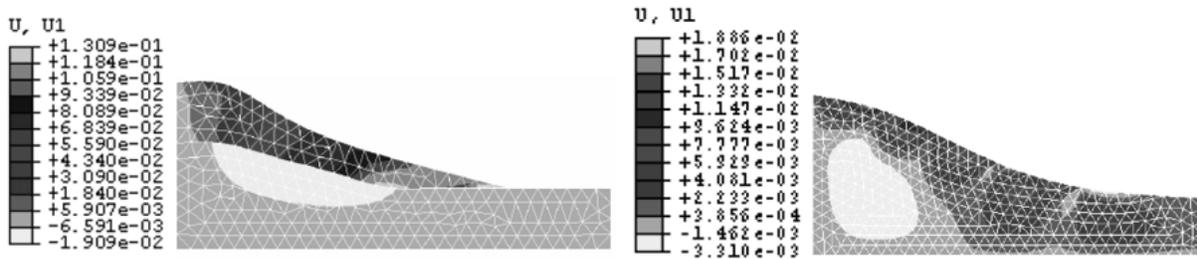


Figura 2. Desplazamientos Horizontales U1 (mts), en Modelo 1 y Modelo 2 respectivamente

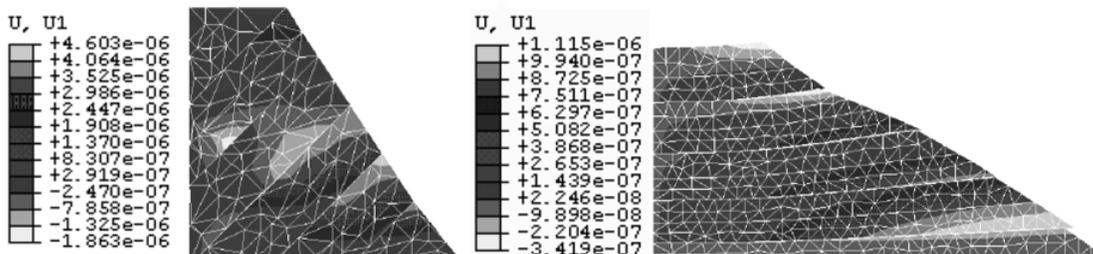


Figura 3. Desplazamientos Horizontales U1 (mts) en Modelo 3 y Modelo 4 respectivamente

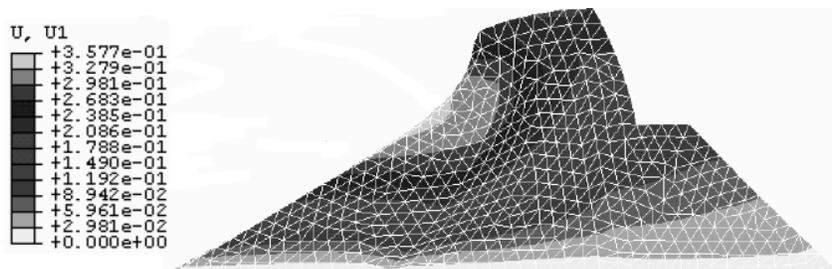


Figura 4. Desplazamientos Horizontales U1 (mts) en Modelo 5

Tabla 1. Resultados de Desplazamiento, Esfuerzo y Deformación

Modelo	Desplazamiento (m)	Esfuerzo (Pa)	Deformación
Modelo 1, eje X	0,1309	299	0,0052
Modelo 1, eje Y	0,0998	35	0,0005
Modelo 2, eje X	0,0186	134	0,0014
Modelo 2, eje Y	0,00001	7	0,00047
Modelo 3, eje Y	0,00053	6677	0,000033
Modelo 3, plano XY	0	2223	0,000024
Modelo 4, eje Y	0,00063	1869	0,000016
Modelo 4, plano XY	0	79	0,0000015
Modelo 5, eje X	0,3577	24680	0,0016

6. CONCLUSIONES

En el Modelo 1 se describen grandes desplazamientos a favor de la pendiente como consecuencia de la fuerza que ejerce las viviendas ubicadas en dicha Zona y la inestabilidad del terreno. Estos resultados se obtienen del comportamiento mecánico del suelo, basado en las propiedades obtenidas en el laboratorio.

En el eje vertical del Modelo 1 se producen movimientos descendentes en los puntos donde se ejerce el peso de las viviendas. En donde el terreno modifica su pendiente, tendiendo a hacerse horizontal, se produce una acumulación de terreno, que es representada en el modelo como los máximos desplazamientos positivos, lo cual se evidencia en observaciones de campo, validando el modelo.

En el Modelo 2 de la Zona 1 los máximos desplazamientos en dirección horizontal se encuentran influenciados por la acción del peso ejercido por las viviendas, pero en puntos más superficiales en comparación al Modelo 1, ya que este no presenta una superficie de deslizamiento definida que los separe totalmente.

Los resultados obtenidos en el Modelo 2 representan el deterioro producido en las construcciones que se produce paulatinamente. Sin embargo, muchas viviendas han colapsado súbitamente por lo que podrían ocurrir desplazamientos de mayor magnitud como los obtenidos en el Modelo 1.

Los desplazamientos obtenidos en las Zonas 2 y 3 se generan principalmente en el borde del talud, es decir, su magnitud aumenta en dirección a la superficie del afloramiento; el desplazamiento máximo ocurrido en el eje X de la Zona 2 es mayor que el desplazamiento ocurrido en la Zona 3 como consecuencia de su pendiente y altura más elevadas.

Los desplazamientos ocurridos en dirección vertical son más grandes que los desplazamientos ocurridos en el eje X, como consecuencia de la fuerza de gravedad y el peso mismo de la roca. Así mismo, los desplazamientos verticales disminuyen hacia la base del afloramiento es por esta razón que los bloques superiores son los primeros en desplazarse y los de la base son más estables.

En la Zona 2 se logra visualizar el volcamiento que se produce en la foliación del afloramiento.

En ambos afloramientos los esfuerzos positivos en el eje X se presentan en mayor proporción hacia el tope de los mismos y en las Zonas de contacto entre láminas; por el contrario los mayores esfuerzos negativos se concentran en profundidad y hacia la base de los modelos.

Son de mayor magnitud los esfuerzos hacia la base de los taludes que los esfuerzos ejercidos hacia el tope de los mismos, es por esta razón que las mayores deformaciones se producen en las bases de los taludes.

En el último modelo, los desplazamientos en la presa se concentran principalmente en el enroque en la Zona media-alta de la presa en donde la columna de agua ejerce las mayores presiones, la magnitud del desplazamiento disminuye al alejarse de la presión y está íntimamente ligada con la resistencia del material que la compone. Los máximos esfuerzos negativos en el eje X se generan en donde los desplazamientos son mayores como respuesta a los mismos. Los mayores esfuerzos positivos en el eje X se concentran en las Zonas de la presa donde ocurre un cambio drástico de materiales y angularidad.

Los esfuerzos hacia el tope de la presa son poco significativos, sin embargo los esfuerzos negativos en dirección del eje Y son importantes generando las mayores deformaciones en la base y en la Zona media del enroque.

7. REFERENCIAS

- [1] Aguerrevere, S. y Zuloaga, G. *Observaciones geológicas de la parte central de la Cordillera de la Costa, Venezuela*. Bol. Geol. y Min., Caracas, 1(2-4): 8-24, 1937.
- [2] Barboza, L. y Rodríguez, S. *Integración de la geología del estado Vargas y del flanco sur del macizo del Ávila al norte de Caracas*. Geos, UCV. Caracas. 35, 2002.
- [3] Castillo, A. y Suárez, J. *Reconocimiento geológico de la región Anare – Osma, vertiente norte del macizo del Ávila. Estado Vargas*. Geos. UCV. Caracas, 35, 2002.
- [4] Rodríguez, M. y Elberg, M. *Simulación Geomecánica de estabilidad de taludes*. Memorias del IV Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas. Morelia, Michoacán, México, 2007.
- [5] González De Vallejo., L. y Ferrer M. *Ingeniería Geológica*. Pearson Educación, S. A. Madrid, España, 2002.
- [6] Casteletti, I. *Mecánica de Suelos*. Departamento de publicaciones, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela, 1981.
- [7] Stagg – Zienkiewicz. *Mecánica de Rocas en la Ingeniería Práctica*. Primera Edición Española Ediciones Castilla, S. A., 1970.
- [8] Mattauer, M. *Las deformaciones de los materiales de la corteza terrestre*. Segunda Edición. Ediciones OMEGA, S. A. Barcelona, España, 1990.
- [9] Elberg, M. y Febres H. *Proceso Automatizado de Refinamiento H- Adaptativo en Base a Índices de Energía de Deformación*. Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería. Mérida: Venezuela, 2002.
- [10] Sosa, G., Alam M. y Elberg M. *Aplicación del método de elementos finitos en la simulación de zonas susceptibles a movimientos de masa en la franja costera del Estado Carabobo, Venezuela*. Revista Ciencia e Ingeniería, Vol.29, no.2, p.199-206. ISSN 1316-7081, 2008.

OBTENCIÓN DE LOS ESFUERZOS A PARTIR DEL ENSAYO DE CORTE APLICANDO EL MÉTODO DE ROTACIÓN DE EJES.

Norly Belandría.

Roberto Ucar Navarro.

Francisco Bongiorno Ponzó.

nbelandria@ula.ve

robertoucar@cantv.net.

frabon@ula.ve.

Grupo de Investigaciones en Geología Aplicada. Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería, Departamento Geomecánica, Mérida. 5101, Venezuela.

Esmeralda De Barcia.

dbarcia@ula.ve.

Laboratorio de Mecánica de Suelos y Pavimentos, Facultad de Ingeniería, Departamento de Vías, Universidad de Los Andes, Mérida 5101, Venezuela.

Resumen. *El ensayo de corte permite determinar la resistencia al esfuerzo cortante de un suelo, mediante los parámetros de cohesión (C) y ángulo de fricción interna (ϕ) del material. En este trabajo a partir de los resultados de dicho ensayo en un suelo, se obtuvo la magnitud y dirección de los esfuerzos principales, realizando la representación gráfica mediante tres puntos de rotura, cuyas coordenadas se han obtenido utilizando el ensayo de corte directo en la condición “no drenada”. Posteriormente, se representaron dichos puntos, obteniéndose la envolvente de falla, luego se aplicó la rotación de ejes, apoyándose en la bien conocida expresión del ángulo de falla $\alpha_f = (45^\circ + \phi/2)$, que es el ángulo que forma el plano de falla con el esfuerzo principal menor, la cual permitió relacionar los ejes x e y con los ejes x' e y' por medio de los cosenos directores, de esta manera, se halló la matriz de rotación. Este procedimiento se realizó con la finalidad de compararlo con la solución analítica que relaciona los esfuerzos principales al utilizar la ecuación de Mohr – Coulomb, con el método de rotación de ejes, observándose que el error es despreciable al aplicar la metodología propuesta.*

Palabras Claves: Rotación de ejes, Esfuerzos principales, Mohr - Coulomb, Ensayo de corte.

1.- INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene como finalidad el estudio de la resistencia cortante de un suelo con la finalidad de obtener sus parámetros de corte, cohesión (C) y ángulo de fricción interna (ϕ) ángulo de rotura (α) y la magnitud de los esfuerzos σ_1 y σ_3 .

El método de rotación de ejes permite determinar la magnitud de los esfuerzos a partir del ensayo de corte cuyos datos se obtienen en el laboratorio y que permiten determinar la ecuación de Mohr - Coulomb. Posteriormente, conociendo el esfuerzo normal, el esfuerzo tangencial, y el ángulo de rotura a partir de la rotación de ejes se pueden determinar la magnitud de los esfuerzos de una forma aproximada y luego comparándolo con el método analítico

2.- MARCO REFERENCIAL:

2.1- Criterio de falla de Mohr- Coulomb: Mohr (1900) presentó una teoría sobre la ruptura de los materiales. Esta teoría afirma que un material falla debido a una combinación crítica de esfuerzo normal y esfuerzo cortante. La envolvente de falla definida por dicha relación, para la mayoría de problemas de mecánica de suelos, es suficiente aproximar el esfuerzo cortante sobre el plano de falla como una función lineal del esfuerzo normal (Coulomb, 1776). Esta relación se escribe como:

$$\tau_f = c + \sigma_{nm} \tan \phi \quad (\text{Criterio de falla Mohr- Coulomb}) \quad (1)$$

Donde:

c = cohesión.

ϕ = ángulo de fricción interna.

$\tan \phi = \mu$ = pendiente de la recta.

2.2- Prueba de corte directo en el laboratorio: El ensayo de corte directo consiste en hacer deslizar una porción de suelo, respecto a otra a lo largo de un plano de falla predeterminado mediante la acción de una fuerza de corte horizontal incrementada, mientras se aplica una carga normal al plano del movimiento. La fuerza normal sobre la muestra de suelo se aplica desde la parte superior de la caja de corte. La fuerza cortante es aplicada moviendo una mitad de la caja respecto a la otra para generar la falla en la muestra de suelo.

3.- DATOS EXPERIMENTALES:

3.1- Forma analítica: La figura (1) muestra la representación gráfica de la envolvente de cizallamiento, obtenida mediante tres puntos de rotura, cuyas coordenadas se obtienen utilizando el ensayo de corte. $P_1 (1 ; 1,2)$, $P_2 (2 ; 1,9)$, $P_3 (4 ; 3,3)$ en Kg.f/cm².

Al representar dichos puntos, se obtiene por tanto la envolvente de falla o ecuación de Mohr - Coulomb.

$$\tau_f = 0,5 + 0,7\sigma_{nm} \text{ Kg/cm}^2 \quad (2)$$

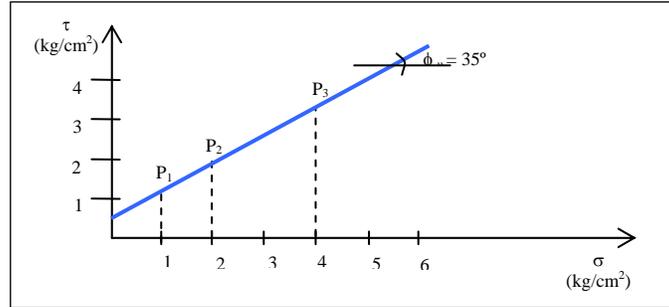


Figura 1. Representación gráfica de la envolvente de cizallamiento, obtenida mediante tres puntos de rotura en el laboratorio.

Igualmente se puede determinar la dirección y la magnitud de los esfuerzos principales (ver figura 2) como a continuación se describe:

$$\alpha_f = \left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right) = \left(45^\circ + \frac{35^\circ}{2}\right) = 62,5^\circ \quad (3)$$

Donde: α_f es ángulo que forma el plano de falla con la dirección del esfuerzo principal menor.

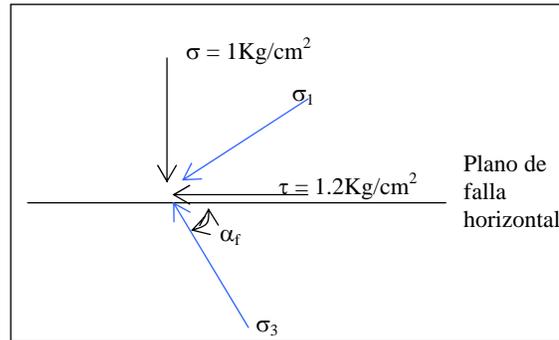


Figura 2. Representación gráfica de la magnitud y la dirección de los esfuerzos principales.

Utilizando los conceptos de la teoría de elasticidad se sabe que:

$$\sigma_{nm} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\alpha$$

$$\tau_f = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\text{sen}2\alpha \quad (4)$$

A través de dichas ecuaciones se despeja σ_1 y σ_3 , obteniéndose:

$$\sigma_1 = \sigma_{nm} + \tau \tan \alpha = 1 \text{ Kg/cm}^2 + 1,2 \text{ Kg/cm}^2 \cdot \tan(62,5^\circ) = 3,30 \text{ Kg/cm}^2 \quad (5)$$

$$y \quad \sigma_3 = \sigma_{nm} - \tau \cot \alpha = 1 \text{ Kg/cm}^2 - 1,2 \text{ Kg/cm}^2 \cdot \cot(62,5^\circ) = 0,37 \text{ Kg/cm}^2$$

Por cuanto, la relación entre los esfuerzos principales, al utilizar la ecuación de Mohr-Coulomb, viene expresada por:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \left(\frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \right) + 2C \left(\frac{\cos \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \right) \quad (6)$$

Fácilmente se puede hallar la presión sin confinar (q_u) al considerar $\sigma_3 = 0$, es decir:

$$\sigma_{1(falla)} = q_u = 2C \left(\frac{\cos \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \right) \quad (7)$$

Por lo tanto:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \left(\frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \right) + q_u \quad (8)$$

La magnitud de q_u obtenida es:

$$q_u = 2C \tan \alpha_f = 2 \cdot 0,5 \cdot \tan(62,5^\circ) = 1,92 \text{ Kg} / \text{cm}^2 \quad (9)$$

Entonces la ecuación de la recta puede representarse como (ver figura 3):

$$\sigma_1 = m \sigma_3 + q_u \quad \text{donde} \quad m = \tan \beta = \tan^2(45^\circ + \phi / 2) = \tan^2 \alpha_f \quad (10)$$

$$\tan \beta = \tan^2(62,5) = 3,69 \Rightarrow \beta = 75^\circ$$

$$\sigma_1 = 3,69 \cdot \sigma_3 + 1,92$$

Otra manera de representar los esfuerzos se puede observar en la figura 4:

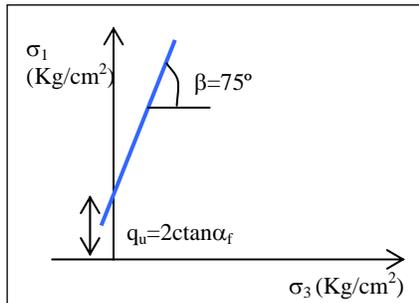


Figura 3. Representación gráfica de los esfuerzos

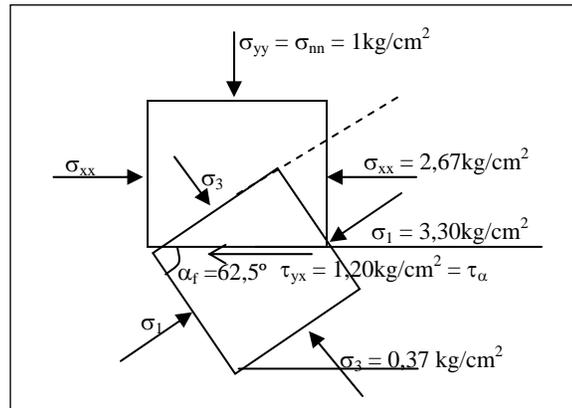


Figura 4. Representación de los diferentes esfuerzos.

Puesto que $\sigma_{xx} + \sigma_{yy} = \sigma_1 + \sigma_3 = \text{constante}$ (Invariante de Esfuerzos). Siendo la presión lateral σ_{xx} en el momento de la falla:

$$\sigma_{xx} = (\sigma_1 + \sigma_3) - \sigma_{yy} = 2,67 \text{ Kg/cm}^2. \quad (11)$$

La ecuación entre los esfuerzos principales σ_1 , σ_3 puede obtenerse gráficamente como sigue, ver figura 5:

$$\text{sen } \phi = \frac{\overline{AD}}{\overline{FA}} \quad (12)$$

Por lo tanto, despejando σ_1 ,

$$\sigma_1 = \sigma_3 \left(\frac{1 + \text{sen } \phi}{1 - \text{sen } \phi} \right) + 2c \left(\frac{\cos \phi}{1 - \text{sen } \phi} \right) \quad (13)$$

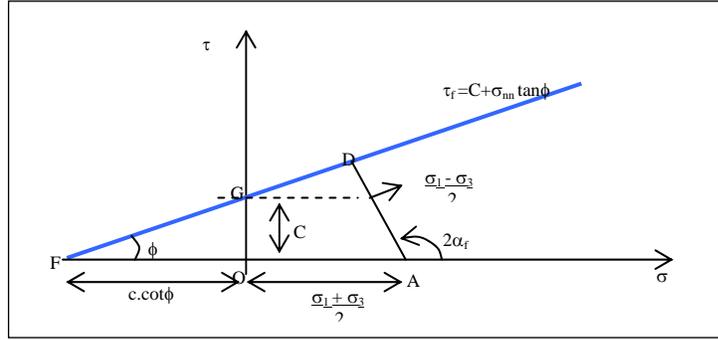


Figura 5: Relación trigonométrica del círculo de Mohr.

3.2- Resolución matricial: Otra manera de analizar, es matricialmente, representando en un sistema de coordenado xy y relacionarlo mediante los cosenos directores con el plano $x'y'$, determinando la matriz de rotación:

$$\overline{R} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \cos(90 + \alpha) \\ \cos(90 - \alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \Rightarrow \overline{R} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\text{sen} \alpha \\ \text{sen} \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (14)$$

Aplicando la relación, entre los diferentes planos, es decir, el plano xy con respecto al plano $x'y'$:

$$\overline{\sigma}' = \overline{R} \cdot \overline{\sigma} \cdot \overline{R}^T \quad (15)$$

Donde:

$\overline{\sigma}'$ = Matriz de esfuerzo en el plano $x' y'$

$\overline{\sigma}$ = Matriz de esfuerzo en el plano $x y$

\overline{R} = Matriz de rotación

\overline{R}^T = Matriz transpuesta de rotación.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x'x'} & \tau_{x'y'} \\ \tau_{y'x'} & \sigma_{y'y'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\text{sen} \alpha \\ \text{sen} \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha & \text{sen} \alpha \\ -\text{sen} \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (16)$$

Es estas condiciones, $\sigma_{x'x'} = \sigma_3$; $\sigma_{y'y'} = \sigma_1$, y $\sigma_{yy} = \sigma_{nn}$, $\tau_{xy} = \tau_{nt}$. Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} \sigma_3 & 0 \\ 0 & \sigma_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\text{sen} \alpha \\ \text{sen} \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{nt} \\ \tau_{nt} & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha & \text{sen} \alpha \\ -\text{sen} \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (17)$$

Determina el esfuerzo σ_{xx} que es la presión lateral en el momento de la falla:

$$0 = [\cos \alpha \quad -\operatorname{sen} \alpha] \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{nt} \\ \tau_{nt} & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \operatorname{sen} \alpha \\ \cos \alpha \end{bmatrix} \Rightarrow \sigma_{xx} = 2,68 \text{ Kg} / \text{cm}^2 \quad (18)$$

Determinando el esfuerzo σ_3 :

$$\sigma_3 = [\cos \alpha \quad -\operatorname{sen} \alpha] \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{nt} \\ \tau_{nt} & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ -\operatorname{sen} \alpha \end{bmatrix} \Rightarrow \sigma_3 = 0,37 \text{ Kg} / \text{cm}^2 \quad (20)$$

Determinando el esfuerzo σ_1 :

$$\sigma_1 = [\cos \alpha \quad \operatorname{sen} \alpha] \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{nt} \\ \tau_{nt} & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \operatorname{sen} \alpha \end{bmatrix} \Rightarrow \sigma_1 = 3,30 \text{ Kg} / \text{cm}^2 \quad (22)$$

CONCLUSIONES.

A través de la metodología de rotación de ejes llevada a cabo en el presente trabajo, se obtiene la magnitud y la dirección de los esfuerzos principales aproximada, utilizando como base los resultados obtenidos por el ensayo de corte. Por otra parte, al comparar el método de rotación de ejes con el método analítico de Mohr _ Coulomb se observó que prácticamente se obtienen los mismos resultados con un error despreciable.

La técnica de rotación de ejes es un método fácil de manejar y nos da una herramienta práctica en problemas sencillos siendo fácilmente aplicable en soluciones de la geomecánica.

Agradecimientos

El presente artículo es una aplicación de los resultados obtenidos en guías de ensayos del profesor Ucar Roberto, Isidro Castellet del laboratorio de Mecánica de Suelos, ULA, Mérida.

BIBLIOGRAFÍA.

- [1] Apostol, Tom. Matemática básica para ingenieros. Editorial reveseté S.A. Volumen I, Barcelona. 575 pp, 1965.
- [2] Edelbro, Catrin. Evaluation of rock mass strength criteria. Licentiate thesis, Lulea University of technology. Departament of civil an environmental engineering. 91pp, 2004.
- [3] Ucar, Roberto. Determination of shear failure envelope in rock masses. Journal of Geotechnical Engineering L4SCE) 112, pp. 303- 315, 1986.
- [4] Goncalves, R. Introducción al análisis de esfuerzo, Universidad Simón Bolívar Caracas Venezuela. Industria Gráfica Integral C.A. p. 1-93, 1999.
- [5] Ucar, Roberto. Manual de Anclajes en Ingeniería Civil. Universidad Politécnica de Madrid, España. p. 53 – 275, 2004.
- [6] Tejerizo, M. Ampliación de Matemáticas para Técnicos. Editorial S.A.E.T.A. Madrid. pp 770, 1965.

SEGURIDAD GEOLOGICA DEL PUENTE LA BLANCA UTILIZANDO EL METODO DE ELEMENTOS FINITOS

Dilcar J. Paredes

María E. Elberg

joa.pm@hotmail.com

mariael@ula.ve

Grupo de Investigación en Geología Aplicada

Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Geológica, Departamento de Geomecánica. Núcleo La Hechicera, Edificio de Ingeniería, Ala Oeste, Nivel II. Mérida, Venezuela.

Resumen. *Esta investigación tiene como objetivo realizar un análisis de seguridad geológica del sector ubicado en el Puente La Blanca, El Vigía, edo. Mérida, a través de simulación por el Método de Elementos Finitos [1]. La metodología que se sigue en este trabajo inicia con una investigación documental y un estudio fotogeológico, posteriormente la toma de muestras, las cuales se someten a ensayos para obtener las propiedades geomecánicas de las rocas y en base a esto realizar las simulaciones pertinentes, utilizando el paquete computacional ABAQUSTM. Por último se realizó una sectorización del área de estudio, con el fin de discriminar los subsectores en base a su seguridad geológica. Las geometrías utilizadas en los modelos son generadas en campo y las características de los materiales se obtienen de análisis de laboratorio para ser utilizados en la simulación con el programa ABAQUSTM. Una vez simuladas las condiciones a las que está sometida el área de estudio, se obtuvieron respuestas en función de esfuerzos, desplazamientos y deformaciones, llegando a determinar que la zona donde se ubica el Puente La Blanca presenta niveles de seguridad geológica intermedios y la presencia del río Chama afecta grandemente la zona con consecuencias de socavación de pilares y desgaste. Posteriormente se plantearon conclusiones referidas a la influencia del medio geológico sobre la seguridad del sector en estudio.*

Palabras claves: Seguridad Geológica, Simulación, Método de Elementos Finitos.

1 INTRODUCCIÓN

En la construcción de cualquier obra civil de envergadura, debería ser una práctica habitual la estimación del nivel de seguridad geológica que presenta dicha obra, mediante estudios y técnicas numéricas que permitan establecer un coeficiente de seguridad, períodos de retorno de ciertos procesos geológicos y criterios de aceptabilidad [2].

Un análisis de seguridad geológica para el puente La Blanca, en El Vigía, surge como una necesidad para prevenir problemas de comunicación vial, si el mismo llegase a colapsar debido a que no estuviese en condiciones de soportar un proceso geológico inesperado. Este análisis está basado en la simulación geomecánica, la cual tiene como principio resolver de manera aproximada problemas diversos a través de modelos numéricos, estos se sirven del Método de los Elementos Finitos el cual formula las ecuaciones para cada elemento en que se divide el cuerpo, y estas se combinan para obtener la solución completa [3].

2 UBICACIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO

La zona de estudio es el área donde está emplazado el Puente La Blanca, (Fig.1) que une las poblaciones de la Blanca y El Vigía. Se ubica aproximadamente entre las coordenadas:

N 8°36'38,26''

W 71°37'51,16''

3 GEOLOGÍA LOCAL Y ESTRUCTURAL

Observando el mapa geológico de El Vigía, hoja 5841 (Fig.2), se observa que la zona de interés presenta una geología joven, donde destacan depósitos cuaternarios, como terrazas y depósitos terciarios como Tpmb y Tmi. El Puente está ubicado sobre depósitos de Tpmb, presentándose hacia los alrededores, terrazas y Tmi.



Fig. 1 Ubicación del área de estudio.
Fuente Google Earth

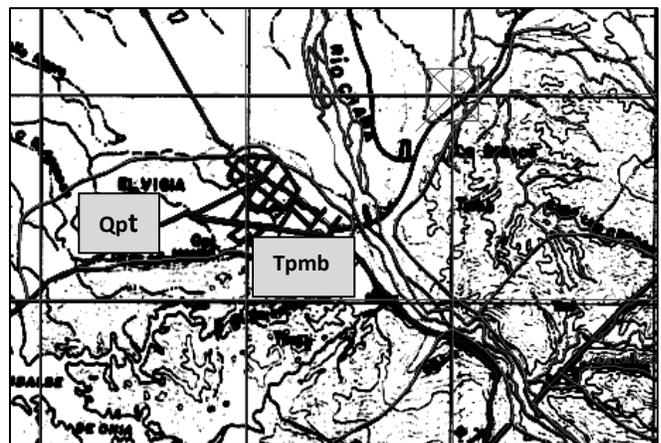


Fig. 2 Mapa geológico de la zona de interés. Unidades geológicas presentes

Tmi: Areniscas, lutitas arcillosas, arcillas, conglomerados y capas delgadas de carbón.

Tpmb: Oligoceno a Plioceno. Fm. Betijoque, conglomerados, limolitas, areniscas limosas y arcillas – Miembro Sanalejos Superior.

La cuenca del Río Chama está relacionada con muchas fallas geológicas activas, relacionadas con la falla de Boconó, y que han modificado violentamente los procesos naturales de sedimentación de materiales durante el cuaternario. El Río Chama está controlado por la falla de Boconó, por lo que en realidad se dice que en el cauce del mismo se tocan las dos placas tectónicas: Caribe y Sudamericana; y las diferencias entre ambas riberas surgen por todas partes.

4 METODOLOGÍA

4.1 Estudios Preliminares

Revisión documental, haciendo énfasis en los aspectos tectónicos, geológicos y geotécnicos, de carácter regional y local, de la zona de estudio; y un análisis fotogeológico.

4.2 Etapa de campo

Reconocimiento de la zona de estudio, recolección de muestras. Levantamiento geológico-geotécnico de superficie, descripción del tipo de suelo en donde se asienta el puente.

4.3 Identificación de factores intervinientes en la estabilidad de la zona de estudio (Bases del puente)

Factores condicionantes: Se realizó el estudio del suelo presente en las adyacencias de las pilas del puente, presencia de estructuras geológicas de interés, a través de la lectura del mapa geológico, y observación de los taludes en los que se apoyan las pilas de los extremos, donde la roca observada fueron areniscas muy meteorizadas por la humedad de la zona.

Factores Desencadenantes: Figuran, las sobrecargas estáticas, representadas por el puente La Blanca, y las cargas dinámicas, donde resalta la actividad sísmica. Además el puente atraviesa el Río Chama en una zona donde este deposita una alta cantidad de sedimentos, lo que hace difícil conseguir roca consolidada para los cimientos de la obra civil y la roca que se observa, como ya fue indicada está muy meteorizada por los efectos climáticos.

4.4 Etapa de laboratorio:

Realización de los ensayos (Contenido de humedad, Clasificación granulométrica por vía húmeda, Límites de Consistencia, Peso Específico, Corte Directo, Comprensión Simple, Compactación) sobre las muestras tomadas en campo, para obtener las propiedades geomecánicas necesarias para realizar las simulaciones pertinentes, utilizando el paquete computacional ABAQUS/CAE, a través del Método de los Elementos Finitos.

4.5 Análisis de seguridad geológica: Realizado en base a métodos numéricos, utilizando MEF.

Modelo de la zona. El presente modelo muestra una visión completa y longitudinal de la zona en donde se encuentra emplazado el puente, con los taludes a los extremos y el lecho del río Chama en la parte central, y tomando en cuenta una profundidad adicional de 27.5m, considerado como el subsuelo donde se apoya la obra (Fig.3). El cuerpo se ha dividido en 07 regiones, por conveniencia, esto para delimitar la zona donde están ubicadas las fundaciones del puente, las

cuales vienen a representar los puntos donde se aplica la carga representada por el peso del puente.

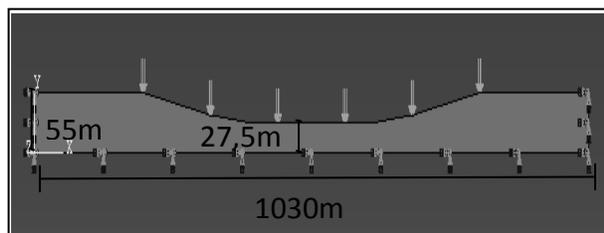


Fig.3 Modelado de la zona, dimensiones, condiciones de borde y Cargas

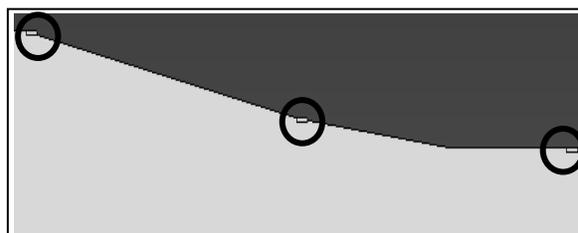


Fig.4 Detalle de las Fundaciones del Puente (Partición de la geometría)

En la fig.4 se observa un detalle realizado a las fundaciones del puente y la partición del cuerpo realizada con base a esto. Las condiciones de borde están dadas por empotramientos ubicados en la base y en los extremos laterales del modelo, restringiendo así cualquier movimiento que pudiera producirse en la base del subsuelo considerado y en los taludes de apoyo. Los desplazamientos en la dirección vertical U2 están permitidos.

Para este modelo se considera el medio homogéneo. Los parámetros geomecánicos asignados a este modelo fueron:

Tabla 1. Parámetros geomecánicos asignados al material 1

Material	E(Pa)	Y	$\rho(\text{kg/m}^3)$
1	889198,551	0,3	193,99

5 RESULTADOS:

Tabla 2. Resultados del modelado 2D. Bases del Puente La Blanca.

Modelo	A1(1)	A1(3)	A1(5)	A1(7)	A1(9)	A1(11)	A1(15)
Nº elem.	53262	5844	2032	1044	653	496	294
E12	2,223E-04	1,899E-04	-1,147E-04	-1,039E-04	2,124E-04	2,210E-04	2,401E-04
E11	-1,275E-04	-1,648E-04	-1,289E-04	-1,158E-04	-2,626E-04	-3,009E-04	-2,704E-04
E22	-3,609E-04	-3,464E-04	-3,005E-04	-2,975E-04	-7,695E-04	-1,078E-03	-1,088E-03
S Máx	3,189E+01	2,637E+01	4,103E+01	3,829E+01	3,865E+01	8,956E+01	9,529E+01
S11	-1,992E+02	-2,194E+02	-1,771E+02	-1,864E+02	-2,494E+02	-2,413E+02	-1,782E+02
S22	-3,354E+02	-3,352E+02	-2,906E+02	-2,915E+02	-7,127E+02	-9,860E+02	-9,868E+02
U1	5,817E-04	7,056E-04	-8,700E-04	9,018E-04	-9,905E-04	9,168E-04	9,463E-04
U2	-3,919E-03	-3,779E-03	-4,926E-03	-4,975E-03	-4,923E-03	-5,066E-03	-5,195E-03

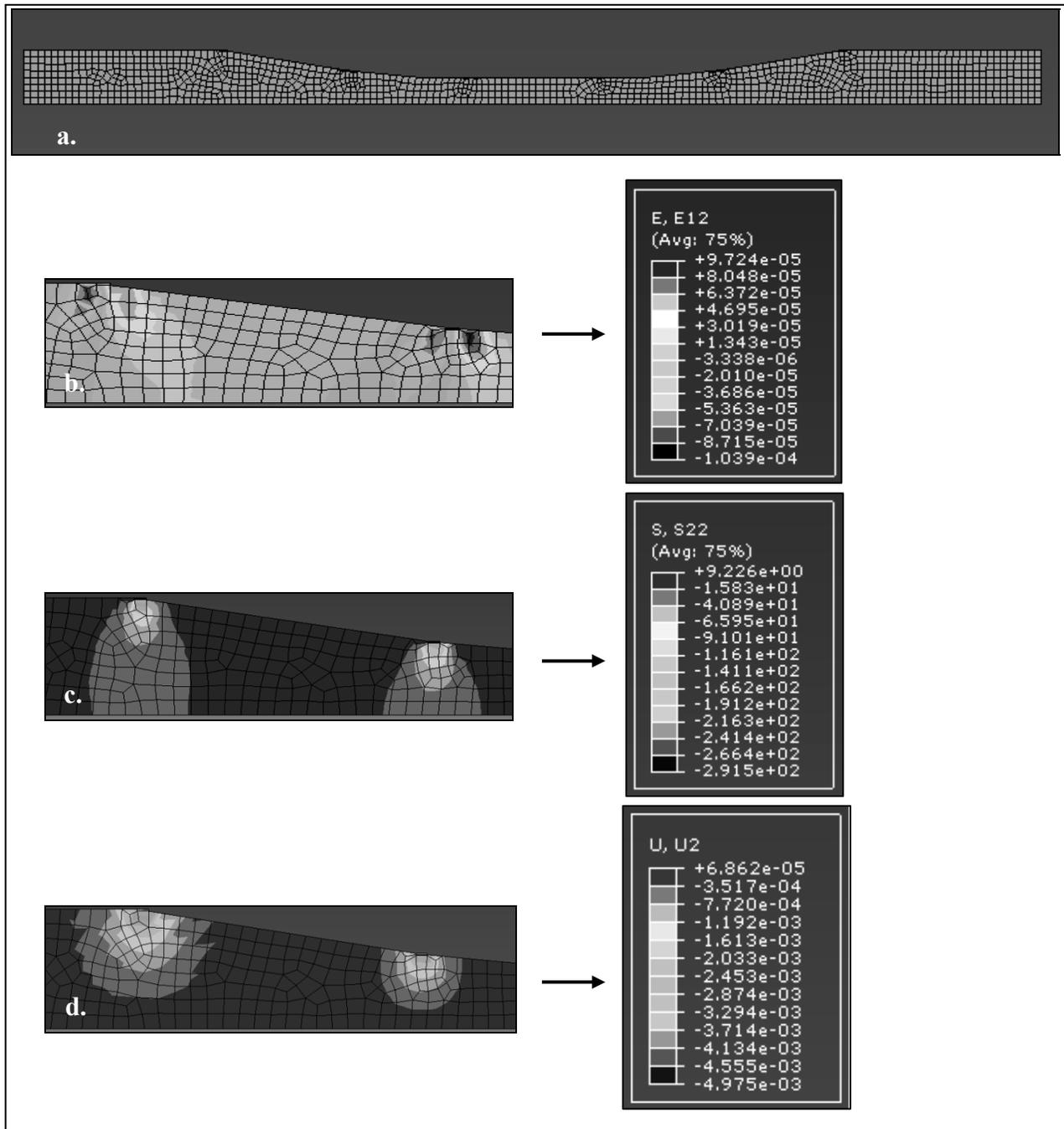


Fig.5 a. Mallado del modelo. b. Detalle de la E12 y rango de variación. c. Detalle del S22 y rango de variación. d. Detalle de la U2 y rango de variación

6 CONCLUSIONES

El planteamiento de un modelo elástico para la simulación geomecánica del área donde se encuentra emplazado el Puente Chama, constituye una propuesta real, ya que las aproximaciones de este modelo generado, permiten establecer similitudes con el contexto real, mediante la utilización de condiciones de borde adecuadas que garanticen la continuidad de medio simulado.

El mallado más adecuado para el modelo se estableció mediante la variación progresiva del número de elementos, en un proceso de calibración cuyo fin es establecer el rango de convergencia en el cual, la magnitud de las variables solicitadas al programa, tienden a un mismo valor.

El modelo se realizó en un sistema de referencia orientado por los ejes “x” y “y”, (esto por ser bidimensional) y con sus respectivas propiedades geomecánicas, cargas y condiciones de borde, el programa arroja como variables de salida desplazamientos, deformaciones y esfuerzos.

Para los modelos A1: Se malló el mismo modelo (Fig. 5.a) con distintos tamaños de elemento y después de la calibración se obtuvo que los resultados logrados para un tamaño de elemento n°7, eran los adecuados. En la tabla 2 se muestran estos resultados tabulados y se determina:

Para las deformaciones E12: Estas se ubican en las zonas donde se encuentran las fundaciones, lo cual resulta lógico, por encontrarse, allí, las cargas aplicadas directamente. Al comparar estas deformaciones con el valor límite de la deformación del concreto (0,003) se encuentra que las mismas son menores, y cómo es posible aproximar este valor a la resistencia de rocas y suelo, se dice entonces que estas deformaciones se encuentran dentro del rango elástico (Fig.5.b).

El esfuerzo máximo en la dirección “Y” es de $-2,915E+02$ Pa, dirigido en dirección vertical negativa. En la Fig.5.c, se observa, a través de una degradación de colores, y también de forma numérica, las variaciones de los esfuerzos dentro del cuerpo. Esta distribución es bastante uniforme para el cuerpo en general, y el aumento de los esfuerzos está ubicado de una forma puntual, en las zonas del subsuelo, por debajo de las fundaciones, asociado así a las zonas de mayor deformación.

Los desplazamientos verticales que se producen se encuentran en un rango que va de $6,862E-05$ a $-4,975E-03$, esto representa desplazamientos menores, que podrían ser vistos como asentamientos. Los de mayor valor se encuentran ubicados en las pilas de los extremos del puente. (Fig.5.d)

Con esta simulación se obtiene donde se ubica la concentración de esfuerzos, lo que permite puntualizar los lugares propensos a asentamientos y así establecer un control más detallado de las deformaciones en dichos puntos. Estos lugares corresponden principalmente a los puntos donde se ubican las pilas. Si además se toman en cuenta otros factores que actúan sobre la misma zona se puede concluir:

Los depósitos sobre los cuales se encuentra emplazado el puente Chama son pertenecientes a Tpmb, esto sumado a que el puente atraviesa el Río Chama en una zona donde este deposita una alta cantidad de sedimentos, produciendo suelos de sedimentación reciente con poca a nula compactación en los primeros metros de superficie, hace difícil conseguir roca consolidada para los cimientos de la obra civil y la roca que se observa, está muy meteorizada por los efectos climáticos.

El gran aumento que se ha observado en el tránsito vehicular favorece el aumento de los esfuerzos sobre el puente y su asentamiento.

REFERENCIAS

- [1] Zienkiewicz O. y Taylor L. “El Método de Los Elementos Finitos”, 4ta Edición, Editorial McGraw Hill Interamericana de España, S.A. España. (1994).
- [2] GONZÁLEZ DE VALLEJO, L., *et al.* 2006. Ingeniería Geológica. Pearson Educación S.A. Madrid, España.
- [3] LOGAN, DL. 1993. A First Course in the Finit Element Method. 2da Ed. FWS Publishing Company. Boston.

USO DE ELEMENTOS FINITOS EN EL ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA FORMACIÓN DEL HIMALAYA POR EL CONTACTO ENTRE LAS PLACAS TECTÓNICAS EUROASIÁTICA, HINDÚ Y ÁRABE

José Gutiérrez-Chacón

jose.gutierrez@ula.ve

Postgrado de Matemática Aplicada a la Ingeniería. Facultad de Ingeniería.

Universidad de Los Andes. Mérida, Venezuela

Jesús Torres-Hoyer

Maria Elisa Elberg

j.torres@ula.ve

mariael@ula.ve

Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Geológica.

Núcleo Pedro Rincón Gutiérrez, Edificio de Ingeniería, Ala Oeste, Nivel II. Mérida, Venezuela.

Resumen. *Esta investigación tiene como objetivo principal realizar el análisis del estado esfuerzo-deformación en el contacto entre las placas tectónicas Euroasiática, Hindú y Árabe, mediante la aplicación del Método de Elementos Finitos, a través del paquete computacional ABAQUS. La metodología utilizada se basa en una investigación preliminar de toda la información bibliográfica necesaria para construir los modelos numéricos tridimensionales de las placas tectónicas en estudio, empleando para ello modelos de calibración que permiten optimizar y mantener las condiciones reales del medio. Los resultados obtenidos muestran una distribución de desplazamientos verticales correspondientes a valores promedio de las alturas de la cadena montañosa de los Himalayas, las cuales fueron producto del levantamiento debido a la convergencia entre las placas Hindú y Árabe con la placa Euroasiática. También se obtiene la formación del plano de subducción característico de la zona en todos los modelos estudiados. El modelado numérico realizado en este estudio reproduce el comportamiento geológico del margen convergente de las placas involucradas, permitiendo reconstruir la formación de esta importante cadena montañosa y la determinación cuantitativa de valores de esfuerzo y deformación que le dieron origen.*

Palabras Claves: placas tectónicas, método de elementos finitos, simulación, Himalayas

1. INTRODUCCIÓN.

Las placas se mueven como unidades coherentes en relación con las otras placas. Aunque el interior de las placas puede deformarse, las principales interacciones entre las placas individuales se producen a lo largo de sus bordes. Dichos bordes, pueden ser: convergentes, divergentes y de falla transformantes. Cada placa está rodeada por una combinación de estas zonas, como es el caso de las placas Euroasiática, Hindú y Árabe.

Por esta razón, se aplica el Método de Elementos Finitos (MEF) para estudiar la interacción entre el margen convergente de las placas Hindú y Árabe con la placa Euroasiática, y de esta manera, analizar los fenómenos geológicos que dieron origen a la formación del Himalaya.

2. OBJETIVOS.

2.1 Objetivo General.

Analizar el estado de esfuerzo-deformación en el contacto entre las placas tectónicas Euroasiática, Hindu y Árabe, mediante la aplicación del Método de Elementos Finitos.

2.2 Objetivos Específicos.

- Realizar el modelo numérico 3D de la convergencia entre las placas tectónicas Euroasiática e Hindú.
- Analizar el modelado numérico completo en 3D del contacto entre las placas Euroasiática, Hindu y Árabe para analizar el levantamiento del Himalaya.

3. UBICACIÓN

Las placas Euroasiática, Hindú y Árabe, se encuentran en contacto hacia la parte nororiental del planeta (ver figura 1).

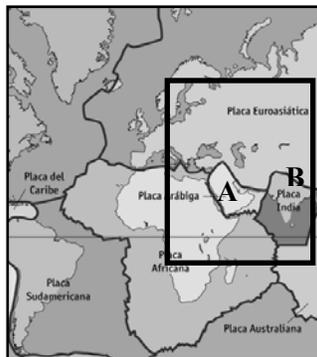


Figura 1. Ubicación del Área de Estudio. A: Margen Convergente Árabe-Euroasiática. B: Margen Convergente Hindú-Euroasiática.

(modificada de: http://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Placas_tectonicas_mapa.png).

4. METODOLOGÍA.

4.1 Análisis Documental.

Esta etapa corresponde a la recopilación de toda la información necesaria de la zona de estudio, dado que es extensa y compleja en términos geológicos, obteniendo principalmente la geometría de las placas tectónicas y las propiedades de los materiales constitutivos.

4.2 Análisis Numérico y generalidades de los modelos 3D.

La realización de esta etapa permite determinar el comportamiento de las placas tectónicas en estudio mediante la aplicación del Método de Elementos Finitos. Este análisis consiste en la creación de la geometría de las placas, propiedades de los materiales, condiciones de borde, cargas aplicadas y mallado de las mismas, todo esto con el programa computacional ABAQUS™.

La geometría mostrada en la figura 2, es obtenida utilizando la información satelital y estudios recientes realizados por Elberg y Sosa en el 2007.

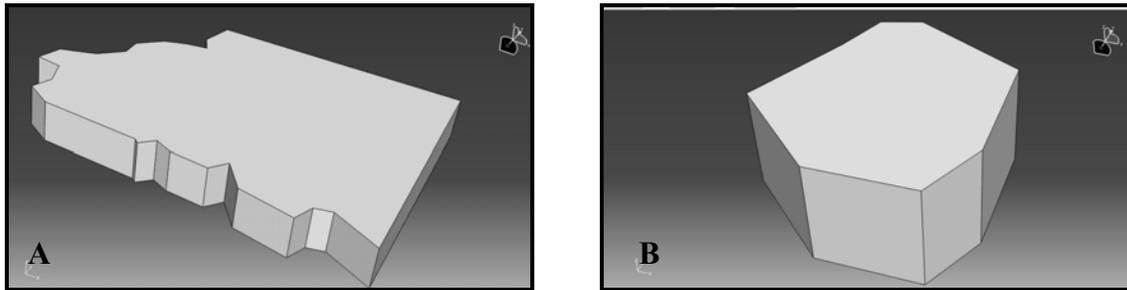


Figura 2. Geometría 3D de Placas: A) Euroasiática, B) Hindú.

Las condiciones de borde (CB) se obtienen con diversas pruebas verificando los empujes de las placas en fuerza de volumen y presiones (CA) obteniendo espacios geológicos conocidos en límites naturales actuales, como alturas promedio del Himalaya. Son asignadas para mantener la continuidad las cuales se muestran en la figura 3A. El mallado mostrado en la figura 3B, utiliza elementos tridimensionales de 8 nodos e integración reducida.

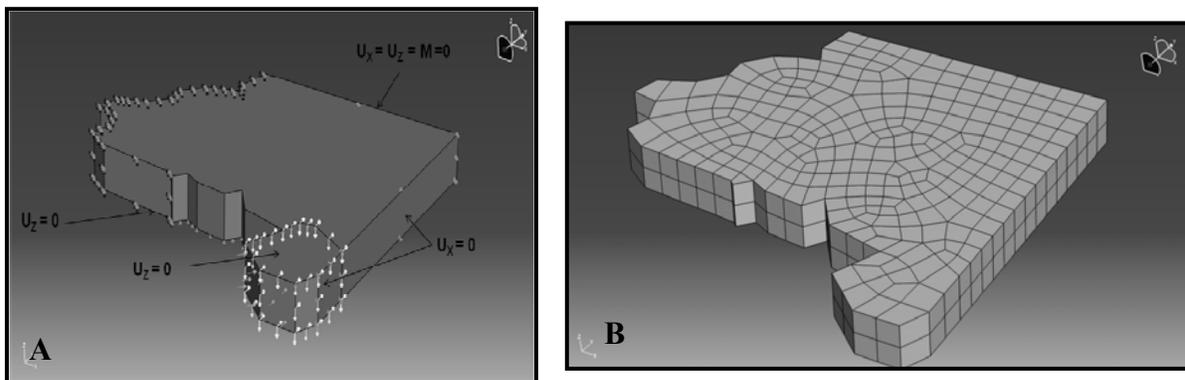


Figura 3. Placas Euroasiática-Hindú. A) Ensamblaje, CB y CA. B) Mallado

Para iniciar el análisis, se seleccionan los márgenes convergentes entre las placas Euroasiática-Hindu, Euroasiática-Árabe y Euroasiática-Hindu-Árabe. Estos márgenes, se construyen como modelos tridimensionales, representando la vista en planta de las placas en el plano XY y extruidos unitariamente en el plano Z. Por otra parte, los modelos se consideran compuestos sólo por litósfera.

Por otra parte, los modelos se consideran compuestos sólo por litósfera. La tabla siguiente muestra los valores geomecánicos utilizados.

Tabla 1. Propiedades de la Litosfera. Tomado de Turcotte (1988)

Densidad (γ) kg/km ³	Modulo de Elasticidad (E) N/km ²	Coefficiente de Poisson (ν)
3.36E12	1.62E17	0.28

El modelo completo 3D se muestra en la figura 4 donde se señala la geometría, las condiciones de borde y el mallado del modelo por las tres placas.

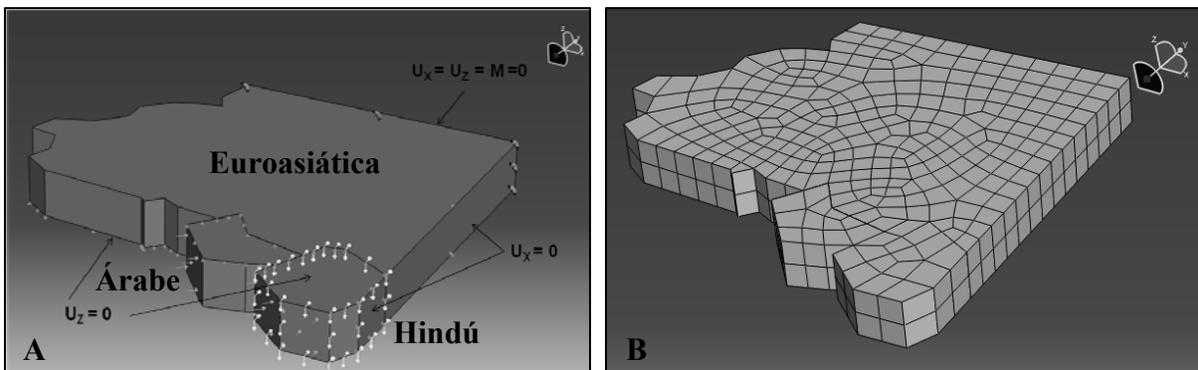


Figura 4. Placas Euroasiática-Hindú-Árabe. A) Geometría, CB y CA. B) Mallado

5. RESULTADOS.

Los resultados se basan en la cuantificación de valores característicos del levantamiento del Himalaya con base a valores de estados naturales conocidos.

La distribución de desplazamientos verticales positivos obtenidos entre placas Euroasiática-Hindú son muy próximos, 5500 metros, a la distribución de desplazamientos reales que se encuentran en la cadena montañosa de los Himalayas, en donde la altura promedio es de 6000 metros de altura como se muestra en la figura 5.

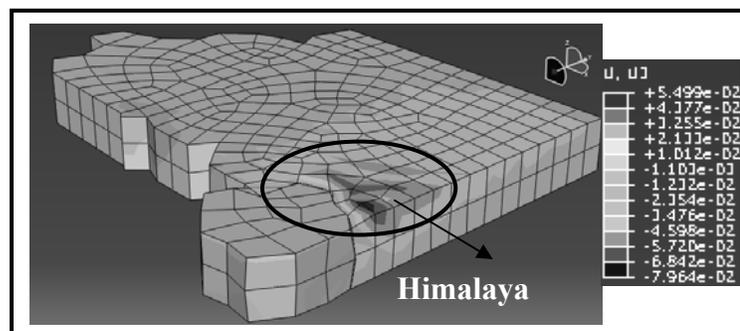


Figura 5. Desplazamientos en Km, Positivos en el eje Z (U_3). Vista Superior 3D.

Por otra parte, en las figura 6, se muestra como se forma la subducción y plano de la misma, coincidiendo con la realidad en cuanto al margen convergente que existe entre estas dos placas, lo cual, dio origen a la formación ó levantamiento de la cadena montañosa de los Himalayas.

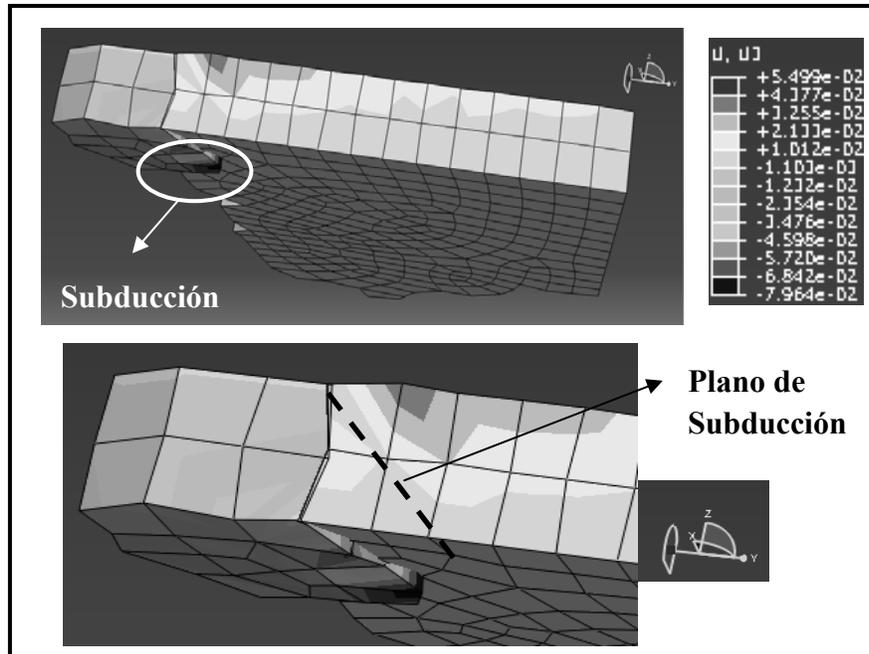


Figura 6. Desplazamientos Negativos, en Km, en el eje Z (U_3). Detalle 3D del plano de subducción entre las placas Euroasiática-Hindú.

Los resultados obtenidos muestran que los desplazamientos se mantienen al incluir la placa Árabe, zona en la cual se alcanzan alturas cercanos a los 3500 metros. Por otra parte se nota, al igual que en la convergencia de la placa Euroasiática-Hindu, la formación de la margen convergente que se produce en el contacto de estas tres placas tectónicas, distribución que coincide con la realidad geológica de las mismas como se aprecia en la figura 7.

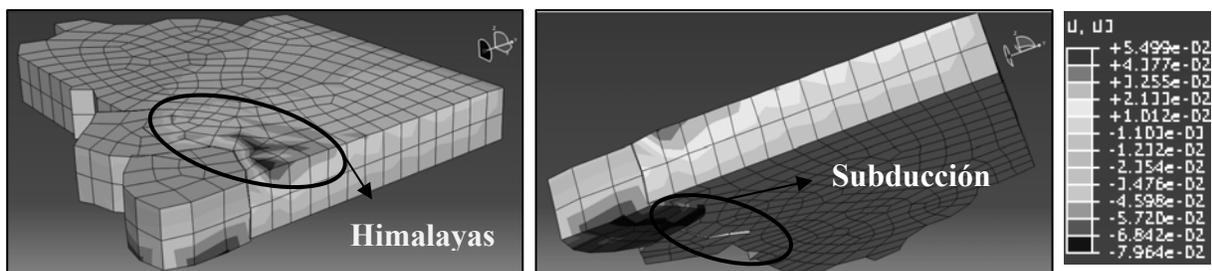


Figura 7. Placas Euroasiática-Hindú-Arabe. Distribución de Desplazamientos en Km en U_3 .

La tabla 2, muestra de manera resumida los resultados obtenidos en esta investigación.

Tabla 2. Valores de Desplazamientos en Km en la dirección U_3 .

Placas Tectónicas consideradas en la simulación.	Altura en metros de la Margen Convergente Euroasiática-Hindú.	Altura en metros de la Margen Convergente Euroasiática-Árabe.
Euroasiática e Hindú	5500	-----
Euroasiática, Hindú y Árabe	5500	3500

6. CONCLUSIONES.

La aplicación del Método de Elementos Finitos a través del paquete computacional ABAQUS, permite resolver un sinnúmero de problemas ingenieriles mediante aproximaciones numéricas, en la cual la solución manual de las ecuaciones que se derivan del análisis serían más complicadas de resolver.

Los valores de desplazamientos verticales obtenidos en la simulación del contacto entre las placas Euroasiática-Hindú fue de 5500 metros, siendo éste un valor cercano al valor promedio de la altura de la cadena montañosa de los Himalayas.

La distribución de desplazamientos obtenida del choque frontal de las placas Euroasiática-Hindú, permitió observar la formación clara de lo que se denomina plano de subducción de márgenes convergentes, razón por la cual, se considera que los resultados durante la fase de simulación coinciden con la realidad geológica de la margen convergente entre estas dos placas.

Por otra parte, al considerar la simulación de las tres placas (Euroasiática-Hindú-Árabe), se obtienen los mismos valores de desplazamientos en el contacto de la placa Euroasiática-Hindú, pero aparece los valores de desplazamientos cercanos a los 3500 metros en el contacto entre las placas Euroasiática-Árabe, complementando y mejorando la distribución de la cadena montañosa de los Himalayas a lo largo de este cinturón convergente.

7. REFERENCIAS.

- Chandrupatla, T y Belegundo, A. D. (1999). *Introduction to Finite Elements in Engineering* (2da ed.). Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Dyksterhuis, S. Albert, R.A. y Muller, R.D. (2005). *Finite element modelling of contemporary and plaeo-intraplate stress using ABAQUSTM*. Computers and Geosciences.31:297-307.
- Elberg, M. y Sosa, G. (2007). *Estudio de la energía de deformación entre las placas Suramericanas, Nazca y Caribe con la aplicación del Método de Elementos Finitos*. Ponencia presentada en las VI Jornadas Científico Técnicas de la Facultad de Ingeniería. Universidad de Los Andes. Mérida, Venezuela.
- Gutiérrez J, (2009). *Análisis de Estabilidad del Deslizamiento Las González, Municipio Sucre, Estado Mérida*. Mérida, Venezuela.
- Logan L, (1993). *A First Course in the Finite Element Method*. Publishing Company. Estados Unidos de América.
- Tarbuck, E y Lutgens (1999). *Ciencias de la Tierra. Una introducción a la geología física*. Madrid, España, pp. 437.

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LOS LÍMITES ENTRE LAS PLACAS EUROASIÁTICA, AUSTRALIANA Y FILIPINA EMPLEANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

J. Torres

J. Gutiérrez

M. Elberg

j.torres@ula.ve

jose.gutierrez@ula.ve

mariael@ula.ve

Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Geológica.

Núcleo Pedro Rincón Gutiérrez, Edificio de Ingeniería, Ala Oeste, Nivel II. Mérida Venezuela.

Resumen. *La tectónica de placas, tal como se concibe en la actualidad, es una teoría que explica las principales características geológicas del planeta partiendo de fenómenos como la subducción, transcurrancia y expansión de los fondos oceánicos, este motivo le confiere una importancia transcendental a esta teoría, por lo cual resulta fundamental comprender la interacción y los fenómenos que se producen en los límites de las placas tectónicas. En esta investigación se plantea realizar un análisis numérico de los límites de las placas Euroasiática, Filipina y Australiana, específicamente del estado de esfuerzos y desplazamientos empleando el método de elementos finitos. Para esto se definen modelos elásticos tridimensionales donde interactúan dos placas contiguas y finalmente se realiza un modelo tridimensional donde se muestra la interacción entre las tres placas mencionadas. Se obtiene que los mayores esfuerzos se presentan en las zonas de contacto entre las placas, puesto que es el área de mayor actividad geotectónica. Resulta muy significativo el hecho que, al realizar la simulación con las tres placas, se logran mejores resultados que en los que se consideran sólo dos placas, como consecuencia en ese modelo se consideran mayor cantidad de variables y la correspondencia con el mundo real se incrementa significativamente.*

Palabras Claves: Simulación geomecánica, Método de elementos finitos, Tectónica de placas, Esfuerzo, Deformación.

1. INTRODUCCIÓN

Este estudio se realiza con la finalidad de simular geomecánicamente la interacción entre las placas tectónicas Filipina, Euroasiática y Australiana, para obtener la distribución del estado de esfuerzos máximos principales producto de la tectónica del área, a través de la utilización del programa de elementos finitos ABAQUS. Se realizan modelos tridimensionales elásticos, donde en primer lugar se analiza la interacción entre dos placas contiguas, lo que sirve como base para el modelo final donde se observa la tectónica general del área. Los modelos fueron calibrados en función de los desplazamientos verticales.

2. OBJETIVO

El objetivo principal de esta investigación es analizar el estado de esfuerzo de las zonas de contacto entre las placas Euroasiática, Australiana y Filipina empleando el Método de Elementos Finitos. Para esto, se realizan modelos elásticos tridimensionales de los límites entre las placas tectónicas de forma individual, para calibrar las simulaciones, y finalmente presentar el análisis en conjunto la tectónica del área.

3. UBICACIÓN Y DESCRIPCIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO

La zona en estudio se encuentra en el sector oriental del planeta como se observa en la figura 1. Los límites entre las placas Euroasiática - Filipina (zona A, fig. 1) y Euroasiática - Australiana (zona B, fig. 1) son zonas de subducción que originaron los arcos de islas formados por las Filipinas, Taiwán y Japón en el primer caso y Java, Indonesia, Papúa – Nueva Guinea, entre otras, en el segundo caso.

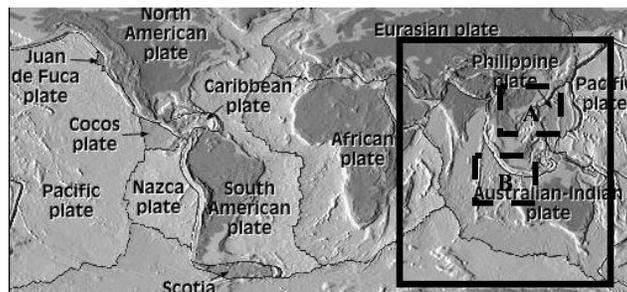


Figura 1. Ubicación del área de estudio. El área constituye casi la totalidad del conocido cinturón de fuego del pacífico (modificada de [1]).

4. MODELADO NUMERICO

El modelado numérico aplicado en esta investigación implica una serie de pasos metodológicos que tienen como objetivo el conocimiento geológico general de la zona y la aplicación del Método de Elementos Finitos.

Inicialmente se basa en estudios preliminares lo cual consiste en la búsqueda de toda la información disponible, haciendo énfasis en los aspectos topográficos, tectónicos y geológicos, de carácter regional y local de la zona. Seguidamente, la aplicación de los pasos de la simulación geomecánica, preprocesamiento, procesamiento y postprocesamiento, descritas a continuación.

Pre procesamiento. Consiste en la preparación de datos [2], tales como la geometría de las placas tectónicas, las condiciones de frontera para garantizar la continuidad del medio geológico y la información del material geomecánico constitutivo de los modelos.

La elaboración de la geometría resulta compleja, puesto que diversos autores en la literatura conocida no logran unificar criterios respecto a los conceptos y características relacionadas con las placas tectónicas. Las coordenadas utilizadas se tomaron de [3], esas coordenadas se obtuvieron en base a imágenes satelitales, relación a dimensiones del planeta y uso de coordenadas locales para graficar los puntos que determinan los límites de las placas.

Los parámetros geomecánicos utilizados corresponden a valores estándar de litosfera según [4] y se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Parámetros Geomecánicos de la litosfera

	$E [Kg/Km^2]$	ν	$\rho [Kg/Km^3]$
Litosfera	1.62E17	0.28	3.36E12

Las cargas deben ser tales que permitan emular los levantamientos, y las condiciones de frontera son diseñadas de forma tal que no se incurra en restricciones o libertades innecesarias. Adicionalmente deben ser consistentes con la realidad, para mantener la correspondencia con el medio geológico.

Procesamiento. Implica la solución de las ecuaciones planteadas que resulta en la evaluación de las variables nodales y esfuerzos [2].

Post-Procesamiento. Esta etapa trata de la presentación e interpretación de los resultados [2]. En este caso corresponden a la distribución de esfuerzos, de deformaciones y de los desplazamientos.

5. RESULTADOS

Las simulaciones no correspondieron a un único modelo, ya que se basaron en un proceso, donde en primer lugar se analizaron las interacciones entre las placas de dos en dos, para finalmente integrarlos en un modelo donde se pueda analizar la tectónica general de la zona (fig. 2). Los modelos fueron extruidos con un ancho unitario, las propiedades de los materiales se consideraron homogéneas e isotrópicas, correspondiendo al promedio para la litosfera.

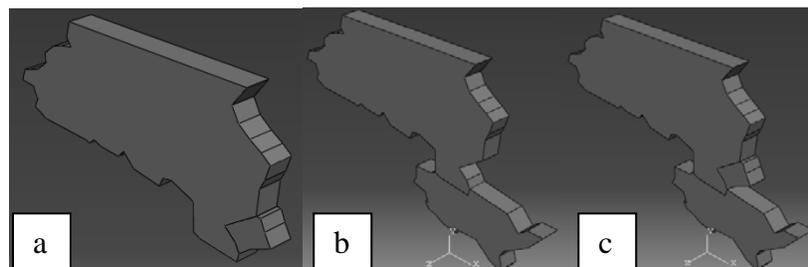


Figura 2. Geometrías iniciales de los modelos considerados. a) Colisión Euroasiática-Filipina. b) Subducción Euroasiática – Australiana. c) Modelo integrado para evaluar la tectónica general.

5.1 Modelo Euroasiática – Filipina.

Análisis de los Desplazamientos. La distribución de desplazamientos verticales (U3, en Km) se muestra en la figura 3, en ella se observan tres áreas interesantes.

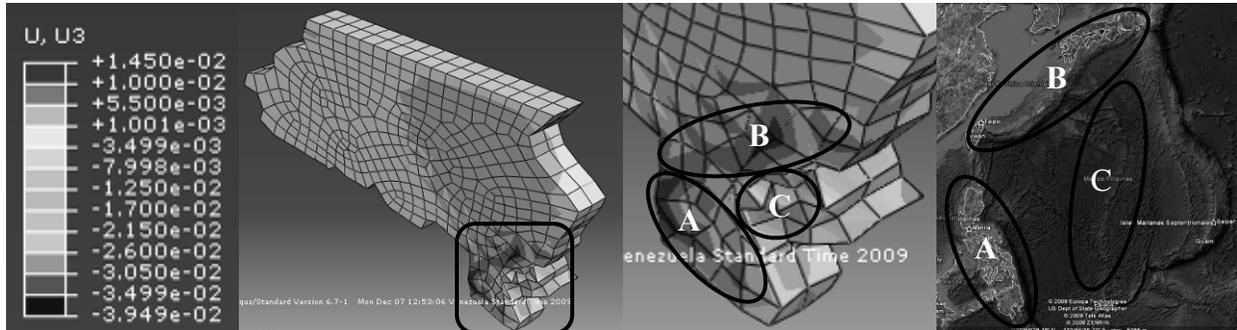


Figura 3. Distribución de los desplazamientos verticales para el modelo Euroasiática-Filipina.

En las zonas A y B se tienen los mayores valores de desplazamientos, nótese la correspondencia existente entre la distribución de los desplazamientos y la forma de los arcos de islas de las Filipinas y de Japón, lo que demuestra el grado de correspondencia de la simulación con el mundo real. La simulación debía alcanzar valores máximos cercanos a 3900 msnm (Monte Yu Shan en Taiwán), si bien se obtienen alturas de 1450 msnm considerando la relación ancho unitario/espesor real, es porque se llegó a la máxima carga que puede ser aplicada. En la zona C es posible observar algunos levantamientos aislados separados por patrones lineales, que parecieran corresponder a los observados en el mar de las Filipinas.

Distribución de esfuerzos. La distribución de los esfuerzos máximos principales (Smax ppa) se presenta en la figura 4, en ella se aprecia que las concentraciones de esfuerzos se ubican justamente en la frontera entre las dos placas.

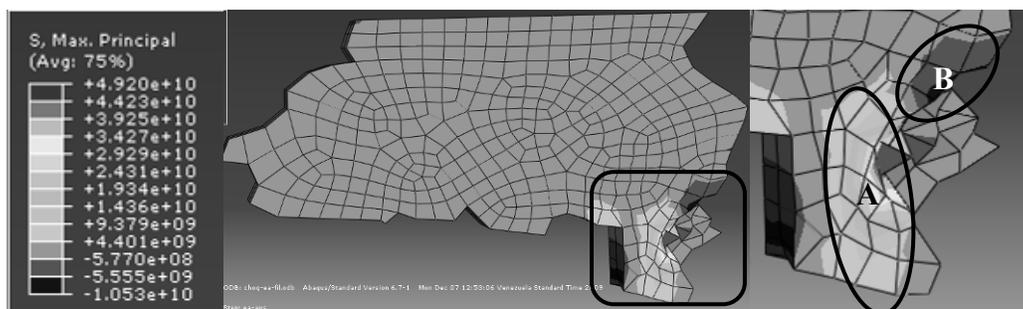


Figura 4. Distribución de los Esfuerzos Máximos Principales modelo Euroasiática-Filipina. La zona A son áreas de máximas compresiones y la zona B de máximas tensiones.

5.2 Modelo Euroasiática – Australiana

Análisis de los Desplazamientos. La figura 5 indica la distribución de los desplazamientos verticales, es posible observar que los máximos valores se ubican en dos zonas cercanas al límite

de las placas, esos levantamientos corresponden a las islas de Papúa-Nueva Guinea, Java y el resto del archipiélago que compone a Indonesia.

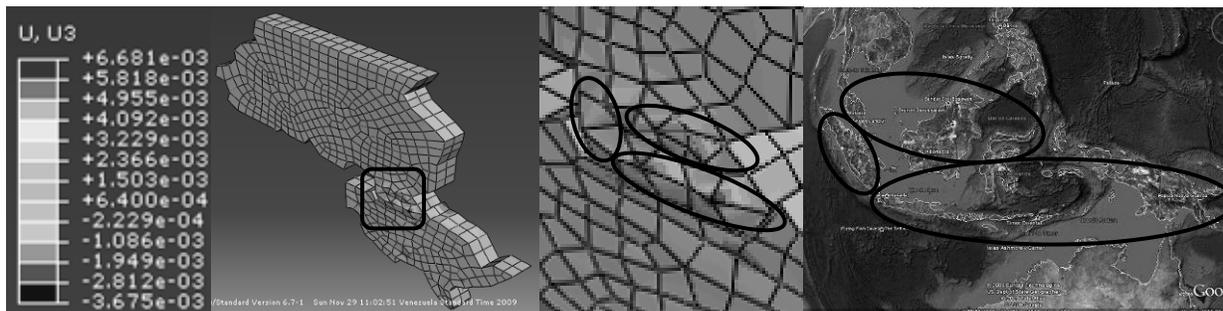


Figura 5. Distribución de los desplazamientos verticales para el modelo Euroasiática-Australiana.

Distribución de esfuerzos. La figura 6 muestra la distribución de los S_{max} ppal, en ella es posible observar que los máximos esfuerzos compresivos se encuentran en el contacto entre las dos placas, seguidos por una zona de atenuación hasta llegar al mínimo.

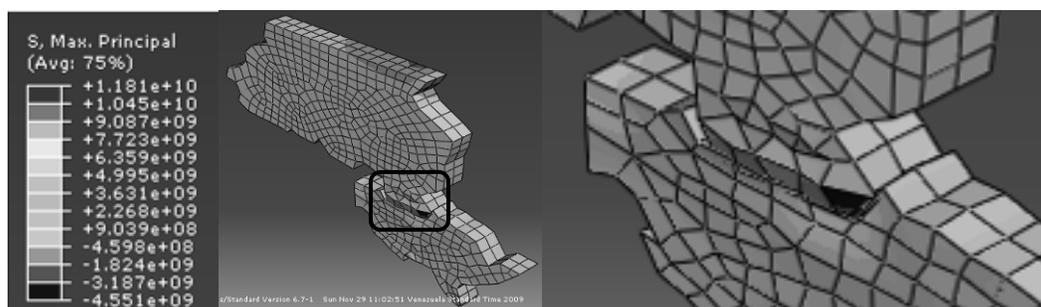


Figura 6. Distribución del Esfuerzo máximo principal, modelo Euroasiática-Australiana.

5.3 Modelo Euroasiática – Filipina – Australiana

Análisis de los Desplazamientos. Los desplazamientos se muestran en la figura 7. Se aprecia la formación de las islas Java, Indonesia, entre otras, así como un incipiente Taiwán y Japón. Los desplazamientos alcanzan el valor esperado de 3690 m; por ello es posible afirmar que la simulación genera mejores resultados porque la correspondencia con la realidad se incrementa.

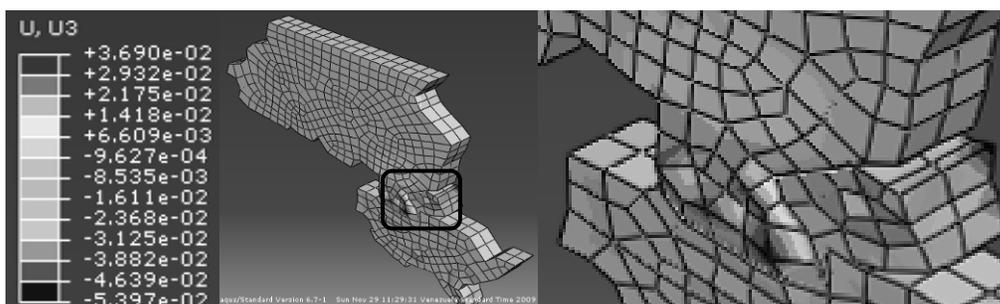


Figura 7. Distribución de los desplazamientos verticales, modelo de la tectónica general.

Distribución de esfuerzos. La figura 8 muestra la distribución de S_{max} ppal. Se repite el patrón observado, los mayores esfuerzos se consiguen en las fronteras de las placas y las deformaciones coinciden con ellos. Los esfuerzos en la base son consecuencia de las cargas aplicadas.

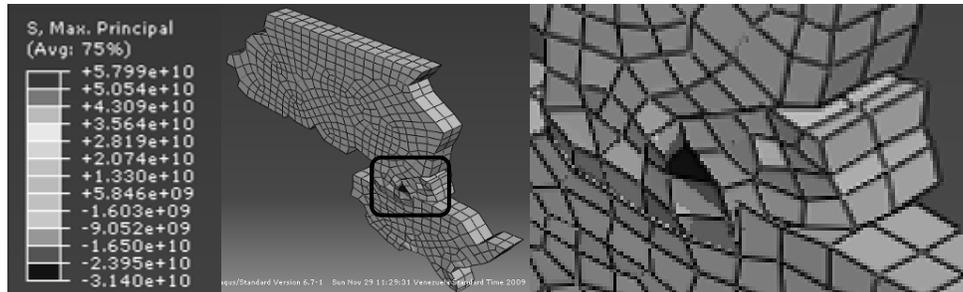


Figura 8. Distribución de los esfuerzos máximos principales en modelo de la tectónica general.

6. CONCLUSIONES

Los modelos que consideran la interacción entre dos placas tectónicas generan resultados aceptables en cuanto a distribución, no obstante, cuando se incrementa el número de placas en estudio los modelos generan valores de esfuerzos, deformaciones y desplazamientos mucho más aproximados a la realidad, puesto que se incrementa la correspondencia con el medio geológico. Adicionalmente a esto, se observó que en el modelo de la tectónica general del área se necesita la aplicación de cargas de menor magnitud para emular los resultados obtenidos en las simulaciones anteriores.

Los esfuerzos compresivos son los predominantes en estas áreas, y son los responsables de las mayores deformaciones observadas, como consecuencia de esto, la distribución de dichas variables es idéntica, los máximos valores se alcanzan en los límites de las placas y a partir de allí se genera una zona de atenuación hasta su valor mínimo.

7. REFERENCIAS

- [1]. Tarbuck, E. y Lutgens, F., *Ciencias de la Tierra: una introducción a la geología física*. Prentice Hall. Madrid. 1999.
- [2]. Chandrupatla, T, Belegundu, A. *Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería*. 2da Ed. Prentice hall. México. 1999.
- [3]. Elberg, M., y Sosa G. Estudio de la energía de deformación entre las placas Suramericana, Nazca y Caribe con la aplicación del método de elementos finitos. *Ponencia presentada en las VI Jornadas Científico Técnicas de la Facultad de Ingeniería. Universidad de los Andes. Mérida, Venezuela, 2007.*
- [4]. Turcotte D, Schubert G. *Geodynamics*. Clarendon Press Oxford. 1988

DIGITAL PREOPERATIVE PLANNING FOR LONG-BONE FRACTURES

Esmitt Ramírez J.

Ernesto Coto

esmitt.ramirez@ciens.ucv.ve

ernesto.coto@ciens.ucv.ve

Centro de Computación Gráfica, Universidad Central de Venezuela. Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Abstract. *Nowadays, fracture management is an essential part of everyday clinical decision-making prior to any fracture-related surgery. The way to carry out such preoperative planning involves tracing the bones over paper using the X-Rays, and then placing the resulting drawings together as if reconstructing the fractured bones. This action, although proven effective, is quite rudimentary and time consuming. In recent years, a significant effort has been dedicated to the building of computer systems for aiding the preoperative planning of fracture-related surgeries. This paper describes a new CAOS (Computer Aided Orthopedic Surgery) system for fractures, which considerably reduces the time required for the surgeon to plan a surgery. While planning can often take up to 25 minutes, the described system can reduce this time to a maximum of 5 minutes. The system also includes a database of fracture types and a database of implants.*

Key words: Preoperative planning, X-Ray images, Long-bone fracture, CAOS

1 INTRODUCTION

Since Wilhelm Röntgen discovered the X-Rays in 1895 [6], medical imaging have evolved considerably into techniques such as: Fluoroscopy, Ultrasound (US), Computed Tomography (CT), Magnetic Resonance (MR), etc. All these imaging modalities are a fundamental base to medical diagnosis in modern healthcare systems. Currently, most imaging modalities produce digital images. These images can be displayed and analyzed in a medical workstation for a prompt medical diagnosis. This is the motivation for the creation of modern CAD (Computer Aided Diagnosis) systems.

CAD systems that give support to an orthopedic surgeon in preoperative surgery planning for musco-skeletal system are called CAOS. Preoperative surgery planning is an important step before an orthopedic surgery, since it defines which procedures should be followed during surgery. Additionally, it is an exact guide to determinate the final result of the surgery. Preoperative planning can be done manually, although this is often imprecise, requires many tools and it could

take a considerable amount of time. When a CAOS system is used instead, the planning is very precise, it requires nothing additional to the medical workstation and it can be done in a timely manner.

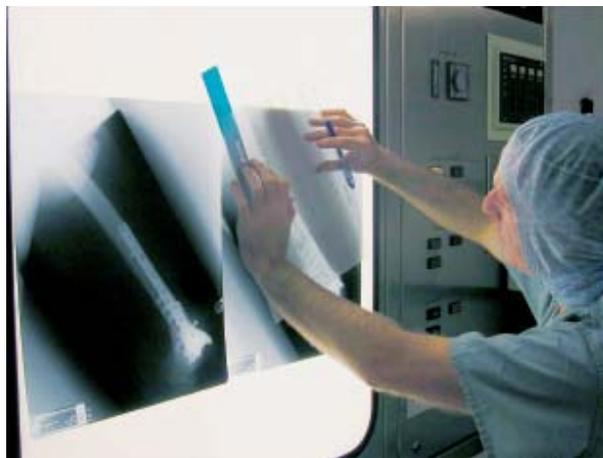
Nowadays, although manually planning is still performed in some hospitals, the use of CAOS systems is rapidly spreading as more hospitals acquire digital imaging systems [7]. This paper describes the design and development of a new CAOS system for preoperative planning for bone fractures. The system allows the surgeon to plan the surgery using the X-Rays images directly, and includes a database of fracture types as defined by the AO (*Arbeitsgemeinschaft für Osteosynthesefragen* - Association for the Study of Internal Fixation) Foundation, and a database of plates, screws, pins and nails from different manufacturers. It also allows interactive plate deformation for fracture reduction. In this paper, we describe our solution to preoperative planning for long-bone fracture to produce an interactive and low-cost system.

The following section presents an overview on preoperative planning for bone fractures. Section 3 describes our proposed preoperative planning scheme for CAOS systems. Section 4 shows the results we obtained after testing the system. Section 5 describes conclusions and future work.

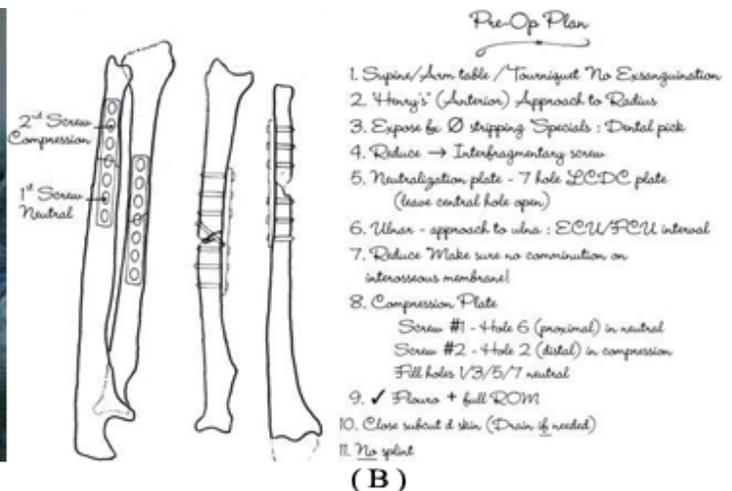
2 PREOPERATIVE PLANNING FOR BONE FRACTURES

Preoperative planning is an important step that all surgeons should follow prior to performing any surgical procedure. The main purpose of this planning is determining the final result of the surgery and set up the surgical technique to apply.

As explained in [5], preoperative plans for bone fractures can be done manually tracing preoperative drawings in paper, see Fig. 1A. Using the trace paper it is possible to understand the complexity of the fracture, shape of the reduction, treatment of the biomechanical principle and choosing the correct implant to use.



(A)



(B)

Figure 1: (A) Making a trace paper. (B) Illustration of preoperative plan detailing operative surgical steps, implants and equipment.

Preoperative planning consists on creating the trace paper of fracture segments and obtaining a surgical guide corresponding with the area that is going to be operated. For the planning to be

performed, the following materials are necessary: fracture X-Ray plate, paper for tracing, implant templates, goniometer, markers and a viewbox with acceptable lighting.

To construct the plan it is important to have an X-Ray of good quality. Place the X-Ray in the viewbox for a better contrast. Next, draw the border of the bones using markers. Use a goniometer to obtain different measurements for different fractured areas. After applying this procedure it is possible to obtain different pieces of fractures. The main idea is puzzling these pieces and placing them on their correct position. Moreover, it is possible to use implants for fracture reduction. These implants can be plates, screws, pins or nails. The implants should also be measured and taken into account in the planning. Finally, over the trace paper, certain information must be written such as: patient name, surgical procedure, additional tools, post-operative care, etc. see Fig. 1B . The selection of the surgical procedure is based on many characteristics of the fracture or osteotomy such as: bone, sector, trace type, number of fragments, size of fragments and others. Before performing a surgery, a plan has to include all sorted steps necessary for the surgery.

Although this manual procedure has proven useful, it is very time consuming and error prone. In past years [1], a variety of support software systems to surgery in fracture reduction has been used. These systems are called CAOS. They are the center of attention of different research centers worldwide. With a CAOS system it is possible appending any implant over a preoperative plan just using a digital repository of implants. Computerized templates are now available that allow preoperative planning to be perform directly on digital images, eliminating the pen-and-paper method. This situation makes the process more accurate and repeatable than the manual technique. The following sections describe a new preoperative planning scheme, implemented in a new CAOS system completely developed at our research center.

3 PROPOSED PREOPERATIVE PLANNING SCHEME

In our proposed planning scheme, we shown an eight-step-process: image acquisition, calibration, segmentation and puzzling, implant placement, implant deformation, tracing paper generation and report generation, see Fig 2. In a previous work [2], we describes this scheme only from a theoretical point of view. In the following subsections, we present implementation details of a CAOS system based on this scheme.

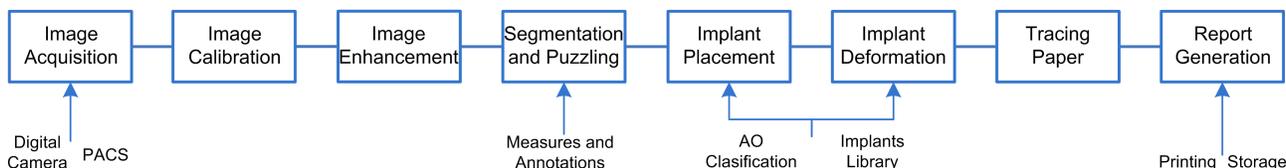


Figure 2: Proposed Preoperative Planning Scheme.

3.1 Image Acquisition

In this stage, images are captured using a digital camera or loaded from DICOM (Digital Imaging and Communication in Medicine) files. With the first approach, doctors can place the X-Ray over a viewbox and take a picture to obtain a digital image. In this way, we can use a conventional X-Ray plate. Note that image acquisition is essential in the planning process and

therefore the pictures taken should be taken under optimal conditions (lighting, distance to shoot, etc.). With the second approach the images can be loaded from CR (Computer Radiography) or RG (Radiographic Imaging) DICOM files.

3.2 Image Calibration

Frequently, surgeons need to take measurements for many reasons, such as calculating the dimension of the implants for the patient, calculating the width/height of a bone segment, etc. Generally, these measurements are given in millimeters. Our system provides tools to perform different kinds of measures (length, angle, etc.) along with tools for comments and annotations. However, images taken with digital cameras might have been taken from different distances, providing different pixel resolutions. Assuming a fixed pixel resolution for all images leads to huge mistakes in the measurements. This problem should be fixed using a calibration procedure.

Our calibration process starts opening holes in the X-Ray plates with a two-hole paper punch, see Fig. 3A. The holes are detected automatically using morphological operations. This requires a multipass algorithm using a Structuring Element (SE) to search for both circles. The size of the SE is dynamic and dependent on the region where the circles are placed. Since the distance between the holes in the punch is known, once the holes are detected in the image it is possible to calculate the pixel resolution and calibrate the images.

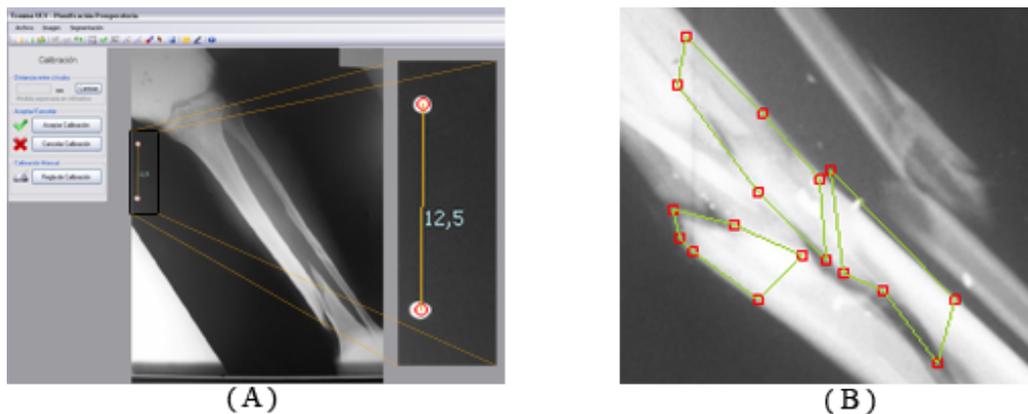


Figure 3: (A) Holes opened with paper punch allows image calibration. In this image there is a distance of 12.5 mm. between holes. (B) Segments with their control polygons over a long-bone fracture.

3.3 Image Enhancement

This stage is required so as to obtain a better contrast on the images. A manual window/level adjustment is performed at a workstation, and the user is responsible for the quality and enhancement of the displayed image. This stage is commonly used for medical images enhancement.

3.4 Segmentation and Puzzling

This is a very important step in our scheme. In this stage, surgeons can use the mouse to place the fragments produced during fracture reduction in their anatomically correct places (puzzling).

The segmentation sub-stage can be manual or semi-automatic. In manual mode, a surgeon marks a series of points around fracture fragments of interest. These points define a control polygon. A fracture may have several of them. In semi-automatic mode, a Canny border detection algorithm is used [4]. This algorithm finds a possible border of the fragment. The user is allowed to modify the border if necessary. Fig. 3B shows an example of this process.

In the puzzling sub-stage, each fracture segment is selected and placed in their correct anatomical position over the bone. Segments can be rotated and translated but not scaled. Although it might happen that not all segments fit perfectly in their correct position, a very close approximation is enough for planning.

3.5 Implant Placement

When the puzzling process is completed, the surgeon could decide to place an implant on the patient. Our system provides a library of implants that contains plates, screws, pins and nails from different manufacturers. Our system also includes a complete library of AO fracture classifications [8]. In our system, a MySQLTM database is used to store implant information such as type, size, category, etc. Each implant is represented using a STL (stereolithography) format file generated by Autodesk InventorTM, which stores the 3D triangulated surface of the implant.

3.6 Implant Deformation

Once the implant is placed, the surgeon might need to bend it to make it fit in the correct anatomical position. The bending process is defined as a deformation applied to a metal part by pressure along a curved path. Implants generally are made of metal or any alloy of it. This deformation is made by the surgeon in the operation room using a specialized groove plier over an implant. Our system allows the digital deformation of the implant prior to the operation, using a variation for X-Ray images of the algorithm proposed in [3].

3.7 Tracing Paper and Report Generation

Once the previous stages are completed, the results are saved in a digital tracing paper, similar to the one in Fig. 1B. This is the tracing paper the surgeon will use as a guide for the surgery. It contains annotations, measurements, fragments of bones, implants and the input X-Ray.

In the Report Generation stage, the user can print a document reviewing the planning process. Information such as number of implants used, surgical technique, etc. are placed in this report. This document is intended to be printed like a report or for storage in a database of clinical cases.

4 RESULTS

The time it takes for surgeons to create a preoperative planning manually varies from 8 to 25 minutes approximately. We installed our system in a standard PC without specialized hardware at the Radiology Department of the HUC (University Hospital of Caracas) in Venezuela, and instructed two experts on how to use the system. The experts learned how to use the system in a short time with minimal training. Once they became familiar with the system, the planning time varied from 2 to 5 minutes. This is a considerable reduction of the planning time.

5 CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

We have presented a scheme for preoperative planning for fractures that uses image-based techniques over a conventional PC. We proposed several stages with the purpose of creating a scalable, detailed and maintainable workflow. Each stage can be extended with new sub-stages and functionality without affecting the rest. The library of implants reduces the time for the surgeon to choose the correct implant for a fracture. In addition, the possibility of digitally bending an implant using a 3D geometry allows a better proximation to the actual surgery. Since no special hardware is required, it is possible to use the system even in rural medical facilities.

Several improvements are possible. First, a better border detection algorithm can be used. We are planning to try algorithms based on active contours or deformable models. Second, for the calibration process we used a paper punch because it is a common supply in any medical healthcare center, but this might not be the case, and therefore we are planning to provide other calibration options. Finally, we are planning to exploit current technology to speed up the annotation process, e.g. speaker annotations, medical tablet PCs, etc.

Acknowledgements

We would like to thank Md. Carlos Sánchez and Eng. Othman Falcón for their valuable input and experience. All medical images used during this research project were kindly provided by the Radiology Department at HUC, Venezuela.

REFERENCES

- [1] M. Citak, T. N. Board, Y. Sun, V. Look, C. Krettek, T. Hüfner, and D. Kendoff. Reference marker stability in computer aided orthopedic surgery: A biomechanical study in artificial bone and cadavers. *Technol. Health Care*, 15(6):407–414, 2007.
- [2] Ramírez E. Planificación preoperatoria digital en traumatología. Technical Report 2009-7, Central University of Venezuela, Caracas, April 2009.
- [3] Birkholz H. and Jackèl D. Image warping with feature curves. In *SCCG '03: Proceedings of the 19th Spring Conference on Computer Graphics*, pages 199–202, NY, USA, 2003. ACM.
- [4] Canny J. A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(6):679–698, 1986.
- [5] Stannard J., Schmidt A., and Kregor P. *Surgical Treatment of Orthopaedic Trauma*. Thieme Medical Publishers, Inc., 2007.
- [6] Hollins M. *Medical physics*. Nelson Thornes, Basingstoke, England, 1990.
- [7] Giger M.L. Computer-aided diagnosis in medical imaging - A new era in image interpretation. Technical report, The College University of Chicago, Chicago, January 2000.
- [8] Rüedi T. P. and William M. M. *Principios de la AO en el tratamiento de las Fracturas*. Masson, Barcelona, Spain, 2003.

PRE-BÚSQUEDA ESPACIAL PARA VISUALIZACIÓN OUT-OF-CORE DE VOLÚMENES DE GRAN TAMAÑO

Federico Valencia

Jorge Rodríguez

Jorge Castellanos

fdvalencia1@gmail.com

jrodrigu@uc.edu.ve

jcasteld@uc.edu.ve

CEMVICC, Fac. Experimental de Ciencias y Tecnología,
Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela

Resumen. *Las técnicas out-of-core (fuera del núcleo) permiten cargar en memoria un subconjunto de los datos y leer del disco datos nuevos, según demanda, en forma transparente al usuario de la aplicación. Sin embargo, en visualización de volúmenes, la creación de una capa out-of-core, con tiempos de respuesta interactivos no es trivial, ya que los algoritmos de caché y pre-búsqueda convencionales asumen cada archivo como una secuencia unidimensional de datos a ser leídos tal y como están almacenados, lo cual es falso cuando trabajamos con visualización de volúmenes. En este trabajo se plantea una primera aproximación al problema de visualización de volúmenes de gran tamaño usando técnicas out-of-core. Se propone un esquema de organización espacial de los datos en disco basado en chunking, y un protocolo de pre-búsqueda por demanda, basado en threading, con el objeto de visualizar concurrentemente con la tarea de lectura en disco. Asimismo, se implementó un esquema de caché asociativa por conjuntos que optimizó los tiempos de reemplazo y se creó una estrategia para detectar rápidamente los bloques pre-existentes en la caché, producto de búsquedas anteriores, evitando así las búsquedas innecesarias en disco.*

Palabras Clave: Técnicas out-of-core, visualización de volúmenes, memoria caché

1. INTRODUCCIÓN

La visualización de conjuntos multidimensionales de datos (dos y tres dimensiones) es hoy en día una necesidad en diversos campos de aplicación tales como medicina, ciencias e ingeniería. Frecuentemente, estos conjuntos de datos exceden el tamaño de la memoria principal de computadores convencionales imposibilitando su visualización a través de las técnicas convencionales basadas en esquemas *in-core*. Ello ha obligado a los investigadores del área de

visualización a buscar en el campo de sistemas operativos, técnicas que permitan manipular conjuntos de datos de gran tamaño. Allí aparecen las técnicas *out-of-core* (fuera del núcleo) [1][2][3] como una alternativa para la visualización de volúmenes de gran tamaño que superen la capacidad de la memoria principal y que, por tanto, impiden su procesamiento *in-core*. Estas técnicas permiten intercambiar información (paging) entre la memoria principal y los dispositivos de memoria secundaria (fundamentalmente discos) a fin de tener cargado en la memoria principal sólo la información imprescindible para la operación de visualización en curso. Desafortunadamente, las técnicas *out-of-core* convencionales asumen cada archivo de datos como una secuencia unidimensional de datos que serán leídos tal y como están almacenados en el archivo. Esta suposición frecuentemente es falsa cuando trabajamos con visualización de volúmenes, siendo que datos cercanos espacialmente son lejanos en su disposición física. En tal sentido, una reorganización de los datos en el disco es necesaria para acelerar los tiempos de lectura. Sarawagi y Stonebraker [4] hacen una revisión de esquemas de organización de arreglos multidimensionales de gran tamaño para hacer más eficiente su acceso. De allí se tomó la organización basada en *chunks* para este desarrollo. En este mismo orden de ideas, Zuñiga et al. [5] aportan un esquema de almacenamiento en bloques de 4.096 bytes, tamaño estándar de la unidad de lectura/escritura en la mayoría de los sistemas de archivos. Por otra parte, una adecuada implementación de una técnica *out-of-core* exige la creación de un módulo de memoria caché virtual que permita intermediar entre los datos en disco y los datos en la memoria principal. En Patterson & Hennessy [6] se hace una revisión de los esquemas de implementación de cachés. De allí tomamos la caché asociativa por conjuntos para nuestro desarrollo. Finalmente, la búsqueda de los datos en disco pueden realizarse, según Smith [7], cada vez que es requerida o antes de que sea requerida (pre-búsqueda: *prefetch*). En el segundo caso es necesario establecer un patrón de solicitudes para poder anticiparse a la demanda de información. En el caso de la visualización de volúmenes se suelen establecer mecanismos más o menos rígidos de exploración del volumen con el fin de limitar los grados de libertad en el desplazamiento y así poder predecir, en el instante t , los datos potencialmente requeridos en el instante $t+1$. De esta manera, Rhodes et al. [8], en su *slicer application*, permiten desplazarse en el volumen solamente de rebanada en rebanada en la dirección de alguno de los ejes de coordenadas. De esta manera, dada una ubicación (x,y,z) sobre el volumen, siempre saben de antemano cuales rebanadas puede requerir para el siguiente desplazamiento. En este trabajo, se propone la implementación de un soporte *out-of-core* para la visualización de volúmenes de tamaño arbitrario. Este soporte *out-of-core* hace uso de un esquema de organización espacial de los datos basado en *chunking*. Asimismo, se implementa un esquema de memoria caché asociativa por conjuntos y un sistema que evita la carga redundante o innecesaria de datos. Finalmente, se propone un protocolo de pre-búsqueda por demanda que explota la concurrencia del acceso a disco con la visualización a través de un enfoque basado en hilos [9].

2. NUESTRA PROPUESTA

El desarrollo de una capa *out-of-core* para una aplicación de visualización de volúmenes de gran tamaño requiere, por una parte, establecer la estrategia de navegación por el volumen que, a su vez, determina el esquema de demanda de datos no existentes en memoria y, por otra parte, el soporte que administra dicha demanda y busca los datos en disco para cargarlos en memoria.

2.1 Estrategia de Demanda de datos

Una de las dificultades a la hora de desarrollar una técnica *out-of-core* para visualización de

volumen, radica en los grados de libertad que ofrece el dominio espacial para navegar a través de él. Esta característica, aunque muy conveniente desde el punto de vista de exploración visual, se convierte en un obstáculo para definir un patrón, más o menos predecible, de acceso a los datos. Por ello, se establecen patrones de desplazamiento que limiten el espacio potencial de datos que pueden ser demandados en un momento dado. En nuestra propuesta, el espacio potencial de datos requeridos en un instante de tiempo t_{i+1} queda restringido al conjunto de vóxeles que rodean el sub-volumen visible en el instante de tiempo t_i . En tal sentido, sólo una porción del volumen, denominada región de visibilidad, es visualizada *in-core* usando el buffer de textura 3D del GPU. Cada vez que el usuario desplaza la región de visibilidad en alguna de las seis direcciones canónicas (izquierda, derecha, arriba, abajo, adelante, atrás), los datos no existentes en memoria principal son demandados y, por lo tanto, la capa *out-of-core* es activada. Una vez obtenidos los datos demandados, el buffer de textura es actualizado y la nueva visualización es desplegada. Desde el punto de vista de interfaz con el usuario, la aplicación dispone de una imagen a muy baja resolución del volumen completo, sobre la cual, el usuario puede desplazar espacialmente la región de visibilidad, la cual contiene el sub-volumen que es visualizado en detalle en un instante de tiempo t_i tal como lo ilustra la Fig. 1.

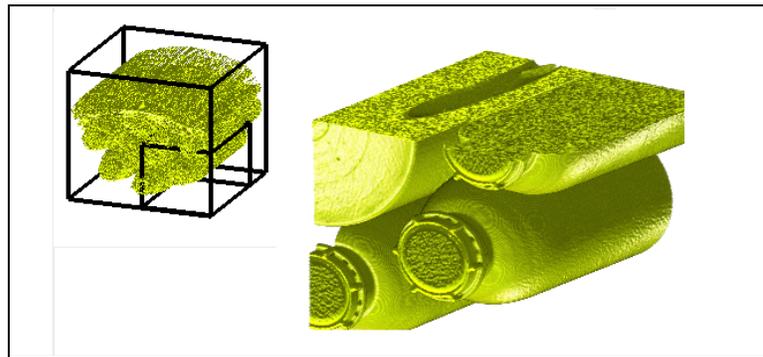


Figura 1. Volumen con bajo nivel de detalle, región de visibilidad y visualización detallada del sub-volumen

Inicialmente, la región de visibilidad se ubica en una posición preestablecida. A partir de allí, el usuario puede explorar todo el volumen desplazando la región de visibilidad, una unidad a la vez, hacia alguna de las seis direcciones canónicas. Este esquema permite al usuario explorar la totalidad del volumen con un desplazamiento continuo sin permitir saltos bruscos entre regiones remotas dentro del conjunto de datos.

2.2 Administrador *Out-of-core*

Con el objeto de administrar las solicitudes de actualización de datos, su búsqueda en disco y la correcta actualización de los mismos en memoria principal se plantea un esquema de carga del volumen a dos niveles: el nivel inferior posee, en memoria principal, el subvolumen seleccionado y de allí alimenta el buffer de textura 3D para habilitar la visualización del mismo. Este nivel es, esencialmente, el motor de visualización de volúmenes convencional basado en GPU. El nivel superior, que viene a ser la capa *out-of-core*, viene determinado por tres aspectos fundamentales: el formato de almacenamiento físico de los datos en disco a fin de agilizar su lectura, un sistema de caché con los datos potencialmente requeridos por la visualización en concordancia con la estrategia de demanda explicada anteriormente, y un algoritmo de pre-búsqueda según demanda encargado de leer los datos en disco y actualizar la caché. La Fig. 2 ilustra el esquema implementado.

Formato de almacenamiento. Se plantea un esquema de almacenamiento basado en *chunking* [4]. Un *chunk* es un conjunto tridimensional de vóxeles (sub-bloque) que son almacenados y accedidos juntos. Dado que el archivo de datos multidimensionales se reorganiza en sub-bloques (*chunks*) que se almacenan de forma lineal en el archivo, se aumenta la probabilidad de que los datos en el volumen *n-dimensional* estén más cerca físicamente en el archivo. De esta manera se incrementa el desempeño de lectura ya que se harían menos saltos a la hora de buscar los vóxeles necesarios para la visualización. Asimismo, es bien conocido que la mayoría de los sistemas de lectura de disco leen bloques de 4.096 bytes. En tal sentido, cada *chunk* ha sido definido de ese tamaño y por ello cuenta con un *padding* de 60 bytes como parte de la cabecera (*header*) para completar los 4.096 bytes por *chunk*. Ello permitirá una óptima lectura en disco. Cada *chunk* se tomará como unidad básica de E/S (entrada/salida) y por lo tanto, el volumen vóxelizado en disco es recodificado en términos de *chunks*.

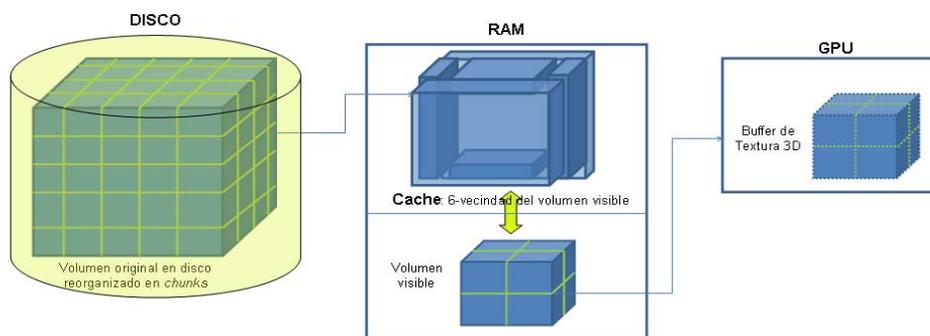


Figura 2. Esquema propuesto

En nuestra propuesta, los *chunks* son de $6 \times 6 \times 7$ vóxeles con sus correspondientes gradientes, y una cabecera (*header*) con el *ID* de cada *chunk*. Los gradientes de cada vóxel son información necesaria al momento de iluminar el volumen, ya que hacen las veces del vector normal en el vóxel. En vista de que los datos son reorganizados en *chunks*, dichos gradientes fueron precalculados para así evitar su cálculo a la hora de visualizar el volumen cada vez que nos desplazamos a través de él.

Caché Asociativa por conjuntos. El esquema de caché escogido responde a una caché asociativa por conjuntos. La caché se divide en P conjuntos de N elementos cada uno. A cada conjunto se le asocia un grupo de direcciones de memoria donde son cargados los *chunks*. Dentro de un conjunto, una dirección puede ser almacenada en cualquiera de los N elementos que lo forman, es decir, dentro de un conjunto la asignación es totalmente asociativa. Para $N=1$, se tiene una caché de correspondencia directa. Para $N=P$, se tiene una caché completamente asociativa. Si se escoge un valor apropiado de N , se alcanza la solución óptima. En nuestro caso $N=4$, donde cada elemento contiene, además, un campo de estado que indica si está vacío o cuánto tiempo tiene sin ser reemplazado. Ello permite la implementación de la política LRU (usado menos recientemente) durante el proceso de reemplazo. El otro campo denominado dato contiene el *chunk* propiamente dicho.

El esquema de demanda de datos establecido limita las posibilidades de demanda de nuevos datos a las seis posibles direcciones de desplazamiento. Por lo tanto, basta con almacenar en caché una “concha” de vóxeles (agrupados en *chunks*) que cubre totalmente el sub-volumen

delimitado por la región de visibilidad. La “concha” está definida por seis capas adyacentes a cada una de las paredes de la región de visibilidad tal como se ilustra en la Fig. 2 (Ver caché). Hay dos factores que deben ser tomados en cuenta en la definición de la “concha”: El grosor de las capas y el largo de cada capa de forma tal de cubrir totalmente la región de visibilidad sin redundar en *chunks* y minimizando el número de datos con más lenta recuperación.

Threaded Prefetching (pre-búsqueda usando hilos). La función del algoritmo de pre-búsqueda es anticiparse a la demanda del usuario y buscar, en disco, los datos que se requerirán a futuro para actualizar convenientemente la caché. En nuestro caso, la pre-búsqueda se activa después de una cierta cantidad de desplazamientos en cualquiera de las seis direcciones canónicas. Cada vez que ocurre un desplazamiento en la dirección H, todas las capas de la concha se ven afectadas en una unidad. Sin embargo, si el grosor de las capas es mayor a uno, la caché tiene datos de holgura para actualizar la visualización sin necesidad de buscar en disco. Cuando se llega al n-ésimo desplazamiento de la región de visibilidad, se debe activar la pre-búsqueda para completar el grosor de las capas afectadas. Este esquema de demanda permite implementar un algoritmo de pre-búsqueda basado en hilos de ejecución, *threaded prefetching* [8], con el objeto de permitir que el proceso de búsqueda de nuevos datos en disco se ejecute con su propio hilo, independiente del hilo que controla la visualización, garantizando concurrencia entre ambos procesos.

Cabe destacar que la pre-búsqueda no tiene porque buscar la totalidad de los *chunks* requeridos cada vez que es activada, ya que parte de la información podría estar cargada en la caché producto de demandas anteriores. Para evitar búsquedas redundantes se definió una estructura que almacena la información de los bloques que se encuentran dentro de la caché y los que no. Dicha estructura consiste en un arreglo de booleanos del tamaño del total de *chunks* del volumen. Por ejemplo, para un volumen de 512^3 , dividido en *chunks* de $6 \times 6 \times 7$ vóxeles, se define un arreglo de $86 \times 86 \times 74 = 547.304$ posiciones. Cada posición del arreglo representa un *chunk*. Si la posición i-ésima tiene valor verdadero, el bloque correspondiente se encuentra en la caché, de lo contrario, no está presente en la caché. Luego, a través del arreglo de booleanos, podemos disminuir significativamente el número de lecturas a disco, cargando sólo aquellos bloques continuos de *chunks* requeridos, cuyo booleano sea falso.

3. RESULTADOS

Las pruebas mostradas corresponden a un volumen de 1024^3 vóxeles, con una región de visibilidad de $210 \times 210 \times 245$, 4 *chunks* de grosor para la concha en caché, y activación de la pre-búsqueda cada tres desplazamientos. Las pruebas fueron realizadas sobre un procesador *intel core 2* a 2.83 GHz, 4 GB de RAM DDR3, tarjeta gráfica NVIDIA 8800GTX con 768 MB de memoria GDDR3 a 384 Bits, velocidad de núcleo (core clock) del GPU 575Mhz, ancho de banda de memoria de 86 GB/s, y un disco duro *Western Digital WD3200KS*, con 16 MB de caché, tiempo promedio de búsqueda de 8.9 ms. y con una velocidad de rotación de 7200 rpm. La tabla 1 muestra los tiempos de recorrido del volumen completo con y sin caché, evidenciando la disminución lograda gracias a la implementación de la caché. Por otra parte, la tabla 2 muestra la velocidad promedio de rendering, en cuadros por segundo (fps), para cada una de las direcciones de desplazamiento, con el soporte *out-of-core*. Dado que los *chunks* están organizados físicamente en orden XYZ, en dirección Z hay menos saltos de lectura y por tanto el tiempo de acceso es menor. Finalmente, la Fig. 3 muestra la apariencia final de la aplicación desarrollada.

4. CONCLUSIONES

En el presente trabajo, se implementó un soporte *out-of-core* para una aplicación de visualización de volúmenes, logrando visualizar volúmenes que exceden la capacidad en memoria de un computador convencional. Aunque el acceso a disco ralentiza significativamente la visualización, acarreando la pérdida del tiempo real, los tiempos de respuesta alcanzados están por debajo del segundo de espera y permiten cierta interactividad. El cuello de botella, como era de esperarse, está en la búsqueda en disco de los datos demandados, a pesar de la caché, del esquema para evitar búsquedas redundantes y de la pre-búsqueda basada en hilos implementadas. Se propone el uso de *chunks* de mayor tamaño, o de grupos de *chunks*, como estrategia para bajar los tiempos de lectura en disco y aumentar la velocidad de despliegue de cara al usuario.

Tabla 1. Tiempos de recorrido del volumen con *caché* y sin *caché*

	Sin <i>caché</i>	Con <i>caché</i>
Dir. Z	71,854 seg	57,488 seg
Dir. Y	84,319 seg	72,410 seg
Dir. X	287,995 seg	65,560 seg

Tabla 2. Frames por segundo

	Fps
Dir. Z	2,04
Dir. Y	1,9
Dir. X	1,78
Dir. Aleatoria	0,38



Figura 3. Apariencia de la aplicación

REFERENCIAS

- [1] Michael B. Cox and David Ellsworth. *Application-controlled demand paging for out-of-core visualization*. In Roni Yagel and Hans Hagen, editors, IEEE Visualization'97, 235–244. 1997.
- [2] David Ellsworth. *Accelerating Demand Paging for Local and Remote Out-of-Core Visualization*. Technical Report NAS-01-004, NASA Ames Research Center, Moffett Field, USA, June 2001.
- [3] Claudio T. Silva, Yi-Jen Chiang, Jihad El-Sana, Peter Lindstrom. *Out-Of-Core Algorithms for Scientific Visualization and Computer Graphics*. In Course Notes for IEEE Visualization 2002, Boston, October 2002.
- [4] Sunita Sarawagi, Michael Stonebraker. *Efficient Organization of Large Multidimensional Arrays*. In Proc. of the Tenth International Conference on Data Engineering, 1994.
- [5] Zuñiga, L. *Diseño e Implantación de Esquemas de Almacenamiento para la Optimización del Acceso a Datos de Algoritmos de Renderización 3D*. T.E.G, Univ. de los Andes, Mérida, 2006.
- [6] Patterson, D. A., & Hennessy, J. L. *Comp. Organization and Design*. Elsevier Inc, San Francisco 2005.
- [7] A. J. Smith, Cache Memories. *ACM Computing Surveys*, vol. 14, no. 3, pp. 473-530, September 1982.
- [8] Rhodes, P. J., Tang, X., Bergeron, D., & Sparr, T. M. *Out of core visualization using iterator aware multidimensional prefetching*. SPIE proceedings series, Vol.5669, pp.295-306, 2005.
- [9] Peter Sulatycke, Kanad Ghose. *A Fast Multithreaded Out-of-Core Visualization Technique*. In Proc. 13th International Symposium on Parallel Processing. 569 – 575, USA, 1999.

NOVEL DEVELOPMENTS IN VASCULAR DIAGNOSIS USING COMPUTED TOMOGRAPHY IMAGES

Walter Hernandez

walter.hernandez@ciens.ucv.ve

Centro de Computación Grafica, Universidad Central de Venezuela

Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Sören Grimm

sgrimm@biotronics3d.com

Biotronics3D, Ltd.

Biotronics3D, 1 Park Place, Canary Wharf, London-United Kingdom

Abstract. *Cardiovascular diseases continue to be, along with cancer, among the main causes of death worldwide. Consequently, a lot of effort has been put into developing techniques for diagnosing and treating many types of vascular anomalies. Angiography is the general term applied to the group of procedures for visualizing the lumen or inner space of the structures of the circulatory system. Many different Angiography techniques are currently in use, ranging from highly invasive (e.g., a system of guide wires and catheters used to inspect the heart chambers) to less invasive (based on digital image processing). This work reviews the current workflows for software-based vascular diagnostic techniques using Computed Tomography (CT) data including recent achievements in 3D imaging like Data Reformation, Vessel Tracking, Calcium Assessment and Vascular Lesion Assessment.*

Keywords: Angiography, Computed Tomography, 3D Imaging

1. INTRODUCTION

Being among the main causes of death worldwide, cardiovascular diseases continue to draw attention from the scientific community in search for faster and more accurate diagnostic methods, as well as less invasive. Angiography is the term applied to the group of techniques employed to visualize the lumen of arteries and veins in organs. Usually the main focuses of analysis are the heart, brain and peripheral system.

Despite all existing variations on the procedure, conventional methods of angiography include a form of catheterisation (e.g., Seldinger technique) using a *guidewire* and a radio opaque contrast agent that can be directed to go as deep as the heart itself (e.g, cardiac catheterisation). These methods have been in place for most of the past half century providing detailed images of high resolution that have set the standard for alternative techniques. The last decade however, has seen an increased use and interest towards less invasive data acquisition methods like CT Angiography (CTA) and software technology.

Following, we review a common set of software automation techniques based on CT data for minimally invasive angiography diagnosis. Along the review the term *vascular* application is used to differentiate it from *cardiac* (heart) and *neurovascular* (brain) applications; the term *cardiovascular* groups all three kinds of applications. The description is organized in a common workflow derived from the interaction with radiologists and other types of advanced end users: Data Reformation, Segmentation and Lesion Assessment.

2. DATA REFORMATION

Current CT scanner technology can achieve high resolutions and generate hundreds of slices per patient, which in turn makes a manual revision of every single image an impractical solution when only certain structures require analysis. Data Reformation is a way to visualize image projections using minimum, maximum or average voxel intensity (see Fig.1(g) and (h)) of particular sections of the dataset called *slabs*. It can be thought of as an “offline” rescanning of the patient to discard redundant data. Normally software systems provide the means to produce a set of sequential slabs that can form a new three-dimensional image; if the slice thickness of the original scan is kept below a 2 mm range the reformation can yield images of good quality in any axis direction for vessel inspection. The main reformation methods used are *planar* and *curved*.

As the name implies, the *planar* case uses a plane to resample the data along a chosen axis. A set of cross-sectional images are then produced by intersecting the chosen plane with the volume data using an extent and thickness defined by the user. Given the nature of the multiple planar cuts employed, this method is widely known as Multiplanar Reformation (MPR).

The *curved* case, also known as Curved Planar Reformation (CPR), is frequently used to explore angiography datasets. This method aims to produce images in a way that the whole vessel structure can be visualized within a single image. This technique defines a curved plane out of an axis of interest obtained from points inside the vessel named centerline points (see Segmentation section). The basic types of CPR commonly built inside software applications include: *projected*, *stretched* and *straightened* as described by Kanitsar et al. [1] (see Fig. 2(b)). Some features like rotation around the axis of interest and slab thickness are commonly added to improve the quality of the final image; other enhancements like *multi-path*, *helical* and *untangled* CPR are less common.

3. SEGMENTATION

Vessel segmentation or extraction is the essential component of any *cardiovascular* software system. However, there is no single segmentation method that can extract vasculature from every medical imaging modality. For a comprehensive review of the algorithms employed see Kirbas & Quek [2].

The first common processing step before attempting to identify vessel structures is to segment the bone. Bone removal becomes particularly difficult in areas such as the base of the cranium (see Fig. 1(a), (b) and (c)) as shown by Lauric et al. [3] and neck where the carotid artery is found and also in the lower extremities where aorta ramifications intersect the knee and the ankle. Conventional techniques for bone removal usually rely in pre-contrast and post-contrast images; however when the pre-contrast acquisition is not available user interaction is critical for a clean bone removal as described by Maksimov et al. [4].

Once the bone segmentation has been applied, the next step is the vessel extraction itself. Similar to bone segmentation, most vessel extraction strategies rely on some form of user intervention to mark seed points. Usually one or two seeds are enough to start the tracking process; more seed points can become less user-friendly but at the same time it might help increasing the precision of the final extraction. It is also common to provide a 3D view using Volume Rendering (VR) to aid in the tracking process since it offers a better understanding of the spatial location of the vessels (see Fig. 1(f) and Fig. 2(a)). The outcome of the tracking process is a list of points representing the center of mass of the vessel (see Mohan et al. [5]) and ideally, a set of contours representing the lumen of the vessel at each one of those central points. From these contours, average area as well as minimum, maximum and average diameters can be estimated (see Fig.1(g) and (h)). The centerline points can also be used to produce *curved* reformations and *virtual arteriography* images (Fig. 1(d) and (e)).

Neurovascular applications build the bone segmentation from the skull and neck, usually focusing in locating *aneurysms* and *stenosis* (see next section) along the carotid artery up to the *Circle of Willis* and its circumventing network of vessels (Lauric et al. [3]).

4. LESION ASSESSMENT

Once the vascular structures of relevance have been identified the last step performed in a diagnostic workflow is the quantification of potential lesions. *Aneurysms* and *stenoses* are among the most common atherosclerotic malformations assessed by software tools. The length of a vessel can be inherently obtained at the end of the tracking process (see Fig. 2(a)); however, it is also common for applications to provide length tools to evaluate particular sections within a tracked vessel (see Fig. 2(b)).

Navigation tools are also provided for manual inspection of the entire tracked section. At each centerline point the contour is used to estimate the total area in mm^2 as well as length measurements such as the minimum, maximum and average diameters.

A *stenosis* measurement tool consists of interface elements to mark a reference or normal section of the vessel and another element to indicate the narrowed portion of the vessel (see Fig. 2(b)). Length and area computations from the contours on those points are employed to obtain a *stenosis* ratio. In addition, minimum and maximum diameters, as well as areas, can be automatically detected to compute the *stenosis*; as mentioned in the Segmentation section, software tools usually provide the means to manually adjust the *stenosis* marks.

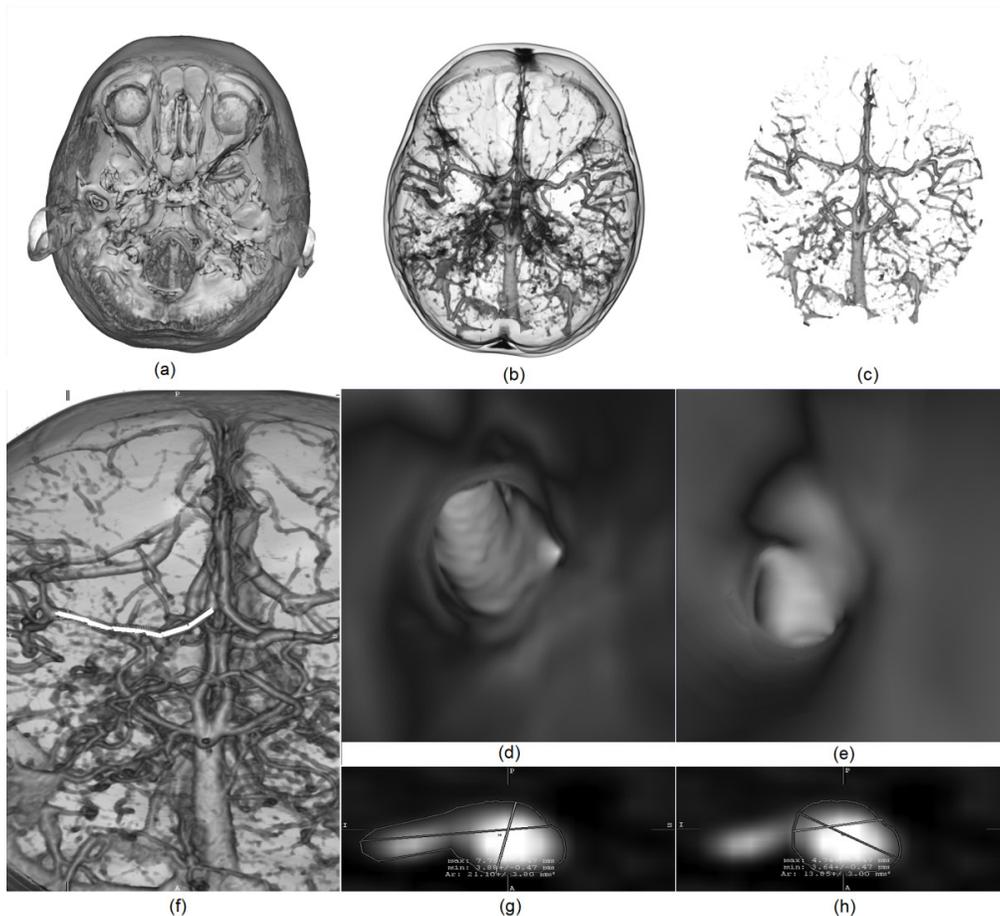


Figure 1- Neurovascular segmentation and measurement tools: (a) VR of an anterior view of a CTA head scan; same view with bone segmented shown transparent (b) and bone removed (c) revealing the *Circle of Willis* and circumventing vessel network; (d) and (e) two opposite *virtual arteriography* views of a tracked vessel (f) using a VR view; Maximum intensity planar projections (MIP-MPR) displaying the contour, minimum and maximum diameters before (g) and after (h) contour correction.

Length measurements are also essential for supporting pre, intra, and post surgical planning. Current endovascular procedures focus on the repairing of *aneurysms* and *stenosis* of the carotid artery, thoracic and abdominal aorta, among others. Fundamental *stent* planning (see Fig. 2(c)) is usually performed using a combination of VR, CPR images and length measurements. Advanced techniques for simulation of all surgery stages as well as a comprehensive review can be found at Subramanyan et al. [6] and Egger et al. [7]. Another step frequently included in the vessel tracking is the assessment of *atheromata* or soft plaques, which might eventually calcify and degenerate in atherosclerosis. Although most commonly built inside cardiac applications, plaque identification is a feature still desirable for the whole cardiovascular system (see Lankton et al. [8]), since is a useful way to rapidly locate potential occlusions. For this purpose software tools usually supply an interface to mark or color the plaques using predefined thresholds; additionally, automatic region growers can be applied at user selected points. Fully automated detection and quantification tools are the current trend for vascular diagnosis, since they can be used either for training as well as in-site diagnosis.

These tools are mainly focused in the detection of aneurysms at the aorta level (see Dehmeshki et al. [9]) or inside the complex vessel network within the brain (see Lauric et al. [3]).

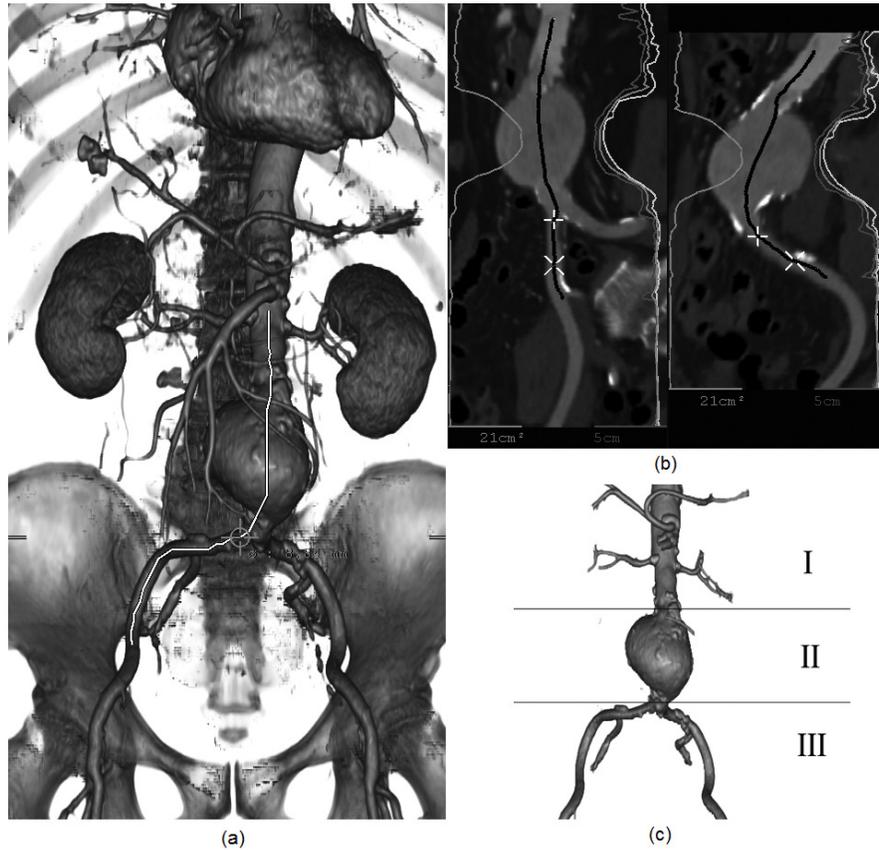


Figure 2- Peripheral segmentation and measurement tools: (a) VR of a tracked section from the *renal artery* to the *right external iliac artery* on a CTA scan; (b) perpendicular CPR images of the tracked vessel including length and stenosis measurements (white crosses); vertical overlays on each side display the estimated area (left), average, minimum and maximum diameters (right) at each point along the centerline (21 cm^2 and 5 cm scale); (c) typical aorta section extracted for *stent graft* planning; length measurements are specifically located in the *tortuous neck* near the *renal arteries* (I), aneurysm section (II) and left/right iliac (III) where the catheter is introduced.

5. CONCLUSION

Software automation for vascular diagnosis has shown promising results not only for CT but also for technologies such as Magnetic Resonance and Ultrasound. Current software applications are helping to speed up the process of diagnosis by incorporating the fundamental steps described in this review (Reformation, Segmentation and Lesion Assessment). Although many novel algorithms and techniques have been formulated in the last decade, the complexities of the clinical trial processes and the ever expanding set of new pathologies and treatments impose constant limitations for the rapid adoption of novel automated tools. New improvements in hardware devices and scanners will continue to push the boundaries of software achievements.

The trend will be to increase the use of Computer Aided Detection tools for malformations such as *aneurysms* and *stenosis* to increase the confidence, efficacy and efficiency of readings and also to support the growth of a new generation of medical doctors.

Acknowledgements

All images generated with the rendering engine for medical diagnosis courtesy of Biotronics3D, Ltd., UK.

REFERENCES

- [1] Kanitsar, A., Fleishmann, D., Wegenkittl, R. & Gröller, M.E., *Diagnostic Relevant Visualization of Vascular Structures*. Scientific Visualization: The Visual Extraction of Knowledge from Data, Part II, pp. 207-228, 2006.
- [2] Kirbas, C. & Quek, F., *A Review of Vessel Extraction Techniques*. ACM Computing Surveys, vol. 36, n. 2, pp. 81–121, 2004.
- [3] Lauric, A., Miller, E., Frisken S. & Malek A., *Automated Detection of Intracranial Aneurysms based on Parent Vessel 3D Analysis*. Elsevier: Medical Image Analysis, 2009.
- [4] Maksimov, D., Finkel, F., Dietz, T., Diehl, S, Düber, C., Rebholz, P., Hesser, J. & Manner, R., *An interactive application for removal of bone information in CT-angiography*. Proceedings of the 17th IEEE Symposium on Computer-Based Medical Systems, pp. 396 - 401, 2004.
- [5] Mohan, V., Sundaramoorthi, G., Stillman A. & Tannenbaum, A., *Vessel Segmentation with Automatic Centerline Extraction Using Tubular Segmentation*. CI2BM09 - MICCAI Workshop on Cardiovascular Interventional Imaging and Biophysical Modelling, 2009.
- [6] Subramanyan, K., Ciancibello L. & Durgan, J., *Abdominal aortic stent graft planning with automatically extracted vessel centerlines/cross-sections in multislice CT*. Elsevier: International Congress Series, CARS 2004: Computer Assisted Radiology and Surgery, vol. 1268, pp. 183-188, 2005.
- [7] Egger, J., Grobkopf, S., Donnell, T. & Freisleben, B., *A software system for stent planning, stent simulation and follow-up examinations in the vascular domain*. Computer-Based Medical Systems, 2009. 22nd IEEE International Symposium, pp.1-7, 2009.
- [8] Lankton, S., Stillman, A., Raggi, P. & Tannenbaum, A. *Soft Plaque Detection and Automatic Vessel Segmentation*. Proceedings of Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention (MICCAI), 2009.
- [9] Dehmeshki, J., Amin, H., Ebadian-Dehkordi, M., Jouannic, A. & Qanadli, S., *Computer Aided Detection and Measurement of Abdominal Aortic Aneurysm using Computed Tomography Digital images*. Third International Conference on Digital Society, pp. 339-342, 2009.

Optimización de un Servidor Web Apache usando Control Predictivo

Hanna Aboukheir

Hanna2k2@hotmail.com

Proyecto Ingeniería y Tecnología

Universidad Rafael María Baralt

Resumen: El control predictivo ha sido una de las estrategias de control avanzado más utilizadas en la industria de procesos químicos a nivel mundial, en este artículo se plantea utilizar este controlador en el área de sistemas de cómputo, específicamente, en la optimización de un servidor Apache el cual es utilizado en aplicaciones Web, se inicia con un modelo multivariable que permite relacionar el uso del CPU y Memoria respecto a los clientes y su tiempo de conexión tomando en cuenta sus restricciones de operación, consecuentemente se construye el controlador predictivo correspondiente en espacios de estado el cual permite optimar el uso del CPU y el consumo de Memoria a la vez que se minimizan los tiempos de espera tanto para la conexión como para el procesamiento de la información

Palabras Claves: Control predictivo, Servidor Web Apache, Optimización.

1.- EL SERVIDOR APACHE HTTP

Los servidores Web son parte esencial en la distribución de la información y comercio electrónico. En una configuración típica, el usuario final interactúa con una estación de trabajo cliente que envía una requisición utilizando el protocolo de transferencia de hipertexto o HTTP a uno o mas servidores Web. El servidor Web responde con la información apropiada

El servidor Apache HTTP está estructurado como un pool de trabajadores (Cada uno puede estar en estado de alerta o procesamiento dependiendo de la configuración del software). Las requisiciones entran al servidor en la cola de entrada, y esperan allí hasta que un trabajador esté disponible. Un trabajador está disponible si se encuentra en estado de “listo”. Cuando el trabajador se encuentra procesando una requisición, se encuentra en el estado “ocupado”. El ampliamente utilizado protocolo HTTP 1.1 provee de conexiones persistentes. Esto es, que un trabajador no cierra la conexión luego de que la requisición ha sido procesada. En vez de ello, el trabajador entra en un estado de “espera”. Y la conexión se mantiene abierta de tal forma que las subsecuentes requisiciones del cliente puedan ser procesadas más eficientemente. Note que, mientras el trabajador esta en el estado de “espera” no puede procesar otras requisiciones diferentes al cliente al cual se encuentra conectado.

Existen dos parámetros que afectan el desempeño y consumo de recursos en un servidor apache HTTP. El parámetro “Maxclients“ limita el tamaño del pool de trabajadores, de esta manera impone una limitación en la tasa de trabajo del servidor. Un valor alto de “Maxclients” le permite al servidor procesar más requisiciones de clientes. Pero si “Maxclients” es muy alto, existirá un elevado consumo de recursos de memoria y CPU que degradarían el desempeño de todos los clientes

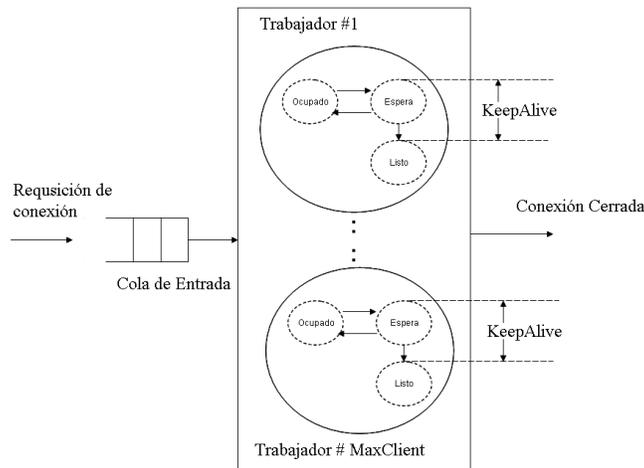


Figura #1: Esquema de funcionamiento de un servidor Apache

El parámetro de configuración “KeepAlive” controla el tiempo máximo que un trabajador puede permanecer en el estado de “espera” antes de hacer la transición al estado “listo” y la conexión con el cliente sea cerrada. Si “KeepAlive” es muy grande, el CPU es subutilizado ya que los clientes con requisiciones a procesar no pueden conectarse con el servidor. Reduciendo el valor del tiempo de salida significa que los trabajadores gastarían menos tiempo en el estado “espera” y más tiempo en el estado “ocupado” por consiguiente el uso del CPU se incrementa. Si el tiempo de desconexión es muy alto, la conexión TCP termina prematuramente lo cual incrementa el consumo de recursos del CPU ya que debe conectarse nuevamente para la siguiente requisición del mismo cliente.

En este artículo se plantea el problema de gestión de recursos de un servidor Web como un problema de control predictivo para la regulación del uso tanto del CPU como el de la Memoria utilizada, en este caso en particular el Administrador de la red especifica los valores deseados para estas variables, el controlador debe utilizar esta información como su referencia y ajustarlas a través de las señales de control “KeepAlive” y “Maxclients”

2.- CONTROL PREDICTIVO

Considere una planta MIMO lineal, invariante en el tiempo, descrita por la siguiente representación en espacios de estado:

$$\begin{aligned}x(kT + 1) &= \Phi x(kT) + \Gamma u(kT) \\ y(kT) &= Cx(kT)\end{aligned}\quad (1)$$

con los pares (Φ, Γ) controlable y (Φ, C) observable

Ahora, la energía total es evaluada dentro del sistema, esto es:

$$E_{tot} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(kT)|^2 \quad (2)$$

Cuyos valores deben ser finitas; es conocido que una norma cuadrática puede descomponerse en la siguiente matriz hermítica:

$$E_{tot} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(kT)^T x(kT) \quad (3)$$

A partir de este momento se omiten los subíndices puesto que se asume que se trabaja en el dominio discreto, según [2] es posible que el vector de estados x necesite un ajuste, a través de una matriz Q definida positiva [3]:

$$E_{tot} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(kT)^T Q x(kT) \quad (4)$$

Pero no solo interesa penalizar a los estados, también la señal de entrada u , por lo que la ecuación de la energía se transforma en:

$$E_{tot} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) \quad (5)$$

Donde, tanto R como Q son parámetros de diseño seleccionados por el diseñador.

El primer paso en cada ciclo de control es la de predicción, en este paso la salida estimada del proceso es calculada cuando una señal de entrada (pasada) es introducida. Para el caso del control predictivo se utiliza para los cálculos la salida $y(kT)$ y la señal de referencia a los estados $w(k)$, la ecuación de energía se transforma en:

$$E_{tot} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (y - w)^T Q (y - w) + u^T R u \quad (6)$$

Se desea penalizar la señal de entrada $u(kT)$ con el propósito de satisfacer cierto criterio de desempeño en el dominio de la frecuencia (usualmente seguimiento a la referencia), por lo que se introduce λ el cual es seleccionado tal que:

$$E_{tot} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (y-w)^T Q(y-w) + u^T \lambda R u \quad (7)$$

El controlador predictivo debe garantizar estabilidad asintótica por medio de la regulación de la energía en el sistema, razón por la cual se construye una función de Liapunov partiendo de la señal de energía:

$$V(kT) = E_{tot} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (y-w)^T Q(y-w) + u^T \lambda R u \quad (8)$$

Con Q y R matrices simétricas definidas positivas.

Teorema #1: Los estados $x(kT)$ son estimados según:

$$x(kT) = y(kT) - Gu(kT) \quad (9)$$

donde:

$$G = \begin{bmatrix} C\Gamma & 0 & \dots & 0 \\ C\Phi\Gamma & C\Gamma & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ C\Phi^{n-2}\Gamma & C\Phi^{n-3}\Gamma & \dots & C\Gamma \end{bmatrix} \quad (10)$$

Despejando $y(kT)$:

$$y(kT) = x(kT) + Gu(kT) \quad (11)$$

Ahora para calcular la ley de control predictivo la ecuación (11) anterior se sustituye en (10) de donde es posible obtener lo siguiente:

$$V(kT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (x+Gu-w)^T Q(x+Gu-w) + u^T \lambda R u \quad (12)$$

Desarrollando la expresión anterior, es posible observar::

$$V(kT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[x^T Qx + x^T QGu - x^T Qw + u^T G^T Qx + u^T G^T QGu - u^T G^T Qw - w^T Qx - w^T QGu + w^T Qw + u^T \lambda R u \right] \quad (13)$$

Si la expresión es minimizada en función de la entrada entonces se obtiene lo siguiente:

$$2G^T Q(x-w) + 2(G^T QGu + \lambda R u) = 0 \quad (14)$$

Despejando u es posible obtener la siguiente ley de control por realimentación de las variables de estado:

$$u = -L[x(k) - w] \quad (15)$$

donde L es la ley de control predictiva generalizada descrita por:

$$L = (G^T QG + \lambda R)^{-1} G^T$$

3. – APLICACIÓN SOBRE LA PLANTA DE ESTUDIO

El procedimiento de diseño de un controlador predictivo requiere en primer lugar, caracterizar un modelo dinámico de la planta en espacios de estado, razón por la cual se

procede a realizar una toma de datos del servidor Apache, para luego, utilizando la técnica de identificación por predicción del error [6], se procede a obtener el modelo matemático correspondiente.

Se mide primeramente el % de uso de CPU y memoria como variables de salida en contraste de las mediciones de “MaxClient” y “KeepAlive” como variables de entrada, a una tasa de muestreo constante de 5 minutos se toman mediciones desde las 7 A.M. hasta las 10:30 P.M. lo que representaría un día normal de tráfico en el servidor, esto puede visualizarse en las siguientes figuras:

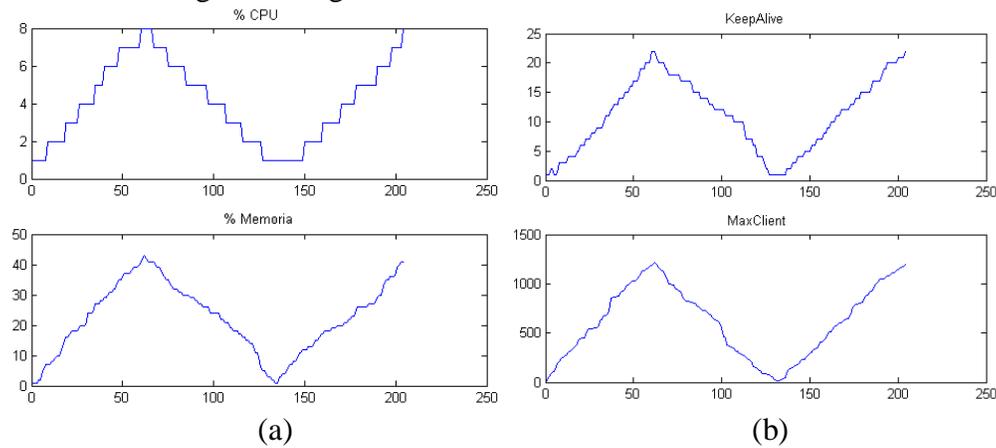


Figura 2: (a) % de CPU y % de Memoria (b) “KeepAlive” y “MaxClient”

Note en las figuras anteriores como el sistema se encuentra oscilando en todo el rango de operación de datos tomados, esto se refleja en un comportamiento ineficiente del servidor tiempos irregulares de conexión para los usuarios lo que justifica la necesidad de plantear un esquema de control óptimo como el que se propone en este artículo.

Se procede entonces, a utilizar la técnica de identificación basado en un modelo ARX multivariables, puesto que las perturbaciones provienen única y exclusivamente de las señales de entrada, tomando en cuenta el criterio de Lipschitz [7] para determinar el orden óptimo del sistema, para este caso en particular, el modelo de orden 2 provee un ajuste del 80% de los datos, y el cual se presenta a continuación con una tasa de muestreo $T_s=5 \text{ min.}$:

$$x(kT + 1) = \begin{bmatrix} 0.6583 & 0.0435 \\ -0.1631 & 0.9338 \end{bmatrix} x(kT) + \begin{bmatrix} -0.0264 & 0.1189 \\ -0.0532 & 0.4569 \end{bmatrix} u(kT)$$

$$y(kT) = \begin{bmatrix} 0.6583 & 0.0435 \\ -0.1631 & 0.9338 \end{bmatrix} x(kT)$$

Se procede entonces a calcular el controlador predictivo correspondiente para un Horizonte de Predicción de 15 minutos, fijando como referencia, el % de CPU al 50% y un consumo de memoria menor al 50% para la carga con la cual se identifico el sistema.

Se evalúa el desempeño del sistema, el cual se puede apreciar en las figuras presentadas a continuación:

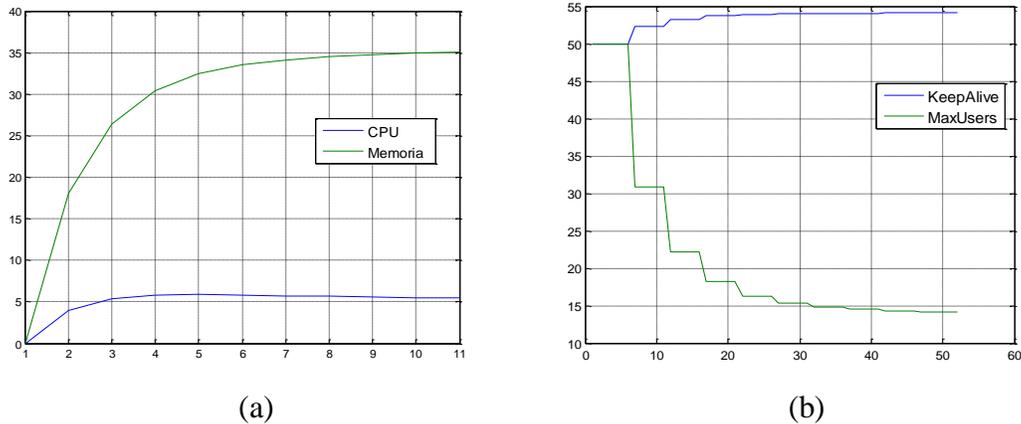


Figura 3: (a)Salidas del sistema a lazo Cerrado (b) Comandos del controlador predictivo

En estas figuras es posible apreciar como el controlador predictivo ha logrado estabilizar el proceso, ante un incremento en la carga de operación del mismo, alcanzó regular el porcentaje de uso del CPU a un 50% y el consumo de memoria a un valor inferior al 40%, todo ello para la misma cantidad de usuarios que se conectaban anteriormente, de esta manera es posible utilizar con mucha más eficiencia los recursos del servidor, de usarse en una granja de servidores, sería posible distribuir óptimamente la carga entre cada uno de ellos y proveer de esta manera una más flexible y eficiente opción de acceso a servicios Web.

4.- CONCLUSIONES

Se ha podido presentar una aplicación del control predictivo sobre un servidor Apache HTTP, logrando optimar el uso de la memoria y el rendimiento del CPU, a la vez que se resolvieron la irregularidades en los tiempo de conexión y procesamiento de requisiciones, en futuros trabajos, se plantea utilizar esta técnicas sobre servidores de datos de Sun Microsystems.

5. - REFERENCIAS

- [1] Hellerstein. **Feedback Control of Computing Systems**. IEEE Books 2008
- [2] Astrom, Wittenmark, **Computer Controlled Systems** Prentice Hall, 1997
- [3] Anderson, Moore. **Optimal Control. Linear Quadratic Methods**, Dover , 2008
- [4] Doyle, Glover, et al. **State Space Solutions to Standard H_2 and H_∞ Control Problems**. IEEE Transactions on Automatic control. Vol 14. No 8, August 1989.
- [5] Aboukheir **Predictive Control Under Plant Uncertainties**. Conference on Computing, Communications and Control Technologies (CCCT) Austin, Texas, EEUU,2004
- [6] Ljung. **System Identification: Theory for the user**. Prentice Hall, 2002
- [7] Aboukheir. **Closed loop identification using youla parametrization and neural nets**. Proceedings ACC 2006, Minnesota USA
- [8] J, Maciejowsky. **Predictive Control with Constraints**. Prentice Hall (2001)

DETECCIÓN DE INTRUSOS E IDENTIFICACIÓN DE USUARIOS MEDIANTE BIOMÉTRICAS DE PATRONES DE USO DEL RATÓN

Giancarlo Colmenares

Jhon E. Amaya

gcolmen@unet.edu.ve

jedgar@unet.edu.ve

Laboratorio de Computación de Alto Rendimiento, Universidad Nacional Experimental del Táchira, San Cristóbal, Táchira - Venezuela

Resumen. *En principio se elaboró una aplicación para la captura pasiva de datos del uso regular del ratón del computador por parte de un grupo de usuarios, lo cual involucró el uso de una inyección DLL en código C# con el objeto de interceptar las interrupciones del ratón en el preciso momento en que son recibidas por el Sistema Operativo. Luego, a partir de los datos sin procesar de movimientos del ratón se definió una serie de variables con respecto a características de click, doble click y trazos de los usuarios durante el uso regular del computador, estas características están asociadas a tiempos, distancias y errores que cometen los usuarios al desviarse de lo que sería un comportamiento “correcto”. Posteriormente se exportaron los datos a archivos en formato csv para entrenar algoritmos de minería de datos en la herramienta Weka, la fase de entrenamiento se llevó a cabo utilizando 80% de los datos para aprendizaje y 20% para validación, se determinó que los algoritmos de árboles de decisión J48 y RandomForest obtuvieron el mejor desempeño. Finalmente se capturaron nuevos datos de usuarios a fin de evaluar la precisión de los algoritmos previamente mencionados; los resultados de estas pruebas mostraron una aceptación de acciones de usuarios válidos superior al 90% y una aceptación de acciones de usuarios impostores que no superó el 25%. La investigación incluyó el desarrollo de una aplicación en Java que lee la información del programa que captura los datos y la envía directamente a Weka para su evaluación.*

Palabras clave: Biometría, Detección de intrusos, Minería de datos.

1. INTRODUCCIÓN

El más común de los métodos de autenticación utilizado por los sistemas consiste en solicitar un nombre de usuario y una contraseña; los requisitos comunes para estas contraseñas se

refieren, entre muchos otros, a la longitud (mínimo 6, 8, etc.), la variabilidad de los caracteres (mayúsculas, minúsculas, números, etc.) y a no utilizar palabras conseguibles en un diccionario [1]; adicionalmente es necesario cambiar la contraseña con frecuencia y no repetir las anteriores [2]. Con estas características se pueden crear contraseñas realmente seguras, pero tal vez muy difíciles de recordar por los usuarios legítimos [3].

La biometría ha sido ampliamente utilizada para verificar la autenticidad de un usuario con el fin de darle acceso a cierto sistema, sin embargo esta verificación ocurre sólo en el momento en que el usuario solicita entrar al sistema; luego de estar dentro del mismo no ocurre verificación alguna debido a que normalmente es necesario hardware especial para realizar las lecturas biométricas, excluyendo la posibilidad de realizar un monitoreo pasivo, el cual es esencial para la detección de intrusos [4].

Uno de los métodos biométricos que no necesita de hardware especial es el de reconocimiento de patrones de tipeo (*Keystroke Dynamics*) [4], este método toma en cuenta, entre otras cosas, el tiempo que se mantiene presionada cierta tecla y los tiempos entre distintas pulsaciones de tecla. La desventaja es la necesidad de solicitar al usuario la entrada de cierta palabra predefinida a fin de identificarlo, lo que imposibilita el monitoreo pasivo.

Tomando en cuenta la incomodidad que presenta el uso de dispositivos adicionales para la autenticación de usuarios, se plantea el uso del ratón, uno de los dispositivos más comunes de interacción “humano – computador”, para adquirir datos de utilización de un grupo de usuarios. La presente investigación pretende determinar si es posible identificar usuarios y suplantaciones de identidad en un sistema a partir de la forma en la que regularmente utilizan el ratón del computador.

2. DESARROLLO

El trabajo se desarrolló cumpliendo las siguientes tareas:

1. Captura de datos: esta tarea consistió en elaborar una aplicación para capturar de forma pasiva los datos de los movimientos y acciones del ratón, implantarla en un laboratorio y permitir que los usuarios utilizaran los computadores con normalidad.
2. Cálculo de variables: a partir de los datos recolectados se calcularon las variables que definen los patrones de los distintos usuarios registrados.
3. Revisión de algoritmos de clasificación y registro de datos: esta tarea comprendió el estudio de algoritmos de clasificación a fin de evaluar cuáles eran más adecuados al formato de las variables calculadas y del problema planteado; así como el entrenamiento y revisión de estos algoritmos con las variables calculadas a partir de los datos recolectados.
4. Validación de resultados: finalmente se procedió a verificar los resultados arrojados por el algoritmo cuando es utilizado por usuarios legítimos y cuando es utilizado por usuarios impostores.

A partir de los datos capturados de uso del ratón, para cada usuario se calcularon los valores de día de la semana, hora, minutos, tiempo de duración y coordenadas de las acciones click, doble click y entre-click, entendiéndose entre-click como el espacio de tiempo existente entre los dos click de un doble click.

Posteriormente, para cada trazo se calcula la ecuación de la recta para la línea que va desde el inicio del trazo hasta el final del mismo y luego los puntos necesarios para formar un cuadrado que circunscriba esta línea, un ejemplo de trazo y su correspondiente línea recta se puede apreciar en la Figura 1.

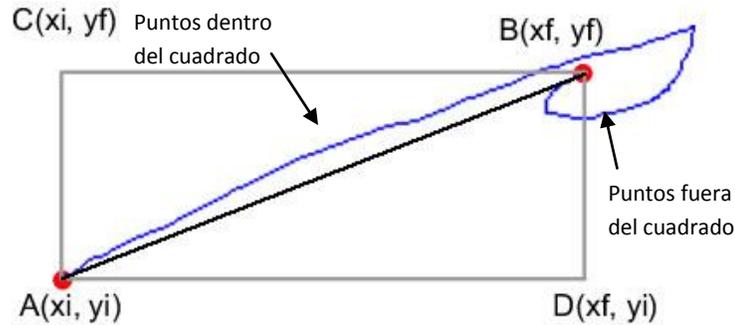


Figura 1 - Trazo realizado por el usuario y puntos calculados por la aplicación

A partir del trazo original, la línea recta y el cuadrado se calculan las siguientes variables: coordenadas (x, y) de inicio y fin del trazo, distancia desde cada punto del trazo original hasta la línea recta correspondiente, promedio de los valores de x e y durante todo el trazo, diferencia de los valores promedios de x e y con los valores iniciales y finales de x e y , respectivamente, dirección de la recta, porcentaje de puntos dentro y fuera del cuadrado, porcentaje de tiempo fuera del cuadrado, porcentaje de puntos por encima y por debajo de la recta.

El trazo original es además dividido en tres secciones de igual ancho y de allí se calculan las siguientes variables: velocidad en x e y en cada sección del trazo (medida en píxeles / segundo), porcentaje de tiempo en cada sección del trazo, porcentaje de píxeles en cada sección del trazo, ángulo de elevación del trazo en cada sección, ángulo de elevación de la recta completa, tiempo en milisegundos tomado por el usuario para realizar el trazo, velocidad del trazo (en píxeles / segundo).

La captura de datos se hizo a 24 usuarios del Laboratorio “Valerio Wong” de la Universidad Nacional Experimental del Táchira utilizando un controlador de dominio para evitar interactuar con el usuario solicitando su identificación.

A fin de realizar los experimentos de minería de datos se hizo uso de la herramienta Weka para convertir los datos de los archivos en formato *csv* a formato *arff*, luego se seleccionó la validación del modelo por división de datos por porcentaje (*Percentage Split*), utilizando 80% de datos para entrenamiento y 20% para validación.

Los experimentos se llevaron a cabo incluyendo el nombre de usuario como entrada al algoritmo y una nueva variable, *usuario_num*, como salida; esta nueva variable indica si los datos corresponden al usuario o no. Así que se mezclaron los datos de unos y otros usuarios a fin de obtener información sobre “quien es” y “quien no es” cada usuario.

La precisión obtenida por el algoritmo *RandomForest* sobre los datos de click fue de 93,12% y sobre los datos de trazos: 90,55%, de igual manera el algoritmo *J48* con los datos de click obtuvo una precisión de 90,14% y sobre los trazos: 89,01%.

En la Figura 2 se presenta la curva ROC para los algoritmos *J48* y *RandomForest* utilizando los registros de click de los usuarios. En la curva se advierte que el desempeño de *RandomForest* es superior, por lo que las pruebas subsiguientes involucraron el uso exclusivo de éste.

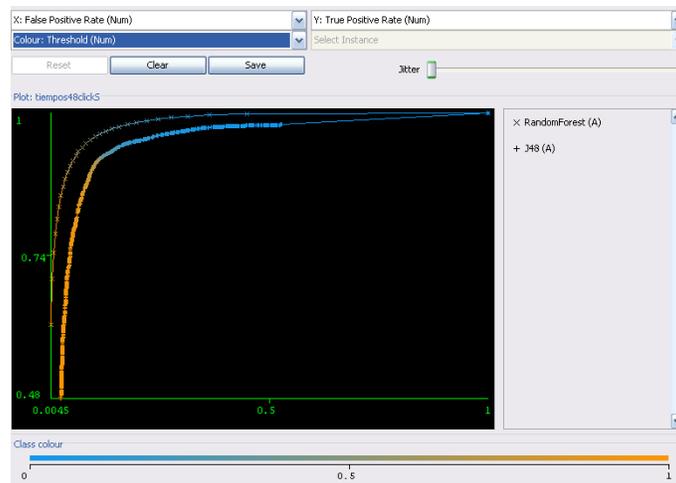


Figura 2 - Curva ROC para algoritmos RandomForest y J48 sobre datos de clicks

Prueba de validación con datos de usuarios legítimos. Las últimas pruebas consistieron en realizar una nueva serie de capturas de datos de usuarios legítimos para usarlos como validación del algoritmo entrenado en Weka, a seis usuarios se les solicitó usar el computador durante un corto lapso de tiempo y luego los datos respectivos se dividieron en clicks para un archivo y trazos para otro. Los resultados obtenidos por Weka indican la precisión al momento de afirmar que determinado registro de click o trazo corresponde a un usuario cuando efectivamente esto es así (verdaderos positivos). En la Figura 4 se presenta el gráfico de los resultados obtenidos en esta prueba.

Prueba de validación con datos de usuarios impostores. Estas pruebas consistieron en realizar una nueva serie de capturas de datos de usuarios impostores para usarlos como validación del modelo en Weka. Los resultados obtenidos por Weka indican la precisión al momento de afirmar que determinado registro de click o trazo corresponde a un usuario cuando realmente no es así (falsos positivos). En la Figura 5 se presenta el gráfico de los resultados obtenidos en esta prueba.

3. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En la Figura 3 se presenta el resumen de los resultados obtenidos en las pruebas en gráfico de tipo radial, claramente se aprecia una mejora sustancial en la precisión cuando se usaron los algoritmos de árboles de decisión J48 y *RandomForest* sobre los datos de clicks y trazos.

La reestructuración del problema a un entorno de dos clases permitió que el ajuste del entrenamiento de los algoritmos a los datos reales superara la barrera del 90%, específicamente los algoritmos de árboles de decisión J48 y *RandomForest* son capaces de predecir, con una muy buena aproximación, si un usuario es quien dice ser. Por otro lado, según los resultados de las pruebas realizadas con el algoritmo *RandomForest* sobre los registros de trazos tipo “arrastrar y soltar”, es posible detectar qué usuario está usando el computador con una precisión del 75.34%, en aquellos casos en los que el usuario en cuestión esté registrado en el sistema.

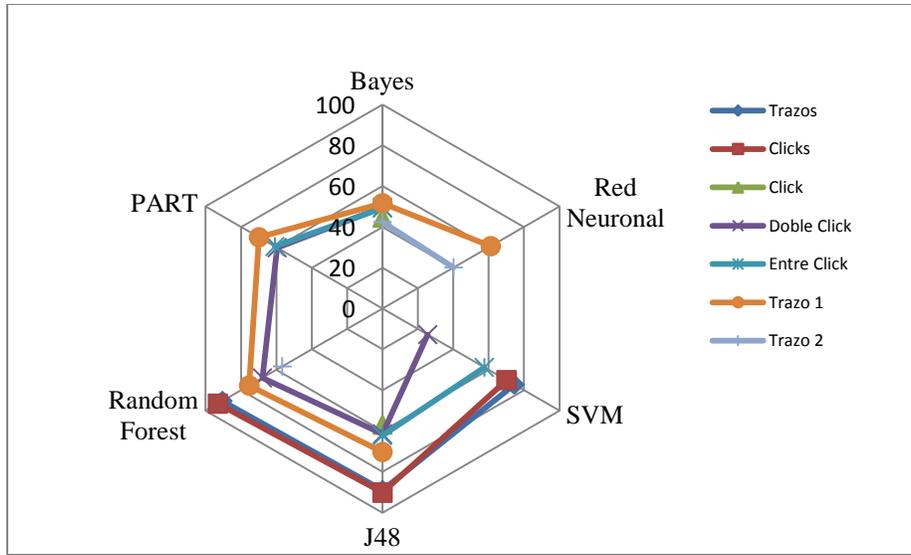


Figura 3 - Gráfico de resultados obtenidos en experimentos realizados en Weka

A partir de la curva ROC de los datos de click se pueden realizar las siguientes afirmaciones: Para obtener una tasa de verdaderos positivos de 90.23% el modelo está sujeto a una tasa de falsos positivos de 4.97% y para obtener una tasa de verdaderos positivos de 98.17% el modelo está sujeto a una tasa de falsos positivos de 20.05%.

Análisis de pruebas de validación de usuarios legítimos e impostores. En la Figura 4 se presenta un gráfico con los valores obtenidos durante la prueba de validación del modelo con usuarios legítimos, se observa que con excepción del usuario “C” la aceptación de registros de usuarios legítimos estuvo siempre por encima del 78%. Incluso, cuando la aceptación de registros de un tipo estuvo entre 78 y 90%, la aceptación de los registros del otro tipo siempre estuvo por encima de 90%, cuestión que ayuda a reforzar la afirmación de que el usuario efectivamente es quien dice ser.

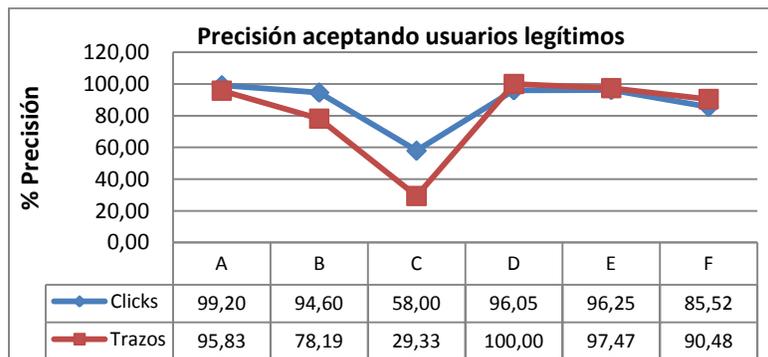


Figura 4 - Gráfico de resultados de prueba de validación de usuarios legítimos

En la Figura 5 se presenta un gráfico con los valores obtenidos durante la prueba de validación del modelo con usuarios impostores, vale destacar que para los usuarios “G” y “K” la aceptación de registros de click como verdaderos estuvo por encima de 90% y para los usuarios

“H” y “J” la aceptación de registros de trazos como verdaderos estuvo alrededor de 50%. Sin embargo, en todos los casos, cuando se obtuvo una alta aceptación de registros de click, se admitió un máximo de 12% de registros de trazos como verdaderos y viceversa; en ninguno de los casos hubo una alta aceptación simultánea de los registros de click y de trazos de los impostores.

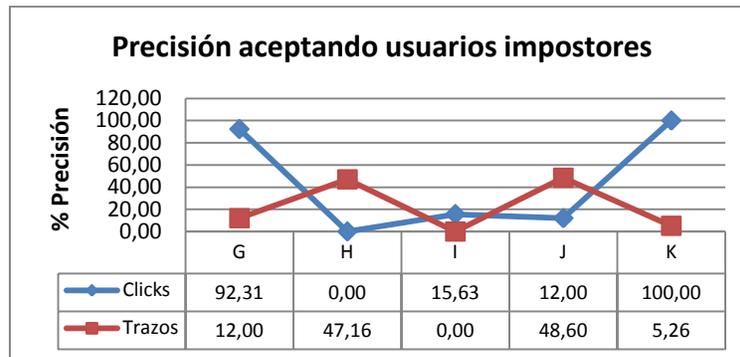


Figura 5 - Gráfico de resultados de prueba de validación de usuarios impostores

4. CONCLUSIONES

Los experimentos mostraron que el tipo de algoritmo que se adecúa más al problema presentado es el de árbol de decisión, tanto el algoritmo J48 (C4.5) como el *RandomForest* tuvieron una precisión superior a la de otros como Bayes Ingenuo, Redes Neuronales y Máquinas de Soporte Vectorial.

La validación del modelo con datos tomados durante una nueva sesión de captura tanto para usuarios legítimos como para impostores, demostró la capacidad del algoritmo al momento de aceptar la afirmación de un usuario cuando dice quién es; *RandomForest* aceptó al menos el 90% de los registros de cada usuario legítimo cuando efectivamente era él (salvo un caso aislado en el cual se obtuvo una precisión de 58%) y la aceptación simultánea de los registros de clicks y trazos de los impostores estuvo en 15% o menos.

En consecuencia, se ha logrado un aporte importante en el intento de usar la interacción del usuario con el computador a través del ratón como un patrón biométrico para la detección de intrusos.

REFERENCIAS

- [1] Josh Jacobs, Jeffrey Posluns, *Sscp: Study Guide and DVD Training System*. 2003.
- [2] Susan Snedaker, *The Best Damn Windows Server 2003 Book Period*. 2004.
- [3] Kevin J. Connolly, *Law of Internet Security and Privacy*. 2003.
- [4] Ahmed Awad E. Ahmed, and Issa Traore, *Detecting Computer Intrusions Using Behavioral Biometrics*. 2005.

A NOVEL APPROACH FOR FEATURE SELECTION AND EVALUATION USING AN ENHANCED RECURSIVE FEATURE ELIMINATION (RFE) ALGORITHM

Jean C. Hernández

Marisol Dávila

hmjeanc@ula.ve

marisol@ula.ve

Departamento de Potencia, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, La Hechicera, Mérida-Venezuela.

José R. Uzcátegui

joseu@ula.ve

Departamento de Electrónica y Comunicaciones, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, La Hechicera, Mérida-Venezuela.

Abstract. This paper presents a novel approach for feature selection and evaluation, *i.e.* a process for reducing and finding an optimal subset of features from an initial set that describes a known dataset. The initial set is used to classify the data into groups, the optimal subset of features disregards unnecessary features that are redundant, which results in better understanding of the classification problem. The approach is divided into two portions, which are an initial selection and a final evaluation. Particularly, the selection portion of the approach is accomplished by performing a cluster variable analysis of the features while the evaluation portion of the process is accomplished by performing an innovative feature evaluation method named recursive feature elimination (RFE) based on support vector machines (SVM). The combined use of the cluster variable analysis and the RFE algorithm is defined as an enhanced-RFE algorithm.

Keywords: Feature selection and evaluation, Support vector machines (SVM), Classification.

1. INTRODUCTION

Many problems in engineering can be seen as a classification problem, *i.e.* there is a set of features that describes a system or process. The set of features can be used to determine the system or process state adding to the decision support making. For example, the decision can be diagnostic based in which an engineer is trying to assess the condition of a particular device. The

main issue is that in a considerable number of cases a big number of features are available and the engineer has to face firstly the problem of what features to consider and secondly determine what features are more relevant when compared to the others. This can be seen as feature selection and evaluation processes.

Therefore, this paper presents a novel approach for feature selection and evaluation, *i.e.* a process for reducing and finding an optimal subset of features from an initial set that describes a known dataset. The initial set is used to classify the data into groups, the optimal subset of features disregards unnecessary features that are redundant. The approach is divided into two portions, which are an initial selection and a final evaluation. Particularly, the selection portion of the approach is accomplished by performing a cluster variable analysis [1] of the features while the evaluation portion of the process is accomplished by performing an innovative feature evaluation method named recursive feature elimination (RFE) based on support vector machines (SVM) [2]. The use of these two combined techniques is the main contribution of this paper and it is defined as enhanced-RFE algorithm. The paper shows that the algorithm is able to successfully select and evaluate a set of features. Specifically, this is illustrated using data from power cable diagnostic measurements [3].

2. FEATURE SELECTION AND EVALUATION

Feature selection and evaluation has been an active research area in pattern recognition, statistics, and data mining applications. The main idea of feature selection and evaluation is to choose a subset of input variables by eliminating features with small or no predictive information. Feature selection and evaluation may improve the understanding classifier models and often build a model that generalizes better to undetected points. Furthermore, it is often the case that finding the correct subset of features is an important problem in its own right.

Feature selection in supervised learning has been well studied, where the main goal is to find a feature subset that produces higher classification accuracy. Several researches [2, 4-5] have studied feature selection and clustering together with a single goal. For feature selection in unsupervised learning, learning algorithms are designed to find natural grouping of the data in the feature space. Thus, feature selection in unsupervised learning aims to find a good subset of features that forms high quality of clusters for a given number of desired clusters. However, the traditional approaches to feature selection with single evaluation criterion have shown limited capability in terms of knowledge discovery and decision support. This is because decision-makers should take into account multiple-conflicted goals simultaneously. In particular, no single criterion for unsupervised feature selection is best for every application [5] and only the decision maker can determine the relative weights of criteria for the application under consideration.

In general, feature selection methods can be categorized by three types: filters, wrappers and embedded methods [4-5]. Filter methods select subsets of features in terms of criterion functions that are independent of the final classifier used for classification, *i.e.* feature selection in unsupervised learning. Both embedded and wrapper methods, on the other hand, perform feature selection in the context of learning machines, *i.e.* feature selection in supervised learning. In embedded methods, feature selection is part of the learning algorithms and is usually specific to giving learning machines. Wrapper methods wrap around a particular learning algorithm that is used to assess the selected feature subsets in terms of estimated classification errors and to build the final classifier. In this paper, the feature evaluation process is accomplished by a feature selection process based on a wrapper method.

Among the various feature selection methods, RFE is a recently developed feature selection method for small dataset classification problems. RFE is originally applied to microarray-based cancer classification where the number of training samples is less than 100 and the number of features is several thousands and has become an effective approach in small-sample feature selection [4]. RFE seeks to improve generalization performance by removing the least important features whose deletion will have the least effect on training errors. In addition, RFE is closely related to support vector machines (SVMs) which have been shown to generalize well even for small sample classification [5].

3. NOVEL APPROACH FOR FEATURE SELECTION AND EVALUATION APPLIED TO POWER CABLE DIAGNOSTICS

This section presents the process for finding a robust set of partial discharge diagnostic features, disregarding the unnecessary features, and considering partial discharge data [3] into groups of cable and accessory. The process is divided into two portions, *i.e.* an initial analysis and a final evaluation of the partial discharge diagnostic features both shown and explained in detail on the following subsections.

The analysis and evaluation process of partial discharge diagnostic features is shown in the flowchart of Figure 1(a). As shown in Figure 1(a), the analysis and evaluation process starts by considering an initial set of partial discharge diagnostic features.

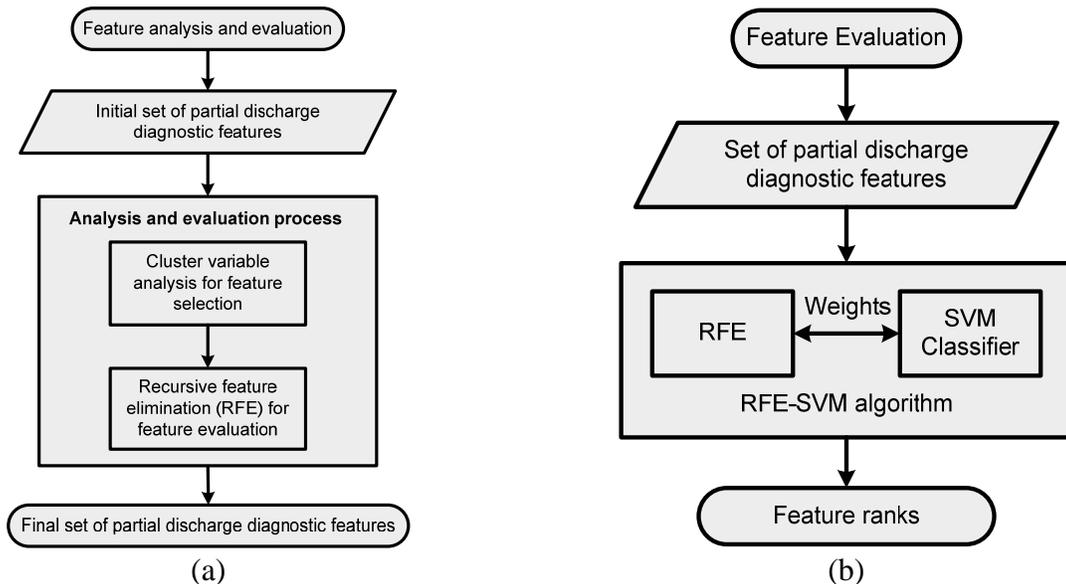


Figure 1 - (a) Analysis and evaluation processes of partial discharge diagnostic features.
 (b) Basis of the evaluation process.

The cluster variable analysis is used to reduce the number of the initial set of available partial discharge diagnostic features; thus, the cluster variable analysis can be seen as an initial filter method that is used to select a subset of diagnostic features in terms of criterion functions that take into account the taxonomy between the diagnostic features and are independent of classification groups or type of classifier if an eventual classification problem is to be performed.

Once the initial set of partial discharge diagnostic features has been reduced by the cluster variable analysis, the RFE provides a tool to rank the diagnostic features by taking into account the classification potential of each diagnostic feature compared to others for groups in the data as cable or accessory, the basis of the feature evaluation process is shown in Figure 1(b).

4. ANALYSIS AND EVALUATION OF PARTIAL DISCHARGE DIAGNOSTIC FEATURES

The laboratory data used here have been described in by one of the authors on [3]. Initial inspection of the partial discharge data provided by the measuring equipment shows that approximately 50 partial discharge diagnostic features are available for analysis and evaluation. However, only a subset of 15 of the initially available features is selected for the analysis and evaluation process. The subset is selected on the basis of common diagnostic features obtained from the partial discharge phase-resolved data pattern, inception and extinction voltages and test voltage. The dendrogram for the cluster variable analysis of the 7 partial discharge diagnostic features of is shown in Figure 2.

As seen in Figure 2, the mean and maximum charge magnitudes contain very similar information (cluster 3a) and they can constitute a separate cluster. The same situation is also observed for the energies (cluster 3b) as well as the symmetry factor (D) and mean energy ratio (cluster 6). Note that the clusters formed by the charge magnitudes and energy levels can be also combined into one cluster (cluster 3) when comparing their similarity level with the other diagnostic features. The remaining question is how to determine the final reduced clusters of variables.

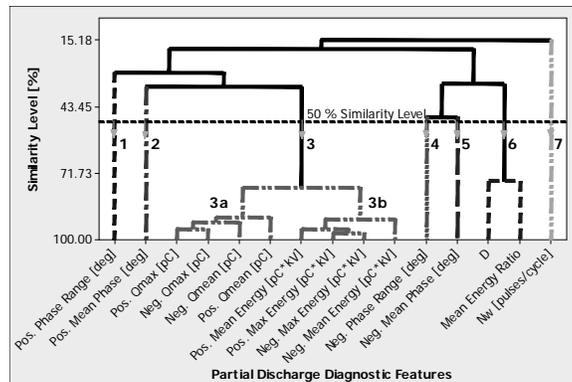


Figure 2 - Dendrogram for the reduced set of 15 partial discharge diagnostic features.

The final grouping of variable clusters can be termed “cutting the dendrogram”. Cutting the dendrogram is akin to drawing a line across the dendrogram to specify the final grouping at a particular similarity level. In Figure 2, the similarity level chosen for the final partition or feature selection is 50 %. The result of cutting the dendrogram at the 50% similarity level is shown in Table 1. As seen in Table 1, the initial set of 15 variables from Figure 2 can be reduced to 7 clusters. Clusters 1, 2, 4, 5, and 7 have only one component as feature. In contrast, cluster 3 is formed by the features regarding the discharge magnitudes and energies and cluster 6 is formed by the symmetry factor (D) and mean energy ratio.

The most important conclusion from the cluster variable analysis shown in Table 1 is that the analysis gives an indication of the type and number of partial discharge diagnostic features that

should be used for partial discharge classification. For instance, the analysis indicates that the discharge magnitude and energy level, phase information, symmetry factor, mean energy ratio, and the average number of pulses per period should be considered separately when using them as partial discharge diagnostic features. For each cluster in Table 1, the diagnostic feature that has the furthest distance to the other clusters is selected to represent its cluster in the subsequent evaluation process. In Table 1, the selected features in each cluster are highlighted in gray; the seven clusters provide seven different features for evaluation.

Table 1. Results of the cluster variable analysis

Cluster No.	Feature Name
1	Pos. Phase Range [deg]
2	Pos. Mean Phase [deg]
3	Pos. Qmax [pC]
	Neg. Qmax [pC]
	Neg. Qmean [pC]
	Pos. Qmean [pC]
	Pos. Mean Energy [pC*V]
	Pos. Max Energy [pC*V]
	Neg. Max Energy [pC*V]
Neg. Mean Energy [pC*V]	
4	Neg. Phase Range [deg]
5	Neg. Mean Phase [deg]
6	D
	Mean Energy Ratio
7	Nw [pulses/cycle]

Once each cluster is represented by one feature, the evaluation portion of the process is performed. Specifically, Table 2 shows the results for the ranking of the partial discharge diagnostic features. The ranks are the results of the feature evaluation process using RFE. To grasp the significance of the diagnostic feature relevance is by looking at the SVM classifier performance. The classifier performance, using the ranked features is also presented in Table 2. The classifier performance is assessed by the class loss in percent. The class loss is the total number of incorrectly classified data points for the cable and accessory groups over the total number of data points. A data point can be thought as one set of the seven diagnostic features used in the evaluation process each of which represents a phase-resolved pattern for each partial discharge data acquisition.

Table 2. Results of the feature evaluation process and classifier performance using ranked features is ascending order

Ranked Feature Name	Class Loss (cable and accessory groups) [%]						
	19.70	15.50	9.80	0.00	0.00	0.00	0.00
1 st - Pos. mean phase [deg]	×	×	×	×	×	×	×
2 nd - Neg. Phase Range [deg]	-	×	×	×	×	×	×
3 rd - D	-	-	×	×	×	×	×
4 th - Pos. Qmean [pC]	-	-	-	×	×	×	×
5 th - Neg. Mean Phase [deg]	-	-	-	-	×	×	×
6 th - Pos. phase range [deg]	-	-	-	-	-	×	×
7 th - Nw [pulses/cycle]	-	-	-	-	-	-	×

As seen on Table 2, the class loss for the SVM classifier when using the first ranked partial discharge diagnostic feature is 19.70 %. If the first and the second ranked features are used in the classification, the class loss improves to a value of 15.50 %. Similarly, if the first three ranked partial discharge features are used in the classification, the class loss also improves to a value of 9.80 %. Finally, if four or more of the ranked partial discharge features are used in the classification, the class loss becomes zero. In other words, the SVM with linear kernel is able to completely group the partial discharge data between the cable and the accessory groups with at least four of the seven ranked partial discharge diagnostic features. These results are significant in the sense that the analysis and evaluation process has allowed a reduction in the number of partial discharge diagnostic features from the initial set of 15 to 7 and having a complete separation between the component groups.

5. CONCLUSIONS

The paper has presented a process for finding a robust set of partial discharge diagnostic features, disregarding the unnecessary features, and considering partial discharge data into groups of cable and accessory. The process is divided into two portions, *i.e.* an initial analysis and a final evaluation of the partial discharge diagnostic features. The initial analysis portion of the process takes advantage of the hierarchical structure and taxonomy of the partial discharge diagnostic features by performing the cluster variable analysis of the diagnostic features. The cluster variable analysis has provided a feature selection by disregarding unnecessary features that carry similar information. The final evaluation portion of the process has been accomplished by performing the recursive feature elimination (RFE) of the partial discharge diagnostic features that are the result of the initial cluster variable analysis. The RFE has provided a tool for ranking the partial discharge diagnostic features by taking into account the classification potential of each diagnostic feature compared to others. Results from the analysis and evaluation process reveal that different types of diagnostic features have to be used in order to achieve an appropriate level of dissimilarity between features and good classification performance between the cable and accessory groups.

REFERENCES

- [1] Duda, R., Hart, P., and Stork, D., *Pattern Classification*, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2000, ISBN 0-471-05669-3.
- [2] Guyon, I., Weston, J., Barnhill, S., and Vapnik, V., Gene selection for cancer classification using support vector machines, *Machine Learning*, Vol. 46, No. 1–3, pp. 389–422, 2002.
- [3] Hernández-Mejía, J.C., *Characterization of real power cable defects by diagnostic measurements*, PhD thesis, The Georgia Institute of Technology/Atlanta, 2008.
- [4] Duan, K., Rajapakse, J., Wang, H., and Azuaje, F., Multiple SVM-RFE for gene selection in cancer classification with expression data, *IEEE Transactions on Nanobioscience*, Vol. 4, No. 3, pp. 228-234, Sept. 2005.
- [5] Guyon, I. and Weston, J. “Methods of identifying patterns in biological systems and uses thereof,” Health Discovery Corporation, Savannah, GA, U.S. Patent No. 7,117,188 B2, Oct. 2006, pp. 1-70.

MODELADO Y SIMULACIÓN DE UN MEDIDOR DE CALIDAD DE SERVICIO USANDO EL SOFTWARE LABVIEW.

José Antonio T. Benavides

Dan El A. Montoya

Benavides.joseantonio@gmail.com

Danel.montoya@ucv.ve

Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad Central de Venezuela

Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Jhonathan C. Santacana

jhonathancsr@yahoo.com

Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad Central de Venezuela

Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Resumen. Este trabajo comprende el diseño de un medidor de calidad de suministro eléctrico usando el software LabView. Este medidor esta basado en la normativa venezolana para la fiscalización y control del suministro eléctrico de acuerdo a la Norma de Calidad del Servicio de Distribución de Electricidad (NCSDE), la cual establece los indicadores de medición de calidad del producto técnico y calidad del servicio técnico. Estos indicadores son fundamentados en aquellos fenómenos capaces de afectar las características físicas de una onda de tensión, entre estos fenómenos encontramos las variaciones de tensión y las perturbaciones electromagnéticas. El software diseñado a través del lenguaje LabView es capaz de detectar, evaluar y clasificar estas variaciones y perturbaciones que pueden estar presentes en la red de distribución eléctrica, entre ellas: Sags, Swells, interrupción y distorsión armónica. Adicionalmente mide otros indicadores de calidad de servicio como lo son: Frecuencia, valores eficaces de tensión y corriente, potencia activa, potencia no activa, potencia aparente y factor de potencia. Todas los indicadores se diseñaron conforme a las normas IEEE 1159 [1] y IEC 61000-4-30.[2]

Keywords: Sags, Swell, Calidad de Servicio Técnico, LabView.

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, el interés en la calidad del suministro eléctrico ha ido en aumento, ya que uno de los factores determinantes en la productividad de una industria o empresa es la calidad del

servicio eléctrico, ya que ésta depende de equipos eléctricos y electrónicos. Los equipos electrónicos son sensibles a las variaciones de tensiones del suministro eléctrico, es por ello que las repetidas apariciones de estos fenómenos pueden eventualmente dañarlos.

Disponer de un dispositivo capaz de medir los parámetros de calidad de servicio es de gran ayuda a la hora de estudiar la calidad de suministro eléctrico, ya que al evaluarla se pueden tomar correctivos para mejorarla, pero la mayoría de estos equipos son costosos, por ello este trabajo propone modelar un dispositivo de medición de parámetros de calidad de servicio eléctrico a través de un software de simulación de procesos el cual puede adquirir datos desde una tarjeta de audio estándar de cualquier computador personal

2. DISPOSICIONES GENERALES

2.1 Normativa Venezolana

En Venezuela, la Norma de Calidad del Servicio de Distribución de Electricidad (NCSDE) establece los niveles de calidad que deben cumplir las empresas distribuidoras de electricidad en el entorno técnico y comercial. Esta norma define a la Calidad del Producto Técnico como el grado de cumplimiento de los valores admisibles establecidos por esa Resolución, determinados por mediciones realizadas a los niveles de tensión del fluido eléctrico y la forma de onda de la tensión suministrada por la Distribuidora. [3]. Para realizar un control de calidad de los niveles de tensión es necesario tener un indicador. Este indicador es la Frecuencia Equivalente de Desviación de Tensión (FEDT) el cual es definido como las desviaciones del valor de tensión medida con respecto a su valor nominal. Este indicador representa la proporción en que la tensión medida se sitúa fuera de los límites permitidos. Los registros de las mediciones corresponderán al valor promedio de todas las mediciones realizadas en períodos de diez (10) minutos. El FEDT se calcula de la siguiente forma:

$$FEDT = \frac{\sum_{i=1}^n CRMFBPT_i}{CTRM} \times 100 \quad (1)$$

Donde:

CRMFBPT_i: Cantidad de registros de medición fuera de la banda permitida de tensión.

CTRM: Cantidad total de registros de medición.

n: Número total de registros de medición fuera de la banda permitida de tensión.

Para el control de la calidad del nivel de tensión se usa un procedimiento de evaluación, el cual es el periodo de permanencia del nivel de tensión fuera de la banda permitida en cada medición. Cuando en algún punto de medición se registren niveles de tensión fuera de la banda permitida superior al tres por ciento de los registros totales en la medición (FEDT > 3%).

Otro parámetro de control de calidad es la distorsión armónica. Para la fiscalización de la distorsión armónica, se medirá la Tasa de Distorsión Total (THD) de Tensión Armónicas presentes en los Puntos de medición. La Tasa de Distorsión Total de Tensiones Armónicas será medida en valor eficaz y no deberá ser mayor del ocho por ciento (8%) durante más de un cinco por ciento (5%) del tiempo total del período de medición. Esta medición se realiza en forma simultánea con la de niveles de tensión.

La Tasa de Distorsión Total de Tensiones Armónicas se calcula como:

$$THD = \sqrt{\sum_{i=2}^{25} \left(\frac{U_i}{U_1}\right)^2} \times 100 \quad (2)$$

Donde:

U_i : amplitud de la tensión de la armónica de orden i ;

U_1 : amplitud de la tensión fundamental.

i : armónica considerada, desde el orden 2 hasta el orden 25.

2.2 Perturbaciones Electromagnéticas

Entre los principales fenómenos causantes de perturbaciones electromagnéticas encontramos:

Sags: Los Sags o también llamados huecos de tensión son reducciones o disminuciones bruscas de la tensión rms de un sistema, disminución que es preestablecida en un umbral tomando como referencia la tensión nominal de la red eléctrica. Esta disminución de tensión es de corta duración, entre medio ciclo (8,33 ms) a 1 minuto, y con un umbral de referencia entre 0,1 p.u y 0,9 p.u. de la tensión nominal del sistema.

Swell: el término swell es introducido como el opuesto del sag. Un swell se define como el aumento temporal entre 1,1 y 1,8 p.u. de la tensión rms del sistema tomando como referencia la tensión nominal del sistema, con duraciones entre medio ciclo (8,33 ms) a un (1) minuto.

Interrupciones cortas: Una interrupción ocurre cuando la tensión decae a valores menores al 0,1 p.u. de la tensión nominal para un periodo de tiempo que no exceda 1 minuto.

3. DISEÑO DEL SOFTWARE

3.1 Interfaz principal del Medidor

El Medidor de producto técnico diseñado tiene como inicio e interfaz al usuario una pantalla donde muestra las entradas y las salidas del sistema. Esta ventana contiene un cuadro en la parte superior izquierda donde son cargados los datos solicitados al usuario. Estos valores solicitados son la tensión nominal del sistema y la frecuencia de muestreo del transductor usado. Figura 1. Adicionalmente tiene tres indicadores a la derecha de los valores pedidos al usuario, los cuales son salidas totales del análisis. Uno de estos indicadores es un contador del tiempo de medición, el cual nos indica la duración de la onda medida, tanto al final como en el mismo transcurso de la medición. Existen otros dos indicadores de Calidad de Producto Técnico, los cuales son la frecuencia equivalente de desviación de tensión (FEDT) y el porcentaje de tiempo en el cual la tasa de distorsión armónica (THDT) estuvo por encima del 8%.

3.2 Unidad de Medición

Las mediciones están formadas por múltiples bloques que realizan la evaluación de la forma de onda.

Bloque 1, Medición de Frecuencia. Basado en la IEC 61000-4-30, la frecuencia se mide en promedio de la misma en intervalos de 10 segundos cada uno. Este proceso de cálculo es realizado sobre la onda de tensión ya que la misma es la onda de referencia. Es importante aclarar que la norma indica que se deben atenuar los armónicos y los inter armónicos para evitar los

múltiples cruces por cero. Es por ello que se usó un filtro butterworth pasa banda, para minimizar este efecto. Este filtro es de segundo orden y contempla una banda pasante de 10 Hz.

Bloque 2, Medición de Tensión y Corriente RMS. Este bloque realiza los cálculos de la tensión rms y de la corriente rms del sistema y fue diseñado basado en la norma IEC 61000-4-30, donde se indica que los valores rms tienen que ser medidos en intervalos de 12 ciclos para sistema de 60 Hz. Para medir los valores rms se usó la siguiente ecuación:

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2} \quad (3)$$

Donde:

N: número de muestras

v_i : muestras de valores de la onda

Bloque 3, Medición de Potencia Activa. El bloque de potencia mide la potencia activa del sistema. Según la definición de la norma IEEE 1459-2000, la potencia activa es el valor promedio de la potencia instantánea observada en un intervalo de tiempo, esto puede ser planteado como:

$$P = \frac{1}{T} \sum_{i=\tau}^{\tau+T} p_i \quad (4)$$

Donde:

T: es el período de la onda

τ : es el momento donde comienza la medición

$p = v \cdot i$ potencia instantánea

Bloque 4, Distorsión Armónica Total. Este bloque hace el cálculo de la distorsión armónica de la siguiente forma:

$$THD = \frac{\sqrt{H_2^2 + H_3^2 + \dots + H_N^2}}{F} \times 100 \quad (5)$$

Donde:

H_N : es la amplitud del armónico número N-ésimo

F : es la amplitud de la componente fundamental

Este valor de THD es calculado cada 12 ciclos ya que se toma como referencia el cálculo de la tensión rms.

Bloque 4 Tensión RMS de medio ciclo. Este bloque está diseñado para la detección de los eventos de variaciones de tensión como lo son sags, swells e interrupciones cortas. Está basado en la norma IEC 61000-4-30, en la que se define el término $Urms(1/2)$. La tensión $Urms(1/2)$ es el valor rms de la tensión medida cada ciclo comenzando en el primer cero y actualizando cada medio ciclo. Estos valores son calculados en por unidad tomando como base la tensión nominal del sistema dada por el usuario. Para la detección de una perturbación, basta con que cualquiera de los valores de la tensión rms medida cruce por alguno de los límites para ser detectado. Esto se realiza comparando el valor medido con los límites de las perturbaciones (entre 1,1 y 1,8 p.u. para el swell, entre 0,1 y 0,9 p.u. para sags y menor a 0,1 p.u. para interrupciones).

Bloque 5, Salida. Pasado 10 minutos de medición, tomando como referencia la onda de tensión, todos los datos calculados en los bloques anteriormente explicados, excluyendo los datos de la detección de perturbaciones, se promedian, es decir, cada 10 minutos los valores de frecuencia, tensión rms, corriente rms y potencia activa se promedian para arrojar un registro. Este rango de medición está establecido como un registro en la Norma de Calidad del Servicio de

Distribución de Electricidad de Venezuela. Adicionalmente se realiza el cálculo de la potencia aparente $S(VA)$ y a partir de esta, se calcula la potencia no activa del sistema (Potencia reactiva + Potencia de distorsión de Bodeneu). La potencia aparente es una estimación de su valor real, ya que se multiplica el promedio de la tensión rms cada 10 minutos por el promedio de la corriente en ese mismo periodo de tiempo.

4. EXPERIMENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para validar el medidor de calidad de producto técnico, se realizó una comparación con un equipo comercial. Para ello se uso un transductor que graba los datos de la onda de tensión y corriente para ser usados en este medidor. Esta experimentación consistió en comparar los valores con las mediciones realizadas por un equipo comercial Draentz PP1. El cual es capaz de medir los distintos parámetros de calidad de producto técnico y también es capaz de detectar perturbaciones electromagnéticas presentes en la red. Para ello se experimentó con un circuito simple donde se pudo producir sags e interrupciones cortas a través de interruptores. Figura 2.

El equipo PP1 fue configurado para un sistema monofásico de 120V y una corriente de 1,36A. Adicionalmente se configuraron los límites superior e inferior de tensión para poder detectar las perturbaciones producidas al accionar los interruptores S2 y S3 del circuito mostrado.

Los resultados registrados por el PP1 para esta experimentación fueron los siguientes:

Tabla 1. Resultados De La Prueba Registrados Por El PP1

F (Hz)	Vrms (V)	Irms (A)
60,00	118,20	1,35
59,99	118,00	1,35
60,00	117,80	1,35
60,01	117,80	1,35

Comparando estas mediciones del equipo comercial con los resultados del medidor diseñado obtenemos: Comparando los resultados entre los dos equipos se puede observar que hay errores en la corriente debido a la mala configuración de la pinza amperimétrica, sin embargo los resultados de frecuencia y de tensión tienen errores menores al 1% lo que confirma una buena medición de estos parámetros.

En el transcurso de la medición se generaron una serie de sags e interrupciones que fueron registrados por los dos equipos: Luego de realizar esta medición se procedió a analizar estas formas de onda a través del medidor de calidad de producto técnico obteniéndose los resultados en la tabla 2.

Comparando evento por evento la duración y magnitud de los sags registrados en los dos equipos. Se observa que las mediciones presentan errores por debajo del 2% en la magnitud de los sags, en la duración no se observan errores de más de ciclo y medio de diferencia (24ms). Esto errores son aceptados por la norma internacional IEC 61000-4-30 por el metodo de medición $Urms(1/2)$. Hay que aclarar que el sags número 7 fue un sag fortuito que se registró mientras se realizaba la medición. Este sag es del tipo instantáneo cuya generación es imposible de realizar a través del montaje experimental dado que la respuesta de los interruptores no es lo suficientemente rápida para generador sags de tan corta duración. Se debe comentar que el PP1 estaba ajustado para una tensión de 108V y registró este evento con una tensión de 109,05V por lo que este instrumento no lo debió haber registrado pero el medidor de calidad desarrollado en Labview registró el evento con una magnitud de 106,619V lo cual entra dentro de los limites para ser considerado un sag.

Tabla 2. Perturbaciones registradas por el PP1

Tiempo	Magnitud (V)	Duración (s)
17:26:38,67	82,85	2,050
17:27:22,27	59,75	3,816
17:28:17,71	82,32	1,450
17:31:25,25	82,62	3,880
17:32:03,03	59,75	1,866
17:41:08,48	81,94	5,730
17:43:24,04	109,05	0,050
17:44:31,46	82,78	0,800
17:47:03,94	59,75	1,750
17:52:39,66	82,93	3,962
17:53:15,90	59,83	3,366
18:07:14,77	0,45	5,978
18:07:39,84	0,38	11,380

Para los últimos dos valores registrados por los dos equipos fueron interrupciones que al ser comparadas en magnitud, presentan errores de hasta un 4% en la magnitud del Evento. Esto se debe a que las tensiones de las interrupciones son muy bajas, por debajo del 10% de la tensión nominal y en el transductor estas tensiones eran comparadas con ruido, lo cual es la causa de esos errores, pero las magnitudes de las interrupciones siempre quedaron dentro del umbral de interrupción y siguieron siendo catalogados como interrupciones.

5. CONCLUSIONES

El Medidor de Calidad de Producto Técnico basado en el software LabView es capaz de detectar, medir y catalogar variaciones de tensión y perturbaciones electromagnéticas conforme a los parámetros de la Norma de Calidad del Servicio de Distribución de Electricidad de Venezuela, presentando resultados satisfactorios en la detección de sags, swell e interrupciones cortas. Adicionalmente el medidor presenta resultados fieles en distorsión armónica, tensión rms, corriente rms, frecuencia, potencia activa, potencia reactiva y potencia reactiva con errores despreciables. Además, estima los indicadores FEDT y THDT presentes en la norma nacional venezolana de calidad de suministro eléctrico.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Norma IEEE Std. 1159-1995. IEEE Recommended Practice for Monitoring Electric Power Quality
- [2] Norma IEC International Standart 61000-4-30. 2003. Electromagnetic Compatibility (EMC) Part: 4-30 Testing and measurement techniques – Power quality measurement methods
- [3] Normas de Calidad del Servicio de Distribución de Electricidad, Gaceta Oficial N° 5.730 Extraordinario del 23 de septiembre de 2004.

INTERACCIÓN DE MODELOS DEFORMABLES EN TIEMPO REAL

Máximo Mero

Luis Yanes

mmero@uc.edu.ce

yanes.luis@gmail.com

Universidad de Carabobo, Bárbula, Carabobo-Venezuela

Antonio Susin

toni.susin@upc.es

Dpto. Matemàtica Aplicada 1

Universidad Politècnica de Catalunya, España

Resumen. *La simulación y animación de objetos deformables 3D en tiempo real es esencial en muchas aplicaciones de realidad virtual tales como simuladores quirúrgicos. Una de las principales características de estas simulaciones es la interacción entre el modelo deformable y la fuerza externa actuando sobre él. El comportamiento dinámico del modelo deformable, en este trabajo, está basado en la mecánica de elasticidad lineal. Esta construcción es esencialmente sobre técnicas presentadas en la literatura de computación gráfica e ingeniería mecánica. La evolución temporal del modelo deformable es resuelta usando un esquema semi-implícito de Euler para integrar las ecuaciones de la dinámica Newtoniana. Tanto la velocidad, así como la estabilidad son mejoradas con este enfoque. Se muestra ejecución en tiempo real, lo cual es esencial en aplicaciones hápticas. Se muestran resultados de la aplicación sobre el ventrículo izquierdo del corazón, obtenido de un paciente isquémico.*

Palabras clave: Realidad virtual, ejecución en tiempo real, interacción háptica, elasticidad lineal, elementos finitos.

1. INTRODUCCIÓN

Una de las principales características de la simulación y animación de objetos deformables 3D, en tiempo real, es la interacción dinámica del modelo deformable y las fuerzas externas que actúan sobre él. El comportamiento dinámico de los modelos deformables 3D que tratamos en esta investigación están basados sobre técnicas presentadas en la literatura de computación gráfica y la ingeniería mecánica [6] y [1].

A partir de los trabajos desarrollados por J. O'Brien y J. Hodgins [3] y G. Debunne [2], podemos establecer la formulación del problema en términos de Elementos Finitos (FEM). Aunque, [3] se

centra en el estudio de fracturas de materiales casi rígidos, su modelo puede ser usado para simular objetos más deformables. En particular, [2] construye un modelo para el hígado humano con la misma formulación.

Cuando el objetivo final de una aplicación es un ambiente de realidad virtual, tópicos tales como precisión y velocidad necesitan estar balanceados apropiadamente. Para combinar ambas características la solución de algunos autores es construir un modelo de multiresolución, DeBunne [2]. Los diferentes modelos de multiresolución difieren en cómo los niveles de mallas consecutivas están relacionados. Estas pueden ser obtenidas de un refinamiento de la malla en el nivel previo o ser completamente independiente (justamente remallando el mismo volumen). Esta relación es crítica en la zona de transición donde dos mallas de diferentes niveles deben ser activadas.

Este artículo se basa en un trabajo previo [4], en el cual se emplea dos metodologías para simular la deformación del ventrículo izquierdo bajo la acción de fuerzas externas. Con nuestra propuesta, se pueden obtener mejores resultados, desde el punto de vista háptico, si se emplea una malla de tetraedros lo suficientemente próxima a la frontera del objeto y una malla fina de triángulos para la representación de la superficie.

2. FORMULACIÓN DEL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Sea $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)^T \in \mathbb{R}^3$ un vector en \mathbb{R}^3 que denota una localización en un sistema de coordenadas de material. La deformación del material está definido por la función $\mathbf{x}(\mathbf{u}) = (x, y, z)$ que mapea localizaciones en el sistema de coordenadas de material hacia localizaciones en coordenadas de mundo. En áreas donde el material existe, \mathbf{x} es continuo. En áreas donde no existe material, \mathbf{x} no está definido.

Se usa el tensor de Green (ϵ) para medir la deformación local del material [6], como es señalado en el trabajo [2]. Este tensor es el más apropiado para modelos deformables tratados en esta investigación. El tensor de deformación es formulado como una matriz simétrica

$$\epsilon_{ij} = \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u_i} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u_j} \right) - \delta_{ij}. \quad (1)$$

Aquí, δ_{ij} es la delta de Kronecker. Este tensor solamente mide deformaciones, es invariante con respecto a transformaciones rígidas aplicadas sobre \mathbf{x} y es vacío cuando el material no es deformado. Ambos sistemas, coordenadas material y coordenadas de mundo, son el mismo cuando el objeto no ha sido deformado, resultando en un tensor de deformación nulo. Las coordenadas de material de un punto de masa es fijo, pero su posición en el espacio variará con el tiempo.

La teoría de elasticidad lineal asume que el tensor de tensión (stress) (o esfuerzo) y el tensor de deformación (strain) están linealmente relacionados. En este sentido, se asume que el material es isotrópico y, con consideraciones simétricas, establece que solamente con dos coeficientes independientes se describe el comportamiento del material. En este caso, la tensión elástica (stress) es

$$\sigma_{ij}^{(\epsilon)} = \sum_{k=1}^3 \lambda \epsilon_{kk} + 2\mu \epsilon_{ij}, \quad (2)$$

μ y λ son los coeficientes de Lamé, μ representa la rigidez del material, mientras λ mide la capacidad de preservar volumen.

En este trabajo también se usan fuerzas de amortiguamiento, las cuales son de mucha importancia si queremos realzar el realismo. La tasa del tensor de deformación ν , mide la tasa a la cual el tensor de deformación está cambiando y es la derivada con respecto al tiempo de ϵ

$$\nu_{ij} = \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u_i} \cdot \frac{\partial \dot{\mathbf{x}}}{\partial u_j} \right) + \left(\frac{\partial \dot{\mathbf{x}}}{\partial u_i} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u_j} \right), \quad (3)$$

donde $\dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t}$ es la velocidad de un punto. El tensor de viscosidad es

$$\sigma_{ij}^{(\nu)} = \sum_{k=1}^3 \phi \nu_{kk} + 2\psi \nu_{ij}, \quad (4)$$

donde ϕ y ψ controla cuán rápido el material pierde o disipa energía cinética.

El tensor de deformación total es obtenido sumando el tensor de tensión elástica (stress) y el tensor de tensión viscoso $\sigma = \sigma^{(\epsilon)} + \sigma^{(\nu)}$.

Para la implementación del método de los elementos finitos, se usaran tetraedros como elementos lineales. Se denota por N_i como la función de interpolación lineal asociada con cada vértice \mathbf{x}_i ,

$$N_i(x, y, z) = \beta_{i1}x + \beta_{i2}y + \beta_{i3}z + \beta_{i4}. \quad (5)$$

La matriz $\beta = (\beta_{ij})$ está definida por las coordenadas de material de los vértices. Esta es siempre una matriz no singular a menos que el tetraedro sea degenerado. Inestabilidades numéricas están asociadas a configuraciones próximas a configuraciones degeneradas.

La posición y velocidad de cada punto puede ser interpolado del respectivo valor del vértice

$$\mathbf{x}(\mathbf{u}) = \mathbf{U}\beta \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{u}) = \mathbf{V}\beta \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

donde las matrices \mathbf{U} y \mathbf{V} están definidas como

$\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4]$, $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4]$, siendo $\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i$ los vectores de posición y velocidad respectivamente de cada vértice.

De la Ecuación (6) se deducen las derivadas que son necesarias para calcular la deformación y la tasa de deformación Ec. (1), Ec. (3) respectivamente,

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u_i} = \mathbf{U}\beta \delta_i, \quad \frac{\partial \dot{\mathbf{x}}}{\partial u_i} = \mathbf{V}\beta \delta_i, \quad (7)$$

donde $\delta_i = [\delta_{i1}, \delta_{i2}, \delta_{i3}, 0]^T$. Estas derivadas parciales son constantes porque se están usando funciones bases lineales para cada elemento.

Las fuerzas internas son calculadas para cada elemento y son aplicadas a sus vértices

$$f_i^{(el)} = \frac{vol^{(el)}}{2} \sum_{j=1}^4 \mathbf{x}_j \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \beta_{jl} \beta_{ik} \sigma_{kl}, \quad (8)$$

donde $vol^{(el)}$ es el volumen de elemento.

3. MATCH: MODELO FÍSICO - DATOS DEL OBJETO

Los modelos deformables pueden ser obtenidos de diferentes fuentes. Para este trabajo se han realizados simulaciones con diferentes objetos deformables. Uno de estos modelos es la superficie de un ventrículo izquierdo [5], cuya reconstrucción se logró con la adquisición de imágenes del corazón de un paciente usando la técnica de medicina nuclear Single Photon Emission Computed Tomography (SPECT).

Esta superficie reconstruida puede ser ajustada con el modelo deformable de malla de tetraedros introducido en la sección previa (ver Figura 1).

El modelo deformable interno es el volumen *tetraedrizado* encerrado entre dos elipsoides concéntricos. Una correspondencia entre la superficie y el modelo interno debe ser definido. En este sentido, tanto el modelo deformable físico y el modelo del ventrículo son trasladados usando sus centros geométricos al origen, $\vec{0}$. Segundo, se fijará cada punto de la superficie del modelo del ventrículo izquierdo a un tetraedro del modelo deformable interno. Este tetraedro es elegido como el más cercano al punto. Tercero, se conectarán la superficie y los tetraedros usando coordenadas baricéntricas.

$$\begin{aligned} P_{surf} &= \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 + \alpha_3 P_3 + \alpha_4 P_4 \\ 1 &= \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4. \end{aligned} \quad (9)$$

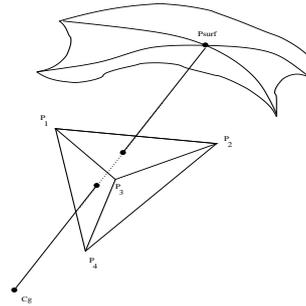


Figura 1: Ajuste del modelo deformable físico y el modelo de la superficie del ventrículo izquierdo.

4. DINÁMICA

Una vez que las fuerzas internas del modelo han sido calculadas, se pueden aplicar otras posibles fuerzas externas y calcular la evolución en el tiempo del sistema. Esencialmente, se tomarán en cuenta la dinámica clásica newtoniana

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{v}, \quad \dot{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{f}}{m}. \quad (10)$$

Aquí, \mathbf{x} , \mathbf{v} y \mathbf{f} son consideradas para cada uno de los nodos en el método de los elementos finitos.

Un esquema explícito de Euler puede ser usado para integrar Ec. (10), dando resultados aceptables en términos de velocidad y exactitud. Para incrementar el paso en el tiempo, se construye un esquema *semi-implícito* [2] el cual mejora la estabilidad.

La primera aproximación de la fuerza aplicada en un nodo cuando este se mueve está dado por $\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}$, la fuerza de la matriz Jacobiana asociada en cada nodo. Podemos pre-calcular esta matriz con el objeto en posición de reposo, asumiendo que sus vecinos son fijos y considerando que este es constante durante la simulación. El esquema *semi-implícito* puede ser establecido como

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{v}}_{n+1} &= \mathbf{v}_n + \frac{\mathbf{f}}{m} \Delta t, \\ \mathbf{v}_{n+1} &= \left(\mathbf{I}_3 - \frac{(\Delta t)^2}{m} \mathbf{J} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{v}}_{n+1}, \\ \mathbf{x}_{n+1} &= \mathbf{x}_n + \mathbf{v}_{n+1} \Delta t.\end{aligned}\tag{11}$$

El paso de actualización de velocidades actúa como un filtro con el sólo costo de una multiplicación por una matriz constante. Un método implícito actualizará la matriz Jacobiana \mathbf{J} en cada paso del tiempo. El enfoque *semi-implícito* es sólo una simplificación, pero cómo se ha incrementado la estabilidad, el paso en el tiempo puede ser casi duplicado.

5. RESULTADOS

La Figura (2) muestra un ejemplo del modelo de ventrículo izquierdo totalmente lleno con tetraedros. En este caso, el número total de tetraedros es 1352 y obtenemos una tasa de frame por segundos de 29 f/s. Esta tasa es suficiente para alcanzar una respuesta visual real. Esto no es suficiente para la interacción háptica en tiempo real.

Nuestro enfoque se muestra en la Figura (3), donde la respuesta en tiempo real es alcanzada para el modelo del ventrículo izquierdo. La estructura interna del músculo cardiaco es aproximada usando tetraedros con el mallado de elementos finitos. Luego, se establece la correspondencia entre el modelo de los elementos finitos y la superficie del ventrículo izquierdo. Usando un computador personal pentium IV de 2.8 GHz, se alcanzó una tasa de 980 f/s, lo cual es apropiado para una aplicación háptica. El Cuadro (1) muestra los parámetros de elasticidad que hemos usado, tiempo de ejecución y los valores geométricos de los ejemplos trabajados.

Finalmente, estas investigaciones sobre aplicaciones hápticas se pueden realizar usando los datos de otros órganos humanos, como un paso importante para la creación de un quirófano virtual. Además, se pueden usar otras estrategias, para la discretización del objeto en estudio, y metodologías tales como diferencias finitas, elementos finitos, masa-muelles, métodos sin mallas o una combinación de ellas.

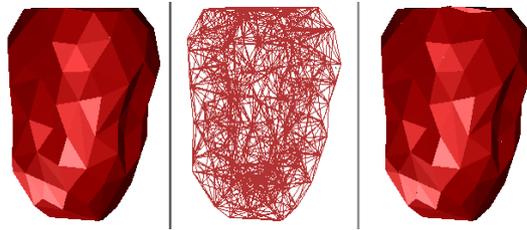


Figura 2: Modelo 1: ventrículo izquierdo con tetraedros.

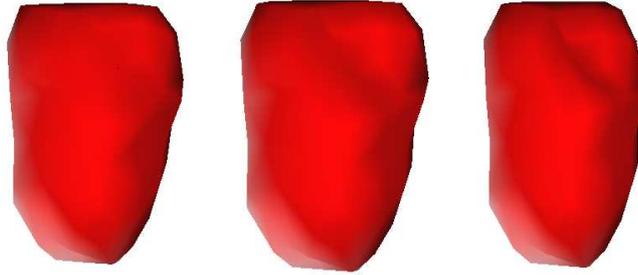


Figura 3: Modelo 2: Respuesta háptica en tiempo real.

Cuadro 1: Parámetros

	λ	μ	Φ	Ψ	Δt
Modelo 1	5.0	2.0	9.0e-5	9.0e-5	7.0e-3
Modelo 2	0.04	1.6e-3	1.0e-4	1.0e-4	7.5e-3

REFERENCIAS

- [1] D.Terzopoulos. Regularization of inverse visual problems involving discontinuities. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(4):413 – 424, 1986.
- [2] G.Debunne, M.Desbrun, M.Cani, and A.Barr. Dynamic real-time deformations using space & time adaptive sampling. In *SIGGRAPH '01: Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 31–36, New York, NY, USA, 2001. ACM Press.
- [3] J.O'Brien and J.Hodgins. Graphical models and animation of brittle fracture. In *SIGGRAPH'99 Conf. Proc.*, pages 137 – 146, 1999.
- [4] Mero M.G. and A. Susín. Deformable hybrid approach for haptic interaction. *3rd. Workshop in Virtual Reality, Interactions, and Physical Simulations (VRIPHYS'06)*, pages 8–16, 2006.
- [5] O.Garcia and A.Susin. Modelo dinámico para la reconstrucción del corazón. *CEDYA. VII Congreso de Matemática Aplicada. Univ. Salamanca, Spain*, pages 733 – 734, 2001.
- [6] Y.Fung. Linear elasticity. In Prentice Hall Inc., editor, *Foundations of Solid Mechanics*. Englewood Cliffs, N.J, 1965.

DETERMINACIÓN AUTOMÁTICA DE LA CURVA CONTRASTE-DETALLE EN MAMOGRAFÍA DIGITAL EMPLEANDO GRANULOMETRÍA MORFOLÓGICA

Angel R. Contreras

angel.contreras@inabio.edu.ve

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela, Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Omaira C. Rodríguez

omaira.rodriguez@ciens.ucv.ve

Av. Los Ilustres, Facultad de Ciencias, Centro de Computación Gráfica, Los Chaguaramos, Universidad Central de Venezuela, Caracas-Venezuela

Abstract. *Se presenta un algoritmo alternativo MIQ (MammoIQ) para el análisis del maniquí CDMAM (Contrast Detail Mammography) empleado en el control de calidad en mamografía digital basado en granulometría morfológica. El método consiste en la evaluación de los discos del maniquí a través de una serie de aperturas realizadas con Filtros Secuenciales Alternantes. Se muestran los resultados del análisis granulométrico a través de la Curva Granulométrica y el Espectro Granulométrico. Se comparan los resultados obtenidos del algoritmo planteado (MIQ) con observadores humanos (ObH) con la ayuda del factor de calidad de imagen (Image Quality Factor - IQF) dando como resultado $IQF_{ObH} = 0.8658$ e $IQF_{MIQ} = 1.9453$. Gracias a las propiedades de la morfología matemática, el análisis de los discos se hace independiente de la traslación y del ángulo de inclinación del maniquí con respecto a la pared torácica.*

Key words: CDMAM, Mamografía Digital, Granulometría Morfológica, Filtros no Lineales.

1. INTRODUCCIÓN

El CDMAM (*Contrast Detail Mammography*) es un maniquí ampliamente utilizado en mamografía digital. Consta de 205 celdas ordenadas de forma matricial. Cada celda está conformada por dos discos de oro (de 99.99 % de pureza) uno en el centro de la celda y otro en cualquiera de las cuatro esquinas. Los discos están empotrados en una cubierta de Plexiglass de 5mm de espesor y además tiene una cavidad de 2mm de profundidad la cual contiene una lámina de aluminio que es equivalente a 1cm de PMMA (Polimetilmetacrilato) en términos de la atenuación [6, 9].

El diámetro de los discos varía entre 0,06mm y 2,00mm, mientras que su espesor varía entre 0,03μm y 2,00μm [1], el cual está directamente relacionado con el contraste de cada disco. El

proceso de lectura de las imágenes se hace de forma manual y suele ser largo y tedioso, es por ello que es necesario plantear una técnica de procesamiento digital de imágenes, que brinde al observador una herramienta alternativa para la evaluación y análisis del maniquí, empleando granulometría morfológica.

2. Metodología

La determinación automática se encarga de la lectura de los discos centrales y excéntricos. Para evitar la presencia de píxeles que no pertenecen a los discos, se eliminan todas las partes de la imagen que corresponden a la rejilla y a las etiquetas del maniquí. Luego, se construyen las máscaras Im (Fig. 1(i)) e Im_2 (Fig. 2(f)) para la separación y análisis individualizado de cada celda. Cada una de las celdas, es procesada con un filtro no lineal para la reducción de ruido y para el realce de los bordes. Finalmente, se realiza la segmentación de forma automática con diferentes valores de umbrales que llamaremos (Th) para cada una de las celdas por separado y se realiza el análisis granulométrico a través de técnicas de morfología matemática [3].

2.1. Detección de la rejilla

Para detectar la rejilla, la imagen original en escala de grises es procesada con una apertura [5] y con dos Elementos Estructurantes (EE) planos que llamaremos SE_{45} y SE_{-45} . Estos EE tienen forma de línea recta y ángulos de inclinación de 45° (Fig. 1(a)) y -45° (Fig. 1(b)). Con esto se obtienen los valores máximos de las líneas de inclinación que conforman a la rejilla. Esto nos permite realizar la umbralización de ambas imágenes usando la Ecuación 1, donde I_{45} (Fig. 1(d)) es el resultado de la apertura con el EE SE_{45} , e I_{-45} (Fig. 1(e)) es el resultado de la apertura con SE_{-45} , así, I_a e I_b corresponden a las imágenes umbralizadas (Fig. 1(f) y Fig. 1(g)), y k es un valor ajustable entre 0.9 y 1.0.

$$I_{a,b} = I_{45,-45} > \text{mín}(I_{45,-45}) + k(\text{máx}(I_{45,-45}) - \text{mín}(I_{45,-45})) \quad (1)$$

Para obtener la rejilla completa se realiza la operación lógica OR (unión de conjuntos) de las imágenes umbralizadas I_a e I_b . Sin embargo, el resultado de esta operación I_c presenta diversos artefactos correspondientes a las etiquetas del maniquí como se muestra en la Fig. 1(h).

Otro aspecto que se debe tomar en cuenta, es el ancho de las líneas de las rejillas. El resultado de la imagen I_c presenta una rejilla cuyo ancho es de un píxel, ancho que difiere del tamaño real. Por ello, se realiza una dilatación de la imagen I_c con un EE en forma de cuadrado y cuyos lados tienen cuatro píxeles de longitud, así aseguramos que la rejilla esté completamente seleccionada. La imagen resultado la llamaremos I_1 .

Se utiliza un filtro secuencial alternante [7] con dos EE diferentes. El primer EE B_1 (Fig. 1(c)), corresponde a un romboide del tamaño de la celda de la rejilla. Sus ángulos entre los lados son de 45° , el cual fue construido a partir de los EE SE_{45} y SE_{-45} . El segundo EE B_2 , tiene forma de cuadrado de lados de 5 píxeles de longitud. La Ecuación 2 muestra la forma analítica de la operación del filtro secuencial alternante.

$$I_2 = (I_1 \circ B_1) \bullet B_2 \quad (2)$$

Utilizando conectividad de adyacencia 8 [5], se etiquetan cada uno de los elementos de la imagen I_2 . Para extraer la rejilla, nos basamos en el hecho de que la misma posee el mayor

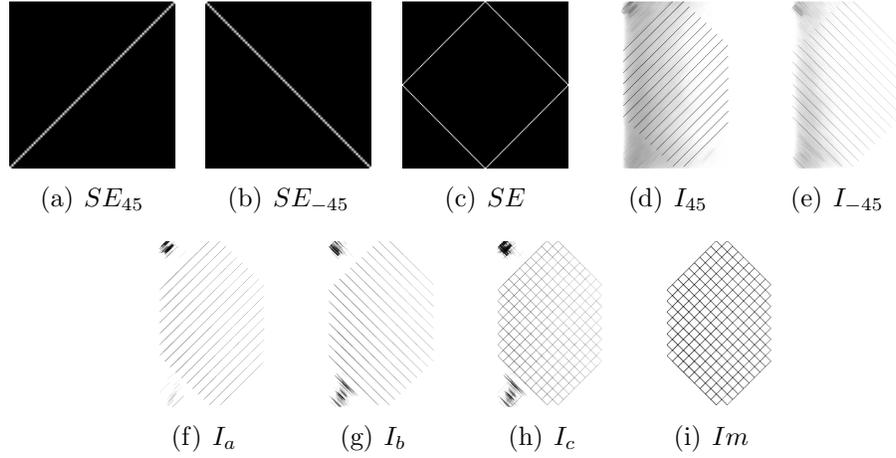


Figura 1: (a) EE SE_{45} . (b) EE SE_{-45} . (c) EE SE . (d) Máximos en 45° I_{45} . (e) Máximos en -45° I_{-45} . (f) Segmentación en 45° I_a . (g) Segmentación en -45° I_b . (h) Rejilla con artefactos y 1 píxel de ancho I_c . (i) Rejilla sin artefactos y con 4 píxeles de ancho I_m . Las imágenes (d) hasta (i) están en negativo para mejorar su percepción.

número de píxeles en la imagen. Calculando el histograma H de la imagen I_2 , podemos extraer el valor de gris ($moda(H)$) cuyo número de píxeles es el mayor. A partir de aquí podemos hallar una máscara I_m (Fig. 1(i)) que contiene la forma de la rejilla sin ningún tipo de artefactos.

2.2. Bordes de la región de interés (ROI)

Para evitar procesar áreas de la imagen que no contienen información de interés, procedemos a buscar los bordes externos de la rejilla. Con las imágenes binarias que contienen el borde superior Ib_s (Fig. 2(a)), borde inferior Ib_{in} (Fig. 2(b)), borde izquierdo Ib_{iz} (Fig. 2(c)) y borde derecho Ib_d (Fig. 2(d)), se obtiene el borde externo de la región de interés del maniquí Ib_{ex} (Fig. 2(e)) a través de la operación lógica AND (intersección de conjuntos). Con la intersección de la imagen Ib_{ex} y la imagen I_m se obtiene la imagen Im_2 (Fig. 2(f)).

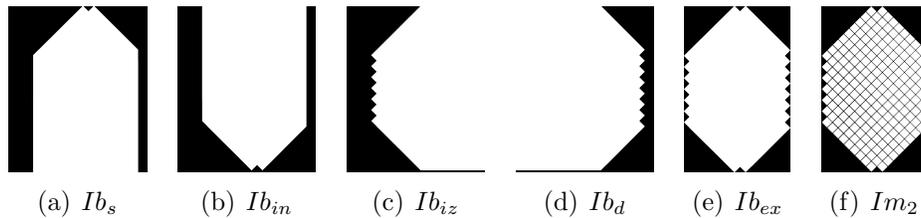


Figura 2: Bordes del maniquí. (a) Borde superior. (b) Borde inferior. (c) Borde izquierdo. (d) Borde derecho. (e) Borde externo resultado de la intersección de (a), (b), (c) y (d). (f) Máscara de celdas Im_2 resultado de la intersección de I_m e Ib_{ex} .

2.2.1. Separación de Celdas

Con el propósito de hacer un análisis de cada celda por separado, se procede a definir una máscara que contiene el interior de cada celda. Usando conectividad de adyacencia 8, logramos

etiquetar cada una de las 205 celdas del maniquí, lo cual permite separar cada celda de manera individual.

2.3. Análisis por celda

En el análisis por celda se aplica un filtro no lineal Kuwahara [4, 10]. Este tipo de filtro consiste en dividir el núcleo de la matriz deslizante en cuatro sub-regiones de igual tamaño. Por cada sub-región es calculada la media y la varianza. El píxel central tendrá el valor medio de aquella sub-región que posee la menor varianza. Aplicando este filtro a la celda original (Fig. 3(a)), se logra disminuir el ruido y realzar los bordes de los discos (Fig. 3(b)).

La ubicación de los discos puede ser localizada en el centro o en alguna de las cuatro esquinas, por lo tanto se construye una máscara que contiene cuatro regiones en forma cuadrada en las regiones probables de los discos excéntricos y en el centro de la celda (Fig. 3(c)).

El disco excéntrico está ubicado en la región que contenga el máximo valor medio de píxel. La celda queda constituida por la región central y la región excéntrica de valor medio de píxel máximo (Fig. 3(d)). La Fig. 3(e) muestra el resultado de la celda después de aplicar el algoritmo de segmentación.

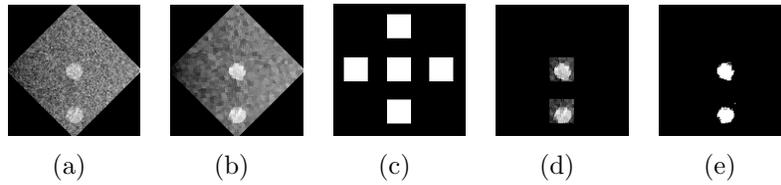


Figura 3: Análisis por celda. (a) Celda sin procesar. (b) Celda después de aplicar filtro Kuwahara. (c) Máscara de posibles regiones donde se ubican los discos Im_4 . (d) Regiones donde se encuentran los máximos. (e) Celda después de aplicar el algoritmo de segmentación.

2.3.1. Segmentación de discos

La segmentación se realiza en base a la forma del histograma de cada celda. La forma general del histograma H_C consiste en dos grupos de píxeles con forma gaussiana. Un primer grupo ubicado en la parte izquierda del histograma correspondientes al fondo de la imagen, y un segundo grupo correspondiente a los píxeles de los discos ubicados a la derecha (Fig. 4). Se puede observar que a medida que el contraste de los discos disminuye, el grupo de píxeles de la derecha se desplaza hacia la izquierda hasta que ambos grupos se yuxtaponen. El método de segmentación consiste en hallar la proyección en el eje de las abcisas de la altura del triángulo rectángulo cuyos lados están conformado por el valor máximo del histograma ($\text{máx}(H_C)$) y la moda, y el valor máximo de píxel en la celda ($\text{máx}(I_{Cell})$) y la moda. El valor de umbralización viene dado por la Ecuación 3:

$$Th = \left(\frac{\text{máx}(H_C)^2(\text{máx}(I_{Cell}) - moda)}{\text{máx}(H_C)^2 + (\text{máx}(I_{Cell}) - moda)^2} \right) + moda \quad (3)$$

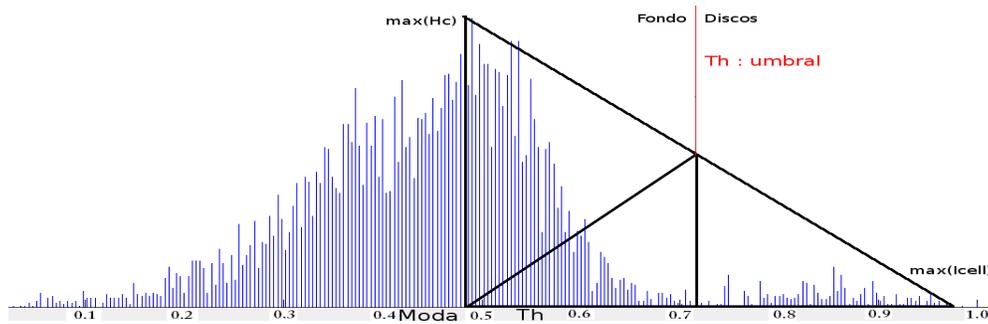


Figura 4: Histograma de la celda. En el histograma H_c se observan dos grupos de píxeles. Los píxeles de la izquierda corresponden al fondo de la celda, mientras que los píxeles de la derecha corresponden a los discos.

3. Resultados

El algoritmo planteado fue aplicado a ocho imágenes DICOM del CDMAM. Estas imágenes se obtuvieron del sitio web de la EUREF [2]. Las imágenes fueron evaluadas por 4 observadores humanos (ObH) expertos en el área de calidad de imagen en mamografía del *National Expert and Training Centre for Breast Cancer Screening at Nijmegen* [6, 2].

El análisis granulométrico consistió en una serie de aperturas de forma secuencial (Filtros secuenciales alternantes) [7] con diferentes EE. Cada EE varía de tamaño en forma creciente.

A medida que el EE crece, los discos cuyos tamaños son menores a los EE van desapareciendo de la imagen. La Fig. 5(a), muestra la variación del tamaño del EE en comparación con el área superficial por aperturas menores al tamaño del EE, Curva Granulométrica. Se puede observar la curva teórica (-*-), la curva promedio de un observador humano (-.-) y la curva obtenida con el algoritmo planteado MIQ (-) el cual fue ajustada con el método de mínimos cuadrados.

Obteniendo la resta lógica para la secuencia de imágenes, esto es, apertura con EE j menos la apertura con EE i , donde $j > i$, podemos obtener el número de píxeles eliminados por la iteración j . La Fig. 5(b) muestra la variación del tamaño del EE en comparación con la pérdida de área superficial por iteración, Espectro Granulométrico, para el promedio de las ocho imágenes calculadas con el algoritmo planteado MIQ.

La curva detalle-contraste fue calculada para el algoritmo planteado MIQ y se puede observar la comparación con la curva obtenida por los observadores humanos (Fig. 5(c)).

Por último, se calculó el factor de calidad de imagen (IQF - Image Quality Factor) [8] para los observadores humanos ($IQF_{ObH} = 0,8658$) y para el algoritmo planteado MIQ ($IQF_{MIQ} = 1,9453$).

4. Conclusiones y recomendaciones

La técnica planteada brinda una herramienta adicional para el análisis del maniquí CDMAM como lo son la Curva Granulométrica y el Espectro Granulométrico. Gracias a las propiedades de la morfología matemática tales como la invariabilidad en la traslación, el análisis de los discos se hace independiente de la posición de los mismos en la imagen e inclusive al ángulo de inclinación (0° ó 90°) del maniquí con respecto a la pared torácica. Se recomienda mejorar el algoritmo de segmentación planteado para que el factor de calidad de imagen (IQF) disminuya y se aproxime al valor obtenido por los observadores humanos.

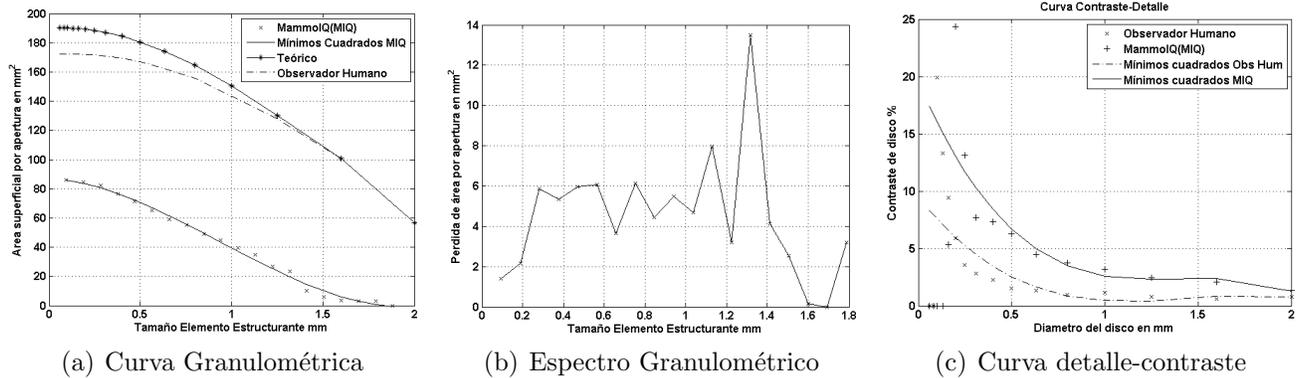


Figura 5: Resultados. (a) Curva Granulométrica que muestra la variación del área de los discos con respecto al tamaño del EE. (b) Espectro Granulométrico que muestra la pérdida de píxeles por cada iteración. (c) Curva detalle-contraste del observador humano (ObH) y del algoritmo planteado (MIQ).

REFERENCIAS

- [1] *CDMAM Phantom: Nuclear Associates Model 18-227. Technical Manual.*, firsth edition, Mar 2003.
- [2] European Reference Organisation for Quality Assured Breast Screening and Diagnostic Services. <http://www.euref.org>, Diciembre 2009.
- [3] Erick Calixto. Granulometria morfológica em espaços de cores: estudo da ordenação espacial. Master's thesis, Universidad Federal Fluminense, 2005.
- [4] Geoff Dougherty. *Digital Image Processing for Medical Applications*. Cambridge University Press, 2009.
- [5] Rafael C Gonzalez and Richard E Woods. *Digital Image Processing*. Pearson Education, Inc., third edition, 2008.
- [6] N Karssemeijer and M A O Thijssen. Determination of contrast-detail curves of mammography systems by automated image analysis. In K Doi, M L Ginger, R M Nishikawa, and R A Schmidt, editors, *Digital Mammography*, pages 155–160. Elsevier, 1996.
- [7] Frank Y Shih. *IMAGE PROCESSING and MATHEMATICAL MORPHOLOGY: Fundamentals and Applications*. CRC Press Taylor & Francis Group, 2009.
- [8] Beatrijs Verbrugge. Validation of analysis methods for automated CDMAM reading. Master's thesis, Katholieke Universiteit Leuven, 2007.
- [9] John C Webster. *Encyclopedia of Medical Devices and Instrumentation*, volume 4. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, second edition, 2006.
- [10] Ian T Young, Jan J Gerbrands, and Lucas J van Vliet. *Fundamental of Image Processing*. Delft University of Technology, 1988.

Optimización en la reconstrucción de superficie a partir de una nube de puntos usando funciones de base radial con soporte compacto

Anthony D. Cho

Máximo Mero

Jose L. Ramírez

anthonyd29@gmail.com

mmero@uc.edu.ve

jbarrios@uc.edu.ve

Universidad de Carabobo, Bárbula, Carabobo-Venezuela

Resumen. *Construir la superficie de un objeto volumétrico a partir de una nube de puntos ha sido un problema fundamental para muchos investigadores en el área de computación gráfica. El propósito de este trabajo es crear objetos volumétricos en 3D, tales como órganos humanos. El método que se emplea está enfocado en construir un interpolador de funciones de base radial con soporte compacto algebraicamente, además se establece un método para la selección de puntos de control de manera automatizada, lo que representa una gran autonomía de la aplicación, de cara a la construcción de la superficie que mejor se ajusta a la nube de puntos. Dicho interpolador se resolverá usando métodos para resolver sistema de ecuaciones tales como: Gauss-Seidel, factorización LU y otros. Por último, estudiaremos el efecto de la variación del radio de soporte en la resolución de la superficie obtenida y tiempo de ejecución en la construcción.*

Palabras clave: Objetos volumétricos, interpolación de funciones, base radial, soporte compacto.

1 INTRODUCCIÓN

El problema de interpolación de funciones de múltiples variables reales surge de manera natural en muchas áreas de la matemática aplicada y de las ciencias, y constituye un tema básico y fundamental en teoría de aproximación y análisis numérico.

Durante muchos años este problema ha sido objeto de investigación activa en la matemática aplicada y ha tenido impacto en diversas aplicaciones en diseño geométrico asistido por computadora, en modelado matemático, en la resolución de cálculos con grandes cantidades de datos, en análisis de señal y procesamiento de imágenes, entre otras áreas.

El problema de interpolación multivariable puede ser descrito de la siguiente forma:

Dado un conjunto discreto $I \subset \mathcal{R}^d$ ($d > 1$) y números reales $\{f(x_i)\}_{x_i \in I}$, se desea construir una función continua y suficientemente diferenciable $S : \mathcal{R}^d \rightarrow \mathcal{R}$, tal que:

$$S(x_i) = f(x_i), \quad x_i \in I. \quad (1)$$

Existen diversos esquemas o métodos que se han utilizado para resolver el problema de interpolación de múltiples variables [1]. Entre los métodos, nos centraremos en la interpolación polinomial,

$$S(x) = \sum_{x_i \in I} c_{x_i} p_{x_i}(x), \quad x \in \mathcal{R}^d. \quad (2)$$

donde los polinomios $p_{x_i}(x)$ y los coeficientes c_{x_i} son funciones desarrollada por Holger Wendland [2], quién construyó una nueva clase de funciones de base radial con soporte compacto, positiva definida. Él demuestra que dado un grado de diferenciabilidad y una dimensión del espacio, las funciones encontradas son únicas y de grado mínimo.

Estas funciones fueron utilizadas por Morse [3] para resolver problemas de interpolación de superficies implícitas a partir de una nube de puntos. A partir de este trabajo se han desarrollado numerosas investigaciones en las cuales se utilizan funciones de base radial con soporte compacto para resolver el problema de interpolación a partir de una nube de puntos [4, 5, 6].

El problema principal que se presenta en las referencias anteriores, es la dificultad de construir la superficie sí no se tienen los datos de las normales de cada punto u otros datos adicionales que no estén sobre la superficie tales como los puntos internos o externos del objeto. En esta investigación proponemos un método para la selección de estos puntos adicionales que denominaremos puntos de control, los cuales también son conocidos como puntos de restricciones. Una vez obtenidos estos puntos de control procederemos a construir la superficie implícita a partir de una nube de puntos muestreados desde un objeto volumétrico, siguiendo la metodología en [3], con el fin de evaluar el efecto del radio de soporte sobre la calidad de la superficie generada y sobre el tiempo de ejecución del método.

2 CONSTRUCCIÓN DEL INTERPOLADOR

Consideramos interpolantes de funciones de la forma:

$$S(x) = \sum_{j=1}^N \alpha_j \Phi(x - x_j) \quad (3)$$

Y sea $\Phi(x - x_j) := \phi(\|x - x_j\|)$ con $\phi : \mathcal{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathcal{R}$, una función de base radial con soporte compacto y $\|\cdot\|$ define una norma Euclídeana. ϕ puede expresarse de la forma

$$\phi(r) = \begin{cases} (1 - r)^q P(r) & 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (4)$$

donde $P(r)$ es un polinomio en una sola variable, [3]. Las funciones de base radial con soporte compacto (FBRSC) que emplearemos durante la aplicación están tabuladas en la Tabla (1).

Para resolver el problema de construcción de superficie a partir de una nube de puntos, necesitamos evaluar los $x_i \in \mathcal{R}^d$ ($d > 1$) en el interpolador Ec. (3) e igualarlo con sus respectivos

indicadores de control y_i , el cual nos señala si el punto está dentro, fuera o sobre la superficie. Greg Turk y James O'Brien [7], definen los siguientes tipos para los puntos de control:

Puntos de control internos: Son aquellos $x \in \mathcal{R}^d$ que se encuentran dentro de la región limitada por la superficie implícita y se representan como $\{x \in \mathcal{R}^d : f(x) = 1\}$

Puntos de control externos: Son aquellos $x \in \mathcal{R}^d$ que se encuentran fuera de la región limitada por la superficie implícita y se representan como $\{x \in \mathcal{R}^d : f(x) = -1\}$

Y por último, se definen los puntos *sobre la superficie* como puntos de fronteras, los cuales verifican: $\{x \in \mathcal{R}^d : f(x) = 0\}$.

De esta forma

$$S(x_i) = \sum_{j=1}^N \alpha_j \Phi(x_i - x_j) = y_i, \quad 1 \leq i \leq N. \quad (5)$$

Esto define un sistema de ecuaciones que puede ser representado de la siguiente manera:

$$A_{X,\Phi} \cdot \alpha = y \quad (6)$$

Donde,

$$A_{X,\Phi} = \begin{pmatrix} \phi_{1,1} & \phi_{1,2} & \cdots & \phi_{1,N} \\ \phi_{2,1} & \phi_{2,2} & \cdots & \phi_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N,1} & \phi_{N,2} & \cdots & \phi_{N,N} \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{pmatrix}; \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix}$$

y $\phi_{i,j} = \phi(\|x_j - x_i\|)$, $x_j \in \mathcal{R}^d$ ($d > 1$), $(i, j) \in \{1, \dots, N\}$, siendo X todos los datos I .

Por construcción de $A_{X,\Phi}$ podemos notar que es definida positiva en \mathcal{R}^d ($A_{X,\Phi} \in PD_d$) ($d > 1$) y simétrica.

Ahora, dado que los puntos $\{x_i\} \in X$ que utilizaremos para la reconstrucción de la superficie implícita, son puntos esparcidos sobre una superficie desconocida, esto implica que los indicadores y_i ($i = 1, \dots, N$), son iguales a cero, es decir, $y = 0$. Por lo tanto, para evitar la solución trivial $\alpha = 0$ es necesario establecer algunos puntos de control y de esta forma evitamos la singularidad.

Tabla 1: Algunas FBRSC

$\psi_{2,0}$	$(1-r)_+^2$	C^0
$\psi_{3,1}$	$(1-r)_+^4(4r+1)$	C^2
$\psi_{4,2}$	$(1-r)_+^6(35r^2+18r+3)$	C^4

3 SELECCIÓN DE LOS PUNTOS DE CONTROL

El método de selección de los puntos de control para la nube de puntos en 3D consiste en realizar dicha búsqueda, primero haciendo un recorrido por los cortes transversales. Segundo, en cada plano buscar e identificar los puntos de control. La imagen siguiente muestra la forma de generar dichos puntos de control.

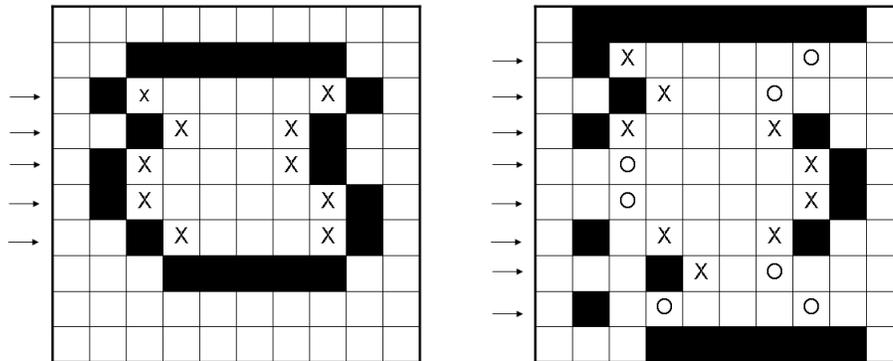


Figura 1: Puntos de control (X, O).

Aquellas cuadrículas con el símbolo 'X', son puntos de control seleccionados a partir de la data disponible sobre la superficie, y aquellas con el símbolo 'O' son puntos de control seleccionados a partir de una aproximación de los datos faltantes. Para aproximar estos datos, se emplean segmentos de rectas para unir los puntos más cercanos desde un barrido paralelo vertical en dirección horizontal de izquierda a derecha, de esta forma podemos llenar las cuadrículas faltantes y obtener los puntos de control.

4 RESULTADOS Y CONCLUSIÓN

Resolver el problema de interpolación de múltiples variables usando funciones de base radial con soporte compacto a partir de una nube de puntos fue un gran avance en la aplicación de diseños geométricos asistidos por computadoras. Éstas proporcionan buenos resultados en la construcción de superficies implícitas a partir de una nube de puntos. Las restricciones internas y externas asociadas a esta metodología nos permitieron obtener la mejor superficie que se ajusta a los datos.

Los resultados que mostramos en esta investigación están asociados a la reconstrucción volumétrica del ventrículo izquierdo del corazón humano. La data del paciente fue suministrada por el instituto de robótica aplicada (IRI) de la Universidad de Cataluña, España.

La superficie obtenida usando esta metodología fue similar a los obtenidos en los trabajos de [8, 9], para la reconstrucción de superficies en las cuales ellos usaron un campo vectorial de tipo gradiente 3D (GVF 3D).

Los resultados se muestran en la Figura 2. Los datos de la nube de puntos del ventrículo izquierdo son 1510 (imagen izquierda). La imagen del centro fue obtenida usando las funciones de

base radial de soporte compacto. La imagen derecha fue obtenida usando el método de contornos activos GVF 3D.

La nube de puntos representa solamente datos de frontera de la superficie a ser generada. Al usar esta metodología, es necesario agregar información que permitan la reconstrucción de la función de interpolación. Estos son los llamados puntos de control. Es posible establecer estos puntos por el usuario, pero sería sumamente laborioso y ocuparía mucho tiempo. Por lo tanto, nuestro enfoque de selección de dichos puntos de forma automática impide la intervención del usuario final, el cual no es necesariamente un experto en el manejo de los datos y el uso de la metodología.

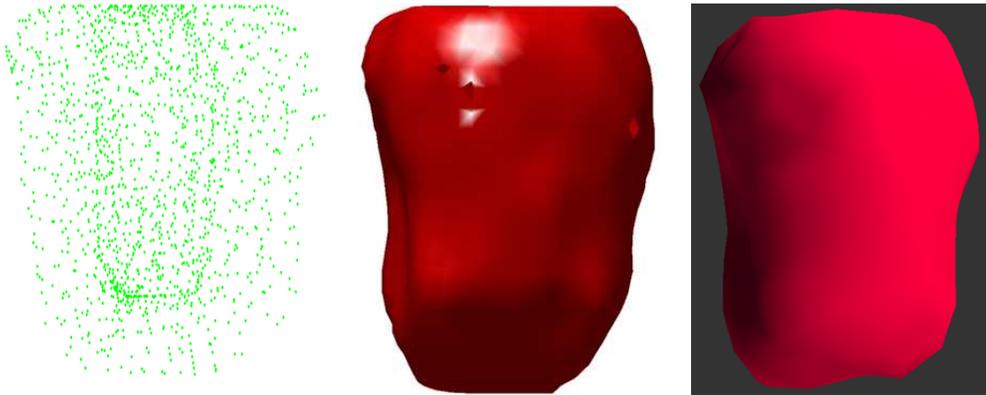


Figura 2: Izquierda: Nube de puntos del ventrículo izquierdo. Centro: superficie del ventrículo izquierdo usando base radial. Derecho: Superficie del ventrículo izquierdo usando GVF 3D.

REFERENCIAS

- [1] OLVER, PETER J., *On Multivariate Interpolation*. cite-seer.ist.psu.edu/olver04multivariate.html, 2004.
- [2] WENDLAND, HOLGER., *Piecewise Polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree*. *Advances in Computational Mathematics*, 4(1):389–396, Oct 1995.
- [3] MORSE, BRYAN S., YOO, TERRY S., RHEINGANS, PENNY., CHEN, DAVID T., SUBRAMANIAN, K. R., *Interpolating implicit surfaces from scattered surface data using compactly supported radial basis functions*. In *SIGGRAPH '05: ACM SIGGRAPH 2005 Courses*, page 78, New York, NY, USA, 2005. ACM
- [4] OHTAKE, YUTAKA., BELYAEV, ALEXANDER., ALEXA, MARC., TURK, GREG., SEIDEL, HANS-PETER., *Multi-level partition of unity implicits*. *ACM Trans. Graph.*, 22(3):463–470, 2003.
- [5] J. C. CARR., R. K. BEATSON., J. B. CHERRIE., T. J. MITCHELL., W. R. FRIGHT., B. C. MCCALLUM., T. R. EVANS., *Reconstruction and representation of 3D objects with radial*

basis functions. In SIGGRAPH '01: Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, pages 67–76, New York, NY, USA, 2001. ACM.

- [6] J. CARR, W. FRIGHT., R. BEATSON., *Surface interpolation with radial basis functions for medical imaging*. IEEE Transactions Med. Imag., 16(1), Feb 1997.
- [7] TURK, GREG., O'BRIEN, JAMES F., *Modelling with Implicit Surfaces that Interpolate*. ACM Transactions on Graphics, 21(4):12, Oct 2002.
- [8] SUSÍN, A., GARCÍA, O., *Modelo dinámico para la reconstrucción del corazón Humano*. XVII CEDYA, VII Congreso de Matemática aplicada, L.Ferragut, A. Santos ed. pp 733-734, Univ. Salamanca, España, 2001.
- [9] GARCÍA O., SUSÍN A. *Surface and Volume Reconstruction of the Left Ventricle from SPECT data*. in procc. 1st Iberoamerican Symposium in Computer Graphics (SIACG 2002) July 2-5, Guimarães, Portugal, 2002.

INTEGRACIÓN ANALÍTICA EN ELEMENTOS DE CONTORNO CUADRÁTICOS PARA PROBLEMAS DE POTENCIAL 2D

Kenny J. Garcés

Miguel E. Cerrolaza

kenny.garces@inabio.edu.ve

miguel.cerrolaza@inabio.edu.ve

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela.

Resumen. *En este trabajo, se ha logrado desarrollar fórmulas para calcular las integrales casi singulares e integrales hiper-singulares en elementos de contorno rectos y curvos de dos dimensiones (2-D). En cada uno de los casos las integrales son evaluadas de manera analítica y exacta. En los resultados analíticos la geometría se mantiene en forma simbólica. La deducción de la integral de un elemento particular se puede obtener después de dar valores numéricos apropiados a los resultados analíticos. Los aspectos de la convergencia de estos resultados analíticos son estudiados en detalle. Las integrales generadas son entonces usadas para el análisis de modelos bidimensionales de teoría del potencial.*

Keywords: Integral Analítica, Método de Elemento de Contorno (BEM), Integrales Cuasi Singulares

1 INTRODUCCIÓN

El método de elementos de contornos (BEM), ha sido empleado con gran éxito en la resolución de una gran variedad de problemas en ciencias aplicadas e ingeniería, particularmente y con abundancia en problemas de potencial (conducción de calor, filtraciones, etc.), problemas de elasticidad, plasticidad y fractura (ver [1],[2] y [3]). Este método como ya se sabe, se caracteriza en la solución fundamental de ecuaciones diferenciales parciales, donde, estas soluciones son funciones de distancia r , entre el punto fuente y el punto de colocación. Asumiendo así, que las integrales son singulares cuando los dos puntos coinciden y la distancia entre ellos es igual cero. Esas integrales están contenidas en la discretización de las ecuaciones integrales de contorno cuya evaluación es difícil.

La efectividad del método (BEM) depende de la precisión de la evaluación de estas integrales singulares. De ahí que la evaluación de las integrales singulares sea un tema clave en el BEM [4]. Tradicionalmente las integrales singulares (cuasi-singulares, hiper-singulares) en el BEM son evaluadas usando la fórmula estándar de la Cuadratura de Gauss [4, 5]. De manera que, al evaluar cada integral singular se obtiene un procedimiento de integración numérica, el cual incrementa el

costo computacional a medida que se incrementan los números de elementos. Este problema fue descrito por Padhi [6] desarrollando una técnica de expansión de serie a varios términos difíciles de la integral singular (cuando el elemento es cuadrático).

Dado lo anterior, el presente artículo tiene como objetivo principal desarrollar una metodología unificada para el cálculo de integrales singulares, y proponer así un procedimiento alternativo para el cálculo de dichas integrales que permitan obtener un buen rendimiento computacional al momento de procesar los cálculos.

2 EL MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNOS PARA PROBLEMAS POTENCIAL

Los problemas de potenciales en el contexto de este trabajo son los problemas que se rigen por una ecuación diferencial que satisface la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0, \quad (1)$$

donde ∇^2 es el operador Laplaciano, ϕ es la función potencial (por ejemplo temperatura), x e y son las coordenadas cartesianas.

La ecuación de Laplace definida en (1), tiene como solución fundamental la siguiente función

$$\lambda(p, Q) = \frac{1}{2\pi} \ln \left[\frac{1}{r(p, Q)} \right], \quad (2)$$

donde $p = (X_p, Y_p)$ es el punto de colocación, $Q = (x_Q, y_Q)$ el punto fuente y $r(p, Q)$ es la distancia entre “p” y “Q”, la cual viene dada por

$$r(p, Q) = \sqrt{(X_p - x_Q)^2 + (Y_p - y_Q)^2}. \quad (3)$$

Nótese que esta solución fundamental $\lambda(p, Q)$ es singular; es decir, se hace infinita cuando la distancia r se aproxima a cero (cuando “p” coincide con “Q”).

Por otro lado, utilizando la segunda identidad de Green (Becker [5]) y hallando el operador adjunto asociado a la función ϕ en (1) obtenemos la siguiente relación

$$\phi(p) + \int_{\Gamma} K_1(p, Q) \phi(Q) d\Gamma(Q) = \int_{\Gamma} K_2(p, Q) \frac{\partial \phi(Q)}{\partial n} d\Gamma(Q), \quad (4)$$

donde n es el vector normal unitario y $\partial/\partial n$ es la derivada en la dirección normal. La ecuación anterior es llamada ecuación integral de contorno (BIE siglas en inglés) y forma el punto de partida para la implementación del BEM. Mientras que las funciones K_1 y K_2 (asumiremos para $i = 1, 2$ $K_i = K_i(p, Q)$ con el fin de simplificar la notación) que multiplican a ϕ y $\partial\phi/\partial n$ respectivamente, son llamados los *KERNELS* y están definidos por

$$K_1 = \frac{\partial \lambda(p, Q)}{\partial n} \quad \text{y} \quad K_2 = \lambda(p, Q) = \frac{1}{2\pi} \ln \left[\frac{1}{r(p, Q)} \right]. \quad (5)$$

Para calcular el primer *kernel* K_1 , la función $\lambda(p, Q)$ es derivada con respecto al vector normal unitario en el punto Q de la siguiente manera

$$\frac{\partial \lambda(p, Q)}{\partial n} = \frac{\partial \lambda}{\partial r} \left(\frac{\partial r}{\partial n} \right) = \frac{\partial \lambda}{\partial r} \left[\frac{\partial r}{\partial x} \left(\frac{\partial x}{\partial n} \right) + \frac{\partial r}{\partial y} \left(\frac{\partial y}{\partial n} \right) \right], \quad (6)$$

donde las derivadas de las coordenadas x e y con respecto al vector normal unitario n son las componentes del vector normal en las direcciones x e y :

$$n_x = \frac{\partial x}{\partial n}; \quad n_y = \frac{\partial y}{\partial n}. \quad (7)$$

Asimismo

$$\frac{\partial r(p, Q)}{\partial x} = \frac{x_Q - X_p}{r(p, Q)}; \quad \frac{\partial r(p, Q)}{\partial y} = \frac{y_Q - Y_p}{r(p, Q)}. \quad (8)$$

En consecuencia, el primer *kernel* queda así

$$K_1 = \frac{-1}{2\pi r^2(p, Q)} [(x_Q - X_p)n_x + (y_Q - Y_p)n_y]. \quad (9)$$

3 IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA E INTEGRACIÓN DE LOS KERNELS

La implementación numérica en el BEM se utiliza para resolver ecuaciones, como, la planteada en (4). De manera que si el contorno del dominio cerrado puede ser representado por una simple ecuación (una curva circular, por ejemplo), entonces la solución analítica de la BIE puede ser posible aunque muy laboriosa. Sin embargo para poder cubrir cualquier geometría, no hay otra opción que llevar a cabo la integración de la BIE numéricamente. Donde en toda integración numérica, la integral es dividida en pequeños segmentos, los cuales son llamados elementos de contorno.

Estos elementos pueden ser rectos, cuadráticos o de orden superior. Sobre cada elemento, la variación de la geometría y de las variables deben ser descritas (Becker [5]), lo que implica que la interpolación de la geometría puede ser diferente a la interpolación de las variables, por ejemplo una descripción lineal de la geometría, pero con una variación cuadrática de potencial (ver Fig. 1).

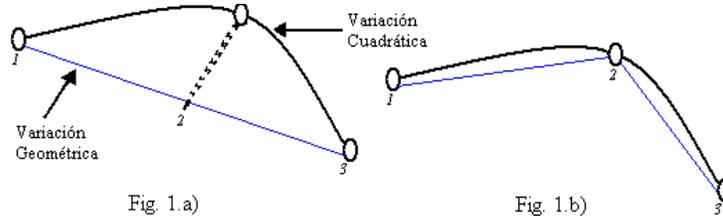


Figure 1: Variación de la Geometría y de las Variables.

Para la integración de los Kernels se define un nuevo sistema de coordenadas que es local al elemento, usando una variable ξ :

$$x(\xi) = \sum_{c=1}^S N_c(\xi) \cdot x_c \quad ; \quad y(\xi) = \sum_{c=1}^S N_c(\xi) \cdot y_c,$$

donde $N_c(\xi)$ son las funciones de forma y S indica el número de nodos. Luego, la transformación de la variable de la curva de contorno Γ a la coordenada intrínseca ξ , puede calcularse mediante el Jacobiano de la transformación $J(\xi)$, el cual se expresa como

$$J(\xi) = \frac{d\Gamma}{d\xi} = \sqrt{\left(\frac{dx(\xi)}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy(\xi)}{d\xi}\right)^2}. \quad (10)$$

Asimismo, las componentes del vector normal unitario están dadas por

$$n_x = \frac{1}{J(\xi)} \left[\frac{dy(\xi)}{d\xi} \right] \quad \text{y} \quad n_y = \frac{-1}{J(\xi)} \left[\frac{dx(\xi)}{d\xi} \right] \quad (11)$$

Por lo tanto, la ecuación integral de contorno planteada en (4) puede escribirse en términos de la coordenada local ξ , en lugar de la curva de contorno Γ , como sigue

$$C(p)\phi(p) + \sum_{m=1}^M \sum_{c=1}^S \phi(Q) \int_{-1}^{+1} K_1(p, Q) N_c(\xi) J(\xi) d\xi = \sum_{m=1}^M \sum_{c=1}^S \frac{\partial \phi(Q)}{\partial n} \int_{-1}^{+1} K_2(p, Q) N_c(\xi) J(\xi) d\xi, \quad (12)$$

donde $C(p)$ es una constante que depende de la física del problema, M es el número total de elementos, mientras que

$$\int_{-1}^{+1} K_1(p, Q) \cdot N_c(\xi) \cdot J(\xi) d\xi \quad \text{y} \quad \int_{-1}^{+1} K_2(p, Q) \cdot N_c(\xi) \cdot J(\xi) d\xi \quad (13)$$

son las integrales de los *kernels*, las cuales se integran sustituyendo los puntos nodales y el Jacobiano de la transformación, los cuales dependen del grado en que se escojan las funciones de forma.

4 INTEGRACIÓN ANALÍTICA PARA ELEMENTOS CUADRÁTICOS

Se sabe que, si para un elemento las mismas funciones son usadas para la forma del elemento y para la interpolación se dice que el elemento es isoparamétrico. Igualmente es conocido que, si el número de nodos usados para definir la forma del elemento es menor o mayor que el aplicado para la interpolación, se dice que el elemento es subparamétrico.

De manera que, el elemento usado en este trabajo es un elemento cuadrático subparamétrico, donde la transformación a utilizar y los nodos $N_c(\xi)$ están dados por

$$x_3 = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{y} \quad y_3 = \frac{y_1 + y_2}{2}, \quad (14)$$

$$N_1(\xi) = \frac{-\xi}{2}(1 - \xi), \quad N_2(\xi) = \frac{\xi}{2}(1 + \xi) \quad \text{y} \quad N_3(\xi) = (1 + \xi)(1 - \xi). \quad (15)$$

Luego, al realizar las manipulaciones algebraicas de forma simbólica (utilizando los software MAPLE 11 y MATHEMATICA 7.0), se obtiene

$$x(\xi) = x_Q = \frac{1}{2}(x_1 + x_2 - x_3)\xi^2 + \frac{1}{2}(x_2 - x_1)\xi + x_3 \quad (16)$$

$$y(\xi) = y_Q = \frac{1}{2}(y_1 + y_2 - y_3)\xi^2 + \frac{1}{2}(y_2 - y_1)\xi + y_3, \quad (17)$$

donde (x_i, y_i) para $i = 1, 2, 3$, son las coordenadas del elemento. También, se obtienen las siguientes expresiones

$$J(\xi) = \sqrt{(D_x)^2 + (D_y)^2} = \sqrt{C} \quad \text{y} \quad r(\text{p Q}) = \sqrt{F\xi^2 + G\xi + H} \quad (18)$$

$$\frac{\partial r(\text{p Q})}{\partial x} = R_x = \frac{I\xi + L}{\sqrt{F\xi^2 + G\xi + H}} \quad \text{y} \quad \frac{\partial r(\text{p Q})}{\partial y} = R_y = \frac{T\xi + V}{\sqrt{F\xi^2 + G\xi + H}} \quad (19)$$

$$(20)$$

$$n_x = \frac{D_y}{\sqrt{C}} \quad \text{y} \quad n_y = -\frac{D_x}{\sqrt{C}}, \quad (21)$$

donde C, F, G, H, I, L, T y V son constantes que vienen dadas en función de las coordenadas del elemento, mientras que $D_x = \frac{dx(\xi)}{d(\xi)}$ y $D_y = \frac{dy(\xi)}{d(\xi)}$.

Por lo tanto, las integrales singulares de los *Kernels* en el nodo N_1 se expresan como

$$\int_{-1}^1 K_1 N_1 J(\xi) d(\xi) = \int_{-1}^1 \left[\frac{1}{4\pi} \frac{(D_x(T\xi + V) - D_y(I\xi + L))(\xi - 1)\xi}{(F\xi^2 + G\xi + H)} \right] d\xi \quad (22)$$

$$\int_{-1}^1 K_2 N_1 J(\xi) d(\xi) = \int_{-1}^1 \left[-\frac{1}{8} \cdot \frac{\ln(F\xi^2 + G\xi + H)(\xi - 1)\xi\sqrt{C}}{\pi} \right] d\xi, \quad (23)$$

donde cada una de estas integrales tienen solución analítica.

5 ESTUDIO NUMÉRICO COMPARATIVO

Para este estudio, se consideró un ejemplo donde tomamos una distancia $d = L/20$, con L como la longitud del segmento y las coordenadas del punto de colocación $\text{p} = (X_p, Y_p) = (-1.0499, 6.2500)$. Tomando también como coordenadas del elemento los siguientes puntos $(x_1, y_1) = (0, 7)$, $(x_2, y_2) = (5, 0)$ y $(x_3, y_3) = (2.5, 3.5)$.

La tabla 2 muestra los valores del error cometido por la integración numérica al ser contrastada con la solución analítica mediante la expresión

$$\text{Error} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^3 (A_i^A - A_i^N)^2}}{\sum_{i=1}^3 |A_i^A|} + \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^3 (B_i^A - B_i^N)^2}}{\sum_{i=1}^3 |B_i^A|}, \quad (24)$$

en la cual, se comparó la precisión que existe entre el valor de la integral numérica (evaluándola en 4, 12 y 48 puntos de Gauss) y la integral exacta obtenida en (23). Los términos A_i^N , A_i^A , B_i^N y B_i^A son las entradas de las matrices A y B generadas por el sistema de ecuaciones integrales que contienen a cada integral singular.

		Número de puntos de Gauss		
		4	12	48
Distancia de P al elemento	3*d	0.02864786592333	0.0000231700802864308	0.00000000000603415
	2*d	0.09870394327702	0.000043248231677273	0.0000000000188745
	d	0.09704294586377	0.000859306061166418	0.00000000003230836
	d/2	0.25857371662520	0.00585658286898	0.00000000046742109
	d/10	0.53597907656418	0.10820129390707	0.00003039427058391
	d/100	0.60839360836894	0.46295693952882	0.01774409388825
	d/1000	0.61562714153148	0.50902138155405	0.42638885317895
	10 ⁽⁻⁵⁾ *d	0.61639894150747	0.51410558074227	0.50018471109969

Figure 2: Error entre solución numérica y analítica (ec. 24)

6 CONCLUSIONES

Se propuso una metodología de fácil aplicación, y además efectiva, para hacer cálculo simbólico que involucre integrales singulares en el BEM. Se obtuvo también una notable mejora en la precisión de los resultados obtenidos, ya que evita la utilización de los puntos de Gauss. Los tiempos de cálculo se redujeron significativamente al compararlos con los software comerciales.

REFERENCES

- [1] HUANLIN ZHOU, ZHONGRONG NIU, CHANGZHENG CHENG & ZHONGWEI GUAN, *Analytical integral algorithm in the BEM for orthotropic potential problems of thin bodies*. Eng Anal Bound Elem, 2007;31:739-748.
- [2] ZHANG XS, & ZHANG XX, *Exact integration in the boundary element method for two-dimensional elastostatic problems*. Eng Anal Bound Elem, 2003;27:987-997.
- [3] ZHOU HL, NIU ZR, & WANG XX, *Regularization of nearly singular integrals in the BEM of potential problems*. First World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO-1), pp. 41-46, 1995.
- [4] BREBBIA CA, TELLES JC, & WROBEL LC, *Boundary element techniques*. Berlin, Heidelberg: Springer; 1984.
- [5] BECKER AA. *The boundary element method in engineering*. London: McGraw-Hill; 1992.
- [6] PADHI GS, SHENOI RA, MOY SSJ, & MCCARTHY MA. *Analytic integration of kernel shape function product integrals in the boundary element method*. Comput Struct 2001;79:1325-33.
- [7] Fratantonio M., RENCIS JJ, *Exact boundary element integrations for twodimensional Laplace equation*. Eng Anal Bound Elem 2000;24:325-42.

MODELO MULTIVARIANTE PARA LA CUANTIFICACIÓN DE UNIDADES FORMADORAS DE COLONIAS. CASO DE ESTUDIO: CEPA BACTERIANA G5

Valery, Alexis¹
Timaure, Rossana²
rttg@unet.edu.ve
avalery@unet.edu.ve

1Laboratorio de Instrumentación Biológica, 2Grupo de Bioingeniería, Universidad Nacional Experimental del Táchira. Avenida Universidad Sector Paramillo San Cristóbal Estado Táchira Venezuela. 5001. 058-0276-2530422

Reyes, Isbelia¹
isreyes@unet.edu.ve
Delgado, Michael¹
michael_delgado_2@hotmail.com
Mora, Alejandro¹
l_alejandro19@hotmail.com

RESUMEN. *El uso de biofertilizantes es una de las herramientas que en la actualidad está tomando fuerza para el manejo sostenible de la agricultura. Durante el crecimiento microbiano se requiere llevar control y evaluación del proceso de producción, buscando determinar la concentración microbiana y que el proceso sea del mismo microorganismos, para esto se utilizan diferentes métodos de conteo directo bajo microscopio e indirecto como el pH y la impedancia eléctrica, entre otros, los cuales se basan en el principio que los microorganismos modifican el medio donde se incuban, debido a que metabolizan componentes de baja conductividad. Este trabajo expone un estudio de técnicas de correlación que permite estimar el número de unidades formadoras de colonias de una cepa bacteriana, en un proceso de crecimiento estandarizado, utilizando un medio de cultivo y una variante con fuente de fósforo de baja disponibilidad para los organismos, tomando como variables independientes el pH del medio de cultivo y la impedancia eléctrica. Se evaluó la correlación entre variables encontrando evidencia de su existencia aunque no exacta pero si significativa. En la evaluación de los modelos, se obtuvo que*

la variable pH es significativas y explican el comportamiento del crecimiento bacteriano entre un 93% y 94 % dependiendo de la fuente de fósforo utilizada. Además la evaluación cualitativa permitió determinar que la curva de crecimiento obtenida con los modelos de correlación desarrollados, son similares a las curvas de crecimiento obtenidas por conteo utilizando espectrometría. Esto sugiere, que esta técnica es potencialmente útil para el conteo rápido de bacterias, a pesar de ser una técnica indirecta tiene alta sensibilidad durante el tiempo de evaluación del crecimiento bacteriano, por otra parte la medida indirecta seleccionada para cuantificar el crecimiento microbiano está relacionada con la formulación química del medio de cultivo utilizado.

PALABRAS CLAVES: Crecimiento bacteriano, Regresión múltiple, Mediciones indirectas.

1. INTRODUCCIÓN.

El suelo es considerado un sistema complejo, con una riqueza de microorganismos, los cuales ayudan a conformar las características propias del suelo, participan en los ciclos biogeoquímicos de los elementos, aportan componentes a la fertilidad del suelo y a la degradación de compuestos naturales y xenobióticos. De igual forma influyen en el crecimiento de las plantas. [1]

Los microorganismos promotores del crecimiento de plantas (PCP) son aislados generalmente del suelo y evaluados con la finalidad de promover, en condiciones naturales, el crecimiento vegetal facilitando de manera directa o indirecta la disponibilidad de elementos nutritivos tales como el nitrógeno, fósforo, entre otros, así mismo producir sustancias como fitohormonas o el control de microorganismos perjudiciales. [2]

Para uso de los microorganismos PCP con potencial se hace necesario la masificación en condiciones donde cada célula viable sea estimulada para que se multiplique en medios líquidos o solidificados y en un corto tiempo se obtengan un crecimiento microbiano que permita realizar las aplicaciones en campo [3].

El crecimiento de una población microbiana inicia de forma muy reducida mientras se adaptan al medio de cultivo, posteriormente se genera un crecimiento de forma exponencial hasta alcanzar un máximo de población en el medio y entrar en un estado de lento crecimiento por agotamiento de los elementos nutritivos que componen el medio, para empezar desde este punto de la curva de crecimiento a descender por la muerte de las mismas células microbianas.

Durante el crecimiento de los microorganismos, en un medio de cultivo, este cambia su composición química, debido a que con el tiempo estos consumen los nutrientes y generan productos del metabolismo microbiano que van al medio externo [4]. Este principio, que se comenzó a discutir a finales de la década de 1970, [4, 5], es lo que permitió desarrollar el método de conteo indirecto por medición de impedancia. Ya que tanto los microorganismos, como el medio de cultivo están constituidos de elementos que son capaces de transmitir de forma iónica, cargas eléctricas.

La alteración del medio de cultivo por efecto del crecimiento microbiano puede ser evaluada por factores críticos, entre los que se encuentran:

1. El Potencial de hidrógeno (pH), que como consecuencia del metabolismo, el pH del medio de crecimiento suele tender a bajar durante el cultivo lo cual se debe a varios factores, uno de los cuales es la liberación de ácidos orgánicos de cadena corta (fórmico, acético, láctico).
2. Potencial redox, indica la capacidad del substrato para aceptar o donar electrones y esta determinado por sus características oxidantes o reductoras. [6].

El estudio de este tipo de variables permite establecer, basándose en la actividad metabólica, medidas de crecimiento y enumeración de microorganismos, constitución química del medio de crecimiento, la manera mas apropiado para la multiplicación y la posibilidad de determinar la sobrevivencia de las cepas microbianas en el medio.

Para este trabajo se estudió, el crecimiento de una bacteria (G5), aislada de la rizósfera de plantas de interés agropecuario y de suelos con baja fertilidad, para posteriores evaluaciones como potencial PCP.

2. METODOLOGÍA.

Protocolo para la obtención de los datos.

Para la obtención de los datos a utilizar en el desarrollo del modelo, se implementó un protocolo de crecimiento de la bacteria G5 en biorreactores desarrollados en el Laboratorio de Instrumentación Biológica de la Universidad Nacional Experimental del Tachira, Venezuela, con una entrada de oxígeno mediante un sistema de espiral. El volumen de medio de cultivo utilizado fue de 500 ml, basado en el medio de cultivo de Reyes y colaboradores [7], variando la fuente de fósforo con 1.- fosfato de potasio y 2.- hidroxapatita (fosfato tri-calcico de baja solubilidad) [7].

Se realizaron las siguientes mediciones, con los equipos especificados:

1. Conductividad Eléctrica, utilizando una técnica bipolar (HANNA, HI993310).
2. Conteo de bacterias, utilizando la técnica de turbimetría (Perkin Elmer UV/Vis Lambda 2)
3. Potencial de hidrógeno (pH), medido con un “pHmeter” (Orion 720A).

Especificaciones del modelo.

El modelo planteado inicialmente es el siguiente:

$$UFC = \beta_0 + \beta_1 pH + \beta_2 Z \quad (1)$$

Donde las variables tomadas en cuenta son:

Independientes o explicativas

pH que refleja el cambio en el potencial de hidrógeno presente en la suspensión bacteriana durante el período de crecimiento.

Z refleja la conductividad eléctrica en el medio, la cual es inversamente proporcional a la impedancia esto es $Z = 1/\text{impedancia}$ y se refleja en mV (10^{-3} V).

Dependiente

UFC = unidades formadoras de colonias de bacterias presente en un medio de cultivo, bajo un procedimiento estándar, medida en UFC x 10^8 .

Los datos recolectados se correlacionaron y posteriormente se realizó un análisis de regresión múltiple, de igual manera se revisaron los modelos lineales simples y polinomiales.

3. RESULTADOS.

La matriz de correlación de Pearson entre las variables (tabla 1), muestra que existe una correlación significativa para el uso del parámetro pH y sin significancia para la conductividad, lo que permitiría buscar un modelo de comportamiento del conteo de bacterias de forma indirecta con el parámetro de pH. Por otra parte la baja correlación obtenida con la conductividad hace que

el modelo multivariante planteado para este ensayo no sea el más eficiente en describir el crecimiento bacteriano.

Tabla 1. Matriz de correlación de Pearson. Modelo de conteo bacteriano

Parámetros	UFC para cada fuente de fósforo en el medio de cultivo	
	Fosfato de Potasio	Hidroxiapatita
pH	0,9582 *	0,9555 *
Conductividad (Z)	0,0470	0,3445

Los modelos lineales simples y polinomiales para cada uno de los medios con diferente fuente de fósforo son muy similares en cuanto a explicar el conteo en UFC de bacterias en función del pH del medio. Sin embargo siendo el periodo de evaluación, el tramo donde el crecimiento microbiano es acelerado los modelos polinomiales presentan una mayor concordancia con la forma de éste. En el análisis de varianza el estadístico R-cuadrado indica que el pH explica en 93,05 % el número de bacterias en el medio mínimo con fosfato de potasio y en 94,09 % en el medio mínimo con hidroxiapatita.

Como resultado del análisis de regresión polinomial tenemos que los modelos propuestos serian:

a.- Medio mínimo con fosfato de potasio:

$$\text{UFC} = -0,366189 - 0,0108496 \text{ pH} + 0,0533281 \text{ pH}^2$$

b.- Medio mínimo con hidroxiapatita:

$$\text{UFC} = 0,22674 - 0,280812 \text{ pH} + 0,0688575 \text{ pH}^2$$

Los resultados obtenidos con los modelos, son potencialmente útiles como técnica de estudio en el conteo indirecto de bacterias y arroja resultados similares a los obtenidos por los promotores del método [5], [6], donde evaluaron el crecimiento de diversas bacterias, tales como *E. Coli*, *Enterobacter* y *Enterococcus*, donde la impedancia y el pH, se relacionan en un 74 %, con el número de unidades formadoras de colonias. Así mismo la técnica permitiría diferenciar el comportamiento del crecimiento en diferentes medios de cultivos.

Por otra parte cada microorganismos se comporta de manera diferente, según las condiciones nutricionales que el medio de cultivo le aporte, permitiendo así su crecimiento, lo cual muestra que en los resultados de este trabajo solo el parámetro de pH permitió poder ser relacionado con el crecimiento microbiano y en otros trabajos ambos parámetros permitieron ser relacionados [8].

4. CONCLUSIONES

Los modelos encontrados para el medio con diferentes fuentes de fósforo son potencialmente útiles en el estudio de la técnica de conteo indirecto de bacterias, lo que permitiría realizar un mayor número de mediciones en un menor tiempo, así mismo las ecuaciones polinomiales basadas en el pH pudieran, de igual manera, dar una evaluación indirecta de la calidad del proceso al permitir detectar alteraciones por efecto del crecimiento de otros microorganismos contaminantes que alterarían el medio de diferentes maneras al microorganismos deseado.

Aunque solo el pH fue significativo, el parámetro de conductividad puede ser beneficioso con otros medios y en presencia del crecimiento de otros microorganismos de interés, de igual manera se otras variables de fácil evaluación pueden ser integradas en el estudio de cómo medidas indirectas de los procesos de crecimiento tales como temperatura, nivel de glucosa, entres otras.

5. AGRADECIMIENTOS.

Al Laboratorio de Biofertilizante y al Laboratorio de Instrumentación Biológica de la Coordinación de Investigación Agropecuarias, Decanato de Investigación, Universidad Nacional Experimental del Táchira

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- [1].Primavesi, A. 1982. Manejo ecológico del suelo. Quinta edición titulo original “Manejo ecológico do solo” traducido por Molina, J. S.; São Paulo, Brasil, 499 pag.
- [2].Sanjuán, J. Red Iberoamericana de Biofertilizantes Microbianos para la Agricultura. Programa Iberoamericano de Ciencia y Tecnología para el Desarrollo. Disponible en: <http://www.biofag.org>. Consultada: Agosto 2007
- [3].Dávila, N., Hernández, J. (2006) Métodos de ensayos rápidos de detección de microorganismos en la leche. Revista Electrónica de veterinaria, Vol. VII, N° 07
- [4].Genetics and Microbiology Research Group (2005). Microbiología General Publicaciones de la Universidad de Navarra- España. Tema 2. Cultivo de microorganismos.
- [5].Cady, P., Dufour, S., Shaw, J., Kraeger S. (1978). Electrical Impedance Measurements: Rapid Method for Detecting and Monitoring Microorganisms Journal of Clinical Microbiology, Vol.7, No. 3p. 265-272
- [6].Schwan, H.P. (1994). Electrical properties of tissues and cell suspensions: mechanisms and models. Engineering in Medicine and Biology Society. Volume , Issue , 3-6 Nov 1994 Page(s):A70 - A71 vol.1
- [7].Reyes, I., Bernier, L., Simard, R., Tanguay P. y Antoun, H. 1999. Characteristics of phosphate solubilization by an isolate of a tropical *Penicillium rugulosum* and two UVinduced mutants. FEMS Microbiology Ecology, 28, 29
- [8].Timaure, R., Valery, A. y Reyes, I. 2008. Modelo de impedancia, método indirecto para el conteo de bacterias, caso de estudio: cepa bacteriana MF-6A. Desarrollo y avances en métodos numéricos para ingeniería y ciencias aplicadas. Sociedad Venezolana De Métodos Numéricos En Ingeniería VA13 – 18

MODELO DEL SISTEMA DE CONTROL CARDIOVASCULAR COMO REFLEJO DE LA RESPUESTA BARORRECEPTORA

Sánchez A. Betsy M.

Rojas S. Ruben D.

bsanchez@unet.edu.ve

rdrojas@ula.ve

Grupo de Bioingeniería, Decanato de Investigación. Universidad Nacional Experimental del Táchira. San Cristóbal. Estado Táchira

Grupo de Bioingeniería. Universidad de los Andes. Mérida. Estado Mérida

Resumen. *El alto porcentaje de las enfermedades de origen cardiovascular hace que este sistema haya sido ampliamente estudiado, sin embargo existen fenómenos en su comportamiento que pudieran ser mejor entendidos si se posee un modelo que tome en cuenta diferentes variables e interacciones con otros sistemas, tales como el sistema simpático y parasimpático y la respuesta barorreceptora. En el presente trabajo se plantea un modelo que permite establecer las relaciones entre la frecuencia cardiaca, el sistema nervioso central (simpático y parasimpático) y los cambios de presión arterial media, considerando adicionalmente la variabilidad entre latido. Para este estudio se utiliza un modelo del sistema circulatorio existente en la literatura, modificado en otro trabajo en donde se le adiciona variabilidad cardiaca. Por otra parte, el modelo de control toma en consideración tanto el sistema simpático como el vagal para el cálculo de la frecuencia cardiaca y su influencia sobre los cambios de presión arterial. El modelo es probado mediante simulaciones en condiciones de variación de la compliance cardiaca y venosa, en donde es posible establecer la influencia de la acción del sistema nervioso autónomo en el control de la frecuencia cardiaca y por consiguiente de la presión, ante estas perturbaciones.*

Palabras Claves. Modelado, sistema cardiovascular, sistema nervioso autónomo, presión arterial, frecuencia cardiaca.

1. INTRODUCCIÓN

La actividad cardíaca se puede medir por medio de diferentes variables, siendo la presión arterial y la frecuencia cardíaca las más usadas comúnmente. Estas variables mantienen un rango que permite establecer la normalidad o no de dicha actividad. Es también sabido que el control principal de estas variables es ejercido por el sistema autónomo, quien es el encargado de mantener tanto la presión como la frecuencia en los valores normales para un correcto funcionamiento. Tal mecanismo, ajusta la presión arterial media usando sistemas de control fisiológicos con retroalimentación negativa, donde los cambios en la presión arterial son registrados por terminaciones nerviosas especializadas, llamadas células barorreceptoras [1]. Básicamente, el reflejo barorreceptor es un sistema de control fisiológico que responde ante incrementos y disminuciones de la presión arterial media [2]. El mecanismo de control de presión arterial mencionado es considerado como un mecanismo de regulación de respuesta rápida.

Como modelo del sistema circulatorio se utiliza un modelo matemático por compartimientos, en donde se incluye la mayor parte del sistema circulatorio [3]. En el modelo descrito se tiene un periodo cardíaco fijo, sin embargo para mejorar esta condición, existe un modelo mejorado en donde se incluye la variabilidad de la frecuencia cardíaca incluyendo al modelo original, el modelo “Integral Pulse Frequency Modulation” (IPFM) [4].

Por otra parte, el esquema de control se toma de otro modelo, en donde se tiene tanto la influencia del control simpático como el vagal sobre presión arterial principalmente, a partir de la variación de la frecuencia cardíaca como consecuencia del lazo de control [5].

A partir del modelo planteado es posible analizar el comportamiento del sistema ante diferentes patologías, las cuales se pueden representar mediante las variaciones de algunos parámetros, como por ejemplo, la insuficiencia cardíaca como consecuencia del envejecimiento u otras como, hipertrofia ventricular consecuencia de la hipertensión o el mal de chagas.

2. METODOLOGÍA

El modelo de control barorreceptor consta de dos partes fundamentales: el sistema circulatorio y el control barorreceptor, a continuación se describe cada uno de los modelos utilizados en cada caso:

2.1 El Sistema Circulatorio

En la figura 1 se muestra el esquema del sistema circulatorio utilizado, consta de seis compartimientos, dividido en el sistema arterial, el sistema periférico (arteriolas, venulas y capilares) y el sistema venoso. El corazón por otra parte se modela como una bomba cardíaca en una configuración de pistón-cilindro que funciona en función de la variación de presión para una tasa fija de bombeo [3].

Este modelo posee un periodo cardíaco fijo, por lo que se utiliza adicionalmente un trabajo sobre este mismo modelo en donde se incluye la variabilidad del ritmo cardíaco por medio del modelo “Integral Pulse Frequency Modulation” (IPFM) que es un recurso utilizado comúnmente en el análisis de la variabilidad de la frecuencia cardíaca (HRV). No obstante, dicho modelo no considera los efectos del control efectuado por el sistema nervioso central ante los cambios de la presión arterial media. Por el contrario los estudios usando el modelo IPFM, están basados fundamentalmente en el análisis del componente estocástico del tiempo de despolarización del nódulo sinusal y en la influencia del cambio de volumen respiratorio sobre la HRV [6,7].

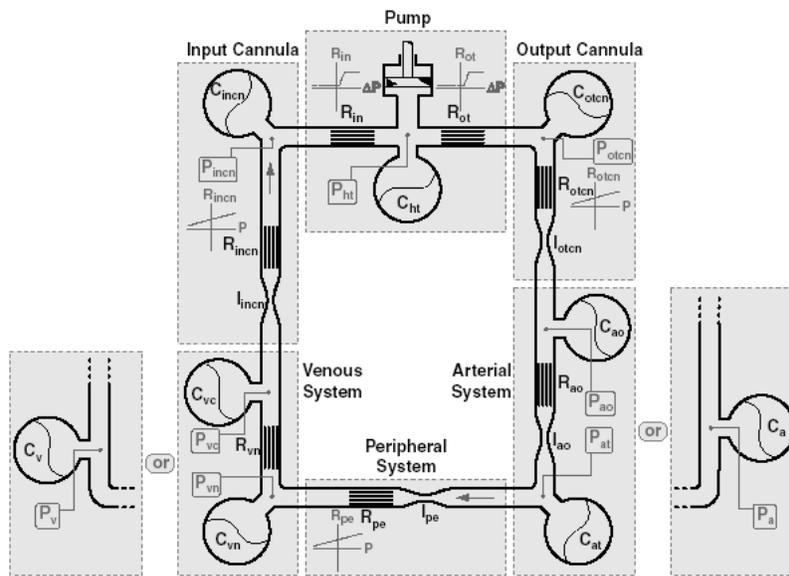


Figura 1- Modelo del Sistema Circulatorio

2.2 El modelo de control baroreceptor

En el esquema de control [5], el control simpático vagal afecta, además del periodo cardiaco, otros componentes del sistema cardiovascular (llamados los efectores), sin embargo en este proceso solo se tomará en cuenta la influencia de la variación del periodo cardiaco por efectos del control simpático vagal en el sistema circulatorio y por tanto de la presión arterial principalmente, al mismo tiempo de otras respuestas del sistema.

Para el modelado de las vías eferentes simpática y parasimpático vagal, las relaciones se reproducen usando una curva estática monoexponencial monótona decreciente para la actividad eferente simpática y una curva monótona que incrementa exponencialmente, con saturación superior para la actividad vagal. Un posible retardo puro introducido por la transformación en el sistema nervioso central es despreciado, debido a que esto puede ser considerado parte de la respuesta dinámica de los efectores.

En cuanto a la respuesta del periodo cardiaco, este incluye un balance entre las actividades vagal y simpática.

$$T = \Delta T_s + \Delta T_v + T_0 \quad (1)$$

y T_0 representa el periodo cardiaco sin inervación simpático-vagal.

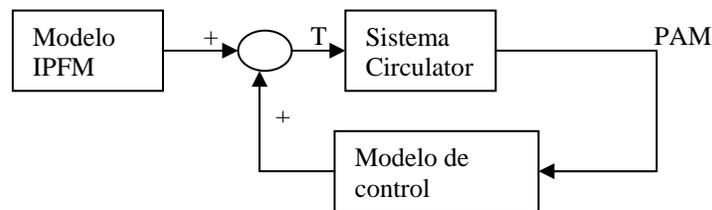


Figura 2. Modelo en lazo cerrado del sistema propuesto

El modelo en lazo cerrado del sistema completo, estaría entonces conformado por el modelo IPFM para la generación de los impulsos cardiacos (variabilidad cardiaca), el modelo circulatorio y el modelo del control baroreceptor, como se muestra en la figura 2.

2.3 Simulaciones

Para probar la acción del sistema nervioso autónomo sobre el modelo del sistema cardiovascular se varían algunos parámetros que están relacionados con ciertas patologías frecuentes. En personas mayores de 50 años existe un aumento de la compliance venosa como consecuencia del envejecimiento de los vasos, produciendo alteraciones en la presión. Otras alteraciones de la presión son causadas por un remodelamiento ventricular, como consecuencia de patologías como por ejemplo la hipertensión o el mal de chagas. Este remodelamiento es simulado variando la compliance cardiaca.

3. RESULTADOS

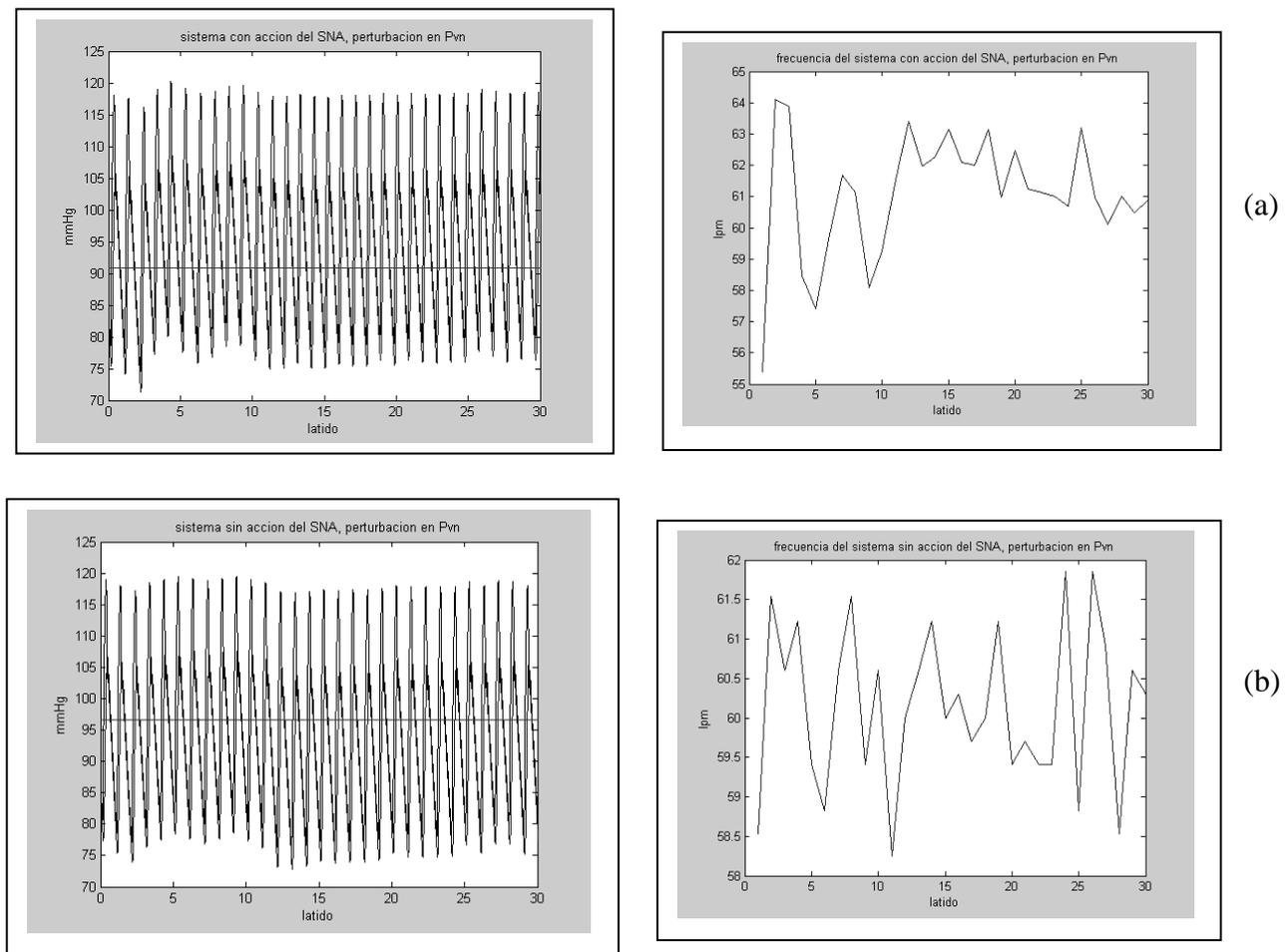


Figura 3. Valores de la presión arterial (azul), presión aórtica (negro) y presión media (rojo) y de la frecuencia cardiaca para (a) Sistema controlado (b) Sistema sin control, ante una perturbación de la compliance venosa

En la figuras 3(a),(b) se observa la influencia de la variación de la presión venosa como consecuencia de una perturbación en la compliance venosa, cuyo valor referencial es de $2500 \text{ cm}^{-5} \text{ N}^{-1}$, en la salida de presión media, presión arterial y presión aórtica. La figura 3(a) muestra las salidas de presión del sistema con acción del SNA y la variación de la frecuencia cardiaca para una perturbación (aumento del 20%) en el valor referencial de la compliance. Como se puede observar, al aumentar dicho valor, hace que disminuye la presión ocasionado que el sistema nervioso aumente la frecuencia cardiaca que lleva a su vez a una recuperación del valor de dichas presiones. En el otro caso, la figura 3(b), muestra que no existe ningún cambio en la frecuencia, puesto que, no existe control y por tanto las presiones no se recuperan rápidamente. Para el primer caso el valor promedio de la frecuencia antes de la perturbación fue de 60.1886 lpm cuyo valor aumenta a 61.7986 lpm. En el caso del sistema sin acción del SNA, la variación del promedio del valor de la frecuencia antes y después de la perturbación es insignificante (de 60.2292 lpm a 60.1061 lpm.).

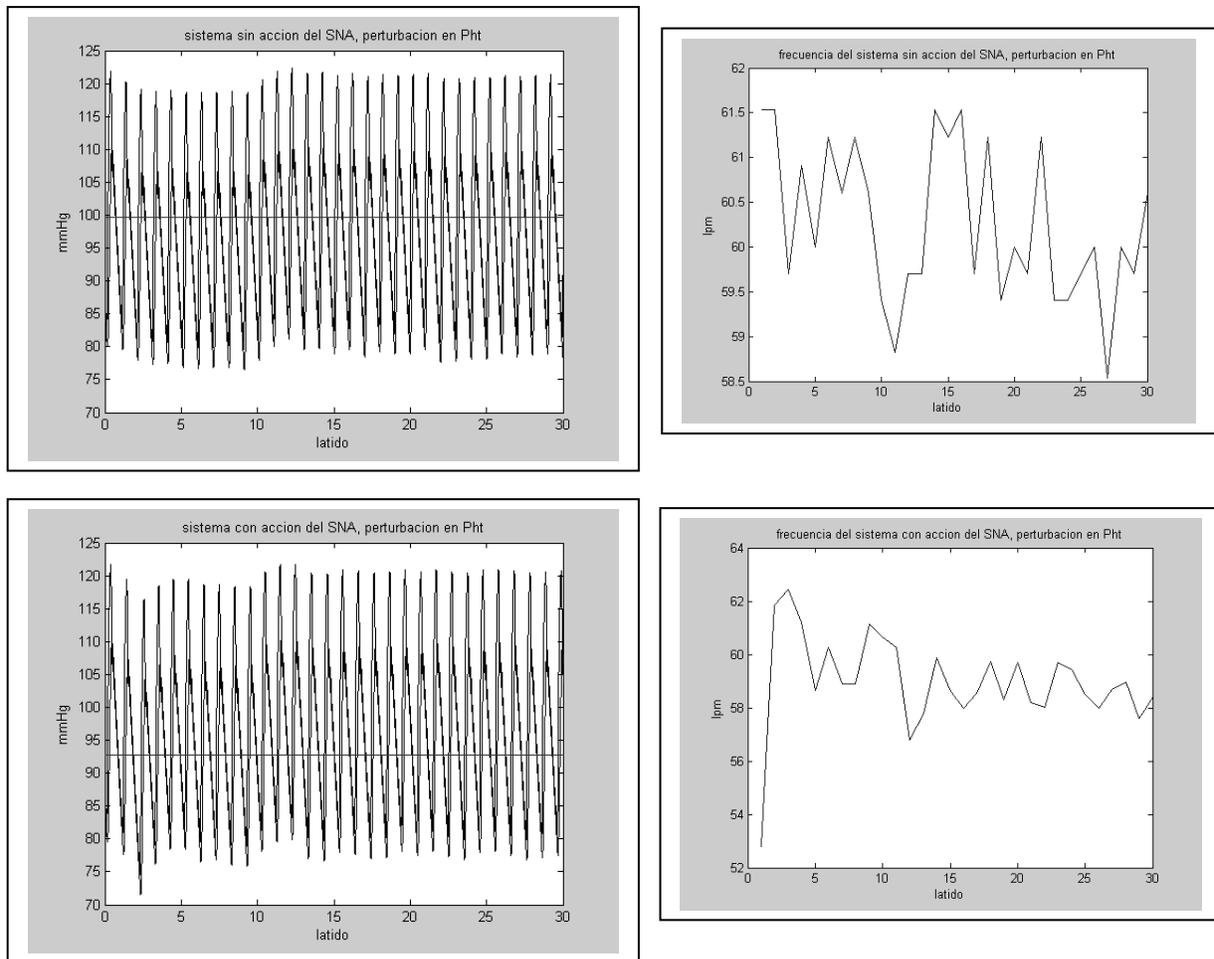


Figura 4. Valores de la presión arterial (azul), presión aórtica (negro) y presión media (rojo) y de la frecuencia cardiaca para (a) Sistema controlado (b) Sistema sin control, ante una perturbación de la compliance cardiaca

Otro de los parámetros que se han variado para estudiar la respuesta del sistema de control fue la compliance cardiaca, ante una perturbación (disminución del 20%) de su valor referencial se nota

que en el sistema controlado (Figura 4(b)) la frecuencia cardiaca con acción del sistema autónomo reacciona (disminuyendo) para establecer los valores de presión mientras que en el sistema sin control (Figura 4(a)) no se observa ningún cambio en la frecuencia y por ende en los valores de salida no existe un cambio inmediato.

4. DISCUSIÓN

El modelo general presentado, el cual es el resultado de un modelo híbrido donde se han mezclado componentes de diferentes modelos ya existentes, logra demostrar la influencia del sistema nervioso autónomo como principal regulador de la presión arterial por medio del control de la frecuencia cardiaca. A partir de las perturbaciones en algunos parámetros que tienen acción directa sobre los valores de presión, como por ejemplo, la variación de la compliance venosa y/o compliance cardiaca, los cuales alteran dichos valores normales, es posible analizar la respuesta baroreceptora ante diferentes patologías en donde estas u otras variables del sistema se puedan ver afectadas, como por ejemplo en la enfermedad de Chagas donde una de las implicaciones de la misma es el remodelamiento cardiaco. Además existen otras variables que pueden ser analizadas a través de este modelo de control y que pudieran aportar información importante para el análisis del funcionamiento del sistema cardiovascular.

REFERENCIAS

- [1]. Dvorkin, M., & Duarte, M., Presión Arterial. En Best and Taylor Bases Fisiológicas de la Práctica Médica. John West, ed, Sección 2, *Sistema Cardiovascular*, Capítulo 16. 13va Edición en Español, Editorial Panamericana, 2003, pp. 241-254.
- [2]. Pearson, P.B., Modulation of cardiovascular control mechanism and their interaction. *Physiological Review*, vol 76, Nro. 1, January, 1996, pp. 193-244
- [3]. Conlon Martin. Russell Donald. Mussivand Tofy. Development of a Mathematical Model of the Human Circulatory System. *Annals of Biomedical Engineering*, vol. 34, No 9. pp. 1400–1413, 2006.
- [4]. Ramírez, J., Moreno, F., & Rojas, R., Modelo de Lazo Cerrado para el Análisis de la Influencia de la Respuesta de los Baroreceptores en la Variabilidad de la Frecuencia Cardiaca. *IX International Congress on Numerical Methods in Engineering and Applied Science*, Abril, 2008
- [5]. Ursino Mauro. Interaction between carotid baroregulation and the pulsating heart: a mathematical model” *Am J Physiol Heart Circ Physiol* 275:1733-1747, 1998.
- [6]. Stanley, G., Poolla, K., & Siegel R., Threshold modelin of autonomic control of heart rate variability. *IEEE Transaction on Biomedical Engineering*, vol 47, pp. 1147 -1153, September, 2000.
- [7]. Mateo, J., & Laguna, P., Improved Herat rate variability signal analysis from the beat occurrence times according to the IPFM model, *IEEE Transaction Biomedical Engineering*, vol. 47, pp. 985 – 996, August. 2000.

PROCEDIMIENTO DE EMPAQUETAMIENTO DE PARTÍCULAS GENÉRICAS PARA EL MÉTODO DE ELEMENTOS DISCRETOS

Irvin Pérez Morales

Yordanis Pérez Brito

hotei.mat@gmail.com

yordanisp@uclv.edu.cu

Roberto Roselló Valera

rrosello@uclv.edu.cu

Centro de Métodos Computacionales y Numéricos en la Ingeniería, Aula CIMNE-UCLV,
CIMCNI-Aula CIMNE. Universidad Central de Las Villas. Carretera a Camajuaní Km 5 1/2, C.P.
54830 Santa Clara, Villa Clara, Cuba.

Resumen. *Se establecen los fundamentos matemáticos que permiten obtener empaquetamientos de partículas planas genéricas, lo cual contribuirá a realizar simulaciones y modelaciones de problemas físicos, a través del método de los elementos discretos o distintos (MED). Esto incluye un procedimiento para construir una curva en contacto exterior con otras dos y un algoritmo de empaquetamiento en 2D. Se trata en detalle el caso de las curvas supercuádricas, debido a su utilidad y nivel de generalidad. Finalmente, se muestran algunos resultados preliminares.*

Palabras clave: *supercuádricas, curvas, partículas, MED, algoritmos empaquetamiento.*

1. INTRODUCCIÓN

La generación de sistemas discretos de partículas es un tema de singular importancia para la simulación y modelación de medios tales como suelos. Existen algunas investigaciones que han abordado esta temática ([1], [2]), pero se han limitado al empleo de partículas esféricas, poliédricas, elipsoidales, etc. ([3] es una de las pocas formulaciones totalmente generales). Es conocido [4] que las funciones de supercuádricas se pueden emplear como un tipo de partícula, que tiene la ventaja de que con una única formulación se pueden obtener diversas formas geométricas (las comunmente empleadas y otras completamente nuevas). Con el solo hecho de variar los parámetros de la función se obtienen esferas, elipsoides, curvas casi rectangulares y otras.

En el proceso de formulación de un algoritmo de empaquetamiento de partículas o generación de medios discretos, en este caso empleando funciones de supercuádricas, para ser empleados en la simulación de problemas físicos a través del Método de Elementos Distintos (MED), es necesario resolver un grupo de aspectos muy complejos desde el punto de vista matemático.

Uno de estos aspectos de gran utilidad es poder construir una curva que esté en contacto exteriormente con otras dos (caso 2D) o con otras tres (caso 3D), ya que de esta forma se puede lograr una compactación local máxima del empaquetamiento que se genera [5]. En el presente artículo se hacen aportes a la construcción de curvas en sentido general y se muestra la aplicación de las formulaciones al caso de supercuádricas.

En el proceso de formulación del problema de empaquetamiento o generación de partículas para el MED, se emplea la siguiente metodología, similar a como aparece en [1]:

1. Generación de la partícula que debe ser agregada al empaquetamiento.
2. Selección de un frente activo y determinación de la posición en la cual la nueva partícula esta en contacto con otra más (caso 2D) o con otras dos (caso 3D) que forman parte del frente.
3. Chequeo de si la partícula generada intersecta otras existentes. Si no ocurre solapamiento la nueva partícula es aceptada y se continúa con el ciclo de generación hasta llenar el volumen (3D) o área (2D). En caso contrario se rechaza la posición y se regresa al paso 2, hasta que no exista un frente activo.

2. CONSTRUCCIÓN DE UNA CURVA EN CONTACTO CON OTRAS DOS

Una vez definidos los aspectos generales necesarios para establecer un algoritmo de empaquetamiento de partículas se deben formular los problemas a resolver.

Se desea hallar la posición de una curva continua cerrada en R^2 de manera que esté en contacto exteriormente en un solo punto con otras dos curvas continuas cerradas en R^2 respectivamente. En lo sucesivo, se considerará que se tienen curvas de dimensiones aleatorias y rotadas con un ángulo de inclinación también aleatorio, y que después que se define el ángulo de rotación de una curva, este no cambia más, lo único que puede cambiar es la posición del centro. La formulación matemática es la siguiente:

Sean $P_i: R^2 \rightarrow R$, $i=1, 2$, funciones continuas tales que $P_i(x) = 0$ sea una curva continua cerrada, y además $P_i(x) < 0$ si y solo si x pertenece al interior de la curva.

Sea $P_3: R^2 \times R^2 \rightarrow R$, una función continua tal que $P_3(x, y_0) = 0$ sea una curva continua cerrada para y_0 constante, y además $P_3(x, y_0) < 0$ si y solo si x pertenece al interior de la curva. Se tiene además que geoméricamente, y_0 representa el centro de la curva $P_4(x, y_0) = 0$.

El problema queda planteado en el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} F_i(y) &= 0 \\ P_3(q_i, y) &> 0, \quad i=1, 2 \end{aligned} \tag{1}$$

donde

$$F_i(y) = \min_{P_3(x,y)} P_i(x) \tag{2}$$

siendo $Dom_{F_i} = R^2$.

Las desigualdades del sistema (1) son para asegurar que el contacto entre las curvas P_3 y P_1 y P_2 sea un contacto exterior, donde q_i es un punto interior a la curva $P_i(x) = 0$. Es obvio que $F_i(y) < 0$ si y solo si existe algún punto de la curva $P_3(x, y) = 0$ encerrado dentro de la curva $P_i(x) = 0$.

2.1 Posibles vías de solución del problema general

Formulado el problema, se procede a la solución del mismo. Las únicas posibilidades para el sistema (1) son:

- tener dos soluciones, en el caso general.
- tener solución única, en el caso degenerado.
- no tener soluciones reales.

Una variante de solución del sistema (1) es resolver el problema

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & F_1(y)^2 + F_2(y)^2 \\ \text{s.a.} \quad & P_3(q_i, y) > 0 \end{aligned} \tag{3}$$

el cual contiene las soluciones de (1). En el caso de que se conozca el radio de la circunferencia circunscrita a cada curva, es posible acotar y dentro de un rectángulo al resolver (1) ó (3), y se le puede agregar a estos sistemas la restricción lineal adicional $y \in R_\theta$, donde R_θ es un rectángulo de R^2 , lo cual simplifica el problema.

2.2 Problema específico para el caso de partículas obtenidas por funciones de supercuádricas

Después de haber planteado el caso general y establecer las vías de solución se puede particularizar el caso específico de partículas obtenidas a través de funciones de supercuádricas. En este sentido el planteamiento del problema se define por:

Este es el mismo que el problema planteado en el epígrafe 2.1, solo hay que especificar que:

$$P_i(x) = \left| \frac{A_i(x)_1}{a_i} \right|^{\alpha_i} + \left| \frac{A_i(x)_2}{b_i} \right|^{\beta_i} - 1 \tag{4}$$

$$P_3(x, y) = \left| \frac{B_y(x)_1}{a_3} \right|^{\alpha_3} + \left| \frac{B_y(x)_2}{b_3} \right|^{\beta_3} - 1 \tag{5}$$

donde

$$\begin{aligned} A: R^2 &\rightarrow R^2 \\ x &\mapsto ((Ax)_1, (Ax)_2) \end{aligned}$$

es la composición de una rotación y una traslación,

$B_z(x) = ((B_zx)_1, (B_zx)_2) = Mz + x$, siendo M una matriz de rotación de R^2 , y los valores $a_i, b_i, \alpha_i, \beta_i \in R^{++}$, $i = 1, 2, 3$, son constantes conocidas.

Las curvas P_i del problema específico son las llamadas supercuádricas, las cuales tienen la ecuación canónica siguiente:

$$P(x)=0,$$

donde

$$P(x) = \left| \frac{x_1}{a} \right|^\alpha + \left| \frac{x_2}{b} \right|^\beta - 1 \quad (6)$$

para $a, b, \alpha, \beta \in R^{++}$ [6].

En forma paramétrica esta curva se puede representar por

$$r(t) = (a \operatorname{sg}(\cos t) |\cos t|^{2/\alpha}, b \operatorname{sg}(\operatorname{sen} t) |\operatorname{sen} t|^{2/\beta}), \quad t \in [0, 2\pi] \quad (7)$$

Aprovechando la expresión (7), es posible escribir la función $F_i(y)$ de (2) como:

$$F_i(y) = \min_{t \in [0, 2\pi]} P_i(\tilde{B}_y x(t)) \quad (8)$$

con lo cual solo hay que resolver un problema de minimización univariada para cada evaluación de $F_i(y)$, teniéndose además que la parametrización $x = x(t)$ viene dada por:

$$x(t) = (a_3 \operatorname{sg}(\cos t) |\cos t|^{2/\alpha_3}, b_3 \operatorname{sg}(\operatorname{sen} t) |\operatorname{sen} t|^{2/\beta_3}), \quad t \in [0, 2\pi] \quad (9)$$

y $\tilde{B}_y x = (B_y)^{-1} x = M^{-1}(x - y)$.

Se tiene además que para invertir M solo hay que cambiarle el signo a los términos no diagonales de la matriz correspondiente debido a que es de rotación.

En el problema específico de las supercuádricas, es fácil acotar a y dentro de un rectángulo que lo contiene.

3.0 PSEUDOCÓDIGO DE EMPAQUETAMIENTO O GENERACIÓN DE PARTÍCULAS (SUPERCUÁDRICAS)

Para obtener conjuntos de partículas se ha empleado un algoritmo de empaquetamiento de avance frontal, que en esencia es el mismo que aparece en [1], el cual consta de los siguientes pasos:

Algoritmo para generar un empaquetamiento de supercuádricas.

Paso 1) (Inicialización)

- Construir dos partículas iniciales que estén en contacto.
- $C_{ext} = \{1, 2\}$

Paso 2)

Mientras $C_{ext} \neq \phi$

Paso 2.1)

$p_{piv} \leftarrow i$ para algún $1 \leq i \leq C_{ext}$

Paso 2.2)

Si p_{piv} está rodeada por sus vecinas o el contorno de la geometría que delimita el empaquetamiento, entonces

- $C_{ext} \leftarrow C_{ext} - \{p_{piv}\}$

- ir al paso 2)

En caso contrario

ir al paso 2.3)

Paso 2.3)

- Construir la partícula p en contacto con p_{piv} y una de sus vecinas, de manera que no se interseque con ninguna otra y esté dentro del contorno que delimita el empaquetamiento.

- $C_{ext} \leftarrow C_{ext} \cap \{p\}$

- Generar los parámetros aleatorios que definen la nueva partícula a construir.

- Ir al paso 2.1.

Nota:

1) En el pseudocódigo anterior, la partícula i -ésima se identifica con el número i .

4.0 APLICACIONES PRELIMINARES

Los ejemplos preliminares de generación de partículas se han efectuado empleando métodos de solución numérica por optimización. En el empaquetamiento mostrado en la fig. 1 se aplicó el algoritmo de la sección anterior y se puede observar que cada supercuádrica está en contacto con al menos otras dos. Por ejemplo, la curva o partícula 3 está en contacto con las partículas 1 y 2; la partícula 52 está en contacto con la 24 y la 27, etc.

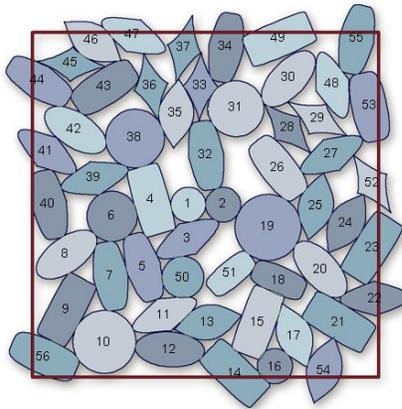


Figura 1- Generación o Empaquetamiento de partículas empleando funciones de supercuádricas.

CONCLUSIONES

En esta investigación se ha llegado a formular y resolver el problema de la generación de partículas con un criterio muy general, y como caso puntual se han obtenido empaquetamientos

empleando funciones de supercuádricas. Esta formulación tiene la ventaja de que permite obtener diferentes tipos de partícula (círculos, elipses, y partículas con puntos angulosos que pueden ser cóncavas o convexas) con solamente variar los parámetros de una misma ecuación. Es justo destacar que la complejidad matemática del problema y del método de solución es marcada y es un aspecto a tener en cuenta en el costo computacional.

Desde el punto de vista matemático se ha formulado, de manera completamente general, un procedimiento para construir una curva en contacto con otras dos, y se han presentado ejemplos preliminares de la aplicación de esta formulación a curvas supercuádricas.

El trabajo futuro está encaminado a hallar mejores puntos iniciales para estos problemas y métodos más ágiles para darles solución; así como a implementar la formulación para el caso 3D.

REFERENCIAS

- [1].Feng, Y. T., Han, K. and Owen, D. R. J., An advancing front packing of Polygons, Ellipses and Spheres. In Cook B.K., Jensen R.P., eds, *Discrete Element Methods, proceedings of the third international conference*, pp. 93-98, 2002.
- [2].Sakaguchi H., Murakami A., Initial packing in discrete element modelling. In Cook B.K., Jensen R.P., eds, *Discrete Element Methods, Proceedings of the third international conference*, pp. 104–106, 2002.
- [3].Löhner R, Oñate E., A general advancing front technique for filling space with arbitrary objects. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 61, pp. 1977-1991, 2004.
- [4].Feng, Y.T., Han, K., and Owen, D.R.J., Polygon-based contact resolution for superquadrics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 66, pp. 485–501, 2006.
- [5].Feng, Y.T., Han, K., and Owen, D.R.J., Filling domains with disks: an advancing front approach. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 56, pp. 699–713, 2003.
- [6].Hogue, C., Shape representation and contact detection for discrete element simulations of arbitrary geometries. *Engineering Computations*, vol. 15, n. 3, pp. 374-390, 1998.

CÁLCULO DE LAS MATRICES CARACTERÍSTICAS DEL ELEMENTO FINITO EN PROBLEMAS MULTIFÍSICA MEDIANTE INTEGRACIÓN ANALÍTICA

Coronel D. Gustavo

Baloa M. Trino

Benavides Luis

Videla N. Liber

gustavocoroneld@gmail.com

trino.baloa@ucv.ve

benavides35@gmail.com

liber.videla@ucv.ve

Instituto de Materiales y Modelos Estructurales (IMME), Universidad Central de Venezuela (UCV), Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela.

Resumen. *En este trabajo se presentan resultados preliminares de la integración cerrada o analítica de las expresiones para el cálculo de las matrices y vectores característicos de algunos elementos finitos utilizando los Sistemas de Álgebra Computacional. La integración analítica de estas matrices y vectores permiten optimizar el tiempo de ejecución computacional y ganar precisión en los cálculos. Se presentan la técnica de integración analítica y su aplicación en la determinación de expresiones para el cálculo de matrices y vectores característicos del elemento finito isoparamétrico de cuatro nodos en problemas de elasticidad, transferencia de calor con convección y flujo potencial estacionario.*

Palabras claves: Elementos Finitos, Integración Analítica, Optimización, Problemas Multifísica.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad el análisis de diversos problemas físicos de medios continuos se realiza con relativa facilidad en forma discreta mediante métodos numéricos. El Método de los Elementos Finitos (MEF) y el Método de los Elementos de Contorno (MEC), entre otros, son utilizados debido a la imposibilidad práctica de encontrar la solución analítica de complejos sistemas de ecuaciones diferenciales que caracterizan problemas de mecánica de sólidos, transferencia de calor y mecánica de fluidos, entre otros. El MEF es un método numérico ampliamente conocido por su uso general en la aproximación de problemas de medios continuos debido a su amplio desarrollo e implementación en programas computacionales.

Actualmente se puede modelar y simular mediante programas de Análisis por Elementos Finitos (AEF) múltiples problemas de ingeniería y de la física (multifísica). A pesar del constante avance de los computadores hoy sigue siendo de interés para muchos investigadores, la optimización de programas de AEF, en búsqueda de mayor precisión y eficiencia en tiempos de ejecución computacional. El auge de los pre-procesadores con alta capacidad de modelado gráfico y las amplias capacidades para resolver problemas de estos programas, nos invitan a simular los fenómenos físicos con gran ambición, lo que se transforma en grandes requerimientos en capacidad computacional. Con este argumento se han desarrollado investigaciones con el objetivo de optimizar los algoritmos contenidos en los programas de AEF, como es el caso de investigaciones que buscan remplazar la integración numérica para evitar el proceso iterativo propio de estos métodos y lograr disminuir tiempos de ejecución computacional. Los Sistemas de Algebra Computacional (SAC) han sido de gran importancia para el avance de investigaciones orientadas en obtener por integración semi-analítica o analítica las matrices de rigidez de algunos elementos finitos en problemas de elasticidad plana, logrando optimizar cálculos. La iniciativa de integración semi-analítica nace con el trabajo de Griffiths [1]; por otro lado en los trabajos [2, 3 y 4], se dan los primeros aportes mediante integración analítica de matrices de rigidez. En Venezuela con el trabajo [5] se concreta la integración analítica para el caso de la matriz de rigidez del elemento finito isoparamétrico de cuatro nodos. Recientemente con los trabajos [6 y 7] entre otros, enfocados en una técnica de integración analítica, se ha formalizado una línea de investigación en el Centro de Investigación de Métodos Numéricos y Experimentales en Mecánica Estructural (CIMNEME) del IMME de la UCV. En este trabajo se reúne la experiencias anteriores y se presenta de forma generaliza una técnica de integración analítica que permite optimizar cálculos en el MEF para problemas multifísica.

2. MATRICES Y VECTORES CARACTERISTICOS

Muchos problemas físicos que son resueltos mediante el MEF son representados en forma general por la siguiente expresión matricial [8]:

$$[k]\{x\} = \{q\} \quad (1)$$

donde $[k]$ representan una o mas matrices que caracterizan al elemento finito y al problema. El vector $\{q\}$ puede representar uno o más vectores que contienen las condiciones de contorno de cada problema y el vector $\{x\}$ el campo de las variables a conocer. El principal problema a resolver es determinar la matriz $[k]$ de cada elemento finito, la cual representa la matriz de rigidez en problemas de elasticidad, la matriz de conductividad en problemas de transferencia de calor y de condición convectiva en problemas de transferencia de calor con convección y la matriz de difusividad en problemas de flujo potencial estacionario. En este trabajo se ha denominado a $[k]$ y $\{q\}$, como matrices y vectores característicos de cada elemento finito. El cálculo de los mismos requiere la integración de ciertas expresiones las cuales han sido tradicionalmente resueltas mediante integración numérica. El objetivo principal de este trabajo es presentar una alternativa basada en una técnica de integración analítica generalizada a varios problemas físicos.

3. TÉCNICA DE INTEGRACIÓN ANALÍTICA

La técnica de integración analítica se basa en la formulación general del MEF, en el cual la matriz del elemento $[k]$ se expresa para algunos problemas físicos como:

$$[k] = \int_{\Omega} [B]^T [D][B] d\Omega \quad (2)$$

donde la matrices $[B]$ y $[D]$, dependen de las características físicas de cada problema. En la Ec. 2, Ω corresponde al dominio del elemento finito y $d\Omega$ al diferencial correspondiente. La mayoría de estos problemas conviene resolverlos mediante una transformación del espacio cartesiano (x, y, z) a al espacio gussiano o normalizado (ξ, η, γ) , para el cual se requiere determinar el jacobiano (J) de transformación de cada elemento. La técnica de integración analítica se fundamenta en el desarrollo simbólico mediante SAC de la formulación matricial, el cual se resume para el caso de la Ec. 2 en resolver y determinar [7]:

- El producto matricial $([B]^T [D][B])$.
- Las derivadas de las funciones de forma (N_i) de cada nodo (i), contenidas en la matriz de funciones de forma $[N]$, con respecto a las coordenadas normalizadas: $\frac{\partial N_i}{\partial \xi}, \frac{\partial N_i}{\partial \eta}, \frac{\partial N_i}{\partial \gamma}$.
- La expresión polinómica del determinante del jacobiano (J).
- Las relaciones de interpolación geométrica, por ejemplo: $x = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta, \gamma) \cdot x_i$.
- Las derivadas de las N_i respecto a las coordenadas cartesianas: $\frac{\partial N_i}{\partial x}, \frac{\partial N_i}{\partial y}, \frac{\partial N_i}{\partial z}$
- Las expresiones representativas de los términos de la matriz $[k]$, extraer los coeficientes constantes de cada término e identificar la Ecuación Característica General (ECG) que represente a todos los términos de $[k]$.
- Integración exacta o analítica de la ECG para cada caso del Jacobiano.

4. PROBLEMAS DE ELASTICIDAD LINEAL

Los problemas de elasticidad lineal se pueden representar mediante un modelo dinámico discreto a través de la Ec.3, donde los vectores a determinar representan los campos de: $\{\ddot{x}\}$ aceleraciones, $\{\dot{x}\}$ velocidades y $\{x\}$ desplazamientos en los nodos del elemento finito.

$$[m]\{\ddot{x}\} + [c]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = \{q_\varepsilon\} + \{q_\sigma\} + \{q_b\} + \{q_\tau\} \quad (3)$$

Las matrices y vectores característicos de este problema se pueden determinar mediante las siguientes expresiones [9]:

$$[m] = \rho \int_{\Omega} [N]^T [N] d\Omega \quad \text{Matriz de masa del elemento} \quad (4)$$

$$[c] = c_d \int_{\Omega} [N]^T [N] d\Omega \quad \text{Matriz de amortiguamiento del elemento} \quad (5)$$

$$[k] = \int_{\Omega} [B]^T [D][B] d\Omega \quad \text{Matriz de rigidez del elemento} \quad (6)$$

$$\{q_\varepsilon\} = \int_{\Omega} [B]^T [D] \varepsilon^0 d\Omega \quad \text{Vector de fuerzas debido a deformaciones iniciales} \quad (7)$$

$$\{q_\sigma\} = \int_{\Omega} [B]^T \sigma^0 d\Omega \quad \text{Vector de fuerzas debido a tensiones iniciales} \quad (8)$$

$$\{q_b\} = \int_{\Omega} [N]^T b d\Omega \quad \text{Vector de fuerzas sobre el elemento} \quad (9)$$

$$\{q_\tau\} = \int_{\Gamma} [N]^T \tau d\Gamma \quad \text{Vector de fuerzas sobre el contorno } (\Gamma) \text{ del elemento} \quad (10)$$

En las Ec. (4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10), $[B]$ es la matriz de deformación-desplazamiento, $[D]$ es la matriz constitutiva, ρ es la densidad del material, c_d es el factor de amortiguamiento clásico, ε^0 son las deformaciones iniciales, σ^0 son las tensiones iniciales, b representa la función de carga sobre el dominio y τ la función de carga sobre el contorno del elemento. Para ejemplificar la

técnica de integración analítica para problemas de elasticidad, se presentan en la Ec. 11a y b, la submatriz $[B_i]$ para el nodo i y la matriz $[D]$ correspondientes al elemento finito isoparámetro de cuatro nodos en elasticidad plana [9]:

$$[B_i] = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix}; [D] = \begin{bmatrix} D_1 & D_2 & 0 \\ D_2 & D_1 & 0 \\ 0 & 0 & D_3 \end{bmatrix} \quad (11 \text{ a, b})$$

donde D_1 , D_2 y D_3 son parámetros elásticos del problema. El determinante de la matriz jacobiana para este elemento se expresa como: $J = AJ \cdot \xi + BJ \cdot \eta + CJ$; donde AJ , BJ y CJ son coeficientes constantes para la integración que dependen de las coordenadas cartesianas de los nodos. Al multiplicar algebraicamente las matrices $([B_i]^T [D] [B_j])$, se obtienen la ECG (Ec. 12), que representa a todos los términos k_{ij} de la matriz de rigidez $[k]$ de este elemento:

$$k_{ij} = t \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{Ak \cdot \xi^2 + (Bk \cdot \eta + Ck)\xi + Dk \cdot \eta^2 + Ek \cdot \eta + Fk}{J} d\xi d\eta \quad (12)$$

donde Ak , Bk , Ck , Dk , Ek y Fk son coeficientes constantes que dependen de las coordenadas y de los parámetros elásticos y t es el espesor. De integrar la Ec. 12 se obtienen cuatro resultados correspondientes a cuatro casos para el jacobiano: i) cuando $AJ=BJ=0$ (Ec. 13); ii) $AJ=0$ y $BJ \neq 0$ (Ec. 14); iii) $AJ \neq 0$ y $BJ=0$ (Ec. 15) y iv) $AJ \neq 0$ y $BJ \neq 0$ (Ec. 16).

$$k_{ij} = A1 / (M1 \cdot CJ) \quad (13)$$

$$k_{ij} = (A2 \cdot \text{Ln}(-BJ + CJ) + B2 \cdot \text{Ln}(BJ + CJ)) / (M2 \cdot BJ^3) \quad (14)$$

$$k_{ij} = (A3 \cdot \text{Ln}(-AJ + CJ) + B3 \cdot \text{Ln}(AJ + CJ)) / (M3 \cdot AJ^3) \quad (15)$$

$$k_{ij} = \frac{A4 \cdot \text{Ln}(AJ + BJ + CJ) + B4 \cdot \text{Ln}(AJ - BJ + CJ) + C4 \cdot \text{Ln}(-AJ + BJ + CJ) + D4 \cdot \text{Ln}(-AJ - BJ + CJ) + E4}{M4 \cdot AJ^3 \cdot BJ^3} \quad (16)$$

Los términos $A1$, $A2$, $B2$, $A3$, $B3$, $A4$, $B4$, $C4$, $D4$, $E4$, $M1$, $M2$, $M3$ y $M4$ son coeficientes distintos para cada término de la matriz y dependen de: las coordenadas cartesianas de los nodos, los coeficientes del jacobiano y los parámetros elásticos. La selección de cada caso requiere de algunos criterios expuestos en [7]. De forma similar se integran las matrices características $[m]$ y $[c]$ y los vectores característicos $\{q_\epsilon\}$, $\{q_\sigma\}$, $\{q_b\}$ y $\{q_\tau\}$.

5. PROBLEMAS DE TRASFERENCIA DE CALOR CON CONVECCIÓN

Los problemas de transferencia de calor con convección se pueden representar mediante un modelo discreto a través de la Ec.17 donde el vector $\{T\}$ representa el campo de temperaturas a conocer [8].

$$([k_c] + [k_{h\Omega}] + [k_{h\Gamma}])\{T\} = \{q_Q\} + \{q_g\} + \{q_{h\Omega}\} + \{q_{h\Gamma}\} \quad (17)$$

Las matrices y vectores característicos de este problema se pueden determinar mediante las siguientes expresiones [8]:

$$[k_c] = \int_{\Omega} [B]^T [\kappa] [B] d\Omega \quad \text{Matriz de conductividad térmica del elemento} \quad (18)$$

$$[k_{h\Omega}] = 2h \int_{\Omega} [N]^T [N] d\Omega \quad \text{Matriz de condición convectiva sobre el elemento} \quad (19)$$

$$[k_{h\Gamma}] = h \int_{\Gamma} [N]^T [N] d\Gamma \quad \text{Matriz de condición convectiva sobre el contorno } (\Gamma) \quad (20)$$

$$\{q_Q\} = \int_{\Omega} [N]^T Q d\Omega \quad \text{Vector de fuentes internas de calor} \quad (21)$$

$$\{q_g\} = \int_{\Gamma} [B]^T q_B d\Gamma \quad \text{Vector de condiciones de flujo prescrito en } \Gamma \quad (22)$$

$$\{q_{h\Omega}\} = 2hT_a \int_{\Omega} [N]^T d\Omega \quad \text{Vector condición convectiva sobre el elemento} \quad (23)$$

$$\{q_{h\Gamma}\} = hT_a \int_{\Gamma} [N]^T d\Gamma \quad \text{Vector de condición convectiva sobre el contorno } (\Gamma) \quad (24)$$

En las Ec. (18, 19, 20, 21, 22, 23 y 24), $[\kappa]$ es la matriz de conductividad térmica, h es el coeficiente de transmisión de calor por convección, Q representa las fuentes internas de calor, q_B son flujos de calor prescritos en el contorno y T_a es la temperatura del ambiente exterior en zonas del contorno con convección. Para el caso del elemento finito isoparamétrico de cuatro nodos se tiene la siguiente submatriz $[B_i]$ para el nodo i y matriz $[\kappa]$ [8]:

$$[B_i] = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix}; \quad [\kappa] = \begin{bmatrix} \kappa_1 & 0 \\ 0 & \kappa_2 \end{bmatrix} \quad (25 \text{ a, b})$$

donde κ_1 y κ_2 son coeficientes de conductividad térmica del material. Al formular la Ec. 18 para obtener la ECG para la matriz $[k_c]$ se obtiene nuevamente la Ec. 12 siendo las Ak, Bk, Ck, Dk, Ek y Fk distintas para este caso. Por lo tanto las Ec. (13, 14, 15 y 16) también pueden utilizarse para determinar $[k_c]$, tomando en cuenta que los coeficientes $A1, A2, B2, A3, B3, A4, B4, C4, D4, E4, M1, M2, M3$ y $M4$ serán distintos en este tipo de problemas. El caso de la matriz $[k_{h\Omega}]$ de convección en el área del elemento (Fig. 1a) se ejemplifica en la Ec. 26 a través de la determinación del término $k_{h\Omega(11)}$ de la matriz:

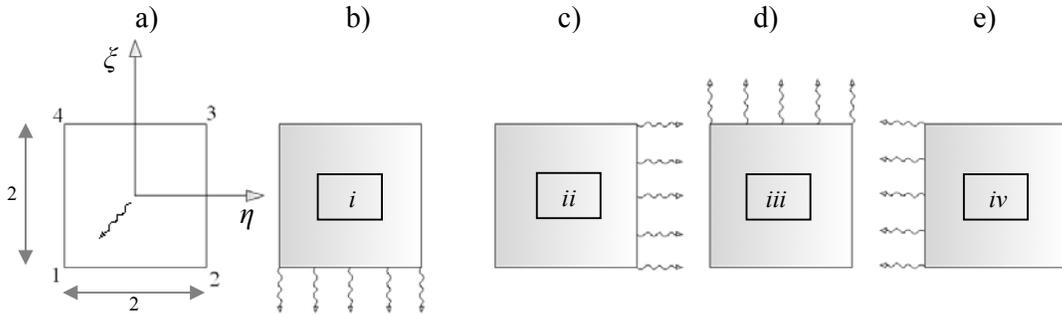


Figura 1 – Elemento finito isoparamétrico de cuatro nodos; a) convección en el área; b) convección lado 1-2; c) convección lado 2-3; d) convección lado 3-4; e) convección lado 4-1.

$$k_{h\Omega(11)} = 2h \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N_1 N_1 J d\xi d\eta = h \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{(1-\xi)^2 (1-\eta)^2 \cdot AJ\xi + BJ\eta + CJ}{8} d\xi d\eta = \frac{4h}{9} (AJ - BJ + 2CJ) \quad (26)$$

La convección en los contornos del elemento representada por la matriz $[k_{h\Gamma}]$, se ha determinado de forma separada en cuatro casos de acuerdo al lado del elemento donde exista convección: i) cuando $N_3=N_4=0$ y $\eta=-1$, convección en el lado 1-2 (Fig.1b y Ec.27a); ii) cuando $N_1=N_4=0$ y $\xi=1$, convección en el lado 2-3 (Fig.1c y Ec.27b); iii) cuando $N_1=N_2=0$ y $\eta=1$, convección en el lado 3-4 (Fig.1d y Ec.28a) y iv) cuando $N_2=N_3=0$ $\xi=-1$, convección en el lado 4-1 (Fig.1e y Ec.28b). De igual forma se integran los vectores característicos en este tipo de problemas.

$$k_{h\Gamma(ij)} = h \int_{-1}^1 N_{i(\eta=-1)} N_{j(\eta=-1)} J_{(\eta=-1)} d\xi \quad k_{h\Gamma(ij)} = h \int_{-1}^1 N_{i(\xi=1)} N_{j(\xi=1)} J_{(\xi=1)} d\eta \quad (27a, b)$$

$$k_{h\Gamma(ij)} = h \int_{-1}^1 N_{i(\eta=1)} N_{j(\eta=1)} J_{(\eta=1)} d\xi \quad k_{h\Gamma(ij)} = h \int_{-1}^1 N_{i(\xi=-1)} N_{j(\xi=-1)} J_{(\xi=-1)} d\eta \quad (28a, b)$$

6. PROBLEMAS DE FLUJO POTENCIAL ESTACIONARIO

Los problemas de flujo potencial estacionario pueden representarse mediante la Ec.1 donde $\{x\}$ representa la función potencial de velocidades, $[k]$ y $[q]$ representan:

$$[k] = \int_{\Omega} [B]^T [I][B] d\Omega \quad \text{Matriz de difusividad del elemento} \quad (31)$$

$$\{q\} = \int_{\Gamma} [B]^T V_0 d\Gamma \quad \text{Vector de condición de velocidad normal prescrita} \quad (32)$$

donde $[I]$ es la matriz identidad y V_0 es la velocidad del flujo normal en el contorno. La solución de este problema mediante la técnica de integración analítica conlleva a expresiones similares a la de los casos anteriores.

7. CONCLUSIONES

De esta investigación se concluye que en la solución de muchos problemas físicos pueden determinarse las matrices y vectores característicos mediante la técnica de integración analítica presentada. Se evidencio la similitud en la formulación matemática del MEF en los problemas de elasticidad, transferencia de calor y flujo potencial estacionario. Las expresiones determinadas para las matrices características del elemento finito isoperimétrico de cuatro nodos pueden utilizarse en los tres problemas físicos tratados cambiando sólo los coeficientes, esto facilita y optimiza la ejecución de programas de AEF para problemas multifísica.

REFERENCIAS

- [1]. Griffiths, D.V., Stiffness Matrix of the Four-Node Quadrilateral Element in Closed Form. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 37, pp. 1027-1038, 1994.
- [2]. Mizukami, A., Some integration formulas for a four-noded isoparametric element. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 59, 111-121, 1986.
- [3]. Rathod, H.D., Some analytical integration formulae for a four node isoparametric element. *Comput. & Struct.*, 30(5): 1101-1109, 1988.
- [4]. Kikuchi, M., Application of the symbolic mathematics system to the finite element program, *Comput. Mech.* 5, 41– 47, 1989.
- [5]. Videla L., Ochoa R., and Cerrolaza M. Explicit Integration of the Stiffness Matrix of a Four-Noded-Plane Elasticity Finite Element. *Communications In Numerical Methods In Engineering*. Vol. 12, pp. 731-743, 1996.
- [6]. Videla L., Baloa T., Griffiths D.V., Cerrolaza M., Exact integration of the stiffness matrix of an 8-node plane elastic finite element by symbolic computation. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, Volume 24, Issue 1 , Pages 249 – 261, 2007.
- [7]. Coronel, G., Baloa, T., Videla, L., Optimización y eliminación de errores en el cálculo de elementos finitos por integración analítica. *IX International Congress on Numerical Methods in Engineering and Applied Sciences (CIMENICS)*, 2008.
- [8]. Hutton, David V. *Fundamentals of finite element analysis*. The McGraw Hill Companies, 2004.
- [9]. Oñate, Eugenio. *Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos*. CIMNE, Barcelona España, 1992.

El Método de Elemento Frontera con Velocidad Variable para la Ecuación de Convección Difusión Estacionaria

Mariela Castillo N.

mariela.castillo@ciens.ucv.ve

Escuela de Matemática, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela Ciudad Universitaria, Av. Los Ilustres, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Abstract. *La ecuación de convección difusión modela un considerable número de fenómenos físicos, sin embargo cuando el campo de velocidades es variable no se conoce una expresión analítica para la solución fundamental asociada a esta ecuación, razón por la cual la implementación del Método de Elemento Frontera (BEM) ha sido limitado. Presentamos una alternativa interesante para encontrar la Solución Fundamental Estacionaria, tomando el límite asintótico en el tiempo de la Solución Fundamental del problema transitorio.*

Key words: Ecuación de convección - difusión, Solución fundamental, Método de Elemento Frontera.

1. INTRODUCCIÓN

El método de Elemento Frontera (BEM) es una técnica numérica que está bien establecida en ingeniería. La base del método es transformar la ecuación diferencial parcial (EDP), en una ecuación integral equivalente por medio del correspondiente Teorema de Green y el uso de la Solución Fundamental correspondiente a la ecuación diferencial adjunta. Distintas aplicaciones del Método de Elemento Frontera a problemas donde está involucrada la ecuación de convección - difusión con velocidad constante han demostrado que el BEM está libre de las oscilaciones y amortiguaciones de onda que están presentes cuando se emplea el Método de Diferencia Finita (FDM) o el Método de Elemento Finito (FEM).

El uso del BEM ha sido limitado aunque teóricamente es posible garantizar la existencia de la Solución Fundamental, puesto que sólo se conoce la expresión analítica para campos de velocidades constantes.

Es conocido que la formulación del BEM para el tratamiento de problemas con velocidad variable utiliza la Solución Fundamental de la ecuación de Laplace tratando el término convectivo como pseudo-fuente. Se sabe que, para este caso, el BEM es computacionalmente más costoso que los métodos clásicos, tales como FDM y FEM.

Una alternativa interesante que presentamos en este trabajo para encontrar la Solución Fundamental Estacionaria, es tomar el límite asintótico en el tiempo de la Solución Fundamental del problema transitorio. En los ejemplos de prueba es posible observar la eficiencia y flexibilidad de la nueva propuesta numérica.

2. REPRESENTACIÓN INTEGRAL

Consideremos la ecuación de convección difusión estacionaria en un dominio bidimensional $\Omega \subseteq R^2$, acotado por una curva cerrada y suave Γ , incluyendo el término de primer orden de reacción, es decir,

$$\mathcal{L}[u(\vec{x})] = \mathcal{D}\nabla^2 u(\vec{x}) - \vec{v}(\vec{x}) \cdot \nabla u(\vec{x}) + k(\vec{x})u(\vec{x}) = 0, \quad \forall \vec{x} = (x, y) \in \Omega, \quad (1)$$

donde \mathcal{D} es el coeficiente de difusión, asumiendo que el medio es homogéneo e isotropico, $\vec{v}(\vec{x}) = (v_x(\vec{x}), v_y(\vec{x}))$ es el vector velocidad y $k(\vec{x})$ representa el coeficiente de reacción. La función $u(\vec{x})$ puede ser interpretada como la concentración para problemas de dispersion. La descripción matemática del problema necesita condiciones en la frontera que pueden ser de tipo Dirichlet, Neumann o Robin (tipo mixta).

Considerando el operador diferencial (1) y su adjunto el cual tiene la forma

$$\mathcal{M}[\Phi(\vec{x}, \vec{x}_o)] = \mathcal{D}\nabla^2 \Phi(\vec{x}, \vec{x}_o) + \nabla \cdot (\vec{v}(\vec{x})\Phi(\vec{x}, \vec{x}_o)) + k(\vec{x})\Phi(\vec{x}, \vec{x}_o) = -\delta(\vec{x} - \vec{x}_o), \quad \vec{x} \neq \vec{x}_o, \quad (2)$$

siendo $\Phi(\vec{x}, \vec{x}_o)$ la solución fundamental asociada al problema estacionario y δ la función Delta de Dirac que representa una fuente puntual ubicada en $\vec{x}_o = (x_o, y_o)$.

A partir de la Segunda Identidad de Green aplicada a las funciones $u(\vec{x})$ y $\Phi(\vec{x}, \vec{x}_o)$ y haciendo tender el punto \vec{x} tiende a un punto $\vec{\xi}$ en la frontera Γ , la ecuación integral asociada al operador diferencial (1) es

$$\begin{aligned} c(\vec{\xi})u(\vec{\xi}) &= \mathcal{D} \int_{\Gamma} \frac{\partial u(\vec{\xi})}{\partial \vec{n}_{\vec{x}_o}} \Phi(\vec{\xi}, \vec{x}_o) d\Gamma_{\vec{x}_o} - \mathcal{D} \int_{\Gamma} \frac{\partial \Phi(\vec{\xi}, \vec{x}_o)}{\partial \vec{n}_{\vec{x}_o}} u(\vec{\xi}) d\Gamma_{\vec{x}_o} \\ &\quad - \int_{\Gamma} \vec{v}(\vec{\xi}) \hat{n}(\vec{x}_o) u(\vec{\xi}) \Phi(\vec{\xi}, \vec{x}_o) d\Gamma_{\vec{x}_o}, \end{aligned} \quad (3)$$

donde $c(\vec{\xi}) = \frac{\theta}{2\pi}$, $0 \leq c(\vec{\xi}) \leq 1$, θ se conoce como el ángulo interno de la frontera en el punto $\vec{\xi}$ y $\hat{n}(\vec{x}) = (n_x(\vec{x}), n_x(\vec{x}))$ es el vector normal exterior a la superficie Γ en el punto \vec{x} .

3. PROBLEMA TRANSITORIO

El uso de singularidades para representar fuentes o sumideros instantáneos ha demostrado ser más útil en la teoría de la conducción de calor (ver Carslaw y Jaeger [3]). En [3] se le atribuye a Kelvin [4] el haber sistematizado el uso de este método para obtener soluciones analíticas.

La idea principal de esta investigación es implementar el método sugerido por Kelvin con la finalidad de encontrar la solución fundamental para la ecuación de convección difusión con campos de velocidades variables. La mayor ventaja es que el método se basa en una idea física muy simple, con lo que prácticamente permite encontrar la solución de un gran número de problemas. Teniendo en cuenta la representación integral (3), el uso de esta solución nos permite encontrar la solución de un gran número de problemas pueden ser por descrito por la Ec.(1). A continuación describiremos el método a partir de la ecuación de convección difusión transitoria en un dominio bidimensional.

3.1. ECUACIÓN DE CONVECCIÓN DIFUSIÓN TRANSITORIA

Consideremos la ecuación de convección difusión transitoria en un dominio bidimensional $\Omega \subseteq R^2$, acotado por una curva cerrada y suave Γ , incluyendo el término de primer orden de reacción, es decir,

$$\mathcal{D}\nabla^2 u(\vec{x}, t) - \vec{v}(\vec{x}, t) \cdot \nabla u(\vec{x}, t) + k(\vec{x}, t)u(\vec{x}, t) = \frac{\partial u}{\partial t}(\vec{x}, t), \quad \forall \vec{x} = (x, y) \in \Omega, t > 0 \quad (4)$$

siendo \mathcal{D} el coeficiente de difusión asumiendo que el medio es homogéneo e isotropico, $\vec{v}(\vec{x}, t) = (v_x(\vec{x}, t), v_y(\vec{x}, t))$ es el vector velocidad y $k(\vec{x}, t)$ representa el coeficiente de reacción.

Nuestro principal interés es encontrar la solución fundamental de la Ec. (1) estacionaria en término del limite asintótico de la solución fundamental asociada a la Ec.(4), es decir

$$\Phi(\vec{x}, \vec{x}_o) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T \Psi(\vec{x}, \vec{x}_o, T - \tau) d\tau, \quad (5)$$

donde $\Psi(\vec{x}, \vec{x}_o, t)$ es la solución fundamental asociada a la ecuación transitoria (4).

Una solución particular dada por Carslaw y Jager [3], es

$$\Psi(\vec{x}, \vec{x}_o, t) = \frac{1}{(4\pi t)\mathcal{D}(1 + \phi^2 t^2)^{1/2}} e^{-g(\vec{x}, \vec{x}_o, t)}, \quad (6)$$

donde

$$g(\vec{x}, \vec{x}_o, t) = \frac{\left[(x - x_o) + \int_0^t v_x(\tau) d\tau + \frac{v_y}{2}(y + y_o)t \right]^2}{4\mathcal{D}t(1 + \phi^2 t^2)} + \frac{(y - y_o)^2}{4\mathcal{D}t} + kt, \quad (7)$$

siendo $\phi^2 = \frac{v_y^2}{12}$ y el campo de velocidades tiene la forma $\vec{v} = (v_x(t) + v_y y, 0)$.

Es importante observar que cuando $t \rightarrow 0$, la expresión (6) tiende a cero en todos los puntos, excepto en el punto donde esta colocada la fuente $\vec{x}_o = (x_o, y_o)$, donde $\Psi(\vec{x}, \vec{x}_o, t)$ tiende a infinito.

La solución fundamental estacionaria se puede obtener usando integración numérica, es decir elegir T fijo y suficientemente grande y transformando el intervalo $[0, T]$, $T > 0$ al intervalo $[-1, 1]$.

3.1.1. VELOCIDAD LINEAL

Consideremos la ecuación de convección - difusión bidimensional en un medio homogéneo e isotropico con axisa x alineada en la dirección del flujo de fluido que es caracterizado por el vector de velocidad lineal, es decir $\vec{v}(\vec{x}) = (v_x + v_y y, 0)$, con coeficiente de reacción igual a cero ($k = 0$).

La solución fundamental asociada al problema transitorio viene dada por

$$\Psi(\vec{x}, \vec{x}_o, t) = \frac{m}{\rho(4\pi\mathcal{D}t)(1 + \phi^2 t^2)^{1/2}} e^{-\left[\frac{[(x - x_o) - (v_x + \frac{v_y}{2}(y + y_o)t)]^2}{4\mathcal{D}(1 + \phi^2 t^2)} + \frac{(y - y_o)^2}{4\mathcal{D}t} \right]}, \quad (8)$$

por lo que la solución fundamental del problema estacionario se expresa como

$$\Phi(\vec{x}, \vec{x}_o) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{m}{\rho(4\pi\mathcal{D})} \int_0^T \frac{d\tau}{(T - \tau)(1 + \phi^2(T - \tau)^2)^{1/2}} * e^{-\left[\frac{[(x - x_o) + (v_x + \frac{v_y}{2}(y + y_o)(T - \tau))]^2}{4\mathcal{D}(T - \tau)(1 + \phi^2(T - \tau)^2)} + \frac{(y - y_o)^2}{4\mathcal{D}(T - \tau)} \right]}, \quad (9)$$

donde $\phi^2 = \frac{1}{12}v_y^2$. No podemos generar una expresión analítica para la integral de la ecuación (9), por esta razón se realizó una evaluación numérica de esta integral con T lo suficientemente grande y esta expresión se usará como la solución fundamental en el código de BEM.

4. Implementación del Método Elemento Frontera

El BEM tal y como señalan Power y Wrobel ([6]), es una técnica numérica que resuelve ecuaciones integrales solo de frontera, basada en un procedimiento de discretización. La aplicación del método requiere de dos tipos de aproximación: la primera es geométrica, que consiste en la discretización de la frontera Γ en pequeños segmentos o elementos Γ_j , tales que $\Gamma = \sum_{j=1}^N \Gamma_j$.

La segunda aproximación requerida por el BEM es funcional, puesto que desconocemos la variación $u(\vec{x})$ y de su derivada normal en cada elemento. De este modo, la aproximación de la variación de la u y $q = \frac{\partial u}{\partial \vec{n}}$, dentro de cada elemento escrito en términos de los valores en algunos puntos fijos del elemento, llamados puntos nodales o simplemente nodos la hacemos usando funciones de interpolación adecuadas (ver Brebbia y Domínguez [2]). Así

$$u(\xi) = \phi_1(\xi)u^1 + \phi_2(\xi)u^2, \quad q(\xi) = \phi_1(\xi)q^1 + \phi_2(\xi)q^2, \quad (10)$$

donde u^1, q^1, u^2, q^2 son los valores de u de q en los dos puntos nodales de los elementos, ξ es la variable a - dimensional definida entre -1 a 1 y los dos funciones de interpolación son

$$\phi_1(\xi) = \frac{1}{2}(1 - \xi); \quad \phi_2(\xi) = \frac{1}{2}(1 + \xi). \quad (11)$$

Sustituyendo la discretización geométrica y las aproximaciones (10) en la ecuación (3) aplicada a un nodo i , se obtiene:

$$\begin{aligned} c_i u_i &+ \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} \left[\mathcal{D} \frac{\partial \Phi}{\partial \vec{n}_{\vec{x}_o}}(\vec{x}_i, \vec{x}_o) + \vec{v}(\vec{x}_i) \cdot \vec{n}_{\vec{x}_o} \Phi(\vec{x}_i, \vec{x}_o) \right] [\phi_1 u^1 + \phi_2 u^2] d\Gamma_{\vec{x}_o} \\ &= \mathcal{D} \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} [\phi_1 q^1 + \phi_2 q^2] \Phi(\vec{x}_i, \vec{x}_o) d\Gamma_{\vec{x}_o}. \end{aligned} \quad (12)$$

Definiendo

$$g_{ij}^k = \int_{\Gamma_j} \Phi(\vec{x}_i, \vec{x}_o) \phi_k d\Gamma_{\vec{x}_o}, \quad h_{ij}^k = \int_{\Gamma_j} \left[\mathcal{D} \frac{\partial \Phi}{\partial \vec{n}} + \vec{v} \cdot \hat{n} \Phi \right] \phi_k d\Gamma_j \quad k = 1, 2 \quad (13)$$

y ensamblando estas integrales de forma que

$$G_{ij} = g_{ij-1}^2 + g_{ij}^1 \quad \widehat{H}_{ij} = h_{ij-1}^2 + h_{ij}^1 \quad (14)$$

variando el punto de colocación en cada uno de los puntos nodales, obtenemos un sistema matricial que puede ser escrito de la forma $HU = GQ$, donde H es una matriz cuadrada de dimensión $N \times N$, G es una matriz $N \times 2N$, llamada matriz de coeficientes de influencia, y U y Q son los vectores que contiene los valores nodales de u y de su derivada normal.

Una vez que las condiciones de contorno del problema se aplican a la sistema (12), las matrices pueden ser reordenadas de la forma $AX = F$, en el que todas las incógnitas han sido agrupadas en el vector X , y vector F es la "carga" de vectores. Este sistema puede ser resuelto por cuadraturas estándar, tales como la eliminación de Gauss.

5. EJEMPLOS

En esta sección analizaremos la implementación de la nueva expresión para la solución fundamental para la ecuación de convección difusión usando BEM presentando algunos ejemplos.

Ejemplo 1: Consideremos el problema de resolver la ecuación de convección difusión con velocidad constante en un dominio rectangular de la forma $\Omega = [0, 2] \times [0, 0,6]$ sujeto a las siguientes condiciones de contorno

$$u(0, y) = 300 \quad u(2, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial n}(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial n}(x, 0,6) = 0. \quad (15)$$

Todos los parámetros físicos se supone constante, con $\mathcal{D} = 1$, $k = 0$ y $v_x = 0,5, 1,0, 2,0$ mientras que $v_y \equiv 0$. Se usaron 110 elementos de contornos lineales y el valor $T = 110$, el cual fue suficiente para obtener la precisión deseada.

En la Figura 1 presentamos la comparación de la concentración con el nuevo enfoque y la Solución Fundamental analítica, en la pared $y = 0$, demostrando que el uso de la nueva Solución Fundamental proporcionar un método eficiente para resolver de este tipo de problemas.

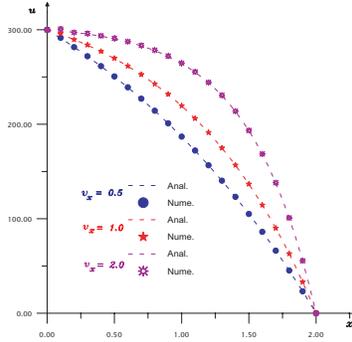


Figura 1: Variación de u a lo largo de x con diferentes valores de v_x .

Para analizar la exactitud y eficiencia del nuevo enfoque en el caso de velocidad lineal $\vec{v}(\vec{x}) = (v_y y, 0)$ con $v_y = cte \neq 0$, los resultados numéricos fueron comparados con los resultados obtenidos usando DRM - MD [5].

Ejemplo 2: Consideremos el problema de resolver la ecuación de convección difusión con velocidad lineal ($\vec{v} = (v_y y, 0)$), con $v_y = 0,5, 1,0, 2,0$ en un dominio rectangular de la forma $\Omega = [0, 2] \times [0, 0,6]$ sujeto a las siguientes condiciones de contorno

$$u(0, y) = 300 \quad u(2, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial n}(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial n}(x, 0,6) = 0. \quad (16)$$

En la Figura 2 podemos ver la comparación entre los perfiles de concentración en las paredes $y = 0$ y $y = 0,6$, obtenidos con el nuevo enfoque numérico y la obtenida con el DRM - DM, mostrando un excelente comportamiento de nuestra propuesta. La discretización usada para BEM empleo 50 elementos lineales y $T = 110$, mientras que DRM - MD empleo 120 subdominios y unos 267 nodos.

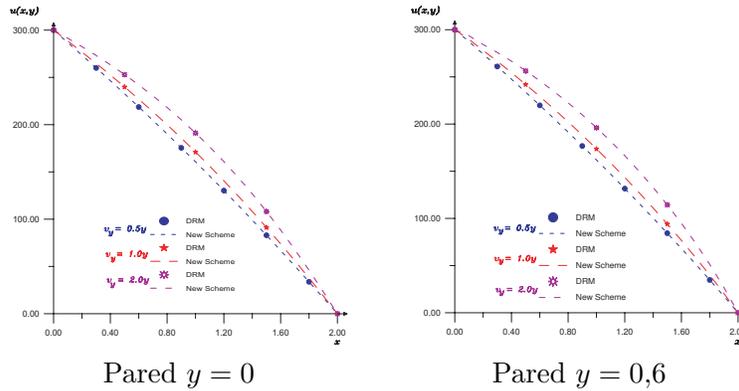


Figura 2: Concentraciones en las paredes $y = 0$ y $y = 0,6$.

6. CONCLUSIONES

- El nuevo enfoque presentado para encontrar la Solución Fundamental basado en el limite asintótico en el tiempo de la Solución Fundamental asociada al problema transitorio resulta ser una herramienta eficiente y precisa.
- Esta técnica puede ser útil y poderosa para resolver otra clase de problemas donde no se conozca la solución Fundamental.

AGRADECIMIENTO

El autor quiere agradecer al CDCH de la U.C.V. por su aporte financiero en el proyecto PI 03-14-5420-2004.

REFERENCIAS

- [1] ABRAMOWITZ, M. AND STEGUN, *Handbook of Mathematical functions with formulas graphs, and Mathematical tables*. New York: Dover, 1972
- [2] BREBBIA, C. A. AND DOMINGUEZ J., *Boundary Elements. An Introductory Course*. Computational Mechanics Publications, Southampton Boston, 1989.
- [3] CARSLAW, H.S. AND JAEGER, J.C., *Conductions of heat in solids*. 2nd ed., Clarendon Press, Oxford, 1959.
- [4] KELVIN *Compendium of the Fourier Mathematicas for the Conduction of Heat in Solids*. Oxford Applied Mathematics and Physical Ppers, Vol. II, p.41.
- [5] POPPOV, V. AND POWER, H., *The DRM-Md Integral equation method: An efficient approach for the numerical solution of domain dominant problems*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 44, 327 - 353, 1999.
- [6] POWER, H. AND WROBEL, L. C., *Boundary Integral Methods in Fluid mechanics*. Computational Mechanics publications, Southampton Boston, 1995.

INTEGRACIÓN ANALÍTICA SOBRE UN ELEMENTO DE CONTORNO CUADRÁTICO SUBPARAMÉTRICO EN ELASTICIDAD PLANA

Maira Valera L.

Liber Videla N.

maira.valera@ciens.ucv.ve

liber.videla@ucv.ve

Escuela de Matemática, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela Ciudad Universitaria, Av. Los Ilustres, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Centro de Métodos Numéricos y Modelos Estructurales, Instituto de Materiales y Modelos Estructurales, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Miguel Cerrolaza

miguel.cerrolaza@inabio.edu.ve

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Resumen. *Se presenta una integración analítica cerrada para el BEM en elasticidad plana de un elemento de contorno cuadrático subparamétrico, mediante la cual se obtienen formulaciones particulares para cada coeficiente de las submatrices de desplazamientos y de tensiones, utilizando sistemas de álgebra computacional (SAC) con capacidad de manipulación simbólica, logrando así, con una metodología de optimización matemática y computacional, mayor precisión en los resultados y mejoras sustanciales del tiempo de ejecución computacional.*

Palabras clave: Método de elemento frontera, Integración analítica, subparamétrico, elasticidad

1 INTRODUCCIÓN

Resolver problemas elásticos en medios continuos resulta laborioso, particularmente cuando se considera el dominio de estudio como un continuo, por lo que se utilizan técnicas numéricas que discretizan el mismo. Una de las técnicas que permiten resolver de manera rápida y eficiente estos problemas es el Método de Elementos frontera (BEM, por sus siglas en inglés), el cual consiste en discretizar la frontera en una serie de elementos sobre el cual las tensiones y los desplazamientos varían de acuerdo con la función de interpolación asumida.

La formulación de la integral de frontera en elasticidad plana está dada por la identidad de Somigliana, la cual representa una integral de frontera en función de los desplazamientos en el interior del dominio Ω , [1, 2], como se muestra en la siguiente expresión

$$c_{ij}(\xi)u_j(\xi) = \int_{\Gamma} [u_{ij}^*(\xi, x)t_j(x) - t_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)] d\Gamma(x) + \int_{\Omega} u_{ij}^*(\xi, x)f_j(x) d\Omega(x). \quad (1)$$

donde $c_{ij}(\xi) = \frac{1}{2}\delta_{ij}$ en los casos mas simples cuando el contorno es regular en ξ , $u_{ij}^*(\xi, x)$ y $t_{ij}^*(\xi, x)$ representan los núcleos y son llamados soluciones fundamentales para el desplazamiento y la tensión, respectivamente, [2, 3], dadas por

$$u_{ij}^*(\xi, \mathbf{x}) = \frac{1}{8\pi E(1-\nu)} [(3-4\nu)\ln(r^{-1})\delta_{ij} + r_{,i}r_{,j}], \quad (2)$$

$$t_{ij}^*(\xi, \mathbf{x}) = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)r} \{[(1-2\nu)\delta_{ij} + 2r_{,i}]r_{,n} - (1-2\nu)(r_{,i}n_j - r_{,j}n_i)\}. \quad (3)$$

La evaluación de la integral (1) no es trivial, por ello existen varias técnicas que han sido propuestas para calcular estas integrales las cuales se pueden clasificar en tres grupos: (a) técnica de regularización, (b) integración numérica, (c) integración analítica, [4, 5].

Los procesos de análisis por el BEM, tradicionalmente, utilizan rutinas basadas en técnicas de integración numérica para resolver el cálculo de las integrales involucradas en la matriz generada por el método. La finalidad de este trabajo es optimizar estos procesos, reduciendo el tiempo de ejecución computacional y ganando precisión en los mismos usando SAC con manipulación simbólica. Por lo tanto, se propone una integración analítica cerrada para obtener los resultados de las integrales involucradas en la identidad de Somigliana, obteniendo de esta manera resultados más precisos en comparación con la integración numérica, logrando disminuir considerablemente el tiempo computacional utilizado para calcular estas expresiones.

2 INTEGRACIÓN ANALÍTICA

Las submatrices de desplazamientos y tensiones, \mathbf{U} y \mathbf{T} respectivamente, involucradas en la matriz de influencia del sistema de ecuaciones resultante al implementar el BEM son matrices 2×6 , [1, 3], cuyos coeficiente están dados por las siguientes integrales:

$$U_{ij}^{(n)} = \int_{-1}^1 u_{ij}^* F^{(n)} J d\varepsilon, \quad T_{ij}^{(n)} = \int_{-1}^1 t_{ij}^* F^{(n)} J d\varepsilon. \quad (4)$$

siendo u_{ij}^* y t_{ij}^* , con $i, j = 1, 2$, las soluciones fundamentales expresadas anteriormente.

Al sustituir las soluciones fundamentales y el Jacobiano, manipulados simbólicamente, además de las funciones de forma asociadas al nodo en evaluación, obtenemos doce integrales correspondientes a los coeficientes de la matriz \mathbf{T} y seis integrales determinaran los coeficientes de la matriz \mathbf{U} . Esto último se debe a la simetría presente en la solución fundamental para el desplazamiento.

2.1 IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL

Al calcular cada coeficiente de las matrices \mathbf{U} y \mathbf{T} debemos considerar cuatro casos diferentes para la implementación computacional. Esta clasificación por casos del problema se debe a las singularidades ocasionadas por la evaluación en las posiciones particulares en las que se puede encontrar el punto de colocación al momento del cálculo. A continuación, se describen cuatro

casos a considerar:

Caso 1: El punto de colocación se encuentra alineado a un elemento horizontal.

En este caso, la derivada del radio respecto a vector normal desaparece, pues, el vector normal es ortogonal al vector radio. Además, la derivada parcial del radio respecto a y es cero, ya que el elemento de incidencia es horizontal y las coordenadas y de los nodos y del punto de colocación coinciden.

$$\frac{\partial r(\xi, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{n}} = \cos \theta(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = 0, \quad \frac{\partial r(\xi, \mathbf{x})}{\partial y} = \frac{y(\varepsilon) - y}{r} = 0. \quad (5)$$

En consecuencia, las soluciones fundamentales definidas anteriormente se simplifican, obteniendo que $u_{12}^* = u_{21}^* = 0$ y $t_{11}^* = t_{22}^* = 0$. Por lo tanto, sólo será necesario calcular doce integrales, seis para la matriz \mathbf{U} y seis para la matriz \mathbf{T} .

Caso 2: El punto de colocación se encuentra alineado a un elemento vertical.

Análogamente al caso anterior, el vector normal es ortogonal al vector radio, por lo que, (5) nuevamente se cumple, pero ahora se anula la derivada parcial del radio respecto a x en lugar de la derivada respecto a y . Por lo tanto, al igual que el caso anterior $u_{12}^* = u_{21}^* = 0$ y $t_{11}^* = t_{22}^* = 0$, y sólo será necesario calcular doce integrales.

Tanto en el caso 1 como en el caso 2, los coeficientes, una vez integrados, son funciones racionales y en el denominador de estas funciones aparecen algunos términos los cuales definimos como PRUE, RAIZ15 y RAIZ, que dependen de las coordenadas de los nodos y del punto de colocación.

Al ser evaluados los nodos y el punto de colocación, los coeficientes no están definidas. Sin embargo, al calcular el límite cuando $W \rightarrow 0$ de estos coeficientes si existe, (con $W = \text{PRUE}$, RAIZ15 ó RAIZ), es decir,

$$\lim_{W \rightarrow 0} \frac{F(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_3, \xi)}{W} = L. \quad (6)$$

Estudiando el comportamiento, de manera exhaustiva, del valor límite de los coeficientes las submatrices \mathbf{U} y \mathbf{T} cuando $W \rightarrow 0$, se observa que el mismo tiene una tendencia asintótica y como consecuencia, se adopta $W = 0.00001$.

Caso 3: El punto de colocación se encuentra sobre el elemento de integración.

En este caso, al igual que en los casos anteriores, sin importar en que nodo del elemento se encuentre el punto de colocación, la derivada del radio respecto al vector normal es cero. Por lo tanto, las soluciones fundamentales definidas anteriormente se simplifican, obteniendo que $u_{12}^* = u_{21}^* = 0$ y $t_{11}^* = t_{22}^* = 0$.

Cuando se estudia este caso, dado que los coeficientes resultantes son funciones racionales, observamos en el denominador que existen dos términos adicionales que se anulan, además de RAIZ, RAIZ15 y PRUE, los cuales denominamos COTT y CONT.

Aplicando el mismo razonamiento que el aplicado en el caso 1 y 2, el límite dado por la ecuación (6), pero con $W = \text{CONT}$ ó COTT, el límite existe y tiende al valor correspondiente al coeficiente

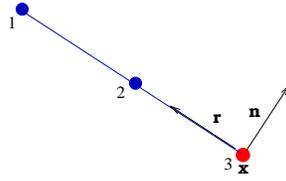


Figura 1: Punto de colocación sobre el elemento

en evaluación. Como consecuencia, se adopta el valor $W = 0.00001$.

Caso 4: El punto de colocación se encuentra en una posición cualquiera, diferente a los casos anteriores, respecto al elemento.

Las soluciones fundamentales son de la forma expuesta en la sección anterior, por ende, los coeficientes obtenidos al integrar se evalúan sin ninguna consideración previa.

3 PRECISION DE LOS CÁLCULOS Y TIEMPO DE EJECUCIÓN COMPUTACIONAL

3.1 Precisión de los cálculos

Para estas pruebas de precisión, se calculó el error mediante la siguiente formula obteniendo, como consecuencia, un número que representa el error porcentual

$$\text{ERROR} = \frac{\sqrt{\sum_{i,j} (\mathbf{A}_{ij}^n - \mathbf{A}_{ij}^a)^2}}{\sum_{i,j} |\mathbf{A}_{ij}^n|} \times 100. \quad (7)$$

donde \mathbf{A}_{ij} representa el coeficiente (i, j) de la matriz \mathbf{A} , la cual puede ser tanto la matriz de desplazamientos como la matriz de tensiones, y los supraíndices indican: n para la matriz obtenida de forma numérica y a para matriz obtenida de forma analítica. La integración numérica fue realizada con Cuadratura de Gauss.

Prueba: Comparación de precisión por reducción de la distancia frente al elemento.

En esta prueba se considera un elemento de contorno cuyas coordenadas del nodo 1, 2 y 3 son: $x_1 = (0, 1.472)$, $x_2 = (0.4215, 0.736)$ y $x_3 = (0.843, 0)$, respectivamente. La longitud del elemento es $L = 1.6963$, se toman seis posiciones diferentes del punto de colocación sobre una recta imaginaria perpendicular al elemento por el nodo medio, donde con longitud L se toma una relación con respecto a la ubicación del punto de colocación y la distancia del mismo al elemento de integración. Estas posiciones son: $3L$, $2L$, L , $L/2$, $L/10$ y $L/20$ como se muestra en la Figura 2.

En la Figura 3 se muestra el error de la matriz de tensiones en las diferentes posiciones del punto de colocación, considerando ocho, diez, veinte y cincuenta puntos de Gauss para la integración numérica. Se puede observar que, a medida que se acerca el punto de colocación al elemento, el error porcentual aumenta considerablemente si se integra numéricamente con ocho puntos de Gauss. Por tanto, se puede inferir que este error disminuye al aumentar el número de puntos de Gauss. Adicionalmente, se puede observar que, con cincuenta puntos de Gauss es cuando la solución numérica obtenida converge a la solución analítica. Un resultado análogo se obtiene al calcular los coeficientes de la matriz de desplazamientos.

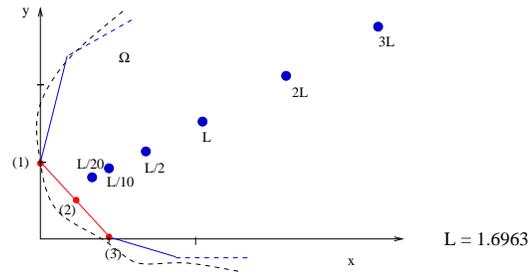


Figura 2: Elemento de contorno de longitud $L = 1.6963$ en un dominio Ω

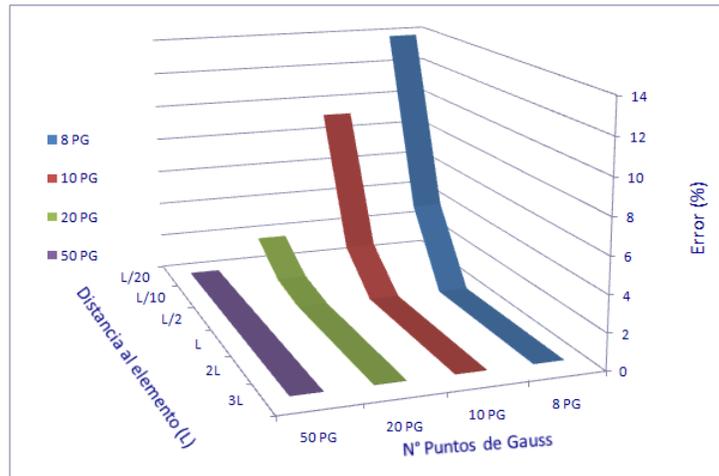


Figura 3: Error porcentual de la matriz de tensiones vs Puntos de Gauss vs Distancia al Elemento

3.2 Tiempo de ejecución computacional

Para la prueba de comparación del tiempo de ejecución computacional (medido en segundos) entre la integración analítica propuesta y la integración numérica clásica se calculó un millón de elementos del mismo problema aplicado en la prueba de precisión de la sección anterior, (ver Figura 2), a manera de resaltar la variación del tiempo de ejecución computacional.

Al realizar el cálculo se obtuvo una gran diferencia del tiempo de ejecución computacional en el cálculo por integración numérica con respecto a la integración analítica propuesta, como se muestra en la Tabla 1, siendo el tiempo computacional generado por la integración analítica mucho menor al generado usando cuadratura de Gauss.

4 EJEMPLO DE APLICACIÓN

Consideremos una placa rectangular bajo una distribución lineal de tensiones en la dirección x , los cuales representan dos momentos aplicados. La placa es considerada en estado de tensión plana con módulo de elasticidad $E = 80000$ MPa y módulo de Poisson $\nu = 0.25$. La frontera ha sido discretizada en seis elementos con tracciones prescritas a lo largo de todos ellos, con excepción de los nodos localizados sobre el eje vertical donde los desplazamientos son prescritos.

La solución para los desplazamientos en x e y en el nodo 5 se expone en la la Tabla 2. Para este

Tabla 1: Tiempo de ejecución computacional (en segundos) con 1.000.000 elementos elementos para el cálculo analítico y los diferentes puntos de Gauss

Distancia	Analítico	8 PG	10 PG	20 PG	50 PG
L	0,1093750	4,1718750	5,2343750	10,234375	25,093750
L/2	0,1093750	4,1718750	5,1875000	10,218750	25,000000
L/10	0,1093750	4,0937500	5,0937500	10,015625	24,609375
L/20	0,1093750	4,1093750	5,0625000	10,125000	24,609375

Tabla 2: Solución para los desplazamientos del nodo 5 (nodo control)

Coordenada	Solución por Integración Analítica		Solución por Integración Numérica	
	Valor		Valor	Error (%)
x	0,02		0,02	0%
y	0,02		0,019	5,26%

ejemplo, el tiempo de ejecución computacional para la integración numérica fue de 0.015625 segundos y para la integración analítica el computador arrojó un tiempo de 0 segundos.

5 CONCLUSIONES

Con esta técnica se logró una mayor precisión de los cálculos obtenidos al implementar la formulación analítica propuesta en comparación a los resultados generados por la integración numérica tradicional, en especial cuando el punto de colocación es muy proximo, ($< L/10$), al elemento de incidencia, donde fue necesario aplicar cincuenta puntos de Gauss para obtener la precisión deseada respecto al resultado obtenido debido a la solución analítica. La implementación de la integración analítica propuesta reduce sustancialmente tiempo de ejecución computacional en comparación al tiempo de ejecución generado por la integración numérica tradicional, siendo, la integración analítica, 40 veces más veloz que la integración numérica.

REFERENCIAS

- [1] BEER G., SMITH I. Y DUENSER C. (2008), "The Boundary element method with programming", Spring Wien New York.
- [2] BREBBIA C.A. Y DOMINGUEZ J. (1998), "Boundary Elements: A Introductory Course", WIT Press, Southampton, England.
- [3] KANE J.H., "Boundary Element Analysis in Engineering Continuum Mechanics", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1994.
- [4] VIDELA L., BALOA T., GRIFFITHS D.V., CERROLAZA M., "Exact integration of the stiffness matrix of an 8-node plane elastic finite element by symbolic computation", *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, Volume 24, Issue 1, Páginas 249 - 261, 2007.
- [5] VIDELA L., OCHOA R., APARICIO N., CERROLAZA M., "Explicit Integration of the Stiffness Matrix of a Four-Noded-Plane Elasticity Finite Element", *Communications In Numerical Methods In Engineering*, Volumen 12, Páginas 731-743, 1996.

UN ESTIMADOR DE ERROR RESIDUAL ORIENTADO A CANTIDADES DE INTERÉS USANDO FUNCIONES BURBUJA

Richard Rosales

rrra@ula.ve

Departamento de Cálculo, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Núcleo La Hechicera, Edif. de Ingeniería Piso 1 Ofic. 1N06, 5101 Mérida, Venezuela.

Pedro Díez

pedro.diez@upc.edu

Laboratori de Càlcul Numèric, Departament de Matemàtica Aplicada III, Universitat Politècnica de Catalunya, Mòdul C2, Jordi Girona 1-3, E-08034 Barcelona, España

Resumen. *Se propone una estima de error para problemas elípticos usando funciones burbuja. La estima se hace en dos etapas. En la primera se aproxima la contribución sobre el interior de los elementos y en la segunda se estima la contribución debida a las aristas de la malla de elementos finitos. La función burbuja se escoge en el elemento de referencia y es enviada al elemento físico en la forma usual del método de los elementos finitos. La burbuja es una función positiva y de soporte compacto. Se analizan problemas elípticos usando mallas uniformes. Se estudia el orden de convergencia y el índice de efectividad de la estima.*

Palabras clave: Error, Posteriori, Estimación, Burbuja

1 INTRODUCCIÓN

En la literatura existen varios estimadores de error a posteriori en el campo del método de los elementos finitos. En la actualidad hay una creciente atracción hacia la estima de error orientada a cantidades de interés. En este trabajo se usan algunas ideas presentadas en [1, 2, 5], donde usan expresiones energéticas para representar el error y se toma en cuenta las contribuciones interior y sobre aristas de dicho error. El objetivo es presentar una estima rápida y económica sin perder demasiada precisión.

2 PROBLEMA MODELO

Sea $\Omega \subset \mathcal{R}^d$, $d = 1, 2$, un dominio abierto y acotado con frontera $\partial\Omega$, \mathcal{V} un espacio de Hilbert de funciones definidas sobre Ω . El problema modelo es el siguiente:

Encontrar $\mathbf{u} \in \mathcal{V}$ tal que

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = L(\mathbf{v}), \forall \mathbf{v} \in \mathcal{V}. \quad (1)$$

Con el fin de aproximar la solución \mathbf{u} , se puede construir un espacio de elementos finitos $\mathcal{V}_H \subset \mathcal{V}$, inducido por la partición del dominio Ω en elementos Ω_k , $k = 1, \dots, n_{el}$, tal que $\bar{\Omega} = \bigcup_k \bar{\Omega}_k$, con $\Omega_k \cap \Omega_j = \emptyset$ para $k \neq j$. La solución de elementos finitos \mathbf{u}_H pertenece a \mathcal{V}_H y satisface

$$a(\mathbf{u}_H, \mathbf{v}_H) = L(\mathbf{v}_H), \quad \forall \mathbf{v}_H \in \mathcal{V}_{H_0} \subset \mathcal{V}_0, \quad (2)$$

con \mathcal{V}_{H_0} , la contraparte discreta del espacio $\mathcal{V}_0 := \{\mathbf{u} \in (\mathbf{H}^1(\Omega))^d : \mathbf{u} = \mathbf{0} \text{ sobre } \Gamma_D\}$.

El error numérico asociado a \mathbf{u}_H se denota por $\mathbf{e} := \mathbf{u} - \mathbf{u}_H$, pertenece a \mathcal{V}_0 y satisface la ecuación del error

$$a(\mathbf{e}, \mathbf{v}) = L(\mathbf{v}) - a(\mathbf{u}_H, \mathbf{v}) =: R^P(\mathbf{v}), \quad \forall \mathbf{v} \in \mathcal{V}_0. \quad (3)$$

El *residuo débil* asociado a \mathbf{u}_H se denota por $R^P(\cdot)$ y está definido en (3).

3 CANTIDAD DE INTERÉS Y PROBLEMA DUAL

Dado un funcional lineal J , representando una cantidad de interés, se quiere controlar el error en la evaluación de $J(\mathbf{u})$. Con este fin, se introduce un problema auxiliar (dual) que se usará en la estimación de este error.

Encontrar $\mathbf{z} \in \mathcal{V}_0$ tal que

$$a(\mathbf{v}, \mathbf{z}) = J(\mathbf{v}), \quad \forall \mathbf{v} \in \mathcal{V}_0. \quad (4)$$

En la literatura (ver [1]) se muestra que \mathbf{z} indica como el residuo afecta el error en la cantidad de interés, $J(\mathbf{e})$. Si \mathbf{z} se pudiese calcular exactamente, entonces $J(\mathbf{u})$ se podría calcular a partir de ésta. En efecto, usando (1) y (4) se sigue que

$$J(\mathbf{u}) = a(\mathbf{u}, \mathbf{z}) = L(\mathbf{z}). \quad (5)$$

Pero las dificultades de resolución del problema dual (4) son las mismas que el problema primal (1). Entonces es necesaria la introducción de la solución de elementos finitos $\mathbf{z}_H \in \mathcal{V}_H$ que satisface

$$a(\mathbf{v}, \mathbf{z}_H) = J(\mathbf{v}), \quad \forall \mathbf{v} \in \mathcal{V}_{H_0}. \quad (6)$$

El error asociado a \mathbf{z}_H se denota por $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{z} - \mathbf{z}_H$ y es la solución de la ecuación del error

$$a(\mathbf{v}, \boldsymbol{\varepsilon}) = J(\mathbf{v}) - a(\mathbf{v}, \mathbf{z}_H) =: R^D(\mathbf{v}), \quad \forall \mathbf{v} \in \mathcal{V}_0. \quad (7)$$

En la Ecuación (7) $R^D(\cdot)$ es llamado *residuo débil* asociado a \mathbf{z}_H .

Una de las cantidades de interés estudiadas en este trabajo es el valor puntual de la solución. Se quiere usar la solución numérica para obtener un valor suficientemente preciso de la solución en un punto $\mathbf{x}_0 \in \Omega$ dado. Para ello se usa el funcional

$$J(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} \mathbf{q} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}) W_{\epsilon}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\Omega.$$

La cantidad $J(\mathbf{u}) \approx q_1 u_1(\mathbf{x}_0) + q_2 u_2(\mathbf{x}_0)$ es una combinación lineal del promedio de las componentes de \mathbf{u} sobre una vecindad pequeña de \mathbf{x}_0 . Aquí, $\mathbf{q} = (q_1, q_2)$ es un vector, la función de suavizado, W_{ϵ} se escoge como

$$W_{\epsilon}(\mathbf{x}) := \begin{cases} c e^{-(\epsilon^2/\epsilon^2 - \|\mathbf{x}\|^2)} & \text{si } \|\mathbf{x}\| < \epsilon \\ 0 & \text{si } \|\mathbf{x}\| \geq \epsilon, \end{cases} \quad (8)$$

con $\epsilon > 0$ y la constante $c = c(\epsilon, \mathbf{x}_0, d)$ es tal que $\int_{\Omega} W_{\epsilon}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\Omega = 1$.

4 REPRESENTACIÓN DEL ERROR

Para estimar el error en una cantidad de interés, $J(\mathbf{e})$, a partir de representaciones globales o energéticas, es conveniente usar un problema adjunto como el dado en la Eq. (4). Tomando $\mathbf{v} = \mathbf{e}$ en (4) se sigue que $J(\mathbf{e}) = a(\mathbf{e}, \mathbf{z}) (= R^P(z))$ y después de usar la ortogonalidad de Galerkin ($R^P(z_H) = 0$) se encuentra una forma de representar el error en la cantidad de interés

$$J(\mathbf{e}) = R^P(\boldsymbol{\varepsilon}). \quad (9)$$

Usando de nuevo la ortogonalidad de Galerkin ($a(\mathbf{e}, \mathbf{v}_H) = 0, \forall \mathbf{v}_H \in \mathcal{V}_{H_0}$) se sigue otra representación del error

$$J(\mathbf{e}) = R^D(\mathbf{e}). \quad (10)$$

La prueba de este resultado se puede encontrar en [1].

5 ESTIMACIÓN CON FUNCIÓN BURBUJA

Se propone estimar el error en la evaluación de una cantidad de interés, $J(\mathbf{e})$, usando la solución de elementos finitos del problema primal y de otro dual. Con este fin, se utiliza una aproximación energéticamente correcta del problema adjunto, a través de la suma del error interior $\boldsymbol{\varepsilon}^{int}$ y el error sobre aristas $\boldsymbol{\varepsilon}^{edg}$ (ver [2]). Es decir,

$$\boldsymbol{\varepsilon} \approx \boldsymbol{\varepsilon}^{int} + \boldsymbol{\varepsilon}^{edg}. \quad (11)$$

Luego, tomando en cuenta la representación dada en la ecuación (9) se presenta una estima con funciones burbuja, del tipo residual dual ponderada como las presentadas en [4].

5.1 RESIDUO INTERIOR

Para estimar el error interior, se define una función de soporte compacto $\boldsymbol{\psi}(\xi, \eta)$ sobre el elemento de referencia $\Omega^{(r)} =]-1, 1[\times]-1, 1[$. Esta burbuja será enviada como $\boldsymbol{\psi}_k$ sobre cada elemento físico del dominio. El error interior se aproxima mediante una combinación lineal de las burbujas $\boldsymbol{\psi}_k$, es decir

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{int} := \sum_{k=1}^{n_{el}} c_k \boldsymbol{\psi}_k, \quad (12)$$

para ciertas constantes c_k . Si se escoge $\boldsymbol{\psi}$ suficientemente suave, entonces pertenecerá a \mathcal{V}_0 para todo k . Para determinar las constantes c_k , se toma $\mathbf{v} = \boldsymbol{\psi}_k$ en la ecuación (7) y así $a(\boldsymbol{\psi}_k, \boldsymbol{\varepsilon}) = R^D(\boldsymbol{\psi}_k)$. En virtud de la ecuación (12), la bilinealidad de $a(\cdot, \cdot)$, la ortogonalidad de las $\boldsymbol{\psi}_k$ (son ortogonales por ser de soporte compacto disjuntos) y luego de algunos cálculos, se obtiene

$$c_k = \frac{R^D(\boldsymbol{\psi}_k)}{a(\boldsymbol{\psi}_k, \boldsymbol{\psi}_k)}. \quad (13)$$

De las Ecuaciones (12) y (13) se obtiene el error interior y luego de aplicar el residuo (R^P), se encuentra la estima interior

$$R^P(\boldsymbol{\varepsilon}^{int}) = \sum_{k=1}^{n_{el}} \frac{R^D(\boldsymbol{\psi}_k) R^P(\boldsymbol{\psi}_k)}{a(\boldsymbol{\psi}_k, \boldsymbol{\psi}_k)}. \quad (14)$$

5.2 RESIDUO DE ARISTAS

Sea $R^P(\boldsymbol{\varepsilon}^{int})$ la estima interior del error en la cantidad de interés, hallada como se indica en la sección precedente. Esta estima se puede mejorar al tomar en cuenta los errores sobre las aristas. Con este propósito, para cada arista $\gamma_l = \overline{\Omega}_k \cap \overline{\Omega}_{k'}$ ($l = 1, \dots, n_{ed}$) de la malla de elementos finitos, se define el subconjunto $\Lambda_l \subset \overline{\Omega}_k \cup \overline{\Omega}_{k'}$, con $k \neq k'$, donde los elementos Ω_k y $\Omega_{k'}$ contienen la arista γ_l . Este subconjunto que se puede observar en la Fig. 1 será el soporte compacto de una función burbuja sobre arista $\boldsymbol{\chi}_l$.

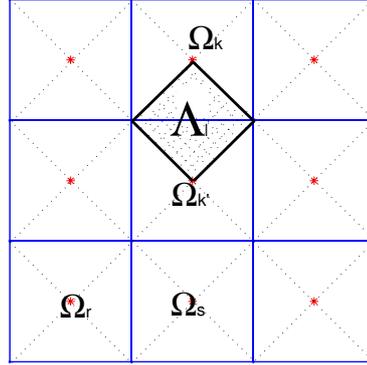


Figura 1: Dominio de función burbuja sobre arista

El error sobre aristas, se estimará por medio de una combinación lineal de las burbujas $\boldsymbol{\chi}_l$,

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{edg} := \sum_{l=1}^{n_{ed}} d_l \boldsymbol{\chi}_l \quad (15)$$

con d_l constantes. De la ecuación (11) se puede escribir $\boldsymbol{\varepsilon}^{edg} \approx \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{int}$ y luego de algunos cálculos se obtiene $a(\mathbf{v}, \boldsymbol{\varepsilon}^{edg}) = R^D(\mathbf{v}) - a(\mathbf{v}, \boldsymbol{\varepsilon}^{int})$. Escogiendo $\mathbf{v} = \boldsymbol{\chi}_l$, de la ecuación (15) y la linealidad de $a(\cdot, \cdot)$ se obtiene $\sum_{\alpha} d_{\alpha} a(\boldsymbol{\chi}_l, \boldsymbol{\chi}_{\alpha}) = R^D(\boldsymbol{\chi}_l) + a(\boldsymbol{\chi}_l, \boldsymbol{\varepsilon}^{int})$. Escogiendo ortogonales las funciones burbuja sobre aristas, se puede calcular las constantes d_l . Usando la ecuación (15) y aplicando $R^P(\cdot)$ se encuentra el *residuo sobre aristas*

$$R^P(\boldsymbol{\varepsilon}^{edg}) = \sum_{l=1}^{n_{ed}} \frac{R^D(\boldsymbol{\chi}_l) - a(\boldsymbol{\chi}_l, \boldsymbol{\varepsilon}^{int})}{a(\boldsymbol{\chi}_l, \boldsymbol{\chi}_l)} R^P(\boldsymbol{\chi}_l). \quad (16)$$

Usando las ecuaciones (9) y (11) y la linealidad de $R^P(\cdot)$, se obtiene la estima del error en la cantidad de interés $J(\mathbf{e})$ representada por medio de $R^P(\boldsymbol{\varepsilon})$ como la suma de los residuos interior y sobre aristas,

$$J(\mathbf{e}) = R^P(\boldsymbol{\varepsilon}) \approx R^P(\boldsymbol{\varepsilon}^{int}) + R^P(\boldsymbol{\varepsilon}^{edg}) =: E_1. \quad (17)$$

Procediendo de forma análoga a la construcción de E_1 , pero usando el error del problema primal (1), sumando las contribuciones interior y sobre aristas $\mathbf{e} \approx \mathbf{e}^{int} + \mathbf{e}^{edg}$ y utilizando la representación (10), se obtiene la estima

$$R^D(\mathbf{e}) \approx E_2 := R^D(\mathbf{e}^{int}) + R^D(\mathbf{e}^{edg}), \quad (18)$$

donde

$$R^D(\mathbf{e}^{int}) = \sum_{k=1}^{n_{el}} \frac{R^D(\boldsymbol{\psi}_k)R^P(\boldsymbol{\psi}_k)}{a(\boldsymbol{\psi}_k, \boldsymbol{\psi}_k)} \text{ y } R^D(\mathbf{e}^{edg}) = \sum_{l=1}^{n_{ed}} \frac{R^P(\boldsymbol{\chi}_l) - a(\boldsymbol{\chi}, \mathbf{e}^{int})}{a(\boldsymbol{\chi}_l, \boldsymbol{\chi}_l)} R^D(\boldsymbol{\chi}_l)$$

6 FUNCIÓN BURBUJA

Las funciones burbuja usadas en este trabajo son no negativas y de soporte compacto. Los dos tipos de burbuja son: la interior soportada sobre un elemento y la burbuja de arista, soportada sobre uno o dos elementos, dependiendo de si la arista es frontera o no. Las burbujas son definidas sobre un elemento de referencia y enviadas sobre el elemento físico usando la forma usual de elementos finitos. La burbuja interior de referencia se define en cada componente sobre el cuadrado de referencia por

$$\beta = (1 - \xi^2)(1 - \eta^2).$$

Por otro lado, la burbuja de referencia sobre arista se define sobre el cuadrado de referencia, primero sobre una arista y luego con la rotación de esta se definen para las otras tres aristas. En cada coordenada, la primera semi burbuja tiene regla

$$\chi = (\xi^2 - \eta^2)(\xi^2 - (\eta + 2)^2).$$

7 RESULTADOS NUMÉRICOS

A continuación se presentan algunos resultados correspondientes a un problema escalar, utilizando mallas uniformes.

7.1 Ejemplo 1

El problema (1) se resuelve sobre el dominio $[0, 1]^2$ con término fuente f escogido de modo que la solución del problema es

$$u(x, y) = x(0.6 + e^{-10.5(1-(x-0.5)^2/0.25^2-(y-0.5)^2/0.25^2)}).$$

n_{el}	$J(\mathbf{e})$	E_1	E_2	$e_{rel}(E_1)$	$e_{rel}(E_2)$	Θ_1	Θ_2
35	-1.478E-03	-1.611E-03	-1.611E-03	-4.360E-03	-4.360E-03	1.08	1.09
40	-1.120E-03	-1.262E-03	-1.263E-03	-3.418E-03	-3.418E-03	1.12	1.12
45	-8.880E-04	-1.016E-03	-1.016E-03	-2.750E-03	-2.750E-03	1.14	1.14

Tabla 1: Resultados usando **mallas uniformes**

Las condiciones de contorno prescritas son del tipo Dirichlet, homogéneas. Se quiere encontrar un valor suficientemente preciso de la solución en el punto $\mathbf{x}_0 = (0.5, 0.5)$, evaluando el error en la cantidad de interés. Para ello, se usa una función de suavizado con $\epsilon = 0.3$. En la Tabla 1 se pueden observar algunos resultados obtenidos sobre varias mallas uniformes. En esta tabla, n_{el} es el número de elementos, $J(\mathbf{e})$ el error de referencia, E_1 y E_2 representan las dos estimas propuestas, e_{rel} el error relativo de las estimas y Θ_1 y Θ_2 los índices de efectividad. El orden de convergencia de las estimas se presenta en la Fig. 2.

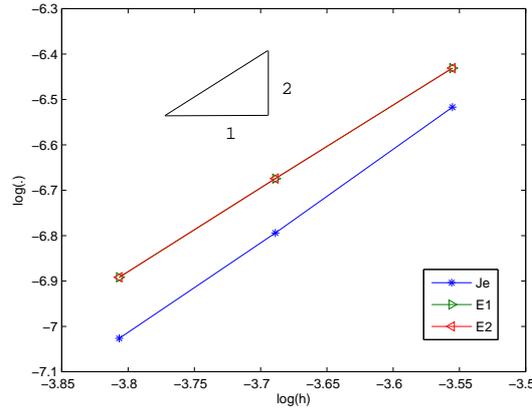


Figura 2: Orden de convergencia

8 CONCLUSIONES

Se han propuesto dos estimas de error orientada a cantidades de interés usando funciones burbuja. En las estimas se ha tomado en cuenta las contribuciones al error debidas al interior y a las aristas de los elementos. Con la representación del error mediante el producto energético de los residuos primal y dual se ha obtenido una estima del tipo residual dual ponderada. Las estimas presentadas son muy económicas debido a su carácter explícito. Además, son independientes de constantes arbitrarias.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue parcialmente financiado por el CDCHT (ULA), proyecto I-1204-09-05-C.

REFERENCIAS

- [1] DÍEZ P. & CALDERÓN G., Goal-oriented error estimation for transient parabolic problems, *Comput. Mech.*, vol. 39 pp. 631-646, 2007.
- [2] DÍEZ P. & EGOZCUE J.J. & HUERTA A., A posteriori error estimation for standard finite element analysis, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol 163. pp. 141-157, 1998.
- [3] ODEN J.T. & PRUDHOMME S., Goal-oriented error estimation and adaptivity for the finite element method, *Computers and Mathematics with Applications*, vol. 41 pp. 735-756, 2001.
- [4] BANGERTH W. & RANNACHER R., Adaptive finite element methods for differential equations, *Birkhäuser Verlag*, 2003.
- [5] ROSALES R. & DÍEZ P., Estima de error residual explícita para cantidades de interés utilizando funciones burbuja, *Revista Internacional Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, vol. 25 pp.337-357, 2009.

RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES INTEGRALES NO LINEALES USANDO COMPUTACIÓN SIMBÓLICA

William La Cruz

william.lacruz@ucv.ve

Escuela de Ingeniería Eléctrica, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela
Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Resumen. *En muchas áreas de la ciencia y la ingeniería aparecen ecuaciones integrales que modelan ciertos fenómenos físicos de gran importancia. La mayoría de los métodos para ecuaciones integrales generan aproximaciones de la solución en un número finito de puntos. En este artículo se propone un método libre de derivadas que usa la computación simbólica para hallar la función solución de la ecuación integral. Esencialmente, el método propuesto considera una ecuación integral no lineal como una ecuación de un operador no lineal. Esto es, una ecuación integral se puede expresar como un operador que actúa sobre un espacio cuyos elementos son funciones. De esta forma, buscando los ceros de tal operador se pueden encontrar las soluciones de la ecuación integral. Debido a la simplicidad de la estructura del método propuesto, es muy natural su implementación utilizando computación simbólica, es decir, definiendo simbólicamente la ecuación integral como un operador para luego encontrar la función solución. En el artículo también se describe la implementación simbólica del método, para lo cual se utiliza el Toolbox de Matemática Simbólica de Matlab. Además, se presentan pruebas numéricas sobre un conjunto de ecuaciones integrales no lineales que muestran el comportamiento numérico de la implementación simbólica del método. Los resultados obtenidos indican que el método resuelve eficientemente las ecuaciones integrales no lineales de prueba.*

Palabras clave: Método residual, Ecuaciones de operadores no lineales, Ecuaciones integrales no lineales, Computación simbólica.

1 INTRODUCCIÓN

El problema de interés en este artículo es la resolución de ecuaciones integrales no lineales de Hammerstein, cuya formulación matemática es:

$$y(x) + \int_a^b \kappa(x, t)\varphi(t, y(t)) dx = g(x), \quad a \leq x \leq b, \quad (1)$$

donde la función $\varphi(t, y)$ es continua, el núcleo $\kappa(x, t)$ es continuo y simétrico, $\kappa(x, t) = \kappa(t, x)$, $g(x)$ es una función continua dada, y $y(x)$ es una función desconocida.

En los últimos años, diferentes métodos para resolver ecuaciones integrales se han desarrollado [1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 11, 12, 13], cuya característica común es generar aproximaciones de la solución en un número finito de puntos. En este trabajo proponemos utilizar el método RANOE [6] (*Residual Algorithm for Nonlinear Operator Equations*) para resolver la ecuación integral (1). RANOE es una variación y generalización de los métodos SANE [8] y DF-SANE [7] para sistemas de ecuaciones no lineales en \mathbb{R}^m .

Para ser más precisos, RANOE considera la ecuación de Hammerstein (1) como una ecuación de un operador no lineal definido en un espacio de funciones y luego encuentra sus ceros. Tales ceros son las funciones solución de la ecuación integral. Esta forma de interpretar la ecuación integral le permite a RANOE usar las bondades de la computación simbólica, es decir, definir simbólicamente la ecuación integral de Hammerstein (1) como un operador y luego encontrar sus ceros. Para ello usamos el Toolbox de Matemática Simbólica de Matlab.

Finalmente, presentamos resultados numéricos preliminares sobre un conjunto de ecuaciones integrales no lineales, donde observamos que la implementación simbólica de RANOE encuentra eficientemente la solución de las ecuaciones integrales de prueba.

2 EL MÉTODO

La ecuación integral de Hammerstein (1) se puede escribir como un operador, denominado forma abstracta de la ecuación de Hammerstein, que está definido como

$$Fy \equiv y + KNy - g = 0, \quad (2)$$

con K un operador lineal y N un operador no lineal, definidos respectivamente como

$$Ku(x) = \int_a^b \kappa(x, t)u(t) dt, \quad Nv(t) = \varphi(t, v(t)), \quad \text{para } u, v \in L^2[a, b],$$

donde $L^2[a, b]$ es el espacio de Hilbert de las funciones reales de cuadrado integrables en el intervalo $[a, b]$, con producto interno dado por

$$\langle u, v \rangle = \int_a^b u(x)v(x) dx, \quad \text{para } u, v \in L^2[a, b]. \quad (3)$$

2.1 Método RANOE y su versión simbólica para ecuaciones integrales

La Cruz [6] introduce el método RANOE para resolver ecuaciones de operadores no lineales $Fy = 0$, donde F actúa del espacio de Hilbert \mathbb{H} en sí mismo y F es continuo en \mathbb{H} . El espacio de Hilbert \mathbb{H} está equipado con el producto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ y la norma asociada $\| \cdot \| = \sqrt{\langle \cdot, \cdot \rangle}$.

Específicamente, RANOE genera una sucesión $\{y_n\} \subset \mathbb{H}$ de la forma $y_{n+1} = y_n + \lambda_n d_n$, donde $d_n = \pm \alpha_n Fy_n$, $\lambda_n \in [\lambda_{min}, \lambda_{max}]$, y $f(x) = \langle Fy, Fy \rangle = \|Fy\|^2$. El escalar α_n se escoge tal que $|\alpha_n| \in [\alpha_{min}, \alpha_{max}]$, donde $0 < \alpha_{min} \leq \alpha_{max} < \infty$; y $\gamma \in (0, 1)$, $0 < \lambda_{min} < \lambda_{max} < \infty$, están dados. Además, $\{\eta_n\}$ es una sucesión de números positivos previamente definida tal que $\sum_{k=0}^{\infty} \eta_k \leq \eta < \infty$. La descripción del método RANOE se muestra formalmente en el siguiente algoritmo.

Algoritmo 1 (Método RANOE)

Paso 0. Escoger $y_0 \in \mathbb{H}$, $0 < \alpha_{min} < \alpha_{max} < \infty$, $0 < \lambda_{min} < \lambda_{max} < \infty$, $0 < \gamma < 1$, y una sucesión positiva $\{\eta_n\}$ que satisface $\sum_{k=0}^{\infty} \eta_n \leq \eta < \infty$. Tomar $n := 0$.

Paso 1. Si $Fy_n = 0$ detener el proceso.

Paso 2. Escoger α_n tal que $|\alpha_n| \in [\alpha_{min}, \alpha_{max}]$.

Paso 3. Escoger $\lambda \in [\lambda_{min}, \lambda_{max}]$.

Paso 4. Tomar $d := \alpha_n Fy_n$.

Paso 5. Si $\lambda < \lambda_{min}$, escoger $\lambda \in [\lambda_{min}, \lambda_{max}]$.

Paso 6. Si $f(y_n - \lambda d) \leq f(y_n) + \eta_n - \gamma \lambda^2 \|d\|^2$, tomar $d_n = -d$, e ir al *Paso 9*.

Paso 7. Si $f(y_n + \lambda d) \leq f(y_n) + \eta_n - \gamma \lambda^2 \|d\|^2$, tomar $d_n = d$, e ir al *Paso 9*.

Paso 8. Escoger $\sigma \in (0, 1)$, tomar $\lambda := \sigma \lambda$, e ir al *Paso 5*.

Paso 9. Definir $\lambda_n = \lambda$, $y_{n+1} = y_n + \lambda_n d_n$, $n := n + 1$, e ir al *Paso 1*.

Los resultados de convergencia de RANOE los hemos omitidos. Un estudio riguroso de las propiedades de convergencia de RANOE se presenta en La Cruz [6]. Seguidamente mostramos un código en Matlab que describe la implementación simbólica de la n -ésima iteración de RANOE.

```
Fn = feval(Fun, yn, a, b);
fmn = feval('inner', Fn, Fn, a, b);
ya = yn - lam*alfan Fn;
Fa = feval(Fun, ya, a, b);
fma = feval('inner', Fa, Fa, a, b);
if(fma <= fmn + eta - gamma*(lam*alfan)^2*fmn)
    yn1 = yn - lam*alfan Fn;
else
    ya = yn + lam*alfan Fn;
    Fa = feval(Fun, ya, a, b);
    fma = feval('inner', Fa, Fa, a, b);
    if(fma <= fmn + eta - gamma*(lam*alfan)^2*fmn)
        yn1 = yn - lam*alfan Fn;
    end
end
```

Las variables yn , F_n , a , y b , se deben definir simbólicamente, lo cual se hace en Matlab con el comando `syms yn Fn a b`. También se debe definir previamente las funciones `Fun` e `inner`. La primera función es la expresión simbólica de (2), que se puede definir como

```
function F = Fun(y, a, b)
    syms x t
    F = y + int(k*phi, t, a, b) - g;
end
```

donde las variables k , ϕ y g , corresponden a las expresiones simbólicas de las funciones $\kappa(x, t)$, $\varphi(t, y(t))$ y $g(x)$, respectivamente. Ahora, la función `inner` es la expresión simbólica de (3), que se puede definir como

```
function p = inner(u, v, a, b)
    syms x
    p = int(u*v, x, a, b);
end
```

donde las variables u y v , corresponden a las expresiones simbólicas de las funciones $u(x)$ y $v(x)$, respectivamente. En esta última función la expresión $\text{int}(u*v, x, a, b)$ calcula la expresión simbólica del producto interno $\langle u, v \rangle$, que es un número real. Por ello, sin pérdida de generalidad, esta expresión se puede sustituir por una fórmula de cuadratura que aproxime el valor de la integral.

3 EXPERIENCIAS NUMÉRICAS

Ilustremos el comportamiento de la versión simbólica de RANOE en la resolución de un conjunto de ecuaciones de Hammerstein no lineales, que se muestran en el Anexo A. Todas las corridas se realizaron en un computador Centrino Duo en 2.4 GHz con 2 GB de RAM.

Tabla 1: Resultados numéricos de la versión simbólica de RANOE

P	$y_0(x)$	IT	EF	T	$y(x)$	e_*
1	1	32	48	2.12	$3 + 0.9999999998198694 x$	1.80e-10
1	$x^2 + 1$	32	48	2.07	$3 + 0.9999999998365872 x$	1.63e-10
1	$(x + 1)^{-1}$	32	48	2.09	$3 + 0.9999999998123670 x$	1.88e-10
1	$1 + x - 1 $	32	48	2.11	$3 + 0.9999999998302505 x$	1.70e-10
1	$\text{sen}(\cos(x))$	32	48	2.26	$3 + 0.9999999998134905 x$	1.87e-10
1	$e^{\tan(x)}$	33	49	2.37	$3 + 0.9999999998217661 x$	1.78e-10
2	1	34	56	2.70	$2 - 0.0000000001758151402242447 x - x^2$	1.76e-10
2	$x^2 + 1$	1	2	0.14	$2 - 3.512745649913995 \times 10^{-12} x - x^2$	3.51e-12
2	$(x + 1)^{-1}$	32	49	2.42	$2 - 9.282019597378621 \times 10^{-11} x - x^2$	9.28e-11
2	$1 + x - 1 $	31	47	2.34	$2 - 9.410916490537602 \times 10^{-11} x - x^2$	9.41e-11
2	$\text{sen}(\cos(x))$	32	49	2.48	$2 - 8.429679176913396 \times 10^{-11} x - x^2$	8.43e-11
2	$e^{\tan(x)}$	33	50	2.43	$2 + 7.590150730152345 \times 10^{-11} x - x^2$	7.59e-11
3	1	31	46	2.32	$-0.0000000001249711445439061 x^2 + \sqrt{x}$	1.25e-10
3	$x^2 + 1$	32	48	2.45	$6.037104149925199 \times 10^{-11} x^2 + \sqrt{x}$	6.04e-11
3	$(x + 1)^{-1}$	30	45	2.29	$0.0000000001337348010110873 x^2 + \sqrt{x}$	1.34e-10
3	$1 + x - 1 $	33	49	2.53	$7.859357609163453 \times 10^{-11} x^2 + \sqrt{x}$	7.86e-11
3	$\text{sen}(\cos(x))$	30	45	2.34	$9.635670039642719 \times 10^{-11} x^2 + \sqrt{x}$	9.64e-11
3	$e^{\tan(x)}$	33	49	2.50	$0.0000000001842936914187021 x^2 + \sqrt{x}$	1.84e-10
4	1	42	84	5.51	$1.000000000057889 x + 2.529465525924479 \times 10^{-11}$	8.32e-11
4	$x^2 + 1$	43	86	5.69	$0.9999999999505761 x - 2.879690930157608 \times 10^{-11}$	7.82e-11
4	$(x + 1)^{-1}$	40	80	5.27	$1.000000000043619 x + 1.810129823809348 \times 10^{-11}$	6.17e-11
4	$1 + x - 1 $	43	86	5.68	$0.9999999999499835 x - 2.909561480635148 \times 10^{-11}$	7.91e-11
4	$\text{sen}(\cos(x))$	41	82	5.38	$0.9999999999642082 x - 2.192557246871729 \times 10^{-11}$	5.77e-11
4	$e^{\tan(x)}$	44	88	5.77	$1.000000000043023 x + 1.780114944338607 \times 10^{-11}$	6.08e-11
5	1	100	440	13.59	$x + \pi/2 + 2.380851071848156 \times 10^{-11}$	2.38e-11
5	$x^2 + 1$	99	440	13.62	$x + \pi/2 - 2.773825613644476 \times 10^{-11}$	2.77e-11
5	$(x + 1)^{-1}$	100	444	13.68	$x + \pi/2 + 2.507416496655424 \times 10^{-11}$	2.51e-11
5	$1 + x - 1 $	100	446	13.77	$x + \pi/2 + 2.415179167769566 \times 10^{-11}$	2.42e-11
5	$\text{sen}(\cos(x))$	100	444	13.67	$x + 1/2 \pi + 2.520295083741075 \times 10^{-11}$	2.52e-11
5	$e^{\tan(x)}$	101	456	14.06	$x + 1/2 \pi + 1.143818373350314 \times 10^{-11}$	1.14e-11
6	1	36	54	2.04	$e^{3x+1} - 5.614841924739267 \times 10^{-11}$	5.61e-11
6	$x^2 + 1$	36	54	2.04	$e^{3x+1} - 4.426103927812619 \times 10^{-11}$	4.43e-11
6	$(x + 1)^{-1}$	37	56	2.18	$e^{3x+1} + 2.865929715767379 \times 10^{-11}$	2.87e-11
6	$1 + x - 1 $	37	55	2.07	$e^{3x+1} - 7.523137668385971 \times 10^{-11}$	7.52e-11
6	$\text{sen}(\cos(x))$	38	57	2.23	$e^{3x+1} + 2.864775083821769 \times 10^{-11}$	2.86e-11
6	$e^{\tan(x)}$	37	55	2.06	$e^{3x+1} - 6.224798454468328 \times 10^{-11}$	6.22e-11
7	1	32	51	4.21	$\ln(x + 1) - 2.270628129963370 \times 10^{-12} x$	2.27e-12
7	$x^2 + 1$	34	55	4.54	$\ln(x + 1) - 4.524824959162288 \times 10^{-12} x$	4.52e-12
7	$(x + 1)^{-1}$	33	53	4.41	$\ln(x + 1) - 5.408673509066375 \times 10^{-12} x$	5.41e-12
7	$1 + x - 1 $	33	53	4.41	$\ln(x + 1) + 0.0000000001623212675383456 x$	1.62e-10
7	$\text{sen}(\cos(x))$	33	53	4.38	$\ln(x + 1) - 5.370592859321732 \times 10^{-12} x$	5.37e-12
7	$e^{\tan(x)}$	35	58	4.76	$\ln(x + 1) - 4.834355138427782 \times 10^{-12} x$	4.83e-12
8	1	29	38	2.43	$\text{sen}(\pi x) + 3.510536306094991 \times 10^{-11} \cos(\pi x)$	3.51e-11
8	$x^2 + 1$	32	42	2.70	$\text{sen}(\pi x) + 1.612901479042250 \times 10^{-11} \cos(\pi x)$	1.61e-11
8	$(x + 1)^{-1}$	27	35	2.28	$\text{sen}(\pi x) - 5.295411331651678 \times 10^{-11} \cos(\pi x)$	5.30e-11
8	$1 + x - 1 $	31	41	2.64	$\text{sen}(\pi x) + 2.215852501485926 \times 10^{-11} \cos(\pi x)$	2.22e-11
8	$\text{sen}(\cos(x))$	27	35	2.29	$\text{sen}(\pi x) - 0.0000000001037283314797577 \cos(\pi x)$	1.04e-10
8	$e^{\tan(x)}$	29	39	2.48	$\text{sen}(\pi x) + 0.0000000001052075510044048 \cos(\pi x)$	1.05e-10

Implementamos a RANOE con los siguientes valores de sus parámetros: $\alpha_0 = 1$, $\alpha_{min} = 10^{-10}$, $\alpha_{max} = 10^{10}$, $\lambda_{min} = 10^{-10}$, $\lambda_{max} = 1$, y $\gamma = 10^{-4}$. Además, tomamos $\eta_n = \|Fy_0\|^2 4^{-n}$ para todo $n \geq 0$. Escogimos $\lambda = 1$ en el Paso 3, $\lambda = \lambda_{max}$ en el Paso 5 y $\sigma = 0.5$ en el Paso 7,

para todo $n \geq 0$. También calculamos el escalar α_n por la fórmula $\alpha_n = \langle s_n, s_n \rangle / \langle s_n, z_n \rangle$, donde $s_n = y_{n+1} - y_n$, y $z_n = Fy_{n+1} - Fy_n$. Sin embargo, si $|\alpha_n| \notin [\alpha_{min}, \alpha_{max}]$, reemplazamos a α_n por

$$\alpha_n = \begin{cases} 1, & \text{si } \|Fy_n\| > 1; \\ \|Fy_n\|^{-1}, & \text{si } 10^{-5} \leq \|Fy_n\| \leq 1; \\ 10^5, & \text{si } \|Fy_n\| < 10^{-5}. \end{cases}$$

Además, paramos el proceso cuando $\|Fy_n\| \leq 10^{-10}$.

En la Tabla 1 se muestran los resultados numéricos de RANOE para seis funciones iniciales $y_0(x)$. En esta tabla reportamos el número del problema (P), número de iteraciones (IT), número de evaluaciones de la función (FE), tiempo de CPU (T), la solución $y(x)$ encontrada y el error $e_\star = \max_{x \in [0,1]} |y_\star(x) - y(x)|$.

4 COMENTARIOS CONCLUYENTES

Desde el punto de vista teórico, si la ecuación integral de Hammerstein tiene una única solución y_\star , la sucesión $\{y_n\}$ generada por RANOE converge a y_\star . Si la ecuación integral posee un número finito de soluciones, la sucesión $\{y_n\}$ generada por RANOE converge a una de esas soluciones. Ahora bien, si la ecuación integral posee infinitas soluciones, entonces, bajo ciertas condiciones de las funciones $\varphi(t, y(t))$ y $\kappa(x, t)$, la sucesión $\{y_n\}$ generada por RANOE converge a una solución de la ecuación integral.

Por otra parte, las experiencias numéricas indican que la versión simbólica de RANOE encuentra eficientemente la solución de las ecuaciones integrales que se utilizaron de prueba. Por su simplicidad, RANOE es muy fácil de implementar, requiere un mínimo de memoria y, por esta razón, es atractivo para resolver ecuaciones integrales de Hammerstein no lineales.

Agradecimiento

La investigación fue soportada por el CDCH-UCV bajo el proyecto Nro. PI-08-7276-2008/1.

A ECUACIONES INTEGRALES DE PRUEBA

Seguidamente se dan la ecuación integral y su solución $y_\star(x)$.

Problema 1. ([11]) $y(x) = 3 + 0.6625x + \int_0^1 \frac{xt}{20} y^2(t) dt$, $0 < x < 1$, $y_\star(x) = 3 + x$.

Problema 2. ([11]) $y(x) = 2 - \frac{x}{3}(2\sqrt{2} - 1) - x^2 + \int_0^1 xt \sqrt{y(t)} dt$, $0 < x < 1$, $y_\star(x) = 2 - x^2$.

Problema 3. ([11]) $y(x) = \left(\frac{1}{2} - \ln 2\right)x^2 + \sqrt{x} + \int_0^1 \frac{x^2 t^2}{1 + y^2(t)} dt$, $0 < x < 1$, $y_\star(x) = \sqrt{x}$.

Problema 4. $y(x) = e^{-1}x + 2e^{-1} - 1 + \int_0^1 (x+t) e^{-y(t)} dt$, $0 < x < 1$, $y_\star(x) = x$.

Problema 5. $y(x) = x + \frac{\pi}{2} - \text{sen}\left(\frac{2+\pi}{2}\right) + \int_0^1 \cos(y(t)) dt$, $0 < x < 1$, $y_\star(x) = x + \frac{\pi}{2}$.

Problema 6. $y(x) = e^{3x+1} - \frac{5}{2} + \int_0^1 \ln(y(t)) dt$, $0 < x < 1$, $y_\star(x) = e^{3x+1}$.

Problema 7. $y(x) = \ln(x+1) + 2 \ln 2(1-x \ln 2 + 2x) - 2x - \frac{5}{4} + \int_0^1 (x-t) y^2(t) dt$, $0 < x < 1$, $y_*(x) = \ln(x+1)$.

Problema 8. ([2]) $y(x) = \operatorname{sen}(\pi x) + \frac{1}{5} \int_0^1 \cos(\pi x) \operatorname{sen}(\pi t) y^3(t) dt$, $0 < x < 1$,
 $y_*(x) = \operatorname{sen}(\pi x) + \frac{20-\sqrt{391}}{3} \cos(\pi x)$.

REFERENCIAS

- [1] ABBASBANDY, S., Numerical Solution of Integral Equation: Homotopy Perturbation Method and Adomians's Decomposition Method, *Appl. Math. Comput.*, vol. 173, pp. 493–500, 2006.
- [2] AWAWDEH, F., & ADAWI, A., A Numerical Method for Solving Nonlinear Integral Equations, *International Mathematical Forum*, vol. 17, pp. 805–817, 2009.
- [3] BUGAJEWSKI, D., On BV-Solutions of Some Nonlinear Integral Equations, *Integral Equations and Operator Theory*, vol. 46, pp. 387–398, 2003.
- [4] DEEBA, E. & XIE, S., Numerical Approximation for Integral Equations, *IJMMS*, vol. 20, pp. 1057–1065, 2004.
- [5] GUTIÉRREZ, J.M., HERNÁNDEZ, M.A., & SALANOVA, M.A., On the Approximate Solution of Some Fredholm Integral Equations by Newton's Method, *Southwest Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol. 1, pp. 1–9, 2004.
- [6] LA CRUZ, W., A Residual Method for Solving Nonlinear Operator Equations and their Application to Nonlinear Integral Equations Using Symbolic Computation. Submitted for publication in *Applied Mathematics and Computation*, 2009.
- [7] LA CRUZ, W., MARTÍNEZ, J.M., & RAYDAN, M., Spectral Residual Method Without Gradient Information for Solving Large-Scale Nonlinear Systems of Equations, *Mathematics of Computation*, vol. 75, pp. 1429–1448, 2006.
- [8] LA CRUZ W. & RAYDAN, M., Nonmonotone Spectral Methods for Large-Scale Nonlinear Systems, *Optimization Methods & Software*, vol. 18, pp. 583–599, 2003.
- [9] LAKESTANI, M., RAZZAGHI, M. & DEGHAN, M., Solution of Nonlinear Fredholm-Hammestein Integral Equations By Using Semiorthogonal Spline Wavelets, *Mathematical Problems in Engineering 2005*, vol. 1, pp. 113–121, 2005.
- [10] LAN, X., Variational Iteration Method for Solving Integral Equations, *Computers and Mathematics with Applications*, vol. 54, pp. 1071–1078, 2007.
- [11] LEPIK, U, & TAMME, E., Solution of Nonlinear Fredholm Integral Equations Via the Haar Wavelet Method, *Proc. Estoman Acad. Sci. Phys. Math.*, vol. 56, pp. 17–27, 2007.
- [12] MALEKNEJAD, K, SOHRABI, S., & ROSTAMI, Y., Numerical Solution of Nonlinear Volterra Integral Equations of the Second Kind by Using Chebyshev Polynomials, *Applied Mathematics and Computation*, vol. 188, pp. 123–128, 2007.
- [13] POLYANIN, A. & MANZHIROV, A., *Hanbook of Integral Equations*, Second Edition, Chapman & Hall/CRC, New York, 2008.

COMPLEXITY AND NONTRIVIAL COLLECTIVE BEHAVIOR IN DYNAMICAL NETWORKS

Miguel Escalona-Moran

angele@ula.ve

Departamento de Calculo and Grupo de Ingenier a Biomedica (GIBULA), Facultad de Ingenier a, Universidad de Los Andes, La Hechicera, 5101 Merida, Venezuela.

Laboratoire Traitement du Signal et de l'Image (LTSI) Universite Rennes 1, Campus Scientifique de Beaulieu, Bat. 22, 35042 Rennes Cedex, France.

LTSI, INSERM U 642, Universite Rennes 1, Campus de Beaulieu, Bat. 22, 35042 Rennes Cedex, France.

Mario G. Cosenza

mcosenza@ula.ve

Centro de F sica Fundamental, Area de Caos y Sistemas Complejos, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, 5101 Merida - Venezuela.

Abstract. *We investigate the relationship between a measure of statistical complexity and the emergence of nontrivial collective behavior in networks of interacting chaotic elements that can be regarded as examples of complex systems. We consider networks of globally coupled homogeneous and heterogeneous chaotic maps, and calculate both the complexity and the mean field of these systems as functions of the strength of the coupling parameter. We show that the emergence of nontrivial collective behavior, as revealed by the presence of periodic oscillations in the mean field, is associated to high values of statistical complexity. Thus, this measure of complexity may be used to characterize the onset of nontrivial collective behavior in dynamical networks. Our results add support to the view of complexity as an emergent behavior, that is absent at the local level, in systems of interacting elements.*

Key words: collective behavior, complexity, heterogeneity, complex systems.

1 INTRODUCTION

In recent times, the study of complex systems has become a new paradigm for the search of a unified description of the mechanisms of emergence of organization, structures and functionality in natural and artificial phenomena in diverse contexts [1, 2, 3, 4]. One common feature found among the prevalent viewpoints on the meaning of complexity is emergent behavior: collective structures, patterns and functions that are absent at the local level arise from simple interaction rules between the constitutive elements in a system. Phenomena such as the formation of spatial

patterns, collective oscillations, synchronization of chaos in spatiotemporal systems, spiral waves, segregation and differentiation, growth of domains, motion of swarms, bird flocks, and fish schools, social consensus, and economic crashes are examples of self-organizing processes that occur in various contexts such as physical, chemical, physiological, biological and social and economic systems.

Nontrivial collective behavior provides an interesting example of emergent global properties in the context of systems of interacting chaotic elements [5, 6, 7]. This phenomenon is characterized by a well defined evolution of macroscopic quantities coexisting with local chaos. Models based on coupled map networks have been widely used in the investigation of collective phenomena that appear in many complex systems [3]. In particular, nontrivial collective behavior can occur in networks of coupled chaotic maps, such as regular Euclidean lattices [6, 8], one-dimensional lattices [9], fractal geometries [10], and globally coupled systems [5, 11, 12, 13].

In this paper, we investigate the relationship between complexity and the emergence of nontrivial collective behavior in chaotic dynamical networks. We calculate a measure of complexity as a function of a parameter of the system and show that the appearance of nontrivial collective behavior is associated to high values of complexity. We employ the concept of statistical complexity, introduced by Lopez-Ruiz *et al.* [14]. This quantity is based on the statistical description of a system at a given scale, and it has been shown to be capable of discerning among different macroscopic structures emerging in complex systems [15].

2 STATISTICAL COMPLEXITY AND GLOBALLY COUPLED CHAOTIC MAP NETWORKS

The measure of statistical complexity that we shall use can characterize the emergence of structures and macroscopical patterns in complex systems. The level of complexity is given by the interplay between the entropy, and a sort of *distance* to the equipartition in a system, named the disequilibrium. This statistical complexity is defined as [14]

$$C = H \cdot D = -K \sum_{s=1}^R p_s \log p_s \cdot \sum_{s=1}^R \left(p_s - \frac{1}{R} \right)^2, \quad (1)$$

where H and D are, respectively, the entropy and the disequilibrium; p_s represents the probability associated to the state s ; R is the number of states that the system possesses at the given level of description, and K is a positive constant. Note that p_s may vary for different levels of observation, reflected in R . The measure C can quantify relative values of complexity in a specific system at a given scale.

To investigate the statistical complexity associated to the ordered collective dynamics that arise from interacting chaotic elements, we consider a system of N globally coupled chaotic maps, where the state of map i ($i = 1, 2, \dots, N$) at discrete time t is denoted by $x(t)^i$. The evolution of the state of each map is assumed to depend on its own local dynamics and on its interaction with all the other maps in the system. Thus, we consider a network of maps subjected to a global interaction

$$x_{t+1}^i = (1 - \epsilon) f_i(x(t)^i) + \frac{\epsilon}{N} \sum_{j=1}^N f_j(x(t)^j), \quad (2)$$

where the function $f_i(x(t)^i)$ describes the local dynamics of element i , and ϵ is the coupling parameter. The usual homogenous globally coupled map system [5] corresponds to having the same local function for all the elements, i.e., $f_i(x(t)^i) = f(x(t)^i)$. As local chaotic dynamics we choose the logarithmic map $f(x) = b + \ln|x|$, $x \in (-\infty, \infty)$, where b is a real parameter. This map does not belong to the standard class of universality of unimodal or bounded maps. Robust chaos occurs in the parameter interval $b \in [-1, 1]$, with no periodic windows and no separated chaotic bands on this interval [16]. Heterogeneity in the local maps in Eq. 2 is introduced by taking $f_i(x(t)^i) = b_i + \ln|x(t)^i|$, with the values of the parameters b_i uniformly distributed in the interval $[-1, 1]$. Each of these examples exhibits nontrivial collective behavior in some range of their parameters [17].

As the macroscopic variable for the system Eq. 2, we consider the instantaneous mean field defined as

$$h(t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f_j(x(t)^j). \quad (3)$$

Figure (1.a) shows the bifurcation diagram of the mean field $h(t)$ for the homogenous globally coupled map network, Eq. 2, as a function of the coupling strength ϵ . The local parameter is fixed at $b = 0$ for all maps and the system size is $N = 10^4$. For each value of ϵ , the mean field was calculated at each time step during a run of 10^2 iterates starting from random initial conditions on the local maps, uniformly distributed on the interval $x_0^i \in [-8, 8]$, after discarding 10^3 transients. The local maps are chaotic and desynchronized (see Fig. (1.b)). However, the mean field in Fig. (1.a) reveals the existence of global periodic attractors for some intervals of the coupling parameter. Different collective states emerge as a function of the coupling ϵ . In this representation, collective periodic states at a given value of the coupling appear as sets of vertical segments which correspond to intrinsic fluctuations of the periodic orbits of the mean field. Increasing the system size N does not decrease the amplitude of the collective periodic orbits. Moreover, when N is increased the widths of the segments that make a periodic orbit in the bifurcation diagrams such as in Fig. (1.a) shrink, indicating that the global periodic attractors become better defined in the large system limit.

Figure (1.c) shows the complexity C as a function of ϵ . Here, the observation level was set at $R = 20$. When the value of ϵ is small, the bifurcation diagram of $h(t)$ shows a period-one collective attractor, which implies that for this parameter range the mean field of the system follows the standard statistical behavior of uncorrelated disordered variables. By definition, a random distribution has a complexity $C = 0$; the complexity measure considers the macroscopical variable as completely organized in just one state. The complexity C remains zero up to a critical value of the coupling $\epsilon_c \simeq 0.21$, when period-two collective states arise in the dynamics of the mean field $h(t)$. The onset of the complexity at the value ϵ_c resembles a first order phase transition. By varying the value of the coupling parameter, different levels of the complexity measure C are obtained in different windows of ϵ corresponding to different collective oscillations in the mean field of the system.

Figure (1.d) shows the bifurcation diagram of $h(t)$ as a function of ϵ for the globally coupled heterogenous map network. In this case the local parameters b_i are randomly set with a uniform distribution in the chaotic interval, i.e., $b_i \in [-1, 1]$. The local dynamics are again chaotic,

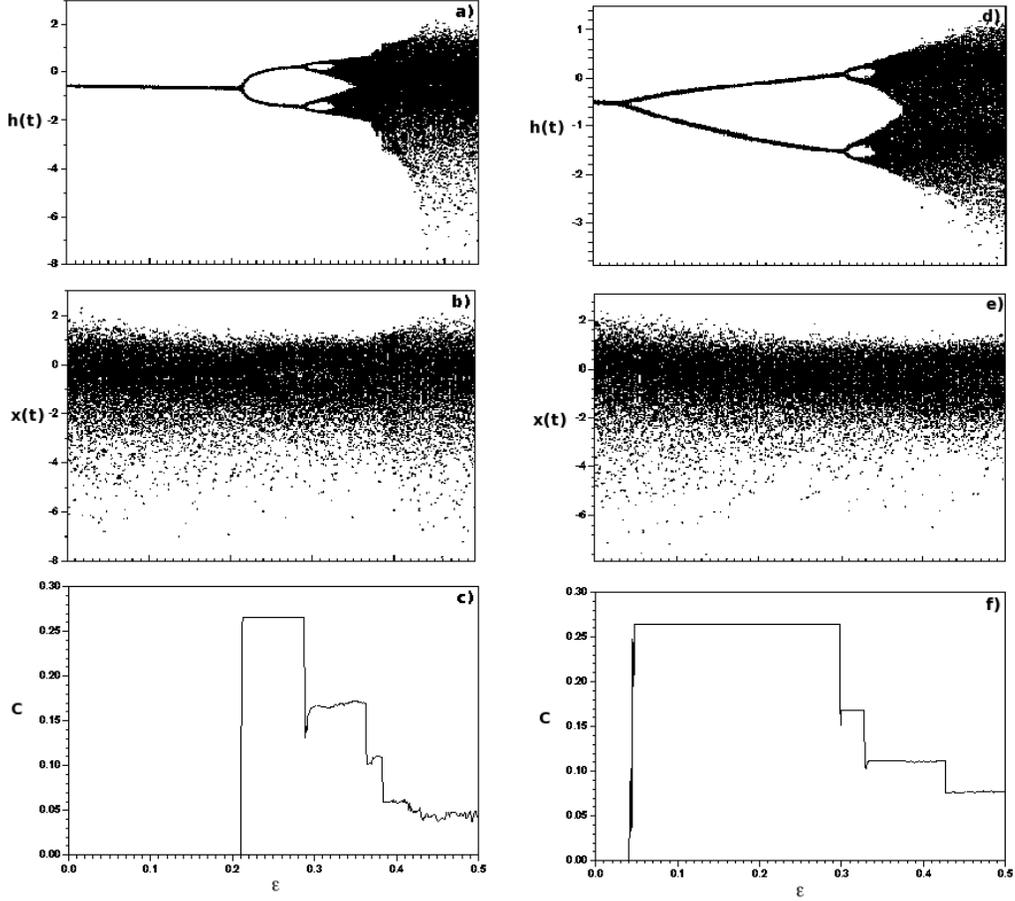


Figure 1: (a) Bifurcation diagram $h(t)$ vs ϵ for a globally coupled homogeneous map network, Eq. (3), with $b = 0$ and $N = 10^4$. (b) Bifurcation diagram of a local map $x(t)^i$ versus ϵ , exposing the underlying chaotic dynamics. (c) Complexity as a function of ϵ . (d) Bifurcation diagram of $h(t)$ as a function of ϵ for a globally coupled heterogeneous map network, Eq. (3), with $b_i \in [-1, 1]$ and $N = 10^4$. (e) Bifurcation diagram of a local map $x(t)^i$ versus ϵ , revealing the local chaotic dynamics. (f) Complexity as a function of ϵ .

Fig. (1.b), yet collective periodic behavior arise in some intervals of the coupling parameter. Figure (1.c) shows the complexity C as a function of ϵ for this globally coupled heterogeneous map network. The emergence of nontrivial collective behavior is manifested in the high levels of complexity after the critical value of the coupling $\epsilon_c \simeq 0.04$. The emergence of ordered collective behavior in the coupled map network, Eq. (2), cannot be attributed to the existence of windows of periodicity nor to chaotic band splitting in the local dynamics. Local chaos can coexist with periodic oscillations at a macroscopic level. Both Fig (1 a, b, c) and Fig. (1 d, e, f) show that higher values of complexity are associated to the occurrence of nontrivial collective behavior in a network of interacting dynamical elements. This result adds support to the view of complexity as an emergent behavior in a system; in this case the observed ordered collective behavior is not present in the isolated constitutive elements, but arises due to their interaction.

The measure of statistical complexity that we have employed depends on the observation level

or number of states R considered for the computations. To explore this dependence, in Fig. (2) we plot the statistical complexity as a function of R in the heterogeneous globally coupled map system, for two different values of the coupling parameter ϵ . The continuous line shows the complexity measured at $\epsilon = 0.2$, where a global period-two orbit is found, while the dotted line corresponds to the complexity measured at $\epsilon = 0.014$, where a global fixed point attractor takes place (Fig. (1.d)).

When the number of states is small, the system possesses a low level of statistical complexity. Figure (2) shows that the statistical complexity tends to constant, asymptotic values when the number of states R increases. Both globally coupled networks show a similar behavior. For both networks, the number of states used in the above computations was $R = 20$, where C has reached asymptotic values.

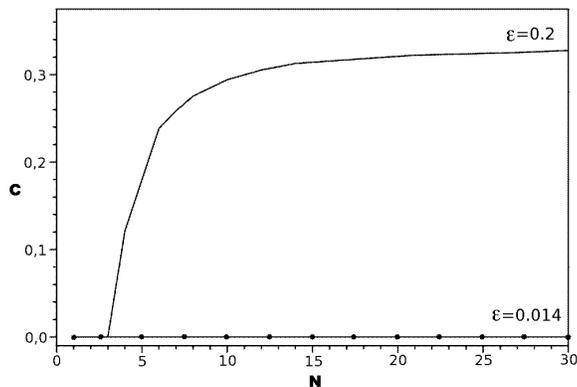


Figure 2: Complexity level C for several number of states R for the heterogenous globally coupled maps system at two different coupling strength. The continuous line corresponds to $\epsilon = 0.2$ and the dotted line to $\epsilon = 0.014$.

3 CONCLUSIONS

We have shown that a macroscopic quantity such as the mean field of networks of chaotic maps contains relevant information about the complexity of the system, which cannot be derived from the knowledge of the behavior of the individual maps. A high degree of complexity is associated to the emergence of nontrivial collective behavior in dynamical chaotic networks.

We have been employed maps displaying robust chaos as local dynamics because the emergence of ordered collective behavior in these coupled systems cannot be attributed to the existence of windows of periodicity nor to chaotic band splitting at the local level. That system can be chaotic at a local level and simultaneously periodic at a macroscopic level. Thus, there should exist some sharing of information among the elements of the network that leads to a nontrivial collective behavior. It should be noticed that in all cases the local dynamics do not experience notable change before and after the transition to nontrivial collective behavior, since local maps are always chaotic. The increase of complexity can be interpreted as a manifestation of the emergence of organization in these systems.

These results can be related to those of Cisneros *et al.* [17] who showed that the prediction error used to measure the mutual information transfer between a local and a global variable

in similar networks decreased when nontrivial collective behavior arises in the system. Thus, a high level of complexity can also be associated to an increase in the information transfer between macroscopic and microscopic variables in a system. Our results indicate that statistical complexity can be a useful quantity to characterize the transition to ordered collective behavior in chaotic spatiotemporal systems. The measure used in this work may also serve to characterize the relative complexity in other systems of interacting elements.

Acknowledgements

M.E-M acknowledges support from Consejo de Desarrollo Científico, Humanístico y Tecnológico, Universidad de Los Andes, Venezuela, under grant I-1213-09-05-A.

REFERENCES

- [1] R. Badii and A. Politi, *Complexity: Hierarchical structures and scaling in Physics*, Cambridge University Press (1997).
- [2] A. Mikhailov and V. Calenbuhr, *From Swarms to Societies: Models of complex behavior*, Springer, Berlin (2002).
- [3] K. Kaneko and I. Tsuda, *Complex Systems: Chaos and beyond*, Springer, Berlin (2000).
- [4] N. Boccara, *Modeling Complex Systems*, Springer-Verlag, New York (2004).
- [5] K. Kaneko, Phys. Rev. Lett. **65**, 1391 (1990).
- [6] H. Chate and P. Manneville, Prog. Theor. Phys. **87**, 1 (1992).
- [7] S. C. Manrubia, A. Mikhailov, and D. H. Zanette, *Emergence of Dynamical Order*, World Scientific, Singapore (2004).
- [8] H. Chate and P. Manneville, Europhys. Lett. **17**, 291 (1992)
- [9] M. G. Cosenza, Phys. Lett. A **204**, 128 (1995).
- [10] M. G. Cosenza, Physica A **257**, 357 (1998).
- [11] A. S. Pikovsky and J. Kurths, Phys. Rev. Lett. **72**, 1644 (1994).
- [12] T. Shibata and K. Kaneko, Phys. Rev. Lett. **81**, 4116 (1998).
- [13] M. G. Cosenza and J. Gonzalez, Prog. Theor. Phys. **100**, 21 (1998).
- [14] R. Lopez-Ruiz, H. L. Mancini, and X. Calbet, Phys. Lett. A **209**, 321 (1995).
- [15] J. R. Sanchez and R. Lopez-Ruiz, *Physica A* **355**, 633 (2005).
- [16] T. Kawabe and Y. Kondo, Prog. Theor. Phys. **85**, 759 (1991).
- [17] L. Cisneros, J. Jimenez, M. G. Cosenza, and A. Parravano, Phys. Rev. E **65**, 045204(R) (2002).

FRACTIONATION SCHEME ANALYSIS WITH A SIMPLE KINETIC MODEL FOR TUMOR GROWTH

Rafael Martín-Landrove^{1,2,3}

Miguel Martín-Landrove^{2,4}

Nilo Rafael Guillén-Rodríguez²

rmartin@fisica.ciens.ucv.ve

mmartin@fisica.ciens.ucv.ve

nguillen@fisica.ciens.ucv.ve

¹Centro de Física Teórica y Computacional, ²Centro de Física Molecular y Médica, Escuela de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, ³Física Médica C. A. y ⁴Centro Diagnóstico Docente Las Mercedes, Caracas, Venezuela.

Abstract

The linear-quadratic model has been widely used to describe tumor survival curves for doses under 10-15 Gy. The absence of a proposed mechanism behind the linear-quadratic model is an important limitation for the proper interpretation of clinical results. Models based on a detailed mechanism have the unpleasant feature of a large number of parameters, which makes also the interpretation and use in quantitative radiobiology a very hard task. In this work a simple microscopic kinetic model based on reversible and irreversible DNA damage is used in order to analyze fractionated as well as continuous treatment plans. For cellular death the effect to be considered is the irreversibility of DNA damage and it could happen in a single direct step or in a two-step process where the generation of an intermediate reversible DNA damage could take place and it does not interfere with the tumor proliferation process. This model is able to describe the survival curves at high and low LET and its fundamental parameters are related in a simple way to the ones of the linear-quadratic model. From the clinical point of view it is important to have a model that allows the study of the system evolution and at the same time is able to provide its relation to the absorbed dose for treatment planning.

Keywords: Tumor Growth, Kinetic Model, Hyperfractionation, Hypofractionation

1. INTRODUCTION

The linear-quadratic model (LQ model) has been widely used in the literature to describe tumor survival curves (a survival fraction S as a function of applied radiation dose D) for doses under 15-20 Gy per fraction with a reasonable degree of success [1]. It is characterized by a simple function given by

$$S = \exp(-\alpha D - \beta D^2) \quad (1)$$

where α and β are the fundamental parameters commonly used in treatment analysis. In this approach the mechanistic basis is completely absent and the relation of this parameter set with particular effects in tumor tissue is unknown [2]. On the other hand, models based on detailed mechanisms are characterized by a large set of parameters which normally leads to a difficult extraction and use of these quantities for quantitative radiobiological applications [3]. Then in clinical practice there is a need for models of intermediate complexity where the relation between the effects in tumor tissue and linear-quadratic parameter set can be establish easily. This was the main motivation for a previous work [4] and in what follows some features related to the application of the proposed model will be considered.

2. ESSENTIAL FEATURES OF THE PROPOSED KINETIC MODEL

From the clinical point of view it is important to have a model that allows the study of the system evolution and at the same time is able to provide its relation to the absorbed dose [4]. For cellular death the effect to be considered is the irreversibility of DNA damage and it could happen in a single direct step or in a two-step process where the generation of an intermediate reversible DNA damage could take place and it does not interfere with the tumor proliferation process [5]. Under the assumption that the number of DNA chains is proportional to the number of cells, the equations which govern the evolution of the system are given by

$$\begin{aligned} dN/dt &= [-\alpha_0 \ln(N/N_\infty) - (1 + \gamma)\kappa_{RAD}(t)]N + \kappa_{REP}N_R \\ dN_R/dt &= \kappa_{RAD}(t)(N - N_R) - \kappa_{REP}N_R & dN_{NR}/dt &= \kappa_{RAD}(t)(N_R + \gamma N) \end{aligned} \quad (2)$$

where N is the number of clonogenic cells with undamaged DNA, N_R is the number of cells with reversible DNA damage and N_{NR} is the number of cells with irreversible DNA damage. At the same time α_0 and N_∞ are Gompertz model parameters and κ_{REP} is the probability per unit time for DNA repair. The probability per unit time for radiation reversible damage of DNA is given by κ_0 , as well as $\gamma\kappa_0$ is the probability per unit time for radiation irreversible DNA damage, t_0 is the treatment or fraction elapsed time and

$$\kappa_{RAD}(t) \equiv \kappa_0 \theta(t) \theta(t_0 - t) \quad (3)$$

Equations (2) allow the description of fractionated as well as continuous irradiation. Since it is

convenient to handle dimensionless quantities for the analysis, the relevant transformation is given by

$$\xi \equiv N_R/N \quad \zeta \equiv N_{NR}/N \quad \phi \equiv \ln(N/N_\infty) \quad \Psi \equiv e^{-\phi} \quad X \equiv e^{-\phi}\xi \quad Z \equiv e^{-\phi}\zeta \quad (4a)$$

$$\tau \equiv \kappa_0 t \quad \tau_0 \equiv \kappa_0 t_0 \quad \nu \equiv \alpha_0/\kappa_0 \quad \sigma \equiv \kappa_{REP}/\kappa_0 \quad (4b)$$

where τ_0 and τ can be regarded as the probabilities for reversible DNA damage for elapsed times t_0 and t , as well as those times measured in κ_0^{-1} units. Then σ can be seen as the relative probability for repair and ν is the relative probability for growth. Then for $0 \leq \tau \leq \tau_0$, when irradiation is taking place in one fraction (under a hypofractionation scheme or one fraction in large series of fractions, which is a hyperfractionation scheme), the evolution is described by

$$d\Psi/d\tau = -\nu\Psi \ln \Psi + (\gamma + 1)\Psi - \sigma X \quad dX/d\tau = \Psi - (1 + \sigma)X \quad dZ/d\tau = \gamma\Psi + X \quad (5)$$

For $\tau > \tau_0$ the post-irradiation evolution is described by

$$d\Psi/d\tau = -\nu\Psi \ln \Psi - \sigma X \quad dX/d\tau = -\sigma X \quad dZ/d\tau = 0 \quad (6)$$

The survival fraction, a fundamental tool for treatment analysis, can be written as [4]

$$S \equiv (1 + \xi)/(1 + \xi + \zeta) = (\Psi + X)/(\Psi + X + Z) \quad (7)$$

If the absorbed dose rate dD/dt is taken as constant, there is a simple linear relation in order to get the connection between dose and the evolution parameters and it is given by [4]

$$\omega D \equiv \kappa_0 t_0 = \tau_0 = \omega t_0 (dD/dt) \quad \kappa_0 \equiv \omega (dD/dt) \quad (8)$$

The proposed model parameters and the ones of LQ model are related by [4]

$$\alpha = \gamma\omega \quad \beta = \omega^2(1 - 2\gamma + \gamma\nu|\phi_0|)/2 \quad \alpha/\beta = (2\gamma/\omega)/(1 - 2\gamma + \gamma\nu|\phi_0|) \quad (9)$$

One feature of Eqs. (9) is the complete absence of σ and this fact seems to be in direct contradiction to the widely accepted idea that the appearance of a shoulder (related to the quadratic dependence on the dose and then to the β parameter) in survival curves for the LQ model is due to repair mechanisms. A possible explanation is that repair mechanisms are not very important during the irradiation process and it is going to be analyzed in what follows.

The set of Eqs. (5) is a nonlinear system and then, in principle, a fourth order Runge-Kutta algorithm can be used to obtain a numerical solution. In general derivatives are far more sensitive to truncation and rounding errors than integrals and then it is more convenient to rewrite Eqs (5) as a set of integral equations and its solution can be obtained in principle through an iteration process. The resultant integral equation set is given by

$$\Psi(\tau) = \exp\left\{-\phi_0 e^{-\nu\tau} + (\gamma + 1)(1 - e^{-\nu\tau})/\nu - \sigma e^{-\nu\tau} \int_0^\tau d\tau' e^{\nu\tau'} [X(\tau')/\Psi(\tau')]\right\} \quad (10a)$$

$$X(\tau) = X_0 e^{-(1+\sigma)\tau} + e^{-(1+\sigma)\tau} \int_0^\tau d\tau' e^{(1+\sigma)\tau'} \Psi(\tau') \quad (10b)$$

$$Z(\tau) = Z_0 + \int_0^\tau d\tau' [\gamma\Psi(\tau') + X(\tau')] \quad (10c)$$

where ϕ_0 , X_0 and Z_0 are the initial conditions for $\phi(\tau)$, $X(\tau)$ and $Z(\tau)$. The first step for the iteration algorithm is to take $\Psi(\tau)$ with $\sigma = 0$ in Eq. (10a) and then replace it in Eq. (10b) in order to obtain a first approximation for $X(\tau)$. A new $\Psi(\tau)$ can be obtained by replacing the previous $\Psi(\tau)$ and $X(\tau)$ in Eq. (10a). This procedure is going to continue until the conditions $\|\Psi_{NEW}(\tau) - \Psi_{OLD}(\tau)\|_\infty < \varepsilon$ and $\|X_{NEW}(\tau) - X_{OLD}(\tau)\|_\infty < \varepsilon$ are reached for some predetermined value of ε in the domain τ of interest. Finally $Z(\tau)$ is obtained through Eq. (10c). In the absence of repair mechanism (which is indeed the case for high LET) we have $\sigma = 0$ (i. e., zero relative probability for repair) and then for $0 \leq \tau \leq \tau_0$ the solution is given by

$$\Psi(\tau) = \exp\left[-\phi_0 e^{-\nu\tau} + (\gamma + 1)(1 - e^{-\nu\tau})/\nu\right] \quad (11a)$$

$$X(\tau) = X_0 e^{-\tau} + e^{(\gamma+1)/\nu} \left\{ 1 - e^{-\tau} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n [\phi_0 + (\gamma + 1)/\nu]^n (e^{-n\nu\tau} - e^{-\tau})/n!(1 - n\nu) \right\} \quad (11b)$$

$$Z(\tau) = Z_0 + X_0(1 - e^{-\tau}) + e^{(\gamma+1)/\nu} \left\{ \tau - 1 + e^{-\tau} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n [\phi_0 + (\gamma + 1)/\nu]^n [\gamma(e^{-n\nu\tau} - 1) + (1 - e^{-n\nu\tau})/n\nu - 1 + e^{-\tau}]/n!(1 - n\nu) \right\} \quad (11c)$$

For the $\tau > \tau_0$ and $\sigma = 0$ we have $X(\tau) = X_0$, $Z(\tau) = Z_0$ and $\Psi(\tau) = \exp[-\phi_0 \exp(-\nu\tau)]$, i. e., in the absence of repair mechanism and irradiation only clonogenic cells will grow in number.

3. SMALL RELATIVE PROBABILITY FOR REPAIR σ DURING IRRADIATION

In order to verify that in actual cells the relative probability for repair σ is going to be small or negligible, experimental survival fraction curves of hamster V-79 cells in late S phase are considered [6] as a gold standard. In an experiment with 20 keV/ μm we have a low LET (Linear Energy Transfer) case and LQ model parameters are $\alpha = 0.09933 \text{ Gy}^{-1}$ and $\beta = 0.04 \text{ Gy}^{-2}$. In the same way we consider another experiment with 127 keV/ μm where we have a high LET case and $\alpha = 0.822 \text{ Gy}^{-1}$ and $\beta = 0$. Under the assumption that ω does not depend on LET, the following ratio can be found [4]

$$\gamma_{\text{Low LET}}/\gamma_{\text{High LET}} = \alpha_{\text{Low LET}}/\alpha_{\text{High LET}} = 0.1135... \quad (12)$$

Since $\gamma_{\text{HighLET}} = 1$, it implies that $\gamma_{\text{LowLET}} = 0.1135\dots$ as expected. The probability of irreversible damage is one order of magnitude less at low LET. From Eq. (12) ω can be estimated as

$$\omega = \alpha_{\text{LowLET}} / \gamma_{\text{LowLET}} = \alpha_{\text{HighLET}} / \gamma_{\text{HighLET}} = 0.822 \text{ Gy}^{-1} \quad (13)$$

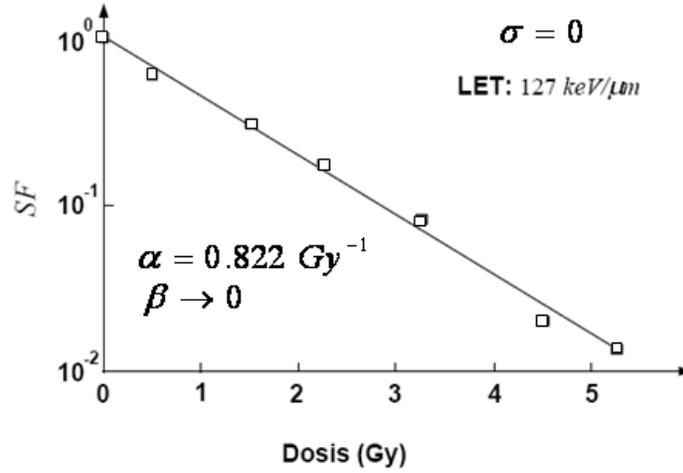


Figure 1- Survival fraction for high LET. The curves for LQ and proposed models are superposed as expected.

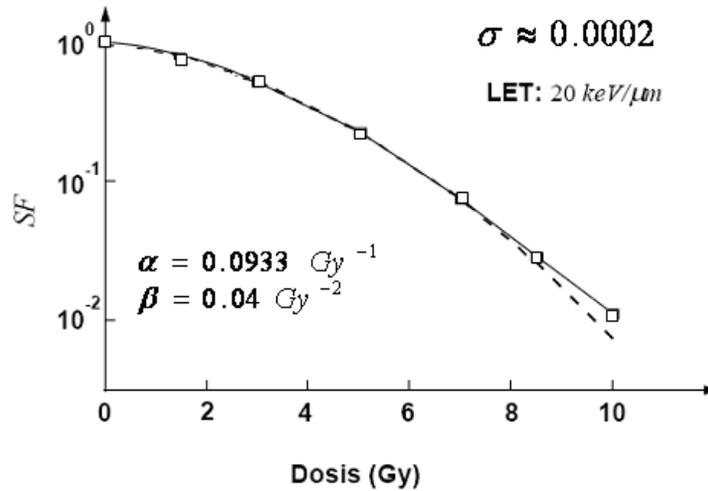


Figure 2 - Survival fraction for low LET. The dashed line is provided by the LQ model and the solid one by the proposed model through the above mentioned iteration process. Although the relative repair probability is not zero, it is very small as expected.

and for Gompertz parameters there are relations like

$$\begin{aligned} [\nu \ln(N_{\infty}/N_0)]_{\text{HighLET}} &= 1 & [\nu \ln(N_{\infty}/N_0)]_{\text{LowLET}} \\ & & = (1 - 2\gamma_{\text{LowLET}} - 2\beta_{\text{LowLET}}/\omega^2) / \gamma_{\text{LowLET}} = 5.767 \end{aligned} \quad (14)$$

The results for high LET ($\sigma = 0$) using Eqs. (11) and LQ model are shown in Fig. 1. There is no practical difference between these models. For low LET the results obtained from Eqs. (10) are shown in Fig. 2. The LQ model cannot provide accurate results around 10 Gy. The proposed model performs better but with a very small relative repair probability. Since σ is a ratio of probabilities, the probability per unit time for repair should be very small when it is compared with the probability per unit time to induce radiation damage or in other words, during the irradiation time events related to damage occur at a much greater pace than events related to repair. In a standard hyperfractionation scheme irradiation time is short when it is compared to the waiting time between fractions, where the repair process is the dominant effect.

4. CONCLUSIONS

It seems to be important to consider DNA damage in two steps, one reversible and another irreversible. The independence of α and β on σ is predicted by the proposed model and it seems to be related to actual living cells. The relative low probability for repair events can in principle explain this lack of dependence during the irradiation time.

REFERENCES

- [1] Kirkpatrick, J. P., Brenner, D. J. & Orton, C., The Linear-Quadratic Model is Inappropriate to Model High Dose per Fraction in Radiosurgery, *Medical Physics*, vol. 36, pp. 3381-3384, 2009.
- [2] Zaider, M., There is No Mechanistic Basis for the Use of the Linear-Quadratic Expression in Cellular Survival Analysis, *Medical Physics*, vol. 25, pp. 791-792, 1998.
- [3] Curtis, S., Lethal or Potentially Lethal Model, *Radiation Research*, vol. 106, pp. 252-270, 1986. Stewart, R., Two Lesion Kinetic Model, *Radiation Research*, vol. 156, pp. 365-378, 2001.
- [4] Martín-Landrove, R., Guillén-Rodríguez, N. R. & Martín-Landrove, M., A Kinetic Model for Tumor Survival Curves: Its Relation to the Linear-Quadratic Model. In Dössel, O. & Schlegel, W. C. (Eds.), *World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering, IFMBE Proceedings*, Vol. 25/III pp. 508-511, Springer-Verlag, 2009.
- [5] Brenner, D. J., Track Structure, Lesion Development and Cell Survival, *Radiation Research*, vol. 124, pp. S29-S37, 1990. Fertil, B., Reydellet, I. & Deschavanne, P. J., A Benchmark of Cell Survival Models Using Survival Curves for Human Cells after Completion of Repair of Potentially Lethal Damage, *Radiation Research*, vol. 138, pp. 61-69, 1994.
- [6] Bird, R. P., Rohrig, N., Colvett, R. D., Geard, C. R. & Marino, S. A., Inactivation of Synchronized Chinese Hamster V-79 Cells with Charged-Particle Track Segments, *Radiation Research*, vol. 82, pp. 277-289, 1980.

Modelo Dinámico Espacio Temporal para Predecir Niveles de Precipitaciones en Venezuela

Andreina Urquiola

Saba Infante

Fernando Cedeño

aurquiola@uc.edu.ve

sinfante@uc.edu.ve

fjcedeno@uc.edu.ve

Departamento de Matemáticas, FaCyT, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela.

Resumen. *Los procesos climatológicos exhiben por lo general una variabilidad complicada en el espacio y en el tiempo. Los datos están definidos sobre escalas diferentes, no son estacionarios, tienen una estructura de dependencia espacial y por lo general están en un espacio multidimensional. Estos factores pueden limitar la efectividad de los modelos tradicionales de la Geoestadística. En este trabajo se propone el uso de un modelo dinámico espacio temporal con matrices de covarianzas parametrizadas y restringidas para predecir niveles de precipitaciones. La formulación conduce al desarrollo de algoritmos tipo filtro de Kalman y filtro de Kalman suavizado para estimar los estados desconocidos del sistema. La estimación de los parámetros se realizó usando el método de máxima verosimilitud mediante el algoritmo de Esperanza y Maximización (EM). La metodología es ilustrada a través de series de tiempo de precipitaciones mensuales obtenidas en el servicio de meteorología de la Fuerza Aérea de Venezuela (FAV). Los resultados fueron validados mediante el uso de la medida de bondad de ajuste, raíz cuadrada del error cuadrático medio. También se demuestra mediante los criterios de información de Bayes (BIC) y Akaike (AIC) que el mejor modelo se obtiene cuando se inicializan a priori los parámetros por el método de los momentos.*

Palabras clave: Modelos Dinámicos, Filtros Recursivos, Algoritmo EM, Series de Precipitaciones.

1. Introducción

En los estudios de fenómenos climatológicos interesa cuantificar la evolución en el tiempo de ciertos parámetros atmosféricos tales como: velocidad del viento, dirección del viento, temperatura, humedad, niveles de Ozono, o niveles de precipitaciones sobre una determinada localidad. Por otra parte, se tiene que la base de datos disponible es típicamente muy grande, con muchas observaciones que tienen una estructura de dependencia a través del espacio y tiempo; las series observadas no son estacionarias, y en algunos casos se tiene el problema de datos faltantes. En años recientes se ha incrementado el estudio del modelaje de datos en el espacio y el tiempo, hay una literatura extensa del tema ver [1], [2], [7], [8], [10], y sus referencias. El objetivo de este trabajo es proponer

modelos estadísticos que sirvan para pronosticar en tiempo y espacio totales de lluvia mensual. La metodología propuesta estima conjuntamente los parámetros del modelo y los estados no observados. El artículo es organizado como sigue. En la Sesión 2 se define el modelo dinámico espacio temporal, los algoritmos de Kalman y Kalman suavizado y el algoritmo EM, en la Sesión 3 se muestran los resultados y en la Sesión 4 se muestran las conclusiones.

2. Modelo Dinámico Espacio Temporal

Sea $z_t = (z(\bar{s}_1; t) \cdots z(\bar{s}_{m_t}; t))'$ un vector $m_t \times 1$ que contiene los valores de los datos \bar{s}_i en las m_t localizaciones espaciales, en el tiempo t . Sea $y_t = (y(s_1; t) \cdots y(s_n; t))'$ un vector $n \times 1$ de estados no observados en alguna red fija de localizaciones s_1, \dots, s_n en el tiempo t . Entonces el modelo se plantea como:

$$z_t = K_t y_t + \varepsilon_t, \quad (E.O) \quad (1)$$

$$y_t = H y_{t-1} + \eta_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (E.E) \quad (2)$$

donde: la ecuación (1) es llamada la ecuación de observación; la ecuación (2) es la ecuación de estado; K_t es una matriz conocida $m_t \times n$, que mapea los datos z_t en el proceso y_t ; ε_t es un ruido blanco gaussiano con media cero y matriz de covarianza R , $m_t \times m_t$; y η_t es un proceso gaussiano con media cero y una matriz de covarianza común Q , $n \times n$. La dinámica del modelo está descrita por la ecuación de estado (2) a través un proceso de Markov de primer orden con la matriz de transición H . Para completar el modelo se define y_0 , como un proceso espacial gaussiano con media μ_0 y matriz de covarianza Σ_0 , $n \times n$. Los parámetros que deben estimarse adicional a los estados son: $\Theta = \{\mu_0, \Sigma_0, H, Q, R\}$.

2.1. Algoritmo de Kalman y Kalman Suavizado

Considérese el sistema dado en (1) y (2), donde y_t y z_t son los estados desconocidos y las observaciones del sistema respectivamente, con los siguientes supuestos: $u_t \sim N(0, Q)$, $v_t \sim N(0, R)$ y $y_0 \sim N(\mu_0, \Sigma_0)$. El objetivo es estimar las distribuciones a posteriori filtradas $P(y_t|z_{1:T})$, $P(y_t|z_{1:t})$, y Θ . Se consideran a priori que: $E(y_{t-1}|z_{1:t-1}) = y_{t-1}^{t-1}$ y $V(y_{t-1}|z_{1:t-1}) = P_{t-1}^{t-1}$ son conocidos en el tiempo $t - 1$. Para obtener los valores predichos y filtrados respectivamente, se corre el algoritmo Kalman para $t = 1, \dots, T$:

$$\begin{aligned} y_t^{t-1} &= E(y_t|z_{1:t-1}) = H y_{t-1}^{t-1}, \quad P_t^{t-1} = V(y_t|z_{1:t-1}) = H P_{t-1}^{t-1} H' + Q, \\ E(z_t|z_{1:t-1}) &= K_t y_t^{t-1}, \quad V(z_t|z_{1:t-1}) = K_t P_t^{t-1} K_t' + R, \quad C(y_t, z_t|z_{1:t-1}) = P_t^{t-1} K_t' \end{aligned} \quad (3)$$

Las ecuaciones de actualización vienen dadas por:

$$y_t^t = y_t^{t-1} + P_t^{t-1} K_t' \left[K_t P_t^{t-1} K_t' + R \right]^{-1} [z_t - K_t y_t^{t-1}] \quad (4)$$

$$P_t^t = P_t^{t-1} - P_t^{t-1} K_t' \left[K_t P_t^{t-1} K_t' + R \right]^{-1} (K_t P_t^{t-1}) \quad (5)$$

Los valores suavizados, se obtienen de la siguiente manera para $t = T, T - 1, \dots, 1$:

$$y_{t-1}^T = y_{t-1}^{t-1} + J_{t-1} (y_t^T - H y_{t-1}^{t-1}) \quad (6)$$

donde:

$$\begin{aligned} J_{t-1} &= P_{t-1}^{t-1} H' (P_t^{t-1})^{-1} \\ P_{t-1}^T &= P_{t-1}^{t-1} + J_{t-1} (P_t^T - P_t^{t-1}) J_{t-1}' \end{aligned}$$

La covarianza suavizada en un Lag, se itera para $t = T, T-1, \dots, 2$, sobre:

$$P_{t-1, t-2}^T = P_{t-1}^{t-1} J_{t-2}' + J_{t-1} (P_{t, t-1}^T - H P_{t-1}^{t-1}) J_{t-2}' \quad (7)$$

La deducción de las ecuaciones (3), (4), (5), (6), y (7) están realizadas en [9].

2.2. Algoritmo Esperanza Maximización (EM)

Los parámetros Θ se pueden estimar por máxima verosimilitud, ya sea usando métodos numéricos [5] o utilizando el algoritmo EM ([7] y [8]). Para aplicar el algoritmo EM, considérese $\{y_0, \dots, y_T, z_1, \dots, z_T\}$ como los datos completos y sea $L_{Y,Z}$ la verosimilitud. Una iteración EM consiste en dos pasos: un paso- E y un paso- M . Dado el valor actual de los parámetros $\Theta^{(j-1)}$, el paso- E calcula el valor esperado de los datos completos de la verosimilitud, el cual es de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} g(\Theta | \Theta^{(j-1)}) &= -2E(\log L_{Y,Z} | z_1, \dots, z_T; \Theta^{(j-1)}) \\ &\propto \log |\Sigma_0| + \text{tr}\{\Sigma_0^{-1} [P_0^T + (y_0^T - \mu_0)(y_0^T - \mu_0)']\} \\ &\quad + T \log |Q| + \text{tr}\{Q^{-1} [S_{11} - S_{10} H' - H S_{10}' + H S_{00} H']\} \\ &\quad + \sum_{t=1}^T \log |R_t| + \sum_{t=1}^T \text{tr}\{R_t^{-1} [(z_t - K_t y_t^T)(z_t - K_t y_t^T)' + K_t P_t^T K_t']\} \end{aligned} \quad (8)$$

donde:

$$S_{11} = \sum_{t=1}^T (y_t^T y_t^{T'} + P_t^T), \quad S_{10} = \sum_{t=1}^T (y_t^T y_{t-1}^{T'} + P_{t, t-1}^T), \quad S_{00} = \sum_{t=1}^T (y_{t-1}^T y_{t-1}^{T'} + P_{t-1}^T)$$

En el paso- M , se actualiza $\Theta^{(j)}$ de tal manera que: $g(\Theta^{(j)} | \Theta^{(j-1)}) < g(\Theta^{(j-1)} | \Theta^{(j-1)})$. Minimizando (8) con respecto a los parámetros, se obtiene la fórmula de actualización del paso- M [7]:

$$H^{(j)} = S_{10} S_{00}^{-1}, \quad Q^{(j)} = T^{-1} (S_{11} - S_{10} S_{00}^{-1} S_{10}'), \quad R^{(j)} = T^{-1} B, \quad \mu_0^{(j)} = y_0^T, \quad \Sigma_0 = P_0^T \quad (9)$$

donde:

$$B = \sum_{t=1}^T [(z_t - K_t y_t^T)(z_t - K_t y_t^T)' + K_t P_t^T K_t'] \quad (10)$$

El algoritmo EM, converge cuando una de las siguientes condiciones se cumplen [8]:

$$\|\Theta^{(i)} - \Theta^{(i-1)}\| < \varepsilon_\Theta \quad \text{o} \quad |(-2 \log L_Z(\Theta^{(i)})) - (-2 \log L_Z(\Theta^{(i-1)}))| < \varepsilon_L \quad (11)$$

para algún $\varepsilon_\Theta > 0$ o $\varepsilon_L > 0$, donde $\|\Theta\| = \sum_i \theta_i^2$ y θ_i son elementos de Θ . Un método simple para alcanzar la convergencia es usar estimaciones basadas en los momentos. Suponga que los datos del vector z_t son del mismo tamaño para todo t y $T > n$, entonces:

$$\hat{\mu}_z = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T z_t, \quad \hat{C}_0 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (z_t - \hat{\mu}_z)(z_t - \hat{\mu}_z)', \quad \hat{C}_1 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-1} (z_{t+1} - \hat{\mu}_z)(z_t - \hat{\mu}_z)' \quad (12)$$

donde: \widehat{C}_1 denota la estimación de la covarianza en el primer lag. Si se supone que z_t se modela como un proceso $VAR(1)$, entonces se usan los valores iniciales: $\mu_0^{(1)} = \hat{\mu}_z$, $H^{(1)} = \widehat{C}_1 \widehat{C}_0^{-1}$ y $Q^{(1)} = \widehat{C}_0 - \widehat{C}_1 \widehat{C}_0^{-1} \widehat{C}_1$. Por lo general se toma $R^{(1)} = \sigma_R^2 I$, donde σ_R^2 es obtenido desde una evaluación del instrumento de medida o desde la estimación del “efecto nugget” de un variograma espacial [1]. También se define la medida de bondad de ajuste y los dos métodos de selección de modelos para elegir entre un conjunto de modelos admisibles: La raíz cuadrada del error cuadrático

medio se define como: $RCECM = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (z_t - \hat{z}_t)^2}$; el criterio de información de Akaike es:

$AIC = -2 \ln(L) + 2k$, y el criterio de información Bayesiano es: $BIC = -2 \ln(L) + k \ln(T)$; donde: T es el total de observaciones, z_t es el t -ésimo dato observado, \hat{z}_t es el t -ésimo valor estimado, k es el número de parámetros del modelo y L es la función verosimilitud.

3. Resultados

Los datos utilizados corresponden a series de lluvia total mensual del período comprendido entre 1971 – 2000 de 20 estaciones del servicio meteorológico de la FAV. Las 20 estaciones fueron ubicadas en 7 grupos, de acuerdo a la distancia entre estaciones y se ajustaron 7 modelos. En el grupo 1 se ubicaron las estaciones: Colón, Mérida, San Antonio del Táchira; en el grupo 2: Barcelona, Güiria, Maturín; en el grupo 3: Ciudad Bolívar, Tumeremo, Santa Elena de Uairén; en el grupo 4: Colonia Tovar, La Carlota, Maracay; en el grupo 5: Coro, Maracaibo, Mene Grande; en el grupo 6: Barquisimeto, Acarigua, Guanare; y en el grupo 7: San Fernando, Acarigua, Guanare. Se utilizaron dos modelos uno que inicializa los parámetros a priori en forma arbitraria (modelo 1), y el otro que inicializa los parámetros a priori con estimadores basados en los primeros momentos (modelo 2). Los análisis fueron realizados bajo el ambiente de programación **R**, auxiliados por el paquete **geoR**, para calcular el efecto nugget del variograma espacial correspondiente a cada grupo de estaciones, requerido para inicializar la matriz de covarianza R del ruido ϵ_t . En la parte izquierda de la figura (1), se muestra el ajuste de los datos verdaderos de la estación Colón con los estados a posteriori simulados por los filtros de: Kalman suavizado y Kalman suavizado dentro del algoritmo EM. En la parte derecha de la figura (1) se muestran los errores que se cometen cuando se estiman los estados por los distintos algoritmos propuestos, observándose alta variabilidad cuando se utilizan parámetros arbitrarios para inicializar los modelos. En la figura (2) se muestran los estimados de la figura (1), pero en este caso se ajusta un modelo que utiliza a priori el método de inicialización de parámetros basados en los primeros momentos. Puede observarse que en este caso se tiene mejor ajuste y menos variabilidad en los errores estimados. En el cuadro (1) se muestra la RCECM estimada de los dos modelos ajustados para la estación Colón, observándose mejor performance en el modelo que utiliza el método de los momentos para inicializar los parámetros. En el cuadro (2) se muestran los criterios de selección de modelos BIC y AIC para la estación Colón, ambos procedimientos eligen el modelo que utiliza el método de los momentos para inicializar los parámetros. Los parámetros estimados grupo 1 bajo el mejor modelo fueron: $\mu_1 = 119.45$, $\mu_2 = 67.59$, $\mu_3 = -1028.69$, $\Sigma_{11} = 8031.51$, $\Sigma_{12} = 960.59$, $\Sigma_{22} = 4886.23$, $\Sigma_{13} = 1629.26$, $\Sigma_{32} = 1640.42$, $\Sigma_{33} = 2447.84$, $Q_{11} = 1049.77$, $Q_{12} = 4264.93$, $Q_{13} = 2448.60$, $Q_{22} = 9245.22$, $Q_{23} = 2630.93$, $Q_{33} = 2596.25$, $R_{11} = 0.081$, $R_{12} = 0.000013$, $R_{13} = 0.000004$, $R_{22} = 0.082$, $R_{23} = 0.0000024$, $R_{33} = 0.082$, $H_{11} = 0.24$, $H_{12} = 0.46$, $R_{13} = -0.09$, $H_{21} = 0.27$, $H_{22} = 0.77$, $H_{23} = -0.22$, $H_{31} = 0.11$, $H_{32} = 0.24$, $H_{33} = -0.16$.

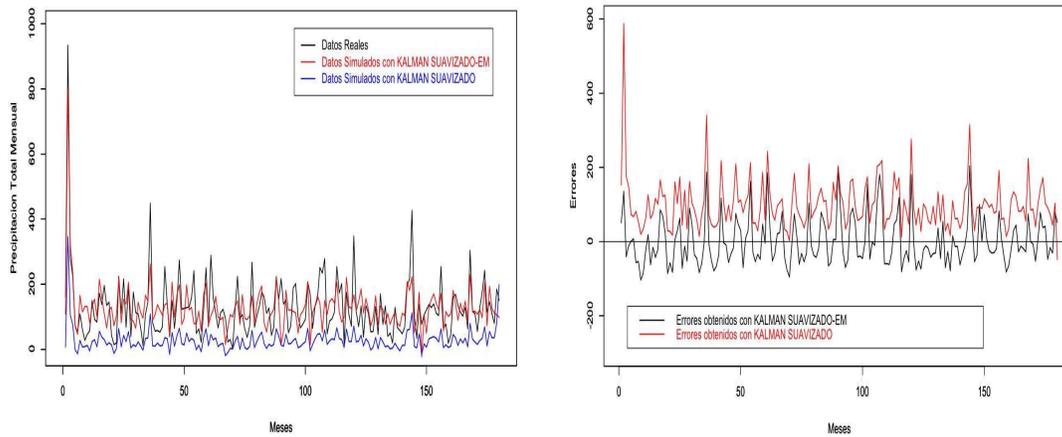


Figura 1: Ajuste del modelo con inicialización arbitraria y errores de estimación, Estación Colón

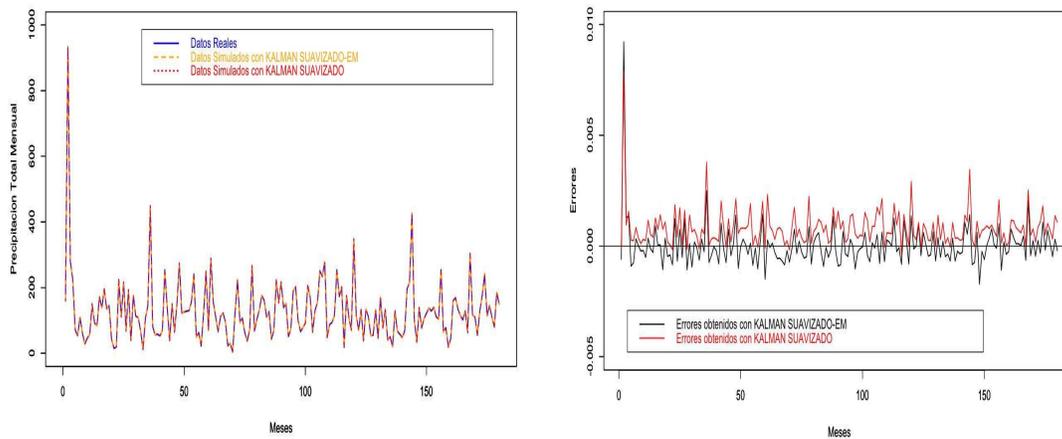


Figura 2: Ajuste del modelo con inicialización usando los momentos y errores de estimación, Estación Colón.

Grupo 1	RCECM		RCECM	
	Inicialización con los primeros momentos		Inicialización Arbitraria	
	Kalman suavizado	Kalman suavizado-EM	Kalman suavizado	Kalman suavizado-EM
Colón	0.00118	0.00096	121.51845	64.81407
Mérida	0.00157	0.00127	144.09006	80.93241
San Antonio del Táchira	0.00211	0.00202	79.56962	50.60130

Cuadro 1: RCECM para el Grupo 1

Grupo 1	Selección de Modelos	
	Inicialización con los primeros momentos	Inicialización Arbitraria
BIC	-4992.805	-4900.484
AIC	-5088.594	-4996.273

Cuadro 2: Valor del AIC y BIC para el Grupo 1.

4. Conclusiones

Los principales resultados obtenidos en este trabajo son: Se desarrolló un modelo dinámico espacio temporal con matrices de covarianza parametrizadas para modelar totales de lluvia mensual en Venezuela, basado en el algoritmo EM combinado con los algoritmos Kalman y Kalman suavizado. El modelo tiene dos ventajas, la habilidad de hacer un buen uso de la información espacial y temporal en las predicciones y provee estimados tanto de los parámetros como de los estados del sistema al mismo tiempo. Para evaluar el ajuste de los modelos, se muestran gráficos de los estados desconocidos estimados contra los datos originales, observándose similitud entre las curvas estimadas y la curva verdadera. Se muestran los errores de estimación, observándose que tienen poca variabilidad y oscilan alrededor de cero. También se estimó como medida de bondad de ajuste, la raíz cuadrada del error cuadrático medio, estos valores validan numéricamente lo observado en los gráficos. Finalmente, se utilizan dos métodos para inicializar los parámetros de los modelos, uno usa parámetros a priori arbitrarios y el otro parámetros estimados basados en los primeros momentos, demostrándose que cuando se usa información a priori de los datos el modelo pronostica mejor y con errores pequeños. Finalmente, se utilizaron dos criterios de selección de modelos, y se demuestra para todos los grupos de estaciones consideradas, que los mejores modelos se obtienen cuando se inicializan los parámetros usando el método de los momentos.

5. Referencias Bibliográficas

- [1] Cressie, N. (1993). *Statistics for Spatial Data*. Wiley, New York, revised edition.
- [2] Cressie, N. and Wikle, C. (2002). *Space-time Kalman Filter*. El Shaarawi and W. Piegorsch, editors, *Encyclopedia of Environmetrics*, volume 4, 2045 – 2049, New York. Wiley.
- [3] Gupta, N. and Mehra, R. (1974). Computational aspects of maximum likelihood estimation and reduction in sensitivity function calculations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19, 774 – 783.
- [4] Kalman, R. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering*, 82(D), 35 – 45.
- [5] Lange, K. (1999). *Numerical Analysis for Statisticians*. Springer, New York.
- [6] McLachlan, G. J. and Krishnan, T. (1997). *The EM Algorithm and Extensions*. Wiley, New York.
- [7] Shumway, R. H. and Stoffer, D. S. (1982). An approach to time series smoothing and forecasting using the EM algorithm. *Journal of Time Series Analysis*, 3(4), 253 – 264.
- [8] Shumway, R. H. and Stoffer, D. S. (2000). *Time Series Analysis and Its Applications*. Springer, New York.
- [9] Urquiola, A. (2009). Tesis de Licenciatura en Matemáticas, Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencia y Tecnología, Universidad de Carabobo, Venezuela.
- [10] Xu, K. and Wikle, C. (2005). Estimation of Parameterized Spatio-Temporal Dynamic Models. Department of Statistics, University of Missouri-Columbia, 146 Math Science Building, Columbia, MO 65211, USA

MODELO MATEMÁTICO DE DIFUSIÓN CELULAR BASADO EN EL MÉTODO DE RECIPROCIDAD DUAL

F. Nieto

Y. González

M. Cerrolaza

felix.nieto@inabio.edu.ve

yomar.gonzalez@inabio.edu.ve

miguel.cerrolaza@inabio.edu.ve

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Resumen. *En este trabajo presentamos un modelo matemático de difusión en dominios axi-simétricos, el cual nos permitirá aproximar fenómenos complejos en los cuales es importante conocer las concentraciones de diferentes tipos de partículas o células presentes en un dominio. El modelo está basado en metodologías propias de la industria y en la aplicación del Método de los Elementos de Contorno (MEC), el cual gracias a su versatilidad, nos permite acoplar un número considerable de variables principales (temperatura, presión, desplazamientos, etc) y establecer analogías para el calculo de otras tales como concentraciones de células y/o partículas. Mediante la implementación de un código MEC para problemas térmicos estacionario, se incluyeron los términos necesarios para resolver problemas acoplados (sistemas de ecuaciones integrales) dentro de un mismo dominio, además de incluir la variable temporal mediante la implementación del método de reciprocidad dual. Los resultados muestran simulaciones preliminares de fenómenos relacionados difusión de células, tales como, migración y diferenciación, eventos que se desencadenan luego de producirse un fractura.*

Palabras clave: Métodos Numéricos, Ecuación de Transporte, Solución Particular, Fenómenos Biológicos

1 INTRODUCCIÓN

En la naturaleza se presentan gran variedad de fenómenos de interés, de los cuales se pueden representar un grupo de ellos mediante modelos matemáticos, los cuales se usan en diversas áreas, como ingeniería, medicina, economía etc.

En esta investigación nos enfocamos en el estudio de problemas físicos gobernados en su forma más simple por ecuación de transporte cuya forma es, [13]

$$D\nabla^2 u - v\nabla u = \frac{\partial}{\partial t} u \quad (1)$$

donde D es el coeficiente de difusión y v la velocidad del medio la se considerará en este estudio nula. Además el primer termino y segundo termino del lado izquierdo de (1) corresponde al proceso de difusión y transporte de masa respectivamente.

La ecuación (1) es ampliamente utilizada en ingeniería para modelar fenómenos de polución concentración de contaminates, fundición de metales, química etc. [4], [11], entre otros).

En caso de procesos biológicos, (1) ha sido empleada para la calcular la concentración de fármacos utilizados en el tratamiento de enfermedades como el cancer [9], para describir la influencia de flujo de fluido intersticial sobre la concentración de soluto en discos intervertebrales [3], entre otros.

En simulaciones del proceso de consolidación ósea ha sido empleada (1) para calcular presión o temperatura y su influencia en el comportamiento mecánico de la zona de la fractura [6],[12].

Para plantear el modelo biológico se consideró un conjunto de procesos acoplados en un dominio Ω los cuales se pueden simular partiendo de (1), es decir

$$D\nabla^2 u_i + k u_i = \dot{u}_i \quad i = 1, \dots, n. \quad (2)$$

donde el primer termino está asociado con el proceso el difusión, y k corresponde con el termino de reacción, el cual permite representar la proliferación celular.

Los procesos celulares son los responsables de la formación y mantenimiento de todos los tejidos del cuerpo, por lo que su estudio contiene implícito un alto nivel de complejidad debido a las interrelaciones entre distintos tipos de células y los estímulos internos y externos. La mayoría de las células tienen algunas características importantes como: la capacidad de dividirse para producir nuevas células (mitosis), lo que produce una difuminación de las mismas en zonas especificas de cuerpo (proliferación y transporte); también pueden diferenciarse en un tipo de célula diferente, esto producto a estímulos, entre otras. En este trabajo se trata de simular las características antes descritas, mediante la ecuación (1).

Luego de comparar la respuesta del código a través de un problema térmico con solución analítica conocida, se procedió a resultado simular el comportamiento de la concentración de dos tipos de células en el callo óseo.

2 EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DE CONTORNO

Considerando una de las ecuaciones del sistema (2), omitiendo el subíndice por razones de comodidad,

$$D\nabla^2 u + k u = \dot{u} \quad (3)$$

De la combinación de la soluciones homogénea y no-homogénea se obtiene la solución u y el flujo q ($q = \frac{\partial u}{\partial n}$), es decir:

$$u = u^h + u^p, \quad q = q^h + q^p.$$

Luego, mediante el uso de una función de forma global $C(x, \xi_n)$ y una función de densidad virtual $\phi(\xi)$ se tiene que

$$\dot{u} = \sum_{n=1}^{\infty} C(x, \xi_n) \phi(\xi). \quad (4)$$

Al sustituir esta expresión en (3) para encontrar la solución particular u^p , como se realizó en los trabajos de Park y Benerjee [10], resulta que

$$u^p = \sum_{n=1}^{\infty} U_p(x, \xi_n)\phi(\xi), \quad q^p = \sum_{n=1}^{\infty} Q_p(x, \xi_n)\phi(\xi). \quad (5)$$

Para el caso que la función de forma global se toma de la siguiente manera

$$C(x, \xi_n) = (C_1A - C_2r) \quad (6)$$

se tiene que

$$U_p(x, \xi_n) = (S_1A - S_2r)r^2, \quad Q_p(x, \xi_n) = -D(2S_1A - 3S_2r)y_i n_i \quad (7)$$

donde r es la distancia entre x y ξ_n , A es una constante a escoger mayor que la dimensión del problema, las constantes C_1, C_2 se pueden obtener al sustituir las expresiones anteriores en (3) y considerar $S_1 = 2$ y $S_2 = 3$.

La ecuación integral de contorno para el caso de la parte homogénea es la siguiente

$$C(\xi)u^h(\xi) + \int_{\Gamma} u^h(x)f(x - \xi)d\Gamma(x) - \int_{\Gamma} q^h(x)g(x - \xi)d\Gamma(x) = 0 \quad (8)$$

donde Γ corresponde al contorno del dominio Ω , $C(\xi)$ es el coeficiente geométrico y $f(x - \xi)$ y $g(x - \xi)$ corresponden a las soluciones fundamentales vinculadas a (3), [7]. Las soluciones f, g y las ecuaciones (6)-(7) están en coordenadas cartesianas, en este trabajo se consideran dominios con simetría axial por lo cual estas expresiones se deben integrar de 0 a 2π para utilizar la propiedad geométrica del dominio.

Después de obtener la forma discreta de (4), y al aplicar la ecuación (8), (4) se puede escribir en forma matricial de la siguiente manera:

$$\mathbf{G}q - \mathbf{H}u = \mathbf{G}q^p - \mathbf{H}u^p \quad (9)$$

Al truncar (4) y (5) para un número finito de punto ξ_n , las expresiones particulares para el potencial y el flujo se pueden escribir

$$\{u^p\} = \mathbf{U}_p\{\phi\}, \quad \{q^p\} = \mathbf{Q}_p\{\phi\}, \quad (10)$$

considerando que la función de densidad virtual es $\{\phi\} = \mathbf{C}^{-1}\{\dot{u}\}$, y tomando un esquema de diferencias para \dot{u} se tiene el siguiente esquema de integración

$$[\mathbf{Q} + \mathbf{M}]u^t - \mathbf{U}q^t = \mathbf{M}u^{t-\Delta t} \quad (11)$$

donde $\mathbf{M} = \frac{1}{\Delta t}[\mathbf{G}\mathbf{Q}_p - \mathbf{H}\mathbf{U}_p]\mathbf{C}^{-1}$

La ecuación (11) luego de aplicar las condiciones de borde y condición inicial se puede llevar a un sistema de la forma $Ax^t = b$.

3 MODELO DE PROLIFERACIÓN Y DIFERENCIACIÓN CELULAR

Las células que están presentes en el área afectada inicialmente son en su mayoría células osteoprogenitoras (madre), las cuales se diferencian en otros tipos de células como osteoblastos y osteocitos, en respuesta del organismo a la lesión. Los osteoblastos son las que forman el tejido óseo, los cuales segregan sustancias necesarias para la construcción de hueso y los osteocitos son células de hueso maduro derivadas de los osteoblastos las cuales constituyen la mayor parte del tejido óseo, entre otras.

Los procesos celulares que se pueden modelar con la ecuación (3) son la migración, proliferación, diferenciación de estas las células, entre otras, los cuales están relacionadas con capacidad de estas células de reproducirse y de diferenciarse.

En este trabajo se presentó un primer modelo de interacción celular basado en la ecuación de transporte (3), con términos adicionales, simulando un sistema de depredador presa [8], como se muestra a continuación

$$\begin{aligned} D\nabla^2 u_m &= \frac{\partial}{\partial t} u_m \\ D\nabla^2 u_{ob} + \alpha_1 u_m &= \frac{\partial}{\partial t} u_{ob} \end{aligned} \quad (12)$$

donde u_m , u_{ob} representan células osteoprogenitoras y osteoblastos respectivamente, mientras que α_1 es una constante que representa el porcentaje de células que se diferencian.

4 RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados numéricos para validar el código.

Como primer ejemplo se quiere obtener la distribución de temperaturas dentro de un cilindro, tomando $D = 1\text{mm}^2/\text{horas}$ y $k = 0/\text{horas}$, considerando como condición inicial temperatura unitaria y el flujo nulo sobre la tapa superior del cilindro y como condiciones en la frontera aislamiento térmico en la pared circular y en la tapa inferior como se muestra en (1). La ecuación resultante para este caso es la siguiente

$$D\nabla^2 T = \dot{T} \quad (13)$$

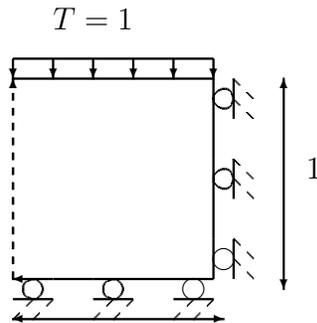


Figura 1: Modelo axisimétrico del cilindro.

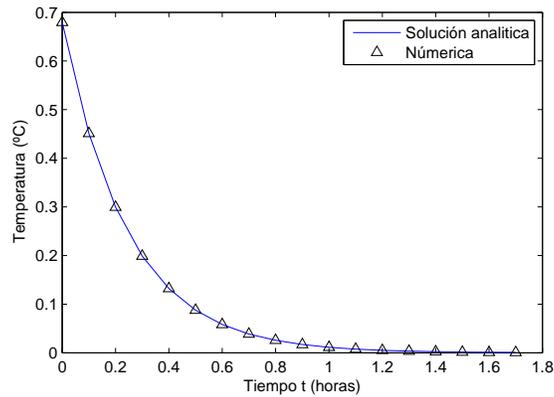


Figura 2: Comparación entre la solución analítica y la numérica para $r = 0$ y $z = 0$.

En la figura (2) se muestran los resultados numéricos para la temperatura en el punto $r = 0$ y $z = 0$, comparándolos con la solución analítica, con un paso de tiempo $\Delta t = 0.05 \text{ horas}$.

Para el siguiente ejemplo se presenta la interacción entre las células osteoprogenitoras y osteoblastos a partir del modelo (12), siendo el coeficiente de difusión unitario y k nulo. Considerando que inicialmente las concentraciones de osteoblastos son nulas, la densidad de células progenitoras en la pared superior es 1000 cel/mm^3 que es la zona más próxima al periostio. Los resultados muestran, figura (3), que para la segunda semana de producirse la fractura la cantidad de células madre ocupan el area afectada y comienza la diferenciación a osteoblastos, lo cual trae como consecuencia la formación de tejido granular para luego formar en próximos estadios cartílago y hueso que abarcará todo el callo óseo, [2] y [5], entre otros.

Los resultados preliminares muestran una primera simulación de las interrelaciones celulares, para futuras investigaciones se considerará la incorporación de los osteocitos y de una función de estímulos, la cual permita incluir la influencia mecánica en el modelo.

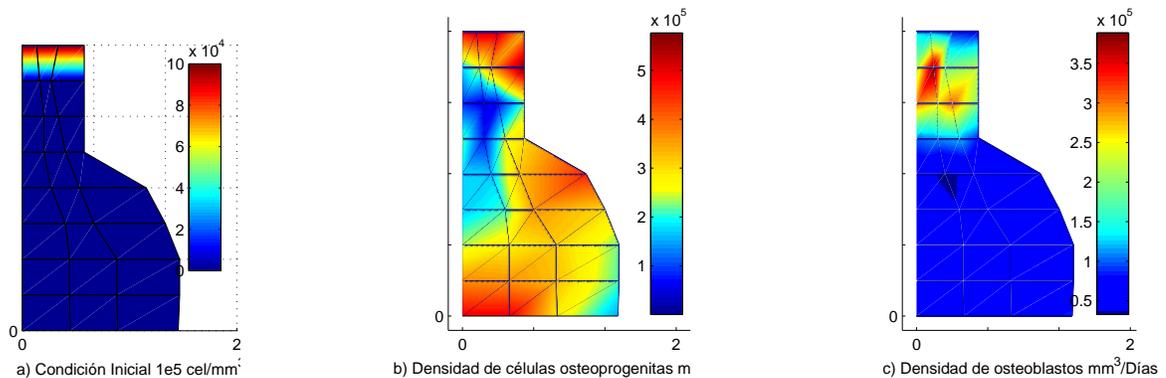


Figura 3: a) Condición inicial para las celulas madre y b)y c) Representación de las densidad de células progenitoras y osteoblastos para $t = 14$ días

REFERENCIAS

- [1] DARGUSH G., BANERJEE P. “ A boundary element method for axisymmetric soil consolidation”. *International Journal Solids Structures*. Vol **28**, pp.897-915, (1991).
- [2] DOBLARÉ M., GARCÍA J., GÓMEZ M. “ Modelling bone tissue fracture and healing: a review”. *Engineering Fracture Mechanics* . Vol **71**, pp.1809–1840, (2004).
- [3] FERGUSON S., ITO K., NOLTE L., “Fluid flow and convective transport of solutes within the intervertebral disc”, *Journal of Biomechanics*. Vol **37**, pp 213-221, (2004).
- [4] FIX, J., “Numerical methods for ally solidification problems. In Moving Boundary Problems”, ed. D. G. Wilson, A. D Solomon and P. T. Boggs. Academic Press, New York, (1978).
- [5] GÓMEZ M., GARCÍA M., KUIPER J., DOBLARÉ M. “Influence of fracture gap size on the pattern of long bone healing: a computational study” *Journal of Theoretical Biology*. Vol **235**, 105–119 (2005).
- [6] GONZÁLEZ Y., GONZÁLEZ C., CERROLAZA M. “Aplicación del método de elementos de contorno para modelar la consolidación ósea” *Int. Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*. Vol **24**, N°2, (2008).
- [7] GRIGORIEV M., DARGUSH G. “A boundary element method for steady convective heat diffusion in three-dimensions”. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. Vol **194**, pp.2109-2125, (2005).
- [8] HABERMAN R. “*Mathematical models: mechanical vibrations, population dynamics, and traffic flow*”. 1st edition, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., (1977).
- [9] KAOWUMPAI W., KOOLPIRUCK D., VIRAVAIIDYA K. “Development of a 3D Mathematical Model for a Doxorubicin Controlled Release System using Pluronic Gel for Breast Cancer Treatment”. *Engineering and Technology*. Vol **26**, pp.65-69, (2007).
- [10] PARK K., BANERJEE P. “Axisymmetric transient heat conduction analysis by BEM via particular integrals”. *Int. J. Comput. Eng. Sci.*. Vol **4**, pp.813-828, (2003).
- [11] QIU Z., WROBEL L., POWER H. “Boundary element approach to mass and charge transport in electrochemical cells”. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. Vol **15**, pp.299-312.(1995).
- [12] SANZ A., GARCÍA M., DOBLARÉ M. “Micro–macro numerical modelling of bone regeneration in tissue engineering”. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. Vol **197**, pp.3092–3107, (2008).
- [13] SMITH, I.M., FARRADAY, R.V., O’CONNOR, B.A.. “Rayleigh-ritz and galerkin finite element methods for diffusion-convection problems”. *Water Resources Research* Vol **9**, pp 593, (1973).

EVALUACIÓN DE PIES PROTÉSICOS EN AMPUTACIÓN TRANSTIBIAL BASADO EN VARIABLES ESPACIO TEMPORALES Y CINEMÁTICA DE MARCHA

Álvaro Ríos

alriosp@hotmail.com

Centro de Tecnología Asistiva, Universidad Simón Bolívar.
Calle Vieja Baruta, Valle de Sartenejas, Caracas-Venezuela.

Ricardo Bravo

rjbravo@cantv.net

Centro de Tecnología Asistiva, Universidad Simón Bolívar.
Calle Vieja Baruta, Valle de Sartenejas, Caracas-Venezuela.

Marcel Rupcich

mrupcich@gmail.com

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela.
Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela.

Resumen. *El propósito de este estudio es evaluar el desempeño de 5 pies protésicos (Ohio Willow Wood Sach with Pyramid®, Impulse Earthwalk®, Kingsley Sach®, College Park Trustep®, Otto Bock C-40®) por medio del uso de parámetros espacio-temporales y de cinemática en un amputado transtibial unilateral. Para realizar este estudio se presenta un método que, luego del proceso de registro de la marcha, incluye: a) un análisis de los parámetros espacio-temporales en términos de la fase de apoyo, desempeño de marcha y simetría, b) un análisis de cinemática basado en la excursión pélvica, como factor determinante en el consumo de potencia durante la marcha, y c) un análisis de la consistencia del patrón de marcha por medio de tres metodologías de cálculo. Los resultados muestran que los parámetros de marcha son dependientes del sistema protésico utilizado y del efecto del pie protésico en la excursión pélvica para los tres planos. En este estudio se confirman diferencias, que se traducen en ventajas, de los pies dinámicos versus los pies estáticos, y sugieren que se requiere de mayor investigación para determinar cuáles de las limitaciones de la actual tecnología protésica afectan adversamente el comfort en el amputado.*

Palabras Clave: Análisis de marcha, cinemática de marcha, rehabilitación, pie protésico, amputación transtibial.

1. INTRODUCCIÓN

De acuerdo al estudio de Condie (2006) [1] a pesar de varios siglos de estudio sobre la marcha humana aun no se tienen procedimientos ni mediciones en el campo de las prótesis de miembro inferior que se reconozcan como “patrón de oro”. El estudio de Condie recopila la información sobre el tema desde 1995 hasta el 2005. Así mismo existen trabajos preliminares a éste, sobre estudios comparativos del desempeño de diferentes pies protésicos en sujetos con amputación transtibial mediante el uso de cinemática y cinética de marcha, por ejemplo: Postema et al.[2], Van Der Linden et al. [3], Whittle et al [4], pero hasta la fecha ningún trabajo ha incluido la relación existente entre los parámetros estudiados y el confort protésico.

El grado en que un amputado experimenta disconfort depende de una gran cantidad de factores incluyendo la magnitud, la frecuencia y la cantidad de carga aplicada al muñón, como también a la tolerancia de los tejidos a las fuerzas aplicadas, sin embargo existen otros factores aun no estudiados que repercuten en la sensación de confort del amputado transtibial. Debido a que el término confortable es tan subjetivo para cada sujeto, se hace necesario un método objetivo y confiable que permita hacer una cuantificación de todas las variables biomecánicas durante la marcha.

En el presente trabajo se hizo un estudio de las variables espacio-temporales y de las variables cinemáticas de marcha y se presentó una metodología para el estudio de pies protésicos basado en los parámetros de marcha la cual permitirá un mayor entendimiento de las funciones protésicas y un mejor diseño y más confortable de sistemas protésicos en el futuro.

1.1. Los parámetros espacio – temporales y la simetría en la marcha

Las personas con amputación de las extremidades inferiores generalmente presentan características espacio-temporales (velocidad, cadencia, longitudes y tiempos de paso y zancada, etc.) inferiores a las personas sanas, pero depende en alto grado del nivel y causa de la amputación [5]. En este trabajo se propone un estudio de la fase de apoyo y de desempeño de marcha a partir de los parámetros espacio temporales.

Sin embargo, la relación entre los parámetros espacio temporales de cada miembro inferior podría complementar las inferencias, lo que hace pertinente evaluar el concepto de simetría durante el caminar con algún elemento protésico. La simetría de la marcha ha sido definida como una perfecta concordancia de la acción de los miembros inferiores [7]. Mientras Gabbard et al [8] sugieren usar el término de simetría de marcha cuando no existen diferencias estadísticas en los parámetros medidos bilateralmente

En este trabajo se propone realizar una comparación de la simetría entre las medidas espacio-temporales de la pierna sana y la pierna con prótesis de acuerdo a estudios anteriores, los cuales sugieren que es el mejor método para analizar y evaluar diferentes pies protésicos [6].

1.2. Los parámetros cinemáticos

Debido al desconocimiento de las funciones que deben reemplazar la prótesis y las limitaciones tecnológicas actuales, los patrones de cinemática de las articulaciones de las prótesis no son iguales a los patrones de cinemática del miembro sano. La cinemática de marcha de los sujetos con amputación transtibial es similar a la de sujetos sanos pero existen diferencias

sutiles que solo pueden ser distinguidas con el análisis cinemático de marcha. Inferencias sobre tales sutilezas se abordan mediante el estudio de la excursión del centro de masas corporal, y de la consistencia del patrón de marcha.

2. METODOLOGÍA

2.1. Adquisición de los registros de cinemática y cinética de marcha

En este estudio se utilizaron los siguientes pies protésicos: Oww Sach with Pyramid (SACH), Impulse Earthwalk (Dinámico), Kingsley Sach (SACH), College Park Trustep (Dinámico), Otto Bock C-40 (Dinámico), con un paciente de prueba con amputación unilateral transtibial de lado derecho. Las pruebas se realizaron en el laboratorio de marcha de la Fundación Hospital Ortopédico Infantil (F.H.O.I) de Caracas -Venezuela, los registros de cinemática y cinética basados en la captura de 6 recorridos limpios para los pies izquierdo y derecho del modelo biomecánico de miembros inferiores [9] con 13 marcadores siguiendo el protocolo de adquisición del laboratorio (videos bidimensionales en formato VHS, examen físico y registros biométricos, cinemática y cinética de marcha). El número de registros de la base de datos proviene de: 6 registros por pie y 5 pies diferentes. El sistema de adquisición utilizado fue un Vicon 370 de 5 cámaras IR a 60Hz, 3 placas de fuerza AMTI OR600, y los datos se procesaron con la plataforma VCM 1.34 (Vicon Clinical Manager, Oxford Metrics, LTD.).

2.2 Análisis parámetros Espacio –Temporales

Estudio de la Fase de Apoyo: Dado que en la fase de apoyo el peso del cuerpo se descarga sobre un miembro, y es la estabilidad de dicho miembro la que ayuda al balanceo del miembro contralateral, y por ende progresar, se hace necesario considerarla para verificar uno de los prerrequisitos base de la marcha como lo es la estabilidad en el apoyo. Para el análisis de los parámetros espacio-temporales se utilizaron las siguientes variables: Longitud de paso (LP), Tiempo de apoyo simple (TAS), y Tiempo de doble soporte (TDS). Se calcularon la media y la desviación estándar de las variables antes mencionadas.

Estudio de Desempeño de la Marcha: El sujeto amputado deambula a una velocidad de marcha libre (S-SWV) propia para la cual de acuerdo a la configuración del pie protésico se siente más confortable. Se presume que una desviación mayor, por encima o por debajo a los valores típicos de velocidad “libre” para los sujetos amputados significa que la configuración protésica es capaz de producir un patrón de marcha menos eficiente y por lo tanto mas consumo energético para el sujeto. Las variables utilizadas fueron: Velocidad de marcha (m/s), Longitud de zancada (m), y Cadencia (pasos/min.).

Estudio de la simetría de marcha: Se calcularon los índices de simetría (I.S.) para las variables espacio- temporales entre el pie protésico y el sano con los siguientes métodos:

- Método 1: Coeficiente de simetría (SI: simetry index) propuesto por Robinson et al [10].
- Método 2: El desarrollado por Vagenasas y Hoshizaki [11].

Una vez calculados los índices de simetría con los métodos mencionados, se tabularon y se compararon cualitativamente para cada pie protésico. Las variables empleadas fueron: Longitud de paso, Tiempo de apoyo simple, Tiempo de doble soporte.

2.3. Análisis de la Cinemática

Estudio de la Excursión del Centro de Masa (COM) del cuerpo- Rango de Movimiento de Pelvis en Coronal, Sagital y Transverso:

Se realizó el estudio de la excursión pélvica en los tres planos. Se define la excursión de la pelvis como el valor pico a pico de la señal de cinemática pélvica para cada uno de los planos coronal sagital y transversal. Entre mayor sea el desplazamiento angular del centro de masa en cualquiera de los tres planos, mayor consumo energético habrá y por consiguiente mayor disconfort en el uso de la prótesis.

Consistencia del patrón de marcha:

Existe una relación directa entre los parámetros cinemáticos y la alineación de la prótesis, así como entre el confort y la consistencia de la marcha. Aunque existe por naturaleza un grado de diferencia entre los patrones de marcha debidos a la plasticidad del sistema de control motor, la inconsistencia o no repetibilidad de la marcha será mas evidente en sujetos no confortables que en aquellos que se sientan mejor al caminar.

Se realizó un estudio de consistencia de marcha de las variables cinemáticas mediante tres métodos diferentes, con el fin de encontrar variables dependientes del cambio de pie y la repetibilidad de la cinemática durante cada uno de los ciclos de marcha. Esto es hizo necesario ya que algunas señales son sensibles a los procesos de medición (ruido, colocación de los marcadores, modelo biomecánico, etc.), los métodos empleados fueron: coeficiente de múltiple correlación (CMC) propuesto por Kadaba [12] y empleado en otros trabajos[13], el método de Alpha De Cronbach y el coeficiente de homogeneidad de Scott.

3. RESULTADOS

3.1. Estudio de la Fase de Apoyo:

Tabla 1. Parámetros durante la fase de apoyo del lado izquierdo y derecho.

TIPOS DE PIE	Pie Izquierdo (N=6, Media \pm Sd)			Pie Derecho (N=6)		
	Long. Paso (m)	TAS (seg)	TDS (seg)	Long. Paso (m)	TAS (seg)	TDS (seg)
Oww Sach With Pyramid	0.75 \pm 0.03	0.34 \pm 0.01	0.32 \pm 0.01	0.77 \pm 0.04	0.35 \pm 0.01	0.3 \pm 0.01
Impulse Earthwalk	0.81 \pm 0.03	0.34 \pm 0.03	0.32 \pm 0.03	0.81 \pm 0.02	0.33 \pm 0.01	0.31 \pm 0.02
Kingsley Sach	0.75 \pm 0.04	0.33 \pm 0.01	0.33 \pm 0.01	0.73 \pm 0.03	0.33 \pm 0.01	0.32 \pm 0.01
C. P. Trustep	0.79 \pm 0.03	0.34 \pm 0.02	0.32 \pm 0.02	0.76 \pm 0.03	0.33 \pm 0.02	0.31 \pm 0.02
Otto Bock C-40	0.78 \pm 0.03	0.35 \pm 0.01	0.33 \pm 0.01	0.77 \pm 0.03	0.34 \pm 0.02	0.31 \pm 0

3.2. Estudio de Desempeño de la Marcha: Véase tabla 2.

Tabla 2. Resultados del estudio de desempeño de la marcha.

TIPOS DE PIE (N=12, media \pm Sd)	Veloc (M/Seg)	L.Zanc (M)	Cadencia (Paso/Min)
Oww Sach With Pyramid	1.109 \pm 0.016	1.522 \pm 0.029	87.458 \pm 0.436
Impulse Earthwalk	1.223 \pm 0.009	1.627 \pm 0.013	90.242 \pm 0.059
Kingsley Sach	1.054 \pm 0.018	1.476 \pm 0.004	85.667 \pm 1.202
C. P. Trustep	1.108 \pm 0.002	1.531 \pm 0.026	86.867 \pm 1.273
Otto Bock C-40	1.138 \pm 0.002	1.559 \pm 0.013	87.610 \pm 0.580

3.3. Estudio de la Excursión del Centro de Masa-Pelvis: Rango de Movimiento Pélvico en Coronal, Sagital y Transverso:

La excursión en el plano sagital presenta el desplazamiento máximo de la Anteretro pulsión pélvica. La excursión transversal presenta el total recorrido durante la rotación pélvica en grados entre la línea que une las espinas ilíacas antero superiores (EIAS) y una línea perpendicular a la línea de progresión. Los resultados obtenidos pueden verse en la tabla 3.

Tabla 3. Excursión pélvica en los tres planos.

TIPOS DE PIE	Ex. CORONAL	Ex. SAGITAL	Ex. TRANSV
	Media \pm SD (N=6)	Media \pm SD (N=6)	Media \pm SD (N=6)
Oww Sach With Pyramid	8.148 \pm 0.301	5.135 \pm 0.427	8.114 \pm 0.902
Impulse Earthwalk	3.889 \pm 1.833	4.042 \pm 0.367	5.541 \pm 1.501
Kingsley Sach	7.918 \pm 1.074	4.998 \pm 0.552	8.514 \pm 2.39
C. P. Trustep	3.434 \pm 0.648	4.399 \pm 1.061	4.732 \pm 2.492
Otto Bock C-40	8.204 \pm 1.177	4.284 \pm 0.427	8.696 \pm 1.689

3.4. Consistencia del patrón de marcha: Variables cinemáticas: Véase tabla 4.

Tabla 4. Coeficiente de homogeneidad de Scott para los 5 pies protésicos. Los valores sombreados representan un valor de confiabilidad mayor a 0.9.

Variable	OWW Sach	Imp. Earthwalk	Kingsley Sach	C. P. Trustep	Otto Bock C-40
Oblicuidad pélvica	0.986	0.802	0.926	0.622	0.855
Ante-retro pulsión pélvica	0.833	0.957	0.897	0.861	0.779
Rotación pélvica	0.961	0.740	0.933	0.601	0.883
Abducción–Aducción de cadera IZQ	0.981	0.964	0.971	0.874	0.927
Flexión-extensión de cadera IZQ	0.996	0.984	0.992	0.975	0.972
Rotación de cadera del lado IZQ	0.921	0.724	0.818	0.817	0.822
Valgo–varo de rodilla lado IZQ	0.986	0.683	0.973	0.908	0.959
Flexión/extensión de rodilla IZQ	0.995	0.971	0.974	0.955	0.937
Flexión dorsi/plantar del tobillo IZQ	0.904	0.939	0.970	0.879	0.896
Progresión del pie del lado IZQ	0.856	0.776	0.827	0.876	0.601

4. CONCLUSIONES

Las medidas cinemáticas obtenidas en el presente estudio son consistentes con los resultados de otros estudios sobre amputados transtibiales [14 ,15].

El uso del pie OWW SACH y Otto Bock C-40 produjeron una excursión de pelvis en plano coronal por encima de los rangos normales 3-4°. La excursión de pelvis sagital para todos los pies empleados estuvo por encima del rango máximo. Todos los datos obtenidos de excursión de pelvis en el plano transversal están dentro de los rangos normales de marcha para sujetos sanos, con una rotación anteroposterior de 8-10° [16].

En cuanto al efecto de los pies sobre la marcha en general se podría concluir que los pies SACH se comportaron de una forma distinta que los pies dinámicos estudiados para las diferentes pruebas realizadas. El pie SACH mostró diferencias en los parámetros cinemáticos estudiados, los más relevantes son: menor rango de movimiento de la articulación de tobillo, un tiempo menor de apoyo simple, menor velocidad y una mayor asimetría de los parámetros espacio-temporales y de energías en comparación con los pies dinámicos, estudios anteriores concuerdan con los resultados [17,18].

REFERENCIAS

- [1] Condie, E., Grad D., Scott, H., Dip, G., Treweek, S. Lower Limb Prosthetic Outcome Measures: A Review of the Literature 1995 to 2005, *JPO* 2006; Vol 18, Num 1S, p 13
- [2] Postema K, Hermens HJ, de Vries J, et al. Energy storage and release of prosthetic feet, I: biomechanical analysis related to user benefits. *Prosthet Orthot Int* 1997; 21:17–27.
- [3] Van der Linden M, et al. A methodology for studying the effects of various types of prosthetic feet on the biomechanics of transfemoral amputee gait. *J Biom.*1999;32:877–889.
- [4] Whittle, M. Generation and attenuation of transient impulsive forces beneath the foot: a review. *Gait and Posture* 10,1999, 264-275.
- [5] Kadaba MP, Ramakrishnan HK, Wotten ME, Measurement of lower extremity kinematics during level walking. *J Orthop REs*, 1990;8:383-392
- [6] Barth, D, Schumacher L, Sienko-Thomas S. Gait analysis and energy cost of below-knee amputees wearing six different prosthetic feet. *J Prosthet Orthot* 1992; 4:63–75.
- [7] Soudan K. Standardization of gait kinematic data using a gait symmetry index and Fourier analysis .In: Huijskes R, VanCamen D, DeWijn J, editors. *Biomechanics: Principles and Applications, Development in Biomechanics, vol 1*. Martinus Nijhoff, 1982: 13- 40.
- [8] Gabbard C. Coming to terms with laterality. *J Psychol* 1997;131(5):561–4.
- [9] Davis, R., Ounpuu, S., Tyburski, Gage, J: ‘A Gait Analysis Data Collection and Reduction Technique’, *Human Movement Sciences* #5, Vol 10. 1991
- [10] Robinson R, Herzog W, Nigg B. Use of force platform variables to quantify the effects of chiropractic manipulation on gait symmetry. *J Manipulative Physiol Ther.* 1987;10:172–76.
- [11] Vagenas G, Hoshizaki B. A multivariable analysis of lower limb kinematic asymmetry in running. *Int J Sports Biomech.* 1992;8(1):11–29.
- [12] Kadaba M, et. Al. Repeatability of Kinematic, Kinetic and Electromyographic Data in Normal Adult Gait. *J Orthop Research* 7:849-860, 1989.
- [13] Zahedi MS, Spence WD, Solomonidis SE, Paul JP, 1987. Repeatability of kinetic and kinematic measurements in gait studies of the lower limb amputee. *Prosthet Orthot Int.* 11(2):55-64.
- [14] Hermodsson Y, Ekdahl C, Persson BM, Roxendal G. Gait in male trans-tibial amputees: A comparative study with healthy subjects in relation to walking speed. *Prosthet Orthot Int.* 1994;18(2):68–77.
- [15] Jaegers SM, Arendzen JH, de Jongh HJ. Prosthetic gait of unilateral transfemoral amputees: a kinematic study. *Arch Phys Med Rehabil* 1995;76:736–743.
- [16] Plas, F; Viel, E.; Blanc, Y. “*La marcha humana*”.Editorial Masson. Barcelona 1996.
- [17] Wagner J, Sienko S, Supan T, Barth D. Motion analysis of SACH vs. Flex-Foot in moderately active below-knee amputees. *Clin Prosthet Orthot.* 1987;11(1):55–62.
- [18] Pitkin MR. Effects of design variants in lower-limb prostheses on gait synergy. *J Prosthet Orthot.* 1997; 9(3):113–26.

NEUROPANACEA – UN SISTEMA DE NAVEGACIÓN QUIRÚRGICA ELECTROMAGNÉTICA

Guillermo Montilla

Iván Jara

Gerardo Sánchez

Ricardo Villegas

Antonio Bosnjak

montillaleon@gmail.com

Centro de Procesamiento de Imágenes, Universidad de Carabobo

Valencia, Venezuela

Resumen. *Este trabajo presenta un sistema de Cirugía Asistida por Computador basado en Navegación Electromagnética para ser aplicado en procesos de neurocirugía. El sistema se desarrolló en el lenguaje C# sobre .NET, se escribieron envolturas para bibliotecas diseñadas en C++ y se utilizaron las bibliotecas VTK, ITK y DCMTK, el programa se alojó en la plataforma Dockdotnet, que suministra ventanas ubicables tipo panel y tipo documento. Absolutamente todas las funcionalidades se suministran a través de plugins, hasta el momento el sistema cuenta con diez plugins de los cuales los esenciales para visualización son: (1) el lector de archivos DICOM y DICOMDIR, (2) funciones de transferencia para textura 3D y (3) cubo de región de interés. Los plugins esenciales para navegación son: (1) el de navegación electromagnética y (2) calibración y registro. La navegación se basa en un campo electromagnético que envuelve un volumen del ambiente quirúrgico y se utilizan dispositivos miniaturizados que son localizadores con seis grados de libertad. Utilizamos dos sistemas de navegación comerciales de la misma empresa. (1) El Minibird con un sensor de 5 mm, y (2) el 3D Guidance con dos sensores miniatura de 1.5 mm. El sistema ha sido probado en ambientes de laboratorio y quirúrgico, utilizando para ello un cubo de calibración con perforaciones cónicas superficiales y perforaciones profundas, ambas muy bien calibradas. Las primeras se utilizan como marcadores (fiduciaros), diez de ellos como referencia y los demás para evaluar la precisión. Además se utilizaron dos modelos de cráneo humano a los que se coloraron marcadores superficiales compatibles con RMN y TAC. En este trabajo se describe el diseño del sistema y se estudian los errores que definen la precisión del proceso quirúrgico.*

Palabras Clave: Cirugía Asistida por Computador, Navegación Quirúrgica.

1. INTRODUCCIÓN

Un navegador es un sistema de localización intraoperatoria guiado por imágenes. Consiste en un software para despliegue de las imágenes en dos y tres dimensiones, un instrumento de localización intraoperatoria y un método de registro entre las imágenes y el espacio físico del quirófano. Su principal función es proveer al cirujano con una realimentación en tiempo real de la localización del instrumental quirúrgico en relación con la anatomía del paciente. Esencialmente existen dos tipos de navegadores: el óptico y el electromagnético. Entre los navegadores más conocidos están el VectorVision de BrainLab que utiliza cámaras de infrarrojo para localizar los instrumentos, y el AxiEM de Medtronic que utiliza un campo electromagnético. El primero utiliza tripletas de esferas anexas al instrumental y el segundo agrega un sensor electromagnético a cada instrumento. Ambas tecnologías se usan y comparten los mismos índices de precisión, ambas tienen sus propias ventajas y desventajas. Las áreas médicas donde la navegación es más aceptada son: neurocirugía, cirugía de la columna, implantes ortopédicos y ENT.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera: primero se analiza el procedimiento quirúrgico con un navegador, luego se describe nuestro navegador llamado NeuroPanacea, y finalmente se hace un análisis de la precisión de la navegación quirúrgica.

2. PROCEDIMIENTO QUIRÚRGICO

En esta sección se analiza de manera global el proceso de una neurocirugía con navegación quirúrgica y luego se analiza en detalle el manejo del proceso y de los marcadores.

2.1 Proceso de navegación quirúrgica

La figura 1 muestra el proceso de una cirugía con navegación, con las siguientes etapas:

- Adquisición de las imágenes: es el paso previo, a partir del cual se obtienen los estudios de TAC y RMN en formato DICOM, que son transportados al navegador en un CD.
- Modelado y planificación: procedimiento mediante el cual se modela el paciente a partir de las imágenes y se determina el acceso más propicio hasta el blanco anatómico.
- Registro: cómputo realizado por el software del navegador para determinar la transformación espacial entre el espacio del quirófano y el espacio de las imágenes.
- Cirugía: en este proceso la cánula se inserta en el paciente con un sensor electromagnético anexo, de esta manera el navegador despliega su posición en el computador.
- Simulación: (abajo a la derecha) el cirujano no tiene visión del cerebro y sólo existe la visión suministrada por la simulación (abajo a la izquierda), que incluye el paciente en transparencia, la trayectoria de la cánula y un corte oblicuo por pasa la cánula.

2.2 Detalles técnicos del proceso de neuronavegación

Previo a la cirugía se colocan los marcadores adheridos a la piel y se obtienen las imágenes de RMN o de TAC, para evitar el movimiento de los fiduciales la imagenología se realiza lo más próxima en el tiempo al proceso quirúrgico. El estudio se transfiere en el formato DICOM y el neuronavegador reconstruye la imagen 3D, además se disponen cortes triplanares (axial, sagital y coronal) y cortes oblicuos. Con un apuntador unido a un sensor electromagnético se digitaliza la

posición de los marcadores del paciente y se realiza un proceso similar en el ambiente del programa para obtener sus posiciones dentro de las imágenes. Los dos juegos de puntos son puestos en correspondencia y luego se utiliza un algoritmo ICP “*Iterative Closest Point*” para obtener la matriz entre los dos sistemas coordenados, así finaliza el proceso de registro.

Luego se constata la precisión tocando con el puntero zonas como la punta de la nariz, para una mejor confirmación se utiliza un marcador cutáneo extra. En la navegación intraoperatoria se acoplan sensores electromagnéticos a cada instrumento y se determinan sus matrices de corrección. Durante la cirugía se verifica la dirección del abordaje siguiendo la prolongación virtual de la punta del instrumento, el sistema proporciona su actualización en tiempo real.

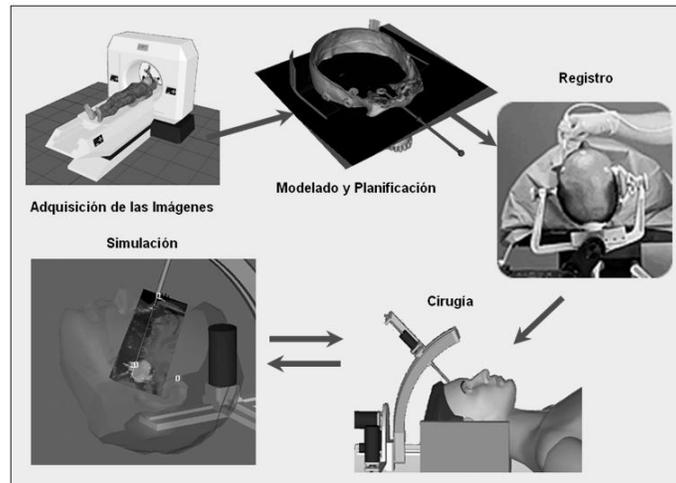


Figura 1. Esquema de una Cirugía con NeuroPanacea.

3. NEUROPANACEA

La figura 2a muestra los componentes de NeuroPanacea (computador, transmisor del campo magnético, cubo de calibración, sonda electromagnética y equipo de localización Electromagnética). Videos sobre Neuropanacea pueden ser encontrados en las referencias [8-11]. La figura 2b muestra el ambiente del programa, la ventana central muestra un documento con el modelo del paciente, la punta de prueba para planificar la cirugía, el cubo de región de interés y una paleta de colores (abajo a la derecha). Todas las funcionalidades del programa se suministran a través de *plugins*, hasta el momento el sistema cuenta con diez *plugins*, los más importantes son los que se listan a continuación, con los tres primeros *plugins* el programa ya está operativo.

Visualización:

- Lector de Archivos DICOM y DICOMDIR.
- Funciones de Transferencia para Textura 3D.
- Cubo de Región de Interés.

Navegación:

- Módulo de Navegación Electromagnética.
- Calibración y Registro.

Planificación y
Procedimiento
Quirúrgico:

- Cortes Multiplanares
(Planos de corte axial, sagital, coronal y oblicuos).
- Cánula de Prueba Interactiva.

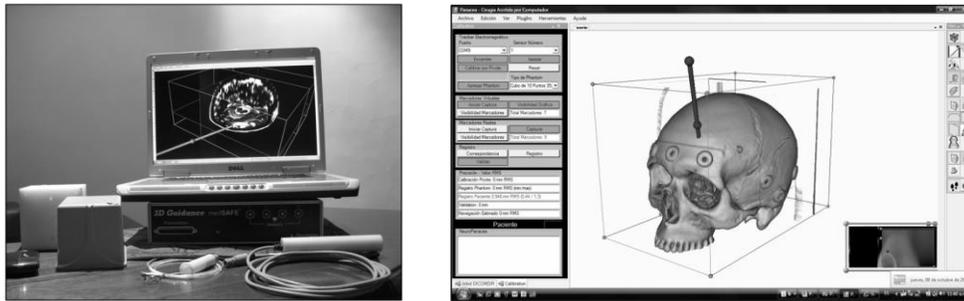


Figura 2. (a) Foto de los componentes de hardware del navegador NeuroPanacea.
(b) Ambiente del software NeuroPanacea.

La figura 3 muestra el procedimiento para planificar una cirugía usando una punta de prueba y cortes oblicuos que la contienen, el especialista determina la mejor trayectoria para acceder al tumor, que en la figura 3 es un tumor simulado que puede verse en la imagen 3D y en el corte 2D.

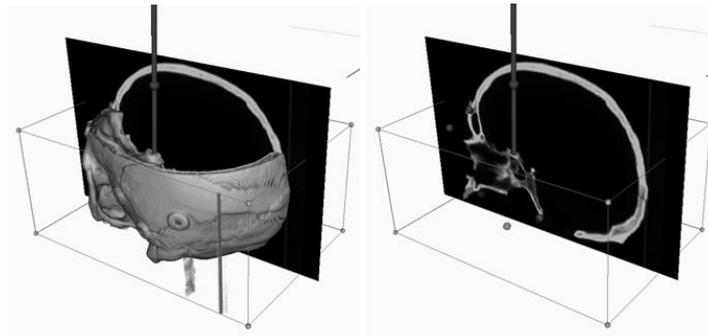


Figura 3. Proceso para planificar una cirugía.

4. ANÁLISIS DE LA PRECISIÓN

La característica más importante de un navegador quirúrgico es la precisión. En la precisión global o precisión para localizar el blanco anatómico están involucrados los siguientes factores:

- La precisión del digitalizador, suministrada por el fabricante. Schicho y colaboradores [1] comparan las precisiones de los sistemas AxiEM de Medtronic y Aurora, y reportan precisiones de 0.71 mm y de 1.30 mm para estos dos dispositivos.
- La precisión del registro, que depende de errores al determinar la posición de los marcadores en las imágenes, también de la calidad física del centro del marcador.
- El tipo de procedimiento utilizado para el registro. Woerdeman [2] realizó un estudio sobre 15 pacientes de la precisión utilizando registro con marcadores adheridos a la piel (error 2.49 ± 1.07 mm), correspondencia entre superficies (error 5.03 ± 2.30 mm) y marcadores anatómicos (error 4.97 ± 2.29 mm), para medir la precisión colocó un marcador adicional en la cabeza como blanco anatómico.
- La disposición geométrica de los marcadores. La precisión depende de la colocación de los marcadores respecto a la región quirúrgica, estos se deben colocar lo más próximos al campo operatorio, ya que la precisión no es uniforme a través del volumen craneal.
- La resolución de la imagen, ya que no se puede tener una medida más exacta que la resolución de la imagen, principalmente en el sentido de los cortes.

- El desplazamiento cerebral. El cual es afectado por el proceso de administración de sedantes, el entubamiento, el drenaje del líquido cefalorraquídeo y la gravedad.

Las reglas para colocar los marcadores son proximidad al campo quirúrgico, suficiente distancia entre ellos y una disposición esparcida. Se recomienda utilizar más de cinco marcadores. Pocos autores reportan la utilización de marcadores que se enroscan al cráneo para evitar el corrimiento de la piel, porque esto contradice el principio de mínima invasión.

4.1 Precisión reportada con los navegadores ópticos

Gumprecht y colaboradores [3] reportan éxito en 125 de 131 casos, usando un navegador de BrainLab, la precisión de la localización del blanco anatómico fue de 4 ± 1.4 mm.

Castilla y colaboradores [4] publican resultados de 69 cirugías con el navegador BrainLab, la precisión del registro con el Z-touch (utilizado para registro de superficies) fue 1.58 mm (0.5 a 3.8 mm), el número de intentos de registro por paciente fue de 2.8 (1 a 13).

4.2 Precisión reportada con los navegadores electromagnéticos

Barszcz y colaboradores [5] analizaron el error de registro en la cirugía de 33 niños, utilizando 7 a 10 marcadores anatómicos, el error de registro fue de 0.7 a 4.4 mm (2.1 ± 0.7 mm).

Kuehn y colaboradores [6] realizaron un estudio en 250 pacientes en 5,5 años, y midieron varios errores: FRE o error de registro de los fiduciaros (1.33 ± 0.51 mm), TRE o error de registro del blanco anatómico (1.59 ± 0.57 mm) y desplazamiento del cerebro (1.61 ± 1.14 mm).

Suess y colaboradores [7] realizaron un estudio con 24 procedimientos, y reportan un FRE de 1.2 mm rms utilizando RMN y 1.5 mm rms utilizando TAC, y un TRE de 3.2 ± 1.5 mm.

4.3 Precisión con NeuroPanacea

La figura 4 muestra un modelo de cráneo para simular las cirugías, con localizadores en su superficie y tres tumores simulados con localizadores. A la derecha de la figura se verifica la correspondencia entre la posición del instrumento real y el virtual, el error de posición es de 1.5 mm lo cual está dentro del estándar de los equipos de navegación. Previo a la cirugía se verifican los errores de registro (FRE) y de localización (TRE), utilizando un cubo de calibración mostrado al fondo de la figura 2, el cual posee perforaciones cónicas superficiales muy bien calibradas que se utilizan como marcadores, unos como referencia y otros para evaluar la precisión. Nuestra experiencia con el cubo y con los modelos de cráneo, utilizando dos sistemas electromagnéticos (*Minibird* y el *3D Guidance* de la empresa Ascension) demuestra que el error de registro de NeuroPanacea está en el rango de 0.5 a 1.5 mm, y el error de localización está en el rango 1 a 4 mm, ambos valores están dentro de los estándares de otros grupos de investigación.

5. CONCLUSIONES

Hemos presentado un análisis de la utilización de un navegador quirúrgico y analizado la precisión obtenida por otros grupos de investigación y con nuestro propio diseño, demostrando que nuestros valores de precisión obtenidos tanto en el registro como en la localización del blanco anatómico están dentro de los rangos especificados en la bibliografía. Hemos presentado experiencias quirúrgicas de nuestro navegador a través de videos referenciados en la red.

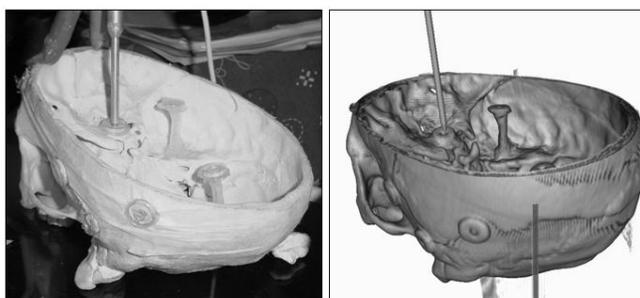


Figura 4. Simulación de una neurocirugía: modelo físico y modelo mostrado por NeuroPanacea.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado de manera parcial por la LOCTI a través del proyecto #3.21 denominado "Navegación Quirúrgica" con aportes de la empresa America Internacional S.A..

REFERENCIAS

- [1].Schicho K., Donat M., Figl M., Seemann R., Birkfellner W., Ewers1 R., Hartmann S. Electromagnetic Comparison of the Medtronic AXIEM™ and Northern Digital Aurora™ Systems. <http://www.medtronicnavigation.com/files/File/em%20%20white%20paper.pdf>.
- [2].Woerdeman P., Willems P., Jan Noordmans H., Tulleken C., Van der Sprenkel J. Application accuracy in frameless image-guided neurosurgery: a comparison study of three patient-to-image registration methods. *Journal Neurosurgery* 106:1012–1016, 2007.
- [3].Gumprecht H., Widenka D., Lumenta Ch.. BrainLab VectorVision Neuronavigation System: Technology and Clinical Experiences in 131 Cases. *Neurosurgery*: vol. 44-1, pp 97-104, 1999.
- [4].Castilla J., Martín V., Fernández O., Delgado P., Rodríguez A.. Primeros Pasos en Neuronavegación. *Neurocirugía*. 14:398-408, 2003.
- [5].Barszcz S, Roszkowski M, Daszkiewicz P, Jurkiewicz E, Maryniak A. Accuracy of intraoperative registration during electromagnetic neuronavigation in intracranial procedures performed in children. *Neurologia i Neurochirurgia Polska*, 41, 2: 122–127, 2007.
- [6].Kuehn B., Mularski S, Schoenherr S., Hammersen S., Stendel R., Kombos T., Suess S., Suess O. Sensor-based neuronavigation: Evaluation of a large continuous patient population. *Clinical Neurology and Neurosurgery*, vol 110-10, pp. 1012-1019. 2008.
- [7].Suess O., Kombos Th., Kurth R., Suess S., Mularski S., Hammersen S., Brock M., Benabid A. Intracranial image-guided neurosurgery : Experience with a new electromagnetic navigation system. *Acta neurochirurgica*. vol. 143-9, pp. 927-934, 2001.
- [8].Neuronavegador "NeuroPanacea". <http://www.youtube.com/watch?v=sDa7fMH-FXM>.
- [9].Biopsia cerebral y endoscopia guiada por neuropanacea. http://www.youtube.com/watch?v=jZGCUd_rv68.
- [10].Cerebral endoscopy guided by NeuroPanacea. <http://www.youtube.com/watch?v=28M1sGLUcZg>
- [11].Neuronavegador "Neuropanacea" y endoscopia cerebral. <http://www.youtube.com/watch?v=c58etXWWoDA>

UN NUEVO MODELO DE PRÓTESIS DE CADERA

Omar Verastegui

Othman Falcón

César González

Miguel Cerrolaza

emails: {omar.verastegui, othman.falcón, cesar.gonzalez, miguel.cerrolaza} @inabio.edu.ve

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela

Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela.

Resumen. *Anualmente son intervenidos en Venezuela un gran número de pacientes por causa del remplazo de la articulación coxofemoral [1]. Las prótesis de cadera, dispositivos médicos encargados de restablecer dicha articulación, son importadas en su totalidad, lo cual representa un elevado costo de adquisición y poca opción para gran parte de la sociedad de bajos recursos venezolana. Es por ello que el Instituto Nacional de Bioingeniería (INABIO) ha invertido un gran esfuerzo y dedicación en aportar una solución a dicha problemática, planteando un modelo de prótesis de cadera que cumple con las exigencias de los médicos.*

El diseño y análisis de este nuevo prototipo se realizó utilizando el Método de los Elementos Finitos y el software Abaqus.

Se estudió la biomecánica de la cadera con sus patologías y tratamientos, para determinar las cargas y condiciones de contorno, con las cuales se analizó el modelo propuesto.

Se obtuvieron los niveles de esfuerzos generados por las cargas aplicadas durante las actividades cotidianas, como caminar, subir escalones, etc., verificando que las condiciones máximas de carga no producen esfuerzos superiores a los límites de diseño para el material sugerido (acero quirúrgico, Bioline High-N ASTM F1586). Los resultados fueron validados con resultados disponibles en la literatura técnica.

Palabras Claves: Prótesis de Cadera, Elementos Finitos, Simulación Computacional.

1. INTRODUCCIÓN

Las prótesis de cadera cumplen con la función de reemplazar una o las dos partes que conforman la articulación coxofemoral. Por un lado el acetábulo o cotilo que corresponde a la parte de la pelvis y por otro lado la cabeza del fémur. Estas articulaciones son reemplazadas debido a que el sistema esquelético puede sufrir ciertas patologías crónicas y degenerativas, como la artrosis o la artritis, que se caracterizan por provocar daños en la membrana sinovial, lo cual impide la movilidad en los miembros involucrados en el sistema. Con el objetivo de cubrir esta necesidad, a lo largo de las últimas décadas se han elaborado múltiples tipos de prótesis de cadera, utilizando nuevos materiales, variando las geometrías, mejorando los acabados superficiales y aplicando diferentes mecanismos de fijación y técnicas de análisis, diseñando así componentes más eficientes y óptimos que le ofrecen a los pacientes un mejor desempeño [2].

En nuestro país la mayoría de estos modelos son de importación, tanto su diseño como su manufactura, debido principalmente a la complejidad de sus formas y al alto nivel de especialización requerido en su diseño y fabricación. El objetivo de este estudio fue plantear un nuevo modelo de prótesis de cadera, verificando que efectivamente la distribución de esfuerzos en el dispositivo no condujera a la falla del mismo y que el conocimiento generado permitiera la creación de una metodología que fuese aplicable al análisis de cualquier otro tipo de prótesis. Para ello aplicamos como herramienta de análisis el método de los elementos finitos, el cual es hoy día uno de los métodos numéricos más usado en la solución de problemas complejos [3].

2. MÉTODOS

2.1 Concepción y diseño del prototipo

Para llevar a cabo el proyecto se consideraron las geometrías y los materiales utilizados por excelencia en las prótesis comercializadas actualmente en el mundo [4]. Luego de analizar la viabilidad de manufactura de las mismas y sus beneficios quirúrgicos, decidimos utilizar como base de nuestro modelo las prótesis modulares, específicamente la tipo *Margron* [5], debido a sus ventajas de implante: mejor fijación inicial, facilidad de colocación en el acto de la operación, mejor distribución de esfuerzos sobre el dispositivo y principalmente debido a su diseño geométrico. De este modo, tomando en cuenta estos parámetros y lineamientos de diseño y la opinión de traumatólogos especialistas en el área, se propuso el siguiente dispositivo protésico modular (Fig. 1):

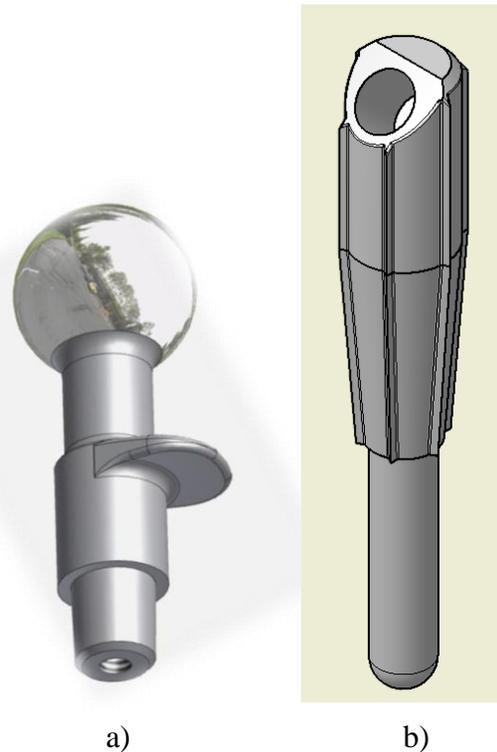


Fig. 1 a) Cuello y cabeza de la prótesis
b) Vástago del dispositivo.

2.2 Análisis del Dispositivo Protésico

Luego de la concepción y diseño del prototipo, estos modelos fueron dibujados en 3D en programas CAD (Fig. 2a) y posteriormente importados a un software de análisis numérico basado en el método de los elementos finitos (*Abaqus 6.8*), en el cual se realizaron las simulaciones respectivas para determinar los estados de esfuerzos que se presentaban en el dispositivo cuando se sometía a las diferentes cargas biológicas.

Para la geometría del fémur (Fig.2b) fueron analizadas y trabajadas tomografías axiales computarizadas del hueso, a través de una herramienta computacional basada en algoritmos de procesamientos de imágenes médicas [6], con la cual se pudo transformar y manipular dicha data para acoplarla a los modelos propuestos.

El material empleado en el modelo fue la aleación Sandvik Grade: High-N ASTM F1586 [7], su composición química y propiedades se muestran en la Tabla 1. Esta aleación posee ventajas con respecto a otros materiales biocompatibles ya que contiene un porcentaje de nitrógeno (N) que incrementa las propiedades mecánicas del material [7]. Se asumió el material isotrópico, homogéneo y elástico.

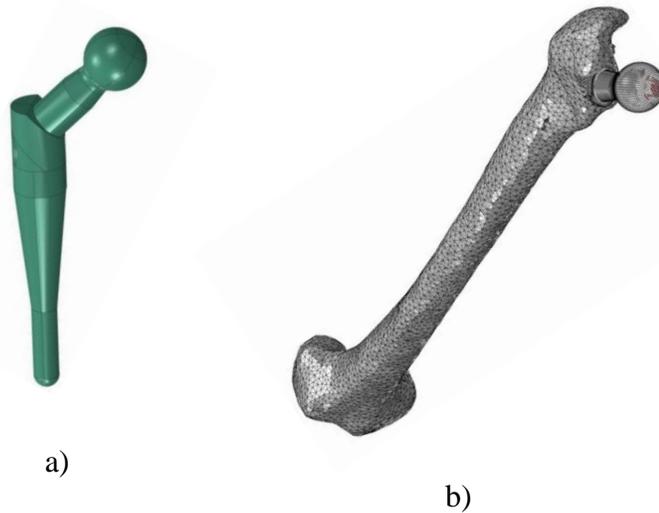


Fig.2 a) Isometría del ensamble Vástago- Cuello
b) Fémur y prótesis en 3D

Tabla 1 Propiedades del Material [7]

Sandvik	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Mo	Cu	N	Nb
BioLine High - N	0.06	0.60	4.0	0.025	0.003	20.5	9.5	2.4	0.20	0.4	0.3

Condition	Proof strength (MPa)	Tensile strength (MPa)	Elongation (%)	Hardness (Brinell)
Annealed	430	740	40	250
Medium tensile	850	1100	20	360
High tensile	1100	1350	15	400

Para el estudio y análisis de los esfuerzos, la fijación y el desgaste producido en una prótesis de cadera, luego de ser implantada, es necesario conocer las fuerzas de contacto en la articulación. En la mayoría de los diseños estas fuerzas han sido estimadas utilizando modelos simplificados de los músculos que actúan en dicha unión, realizando estudios de brazo de palanca y momentos producidos por el peso corporal sobre la cabeza femoral y utilizando métodos de optimización [8]. Debido a la necesidad de mejorar estos diseños fue preciso tener una mayor exactitud en las condiciones y fuerzas que actuaban en la articulación coxofemoral [9]. Por ello en nuestro diseño tomamos como referencia los trabajos publicados por *Bergmann* [10]. Este

investigador desarrolló e implementó prótesis de cadera en 4 pacientes, las cuales en su interior tenían unos dispositivos electrónicos que permitían la transmisión de data telemétrica [11]. Con estos instrumentos implantados, *Bergmann* midió *in vivo* las fuerzas de contacto de cadera producidas en los pacientes durante las diferentes actividades diarias como caminar, subir escalones, montar bicicleta, etc.

Una vez discretizado el modelo, se realizaron varios refinamientos h-adaptativos de malla en las zonas más críticas del sistema (Ptos A - B - C -D del ensamble) Fig. 3, logrando así obtener resultados más precisos y confiables y una convergencia del mismo. De esta manera se seleccionó el número y tipos de elementos más adecuado para el análisis, utilizando 155.578 elementos tetraédricos de 4 nodos (CED8R), los cuales se utilizan en el modelado de mallas de geometrías irregulares y 265.999 elementos hexaédricos de 8 nodos (C3D4) con un total de 225.988 nodos en el ensamble.

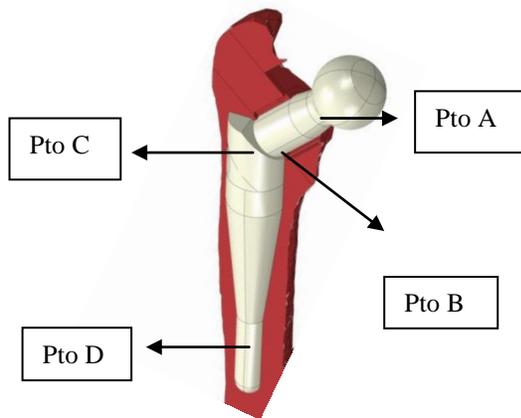


Fig. 3 Ensamble del modelo (Ptos críticos)

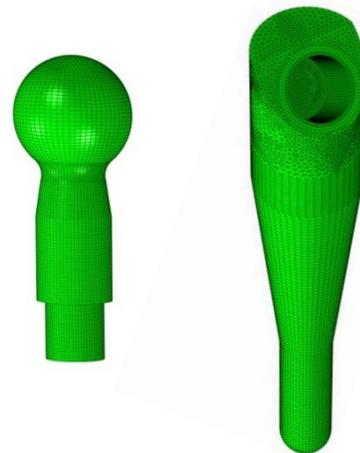


Fig. 4 Discretización de los componentes

Tabla 2 Número de nodos y tipo de elementos usados en el refinamiento de la malla

Densidad de Malla	Tipo de Elemento	Número de Elementos	Número de Nodos
1	8.678 C3D8R / 71.391 C3D4	80.069	26.896
2	25.694 C3D8R / 95.512 C3D4	121.206	51.289
3	5.108 C3D8R / 144.620 C3D4	249.728	145.222
4	113.939 C3D8R / 230.388 C3D4	344.327	173.628
5	155.578 C3D8R / 265.999 C3D4	421.577	225.988

3. RESULTADOS

Después de someter la prótesis a las condiciones antes descritas, se obtuvieron los estados de esfuerzos de Von Mises para los dos casos más críticos estudiados, caminata rápida y subiendo escalones, para una persona de 70 Kg promedio.

Tabla 3 Esfuerzos de Von Mises en los puntos críticos del modelo

Caso de estudio	Esf. (Von Mises) (MPa) Pto A	Esf. (Von Mises) (MPa) Pto B	Esf. (Von Mises) (MPa) Pto C	Esf. (Von Mises) (MPa) Pto D
Caminata rápida	260	285	452	322
Subiendo escalones	338	390	561	480

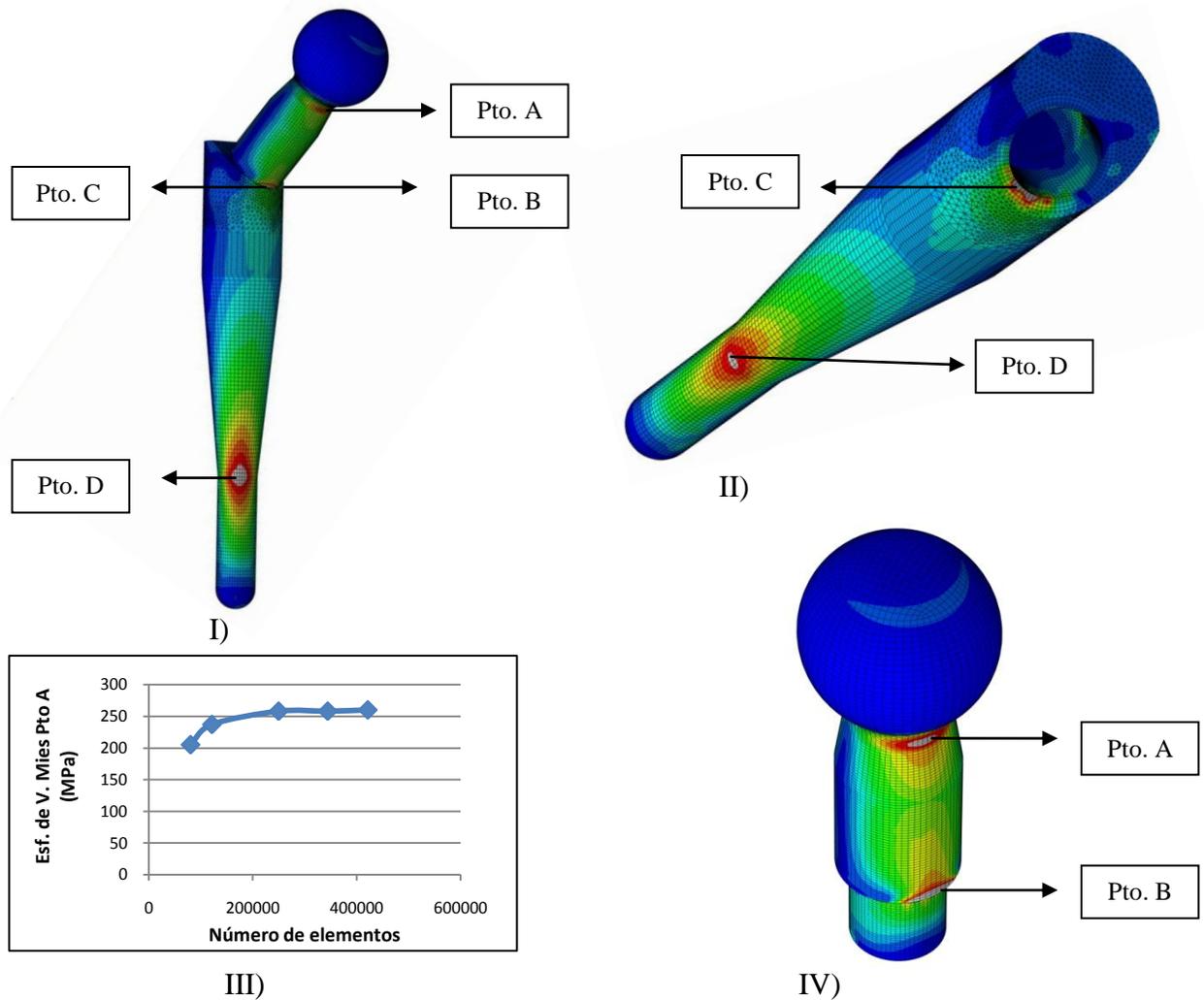


Fig. 5 Esfuerzos de Von Mises para caminata rápida: I) Ensemble modular II) Vástago de la Prótesis III) Convergencia del modelo IV) Cuello y cabeza del dispositivo

Por otro lado, en la literatura la mayoría de las prótesis son diseñadas en función de resultados de análisis estáticos. Sin embargo, los efectos dinámicos adicionan entre un 10 y un 20 % más de carga a la pieza, lo cual debe considerarse para los criterios de fatiga y de fractura.

En nuestro caso, los análisis de fatiga fueron llevados a cabo según el criterio de *Soderber* (ver ref. [12]), utilizado en materiales dúctiles y para el análisis de resistencia de piezas sometidas a tensiones fluctuantes con componente de tensión media positiva. De acuerdo con su teoría, cualquier esfuerzo por debajo de la línea definida por la ecuación (1) tendrá una vida infinita:

$$\frac{s_{yp}}{N} = \sigma_m + K_f \sigma_r \frac{s_{yp}}{s_e} \quad (1)$$

Donde s_{yp} es el límite de fluencia del material, s_m es el esfuerzo medio, s_r el esfuerzo alternante, s_e el límite de fatiga, N es el factor de seguridad y K_f el concentrador de esfuerzos.

En nuestro caso los cálculos de fatiga arrojaron valores de factor de seguridad superiores a 2, resultando el modelo seguro para la condición de trabajo propuesta.

4. CONCLUSIONES

Durante este estudio se propuso un nuevo modelo de prótesis de cadera, basando los lineamientos y criterios de diseño en los beneficios de los modelos existentes en el mercado y en la experiencia y las opiniones del gremio médico venezolano.

En cuanto al análisis del dispositivo, se obtuvieron resultados numéricos que cumplieron satisfactoriamente los criterios de falla tanto estática como dinámicamente. Dichos resultados fueron validados con trabajos similares presentados en la literatura técnica [13].

Además, un dispositivo cuya geometría sea modular y cónica, trae grandes ventajas en la manufactura, de esta manera ofrecemos una alternativa viable y eficiente de producción que cumple con los requerimientos exigidos.

Por último, este estudio permite tener más elementos de análisis para el diseño de prótesis de cadera y crea un referente importante en la metodología a seguir para diseñar y fabricar dispositivos médicos.

5. REFERENCIAS

- [1] Hobecker O. (2005) Impacto de la osteoporosis sobre la población. *Revista de Posgrado de la Cátedra de Medicina*. **144**: 24-27. Caracas- Venezuela.
- [2] Echavarría A., (2003) Una perspectiva de los biomateriales vista de un diseño específico: La Prótesis de cadera, *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia*. **030**: 95-108.
- [3] Cerrolaza M. (2006), *El método de los elementos finitos para la ingeniería y ciencias aplicadas: teoría y programas*. CDCH, Caracas-Venezuela.
- [4] Murray D. (1995) Which primary total hip replacement?. *J. of Bone and Joint Surgery*. **77**: 520-524.
- [5] Frost R., Sekel R., Kandel L. (2003) The engineering design of the MARGRON femoral hip prosthesis system, *Journal of Eng. Design, ISSN 0954-4828*, **14**: 115-127.
- [6] Accardo A., Strolka I., Toffanin R., Vittur F. (2005). Medical Imaging Analysis of the Three Dimensional (3D) Architecture of Trabecular Bone: Techniques and their Applications. *Medical Imaging Systems Technology, Methods in Diagnosis Optimization*. **5**:1-41, Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- [7] Haraldsson C., Cowen S., (2003) Characterization of Sandvik Bioline High-N-A Comparison of Standard Grades F1314 and F1586, *Stainless Steel for Medical and Surgical Applications, ASTM STP 1438*, G.L.
- [8] Paul, J.P. (1975) Forces action transmitted by joints in the human body. *Proceedings of the Royal Society of Medicine*, 163-172.
- [9] Davy, D.T. (1988) Telemetric force measurement across the hip after total arthroplasty. *J. of Bone and Joint Surgery*. **70-A**: 45-50.
- [10] Bergmann G., Deuretzbacher G., Heller M., Graichen F., Rohlmann A. (2001) Hip contact forces and gait patterns from routine activities, *J. of Biomechanics*. **34**: 859-871.
- [11] Graichen F., Bergmann G., Rohlmann A. (1999) Hip endoprosthesis for in vivo measurement of joint force and temperature, *J. of Biomechanics*. **32**: 1113-1117.
- [12] Deutschman A., Michels W., Wilson C.(1975) *Machine Design: Theory and Practice*. Prentice Hall.
- [13] Rosas M., Espino J., (2005) Distribución de esfuerzos en una prótesis parcial de cadera cementada. *Ingeniería Mecánica Tecnología y Desarrollo*. **2**: 001. México.

UN MODELO PRELIMINAR MULTISEGMENTO DEL PIE PARA EL ANÁLISIS DE MARCHA

Lucia Martino

lmartino@uc.edu.ve

Departamento de Diseño Mecánico y Automatización, Escuela de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Naguanagua, Venezuela

Miguel Cerrolaza

miguel.cerrolaza@inabio.edu.ve

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela,
Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas, Venezuela

Marcel Rupcich G.

rupcich@gmail.com

Cirujano Ortopédico Infantil

Departamento de Pediatría, Centro Médico Docente La Trinidad

Resumen. *En el análisis de marcha, el pie se estudia como un cuerpo rígido unisegmentario, no considerando la real anatomía (27 huesos unidos por 32 articulaciones) y su movimiento relativo. Recientemente diversos autores han estudiado el pie como un objeto multisegmento con diferentes modelos para representarlo mas idóneamente. En esta investigación se propone un modelo de pie multisegmento para complementar el modelo de miembros inferiores que se usa generalmente. El modelo uní segmentario no refleja los movimientos del plano coronal ni transversal, confundiendo la cinemática del plano sagital cuando existe una deformidad del pie como en el retropié valgo, donde el retropié se pronar y el medio y antepié entran en abducción y supinación, como en el retropié varo, donde el retropié se pronar y el medio y antepié entran en abducción y supinación. Pretendemos identificar dos de los tres segmentos (retro y antepié: incluyendo como parte del segmento distal al mediopie) en dichos segmentos se colocan 3 nuevos marcadores, a los ya existentes en el modelo unisegmentario del pie, además de crear un marcador virtual para completar los marcadores que representan al retropié. El equipo utilizado es el VICON®, disponible en el laboratorio del HOI. Se generaron valores prácticos para observar el comportamiento del modelo a partir de sujetos sanos, con una edad comprendida entre los 11 y 25 años, y con una medida longitudinal del pie entre 23 y 30 cm de largo. Las variables cinemáticas del pie a registrar entre los segmentos del retropié y antepié, son: abducción, adducción, supinación y pronación, dorsiflexión y plantiflexión.*

Palabras claves: Modelo Pie multisegmento, Análisis de marcha. Cinemática, *retropié y antepié*

1. INTRODUCCIÓN

El análisis de la marcha tiene como finalidad principal conocer los movimientos y las causas que se producen durante la locomoción humana, utilizando la cinemática (describe la marcha en términos de ángulos, desplazamientos, velocidades, aceleraciones de los segmentos y articulaciones corporales), la cinética (la describe en términos de momentos y potencias); y la Electromiografía Dinámica registrando la actividad muscular de los miembros inferiores por medio de electrodos de superficie siguiendo protocolos específicos. El análisis se complementa con un examen físico especial y un video bidimensional.

2. MODELO BIOMECÁNICO

Desde el punto de vista biomecánico, el sistema músculo-esquelético humano es un sistema de elementos articulados entre sí, cada elemento óseo puede ser idealizado como una barra rígida que transmite fuerzas a otras a través de las articulaciones, músculos y ligamentos. El número de segmentos y la complejidad del modelo en conjunto se determinan según el propósito del estudio y grado de realidad del modelo. Al elegir los segmentos se asume que sus dimensiones y propiedades no cambian durante el movimiento. La mayoría de los modelos biomecánicos [2] involucran segmentos articulados los cuales forman una cadena (por ejemplo la pelvis, fémur, tibia y pie) y tales modelos describen el movimiento de cada segmento relativo al segmento más cercano, excepto la pelvis que se registra relativa al punto cero del laboratorio en los tres planos del espacio y la progresión del pie. (plano transverso.) (Ver fig 3)

2.1. Biomecánica del pie

El movimiento que realiza el pie en su conjunto se corresponde con movimientos combinados que tienen lugar en los tres planos del espacio [4].

En el tobillo, la combinación de la Tibio-Talar y la subtalar forman una articulación singular, que automáticamente adaptan la rotación sobre cualquier eje, al compartir los movimientos entre ambas. La primera, tiene su eje aproximadamente a través de los maléolos, atraviesa transversalmente el pie, de manera que rota primariamente en el plano sagital. El eje de rotación de la subtalar varía de persona a persona, pero tiende a presentar una alineación con el eje longitudinal del pie, de manera que rota en el plano coronal o frontal. En la tabla 1 se muestran los movimientos del pie según el plano de realización.

Tabla 1. Movimientos del pie. [4]

Plano	Eje	Movimiento
Sagital	Transversal	Flexión dorsiplantar
Coronal	Anteroposterior	Pronacion / Supinacion
Transversal	Vertical	Abduccion / Aduccion

2.2. Modelo propuesto del pie

El modelo multisegmento del pie propuesto es para ser utilizado sin alterar el protocolo original del laboratorio; para ello se hizo una comparación de la cantidad y ubicación de marcadores utilizados por diversos autores [6..10].

2.3 Definición de los segmentos del pie

Para esta investigación se define el pie desde el tobillo hasta la punta de los dedos. Y se divide en dos segmentos, el retropié constituido por el calcáneo y el Talus, y el antepié por los metatarsos. El resto de los segmentos que se pueden definir no se consideran para este estudio, el mediopié se toma como elemento de transmisión de movimiento entre los otros dos segmentos del pie [9]. Se podría considerar que se comporta como una bisagra.

El modelo representará las gráficas de flexión-extensión, abducción-aducción, en función del porcentaje del ciclo de marcha, entre los segmentos (tibia, retropié y antepié).

Se necesitan como mínimo 3 marcadores para identificar un segmento. La identificación de los puntos sobre los cuales colocar los marcadores tiene que ver con referencias anatómicas del pie, fáciles de ubicar e identificar, tal que se minimicen los efectos de error, de observador a observador, y del movimiento de la piel, principalmente..

Los marcadores del modelo actual (segmento único) son tres: ANK (maleolo externo), HEE (donde se inserta el tendón de Aquiles en el calcáneo) y TOE (punto medio distal entre segundo y tercer metatarsiano) [2], en este modelo es de relevante importancia que la altura de TOE sea igual a la de HEE.

Los marcadores propuestos son LCA (tuberosidad externa del calcáneo), MCA (apófisis menor del calcáneo (Sustentaculum tali) y HEE, para el retropié. El antepié se define con P5M (base del 5to metatarsiano), D5M (base del 5to metatarsiano), P1M (base del 1er metatarsiano), D1M (cabeza del 1er metatarsiano. (fig. 1) y un marcador virtual MRC (que se ubica aproximadamente en el tubérculo externo del calcáneo) (ver fig. 2). La tibia viene definida por el modelo de miembros inferiores usado por el sistema Vicom.

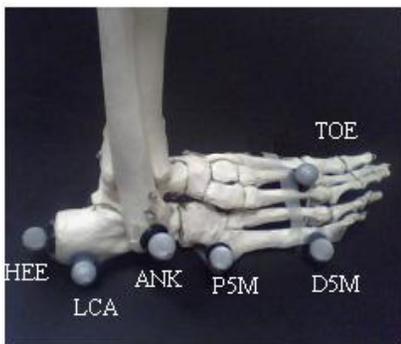


Figura 1 Ubicación de marcadores.

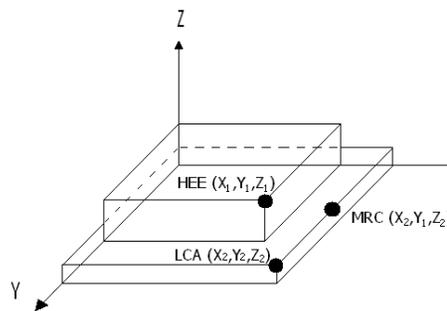


Figura 2 Comp. del marcador virtual MRC

Tomando HEE como el origen de dos vectores cuyas direcciones son: uno con dirección a LCA y el otro a MRC se puede construir un vector perpendicular al plano formado por los dos anteriores que se origina en HEE como el vector normal al segmento del retropié o vector retropié. Tal vector junto con el vector del antepié (vector normal al plano conformado P5M, D5M y TOE) permiten calcular los ángulos intersegmentos. (ver figura 3,4)

Recolección de datos y sujetos de estudio

El equipo utilizado para la recolección de datos y el estudio es el VICON® Motion System 460 de la Oxford Metrics Group. Se realizó el estudio a 10 individuos sanos de ambos sexos, para

generar las gráficas de data normal, con una edad comprendida entre los 11 y 40 años, y con un tamaño del pie entre 23 y 30 cm. de largo.

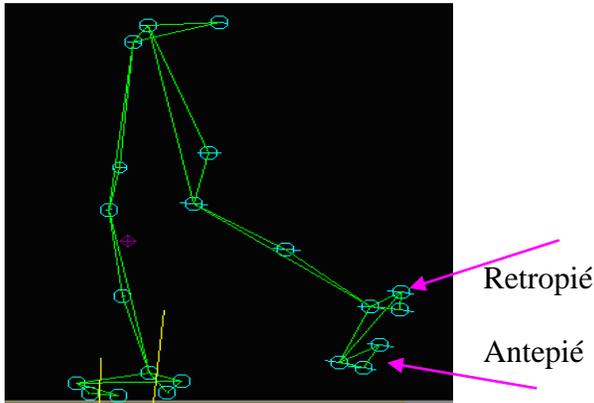


Figura 3 Modelo procesado en VICON® de los segmentos nuevos incorporados al modelo existente de miembros inferiores.

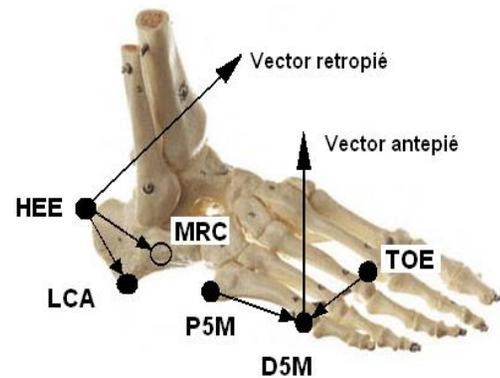


Figura 4 Vectores utilizados para formar el vector normal al segmento en estudio

3. RESULTADOS

Una vez procesados los datos, se comparó con la representación gráfica presentada por Carson et al [9], Simon et al [6] y Stebbins et al [10], las gráficas obtenidas por el modelo propuesto presentan una forma similar a la mostrada por estos autores, sugiriendo que el modelo podría ser práctico.

3.1 Movimientos relativos en individuos sin patologías

En las gráficas de las figuras 5, 6 y 7 se puede observar la cinemática en cada uno de los planos en los que se proyecta el movimiento del pie de cada par de segmentos del estudio, las cuales muestran un valor medio, de individuos sin patologías.

Se puede observar que el comportamiento de los segmentos retropié y antepié con respecto a la tibia, en el mismo plano de estudio es muy similar, solo que con rangos diferentes.

Una vez obtenidas las gráficas del modelo propuesto (ver fig 5,6), se realizó la comparación de los valores máximos y mínimos y sus respectivos puntos de ocurrencia, de cada curva representativa de los movimientos entre los segmentos estudiados, tanto para el modelo propuesto como para los valores disponibles en la literatura técnica provenientes de cuatro autores Hunt et al [11], Myers et al [12], Simon et al [6] y Stebbins et al [10], debe mencionarse que cada autor estudia los segmentos de su interés. En el presente trabajo nuestro protocolo es bastante similar al utilizado por Stebbins et al [10] en cantidad y ubicación de marcadores. Autores como Hunt et al [11], Myers et al [12], Simon et al [6] ubicaron los marcadores en posiciones diferentes y utilizan un número mayor de éstos.

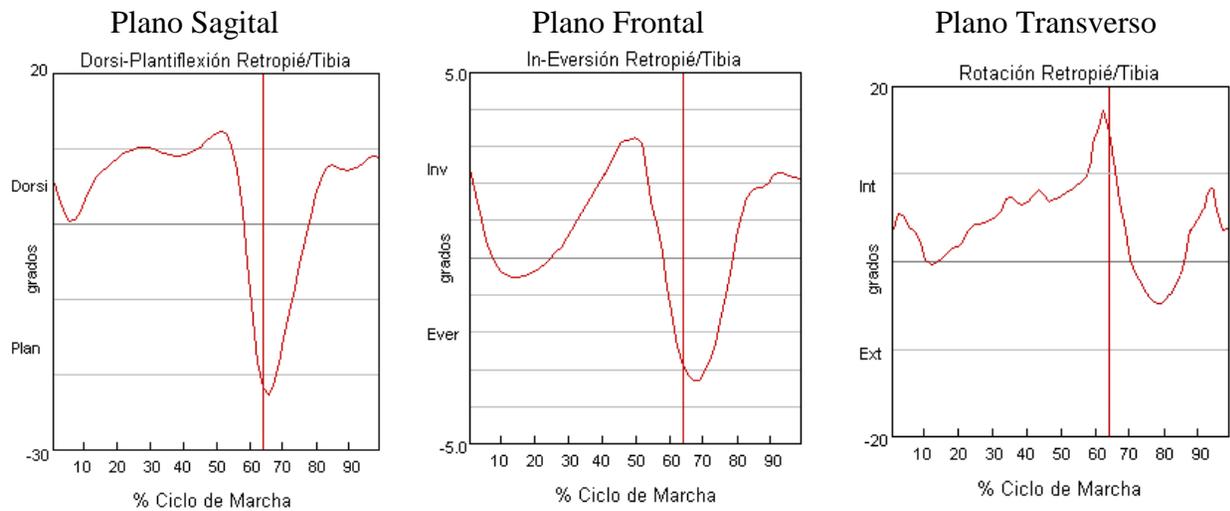


Figura 5 Representación del movimiento relativo entre el retropié y la tibia en los tres planos.

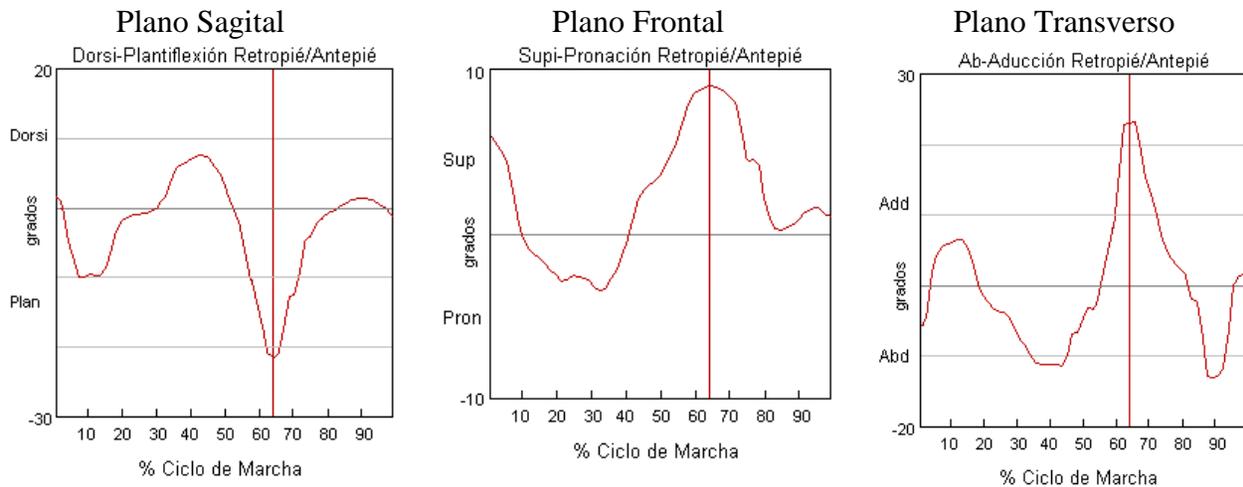


Figura 6 Representación del movimiento relativo entre el retropié y el antepié en los tres planos.

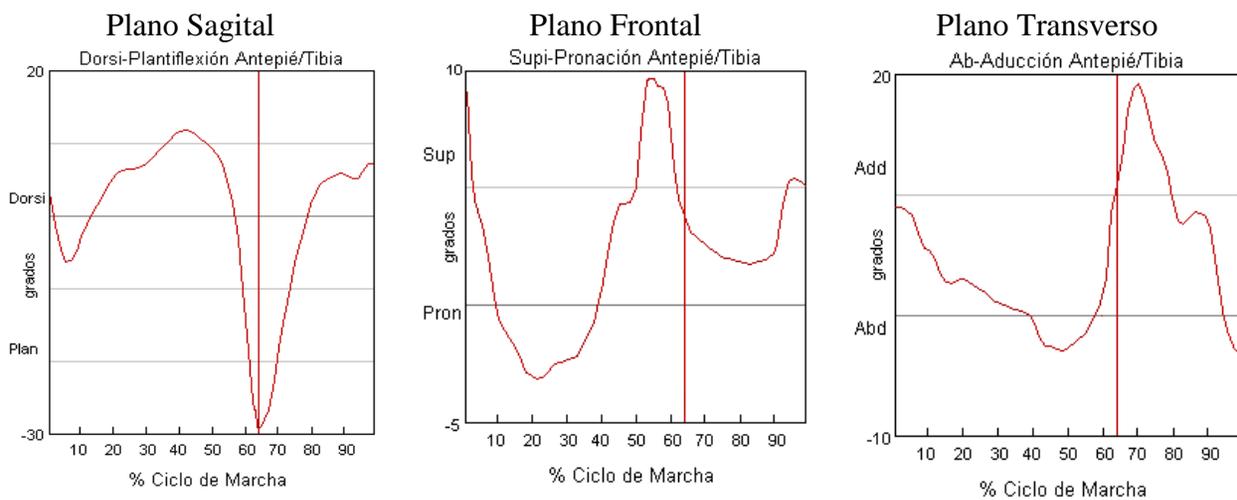


Figura 7 Representación del movimiento relativo entre el antepié y la tibia en los tres planos.

4. CONCLUSIONES

El juego de marcadores del modelo propuesto es compatible con el modelo tradicional de tres marcadores usados ampliamente, con lo cual es posible registrar simultáneamente la cinemática del pie tradicional, como las curvas reportadas en este trabajo, sin necesidad de hacer recorridos distintos para ambos modelos de pie.

Las curvas obtenidas se aproximan a las curvas presentadas por otros autores para los segmentos en estudio. Las diferencias registradas en algunos valores podrían deberse al número de marcadores utilizados y a la configuración del estudio.

Se recomienda depurar el modelo propuesto y validarlo con un mayor universo de individuos normales y patológicos

AGRADECIMIENTOS

Al personal del laboratorio de marcha del Hospital Ortopédico Infantil de Caracas, por todo su apoyo y colaboración en el desarrollo de esta investigación, así como al CDCH de la Universidad Central de Venezuela por el soporte financiero.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] DAVIS R., Ounpuu S, Tyburski D. Gage J. (1991) "A gait data collection and reduction technique", *Human Movement Sciences*, **10**; pp. 575-587.
- [2] VICON® (2002) "*Manual Bodybuilder for Biomechanics*", Version 460, Oxford Metrics Ltd.
- [3] NÚÑEZ-SAMPER M., Llanos L. F. (2006) "*Biomecánica, medicina y cirugía del pie*", Editorial Elsevier-Masson, 2da Edición, Barcelona, España.
- [4] KADABA M. P., Ramakrishnan H. K., Wootten M. E. (1990) "Measurement of lower extremity kinematics during level walking". *Journal of Orthopaedic Research*, **8**; pp. 383-392.
- [5] STEBBINS J. A., Harrington M. E., Thompson N., Theologis T. N. (2004) "Advances in the measurement of foot kinematics in children", *J. Orthopaedics & Sports Physical Therapy*, **34** (9), A11.
- [6] SIMON J., Doederlein L., McIntosh A. S., Metaxiotis D., Bock H. G., Wolf S. I. (2006) "The Heidelberg foot measurement method: Development, description and assessment", *Gait & Posture*, **23** (4); pp. 411-424.
- [7] BUCZEK F., Walker M., Rainbow M., Cooney K., Sanders J. (2006) "Impact of mediolateral segmentation on a multi-segment foot model", *Gait & Posture*, **23** (4); pp. 519-522.
- [8] LEARDINI A., Benedetti M. G., Berti L., Bettinelli D., Nativo R., Giannini S. (2007) "Rear-foot, mid-foot and fore-foot motion during the stance phase of gait", *Gait & Posture*, **25** (3); pp. 453-462.
- [9] CARSON M. C., Harrington M. E., Thompson N. O'Connor J. J., Theologis T. N. (2001) "Kinematic analysis of a multi-segment foot model for research and clinical applications: a repeatability analysis", *Journal of Biomechanics*, **34**; pp. 1299-1307
- [10] STEBBINS J., Harrington M., Thompson N., Zavatsky A., Theologis T. (2006) "Repeatability of model for measuring multi-segment foot kinematics in children", *Gait and Posture*, **23** (4); pp. 401-410.
- [11] HUNT A, Smith R., Torode M., Keenan A. (2001) "Inter segment foot motion and ground reaction forces over the stance phase of walking". *Clinical Biomechanics*, **16**, pp 592-600.
- [12] MYERS K. A, Wang M., Marks R. M., Harris G. F. (2004) "Validation of a multisegment foot and ankle kinematic model for pediatric gait", *IEEE Transactions on neural systems and rehabilitation engineering*, **12** (1); pp. 122-130.

COMPUTER-ASSISTED NEUROSURGERY WITH IMAGE GUIDANCE AND ELECTROMAGNETIC TRACKING

Ricardo Villegas

Gerardo Sánchez

Guillermo Montilla

Antonio Bosnjak

ravillegas@uc.edu.ve

Centro de Procesamiento de Imágenes

Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Bárbula - Venezuela

Luis I. Jara

Hospital Metropolitano del Norte, Naguanagua - Venezuela

Abstract. Brain navigation consists in travelling along an established trajectory inside the brain anatomy in order to locate and reach a target of interest. To achieve this, neuronavigation systems provide a set of technological resources to the surgeons, allowing them to observe images from patients' anatomy and monitor surgical instruments while performing the surgery. In this work we introduce an interactive system that uses 3D images and a high precision electromagnetic tracking device to assist the neurosurgeon during the pre-operative and intra-operative phases of minimally invasive surgical procedures. The proposal of a simple registration method called Crowning is also described. It consists in the interactive adjustment of a crown of spheres, representing the spatial locations of fiducial markers, on a tridimensional model of the patient's head. The neuronavigator was tested on experiments with a synthetic skull model and later validated in two surgeries related to real clinical cases. These tests allowed to evaluate the navigator's contribution to decrease planning and surgery times, eliminate manual calculations for obtaining coordinates of anatomical targets, and minimize the exposure to intra-operative ionizing radiations.

Keywords: Biomedical image processing, Electromagnetic tracking, Image registration, Neurosurgery, Scientific visualization

1. INTRODUCTION

Brain navigation is a method that allows travelling through a planned path, from a source point to a target point of the brain anatomy. At the beginnings, the navigation was assisted with a stereotactic frame, a referential structure that sets the spatial coordinates of the path's end-points and guides the surgical instruments to the target [1]. However, doing the mathematical calculations for obtaining the stereotactic coordinates is a cumbersome process that eventually introduces precision errors, whose risk margins could increase due to human factors. The limitations of frame-based navigation promoted the development of image-guided systems called neuronavigators, which are basically composed of an equipment for spatial location, based on optical or electromagnetic tracking, connected to a workstation that runs a software to render images, track surgical tools and control the whole navigation process.

In this work we present a system that uses electromagnetic tracking technology and image guidance to assist the neurosurgeon in real time, during the planning and performance of surgical procedures. The following sections describe the system structure, the proposal of an interactive registration method, and the test and validation of the neuronavigator with two real clinical cases.

2. METHODOLOGY

2.1 System description

NeuroPanacea is a CT/MR-based or 3D image-guided navigation system [2], whose design evolved from a stereotactic surgery planning software [3]-[4]. The system provides indirect feedback by images to give assistance to the neurosurgeon during the pre-operative and intra-operative phases of minimally invasive surgical procedures, eliminating at same time the requirement of a stereotactic frame.

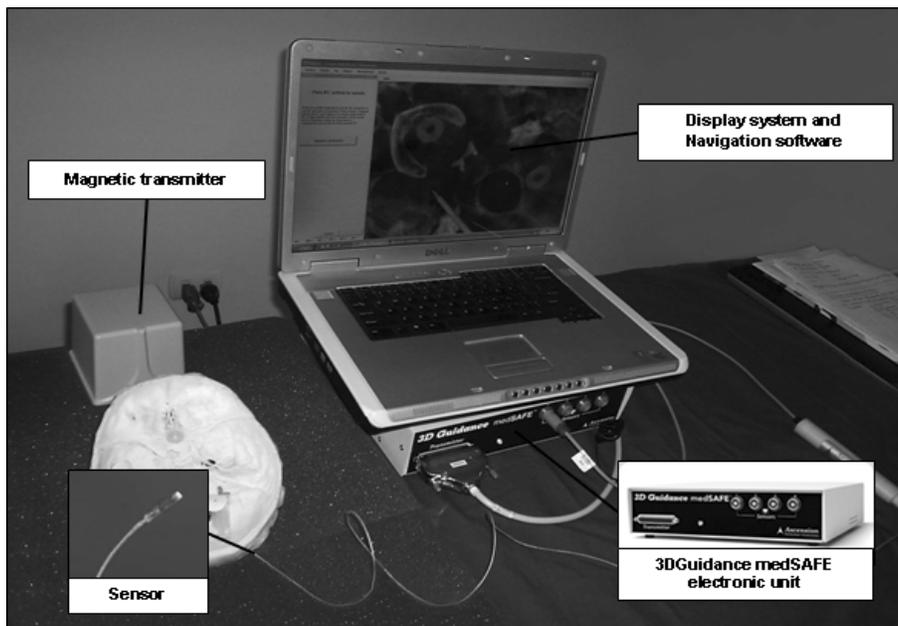


Figure 1. Components of the NeuroPanacea navigator

The navigator (Fig. 1) uses a 3D Guidance medSAFE electromagnetic tracking system (Ascension Technology Corp.) [5], with a mid-range DC magnetic transmitter and a 1.5 mm diameter 6-DOF sensor, connected to a portable workstation through a RS-232 or USB port. The sensor is embedded into the surgical instruments, generally a probe or cannula, to determine the position and orientation of these tools in the space. The software that manages the system has a simple user interface, and was developed with the C# programming language and the scientific visualization library VTK [6].

The system is used in the pre-operative phase to plan, on a tridimensional model of the patient's anatomy, the approaching trajectory to the target, as well as to simulate the surgery as many times as needed. Later, at the beginning of the intra-operative phase, the electromagnetic tracking system is calibrated, a registration of pre-operative images with the patient's anatomy is carried out, and then virtual models of the patient and surgical instruments are shown on the system's display. These models will be used by the surgeon during navigation to observe in real time the spatial relationship between anatomical structures and instruments, while performing the surgery. Figure 2 shows the workflow diagram of the aforementioned procedure.

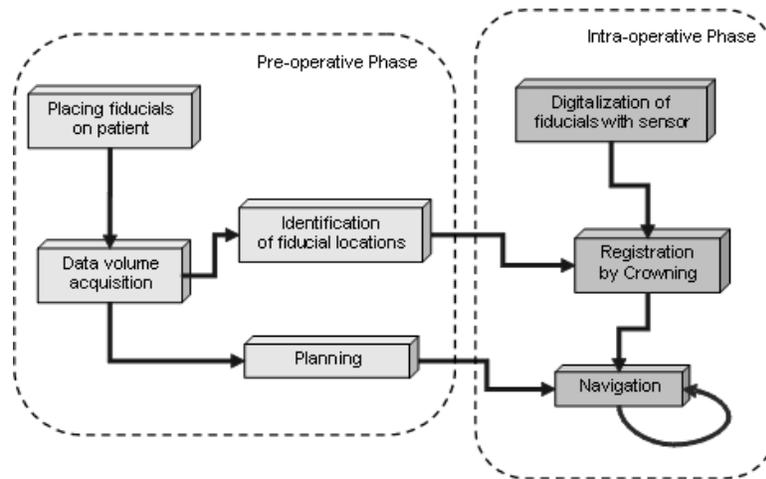


Figure 2. System workflow for pre-operative and intra-operative phases of a surgical procedure

2.3 Calibration and registration by Crowning

In our system, calibration and registration phases have been fused together, eliminating the pivot calibration on a customized phantom. Therefore, calibration is performed by taking direct positions of fiducial markers reported by the sensor.

The *Crowning* is a proposed registration method that simulates the crowning of the patient's skull model with a crown of spheres that represents the registered location of fiducial markers. Once a match between the spheres and their corresponding marker positions in the skull's reconstruction is established, a triangle is defined by selecting three of these spheres. A valid criterion to select the vertices is to ensure they are as separated as possible, so that the triangle's area covers the target of interest.

Registration is carried out through a rigid transformation algorithm that matches the triangle's vertices in the crown, with their corresponding points expressed in the magnetic in the magnetic transmitter's reference space (Fig. 3).

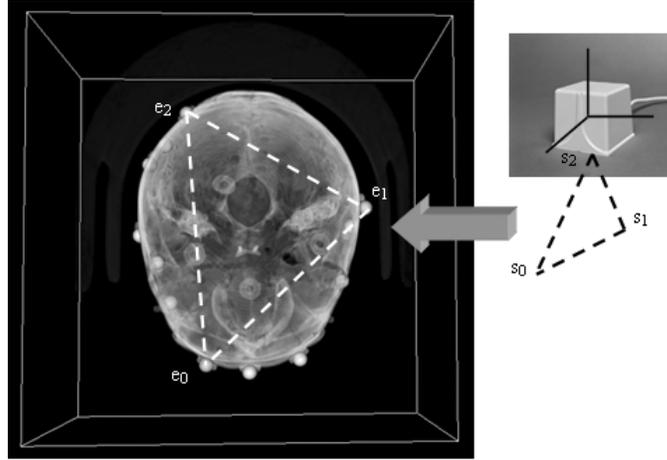


Figure 3. Registration of triangles defined on the crown and the transmitter's reference system

Given s_0, s_1, s_2 , the points defining the triangle in the transmitter reference system, and e_0, e_1, e_2 , the corresponding points in the crown, the registration matrix M , that transforms a point p in the patient's coordinate space into a point p' in the tridimensional scene's system, is obtained from (1) as a composition of two translations and two rotations:

$$p' = [M] \cdot p = [Trans_2] \cdot [Rot_2] \cdot [Rot_1] \cdot [Trans_1] \cdot p \quad (1)$$

Matrices $Trans_1$ and $Trans_2$ translate the reference coordinate system from point s_0 to the scene's origin, and then to point e_0 :

$$[Trans_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -s_{0x} \\ 0 & 1 & 0 & -s_{0y} \\ 0 & 0 & 1 & -s_{0z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [Trans_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & e_{0x} \\ 0 & 1 & 0 & e_{0y} \\ 0 & 0 & 1 & e_{0z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Rotations Rot_1 and Rot_2 , applied in an angle θ around an unitary vector Vr , have a matricial representation with the following structure:

$$[Rot] = \begin{bmatrix} w^2 + x^2 - y^2 - z^2 & 2 \cdot (xy - wz) & 2 \cdot (wy + xz) & 0 \\ 2 \cdot (wz + xy) & w^2 - x^2 + y^2 - z^2 & 2 \cdot (yz - wx) & 0 \\ 2 \cdot (xz - wy) & 2 \cdot (wx + yz) & w^2 - x^2 - y^2 + z^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

, where w, x, y, z , are terms obtained from expressing the rotation in the quaternion form:

$$q = w + xi + yj + zk = \cos(\theta/2) + \sin(\theta/2) [\hat{V}r_x \cdot i + \hat{V}r_y \cdot j + \hat{V}r_z \cdot k] \quad (4)$$

The angle θ_1 and rotation vector Vr_1 for matrix Rot_1 are obtained from (5) and (6):

$$\theta_1 = \cos^{-1}(\vec{V}_{s_{10}} \bullet \vec{V}_{e_{10}}) \quad (5)$$

$$\vec{V}_{r_1} = \vec{V}_{s_{10}} \times \vec{V}_{e_{10}} \quad (6)$$

, where $V_{s_{10}}$ and $V_{e_{10}}$ are vectors directed from points s_1 and e_1 , to points s_0 and e_0 , respectively. For rotation matrix Rot_2 , the angle θ_2 and rotation vector V_{r_2} are similarly obtained from (5) and (6), but taking vectors $V_{s_{20}}$ and $V_{e_{20}}$ instead. These vectors are calculated on points s_2 , e_2 , and O ; the last one being the projection of point e_0 over a plane that passes by e_2 and has $V_{e_{10}}$ as normal vector.

3. RESULTS AND DISCUSSION

The neuronavigator was tested in two low-risk surgical procedures related to real clinical cases, to evaluate both its capacity in supporting the planning and execution of surgeries, and the neurosurgeon-system interaction. The first case (Fig. 4, top) was a biopsy of a diencephalic lesion with central necrosis, in an 8 years old male patient. The surgery was performed by frameless brain navigation, using 244 axial slices of T1 MR 3D FSPGR images at 512x512x16 bits resolution. The navigator was used to conduct a cannula along the planned path for taking tissue samples of the lesion; post-operative control images confirmed a successful surgical procedure.

The second one (Fig. 4, bottom) is related to fenestration and drainage of a tumoral cyst, in a 27 years old male patient. The procedure was an endoscopic ventriculostomy guided by brain navigation, using a volume of 192 axial slices of MR 3D Fiesta-C at 512x512x16 bits resolution. In this case it was possible to carry out an in-vivo validation of the navigator, accomplished by using the endoscope to control the direct contact of the sensor with a thalamic striate vein; it was observed that the contact location, orientation and movements of the sensor, were correctly reproduced in real time in the 3D reconstruction displayed by the system.

4. CONCLUSIONS

Our neuronavigator's design allows simplicity of use by the neurosurgeon, providing at same time larger confidence and security margins than traditional methods, during pre-operative and intra-operative stages of the surgery. The crowning is a rather simple registration method having a paired-point registration error small enough, what implies that is possible to obtain good predictions for anatomical target positions; thereby, the system can be trustfully used in low-risk surgical procedures. This observation was confirmed with navigation experiments on a synthetic skull model, as well as by successful applications in two real clinical cases, where results showed that the navigator's precision is within the reported sensor's precision range, with an error of less than 1 mm. Other remarkable advantages featured by this system are real time visual feedback, reduction of planning and surgery times, elimination of manual calculations to obtain the coordinates of surgical targets, and minimization of exposition to intra-operative ionizing radiations.

Acknowledgements

This work was funded by the LOCTI Surgical Navigation project (3.21), supported by Sur America Internacional, S.A.



Figure 4. Evaluation of the navigator in two real clinical cases, (Top) Frameless biopsy of a brain lesion, (Bottom) Endoscopic ventriculostomy of a tumoral cyst guided by brain navigation

REFERENCES

- [1] Schmidek, H. & Sweet, W., *Operative Neurosurgical Techniques: Indications, Methods, and Results*. 3rd ed., Philadelphia: WB Saunders Co., ch. 37, pp. 443-451, 1995.
- [2] Yaniv, Z. & Cleary, K., Image-guided procedures: A review, *Tech Rep. CAIMR TR-2006-3*, Imaging Science and Information Systems Center, Georgetown Univ., Apr. 2006.
- [3] Montilla, G., Jara, L. I., Villegas, R., Bosnjak, A., Colmenares, L., & Villegas, H., Desarrollo en cirugía asistida por computador en neurocirugía. In *Bioingeniería en Venezuela: Tendencias, Propuestas y Avances*, Asociación Venezolana de Investigación y Desarrollo en Bioingeniería – BIOVEN, pp. 38 – 42, 2008.
- [4] Villegas, R., Jara, L. I., Montilla, G., & Villegas, H., Software para planificación de neurocirugías y su aplicación en una cirugía estereotáxica de aracnoidocele, *Acta Científica Venezolana*, vol. 57(3), pp. 107 – 115, 2006.
- [5] Schneider, M., & Stevens, C., Development and testing of a new magnetic-tracking device for image guidance. In *Proc. SPIE Medical Imaging 2007: Visualization and Image-Guided Procedures*, Vol. 6509, pp. 65090I, 2007.
- [6] Schroeder, W., Martin, K., & Lorensen, W., *The Visualization Toolkit: An Object-Oriented Approach to 3D Graphics*, 4th ed., Kitware, 2006.

RELACION ENTRE EL INDICE DE COMPENSACION DE LA MASA VENTRICULAR Y LA VARIABILIDAD DEL INTERVALO QT

Tulio Núñez Medina

Mariaelena Quintero

Nelsy Gonzalez

Barbara Das Neves

Tulio Núñez-Valero

tulio@ula.ve

tuliojose.nm@gmail.com

Instituto de Investigaciones Cardiovasculares de la Universidad de los Andes. Mérida 5101. Venezuela

Rubén Medina

Jhosmary Cuadros

Diego Jugo

rmedina@ula.ve

Grupo de Ingeniería Biomédica (GIBULA). Universidad de los Andes. Mérida 5101. Venezuela.

Abstract. *En el presente trabajo se estudia la relación entre la respuesta compensatoria de la Masa Ventricular (MVI) y el grado de labilidad de la repolarización miocárdica expresada por el índice de variabilidad del intervalo QT. Para ello se estudiaron 263 pacientes hipertensos y 52 sujetos sanos, mediante ecografía y electrocardiografía de alta resolución basada en 12 derivaciones estándar. Se considera MVI inapropiada como un índice de compensación MVI (ICMVI) > 128%. La variabilidad del intervalo QT (IVQT) se estudia midiendo en forma automática el intervalo QT en el electrocardiograma de 12 derivaciones. La Masa Ventricular y demás parámetros descriptivos de la función ventricular se determinan mediante ecografía modo-M e imágenes 2D obtenidas de acuerdo a las recomendaciones de la Sociedad Americana de Ecocardiografía (SAE). Como resultado se obtuvo que los pacientes hipertensos con MVI inapropiada presentan valores mayores de IVQT (-1.53 ± 0.21) con respecto a sujetos sanos y pacientes hipertensos con MVI apropiada (-1.24 ± 0.18) ($p < 0,001$). Adicionalmente el ICMVI se correlacionó en forma directa con el IVQT ($r = 0.69$, $p < 0.001$). Estos resultados indican que, en pacientes con hipertensión arterial, la presencia de MVI inapropiadamente alta se relaciona con aumento de la variabilidad del intervalo QT. Tal incremento de la labilidad de la repolarización miocárdica puede ser un factor desencadenante de arritmias ventriculares malignas en pacientes hipertensos con MVI inapropiada.*

Key words: Intervalo QT, Masa ventricular, Hipertensión arterial, Repolarización miocárdica

1 INTRODUCCIÓN

En la hipertensión arterial esencial (HTA-E), el aumento de la masa ventricular izquierda (MVI) es inicialmente una respuesta adaptativa del miocardio que está dirigida a preservar la función de bomba cardiaca frente al incremento prolongado de la postcarga del ventrículo izquierdo (VI) [4]. Sin embargo, en algún momento de la evolución de la HTA-E, el aumento de la MVI deja de ser fisiológico y se convierte en un proceso no adaptativo caracterizado por excesivo crecimiento del miocardio con pérdida de la homeostasis tisular que predispone a un riesgo alto de eventos cardiovasculares adversos, que incluyen: infarto de miocardio, disfunción sistólica y diastólica del VI, insuficiencia cardiaca y arritmias ventriculares [10]. Recientemente se ha propuesto el análisis ecocardiográfico de la respuesta compensatoria de la MVI como un método para discriminar entre las fases de crecimiento fisiológico (compensatorio) o patológico (inapropiado) de la MVI [8]. No se conocen bien los mecanismos patogénicos que conducen a elevado riesgo de mortalidad en pacientes hipertensos con MVI inapropiada. El aumento de la labilidad, espacial o temporal, de la repolarización cardíaca es un mecanismo asociado con arritmias ventriculares y muerte cardiaca súbita [9]. El índice de variabilidad del QT (IVQT) es una medida no invasiva de las fluctuaciones, latido a latido, de la duración del intervalo QT y un marcador de la labilidad temporal de la repolarización miocárdica [1]. Estimar en forma precisa la duración del intervalo QT depende, en gran medida, de la precisión con que se estime el final de la onda T. El objetivo de este estudio fue analizar la hipótesis de que, en pacientes con HTA-E, el grado de MVI inapropiada puede ser un determinante del aumento de la labilidad temporal de la repolarización miocárdica, medida a través del IVQT. Para la estimación del intervalo QT se utiliza una herramienta de software basada en el análisis de las derivadas de la señal electrocardiográfica y ajustes de rectas en la porción terminal de la onda T.

2 METODOLOGIA

2.1 Selección de pacientes y estudios clínicos

Se incluyeron 263 sujetos asintomáticos, mayores de 18 años, de ambos sexos, con diagnóstico reciente (menor de un mes) de hipertensión arterial. Ninguno de los pacientes incluidos había recibido tratamiento antihipertensivo previamente. Todos fueron evaluados en la consulta externa de nuestra institución durante el período comprendido entre marzo 2005 y febrero 2009. Se incluyeron 52 sujetos sanos, normotensos como grupo control. Se realizó historia clínica, exámenes de laboratorio de rutina (hematología, glicemia, creatinina sérica, electrolitos séricos y uroanálisis), ecocardiograma Doppler transtorácico, prueba de esfuerzo y electrocardiografía de alta resolución. Los criterios de exclusión fueron: calidad subóptima de la imagen ecocardiográfica, hipertensión arterial secundaria, diabetes mellitus, cardiopatía isquémica, cardiopatía valvular, miocardiopatía hipertrófica o dilatada, bloqueo de rama izquierda o derecha del haz de His, ritmo no sinusal, enfermedad tiroidea, extrasistolia ventricular frecuente. Se definió HTA como una presión arterial $\geq 140/90$ mmHg medida en el consultorio (el promedio de tres lecturas en al menos dos visitas a la consulta externa) de acuerdo a los lineamientos de la Sociedad Europea de Hipertensión Arterial [7].

2.2 Mediciones Ecocardiograficas

Cada uno de los pacientes fue evaluado mediante ecocardiografía Doppler usando dos ecocardiógrafos equipados con transductores de 2.5 y 3.5 MHz (Hewlett-Packard Sonos 2000® y General Electric Vivid 7 Dimension®). Se utilizó ecocardiografía modo-M y mediciones bidimensionales en la vista de eje largo parasternal a nivel de los músculos papilares a fin de obtener las dimensiones del VI de acuerdo a las recomendaciones de la Sociedad Americana de Ecocardiografía (SAE). LA MVI fue calculada utilizando el método de la SAE y normalizada por la altura elevada a la potencia 2.7 [5]. HVI fue definida como un valor de $MVI \geq 50gr/m^{2.7}$ en el hombre y $\geq 47gr/m^{2.7}$ en la mujer. El espesor relativo del VI (ERVI) fue calculado como la suma del espesor del septum interventricular mas el espesor de la pared posterior del VI dividido entre el diámetro interno del VI en telediástole y fue normalizado en relación a la edad. Geometría ventricular concéntrica fue definida como un $ERVI > 0.41$. La presión arterial fue medida al final del estudio ecocardiográfico lo cual permitió el cálculo del trabajo latido (TLVI) [3].

La respuesta compensatoria de la MVI se analizó a través del índice de compensación de la MVI (ICMVI) [8] expresado en porcentaje y calculado según la siguiente fórmula:

$$ICMVI(\%) = \left(\frac{MVI_{observada}}{MVI_{ideal \text{ para la carga hemodinamica, genero y tamaño}}} \right) \times 100 \quad (1)$$

La MVI observada es la masa ventricular izquierda estimada por ecocardiografía según el método de la SAE [5]. La MVI ideal es la masa ventricular izquierda normal esperada para la carga de trabajo del VI, el género y el tamaño corporal de cada paciente. La MVI ideal se estimó utilizando la siguiente ecuación de regresión [8]:

$$MVI_{ideal} = -18.1 \times \text{género} + 0.64 \times \text{trabajo latido del VI} + 6.63 \times \text{altura}^{2.7} + 55.37 \quad (2)$$

Donde el género fue codificado: masculino = 1; femenino = 2.

2.3 Evaluación de la variabilidad QT

A cada uno de los pacientes se les realizó un registro electrocardiográfico de 12 derivaciones, en posición supina, en configuración de Mason-Likar, hasta adquirir 350 latidos. Se utilizó un sistema de electrocardiografía digital de alta resolución con un rango de respuesta en frecuencia de 0.5 a 300 Hz y una rapidez de muestreo de 1000 muestras por segundo. Durante el registro electrocardiográfico, los pacientes fueron guiados a respirar con una frecuencia de 0.1 Hz por medio de una señal visual y auditiva emitida por un metrónomo digital

El trazado típico de un electrocardiograma (ECG) consiste en una onda P (despolarización auricular), un complejo QRS (repolarización de las aurículas y la despolarización de los ventrículos) y una onda T (repolarización ventricular). Se detectó para cada latido cardíaco la onda R (Rpico) del complejo QRS, utilizando la técnica de detección como la desarrollada en [2]. Luego se calcularon los intervalos RR entre latidos. El intervalo QT corresponde al tiempo comprendido entre la onda Q y el final de la onda T (ver Figura 1). Para estimar el intervalo QT se buscaron los siguientes puntos fiduciales: onda Q y fin de la onda T con métodos de búsqueda de máximos y mínimos en una ventana como la desarrollada en [6]. Los puntos fiduciales se detectaron analizando la primera y segunda derivada de la señal electrocardiografica. Para detectar el final de la

onda T se construyó una función lineal de la forma:

$$y[i] = a_{MaxP}[i] * x[i] + b \quad (3)$$

y se la hizo tangente al valor de máxima pendiente (a_{MaxP}) en el ECG entre el pico y el fin de la onda T. El fin de la onda T se ubicó en el instante de tiempo donde se cruzan la función lineal y la línea isoeletrica del ECG.

Los valores normales del intervalo QT dependen principalmente de la frecuencia cardíaca y del sistema nervioso autónomo. Para obtener el IVQT, se calculó los promedios del QT (QTm) y del intervalo RR (RRm) y sus respectivas varianzas (QTv y RRv) utilizando series temporales de un registro electrocardiográfico digitalizado de 350 latidos. Entonces, el IVQT fue determinado automáticamente por el programa través de la siguiente ecuación [1]:

$$IVQT = \log_{10} \left(\frac{QTv/QRm^2}{RRv/RRm^2} \right) \quad (4)$$

Las variables se compararon mediante análisis de varianza de una vía (ANOVA) para determinar las diferencias significativas entre los grupos en estudio. Se realizó un análisis de regresión lineal múltiple para determinar predictores multivariantes independientes del IVQT. Se definió $p < 0.05$ para variables con diferencias estadísticamente significativas.

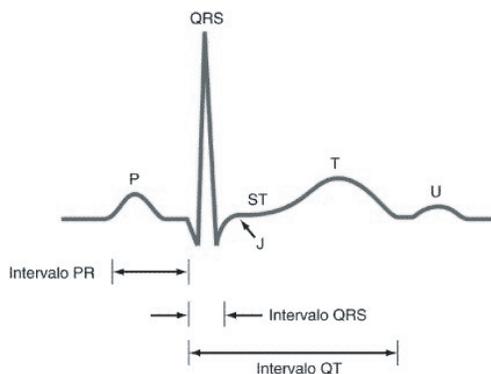


Figure 1: Señal electrocardiografica e intervalo QT

3 RESULTADOS

La muestra de pacientes hipertensos fue dividida en dos grupos de acuerdo a los resultados del análisis ecocardiográfico de la respuesta compensatoria de la MVI. El Grupo I fue conformado por pacientes con MVI apropiada y el grupo II por pacientes con MVI inapropiada. El 43% ($n = 113$) de la muestra total presentó MVI inapropiada.

Los hallazgos ecocardiográficos se describen en la Tabla 1. Pacientes con MVI inapropiada presentaron valores más altos de MVI, ERVI e ICMVI frente a pacientes hipertensos con MVI apropiada y sujetos controles. Cuando se compara a los pacientes del grupo I con los sujetos

de control se obtuvo que existen diferencias estadísticamente significativas con respecto a MVI y ERVI pero no con respecto a ICMVI ($p < 0.01$). Entre el grupo II y el grupo I existen diferencias estadísticamente significativas con respecto a los tres parámetros ($p < 0.01$).

Table 1: Hallazgos ecocardiograficos

Variables	Sujetos Controles (n=52)	Pacientes hipertensos	
		Grupo I MVI apropiada (n=150)	Grupo II MVI inapropiada (n=113)
MVI ($gr/m^{2.7}$)	37 ± 7	40 ± 10	59 ± 9.07
ERVI	0.39 ± 0.03	0.46 ± 0.09	0.54 ± 0.07
ICMVI(%)	92 ± 9	95 ± 13	177 ± 17

En la Tabla 2 se resumen los resultados del análisis de la variabilidad temporal del QT. El IVQT fue significativamente mayor en pacientes con MVI inapropiada frente a los otros dos grupos de estudio ($p < 0.01$). Existen diferencias estadísticamente significativas entre los pacientes con MVI apropiada y los sujetos de control con respecto al IVQT ($p < 0.01$). El ICMVI se correlacionó en forma positiva con el IVQT ($r = 0.69; p < 0.001$) y con el ERVI ($r = 0.65; p < 0.001$); donde r representa el coeficiente de correlación.

Table 2: Análisis de la variabilidad del intervalo QT

Variables	Sujetos Controles (n=52)	Pacientes hipertensos	
		Grupo I MVI apropiada (n=150)	Grupo II MVI inapropiada (n=113)
QTm(ms)	388 ± 25	391 ± 32	374 ± 30
QTv(ms^2)	9 ± 2.5	14 ± 10	21 ± 17
IVQT	-1.53 ± 0.21	-1.24 ± 0.18	-0.92 ± 0.25

4 CONCLUSIONES

Los resultados de este estudio indican que, en pacientes con hipertensión arterial, la presencia de MVI inapropiada se relaciona con un aumento de la variabilidad del QT, un índice de labilidad temporal de la repolarización miocárdica. El incremento de la labilidad de la repolarización miocárdica puede ser un factor desencadenante de arritmias ventriculares malignas y muerte cardiaca súbita en pacientes hipertensos con MVI inapropiada.

Agradecimientos

Los autores agradecen al CDCHT de la Universidad de los Andes por el soporte financiero correspondiente al proyecto I-947-06-07-A.

REFERENCES

- [1] BERGER, R. D., KASPER, E. K., BAUGHMAN, K. L., MARBAN, E., CALKINS, H., AND TOMASELLI, G. F. Beat-to-beat qt interval variability: novel evidence for repolarization lability in ischemic and nonischemic dilated cardiomyopathy. *Circulation* 96 (1997), 1557–1565.
- [2] CHRISTOV, I., AND SIMOVA, I. Fully automated method for qt interval measurement in ecg. In *Proceedings of Computers in Cardiology* (Valencia, 2006), pp. 321–324.
- [3] DE SIMONE, G., DEVEREUX, R. B., ROMAN, M. J., GANAU, A., SABA, P. S., ALDERMAN, M. H., AND LARAGH, J. H. Assessment of left ventricular function by the midwall fractional shortening/end-systolic stress relation in human hypertension. *Journal of The American College of Cardiology* 23, 6 (1994), 1444–1451.
- [4] DE SIMONE, G., PASANISI, F., AND CONTALDO, F. Link of nonhemodynamic factors to hemodynamic determinants of left ventricular hypertrophy. *Hypertension* 38 (2001), 13–18.
- [5] DEVEREUX, R. B., ALONSO, D. R., LUTAS, E. M., GOTTLIEB, G. J., CAMPO, E., AND SACHS, I. Echocardiographic assessment of left ventricular hypertrophy: comparison to necropsy findings. *American Journal of Cardiology* 57 (1986), 450–458.
- [6] LLAMEDO, M., ARINI, P., RISK, M., AND LAGUNA, P. Evaluación de la corrección del intervalo qt durante bloqueo del sistema nervioso autónomo y cambios posturales. In *Memorias del XV Congreso Argentino de Bioingeniería* (Parana, 2005), pp. 1–4.
- [7] MANCIA, G., BACKER, G. D., DOMINICZAK, A., CIFKOVA, R., FAGARD, R., GERMANO, G., GRASSI, G., AND HEAGERTY, A. 2007 guidelines for the management of arterial hypertension: The task force for the management of arterial hypertension of the european society of hypertension (esh) and of the european society of cardiology (esc). *European Heart Journal* 28 (2007), 1462–1536.
- [8] PALMIERI, V., WACHTELL, K., GERDTS, E., BELLA, J. N., PAPADEMETRIOU, V., TUXEN, C., NIEMINEN, M. S., DAHLOF, B., DE SIMONE, G., AND DEVEREUX, R. B. Left ventricular function and hemodynamic features of inappropriate left ventricular hypertrophy in patients with systemic hypertension: the life study. *American Heart Journal* 141, 5 (2001), 784–791.
- [9] PICCIRILLO, G., MAGRÌ, D., MATERA, S., MAGNANTI, M., TORRINI, A., PASQUAZZI, E., SCHIFANO, E., VELITTI, S., MARIGLIANO, V., QUAGLIONE, R., AND BARILLÀ, F. Qt variability strongly predicts sudden cardiac death in asymptomatic subjects with mild or moderate left ventricular systolic dysfunction: a prospective study. *European Heart Journal* 28 (2007), 1344–1350.
- [10] WEBER, K. Targeting pathological remodeling: concepts of cardioprotection and reparation. *Circulation* 102, 12 (2000), 1342–1346.

APROXIMACIÓN AL CONSUMO ENERGÉTICO DE MARCHA A PARTIR DE VARIABLES CINÉTICAS: ESTUDIO PRELIMINAR

Marcel Rupcich

mrupcich@gmail.com

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela.

Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela.

Ricardo Bravo

rjbravo@usb.ve

Centro de Tecnología Asistiva, Universidad Simón Bolívar.

Calle Vieja Baruta, Valle de Sartenejas, Caracas-Venezuela.

Miguel Cerrolaza

mcerrola123@gmail.com

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela.

Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela.

Resumen. *La medición de la energía en la marcha es un parámetro importante para la evaluación del rendimiento y desempeño físico de los individuos. El método más adecuado para la medición del consumo energético en la marcha se basa en el cálculo de la energía metabólica. Contar con un índice del consumo energético, basado principalmente en las variables cinéticas y que estuviese correlacionado con la energía metabólica, permitiría estimar el desempeño físico de sujetos sometidos a estudio ahorrándoles tiempo y esfuerzo, así como también inferir el consumo energético de estudios que no cuenten o no hayan contado con instrumentos para el cálculo de la energía metabólica. En este trabajo, a nivel preliminar, se propone un método de estimación de la energía mecánica, en el ciclo de marcha a partir de las variables cinéticas y del parámetro denominado Energía Concéntrica (EC), aplicado en pacientes con parálisis cerebral (dipléjicos) y su correlación con el consumo energético basado en el cálculo de la energía metabólica, en términos globales y estratificados en edad. La EC se obtuvo por medio del cálculo de la energía en los intervalos concéntricos de la potencia articular neta en 79 registros de sujetos dipléjicos de la base de datos de registros de la Unidad de Laboratorio de Marcha del Hospital Ortopédico Infantil y se comparó con el respectivo consumo y costo energético obtenido por un espirómetro portátil comercial vía regresión usando modelos lineal, exponencial, cuadrático y cúbico. Se observó la tendencia y comportamiento de los datos, reportándose bondades de ajustes mayores para los modelos polinómicos (cúbicos y*

cuadráticos) y menores para los modelos lineales y logarítmicos. En términos de edades los modelos polinómicos sobresalen, siendo el grupo de 0 a 11 años el que mejor se ajusta. Estos resultados preliminares indican que hay una relación entre la EC y el consumo energético, lo cual sugiere que podría ser considerada como indicador del desempeño y rendimiento físico de un sujeto. Se recomienda aumentar el universo del estudio, mayor estratificación de la muestra (por ejemplo en función al sexo, patología, etc.) y estudiar posibles interacciones, así como buscar modelos de ajuste más elaborados.

Palabras Clave: consumo energético, análisis de marcha, cinética, diplejía espástica, regresión.

1. INTRODUCCIÓN

La marcha es la forma como se desplaza el cuerpo humano de un sitio a otro, siendo una tarea funcional primordial del individuo. Como toda actividad física requiere de energía proveniente del metabolismo, y en términos del análisis clínico de la marcha [1] se incluye a la conservación de la energía como uno de los pre-requisitos de la marcha normal afirmando que la variación de éste se traduce en la alteración de cualquiera de los otros pre-requisitos[1]. En condiciones normales los consumos de energía son mínimos, sin embargo, en los pacientes con Parálisis Cerebral, cuya marcha es ineficiente, se verifican consumos elevados de energía con incidencia en su desempeño. Por tanto, esta variable es de suma importancia, pero no siempre se cuenta con equipos para su medición en los laboratorios o no se realiza de rutina como uno de los resultados a reportar en el registro de una marcha patológica.

La medición de energía permite acortar la distancia entre el resultado del laboratorio “técnico” (es decir, lo que se extrae de un análisis de marcha) y el resultado colectivo “funcional”(el que se da en el individuo cuando interactúa con su entorno y se integra a la sociedad) y la interconexión entre ellos [2]. Dicha medición provee información sobre resistencia, fatiga y la habilidad del individuo de cumplir la rutina diaria de la marcha. En términos de tratamiento, la meta de toda cirugía o procedimiento conservador es la de mejorar la función o facilitar una tarea y la medición de consumos de energía es el método objetivo e ideal de orientación [3,4].

Poder contar con un método que permita medir la energía durante la marcha sin necesidad de equipos especializados y además, simultáneos a los análisis de marcha convencionales (o que pueda inferir energía a partir de registros históricos en momentos previos a la tenencia o no de la tecnología para mediciones energéticas) podría convertirse en una herramienta para la obtención fácil del consumo de energía durante la marcha y reduciría los costos y complejidad que espirómetros tradicionales tienen implícitos.

La energía generada por el cuerpo para efectuar la actividad celular puede ser determinada por calorimetría indirecta o directa (el más adecuado), o por medio de modelos matemáticos que estiman la energía requerida por los segmentos corporales en movimiento durante la marcha.

La calorimetría indirecta se basa en que toda la energía metabólica del cuerpo depende de la utilización de oxígeno. El músculo es una máquina que se alimenta de energía química de substratos derivados de los alimentos como reservas de carbohidratos, lípidos y proteínas en el cuerpo, los cuales son usados en forma de compuestos de alta energía. La formación de estas cadenas de alta energía dependen del oxígeno en adecuadas proporciones. La calorimetría indirecta por medio de la medición del consumo de oxígeno es relativamente fácil comparada con la directa, y puede ser obtenida por un circuito cerrado o abierto de espirometría, siendo éste el método preferido para el caso de la marcha.

La utilización de oxígeno se expresa frecuentemente por medio del *Consumo de oxígeno*, calculado como la tasa de oxígeno consumido normalizado para la masa corporal, comúnmente expresado en mililitros de oxígeno por minuto por kilogramo (ml/min/kg). Otro indicador asociado es el *Costo de oxígeno*, cantidad de energía necesaria para caminar en una distancia determinada y también normalizada por la masa corporal (ml/kg-metro). El Consumo de oxígeno refleja la intensidad del esfuerzo físico durante un ejercicio y es tiempo dependiente, mientras que el Costo de oxígeno, no es dependiente del tiempo y mide la eficiencia de la marcha.

Otro método usado para la determinación del consumo de energía es el denominado Índice de Costo Fisiológico [5] o el Índice de Gasto de Energía (EEI por sus siglas en inglés), basado en la medición de la frecuencias cardíacas y velocidad de marcha, sin embargo, la confiabilidad del EEI como herramienta para medir resultados del tratamiento en pacientes con parálisis cerebral es dudosa [6].

1.3. Modelos matemáticos estimadores de energía: Otra forma de estimar la energía es por medios mecánicos/matemáticos basados en información obtenida por el análisis de marcha, de los cuales resalta el método de la dinámica inversa.

Este método requiere de la magnitud y dirección de la fuerza de reacción del suelo en los tres planos del espacio, evaluación cinemática y de un modelo antropométrico de las extremidades inferiores. La integración matemática de las curvas de potencia durante un determinado tiempo nos proporciona la cantidad de trabajo mecánico de una articulación en particular para el plano de movimiento que se este estudiando [7]. La ventaja del método consiste en que se puede conocer la energía requerida para cada articulación individualmente. Sin embargo, a menos que este cálculo se base en datos obtenidos en los tres planos del espacio de las extremidades inferiores, cabeza, tronco y extremidades superiores, el método tiende a subestimar los costos de energía durante la marcha. Otra desventaja radica particularmente, cuando se evalúa la marcha patológica, ya que el medir el trabajo asociado con la marcha, no refleja, ni cuantifica, la habilidad del cuerpo para responder eficientemente a esas cargas. Lo que puede a su vez permitir se subestime el consumo de energía de las desviaciones de la misma; un ejemplo de esto se produce cuando se activan simultáneamente grupos musculares antagonistas (cuadriceps e isquiotibiales) y cuando trabajan isométricamente [8].

En consecuencia, una propuesta preliminar para la estimación de la energía metabólica (Consumo y Costo energéticos por calorimetría indirecta vía espirometría) por medio de un método basado en los registros usuales de las variables cinéticas de un análisis de marcha se convierte en el objetivo de este trabajo.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

Para este estudio preliminar se tomaron treinta (30) pacientes de la base de datos de registros de la Unidad de Laboratorio de Marcha del Hospital Ortopédico Infantil con diplejía espástica como diagnóstico de base, con de consumo energético y de cinética en la misma sesión para contrastar los resultados de consumo energético con los cálculos sobre la cinética.

Se registraron variables cinemáticas y cinéticas para tres recorridos con pisadas limpias (únicas) izquierdas y derechas en las placas de fuerza, caminando a su propia velocidad. El modelo de marcadores utilizado es el propuesto por Kadaba [8] con dispositivo de alineación de rodilla (KAD) y siguiendo el protocolo de registro utilizado en dicho laboratorio. El registro de consumo energético incluye volumen de O₂, de CO₂, tiempos de respiración, distancia recorrida y velocidad de marcha para el protocolo siguiente: 1 minuto de reposo sentado, 1 minuto de reposo

de pie, 6 minutos de ejercicio, caminando a su propia velocidad, 1 minuto de recuperación sentado. El equipo utilizado para el registro de cinemática y cinética fue un sistema Vicon 370 (Oxford Metrics LTD), con 5 cámaras infrarrojas de 60Hz y tres placas de fuerza AMTI OR-600 (Advanced Mechanical Technologies, Inc.). El registro de consumo energético se obtuvo con un espirómetro portátil COSMED modelo K4b2 (COSMED, Italia).

Para cada paciente se calculó la Energía Concéntrica normalizada (EC) como:

$$EC = \frac{1}{W} \sum_i \int_{a_i}^{b_i} p_i dt \quad (1)$$

Para las curvas de potencia neta p en la cadera, rodilla y tobillo, tal como se expresa en la ec. (1), en donde EC es la energía concéntrica para en i -ésimo nivel articular en el intervalo o ciclo de marcha $[a_i, b_i]$ de potencia p , normalizada por el peso W del paciente. La energía a ser comparada en este estudio es la energía concéntrica TOTAL, por lo cual se hace necesario sumar las tres energías calculadas a nivel de cadera, rodilla y tobillo, y luego bilateral. La lectura de los archivos y cálculos de la EC se utilizó MATLAB 6.0 (MathSoft, Inc.). El cálculo anterior se hace para los tres recorridos con pisadas limpias bilaterales y por lo tanto cinéticas válidas.

Finalmente, se tabulan los valores de las EC y los consumos (ConsO2) energéticos de cada paciente, y se aplican cuatro modelos de regresión: lineal (ec. (2)), exponencial (ec. (3)), cuadrático (ec. (4)) y cúbico (ec. (5)). Siendo m , b , k y c coeficientes de los respectivos modelos.

$$\text{ConsO2} = m EC + b \quad (2)$$

$$\text{ConsO2} = b m^{EC} \quad (3)$$

$$\text{ConsO2} = k EC^2 + m EC + b \quad (4)$$

$$\text{ConsO2} = c EC^3 + k EC^2 + m EC + b \quad (5)$$

La figura de mérito para evaluar a los modelos será el coeficiente r^2 del ajuste por mínimos cuadrados de los datos. Se hace pertinente aplicar esta metodología no sólo a la muestra completa, sino a la estratificación por grupos en edades, siendo la subdivisión en este último caso en dos grupos: de 0 a 10 años y de 11 a 20 años.

3. RESULTADOS

Los resultados de las regresiones por mínimos cuadrados, con el término libre forzado a 0, se colocan a continuación en la tabla 1.

Tabla 1. Coeficiente de determinación (r^2) para ajuste por mínimos cuadrados a toda la muestra y para los grupos de edades 0-10 años y 11 – 20 años

<i>Muestra</i>	<i>Lineal</i>		<i>Logarítmico</i>		<i>Cuadrático</i>		<i>Cúbico</i>	
<i>total</i>	0,5093		0,1527		0,6461		0,6533	
<i>Estratos (años)</i>	<i>0-10</i>		<i>11-20</i>		<i>0-10</i>		<i>11-20</i>	
	0,6284	0,1831	0,2134	0,060	<i>0-10</i>	<i>11-20</i>	<i>0-10</i>	<i>11-20</i>

Una ilustración de la dispersión del universo global de los datos a estimar, para el ajuste lineal, cuadrático y cúbico (figura 1) y para el logarítmico (figura 2), se muestra a continuación:

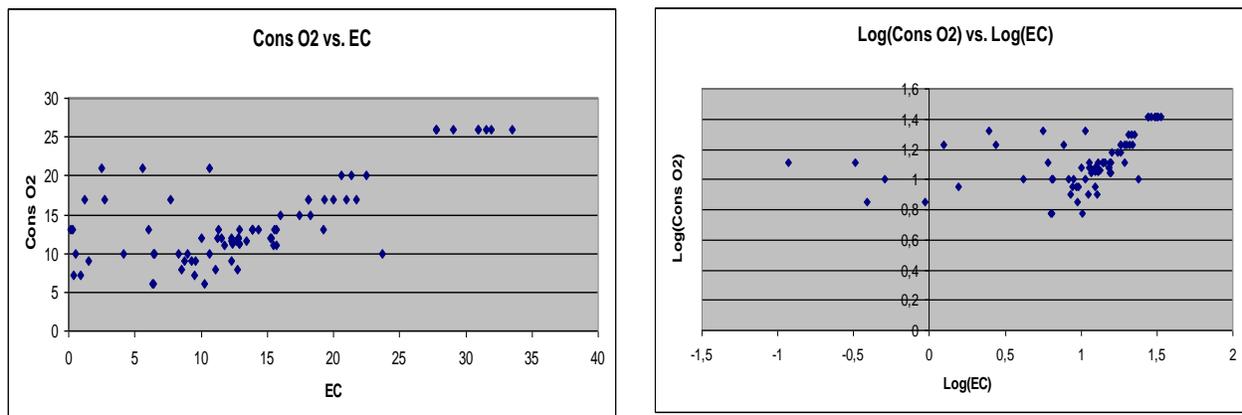


Figura 1 – Gráfico de Dispersión x-y de Consumo energético (ConsO2) vs. Energía Concéntrica (EC) de la muestra total para: a) regresión lineal, b) regresión logarítmica

4. ANÁLISIS Y CONCLUSIONES

Los coeficientes de determinación resultaron ser significativos en algunos casos, sobre todo para las estimaciones polinómicas (tabla 1). La bondad del ajuste tiende a ser mayor para la estimación cúbica. Los modelos lineales y logarítmicos arrojaron las menores bondades de ajuste.

En términos de edades (tabla 2), el grupo de pacientes entre 0 y 10 años resultó ser el de mejores ajustes, observándose de nuevo los más altos coeficiente para los modelos polinómicos. Curiosamente, el modelo lineal también se encontró por encima de 60% de ajuste siendo definitivamente descartable un ajuste logarítmico en este tipo de agrupación. Todas las bondades de ajuste para el grupo de 11 a 20 años se encontraron muy por debajo de 50%.

Según los resultados, la sugerencia preliminar es asociar la expresión cúbica a la relación entre el consumo energético y la EC, sin embargo, no son descartables las opciones cuadráticas y lineales (en muy excepcionales casos), con especial énfasis en la primera (y en expresiones relacionadas con este tipo de aproximación) pues desde el punto de vista fisiológico, es un contrasentido (al menos en la marcha) que dos o más energías concéntricas se asocien a un valor de consumo energético (en caso de haber un mínimo o máximo local en el rango estudiado, la relación debe ser biyectiva). Sin embargo se hace necesario profundizar en las características analíticas de las expresiones obtenidas, entre ellas la monotonía.

Aunque las bondades de ajuste pudiesen considerarse poco atractivas en términos estrictos, se observa una tendencia y en muchos casos ajustes por encima de 75%, lo cual anima a seguir trabajando en el estudio de la interrelación entre las variables del análisis de marcha y las mediciones metabólicas, más específicamente las dos tratadas en este estudio, junto con el refinamiento de los procedimientos de análisis. Se hace necesario profundizar en la clínica y la fisiología asociada con los resultados aquí obtenidos y que oriente en la explicación del comportamiento del consumo energético y la cinética observados en las tablas 1, 2 y 3.

Se sugiere aumentar el universo de pacientes y la incorporación de distintas condiciones y patologías. En consecuencia, depurar los criterios de estratificación en términos de edades o

cualquier otra variable (por ejemplo sexo), e inclusive explorar el comportamiento de la EC con combinaciones de estos factores y revisar los modelos de ajuste.

La profundización de trabajos orientados a encontrar una relación entre la Energía Concéntrica y las variables en cálculos del consumo metabólico es de gran importancia para la evaluación de un paciente con una marcha patológica, ya que esto permitiría obtener una idea del rendimiento pre o post operatorio del partiendo únicamente de los resultados del análisis de cinemática y cinética. Además, haría posible que laboratorios de marcha sin alta tecnología y/o limitado presupuesto, o con históricos sin consumo energético, pudiesen tener un registro objetivo del rendimiento del paciente a bajos costos. El cómputo de la EC se puede realizar sobre un recorrido o sobre pocos recorridos (los tres que usualmente se consideran para calificar la consistencia de la marcha) lo que reduciría el tiempo y esfuerzo del paciente para obtener un indicador de consumo energético, a diferencia de los métodos metabólicos que exigen que el sujeto a evaluar camine por al menos 6 minutos y se mantenga de pie un tiempo igual.

Por todo lo anterior, estos resultados, aunque son preliminares, aportan una guía e indican la importancia de la investigación en esta línea.

Agradecimientos

Los autores desean expresar el reconocimiento y gratitud a la Fisioterapeuta Danírida Urbano, de la Unidad de Laboratorio de Marcha del Hospital Ortopédico Infantil por la importante colaboración prestada en la realización de este trabajo, y el agradecimiento al Hospital Ortopédico Infantil por su gentileza en el aporte de los datos e información requeridos.

REFERENCIAS

- [1] Gage J. (1991) *Gait Analysis in Cerebral Palsy*. London: MacKeith Press. P 61-95.
- [2] Novacheck T, Stout J, Tervo R. (2000) Reliability and validity of the Gillette Funcional Assessment Questionnaire as an outcome measure in children with walking disabilities. *J Pediatr Orthop* 20: 75-81.
- [3] Koop S, Stout J, Starr R, Drinken W. (1989) Oxygen consumption during walking in normal children and children with cerebral palsy. *Dev Med Child Neurol* 31 (suppl. 59): 6. (abstract)
- [4] Koop S, Stout J, Luxemburg M. (2001) A comparison of the energy expense of normal walking and walking affected by cerebral palsy. *Proceedings of the American Orthopaedic Association*.
- [5] Butler P, Engelbrecht M, et al., (1984) Physiological cost index of walking for normal children and its use as an indicator of physical handicap. *Dev Med Child Neurol* 43:371-378.
- [6] Boyd R, Fatone S, et. Al. (1999) High- or low-technology measurements of energy expenditure in clinical gait analysis? *Dev Med Child Neurol* 41: 676-682.
- [7] Gage J. (2004) *The treatment of Gait Problems in Cerebral Palsy*, London: MacKeith Press. P 146-164
- [8] Rose S, Ounpuu S, Peluca P, (1991b) Strategies for the assessment of pediatric gait in the clinical setting. *Phys Ther* 71: 961-980.

ANÁLISIS NUMÉRICO DE PROTOTIPOS DE BITUTOR LARGO DE TIPO KAFO TERMOCONFORMADO

Orlando Pellicioni*

Carmen Müller-Karger

orlandop@usb.ve

Universidad Simón Bolívar, Departamento de Mecánica, Grupo de Biomecánica USB
Apartado 89000, Caracas 1080-A, Venezuela

Resumen. *Este documento describe los resultados del diseño y construcción de dos prototipo de ortesis de miembro inferior de tipo KAFO termoconformado desarrollados en el Grupo de Biomecánica de la Universidad Simón Bolívar. Las ortesis diseñadas se enfocan en dar respuesta a pacientes con deficiencia muscular, en una o ambas piernas, y que en consecuencia no son capaces de sostenerse en pie y/o tener una marcha estable por sí solos.*

A través de un análisis numérico basado en el Método del Elemento Finito se evaluó el comportamiento estructural de las ortesis. Se reportan resultados de la distribución de esfuerzos de von Mises y la reconstrucción de la curva carga-desplazamiento ante sollicitaciones a compresión. El estudio fue validado bajo un ensayo experimental a compresión en laboratorio, reportando muy buena aproximación del comportamiento carga-desplazamiento y un esfuerzo máximo conservador con respecto al límite de fluencia del material.

Palabras claves: diseño, bitutor largo KAFO termoconformado.

1. INTRODUCCIÓN

Según la norma UNE 111-909-90/1, adoptada de la ISO 8549/1, una *ortesis* es cualquier dispositivo aplicado externamente sobre el cuerpo humano, que se utiliza para modificar las características estructurales o funcionales del sistema neuro-músculo-esquelético [1]. Para este trabajo dentro del conjunto de ortesis de miembro inferior se estudió el grupo KAFO (*knee-ankle-foot orthosis*): iniciales en inglés de las ortesis de rodilla, tobillo y pie.

El bitutor largo es una ortesis, familia de las KAFO, cuya función principal es estabilizar la extremidad inferior durante la marcha en la fase de apoyo, ya que los músculos del

miembro no poseen suficiente fuerza para sostener el peso durante la marcha; de esta forma, con el bitutor largo se hace posible la bipedestación.

Los bitutores largos metálicos KAFO, constan de cuatro barras o tutores, dos que se extienden desde el muslo hasta la rodilla y dos desde la rodilla hasta el tobillo, llamadas pletinas superiores e inferiores respectivamente. Lo que une las pletinas inferiores con las superiores es una articulación a la altura de la rodilla, llamada articulación de rodilla. Lo que une las pletinas con los estribos que sujetan al calzado ortopédico es la llamada articulación de tobillo. Dichas articulaciones, permiten la rotación de la rodilla y del tobillo respectivamente, y son al igual que las barras metálicas para el tipo de bitutor en estudio [2].

El punto más crítico a estabilizar en el bitutor largo se encuentra en la articulación de la rodilla, la cual debe mantenerse bloqueada en la bipedestación o marcha, manteniendo la extremidad estirada durante estas fases, desbloqueándose al momento de la sedestación.

Este trabajo se limitará a mostrar los resultados del estudio numérico de ambos modelos en la zona de la articulación de rodilla. La articulación permitirá doblar la rodilla hasta un máximo de 120° [1].

2. DISEÑO DEL BITUTOR LARGO

El Grupo de Biomecánica de la Universidad Simón Bolívar, en la búsqueda de soluciones tecnológicas a este planteamiento propone dos modelos de prototipo de bitutor largo tipo KAFO termoconformado válidos y con características particulares en su diseño que ofrecen beneficios adicionales tanto al paciente como al ortoprotesista. Se decidió que el diseño del primer prototipo debería utilizar el desplazamiento del eje fémorotibial en la articulación de la rodilla (Fig. 1a), y no en la pletina inferior (Fig. 1b) como se hace generalmente. Haciendo esto se evita utilizar diferentes pletinas para la parte superior e inferior del bitutor largo [3]. El segundo modelo propone una rodilla articulada angulada con respecto al cóndilo (Fig. 1c), reduciendo los errores que arrastra la deformación plástica que el ortoprotesista realiza de manera manual en las pletinas del bitutor durante el ensamblaje del conjunto [4]. Para ambos modelos se quiso además que las piezas cumplieran con los estándares seguidos por la mayoría de las compañías fabricantes de ortosis a nivel mundial, de manera que puedan ensamblarse con otras piezas y/o componentes, facilitando el reemplazo de las mismas.

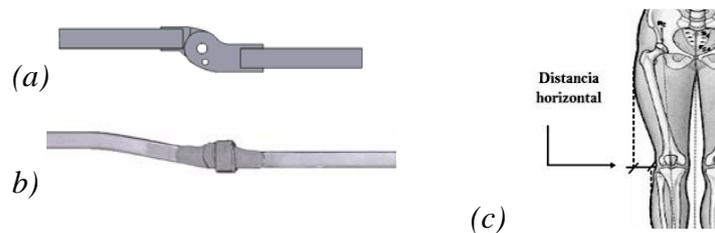


Figura 1- Desplazamiento del eje fémorotibial: (a) En la articulación rodilla, (b) En la pletina. (c) La distancia máxima entre el cóndilo y los músculos externos de la pierna ocurre cuando la misma está en extensión.

Finalmente se presentan los modelos diseñados con todos sus componentes (Fig. 2):

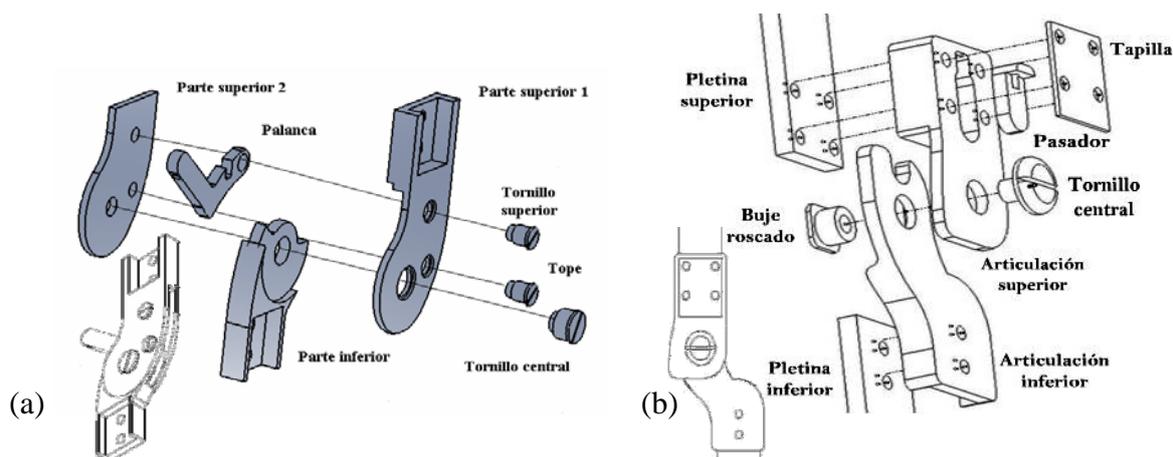


Figura 2- Prototipos de la articulación de rodilla: (a) Modelo 1 [3], (b) Modelo 2 [4].

3. SIMULACIÓN NUMÉRICA

Para realizar la evaluación del diseño, se modelaron en el programa CAD SolidWorks® 2006 las geometrías de las piezas de la articulación de rodilla, y las pletinas, superior e inferior, ya que forman parte del sistema a evaluar. También se realizaron algunas simplificaciones para obtener un mejor ajuste de la malla, y así disminuir las posibilidades de que se produzcan errores numéricos en los resultados.

Tabla 1. Propiedades de los materiales asignados [3] [4]

Componente	Material	Módulo Elast. [E*10 ¹¹ N/m ²]	Módulo Poisson	Límite Elástico [N/m ²]
Articulación superior, inferior, pasador, pletinas y tornillo central	Acero inoxidable 304	1,9	0,29	2,07*10 ⁸
Pletinas	Duraluminio com.	2,3	0,3	1,95*10 ¹¹
Buje roscado (modelo 2)	Bronce SAE40	0,97	0,31	1,40*10 ⁸
Tapilla (modelo 2)	Aluminio 1050-H14	0,69	0,33	1,03*10 ⁸

La tabla 1 reúne los materiales utilizados en cada componente. Estas propiedades se asumieron lineales, isotrópicas y homogéneas. Como las fuerzas generadas ocurren cuando el dispositivo está bloqueado, se eliminó la palanca de bloqueo (Fig. 3a). Para el tornillo utilizado como tope de hiperextensión se modeló un cilindro (Fig. 3b); se colocó una restricción tipo soporte cilíndrico en las caras internas del orificio que conecta el pasador con las componentes superior e inferior de la articulación de rodilla. Para los contactos acero-acero se utilizó un coeficiente de roce de 0,7 y para los contactos de acero bronce se utilizó del valor de 0,5. Los contactos restantes se consideraron del tipo “bonded”.

Para realizar el modelado numérico, se realizó un análisis estático utilizando elementos tetraédricos de 10 nodos. Se utilizó el programa especializado en elementos finitos CosmosWorks® 2006 para el primer modelo [3] y ANSYS Workbench 11.0 para el segundo [4]. Se aplicó una carga de compresión de 500 N. Esto es, suponiendo un peso límite del paciente de 100 kg y con gravedad 10 m/s² y asumiendo que la fuerza estará dividida uniformemente entre ambos dispositivos (el interior y el exterior) durante la fase de apoyo en la marcha. Como condiciones de borde se restringieron todos los grados de libertad en el extremo de la pletina inferior. En la pletina superior se le aplicó la fuerza y se restringió el movimiento en el eje de coordenadas Z, así como en el X. En la figura 3 se puede observar el

modelado de la pieza para el estudio. Para la convergencia de la solución, el refinamiento de la malla se concentró en los cambios de sección entre la pletina y el conjunto de articulación de rodilla. La tabla 2 resume los resultados del análisis de convergencia para el momento en que se alcanzó una variación entre resultados del esfuerzo de von Mises menor al 5% entre resoluciones de mallado de ambos prototipos. Para el primer modelo, el valor máximo de esfuerzo reportado resultó ser 86% menor al límite de fluencia del material designado ($2,07 \times 10^8 \text{ N/m}^2$) y se encuentra ubicado en la pletina superior (Fig. 4a), justo en el concentrador de esfuerzos. Análogamente se muestra el mismo comportamiento para la tensión máxima en la pieza inferior, justo en la pletina en el cambio de sección (Fig. 4b).

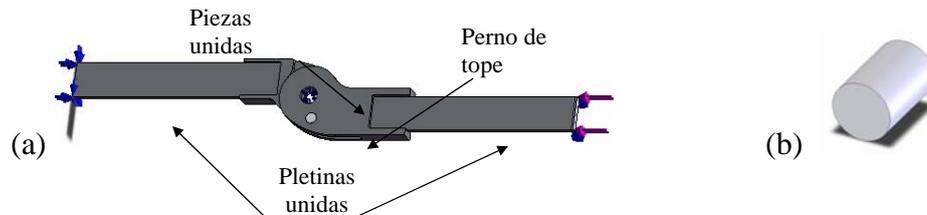


Figura 3- Modelo para estudio: (a) Cargas y vínculos, (b)Tornillo tope de hiperextensión [3].

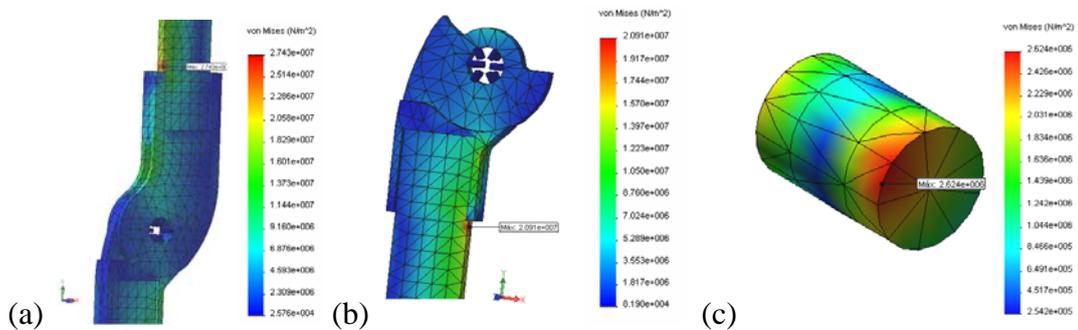


Figura 4- Distribución de esfuerzos equivalentes: (a)Conjunto, (b)Pieza inferior, (c)Perno tope de hiperextensión [3].

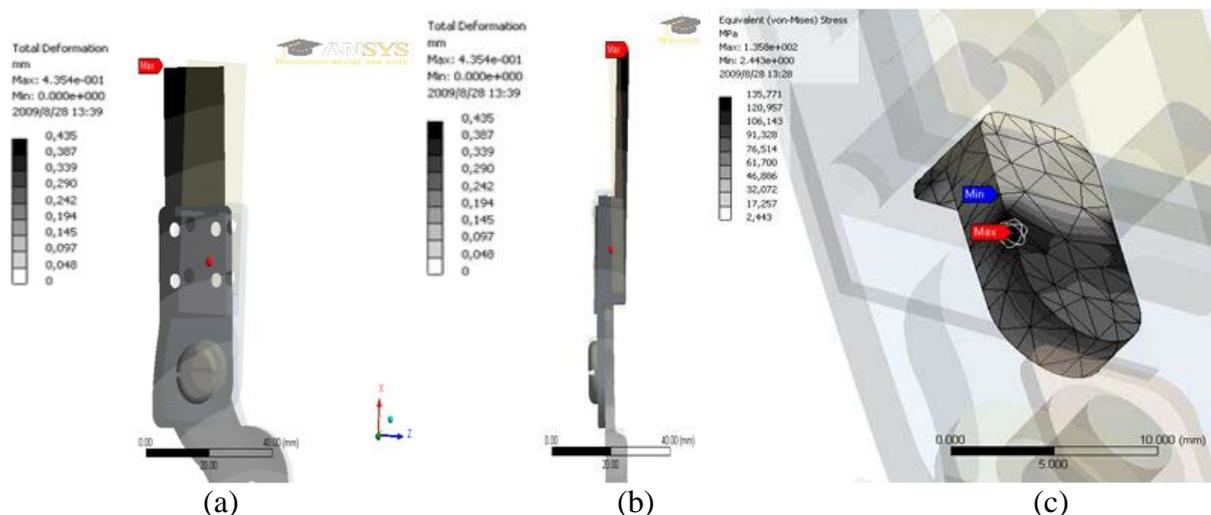


Figura 5- Desplazamiento global del segundo modelo de bitutor: (a)Plano XZ, (b)Plano XY, (c)Distribución de esfuerzos de von Mises en el pasador [4].

Análogamente, los resultados del segundo modelo resultan también consistentes con el material asignado y son reportados en la figura 5 y la Tabla 2. Se observa un valor máximo de esfuerzo un 34% menor al límite de fluencia del acero.

Tabla 2. Resultados de la simulación numérica [3] [4]

Número de elementos	Conjunto Modelo 1 Esfuerzo máximo [N/m ²]	Desplazamiento máximo [mm]
5501	$2,786 \times 10^7$	$2,1 \times 10^{-2}$
Número de elementos	Conjunto Modelo 2 Esfuerzo máximo [N/m ²]	Desplazamiento máximo [mm]
10037	$13,70 \times 10^7$	$4,35 \times 10^{-1}$

4. EVALUACIÓN DEL BITUTOR LARGO

Se construyeron ambos prototipos, y para recrear la fuerza equivalente al peso de la persona sobre la ortesis se comprimió la articulación de rodilla utilizando una prensa hidráulica. Para el conjunto, se ensambló la articulación con dos pletinas, una superior y una inferior, ambas de duraluminio y facilitadas por la empresa *Bioteopro C.A.* de la casa *Otto Bock*. Para sostener la pieza, se fijó con unas gomas, evitando que se deslizara sobre la superficie de la prensa y permitiendo el caso más desfavorable de soporte (libertad de rotación de los vínculos).

Se calibró el medidor de desplazamiento para medir la deformación del conjunto completo. La carga máxima aplicada en el ensayo fue de 70 kg_f, se utilizó un factor de seguridad de 1.4. El incremento de la carga se hizo muy lentamente, para simular carga estática, con una tasa aproximada de 10 kg_f cada 30 segundos. Se registraron 7 puntos de medición (Fig. 6), reportando un desplazamiento máximo de $2,2 \times 10^{-2}$ mm en el modelo 1 y de $10,3 \times 10^{-2}$ mm para el modelo 2. La figura 6 presenta los resultados numéricos obtenidos para el ensayo. Se puede observar a través de los métodos de evaluación empleados que los resultados obtenidos para los desplazamientos son semejantes. De esta forma las simulaciones numéricas aportan resultados que ayudan a tener una idea del comportamiento que presentará el ensamblaje.

La figura 6 muestra claramente que las condiciones de carga sobre la estructura no superan aún el límite elástico de los materiales involucrados, ni tampoco los límites tolerables de desplazamiento. Comparando los resultados numéricos con las pruebas experimentales, se observa que las simplificaciones hechas en la simulación del primer modelo se ajustan a la prueba en laboratorio. Para el caso del segundo modelo, la simulación resultó ser menos rígida. Esto seguramente se debe a que las propiedades del duraluminio tomadas de la bibliografía difieren un poco en las pletinas modelo 17B5 de la casa internacional de ortoprótesis *Otto Bock* utilizadas en la prueba de laboratorio. Estas piezas se comercializan tratadas térmicamente para mejorar su resistencia ante la manipulación en frío por parte del ortoprotésista cuando ensambla el dispositivo ortésico. Se confirma que ambas piezas se encuentran muy por debajo del límite de fluencia del material y validan satisfactoriamente los resultados obtenidos por aproximación numérica. Los resultados ofrecen condiciones seguras para iniciar las pruebas directamente en pacientes.

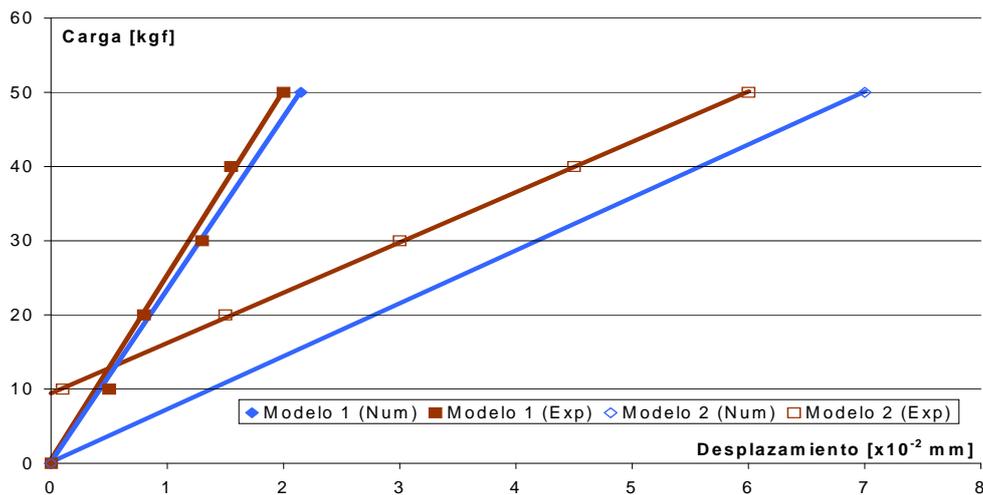


Figura 6- Curvas de carga vs desplazamiento, experimental y numérica para ambos modelos [3] [4].

5. CONCLUSIONES

En este proyecto se diseñaron y construyeron dos modelos de ortesis de miembro inferior tipo KAFO termoconformado.

Comparativamente se puede observar que ambos modelos son soluciones válidas como prototipos de bitutores largos. También se observa que la reducción de material del segundo modelo (un 55% de reducción en comparación con los 140g de peso de una articulación de rodilla del modelo 1) mejora las características del diseño sin afectar de manera negativa la resistencia del bitutor. Por otra parte, la sencillez del primer modelo reduce de manera importante los costos de fabricación al reducir de manera importante el número de piezas que constituye el conjunto. De las cuatro articulaciones requeridas, el prototipo los reduce a dos pares idénticos, y además algunas algunas componentes son comunes en ambas articulaciones.

6. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo, desarrollado en el Grupo de Biomecánica de la USB fue parcialmente financiado por el DID y el FONACIT, bajo el número de proyecto USB2005000172. El desarrollo de la investigación contó con la especial colaboración del C.P.O. Fernando Carvalho y la empresa Biotecpro C.A.

7. REFERENCIAS

- [1] E Viosca, MF Peydro, A Puchol, C Soler, J Prat, A Cortés, J Sánchez, JM Belda, R Lafuente y R Proveda, *Guía de uso y prescripción de productos ortoprotésicos a la medida*, Publicaciones IBV, Valencia-España, 1999.
- [2] R Viladot, O Cohi y S Clavell, *Ortesis y prótesis del aparato locomotor, 2. Extremidad inferior*, Elsevier, España, 2003.
- [3] A Muñoz, *Diseño y construcción de un prototipo de un bitutor largo*, Tesis de grado en Ingeniería Mecánica, Universidad Simón Bolívar, Venezuela, 2008.
- [4] S Suniaga, *Diseño y construcción de un prototipo de un bitutor largo con rodilla articulada angulada*, Tesis de grado en Ingeniería Mecánica, Universidad Simón Bolívar, Venezuela, 2009.

DESING OF DYNAMIC COMPRESSION PLATE USING BEM

David Ojeda

Brizeida Gámez

dojeda@uc.edu.ve

bgamez@uc.edu.ve

Centro de Biomecánica (CEBIOMECC_{UC}), Universidad de Carabobo, Venezuela

Eduardo Divo

edivo@mail.ucf.edu

Department of Engineering Technology, University of Central Florida, Orlando, FL, USA

Alain Kassab

kassab@mail.ucf.edu

Department of Mechanical Materials and Aerospace Engineering, University of Central Florida, Orlando, FL, USA

Miguel Cerrolaza

mcerrola123@gmail.com

Instituto Nacional de Bioingeniería (INABIO), Universidad Central de Venezuela, Venezuela

Abstract. The elastic analysis of a dynamic compression plate (DCP) used for the forearm bone fracture reduction is presented. For this propose is employed a tool based on the Boundary Element Method (BEM) and an iterative domain decomposition technique with which is possible to develop 3D models and non-homogeneous materials. The numerical results obtained for the analysis has been validate establishing a comparison with an experimental test employing a DCP made of steel 316L with real dimensions. The results demonstrate that it is possible to use the BEM for the osteosynthesis devices design.

Keywords. Dynamic compression plate, Elastostatic analysis, BEM, Iterative domain decomposition.

1. INTRODUCTION

The plates are implants located on bone surface fixed using screws, to reduce fractures. There are different models: it make of stainless steel or titanium, have several holes, it classified according to the shape, etc. Generally, the plates operation is based on three biomechanics principles: dynamics compression, neutralization and containment [1,2]. The DCP are designed for the axial compression; they are identified by the oval holes, for the eccentric insertion of the screw [1-3]. For the design of this implants have been used computer tools, based on approach

numerical techniques, to facilitate the operation condition simulation of the plate on the surface bone, to evaluate the displacements to which they are put under and to establish the device optimization criteria. The Boundary Element Method (BEM) has been widely employed to solve problems in the elasticity field [4-9], since with the use is possible to obtain stresses and displacements of a piece. In the biomechanics field the BEM has been very used producing excellent results [10-14]. The DCP particular case to do the analysis considering the model like a set plate-bone-screw is required. Specifically, the model is considered like multi-region problem, for which we propose, in this article, the use of the parallel Iterative Domain Decomposition Technique (IDD) based in the BEM. We have effectively applied this technique in BEM models for linear and non-linear heat conduction [15-18] with applications to turbomachinery in homogeneous and piecewise non-homogeneous media [19,20] as well as in meshless modeling of conjugate heat transfer [21,22] and piecewise non-homogeneous material properties [23]. In this article, the DCP design for forearm using effective and efficient domain decomposition, or artificial sub-sectioning technique, along with a region-by-region iteration algorithm particularly tailored for parallel computation is presented. The technique offers much promise for effective solution of 2D and 3D elasticity problems using the BEM, moreover, the iterative domain decomposition technique is ideally suited for parallel computation thus be utilized to solve large scale BEM elastic problems. We present the compression dynamic plate design and show that accurate results are obtained for the geometries imposed with the boundary conditions. The numerical results obtained for the analysis has been validate establishing a comparison with an experimental test employing a DCP made of steel 316L with real dimensions.

2. NUMERICAL EXAMPLE

The analyzed model, correspond to a DCP with six holes to introduce the screws and this way to obtain the fixation between the plate and the bone. The geometry plate are thin 3 mm, wide 10 mm and length 73 mm (see figure 1). The fixation screws are AO/ASIF 3.5 mm diameter [24]. In order to analyze the effects that can happen in the plate, the critical condition is considered which the two bone portions are not completely united during the surgery, generating that the plate completely absorbs the compression that is exerted on the bone [25]. For it one assumes that the bones are separated to 1 mm, see figure 2. The compression effect represents the process that happens after bone remodeling, where the bone begins to absorb loads by itself and the plate only resists axial load, this appears during the process of fracture consolidation. To the model developed, the bone is represented for two cylinders simulating the fracture. The cylinders dimensions are external diameter 23 mm, internal diameter 9 mm and length 73 mm. In the Bone 2 all the displacements were restricted considering clamped the proximal zone; to simulate the subjection of the elbow thus the six degrees of freedom of movement were restricted. The loads were applied in the opposite side (over Bone 1) to obtain the stresses transmission from the bone to the plate.

For the plate, the material used is stainless steel 316L. The elastic modulus is $E=1.93E+11 Pa$ and the Poisson ratio is $\nu=0.3$. The bone is compressed with tension of $0.14 MPa$. The plate is discretized with 56 biquadratic elements, whereas each bone with 80 biquadratic element. The model is analyzed in three regions and it converges an iterative norm of $1.08E-03$. Contour plots of the displacements are shown in the figure 3. Additionally in the figure 6 a displacement convergence analysis is shown.

In the figure 3, the greater displacement happens in the region Bone 1 and they are falling as they descend towards the end of this region, is observed. It shows that the compression load

effect generates an approach from Bone 1 to Bone 2, in the zone opposed to the DCP. It is possible to emphasize that for the critical conditions, for which the DCP has been simulated, the plate works like a bridge between Bone 1 and Bone 2.

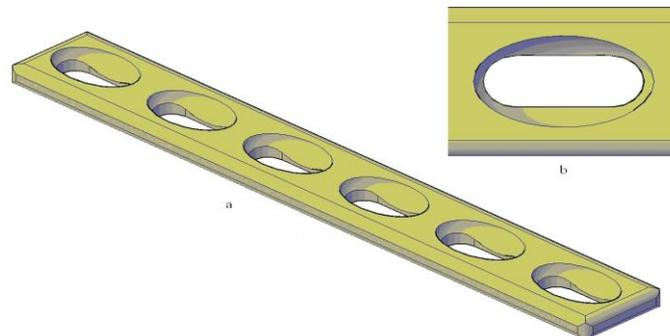


Figure 1. A forearm DCP. a) Plate isometric view, b) Plate hole detail

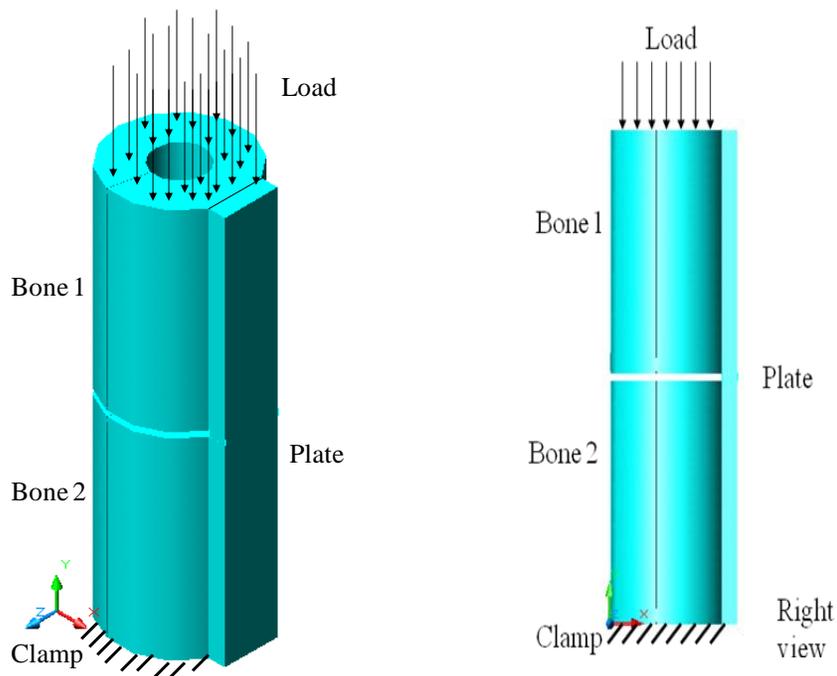


Figure 2. DCP-bone boundary conditions

On the other hand, the numerical results converges efficiently obtaining a value to the displacement of $U_{Numerical} = 5.768E-05 \text{ m}$ that correspond to 216 biquadratic boundary elements.

Finally, it is important to mention that in this case the regions that simulate the fractured bone portions have been considered of the same material of the DCP, because one will settle down a comparison with an experimental model, with the same typical, which will be presented in the following section.

Now, using the same model showed in the figure 2 and the bone properties for the portions Bone 1 and Bone 2 is possible presents the results obtained for the DCP-Bone model (see figure 4). The properties for the bone are $E = 6.00E+10 \text{ Pa}$, $\nu = 0.3$ [26].

The system shown in the figure 12 has the same behavior that the previous model. This result confirms that the DCP absorb the system displacement greater part.

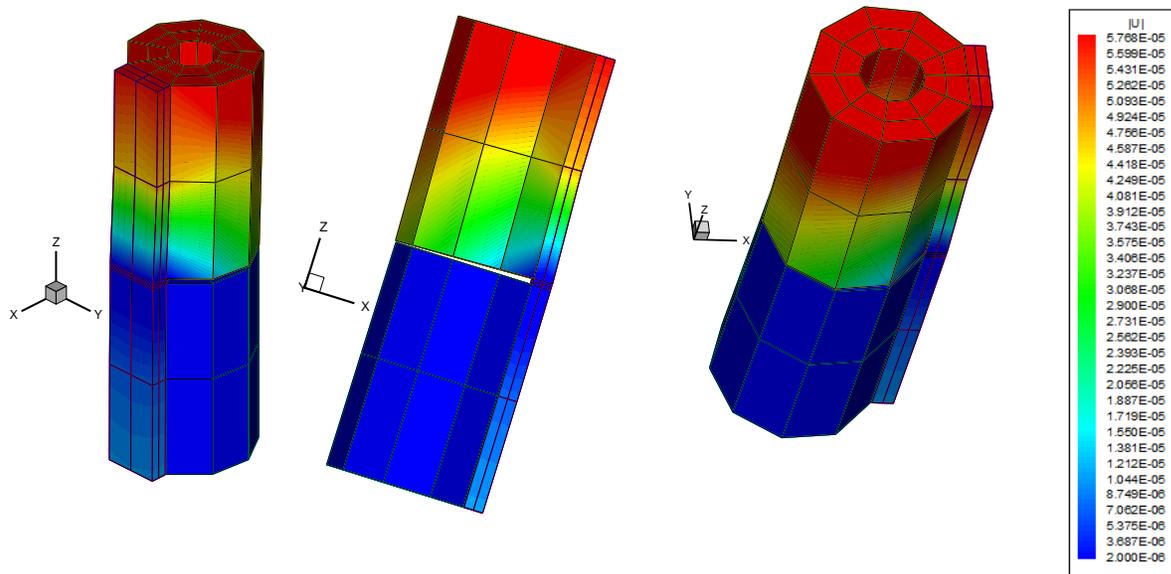


Figure 3. Contour plot of displacement (m) for the elastic analysis

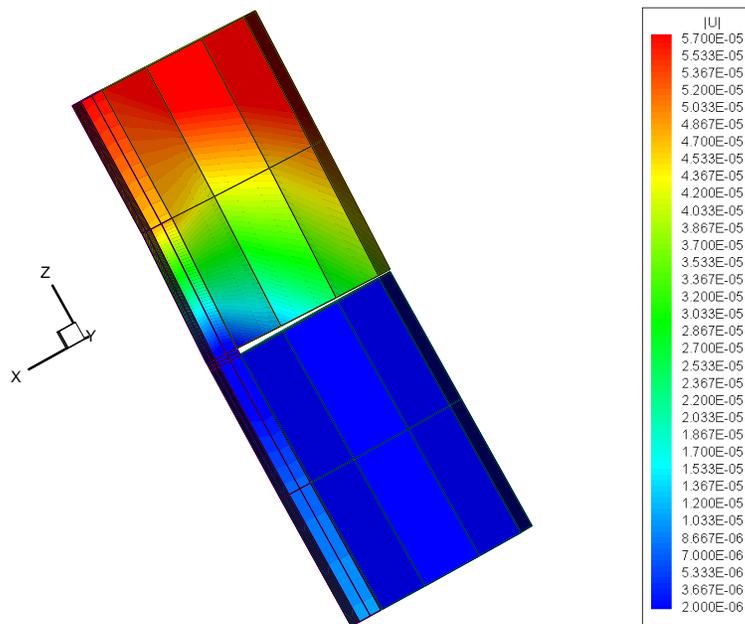


Figure 4. Contour plot of displacement (m) for the elastic analysis Bone-DCP

3. CONCLUSIONS

In this article, a BEM application to evaluate osteosynthesis devices, specifically a forearm DCP was presented. For this purpose was carried out a displacement analysis in the DCP employing an iterative parallel domain decomposition technique to solve large-scale 3-D BEM elasticity problems. The study was realized considering operation critical condition for the plate, obtaining a convergence efficient of the numerical solution. In order to validate the numerical results an experimental test was realized employing the same load conditions with a compression

test machine. Both results were compared obtaining an error minimal that to validate the numerical solution and demonstrate the effectiveness of the technique employed. Finally, the BEM was an ideal numerical technique for the design osteosynthesis devices.

4. REFERENCES

- [1] Taljanovic, M., Jones, M., Ruth, J., Benjamin, J., Sheppard, J. and Hunter, T. (2003). Fracture Fixation. *RadioGraphics*; 23: 1569-1590.
- [2] Slone, R., Heare, M., Van der Griend, R. and Montgomery, W. (1991). Orthopedic fixation devices. *RadioGraphics*, 11: 823-847.
- [3] Chew, F.S. y Pappas, C. N. (1995). Radiology of the devices for fracture. Treatment in the extremities. *Clinical Radiology of North America*, 33: 375-389.
- [4] Brebbia, C.A., Telles, J.C.F. and Wrobel, L.C., *Boundary Element Techniques*, Springer-Verlag, Berlin, 1984.
- [5] Kane, J. *Boundary Element Analysis in Engineering Continuum Mechanics*, Prentice- Hall. New Jersey 1994.
- [6] Aliabadi, M.H., *The Boundary Element Method, Vol. 2: Applications in Solids and Structures*, John Wiley & Sons, Chichester, 2000.
- [7] Cheng, A.H., Chen, C.S., Golberg, M.A., and Rashed, Y.F. (2001). "BEM for thermoelasticity and elasticity with body force-a revisit, "*Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 25, pp. 377-387.
- [8] Brebbia, C.A. and Domínguez, J., *Boundary Element: An Introductory Course*, Computational Mechanics, Boston, 1989.
- [9] Becker, A., *Boundary Element Method in Engineering*, McGraw-Hill Co., New York, 1992.
- [10] Annicchiarico W., Martínez G., Cerrolaza M. (2007). Boundary elements and β -spline surface modeling for medical applications, *J. of App. Math. Mod*, Vol. 31(2), p.p. 194 – 208.
- [11] Gámez B., Ojeda D., Divo E., Kassab A., Cerrolaza M. (2007). Crack analysis and cavity detection in cortical bone using the boundary element method, *APCOM'07 – EPMESCXI*. Japan.
- [12] Müller-Karger C., González C., Aliabadi M.H. and Cerrolaza M. (2001). Three dimensional BEM and FEM stress analysis of the human tibia under pathological conditions, *J. of Comp. Mod. In Eng. and Sciences*, 2(1):1-13
- [13] Ojeda D., Divo E., Kassab A., Cerrolaza M. (2008). Cavity detection in biomechanics by an inverse evolutionary point load BEM technique, *Inverse Problems in Science and Engineering*, 16(8):981-993
- [14] Ojeda D., Gámez B., Divo E., Kassab A., Cerrolaza M. (2007). Singular Superposition Elastostatics BEM/GA Algorithm for Cavity Detection, *Proceeding*

of 29th International Conference on Boundary Elements and other Mesh Reduction Methods, The New Forest, UK, June 04-06, 2007.

- [15] Divo, E. and Kassab, A.J. (1998). "A Generalized BIE for Transient Heat Conduction in Heterogeneous Media," *AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 12, No.3, 1998, pp. 364-373.
- [16] Divo, E. and Kassab, A.J. (1997). "A Boundary Integral Equation for Steady Heat Conduction in Anisotropic and Heterogeneous Media," *Numerical Heat Transfer, Part B: fundamentals*, Vol. 32, No. 1, pp. 37-61.
- [17] Kassab, A.J. and Divo, E. (1996). "A General Boundary Integral Equation for Isotropic Heat Conduction Problems in Bodies with Space Dependent Properties," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 18, No. 4, pp. 273-286.
- [18] Divo, E. and Kassab, A.J. (2003). *Boundary Element Method for Heat Conduction with Applications in NonHomogeneous Media*, Wessex Institute of Technology (WIT) Press, Southampton, UK, and Boston, USA.
- [19] Erhart, K., Divo, E., Kassab, A. (2006). "A parallel domain decomposition boundary element method approach for the solution of large scale transient heat conduction problems," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 30, 2006, pp. 553-563.
- [20] Divo, E., Kassab, A., and Rodríguez, F., (2003) "Parallel domain decomposition approach for large-scale three-dimensional boundary-element models in linear and nonlinear heat conduction. *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 44, pp. 417-437.
- [21] Divo, E. and Kassab, A.J. (2005). "A meshless method for conjugate heat transfer problems," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 29, 2005, pp. 136-149.
- [22] Divo, E.A. and Kassab, A.J., "An Efficient Localized RBF Meshless Method for Fluid Flow and Conjugate Heat Transfer," *ASME Journal of Heat Transfer*, 2007, Vol. 129, pp. 124-136.
- [23] Gámez, B., Divo, E.A., Kassab, A.J., Cerrolaza, M., Ojeda, D. (2008). "Parallelized iterative domain decomposition boundary element method for thermoelasticity in piecewise non-homogeneous media". *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 32, Issue 12, pp. 1061-1073.
- [24] Müller, M. E., Allgöwer, M., Schneider, R. y Willenegger, R. (1991). *AO Manual of Internal Fixation* (3th ed.). Berlin: Springer.
- [25] Cerrolaza, M. y Contreras, G. (2001). "Diseño y Simulación numérica de una placa cervical". Centro de Bioingeniería, Facultad de Ingeniería Universidad Central de Venezuela, P.O.
- [26] Rely D.T. and Burstein, A.H. (1975). "The elastic and ultimate properties of compact bone tissue," *Journal of Biomechanics*, Vol. 8, pp. 393-405.

APLICACIÓN PARA EL REGISTRO EN NEUROCIRUGÍA UTILIZANDO EL ALGORITMO DE BÚSQUEDA ITERATIVA DE PUNTOS CERCANOS (ICP)

Antonio Bosnjak

Guillermo Montilla

Ricardo Villegas

antoniobosnjak@yahoo.fr

montillaleon@gmail.com

Centro de Procesamiento de Imágenes. Universidad de Carabobo. Valencia, Venezuela.

Iván Jara

Hospital Metropolitano del Norte. Valencia, Venezuela

Resumen. *Durante una neurocirugía mínimamente invasiva es necesario conocer con mucha precisión la posición del instrumental quirúrgico y su relación e interacción con la compleja anatomía 3D del cerebro humano, para realizar estos procedimientos se desarrollaron técnicas de cirugía asistida por computadora (CAS). Con la finalidad de realizar una neurocirugía asistida por computadora se debe construir un neuronavegador [1], el cual es un sistema que consta de un computador junto con un software para procesar imágenes y un equipo de localización electromagnética, que es capaz de obtener la localización de cada uno de los instrumentos quirúrgicos en el espacio. El procedimiento para registrar (poner en correspondencia) los puntos capturados por el localizador electromagnético con las coordenadas espaciales del volumen 3D es una tarea compleja. El principal problema que nos enfrentamos al calibrar nuestro sistema consiste en encontrar la transformada geométrica homogénea para aplicarla a los puntos adquiridos con el localizador magnético y registrar los marcadores fiduciaros que se visualizan en el volumen 3D. Si nosotros tenemos la correspondencia ordenada de todos y cada uno de los puntos en ambos sistemas, siempre es posible encontrar la transformada homogénea que permita trasladar y rotar un conjunto de datos a otro sistema. Sin embargo, en la mayoría de los casos no tenemos este conjunto ordenado. Un método para resolver este problema es el **iterative closest point (ICP)** (Búsqueda iterativa de puntos cercanos) propuesto en [2]. En este trabajo se implementó el algoritmo ICP original y se propusieron varias mejoras para su convergencia correcta, lográndose eliminar el problema de correspondencia entre ambos conjuntos de puntos. Al evaluar los resultados se pudo reducir el error cuadrático medio de la figura 3(b) de 2.1 ± 0.5 mm, a menos de 0.5 mm.*

Palabras Clave: Cirugía Asistida por Computadora, Registration, Iterative Closest Point (ICP), Registro en Neurocirugía.

1. INTRODUCCIÓN

Un problema común en el análisis de imágenes 3D es el registro de dos conjuntos de datos 3D. Es decir, el cálculo de la transformada geométrica que debe ser aplicada a uno de los conjuntos de datos con el objetivo de poner en correspondencia el segundo conjunto de datos. Este caso se presenta, por ejemplo, cuando se quiere hacer coincidir el conjunto de datos \mathbf{P} que corresponde a los marcadores fiduciarios del volumen de datos 3D, con las medidas del conjunto de datos \mathbf{X} obtenidos con el localizador electromagnético. Los métodos de registro se distinguen de acuerdo al tipo de transformada geométrica que ellos pueden manejar y también si la correspondencia es entre dos conjuntos de datos conocidos o no. El método de registro más ampliamente conocido es el **ICP** propuesto en [2]. El caso más simple es el registro de dos conjuntos de puntos. Sea N_p , N_x el número de puntos en los conjuntos \mathbf{P} , \mathbf{X} :

$$\mathbf{P} = \{\mathbf{p}_i\} \quad i = 1, \dots, N_p \quad (1)$$

$$\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_i\} \quad i = 1, \dots, N_x \quad (2)$$

En nuestro caso p_i, x_i son vectores 3D (coordenadas de vóxeles):

$$\mathbf{x}_i = [x_i \quad y_i \quad z_i]^T \quad (3)$$

El algoritmo **ICP** evalúa la correspondencia entre dos conjuntos de puntos, estima el óptimo vector de registro, (en términos del mínimo cuadrado), esto es, el conjunto de los parámetros de rotación y traslación que optimizan el registro de los dos conjuntos de puntos y aplica esta transformación a uno de los conjuntos de puntos. Este proceso es aplicado repetidamente hasta que cierta medida de disimilaridad sea más pequeña que un cierto valor.

2. REGISTRO DE UN CONJUNTO DE DATOS

El algoritmo **ICP** registra los conjuntos \mathbf{P} , \mathbf{X} haciendo una evaluación de cada punto p_i del conjunto \mathbf{P} y encontrando el correspondiente punto en el conjunto \mathbf{X} . Esta operación se llama: *evaluación de la distancia de un punto y un conjunto de datos*; matemáticamente se expresa como:

$$d(\mathbf{p}_i, \mathbf{X}) = \min_{j \in \{1, \dots, N_x\}} d(\mathbf{p}_i, x_j) \quad (4)$$

Donde $d(\mathbf{p}_i, x_j)$ es la distancia euclídeana de dos puntos. Este proceso se repite para todos los puntos del conjunto \mathbf{P} , de manera que, para cada punto \mathbf{p}_i , se debe encontrar el punto más cercano \mathbf{x}_j del conjunto \mathbf{X} . Así, se construye el conjunto \mathbf{Y} con los resultados de los puntos más cercanos, este es un proceso denotado por el operador \mathbf{C} :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}(\mathbf{P}, \mathbf{X}) \quad (5)$$

Una vez realizada la correspondencia entre los dos conjuntos de datos, el algoritmo **ICP** procede a la evaluación de los parámetros de rotación y traslación que llevan al registro óptimo de los dos conjuntos \mathbf{Y} , \mathbf{X} . Esto se realiza utilizando el método basado en cuaterniones. Los **cuaterniones** son un medio para la representación de las rotaciones 3D. Un cuaternión unitario es un vector de cuatro dimensiones $\mathbf{q}_R = [q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T$ tal que $q_0 \geq 0$ y

$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$. La rotación en un ángulo θ alrededor del vector unitario $[x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ puede ser representado por el siguiente cuaternión:

$$\mathbf{q}_R = \left[\cos \frac{\theta}{2} \quad x_1 \sin \frac{\theta}{2} \quad x_2 \sin \frac{\theta}{2} \quad x_3 \sin \frac{\theta}{2} \right]^T \quad (6)$$

La matriz de rotación \mathbf{R} que corresponde a un cuaternión es la siguiente:

$$\mathbf{R}(\mathbf{q}_R) = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 + q_2^2 - q_1^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 + q_3^2 - q_1^2 - q_2^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Una traslación puede ser definida por un vector $\mathbf{q}_T = [q_4 \ q_5 \ q_6]^T$. Los dos vectores pueden ser combinados en un simple **vector de registro**:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_R \\ \mathbf{q}_T \end{bmatrix} = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6]^T \quad (8)$$

El vector de registro óptimo es uno que minimiza el error cuadrático medio siguiendo la función objetivo:

$$f(\mathbf{q}) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \|y_i - \mathbf{R}(\mathbf{q}_R)p_i - \mathbf{q}_T\|^2 \quad (9)$$

Para la evaluación del óptimo \mathbf{q}_R , \mathbf{q}_T , primero evaluamos los centros de masa μ_p, μ_y del conjunto de puntos \mathbf{P} , \mathbf{Y} respectivamente:

La matriz de covarianza cruzada entre \mathbf{P} , \mathbf{Y} es evaluada a continuación:

$$\Sigma_{py} = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} [(p_i - \mu_p)(y_i - \mu_y)^T] \quad (10)$$

El vector columna Δ está formado por:

$$\Delta = [A_{23} \ A_{31} \ A_{12}]^T \quad (11)$$

Donde A_{ij} son los elementos i, j de la matriz $(\Sigma_{py} - \Sigma_{py}^T)$. Finalmente, se obtiene una matriz de 4×4 , cuya forma general es la siguiente:

$$\mathcal{Q}(\Sigma_{py}) = \begin{bmatrix} tr(\Sigma_{py}) & \Delta^T \\ \Delta & \Sigma_{py} + \Sigma_{py}^T - tr(\Sigma_{py})\mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Donde $tr(\)$ es la traza de la matriz, la cual corresponde a la suma de los elementos de la diagonal, \mathbf{I}_3 es una matriz de identidad de 3×3 .

El algoritmo **ICP**, se programó siguiendo los siguientes pasos: 1) registrar dos conjuntos \mathbf{P} y \mathbf{X} , calculando la distancia euclideana de cada punto p_i del conjunto \mathbf{P} con respecto a cada punto del conjunto \mathbf{X} . 2) Se calcula la matriz de covarianzas, y su Jacobiano, con ello se obtienen los eigenvalores de la matriz. 3) Se calcula el eigenvector, el cual se utiliza como el cuaternión para calcular la matriz homogénea de rotación. 4) Se utiliza una función de costo basada en el error cuadrático medio (mse); y 5) Si este error es menor que un umbral, ó mayor que un determinado número de iteraciones el algoritmo finaliza.

3. RESULTADOS

3.1. Registro y calibración de un Cubo

Durante este experimento se adquieren 10 puntos de un cubo de 10 cm de lado (figura 1(a)), éste cubo posee perforaciones cónicas superficiales y perforaciones profundas, ambas muy bien calibradas, las primeras se utilizan como marcadores, diez de ellos como referencia y los demás para evaluar la precisión. Los puntos son adquiridos con una herramienta especial adaptada al posicionador electromagnético MiniBird™ 500, el cual fue previamente calibrado con el método del pivoteo tal como se describe en Bosnjak et al., [3]. En la figura 1(b) se muestran ocho puntos negros que corresponden al conjunto P , y ocho puntos con centro blanco, que corresponden al conjunto X , los otros dos puntos están detrás del cubo.

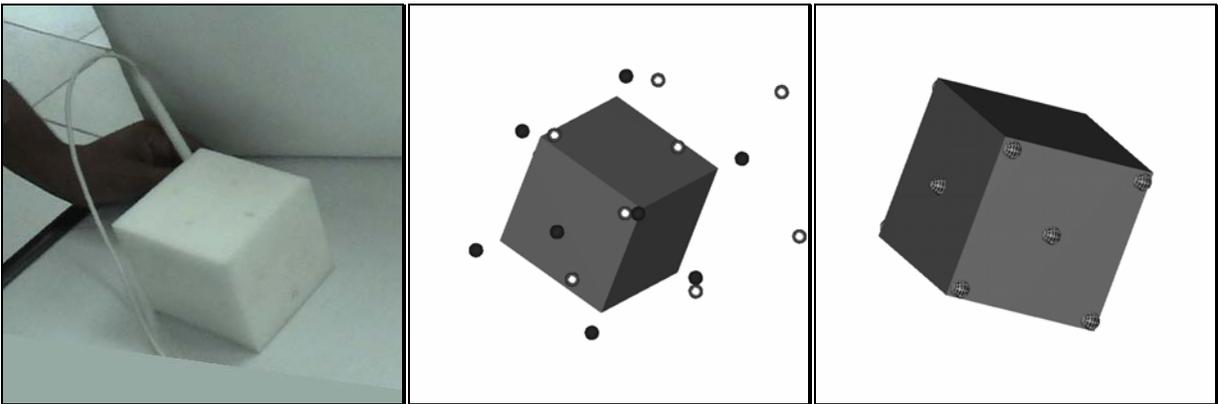


Figura 1. (a) Cubo diseñado para la calibración del posicionador electromagnético. (b) Los puntos negros corresponden al conjunto P , y los puntos con centro blanco al conjunto X . (c) Registro entre los puntos del conjunto P , y los puntos adquiridos por el posicionador X . Se hizo crecer un cubo virtual hasta alcanzar el límite proporcionado por el conjunto P .

La figura 1(c), muestra los resultados del algoritmo *ICP* propuesto en este trabajo, en donde una esfera mallada atrapa a cada uno de los puntos negros cuando se ha culminado la calibración correctamente. El error cuadrático medio es del 0,5 %.

3.2. Registro de los fiduciaros en un Sistema de Navegación Quirúrgica

Antes de realizar cualquier cirugía con el navegador quirúrgico se debe seguir el siguiente protocolo: 1) se colocan los marcadores fiduciaros adheridos a la piel y se obtienen las imágenes de RMI ó de TAC, para evitar el movimiento de los fiduciaros la imagenología se realiza, idealmente justo antes de la cirugía. 2) Se realiza el examen utilizando cortes entre 1 a 3 mm de separación y los datos se almacenan en un CD. 3) El estudio se transfiere al ordenador en el formato DICOM, y el programa lee y reconstruye la imagen 3D mediante técnicas de textura 3D. 4) El sensor electromagnético (en este caso el sensor del equipo *3D Guidance*) se utiliza como apuntador de los puntos fiduciaros para digitalizar la posición de los marcadores del paciente (figura 2(a)) se realiza un proceso similar en el ambiente del volumen para obtener sus posiciones dentro de las imágenes.

El principal problema surge cuando el médico digitaliza la posición de cada uno de los fiduciaros en un orden distinto al seguido en la imagenología del volumen 3D. Por lo tanto no habrá ninguna correspondencia unívoca entre los puntos 3D del volumen y los obtenidos con el

localizador electromagnético. Entonces, al aplicar el algoritmo *ICP* reportado en [2] se obtiene el resultado de la figura 3(a), el cual corresponde a la convergencia del algoritmo a un mínimo local que se encuentra espacialmente alejado 180° con respecto a un eje virtual difícil de calcular.

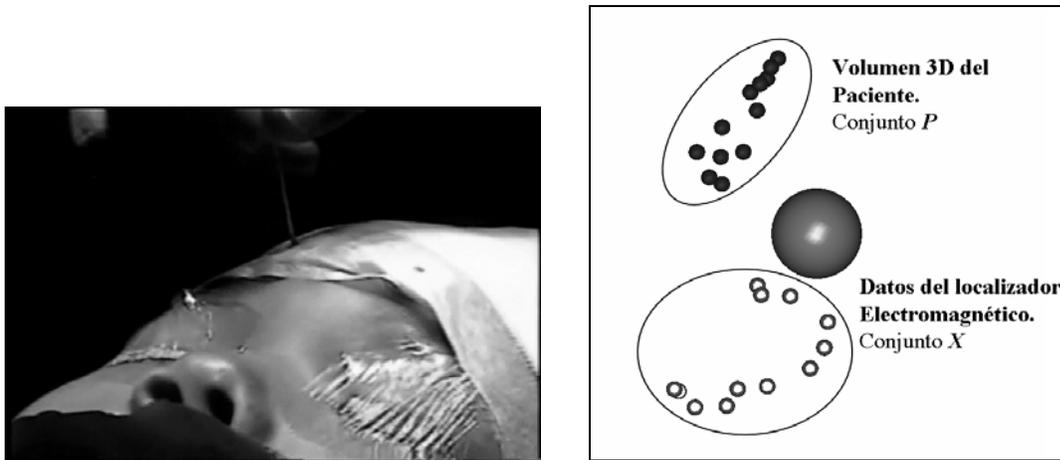


Figura 2. (a) Quirófano en donde se adquieren los puntos fiduciaros. (b) Dos conjuntos de puntos fiduciaros, el primero corresponde a los puntos P adquiridos del procesamiento del volumen de datos de tomografía, el segundo corresponde a los datos del posicionador electromagnético X .

Con la finalidad de lograr la convergencia correcta, nosotros modificamos el algoritmo planteado utilizando dos métodos para poner en correspondencia los puntos. 1) El primer método consiste en hallar el camino de mínimo costo, calculando la distancia euclídeana mínima entre los puntos de la misma nube, así cada punto de la misma nube tendrá dos vecinos cercanos, y la distancia total recorrida para visitar todos los puntos será la mínima. Se realiza el mismo procedimiento en ambos conjuntos de puntos. Este algoritmo da dos soluciones: puede etiquetar ambos conjuntos de manera ascendente, ó uno de manera ascendente y el otro de manera descendente. Para obtener la solución correcta se aplica el algoritmo *ICP* dos veces y el método que tenga el menor error cuadrático medio es la solución. 2) El segundo método esta basado en calcular los centros de masas y los ejes de inercia de ambas nubes de puntos, calcular la matriz de rotación y traslación inversas para aplicársela al conjunto de puntos obtenido con el localizador magnético. Esto da como resultado que los puntos estén más próximos entre si, y se pueda aplicar el algoritmo *ICP* con mayor confiabilidad. Finalmente se utiliza el algoritmo *ICP* para obtener la matriz de transformación homogénea entre los dos sistemas de coordenadas, finalizando así, el proceso de registro, (figura 3(b)).

El cálculo de la distancia euclídeana mínima de un punto a un conjunto de puntos P , tal como se propone en la sección 1, del algoritmo *ICP*, plantea graves inconvenientes en la convergencia de todo el algoritmo hacia un mínimo local. Conseguir la correspondencia y la secuencia correcta en los dos conjuntos de datos es una tarea compleja para cualquier algoritmo de búsqueda de puntos cercanos cuando el conjunto de datos se encuentra desordenado y además este conjunto está rotado 180° en cualquiera de los ejes (x , y , z). Con la finalidad de solucionar este problema intensivo en cálculo matemático, Kapoutsis et al. [4], propusieron un método morfológico basado en el algoritmo de teselación de Voronoi, con el objetivo de obtener el diagrama de Voronoi del conjunto de datos X .

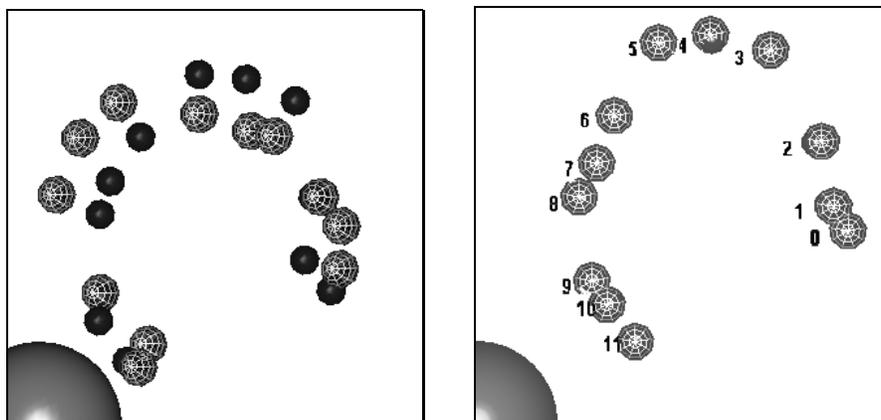


Figura 3. (a) Resultados del algoritmo ICP original cuando no existe correspondencia entre los dos conjuntos de puntos y/o están muy alejados entre si. (b) Resultados correctos del algoritmo *ICP* modificado propuesto en este trabajo.

4. CONCLUSIONES

En conclusión, la colocación de los puntos fiduciaros es un factor importante para la minimización del error cuadrático medio. El algoritmo *ICP* original requiere que los puntos de ambos conjuntos estén muy cercanos entre si, de manera que al calcular la distancia euclídeana mínima entre ambos conjuntos se obtenga la correspondencia correcta entre los dos conjuntos de puntos, de lo contrario este algoritmo caerá en un mínimo local, y no encontrará la solución correcta. Este trabajo plantea varias soluciones para mejorar el algoritmo con la finalidad de minimizar este problema y reducir el error cuadrático medio obtenido en la figura 3(b) de 2.1 ± 0.5 mm, a menos de 0.5 milímetros. Un ejemplo de una biopsia cerebral se encuentra en la referencia [5].

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado de manera parcial por la LOCTI a través del proyecto #3.21 denominado "Navegación Quirúrgica" con aportes de la empresa Sur América Internacional S.A.

REFERENCIAS

- [1] Montilla G., Jara I., Sánchez G., Villegas R., Bosnjak A. "Neuropanacea – Un Sistema de Navegación Quirúrgica Electromagnética". CIMENICS 2010.
- [2] Besl P.J. and McKay N.D. "A method for registration of 3-D shapes". *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. 14, Nro. 2, pp. 239-256, February 1992.
- [3] Bosnjak A., Carmona R., Ríos L., Montilla G., Jara I. "Calibration of the Magnetic Tracker for Acquisition of 3D Images to Guide Neurosurgeries", *World Congress 2009, Medical Physics and Biomedical Engineering*. Munich, Germany, Septiembre 2009. O. Dössel and W.C. Schlegel (Eds): WC2009. Volumen 25 / VI. Pag. 20-23.
- [4] Kapoutsis C., Vavoulidis C., Pitas I., "Morphological iterative closest point Algorithm", *IEEE Transactions on Image Processing*. Vol. 8, Nro. 11, pp. 1644-1646, November 1999.
- [5] Biopsia cerebral y endoscopia guiada por neuropanacea. Visto 3623 veces, Enero 8, 2010. <http://www.youtube.com/watch?v=sDa7fMH-FXM&feature=related>

BONE FATIGUE CRACK GROWTH ANALYSIS USING BEM

B. Gámez

D. Ojeda

bgamez@uc.edu.ve

dojeda@uc.edu.ve

Centro de Biomecánica (CEBIOME_{UC}), Escuela de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela

E. Divo

edivo@mail.ucf.edu

Department of Engineering Technology, University of Central Florida, Orlando, FL, USA

A. Kassab

kassab@mail.ucf.edu

Department of Mechanical, Materials and Aerospace Engineering, University of Central Florida, Orlando, FL, USA

M. Cerrolaza

mcerrola123@gmail.com

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela, Caracas, Venezuela

Abstract. *An effective and efficient methodology for the fatigue cracks growth analysis in human cortical bone is presented. The solution is based on the elastic linear fracture mechanics and implementing the boundary element method (BEM) formulation. For the evaluation of cracked boundary the dual boundary element formulation is used. The solution is based on the development and application of a computational algorithm to obtain stresses and displacements on the boundary and the crack-tip stress intensity factor for elements under fatigue load. For the fatigue regimen, the Paris' law principles with cracks increments are employed. Finally, the results in cortical bone are showed, where the associated effects with the crack growth rate and the stress intensity factor were in good agreement when compared with available experimental results.*

Keywords: Stress intensity factor, cortical bone, boundary element method.

1. INTRODUCTION

Although fatigue damage in bone under cyclic loading has been considered a very important clinic problem, very few studies based on the fracture mechanics have studied the effects of fatigue cracks growth on this material [1]. Cortical bone fractures are believed to result from the continued and repeated loading application (cyclic loading), rather than a single trauma loading event [2], with micro-crack forming and accumulation [3]. Stress fractures are normally noticed within a few weeks and result from a sudden increase in the bone loading pattern and the bone inability to give shortly an adaptive response to alleviate the weary effects of increased stress levels¹. In other words, when tissue damage is caused by microcracks but bone adaptation fails to start the repairing process shortly, then stress fatigue or fracture will occur causing serious health problems, involving mainly athletes, elderly people and particularly people with osteoporosis [3].

Crack structures behavior can be determined if the stress intensity factors are known, this is why during the last three decades many research studies have evaluated the solution to this factor with different loads and geometries with numerical methods. In the elastic linear fracture mechanics, the dual boundary elements method has been used based on traction and displacement integral equations, which has been successfully developed to solve mechanic fracture applications for elasticity problems in two and three dimensions, thermoelasticity, elastoplasticity, compound materials and fracture dynamics [4]. However, research on cortical bone fatigue cracks growth with boundary elements has not been previously reported in technical literature.

Following is presented a methodology to evaluate the fatigue cracks growth in human cortical bone based on the elastic linear fracture mechanics and the Boundary Element Method formulae implementation. The solution is based on the development and application of a computational algorithm to obtain stresses and displacements in the boundary as well as the stresses intensity factors in the cracks tip in elements under fatigue loading. For the fatigue's regime, Paris law's principles are used with cracks growth. In order to validate the proposed model, it is compared to other author's experimental data results [1], and a medical application is represented by a human cortical bone model in which satisfactory values were achieved associated with cracks growth velocity and stress intensity variation factor which coincide adequately with the experimental results.

THE DUAL BOUNDARY ELEMENT METHOD

A crack in a structure under analysis entails two types of problems in the BEM which refer to the cracks modeling and the stress intensity factor evaluation [5]. The solution to problems associated with cracks bodies. Thus, a variation of the conventional boundary element method was implemented as established by Portela, Aliabadi and Rooke called the dual formulation of the boundary element method.

One of the most successful fields in the application of this dual formulation of the BEM is the fracture mechanics area. The method is particularly suitable for this type of problems for two main reasons: the need to obtain the exact discretisation of the boundary of the domain with cracked areas and its proven approximation for the stress concentrations representation [6].

The dual BEM overcomes the problem of crack modeling contained in the solid, considering source points coinciding over the crack boundaries and introducing two independent boundary integral equations with similar integration of the other equation getting then the whole

boundary of the domain of the problem. This means that this method introduces two independent boundary integral equations, the displacement equation (1), applied over one of the cracks boundaries and the traction integral equation (2) in the boundary [5], which are shown below:

$$c_{ij}^p u_j^p + \oint_{\Gamma} H_{ij} u_j d\Gamma = \oint_{\Gamma} G_{ij} t_j d\Gamma \quad (1)$$

$$c_{ij}^p t_j^p + n_i \oint_{\Gamma} S_{kij} u_k d\Gamma = n_i \oint_{\Gamma} D_{kij} t_k d\Gamma \quad (2)$$

Although the integration is the same for coinciding source points, the respective boundary integral equations are now different solving the hypersingular problem. Thus, two different and independent matrix lines are obtained for the crack.

2. MEDICAL APPLICATIONS

A diaphysis of an adult femur is subjected to a load, according to the geometry of a tomography, which varies from $P_{\min} = 1 \times 10^3$ Pa to $P_{\max} = 1 \times 10^6$ Pa, with a crack length on the inner edge $a = 0,001$ m and the boundary conditions shown in figure 1.a. The load application makes the crack open or mode I. The bone is considered a homogenous and isotropic material whose properties are [7]: shear mode 11.9 GPa, Poisson relation 0.31. The model is discretized with a mesh consisting of 450 discontinuous quadratic boundary elements, giving 10 of the elements to the crack region as shown in figure 1.b.

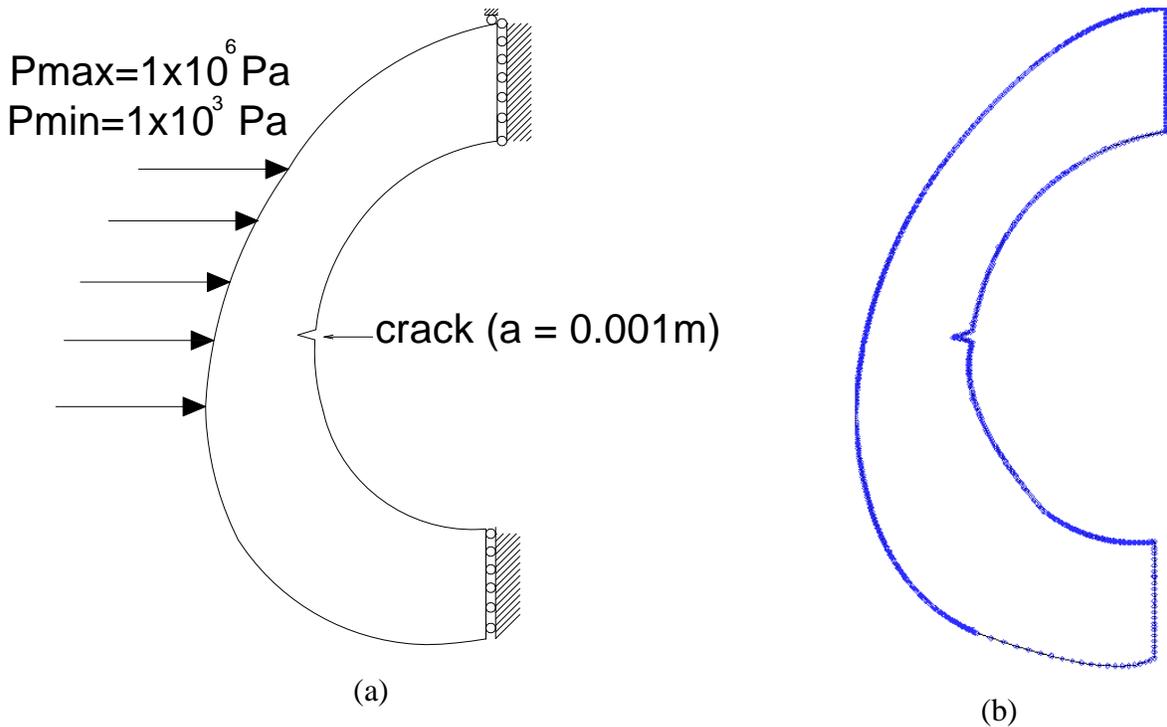


Figure 1. Femur diaphysis subjected to variable load. (a) Boundary conditions, (b) Model discretisation using 450 quadratic boundary elements

For the bone crack growth evaluation under fatigue load application through Paris law method the contents are considered¹ $c = 6,5 \times 10^{-8}$ and $n = 6$. The results reported by the code for the proposed model are shown in figure 2-a and 2-b, for maximum and minimum loads

respectively in which the normal stresses under the crack S_{yy} , in the deformed boundary of the cortical bone for the original crack ($a = 0,001$ m).

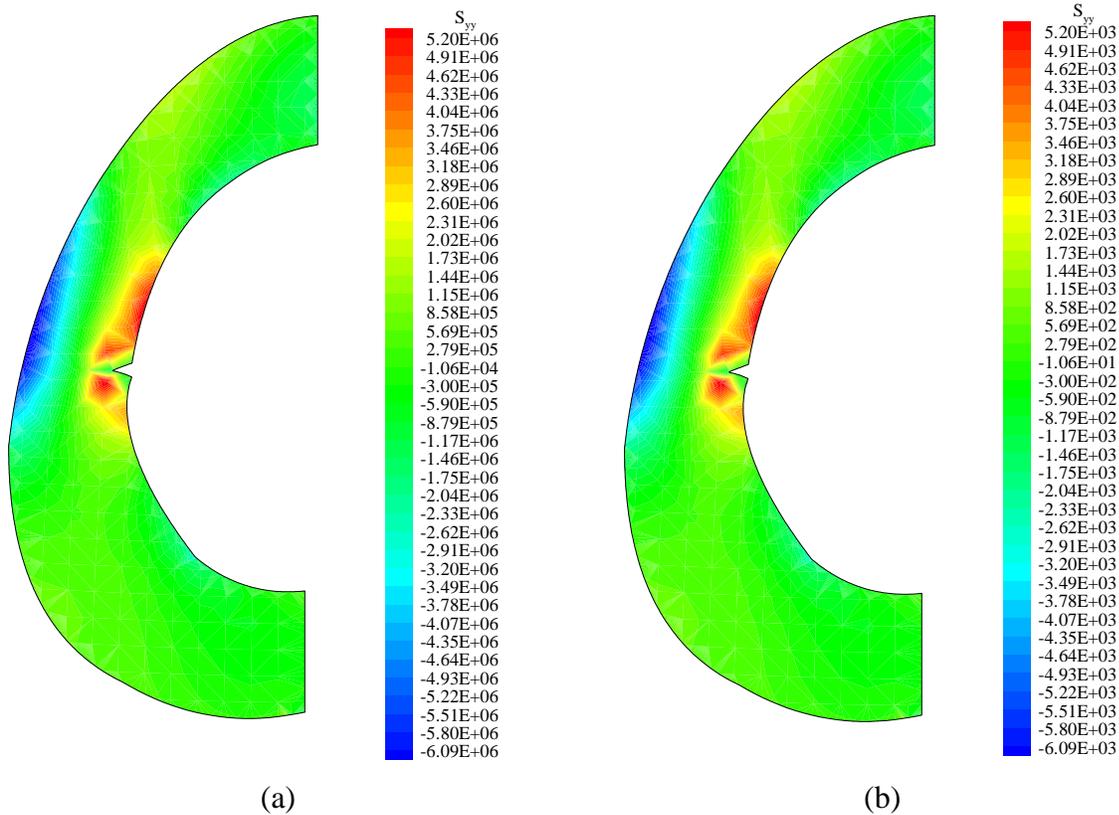


Figure 2. Normal stresses to the femur diaphysis crack plane (S_{yy}). (a) Maximum load, (b) Minimum load

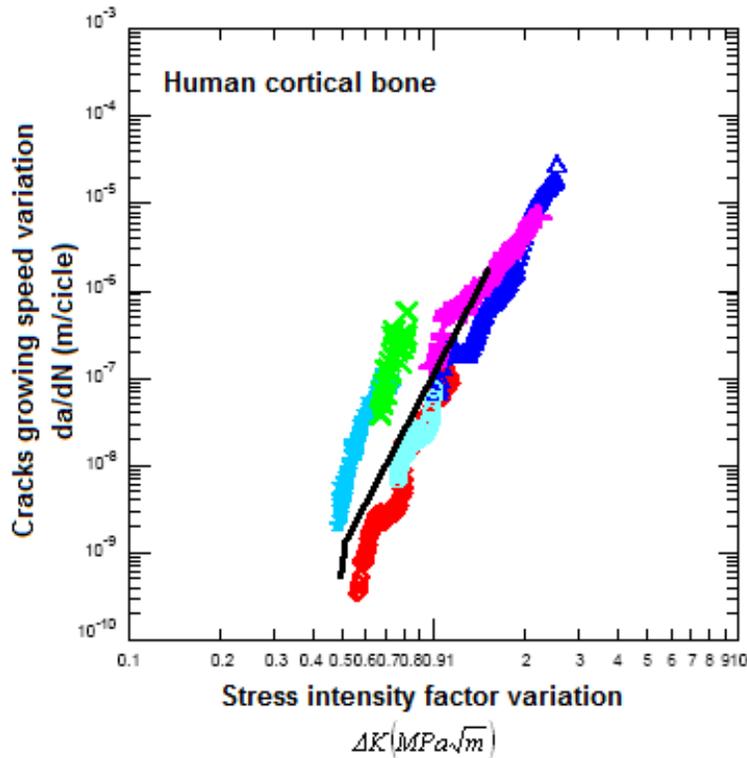
In figure 2.a and 2.b the traction maximum stresses around the crack are observed, as well as the compression stresses in the opposite region to the crack opening area, which means the model shows an adequate behavior regarding the stress characterization in this example.

Then, by using the proposed model to evaluate the crack growth in the bone it is possible to obtain results which can be used to characterize the crack growth mechanism according to the mode and variation of the applied loads. According to this, figure 3 shows a diagram of the variation of the crack growth in relation to the number of stress loads cycles as a function of the variation of the stress intensity factor for the conditions imposed to the model. Likewise, in order to compare the numerical results from the code application developed throughout this paper and the experimental data obtained by the other two researchers are presented in figure 3 and the results are presented in Nalla *et al*¹.

Looking at the available data in the Nalla diagram, it can be observed that the crack starts to grow rapidly to the threshold of the variation of the stress intensity factor corresponding to $\Delta K = 0,47 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. In this table the numerical results are compared to the experimental results and similar data was obtained.

On the other hand, the variation diagram of the cracks growth velocity (a/dN) in relation to the variation of the stress intensity factor (ΔK), coincides with Nalla's experimental models and Gibeling *et al.* [8], as much in the growth tendency as in the initial value of the velocity variation of the crack growth which is about 10^{-10} m/cycle.

The experimental results for the crack growth variation recorded velocities of 10^{-04} m/cycle. This result can be obtained as the frequency of the applied stresses are increased, in this particular case with the numerical model presented, a crack length of 2×10^{-3} m is reported with a growth velocity of $1,35 \times 10^{-06}$ m/cycle and a stress intensity factor variation of $1,65 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ throughout $1,6 \times 10^5$ cycles. The difference with the experimental result regarding the variation interval of the crack growth is because the proposed numerical model is subjected to loading real conditions and stress cycles of a patient under physical activities without rest whereas in the experimental results such load patters have not been used.



Experimental results [1] (for human cortical specimens)	Numerical results (for the example considered)
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="width: 15px; height: 15px; background-color: magenta; margin-right: 5px;"></div> <div style="width: 15px; height: 15px; background-color: cyan; margin-right: 5px;"></div> <div style="width: 15px; height: 15px; background-color: blue; margin-right: 5px;"></div> <div style="width: 15px; height: 15px; background-color: green; margin-right: 5px;"></div> <div style="width: 15px; height: 15px; background-color: red; margin-right: 5px;"></div> <div style="width: 15px; height: 15px; background-color: lightblue; margin-right: 5px;"></div> </div>	<div style="width: 15px; height: 15px; background-color: black; margin: 0 auto;"></div>

Figure 3. Comparison between numerical and experimental results for the crack growing speed (da/dN in m/cycle) vs. stress intensity factor variation (ΔK in $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$)

Table 1. Comparison of results: stress intensity factor corresponding to the fatigue threshold

Research	ΔK ($\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$)
Numerical [Present work]	0,47
Experimental [Nalla <i>et al.</i> ¹]	0,45 to 0,6

It can be concluded that the computational tool has an effective application in the fatigue cracks growth evaluation in cortical human bone because the numerical results of patters such as

ΔK in the fatigue threshold and da/dN are perfectly adapted to the intervals obtained experimentally for these variables.

3. CONCLUSIONS

An efficient and effective methodology is presented for the cracks growth characterization in human cortical bone under loading variables and using the cracks linear elastic mechanics patterns and implementing mathematic formulations based on the boundary element method whose application entails time consuming reduction in data preparation and in system equations resolutions.

The tool based in the formulation for elasticity problems using the boundary element method is capable of calculating the stresses and displacements in the boundary and in domain's internal points, it was also used for the stress intensity factor determination in the cracks end. For cracked boundaries, the dual boundary element method was used in respect to the path followed in the evaluation of the cracks variables.

Regarding the tool application for the femur subjected to variable loading which has been compared to Nalla's values of the stress intensity factor variation in the fatigue threshold were obtained as well as the cracks growth velocity variation within the obtained interval in the before mentioned experimental studies.

The computational tool is an important contribution to the medicine field because it is possible to identify fractures traces present in cortical tissues and with tomographies it is possible to determine the trace growth when the bone is subjected to the opening mode.

The cracks growth evaluation in cortical bone using the boundary element method is a new tool in bioengineering and is the first step in bone modeling using a numerical technique.

5. REFERENCES

- [1] R. K Nalla, J. J. Kruzic, D. Vashishth, D. B. Burrs, Aspects of in vitro fatigue in human cortical bone: time and cycle dependent crack growth. *Biomaterials* 26: 2183–2195, (2005).
- [2] J.J. Kruzic, J.A. Scott, R.K. Nalla, R.O. Ritchie, Propagation of surface fatigue cracks in human cortical bone. *Biomaterials* 26: 2183–2195, (2006).
- [3] S.A. Colopy, J. Benz-Deana, J.G. Barretta, S.J. Samplea, Y. Lua, N.A. Danovaa, V.L. Kalscheura, R. Vanderby, Response of the osteocyte syncytium adjacent to and distant from linear microcracks during adaptation to cyclic fatigue loading. *Bone* 35: 881– 891, (2004).
- [4] T. Dirgantara, M. Aliabadi, Dual boundary element formulation for fracture mechanics analysis of shear deformable shells, *International Journal of Solids and Structures* 38: 7769-7800, (2001).
- [5] A. Portela, Dual Boundary Element Analysis of Crack Growth, Topics in Engineering Vol. 14, *Computational Mechanics Publications*, pp 34-67, (1993).
- [6] M. Marrero, J. Domínguez, Time-domain BEM for three-dimensional fracture mechanics, *Engineering Fracture Mechanics* 71: 1557–1575, (2004).
- [7] D. T. Reilly, A. H. Burstein, The elastic and ultimate properties of compact bone tissue, *J. Biomech.*, 8, 393 (1975).
- [8] J. C. Gibeling, D. R. Shelton, C. L. Malik, *Application of fracture mechanics to the study of crack propagation in bone*, in Niinomi, Okaber, Taleff, Leuser, Lippard, (Editors), *Structural Biomaterials for the 21st Century*, (2001).

BIOPOLÍMEROS PARA PRÓTESIS Y DISPOSITIVOS BIOMÉDICOS: ESTUDIO PRELIMINAR Y ANÁLISIS COMPARATIVO

Natalia Cuervo

César González

Miguel Cerrolaza

{natalia.cuervo,cesar.gonzalez,miguel.cerrolaza}@inabio.edu.ve

Instituto Nacional de Bioingeniería (INABIO), Universidad Central de Venezuela

Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Caracas, Venezuela

Resumen *En el siguiente trabajo se presenta un resumen comparativo preliminar entre diversos polímeros empleados para implantes médicos y suturas. En el caso de implantes aplicados para regeneración de tejidos blandos y duros, la opción más adecuada es un polímero biodegradable, debido a que se degrada dentro del cuerpo sin necesidad de una cirugía adicional para retirar la prótesis una vez regenerada la región afectada. El bajo punto de fusión del PCL constituye una ventaja en cuanto a su procesamiento, y es aplicable tanto en implantes flexibles como en implantes rígidos cuando es mezclado con una carga que provea dichas características, y que además tenga propiedades hidrofílicas. El PLA tiene una cinética de degradación lenta, lo que lo hace un material ideal para implantes que deban mantener sus propiedades mecánicas por largos tiempos.*

Palabras clave: biopolímeros, bioingeniería, coprolactona, ácido láctico

1. INTRODUCCIÓN

Una de las ventajas de los polímeros empleados en la industria biomédica es que su toxicidad es bastante baja. El estudio reciente se ha enfocado en los polímeros biodegradables, debido a que los empleados constituyen un buen soporte para el crecimiento celular, incluso con una respuesta inflamatoria menor a la obtenida con implantes y suturas de origen animal. Los no biodegradables generalmente se emplean como implantes fijos y los biodegradables tienen la ventaja de que son fraccionados dentro del cuerpo, como productos no tóxicos y en su mayoría son metabolizados y otros son expulsados. El objetivo del presente trabajo es establecer una comparación entre los diferentes polímeros empleados en la industria biomédica, y proponer el

uso de PCL y PLA como materiales ideales debido a las propiedades exhibidas por ambos polímeros.

2. MATERIALES EMPLEADOS COMO IMPLANTES MÉDICOS

La tabla 1 muestra algunos de los polímeros más empleados en la industria biomédica. Entre los materiales biodegradables descritos están: poli(ϵ -caprolactona) (PCL), poli(ácido láctico) (PLA), poli(ácido glicólico) (PGA) y poli(*p*-dioxanona) (PPDX). La silicona y el teflón corresponden a polímeros no biodegradables, considerados como bioinertes.

Tabla 1. Comparación entre las aplicaciones y respuesta del organismo sobre biomateriales empleados como implantes

Polímero	T _m (°C)	Aplicación	Respuesta del organismo
Poli (ácido láctico) (PLA)	190	Suturas bioabsorbibles, soporte para crecimiento celular (stems) y regeneración de tejido óseo medular y articulaciones, implantes rígidos.	Inflamación del área circundante. Inhibición en bajo grado de crecimiento celular [1]. Debido a su lenta degradación, a tiempos cortos su respuesta inflamatoria es leve.
Poli (ϵ -caprolactona) (PCL)	60	Liberación controlada de fármacos, regeneración de tejidos, implantes de tejidos blandos (músculo, piel) y duros (reparación de hueso, médula ósea), pines de fractura.[2]	Material hidrofóbico: limita la fijación de las células en los poros del material. La adhesión celular es baja. La degradación es acídica, lo cual influye sobre la respuesta inflamatoria de las células circundantes)[3]
Poli (ácido glicólico) (PGA)	224-227	Suturas bioabsorbibles, recomendable para sistemas de liberación controlada de drogas. [4]	Respuesta inflamatoria.
Poli (dimetil siloxano) (PDMS), Silicona	NA	Su alta flexibilidad le permite ser ampliamente utilizado. Estéticas: implantes blandos como mamarios, faciales (ej: nariz, menton), musculares, etc. Valvulas cardiacas, unión en las falanges. Su alta permeabilidad al oxígeno le permite su uso como expansor de tejidos, membranas oxigenantes. [5]	Encapsulamiento. El material no es absorbido por el cuerpo.
Poli(<i>p</i> -dioxanona) (PPDX)	120	Suturas, implantes semirrígidos (pines)	Inflamación del área circundante.

Politetrafluoroetileno (PTFE), Teflon®	327	Es altamente hidrofóbico, su bajo coeficiente de fricción permite su uso como material vascular [5]	Tiende a encapsularse.
--	-----	---	------------------------

La policaprolactona (PCL) tiene la ventaja de tener el punto de fusión más bajo entre los polímeros estudiados, lo cual permite su procesamiento a bajas temperaturas, implicando una reducción de costos de fabricación del producto final si se compara con el resto de las resinas descritas. El carácter hidrofóbico de este polímero es una desventaja cuando se emplea por sí solo. Sin embargo, una alternativa es su mezclado con una fase hidrofílica, la cual se prefiere flexible para implantes blandos (ej: quitosano), en las cuales se han obtenido respuestas satisfactorias en cuanto a la hidrofiliidad [3]. Estudios de mezclas de policaprolactona/hidroxiapatita (PCL/HA) prometen ser un material ideal como implantes de médula ósea. Esta mezcla tiene características similares a las del hueso humano, con la flexibilidad impartida por la PCL y la alta resistencia mecánica que provee la HA. En la figura 1 se observa una significativa actividad celular a los 6 días de cultivo en el sustrato de PCL, lo que evidencia una gran afinidad con el material.

El poli(ácido láctico) (PLA) tiene la característica de ser un material rígido, permitiendo su aplicación en implantes rígidos. En comparación con el PCL, su hidrofiliidad es mayor debido a que posee un grupo cetónico en su cadena principal.

Con respecto a la Poli(*p*-dioxanona) (PPDX), tenemos que sus propiedades son atractivas, sólo que su presentación al momento de adquirirla es únicamente en pines y en sutura, lo que incrementa notablemente los costos de procesamiento.

Los biopolímeros Poli (dimetil siloxano) (PDMS), Silicona y Politetrafluoroetileno (PTFE), Teflon® causan encapsulamiento, sino en todos los casos, en la mayoría. El cuerpo responde encapsulando el material, lo que limita su uso para prótesis blandas o que su futuro sea degradarse.

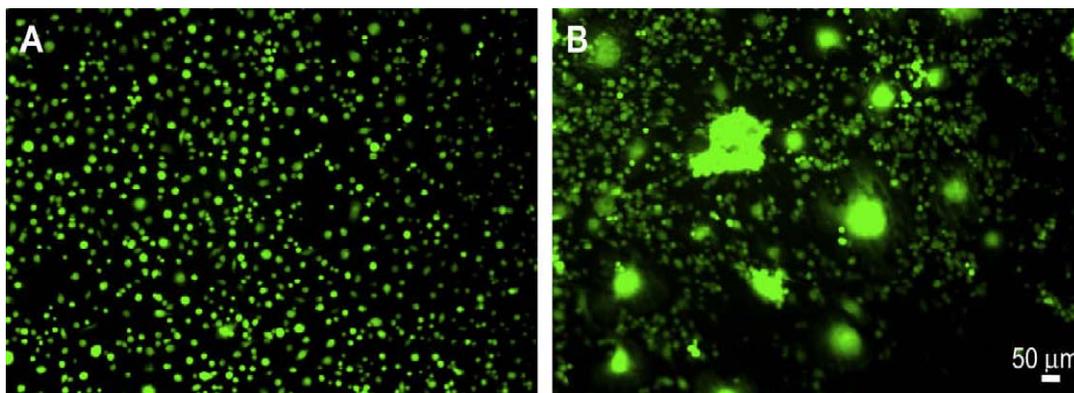


Figura 1. Imágenes de microscopía fluorescente de células vivas sobre superficies de PCL suave (A) y nanocable de PCL(B) luego de 6 días de cultivo. La agregación celular sobre la superficie del nanocable indica un mayor nivel de comunicación intercelular [6]

3. CONCLUSIONES

Los materiales poliméricos son muy versátiles y dependiendo de la utilidad del producto se deben exigir ciertas propiedades al material a procesar. Lo que nunca dejamos de lado es la posibilidad de abaratar costos y sobre todo de una respuesta lo menos agresiva al cuerpo humano. Tomando en cuenta lo anterior, podemos concluir de este análisis que los biopolímeros mas recomendados para implantes con fines regenerativos son Poli(ácido láctico) (PLA) y Poli(ϵ -caprolactona) (PCL).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Kyriacos A., Gabriele G., Mauli A., Sterilization, toxicity, biocompatibility and clinical applications of polylactic acid/polyglycolic acid copolymers. *Biomaterials*, vol. 17, pp. 93-102, 1996
- [2] Sabino, M., *Taller de Biodegradación de Materiales*, 2006
- [3] Hua W., Ying W., Siqin D., Rui Z., Response of rat osteoblasts to polycaprolactone/chitosan blend porous scaffolds. *Journal of Biomedical Materials Research*, pp. 238-245. 2008.
- [4] Tortolero, M., *Empleo de Polímeros Degradables Sintéticos Como Sistemas de Liberación Controlada de Drogas en el Tratamiento de Infecciones Óseas*. Tesis Doctoral, Universidad Central de Venezuela, 2002.
- [5] Hwal S., Recents Advances in Biomaterials. *Yonsei Med Journal*, vol. 39 No. 2 pp. 87-96. 1998
- [6] J.R. Porter et al. Biodegradable poly(ϵ -caprolactone) nanowires for bone tissue engineering Applications. *Biomaterials* vol. 30 pp.780–788. 2009.

SIMULACIÓN DE LA DIFERENCIACIÓN DE TEJIDOS DURANTE LA DISTRACCIÓN OSTEOGÉNICA APLICANDO PATRONES DE MECANOREGULACIÓN

Wilmer Carrero

Miguel Cerrolaza

wilmer.carrero@inabio.edu.ve

miguel.cerrolaza@inabio.edu.ve

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela

Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela

Abstract. *En la distracción osteogénica existen predominantemente factores mecánicos que estimulan la osteogénesis. Como respuesta a estos estímulos inductores del proceso se da inicio a la diferenciación de tejido en la evolución de hueso nuevo. Existen patrones de mecano-regulación que describen el proceso de diferenciación de tejido en fracturas, a partir de estos es desarrollada un algoritmo para aplicarlo a la distracción osteogénica alveolar. Fue utilizada una geometría obtenida a través de un estudio tomográfico en un paciente con deficiencia ósea alveolar. La investigación se realizó con la finalidad de probar la simulación numérica de los patrones de mecano-regulación por medio de elementos finitos en la distracción osteogénica alveolar.*

Keywords: Distracción osteogénica, diferenciación de tejido, mecano-regulación.

1. INTRODUCCIÓN

Dentro de los procedimientos médicos para el tratamiento de deficiencias óseas, se encuentra uno muy utilizado para crear hueso nuevo a partir de un hueso sano, se trata de la distracción osteogénica. Este procedimiento es utilizado en traumatología, cirugía maxilofacial y bucal, cumpliendo con el protocolo publicado por Ilizarov [1]. Existen investigaciones que han explicado el proceso de diferenciación de tejidos durante la curación de fracturas como una respuesta biológica al estímulo mecánicos.

Los dos patrones de mecano-regulación utilizados para este trabajo de simular la diferenciación de tejidos durante la distracción osteogénica fueron: el patrón de Claes-Heigele [2] y el patrón de Prendergast [3]. Estos dos consideran el estímulo mecánico como factor principal para la iniciación y desarrollo de la curación de fracturas óseas. Basado en simulaciones y

experimentos realizados por Geris [4], utilizamos estos algoritmos aplicando las modificaciones necesarias para simular la diferenciación de tejido en la distracción osteogénica.

2. DIFERENCIACIÓN DE TEJIDOS

La diferenciación de tejido durante la distracción osteogénica se presenta de manera progresiva en los contornos de los segmentos óseos donde existe la brecha de distracción, en principio se concentra un tejido blando e inflamatorio contentivo de células mesenquimáticas, y a consecuencia de los estímulos biológicos se inicia el proceso diferenciación de tejido que da lugar a la regeneración ósea. Existen diversos trabajos donde se verifica por distintos métodos experimentales que la distracción osteogénica es el resultado de un proceso de cambios dentro de la formación del tejido tisular que se desarrolla en la brecha de distracción, es allí donde se presentan los diversos tipos de tejidos en consecuencia del estímulo generado en esta brecha por la distracción osteogénica. Un trabajo realizado por Sciadini [5] y colaboradores, expone varias histologías como resultado de experimentar con distracción osteogénica en tibias de perros adultos de raza mongrel, donde muestra la distribución de los tejidos diferenciados durante la distracción.

Mediante el análisis de elementos finitos en la osificación de la fractura, Claes [2] y colaboradores hallaron que las magnitudes de la presión hidrostática regulan la selección del método de osificación, es decir, la magnitud señala si se realiza osificación intramembranosa o endocondral. Por análisis cuantitativo de la geometría del callo, Claes [2] encontró que si la compresión hidrostática excede 0.15 MPa, la regeneración ósea es endocondral, y si el esfuerzo es menor, entonces la formación ósea es intramembranosa.

Mientras el índice osteogénico se refiere a la osificación con cartílago, el concepto de estímulo combinado de esfuerzo hidrostático y cortante es aplicado a la diferenciación de tejido.

Los factores mecánicos que modulan la morfogénesis y regeneración de los tejidos derivados del mesénquima son los derivados del estado "tensión-deformación" creados por el proceso de distracción revela Morgan [6] en su investigación, basado en estos fundamentos realiza un simulación en un modelo de elemento finitos con las características de un hueso largo. Reporta los resultados de los nuevos tejidos diferenciados, evaluando los parámetros siguientes: presión, esfuerzo de tracción, dilatación del tejido y velocidad del fluido. Por su parte Kim [7] en su trabajo ilustra con las histologías y corrobora que, los tejidos diferenciados de la distracción dan lugar a fibras de colágeno paralelas a la dirección de distracción, y el callo fibroso ocupa mayoritariamente el sitio de distracción al final del periodo de distracción.

3. OBTENCIÓN DE LA GEOMETRÍA

Para la obtención de la geometría fue seleccionado un paciente que presentaba un cuadro clínico el cual sugería la regeneración del reborde alveolar con aplicación de la distracción osteogénica alveolar. El paciente fue sometido a un estudio tomográfico con el fin de coleccionar la data digital para la reconstrucción virtual; en este estudio debe estar explícitamente indicado tanto la escala como la separación de los planos de corte con los cuales se obtiene la data tomográfica, para este estudio fue realizado un barrido axial con tomas coronales en la zona requerida maxilar superior e inferior al paciente, utilizando la distancia mínima que podía registrar el tomógrafo 0,625 milímetros entre slice y slice. Esta distancia garantizó un recorrido suficiente para registrar toda la estructura ósea a remodelar mediante proceso de distracción osteogénica alveolar.

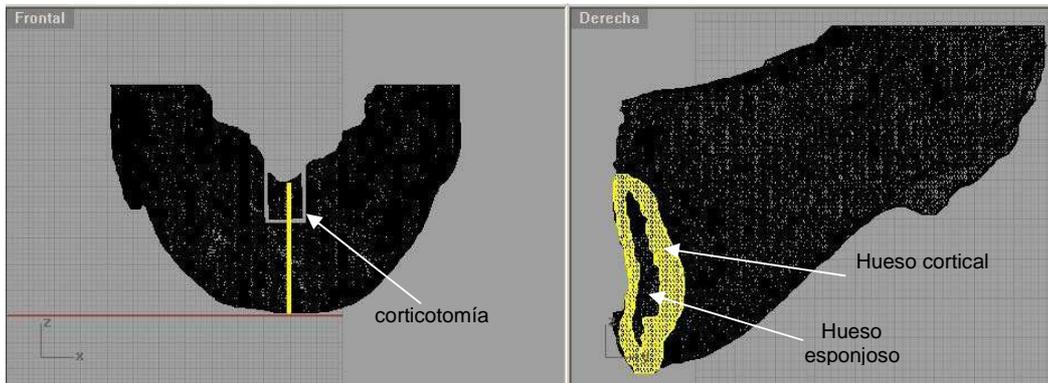


Figura 1.- Sección tomográfica seleccionada para obtener la geometría donde fue realizada la simulación y discriminación del hueso esponjoso y cortical.

4. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

El modelo utilizado se basó en una malla creada en Patran, con 5.175 nodos y 16.656 elementos, con una brecha de distracción inicial de 1 milímetro de espesor. A todos los elementos de la brecha le fueron asignadas las propiedades de tejido mesenquimático inicial, que posteriormente se diferenció en: tejido fibroso, cartílago, tejido de hueso inmaduro y tejido de hueso maduro, (ver tabla 1). Todos los tejidos fueron modelados isotrópicos y linealmente elásticos. El análisis numérico fue hecho en Marc Mentat con elementos cuadráticos de 8 nodos. Tipo 32. En la figura 2 se muestran las condiciones iniciales y de contorno. Al modelo le fueron fijados (en color naranja) los desplazamientos en el contorno del segmento base, debido a que éste pertenece a la mandíbula, y al segmento distal lado vestibular, fue aplicado el desplazamiento (en color amarillo) de 0.5 mm en cada paso que como consecuencia de aplicar el proceso de distracción.

	Tejido mesenquimático	Tejido Fibroso	Cartílago	Hueso Inmaduro	Hueso Maduro
Modulo de Young (MPa)	0.2	2	10	1000	6000
Radio de Poisson	0.17	0.17	0.17	0.3	0.3
Permeabilidad[m ⁴ (Ns) ⁻¹]	10 ⁻¹⁴	10 ⁻¹⁴	5x10 ⁻¹⁵	10 ⁻¹³	3.7x10 ⁻¹³

Tabla 1- Propiedades de los diferentes tejidos diferenciados utilizados por Prendergast [3], y Huiskes [8].

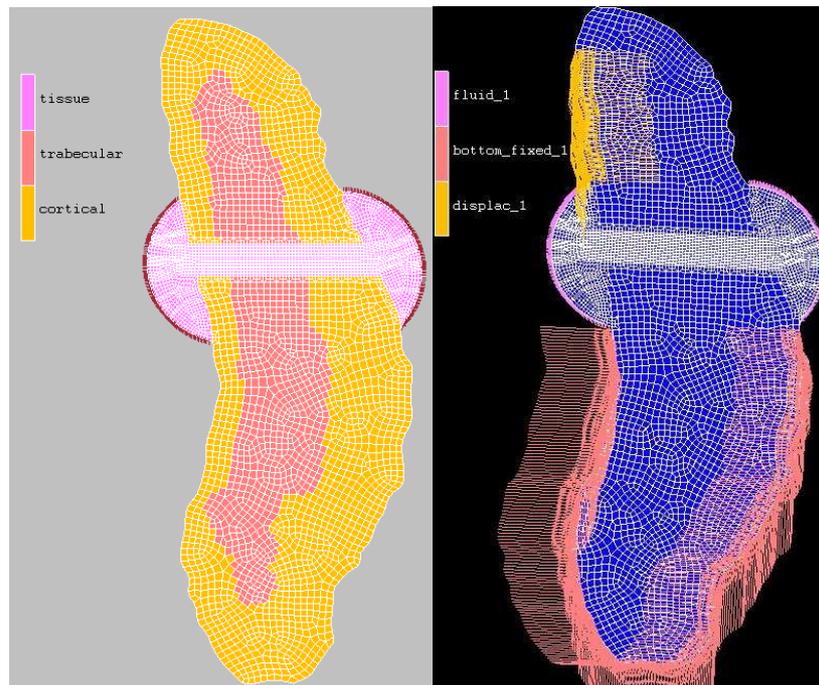


Figura 2- a) Configuración inicial de los materiales sobre los elementos de la malla y b) condiciones de contorno al modelo propuesto.

5 APLICACIÓN DEL ALGORITMO PARA SIMULAR LA DIFERENCIACIÓN DE TEJIDOS

El algoritmo utilizado para simular la diferenciación de tejido fue el utilizado por Geris [4] y colaboradores en la simulación numérica de la diferenciación de tejido durante curación de fracturas óseas. Para el presente trabajo fueron aplicadas algunas modificaciones para el caso específico de la distracción osteogénica alveolar.

Se aplicó el siguiente esquema (ver figura 3). Una vez configurado el modelo plano de elementos finitos, con un estado correspondiente al inicio del periodo de distracción, se le aplicó un estímulo mecánico que consistió en la elongación de la brecha de distracción por desplazamientos de 0,5 milímetros por vez inducido por el desplazamiento vertical del segmento distal. el estímulo es cuantificado por medio el análisis de elementos finitos. Obtenidos los resultados producto del desplazamiento y por ende un nuevo estado de esfuerzos en la brecha de distracción, se generó entonces un proceso de discretización para cada uno de los elementos ubicados la brecha para generar nuevos materiales por elemento. Esta nueva clasificación fue producto de la aplicación de los parámetros del patrón de mecano-regulación para generar cambios en las propiedades de los materiales según su estímulo mecánico. Paso siguiente, se reclasificó por fenotipos al tejido diferenciado, para luego asignar estas nuevas propiedades al modelo de elementos finitos en la malla del modelo utilizado. Este esquema fue repetido para el siguiente paso (0.5 milímetros) en el periodo de distracción hasta obtener la separación de 6 milímetros con adicionales a la inicial. El mismo modelo fue utilizado para aplicar el patrón de mecano-regulación de Claes-Heigele [2] y el patrón de mecano regulación de Prendergast.

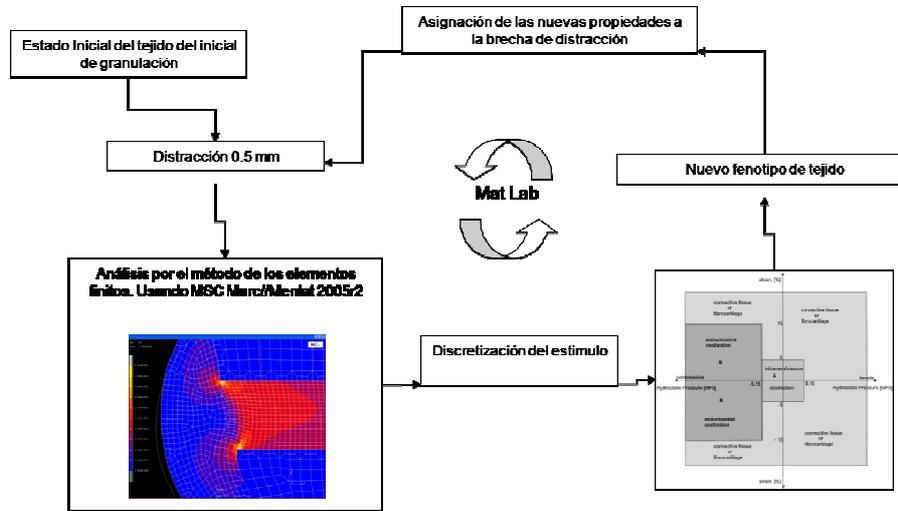


Figura 3- Esquema del tratamiento aplicado para la simulación del proceso de diferenciación de tejido durante el proceso de distracción osteogénica

5 TEJIDOS OBTENIDOS

Como se observa durante la diferenciación de tejido en las histologías obtenidas de publicaciones científicas tales como los trabajos de Sciadini [5] y Morgan [6], es posible realizar una comparación de los resultados obtenidos por el proceso de aplicar los patrones de mecano-regulación en la distracción. Fue posible notar una evolución en la diferenciación de tejidos, básicamente en 4 grupos, cartílago, tejido fibroso, hueso inmaduro, hueso maduro, como es mostrado en la figura 4.

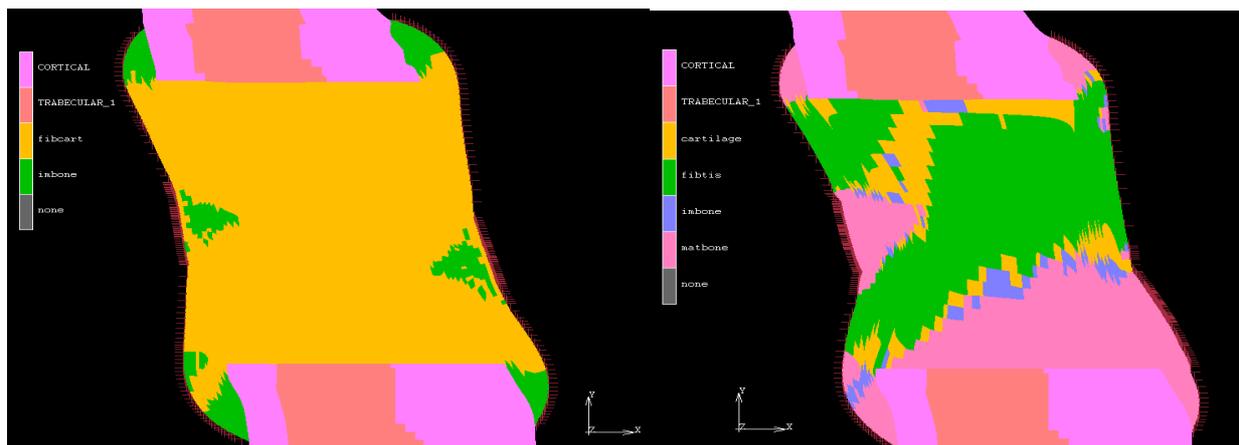


Figura 4- Distribución de los tejidos diferenciados al modelo aplicando el patrón de regulación de Claes-Heigele (izquierda) y Prendergast (derecha).

Para el día 6, que equivale a los 6 milímetros de distracción, fueron aplicados 12 ciclos de 0.5 milímetros, según reportes histológicos publicados por Sciadini [5], Morgan [6] y Kim [7], no

se debe esperar tejido de hueso maduro en proporciones considerables como las obtenidas con la aplicación del patrón de mecano-regulación de Prendergast. Para el caso de la aplicación del patrón de macano-regulación de Claes-Heigele se obtiene predominantemente tejido fibroso y algunos inicios de diferenciación de tejido de hueso inmaduro, esta última nos ha mostrado una mejor aproximación computacional a los tejidos que normalmente muestran las histologías para esta fase de tiempo. Basándonos en estos resultados podríamos concluir que el patrón de mecano-regulación de curación de fracturas no es directamente aplicable a la distracción osteogénica porque los estímulos mecánicos son considerablemente mayores que los ocurridos en durante la curación de fracturas.

Agradecimientos

A la Fundación de la Asamblea Nacional para el Tratamiento de las Enfermedades Cardiovasculares, al Postgrado de Cirugía Bucal de la Universidad Central de Venezuela, y en especial a la División de Biomecánica de la Universidad Católica de Lovaina (Bélgica) por su importante aporte en el desarrollo de esta investigación.

REFERENCES

- [1]. Ilizarov, G.A., The tension-stress effect on the genesis and growth of tissues: Part II. The influence of the rate and frequency of distraction. *Clinical Orthopaedics*. Number 239, 263–285, 1989.
- [2]. Claes, L.E., Heigele, C.A., Magnitudes of local stress and strain along bony surfaces predict the course and type of fracture healing. *Journal of Biomechanics*. Number 32 (3), 255–266, 1999.
- [3]. Prendergast, P.J., van der Meulen, M.C.H., Mechanics of bone regeneration. In: Cowin, S.C. (Ed.), *Bone Mechanics Handbook*. CRC Press LCC, Boca Raton, FL, pp. 32.1–32.13. 2001
- [4]. Geris, L., Van Oosterwyck, H., Vander Sloten, J., Duyck, J., Naert, I., Assessment of Mechanobiological Models for the Numerical Simulation of Tissue Differentiation around Immediately Loaded Implants, *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*. Number 6, 277–288, 2003.
- [5]. Sciadini, M.F., Dawson, J.M., Banit, D., Juliao, S.F., Johnson, K.D., Lennington, W.J., Schwartz, H.S., Growth factor modulation of distraction osteogenesis in a segmental defect model. *Clinical Orthopaedics and Related Research*. Number 381, 266-277, 2000.
- [6]. Morgan, E., Longaker, M., Carter D., Relationships between tissue dilatation and differentiation in distraction osteogenesis, *Matrix Biology*. Number 25, 94-103, 2006.
- [7]. Kim, U., Chung, I., Lee, K., Swift, J., Seong, W., Ko, C., Bone regeneration in mandibular Distraction Osteogenesis combined with compression stimulation, *Journal of Oral and Maxillofacial Surgery*. Number 64 (10), 1498-1505, 2006.
- [8]. Huiskes, R., Van Driel, W.D., Prendergast, P.J., Soballe, K., A biomechanical regulatory model for periprosthetic fibrous-tissue differentiation, *Journal of Material Science: Materials in Medicine*. Number 8, 785–788. 1997.

CURVAS DE FRAGILIDAD SÍSMICA PARA LA ESTIMACIÓN DE DAÑOS Y PÉRDIDAS EN EDIFICIOS ESCOLARES DE VENEZUELA

Coronel D. Gustavo

López Oscar A.

gustavocoroneld@gmail.com

oalsf@yahoo.com

Instituto de Materiales y Modelos Estructurales (IMME), Universidad Central de Venezuela (UCV), Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela.

Resumen. *En este trabajo se presenta una metodología que permite estimar daños y pérdidas en las edificaciones escolares de Venezuela basada en las características estructurales básicas que condicionan su desempeño sísmico y bajo la hipótesis de que fueron diseñadas siguiendo la normativa correspondiente a su época. Se construyen curvas de capacidad bilineal a partir de la estimación de los desplazamientos cedente y último. A partir de cuatro desplazamientos límites adoptados para los estados de daño denominados leve, moderado, severo y completo, se desarrollan cuatro curvas de fragilidad para cada edificio; cada curva representa la probabilidad de alcanzar o exceder el estado de daño en función de la aceleración horizontal máxima del terreno, basado en una distribución lognormal. Finalmente se desarrolla un programa para determinar las curvas de fragilidad a través de esta metodología. Se presentan y comparan curvas de fragilidad para edificios escolares construidos en distintas épocas. Estas curvas permiten estimar daños y pérdidas que pudiesen ocurrir en eventos sísmicos futuros y se pueden utilizar en tareas de prevención y mitigación del riesgo.*

Palabras claves. Curvas de fragilidad, vulnerabilidad sísmica, estimación de daños, sismos, edificaciones escolares.

1. INTRODUCCIÓN

En Venezuela existen aproximadamente 28.000 planteles educativos, los cuales funcionan en un número hasta ahora incierto de edificios escolares. Como parte del proyecto de “Reducción del Riesgo Sísmico en Edificaciones Escolares de Venezuela” [1], se han desarrollado distintas estrategias de búsqueda con la finalidad de recopilar información básica que sea de utilidad para determinar curvas de fragilidad aproximadas que permitan estimar daños, pérdidas e índices de riesgo sísmico para facilitar la toma de decisiones de las autoridades nacionales y regionales en el

desarrollo de planes de prevención, reducción de riesgo y atención de emergencias. Con esta finalidad se incorporaron una serie de preguntas dentro del Registro Nacional Escolar [2], a fin de conocer el número de edificaciones por plantel, el número de pisos, el año de construcción, la ubicación geográfica y la tipología constructiva de cada edificio. De esta iniciativa se ha logrado obtener hasta la fecha información de 16.921 edificios escolares de 28.878 planteles registrados, la cual ha sido incorporada en un Sistema de Información Geográfica. En este trabajo se presenta una metodología para desarrollar curvas de fragilidad aproximadas fundamentada en dicha información y en congruencia con experiencias internacionales recientes [3,4,5,6,7].

2. CURVAS DE CAPACIDAD Y ESTADOS DE DAÑO

La determinación de la vulnerabilidad del edificio se basa en la información básica de cada escuela, suponiendo que los edificios fueron diseñados acorde con la normativa correspondiente a su época [1]. Bajo esta hipótesis se construyen curvas de capacidad bilineal (Fig. 1.a) para cada edificio a partir de: i) la estimación de la capacidad resistente a nivel de cedencia (V_y) dividida entre el peso (W) del edificio, a partir de los coeficiente sísmicos (C_s) establecido por las seis normas venezolanas de los años 1939, 1947, 1955, 1967, 1982 y 1998 o 2001, llevados a nivel de cedencia e incorporando un factor de sobre-resistencia (Ω_y):

$$\frac{V_y}{W} = \Omega_y \cdot C_s \quad (1)$$

ii) la determinación del desplazamiento cedente (u_y) suponiendo que la respuesta dinámica de la estructura está contenida en el modo fundamental (T_e):

$$u_y = \frac{\alpha_1}{\beta_1} \frac{V_y}{W} g \left(\frac{T_e}{2\pi} \right)^2 \quad (2)$$

donde α_1 es el factor de participación del modo fundamental en el desplazamiento del último piso para el cual se adoptaron los valores sugeridos en experiencias nacionales e internacionales. El parámetro β_1 es la fracción de la masa del edificio contenida en el modo fundamental, el cual se adoptó igual al valor μ_0 definido en la norma COVENIN 1756 [8]; iii) la determinación del desplazamiento último (u_u) asignando un factor de ductilidad última ($\mu\lambda$) a cada norma:

$$u_u = \mu\lambda u_y \quad (3)$$

Se implementan cuatro estados de daños denominados: (1) ligero, (2) moderado, (3) severo y (4) completo. Cada estado de daño queda representado en la curva de capacidad de la Fig. 1.a en función del desplazamiento cedente y del último a partir de los siguientes límites [4]:

$$\begin{aligned} u_1 &= 0,70 u_y \\ u_2 &= u_y \\ u_3 &= u_y + 0,25(u_u - u_y) \\ u_4 &= u_u \end{aligned} \quad (4 \text{ a,b,c,d})$$

3. CURVAS DE FRAGILIDAD

Las curvas de fragilidad permiten representar en términos probabilísticos la vulnerabilidad sísmica de las edificaciones y proporcionan la probabilidad de que la respuesta de una estructura alcance o exceda determinado límite asociado al daño, como función de un parámetro indicador de la intensidad sísmica. A partir de la curva de capacidad de cada edificio se estima la curva de

fragilidad para el límite de cada estado de daño. Para definir la curva de fragilidad se adoptó una distribución lognormal, la cual se expresa como:

$$P_{d \geq i/A} = \Phi \left[\frac{1}{\beta_{Ai}} \ln \left(\frac{A}{\bar{A}_i} \right) \right] \quad (5)$$

donde, $\Phi[.]$ es la función de distribución normal estándar acumulada, β_{Ai} es la desviación estándar del $\ln(A)$ para el estado de daño (i), \bar{A}_i es el valor medio de la aceleración del terreno asociado al inicio del estado de daño (i) y $P[d \geq i / A]$ es la probabilidad de que el estado de daño (d) en la estructura alcance o supere el estado de daño discreto (i) condicionado a un valor de aceleración del terreno (A). En la Figura 1.b, se ejemplifican las cuatro curvas de fragilidad para cada estado de daño. Cada curva representa la probabilidad de alcanzar o exceder el estado de daño indicado en el área inferior a la curva. La diferencia de ordenadas entre las curvas (P_1 , P_2 , P_3 o P_4) representa la probabilidad de ocurrencia de cada estado de daño para la aceleración A . Los valores medios de aceleración del terreno (\bar{A}_1 , \bar{A}_2 , \bar{A}_3 y \bar{A}_4) asociados al inicio de cada estado de daño se estiman a través del método de los coeficientes [9] a partir de los desplazamientos (u_1 , u_2 , u_3 y u_4) respectivamente.

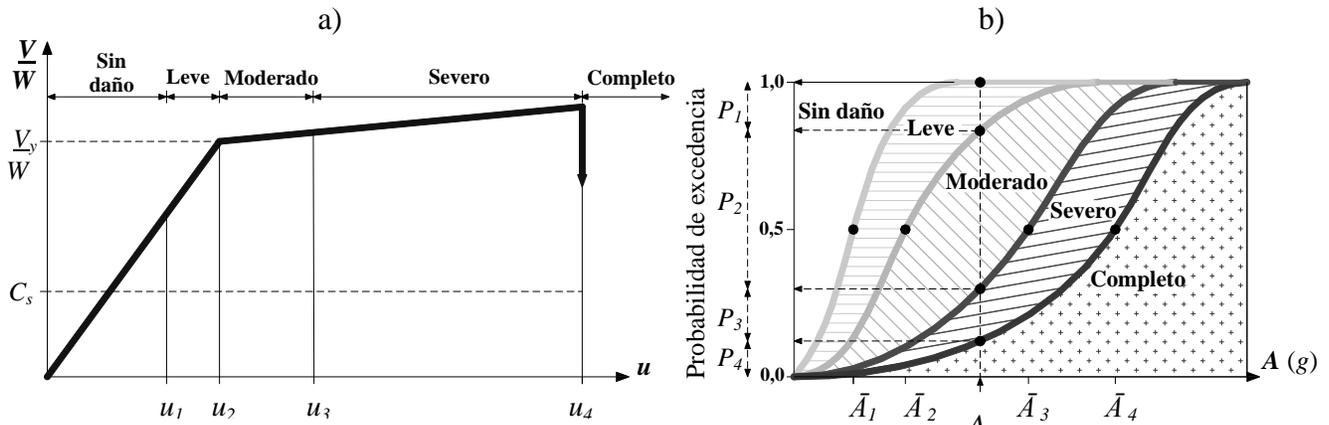


Figura 1 – a) Modelo bilineal de la curva de capacidad y límites de los estados de daños;
 b) Ejemplo de curvas de fragilidad para cada estado de daño.

La desviación estándar del $\ln(A)$ para cada estado de daño, representada por β_{Ai} , se estima tomando en consideración experiencia nacional e internacional [3, 5]. En la Tabla 1, se presentan los valores preliminares de β_{Ai} adoptados en este trabajo para cada estado de daño.

Tabla 1. Valores adoptados de la desviación estándar (β_{Ai}) para cada estado de daño.

(1) Leve	(2) Moderado	(3) Severo	(4) Completo
0,35	0,40	0,45	0,60

4. DAÑO MÉDIO

Las probabilidades de ocurrencia (P_i) de cada estado de daño (i) prefijado se obtienen de las curvas de fragilidad conocido el valor de la aceleración máxima del terreno (A) asociado a un evento sísmico particular (Fig. 1.b). El daño medio (D_m) se estima en cada edificio mediante la Ec. (6), ponderando las probabilidades de ocurrencia de cada estado de daño con los factores de daño (D_i) de la Tabla 2, definidos para cada estado de daño en [6] y [7]:

$$D_m = \sum_{i=0}^4 P_i \cdot D_i \quad (6)$$

Tabla 2. Factor de daño (D_i) por estado de daño.

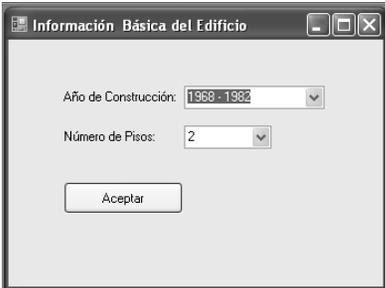
i	Estado de Daño	D_i (%)	D_m (%)
0	Sin daño	0	< 2,5
1	Ligero	5	2,5 – 12,5
2	Moderado	20	12,5 – 30,0
3	Severo	65	30,0 – 75,0
4	Completo	100	> 75,0

El valor de D_m permite representar un resultado discreto del daño de cada edificación, definiendo los rangos de valores asociados a cada estado de daño que se muestran en la Tabla 2.

5. IMPLEMENTACION COMPUTACIONAL

La metodología presentada ha sido sistematizada mediante un programa computacional realizado bajo *Visual Basic 2008 Express Edition* [10]. El programa contiene un ambiente visual de uso práctico mediante el cual se pueden modificar los parámetros presentes en la metodología, ajustándose así al criterio del usuario y facilitando la calibración de las curvas de fragilidad. En la Fig. 2.a, se muestra la entrada de datos básicos (año de construcción y número de pisos) y en la Fig. 2.b, se muestra como ejemplo el formulario para introducir los datos para edificaciones diseñadas con la norma MOP de 1967 [11].

a)



b)

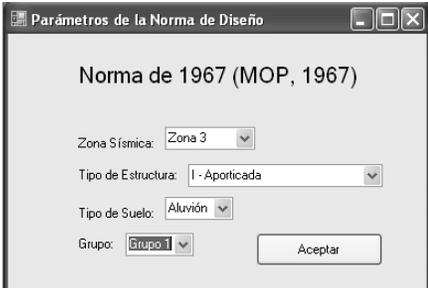


Figura 2 – Ejemplo para un edificio de 2 pisos diseñado para la zona sísmica 3 de la norma MOP (1967). a) Entrada de datos básicos; b) parámetros de la norma de diseño.

El programa permite adicionalmente incorporar mediante formularios los valores a utilizar para la demanda según la norma actual [8], definir el criterio para determinar los estados de daño y definir los valores de desviación estándar del $\ln(A)$ a utilizar. Finalmente se muestra en la Fig. 3, el formulario de presentación de resultados del programa, donde se reportan los valores definidos y los valores calculados, así como la representación gráfica de la curva de capacidad y las curvas de fragilidad aproximadas para cada estado de daño.

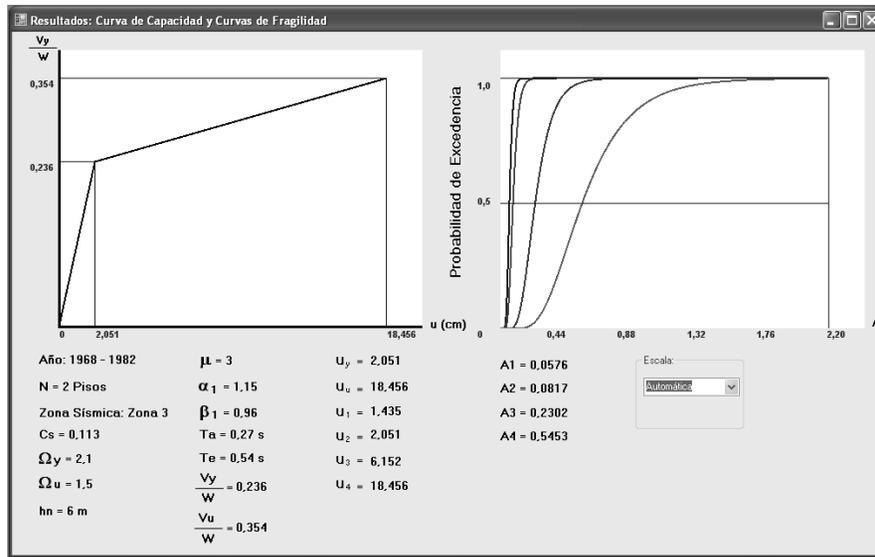


Figura 3 – Programa para la estimación de Curvas de Fragilidad. Presentación de resultados.

6. RESULTADOS Y CONCLUSIONES PRELIMINARES

Para ejemplificar la metodología se presenta en las Fig. 4.a las curvas de capacidad y en la Fig. 4.b las curvas de fragilidad para el estado daño “completo”, representativas de edificaciones de dos pisos, ubicadas en la ciudad de Cumaná bajo un suelo S2, diseñadas y construidas en los periodos correspondientes a cada norma. Se puede observar la influencia de la norma de diseño sobre la vulnerabilidad de las edificaciones, siendo más vulnerables las más antiguas.

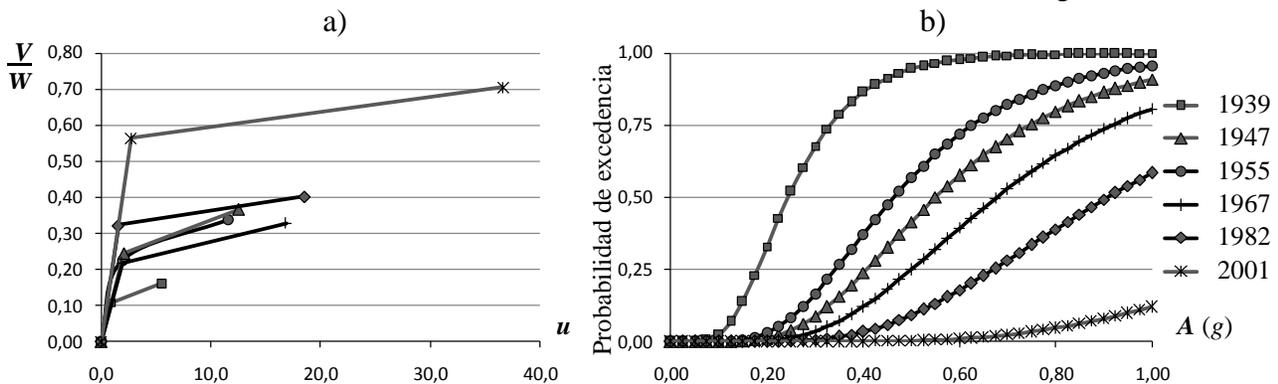


Figura 4 – Ejemplo para edificaciones de 2 pisos diseñadas con distintas normas; a) Curvas de capacidad para cada edificio (u en centímetros); b) Curvas de fragilidad para el daño completo.

De los resultados preliminares se concluye que la metodología planteada para la estimación de daños debidos a terremotos mediante curvas de fragilidad, es sensible a los parámetros que determinan tanto la capacidad como la demanda sísmica. Los valores adoptados para algunos de estos parámetros son de carácter preliminar y serán evaluados y calibrados posteriormente con información del desempeño de los edificios escolares durante el sismo de Cariaco de 1997.

Las curvas de fragilidad estimadas mediante esta metodología permiten representar de forma aproximada la vulnerabilidad sísmica relativa de las edificaciones escolares. En aquellos casos particulares de escuelas tipo en los que se tenga resultados de estudios detallados se desarrollarán

curvas de fragilidad específicas, independientemente que hayan cumplido o no con la norma de construcción vigente para la época. Estas curvas serán utilizadas para estimar daños en los edificios escolares de Venezuela debidos a la ocurrencia de futuros terremotos, a través de su implementación en un programa integrado a un SIG, con la finalidad de servir de apoyo en la gestión del riesgo sísmico.

Agradecimientos

Esta investigación se desarrolló en el marco del proyecto “Reducción del Riesgo Sísmico en Edificaciones Escolares de Venezuela” en el cual participan IMME, FUNVISIS y FEDE con financiamiento del FONACIT (proyecto N° 2005000188) del Ministerio de Ciencia y Tecnología.

REFERENCIAS

- [1].López O. A., A. Marinilli, R. Bonilla, N. Fernández, J. Domínguez, T. Baloa, G. Coronel D., S. Safina y R. Vielma. Evaluación sísmica y adecuación de edificios escolares en Venezuela. *Revista de la Fac. Ing. UCV*, 2010 (A ser publicado).
- [2].SINACOE. Sistema Nacional de Control de Estudio. Ministerio del Poder Popular para la Educación. <http://planteles.me.gob.ve/>, 2008.
- [3].FEMA-NIBS. *Multi-hazard Loss Estimation Methodology Earthquake Model HAZUS-MH MR4, Advance Engineering Building Module, Technical and User's Manual*. Federal Emergency Management Agency (FEMA) and National Institute of Building Sciences (NIBS). Washington D.C., 2009.
- [4].Barbat A. H., Pujades L.G., Lantada N. Seismic damage evaluation in urban areas using the capacity spectrum method: Application to Barcelona. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. Vol. 28, pp. 851–865, 2008.
- [5].Bonett R. *Vulnerabilidad y riesgo sísmico de edificios. Aplicación a entornos urbanos en zonas de amenaza alta y moderada*. Tesis Doctoral. UPC. Barcelona. España, 2003.
- [6].Hwang H., and Lin, Y. K. Seismic Loss Assessment of Memphis City School Buildings. *Proceedings of The Seventh U. S. National Conference on Earthquake Engineering*, Boston, 2002.
- [7].Blondet, M., Muñoz, A., Velásquez, J. y León, H. Estimación de pérdidas sísmicas en edificaciones educativas Peruanas. *IX Congreso Chileno de Sismología e Ingeniería Antisísmica*, Concepción, Chile, 2005.
- [8].COVENIN. *Edificaciones Sismorresistentes. Norma COVENIN 1756:01*. Comisión Venezolana de Normas Industriales. Caracas, Venezuela, 2001.
- [9].FEMA. *Improvement of Nonlinear Static Seismic Analysis Procedures*. FEMA 440. ATC-55 Project, Washington D.C., 2005.
- [10].Microsoft Visual Studio. *Microsoft Visual Basic 2008 Express Edition*. <http://www.microsoft.com/express/download/>, 2008.
- [11].MOP. *Norma Provisional para Construcciones Antisísmicas*. Ministerio de Obras Públicas, Dirección de Edificios. Caracas, Venezuela, 1967.

EVALUACIÓN PROBABILÍSTICA DE LA RESPUESTA DINÁMICA DE SISTEMAS DE COMPORTAMIENTO ELÁSTICO-LINEAL

Angelo Marinilli

Tamara Fuentes

angelo.marinilli@ucv.ve

tamifuentes@gmail.com

Instituto de Materiales y Modelos Estructurales – IMME
Facultad de Ingeniería. Universidad Central de Venezuela

Resumen. La respuesta dinámica de un sistema de comportamiento elástico-lineal depende de las propiedades dinámicas del mismo, así como de las sollicitaciones dinámicas que actúan sobre dicho sistema. La variabilidad de dichas propiedades puede influir notablemente la respuesta dinámica de los mismos. El objeto del trabajo es evaluar de manera probabilística el efecto de la variabilidad de las propiedades dinámicas de un sistema sobre la respuesta dinámica del mismo, especialmente ante sollicitaciones sísmicas. Herramientas tales como la Expansión de Taylor, los Estimadores Puntuales o la Simulación de Montecarlo permiten evaluar dicho efecto. Análisis de sensibilidad de sistemas de un grado de libertad dinámico y de dos grados de libertad dinámicos, así como un ejemplo de aplicación, permiten ilustrar los resultados obtenidos.

Palabras clave: respuesta dinámica, masa, rigidez, análisis probabilístico

1. INTRODUCCIÓN

La respuesta dinámica de un sistema de comportamiento lineal-elástico depende de las propiedades dinámicas del mismo (masa, rigidez y amortiguamiento) así como de las sollicitaciones dinámicas que actúan sobre él. La Ec. (1) gobierna la respuesta de un sistema excitado por un sismo y es conocida como la ecuación de movimiento del sistema [1]:

$$M \cdot \ddot{U}(t) + C \cdot \dot{U}(t) + K \cdot U(t) = -M \cdot b_l \cdot \ddot{u}_g(t) \quad (1)$$

donde M , C y K son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente. U, \dot{U} y \ddot{U} son los vectores de desplazamientos (y/o rotaciones según sea el caso), velocidades y aceleraciones del sistema, respectivamente. Finalmente, $\ddot{u}_g(t)$ y b_l son la historia de aceleraciones del terreno y el vector que indica cuáles masas del sistema son afectadas dinámicamente por el movimiento del terreno.

Usualmente en la literatura técnica se pueden encontrar técnicas para obtener la respuesta dinámica de sistemas de comportamiento lineal-elástico al considerar la variabilidad de las cargas que pueden excitar dichos sistemas (véase por ejemplo Clough y Penzien [2]). Sin embargo, la variabilidad de las propiedades de los sistemas también puede influir notablemente la respuesta dinámicas de los mismos.

El objeto de este trabajo es evaluar de manera probabilística el efecto de la variabilidad de las propiedades dinámicas de un sistema sobre la respuesta dinámica del mismo, especialmente ante sollicitaciones sísmicas.

2. ANÁLISIS PROBABILÍSTICO

El análisis probabilístico de sistemas de comportamiento lineal-elástico puede ser realizado mediante diversas técnicas entre las cuáles se pueden citar el Método de Simulación de Montecarlo, el Método de los Estimadores Puntuales y el Método de la Expansión de Taylor. A continuación se explica brevemente el fundamento y la implementación de estos métodos.

2.1. Método de Simulación de Montecarlo (MSM)

La probabilidad de falla de un sistema estructural se obtiene al evaluar la siguiente integral multidimensional [3, 4]:

$$p_f = P[y \leq 0] = \int \dots \int_{y \leq 0} f_X(X) dX \quad (2)$$

donde $y=f(X)$ es la función del comportamiento del sistema, X es el vector de las variables aleatorias y $f_X(X)$ es la función de densidad conjunta de X . El MSM permite evaluar la Ec. (2) mediante simulación numérica. Alternativamente este método permite evaluar el efecto de las variables aleatorias sobre el comportamiento del sistema analizado, aún sin la necesidad de evaluar la probabilidad de falla. El MSM tiene el inconveniente de requerir un número grande de simulaciones; es decir, evaluaciones numéricas de la respuesta de interés.

2.2. Método de los Estimadores Puntuales (MEP)

El MEP que se presenta fue originalmente propuesto por Rosenblueth [5]. El método básicamente considera que una función de una variable aleatoria ($y = f(x)$) puede ser concentrada en los dos puntos mostrados a continuación:

$$y_+ = f(x_+) = f(m_x + s_x) \quad y_- = f(x_-) = f(m_x - s_x) \quad (3)$$

donde m_x es la media y s_x es la desviación estándar de la variable x . La media y la varianza de la función y pueden ser obtenidas por medio de las siguientes expresiones:

$$m_y = y_+ \cdot P_+ + y_- \cdot P_- \quad s_y^2 = (y_+ - m_y)^2 \cdot P_+ + (y_- - m_y)^2 \cdot P_- \quad (4)$$

donde $P_+ = P_- = P = 1/2$ si se considera que la distribución probabilística de la variable x es simétrica. Este concepto puede ser extendido para funciones de n variables aleatorias resultando 2^n términos. El MEP tiene la ventaja de requerir un número relativamente bajo de evaluaciones numéricas de la respuesta de interés; sin embargo, requiere conocer previamente la distribución probabilística de dicha respuesta para realizar evaluaciones probabilísticas.

2.3. Método de la Expansión de Taylor (MET)

La expansión mediante las Series de Taylor permite determinar la media y la varianza de la función de una variable aleatoria $y = f(x)$ por medio de las siguientes expresiones [6]:

$$m_y = f(m_x) + [d^2 f(m_x)/dx^2] \cdot [s_x^2/2] \quad s_y^2 = [df(m_x)/dx]^2 \cdot s_x^2 \quad (5)$$

El MET, al igual que el MEP, puede ser extendido para funciones de n variables aleatorias. La aplicación del MET requiere conocer la expresión de la función y y para obtener las derivadas necesarias y la distribución probabilística de dicha función para evaluar probabilidades.

3. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Con la finalidad de evaluar el efecto de la variabilidad de la masa y la rigidez de sistemas de comportamiento elástico-lineal se realizaron análisis de sensibilidad para sistemas de 1 y 2 grados de libertad dinámicos (gdld), empleando el MSM y el MET. Las Figuras 1 y 2 muestran los sistemas de 1 gdld y 2 gdld usados en este trabajo.

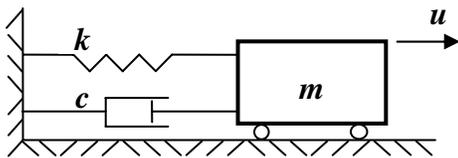


Figura 1 – Sistema de un grado de libertad dinámico (1 gdld).

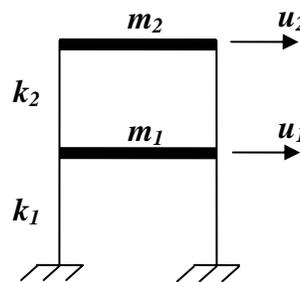


Figura 2 – Sistema de dos grados de libertad dinámicos (2 gdld).

3.1. Sistema de 1 Grado de Libertad Dinámico (gdld)

La Fig. 1 muestra un sistema típico masa-resorte-amortiguador de 1 gdld cuyo período natural (T) puede obtenerse mediante la Ec. (6). Para fines del análisis de sensibilidad se consideró que los valores medios de la masa m y la rigidez k eran $0.5 \text{ kN}\cdot\text{s}^2/\text{m}$ y 200 kN/m ,

respectivamente, y que los valores del coeficiente de variación (CV) para ambas variables fueron 5, 10, 15, 20, 25 y 30%.

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{m/k} \quad (6)$$

El período natural del sistema calculado de manera determinística resultó ser $T = 0.3142s$. El análisis de sensibilidad para el sistema de 1 gdl se realizó (a) manteniendo el CV de la masa constante y variando el CV de la rigidez, (b) manteniendo el CV de la rigidez constante y variando el CV de la masa y (c) variando simultáneamente los CV de la masa y la rigidez. En todos los casos se realizaron 1000 simulaciones mediante el MSM suponiendo que las funciones de densidad de m y k eran normales. La Fig. 3 muestra la razón de las medias de los períodos obtenidos para el caso (c) y el período del sistema calculado determinísticamente. La Fig. 4 muestra los CV de los períodos obtenidos para el caso (c). Se observa que el valor medio del período no excede en ningún caso el 5% del valor calculado determinísticamente y que el CV crece proporcionalmente al CV de m y k , pero resultando valores sustancialmente menores a estos últimos (entre 0.23 y 0.32). Se obtuvieron resultados similares en los casos (a) y (b) y con el MET.

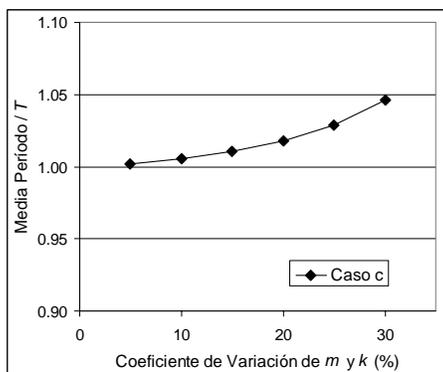


Figura 3 – Valores medios de los períodos obtenidos en el análisis de sensibilidad para el sistema de 1 gdl (caso c).

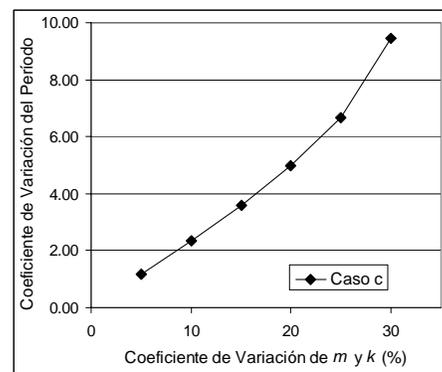


Figura 4 – Coeficientes de variación de los períodos obtenidos en el análisis de sensibilidad para el sistema de 1 gdl (caso c).

3.2. Sistema de 2 Grados de Libertad Dinámico (gdld)

La Fig. 2 muestra un edificio de corte típico de 2 gdld. El análisis del mismo se realizó mediante la solución del problema de autovalores y autovectores, cuyo detalles e implementación puede consultarse en la bibliografía especializada (véase por ejemplo Chopra [1] o Clough y Penzien [2]). Para fines del análisis de sensibilidad se consideró que los valores medios de las masas m_1 y m_2 eran 0.2 y 0.1 $kN \cdot s^2/m$, respectivamente, y que los valores medios de las rigideces k_1 y k_2 eran 200 y 100 kN/m , respectivamente. Se supuso que las variables aleatorias seguían distribuciones normales y tenían CV de 5, 10, 15, 20, 25 y 30%.

Los resultados considerados fueron los períodos de las dos formas modales $T1$ y $T2$ y las coordenadas modales correspondientes al gdld u_1 para las dos formas modales ($\phi 11$ y $\phi 12$). Las dos formas modales fueron normalizadas de modo que las coordenadas modales correspondientes al gdld u_2 fueran $\phi 21 = \phi 22 = 1$. Los casos considerados fueron análogos a aquellos del sistema de 1 gdl. Los períodos calculados determinísticamente resultaron ser $T1 = 0.2810s$ y $T2 =$

0.1405s, mientras que las coordenadas modales resultaron ser $\phi_{11} = 0.5$ y $\phi_{12} = -1.0$. La Fig. 5 muestra la razón de las medias de las variables obtenidas para el caso (c) y los valores calculados determinísticamente. La Fig. 6 muestra los CV de las variables obtenidos para el caso (c). Se observa que los valores medios de las variables no exceden, en términos generales, el 10% de los valores calculados determinísticamente cuando los CV de la masa y la rigidez no superan el 20%; mientras que para valores mayores pueden superar el 35%. Los CV crecen proporcionalmente a los CV de la masa y la rigidez, pudiendo en algunos casos duplicarlos o más. Se obtuvieron resultados similares en los casos (a) y (b) y con el MET.

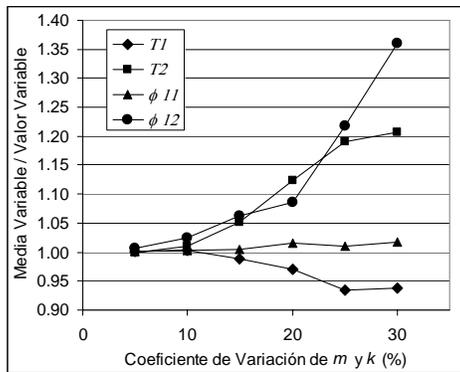


Figura 5 – Valores medios de las variables obtenidos en el análisis de sensibilidad para el sistema de 2 gdl (caso c).

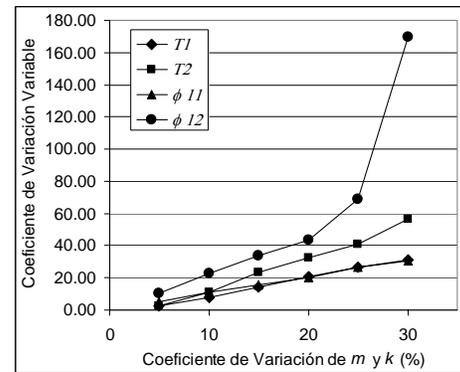


Figura 6 – Coeficientes de variación de las variables obtenidos en el análisis de sensibilidad para el sistema de 2 gdl (caso c).

4. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Para este ejemplo se realizó la integración de la repuesta en el tiempo del sistema de 2 gdl mostrado en la Fig. 2 ante la acción de la componente principal del registro sísmico Imperial Valley del 18/05/1940 (El Centro). Se obtuvo la respuesta del sistema de manera determinística y de manera probabilística con el MEP. Se consideraron las variables aleatorias m_1 , m_2 , k_1 y k_2 . Las medias las variables aleatorias fueron las mismas del análisis de sensibilidad y se consideró que el CV de todas era 10%. Dado que se consideraron cuatro variables aleatorias se realizaron dieciseis análisis para implementar el MEP. Las Figuras 7 y 8 muestran las historias de los desplazamientos u_1 y u_2 obtenidas de manera determinística y probabilística, observándose un buen ajuste entre ellas. La Tabla 1 presenta un resumen de los resultados observándose que los períodos del sistema obtenidos por ambos métodos son similares, que los desplazamientos máximos probabilísticos son menores que los determinísticos y que en todos los casos los CV son menores que los empleados para las masas y rigideces del sistema.

Tabla 1 – Resultados obtenidos para el ejemplo de aplicación.

Variable	Determinístico	Probabilístico	
		Media	CV (%)
T_1 (s)	0.2810	0.2824	5.46
T_2 (s)	0.1418	0.1402	5.49
u_1 máximo (cm)	8.2110	6.8926	6.80
u_2 máximo (cm)	16.6902	13.7120	2.70

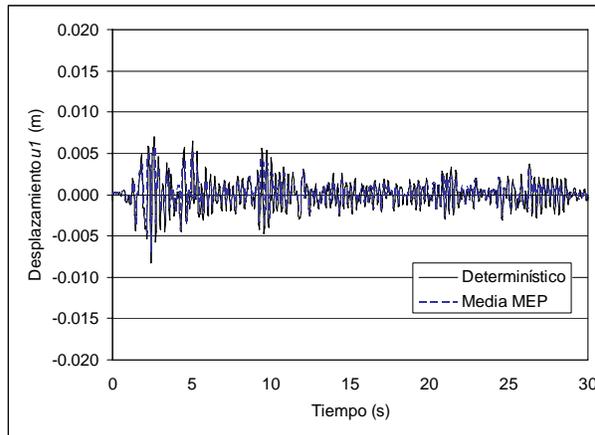


Figura 7 – Historias del desplazamiento $u1$ obtenidas de manera determinística y probabilística (media).

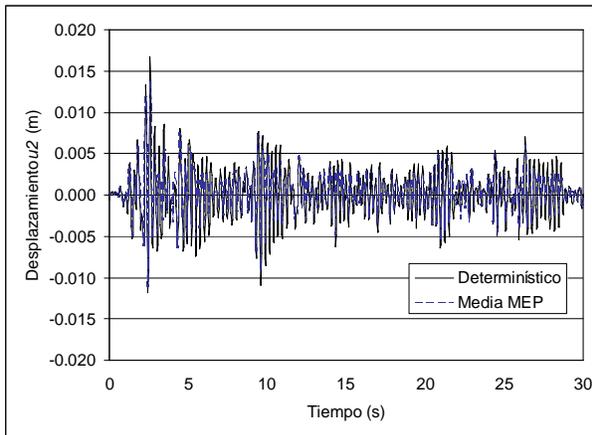


Figura 8 – Historias del desplazamiento $u2$ obtenidas de manera determinística y probabilística (media).

5. CONCLUSIONES

Se realizaron análisis de sensibilidad para un sistema de un gddl (grado de libertad dinámico) y otro de dos gddl mediante la Simulación de Montecarlo y la Expansión de Taylor, considerando la variabilidad de la masa y la rigidez de los mismos. Igualmente se realizó un ejemplo de aplicación para un sistema de dos gddl mediante los Estimadores Puntuales obteniéndose la respuesta del mismo bajo la acción de un registro sísmico. En todos los casos se observó la importancia de considerar la variabilidad de las propiedades dinámicas de los sistemas de comportamiento elástico-lineal para evaluar su respuesta dinámica.

Agradecimiento

Los autores agradecen el financiamiento del CDCH de la UCV por medio del proyecto PI 08-00-5903-2005 y al IMME-FI-UCV por el soporte dado para realizar esta investigación.

REFERENCIAS

- [1]. Chopra, A. K., *Dynamics of Structures: theory and applications to earthquake engineering*, Prentice Hall, New Jersey, 2001.
- [2]. Clough, R. W. and Penzien, J., *Dynamics of Structures*, Computers & Structures, Inc. Berkeley, 2003.
- [3]. Melchers, R.E. *Structural Reliability Analysis and Prediction*. John Wiley & Sons, Chichester, 1999.
- [4]. Ang., A. and Tang, W.H. *Probability Concepts in Engineering Planning and Design*, Vol. II. John Wiley and Sons, New York, 1984.
- [5]. Rosenblueth, E., Second-order probabilities approximations, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 72(10), 3.812-3.814, 1975.
- [6]. Benjamin, J. R. y Cornell, C. A., *Probabilidad y Estadística en Ingeniería Civil*, Mc Graw Hill, Nueva York, 1981.

MODELO DE COMPORTAMIENTO INELASTICO PARA ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO SOMETIDOS A ALTAS FUERZAS DE CORTE Y FLEXION

María Elena Perdomo

Ricardo Picón

María Eugenia Perdomo

mariaperdomo@ucla.edu.ve

rpicon@ucla.edu.ve

emarante@ucla.edu.ve

Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado. Departamento de Ingeniería Estructural. Decanato de Ingeniería Civil. Av. La Salle. Zona Industrial I. Código postal: 3001. Barquisimeto, Venezuela
Teléfono: 058-0251-2592116 Fax: 058-0251-2592173

Julio Flórez López

iflorez@ula.ve

Universidad de los Andes. Departamento de Estructura. Escuela de Ingeniería Civil. Facultad de Ingeniería. Av. Tulio Febres. Mérida, Venezuela

Resumen. *En este trabajo se propone un modelo de comportamiento inelástico basado en los principios de la teoría del daño y de la mecánica de la fractura. Los elementos de concreto armado se representan mediante el ensamblaje de una viga-columna-muro degradable por corte y dos rótulas inelásticas a flexión. El modelo de comportamiento representa la degradación de rigidez por agrietamiento del concreto y las deformaciones plásticas debidas a la cedencia del acero de refuerzo longitudinal y transversal. La ley de estado se describe según la teoría de Timoshenko. Los fenómenos inelásticos correspondientes al daño y las deformaciones plásticas son considerados en el modelo a través de variables internas. El incremento de las variables internas por cargas cíclicas se obtiene a partir de leyes de evolución. En el caso de las deformaciones plásticas de los aceros transversales y longitudinales, la ley de evolución se expresa mediante funciones de fluencia. La ley de evolución del daño se expresa según el criterio de Griffith. Las simulaciones numéricas logradas con el modelo se validan con un conjunto de ensayos realizados en probetas de concreto armado. Los resultados muestran una adecuada correlación entre los valores numéricos y experimentales.*

Palabras claves: Análisis lineal estático y dinámico, Modelo de comportamiento inelástico a corte y flexión, Concreto armado.

1. INTRODUCCION

La ocurrencia de sismos importantes ha permitido poner de manifiesto la necesidad de evaluar el comportamiento estructural de edificaciones que han presentado un desempeño sísmico inapropiado a nivel local o global, de manera que su identificación represente un importante avance para reducir la vulnerabilidad sísmica. Las regiones críticas en elementos de concreto armado son zonas sujetas a flexión o a la combinación de flexión y corte.

En este trabajo apoyado en un amplio programa experimental se propone un modelo de comportamiento inelástico capaz de representar los efectos inelásticos observados en vigas, columnas y muros con diferentes relaciones de aspecto cuando son sometidos a cargas laterales cíclicas con o sin carga axial.

2. MODELO MATEMATICO

En la teoría del daño para medios continuos se usa el concepto de variable de daño para medir la intensidad de microfisuras y/o microgrietas en el elemento. Esta variable puede tomar valores en el intervalo [0,1]. El valor cero corresponde a un material intacto y el valor uno a un material completamente dañado. El elemento finito se representa mediante el ensamblaje de dos rótulas inelásticas a flexión en los extremos y una viga degradable por corte. Se consideran dos variables internas de daño por flexión para las rótulas “*i*” y “*j*” y una variable de daño por corte para la viga.

La matriz de flexibilidad para un elemento degradable, considerando rotaciones en los extremos por flexión y corte y el alargamiento de la cuerda “*i-j*”, viene dada por el ensamblaje indicado en la “Eq.(1)”:

$$F_{\text{E}} = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EI(1-d_i)} & -\frac{L}{6EI} & 0 \\ -\frac{L}{6EI} & \frac{L}{3EI(1-d_j)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L}{EA} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{GA_v L(1-d_s)} & \frac{1}{GA_v L(1-d_s)} & 0 \\ \frac{1}{GA_v L(1-d_s)} & \frac{1}{GA_v L(1-d_s)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

donde: “*E*” representa el módulo de elasticidad, “*I*” la inercia de la sección, “*A_v*” = 0.80*A* el área efectiva a corte, “*L*” la longitud del elemento, “*d_i*” y “*d_j*” son variables internas correspondientes a los daños por flexión en las rótulas “*i*” y “*j*” y “*d_s*” la variable interna correspondiente al daño por corte. En la “fig.1” se representan las variables de daño por flexión en las rótulas inelásticas “*i*” y “*j*” y por corte. Las variables de daño en las rótulas son descritas en el modelo simplificado para pórticos de concreto armado de Flórez [1].

La ley de estado expresada en la “Eq.(2)” para un elemento elastoplástico degradable, considerando rotaciones por corte y flexión en los extremos “*i*”-“*j*” y el alargamiento de la cuerda, queda definida como:

$$\Phi - \Phi^p - \Phi_s^p \} F_{\text{E}} \} M \quad (2)$$

donde Φ^p y Φ_s^p son variables internas correspondientes a las deformaciones plásticas del refuerzo longitudinal por flexión y del refuerzo transversal por corte respectivamente. Las variables internas (deformaciones plásticas y daño) son determinadas a partir de leyes de evolución.

2.3 Parámetros de identificación del modelo

Las condiciones que permiten el cálculo de los parámetros de identificación del modelo en función de las propiedades resistentes a corte y a flexión de las secciones, se indican a continuación:

- Cuando el esfuerzo actuante es igual al esfuerzo crítico el daño asociado al esfuerzo es igual a cero.
- Cuando el esfuerzo actuante es igual al esfuerzo que hace fluir el refuerzo longitudinal o transversal la rotación plástica asociada al esfuerzo es nula.
- Cuando el esfuerzo actuante es igual al esfuerzo último la tasa de restitución de energía es máxima y la rotación plástica asociada al esfuerzo es igual a la rotación plástica última.

3. IMPLEMENTACIÓN NUMERICA

El modelo de comportamiento inelástico a corte y/o flexión se implementó como un nuevo elemento finito en un programa comercial de análisis estructural basado en este método. En un análisis no lineal, el intervalo de tiempo $[0, T]$ es sustituido por un conjunto de instantes y se usa un método convencional paso a paso. El problema global consiste en la solución de la ecuación de equilibrio linealizada “Eq.(7)” para cada instante de tiempo:

$$[K_r] \{q_r\} - [K_{r-1}] \{q_{r-1}\} + \left[\frac{\partial L}{\partial q} \right]_{q_r, q_{r-1}} = 0 \quad (7)$$

donde: “ q_r ” representa el valor de los desplazamientos un instante de tiempo y “ q_{r-1} ” representa el valor de los desplazamientos en el instante de tiempo anterior, “ $L(q_{r-1})$ ” las fuerzas residuales y $\left[\frac{\partial L}{\partial q} \right]$

el Jacobiano global. El problema local o cálculo de los esfuerzos generalizados requiera la resolución del conjunto de ecuaciones correspondientes a la ley de estado, las funciones de fluencia, las leyes de la evolución del daño y las leyes de evolución de las deformaciones plásticas. Este problema es no lineal, se usa el método de Newton-Raphson combinado con un algoritmo predictor-corrector-verificador para definir como activas o no activas las variables internas en un instante de tiempo dado.

4. SIMULACIONES NUMERICAS

Se simularon con el modelo numérico de daño por corte y/o flexión los resultados experimentales de un conjunto de probetas de concreto armado sometidas a cargas laterales cíclicas no reversibles con y sin carga axial, las características geométricas se muestran en la tabla N° 1.

Table 1. Características geométricas de las probetas

Probeta	P kN	w (mm)	t (mm)	a (mm)	d (mm)	a/d	ρ_v %	ρ_s %	R_{cr} (MPa)
B2T-M01	0	250	250	1750	225	8.22	2.53	1.03	21.4
		250	250	815	225	3.55	2.53	1.03	21.4
SC-M01	180	250	250	400	225	1.78	2.53	1.03	27.1
SC-M02	420	250	250	400	225	1.78	2.53	1.03	27.1
SW-M02	320	500	125	800	475	1.68	6.25	0.503	26.0
SW-M03	320	500	125	1000	475	2.11	6.25	0.503	26.0

donde: “ b ” es el ancho de la sección transversal, “ t ” el espesor o altura de la sección transversal, a el punto de aplicación de la fuerza lateral, ρ_v el porcentaje de acero longitudinal, ρ_s el porcentaje de acero transversal y R_{cr} la resistencia del concreto a la edad del ensayo.

La “Figure 2” muestra la simulación de la viga B2T-M01 compuesta por dos tramos, conectados a través de una junta rígida. La viga fue sometida a carga cíclica en la junta rígida. Puede observarse

una adecuada correlación entre resultados experimentales y numéricos. La curva de evolución de los daños a corte y flexión para la viga B2T-M01, obtenidos con el modelo, se grafica en la “Fig. 3”. Los valores de daños en cada tramo son consistentes con el patrón de grietas observado en el ensayo.

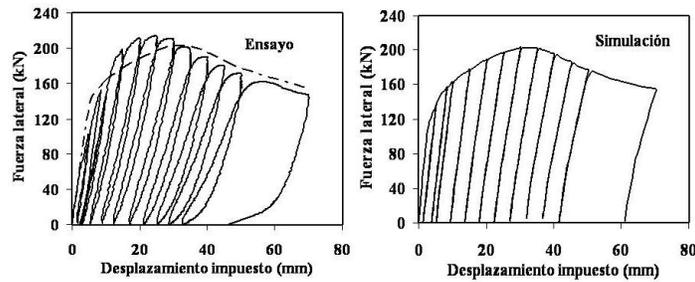


Figure 2- Simulación numérica de la viga B2T-M01

La “Figure 4” muestra la simulación de las columnas cortas SC-M01 y SC-M02 con las mismas características geométricas, relación de aspecto y diferentes niveles de carga axial. Puede observarse, que la resistencia lateral alcanzada por los dos especímenes es similar. Las envolventes monotónicas obtenidas con el modelo numérico muestran una adecuada correlación con los resultados experimentales. Los daños a corte y flexión para las columnas SC-M01 y SC-M02 se grafican en la “Fig. 5”, para los dos niveles de carga axial el patrón de grietas es similar, siendo consistente con los valores de daño obtenidos numéricamente.

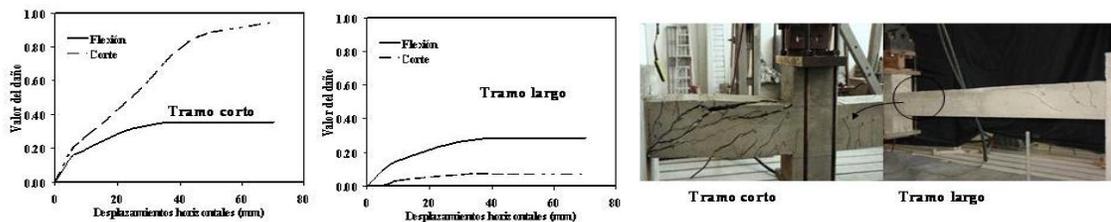


Figure 3- Curvas de evolución de daños de la probeta B2T-M01

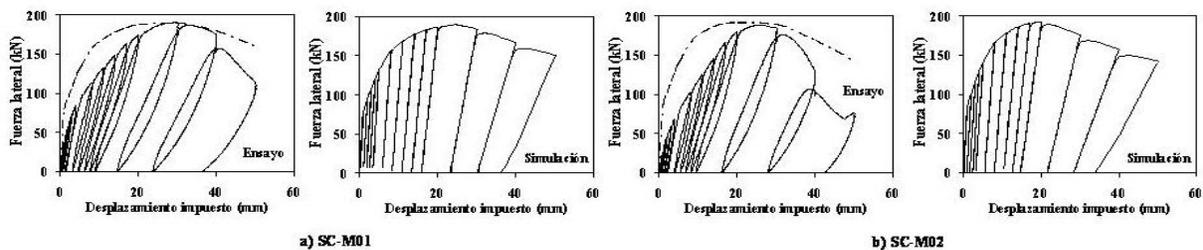


Figure 4- Simulación numérica de las columnas cortas SC-M01 y SC-M02

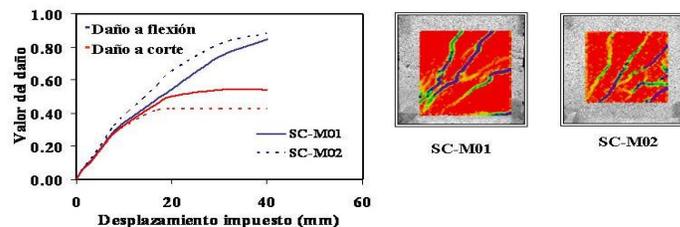


Figure 5- Curvas de evolución de daños de las probetas SC-M01 y SC-M02

La “Figure 6” muestra la simulación de los muros SW-M01 y SW-M02 con las mismas características geométricas, nivel de carga axial y diferentes relaciones de aspecto. Puede observarse una adecuada correlación entre resultados experimentales y numéricos.

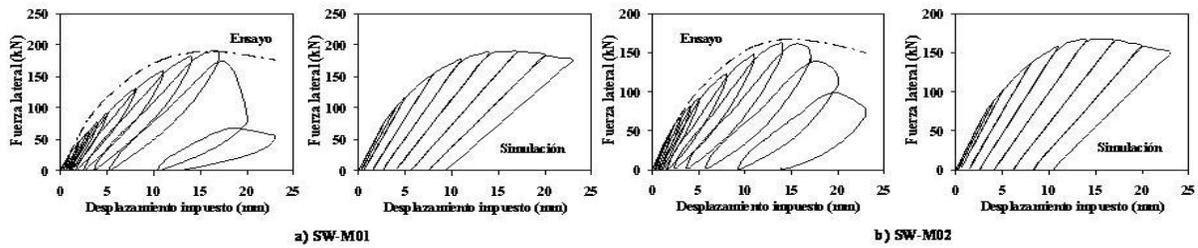


Figure 6- Simulación numérica de los muros SW-M01 y SW-M02

Los daños a corte y flexión para los muros SW-M01 y SW-M02, con igual nivel de carga axial y diferentes relaciones de aspecto, diseñados para falla predominante a corte, se grafican en la “Fig. 7”. En las dos imágenes se observan la formación de una zona de grietas inclinadas en toda la longitud del elemento, característico de la falla a corte. Los valores de daño obtenidos con el modelo son consistentes con los resultados experimentales.

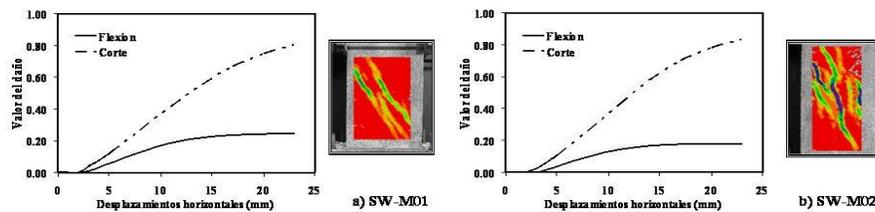


Figure 7- Curvas de evolución de daños de las probetas SW-M01 y SW-M02

5. CONCLUSIONES

El modelo de comportamiento propuesto es relativamente simple y los parámetros de identificación de la respuesta inelástica están relacionados con la capacidad resistente y la geometría de los elementos estructurales a través de variables que pueden calcularse usando la teoría convencional del concreto armado. El elemento propuesto puede ser incluido en la librería de programas comerciales de análisis no lineal basado en el método de elementos finitos, proporciona una herramienta para evaluar edificaciones de concreto armado que presenten regiones críticas sujetas a la combinación de flexión y corte como es el caso de los sistemas duales compuestos por pórticos y muros.

6. AGRADECIMIENTOS

Los resultados presentados en este trabajo se obtienen como producto de un proyecto de investigación financiado por el CDCHT-UCLA y el FONACIT.

7. REFERENCIAS

- [1]. Flórez-López, J., Simplified model of unilateral damage for RC frames. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, vol. 121, n.12, pp.1765-1772, 1995
- [2]. Cipollina, A., López-Inojosa, A. & Flórez-López, J., A simplified damage mechanics approach to nonlinear analysis of frames. *Computer & Structures, Elsevier*, vol. 54, n. 6, pp. 1113-1126, 1995.
- [3]. Thomson, E., Perdomo, M.E., Picón, R., M. M.E., F.J., Model for damage in squat RC shear walls. *Engineering Structures, Elsevier Science*, Volume 31, Issue 10, October, pp 2215-2223, 2009

METODOS NUMERICOS EN LA IDENTIFICACION DE SISTEMAS DINAMICOS CON BASE EN SIMILARIDAD ESTRUCTURAL

Hernando Castañeda Marín

hcastaneda@ula.ve

Carlos Arturo Parra Ortega

carapa@unipamplona.edu.co

Facultad de Ingenierías y Arquitectura, Universidad de Pamplona, Colombia

Francisco H. Cabrera Zambrano

fcabrera61@yahoo.com.br

Facultad de Ciencias, Universidad de Pamplona , Colombia

Resumen. *Esta propuesta permite predecir el vector de estado temporal de un sistema dinámico a partir de datos explícitos. Se presenta un método de identificación de parámetros (matriz de transición y sesgo) a partir del comportamiento de sus variables en el espacio de estado. La idea clave está en las restricciones de los valores propios fundamentados en la estabilidad dinámica disponible para encontrar movimientos que convergen a ciertos estados desde una posición inicial. En la estimación de los parámetros utilizan métodos numéricos conocidos, la inversa generalizada de Moore-Penrose en la estimación de la matriz de transición y su sesgo; con el propósito de evitar la convergencia de la matriz inversa generalizada se utiliza el concepto de límite en la restricción de los valores propios. Se determinan los valores superiores de los valores propios con base en los elementos de la matriz de transición utilizando el teorema de Gershgorin. Los autores aplican métodos de interpolación de Lagrange para el ajuste de las trayectorias en la cual la concordancia de la muestra de los datos es significativamente exacta.*

Palabras Claves: Métodos Numéricos , Similaridad Estructural , Mínimos, Problemas Inversos

1. INTRODUCCION

El estado de transición de un sistema dinámico D_i , en el espacio de estado interno y su mapeo con el espacio de observación es modelado con las siguientes ecuaciones lineales:

$$x(t) = \mathbf{F}^{(i)} + \mathbf{g}^{(i)} + \mathbf{w}_t^{(i)} \quad (1)$$

donde \mathbf{F} es la matriz de transición, \mathbf{g} es el vector de sesgo y \mathbf{w} es la expresión que caracteriza el proceso de ruido.

La clase de sistemas dinámicos puede categorizarse mediante los valores propios, ya que estos determinan el comportamiento de patrones de variación temporal generados en el espacio de estados. Ahora, los patrones generados desde un sistema pueden ser categorizados mediante la posición $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ de los valores propios de los valores propios (polos) en el plano complejo. Especialmente los argumentos de los valores propios (θ) en el plano complejo determina el estado que oscila o no oscila.

- Al menos existe un valor propio negativo o complejo entonces oscila el sistema
- Todos los valores propios tienen valores reales entonces no oscila el sistema

Por otro lado, el valor absoluto de los valores propios determina el posible estado de convergencia:

- Al menos un valor absoluto de los valores propios exceden en uno entonces el sistema es divergente.
- Todos los valores absolutos de los valores propios son más pequeños que uno entonces el sistema converge.

En la tabla 1 se ilustran ejemplos de las trayectorias en el espacio de dos estados.

Por ejemplo, el sistema puede generar patrones temporales que convergen a cero si y solo si $|\lambda_p| < 1$ para todo $1 \leq p \leq n$ (utilizando el término en teoría de control, se puede decir que el sistema es estable); mientras tanto el sistema puede generar no monotonía o patrones cíclicos si la parte imaginaria de los valores propios tiene valores diferentes de cero. Los enunciados anteriores más próximos consideran el sistema dinámico que tiene comportamiento convergente. En el caso en que la ecuación del sistema tenga un vector de sesgo \mathbf{g} , el estado converge a ciertas posiciones x_{conv} en espacio de estados. Se puede calcular el estado x_{conv} utilizando un método similar a las ecuaciones de recurrencia tipo lineal.

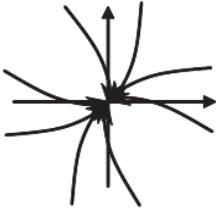
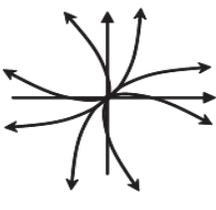
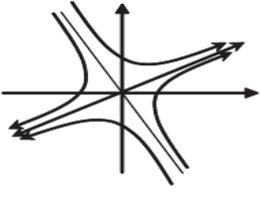
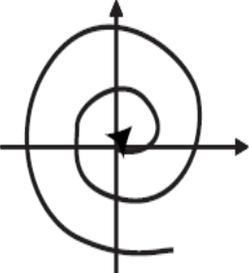
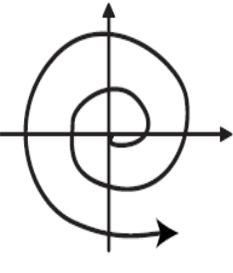
Se asume que el proceso no es estocástico pero sí determinístico (término de ruido es cero) substituyendo tanto en y en la ecuación discreta de un sistema dinámico a se tiene: $x_{conv} = \mathbf{F}x_{conv} + \mathbf{g}$ desde la ecuación anterior, el punto de convergencia llega a ser: $x_{conv} = \mathbf{I} - \mathbf{F}^{-1} \mathbf{g}$, Substrayendo x_{conv} de cada término de la ecuación de un sistema dinámico discreto autónomo de la forma, se llega a la expresión: $x_t - x_{conv} = \mathbf{F} x_{t-1} - x_{conv} + \mathbf{g}$ y generalizando esta ecuación se llega a $x_t - x_{conv} = \mathbf{F}^t x_0 - x_{conv} + \mathbf{g}$.

Aquí, la ecuación anterior determina la evolución temporal del estado cuando los estados convergen a x_{conv} . En el caso general (v.g el estado puede ser divergente), se puede aplicar recursivamente la ecuación llegando a:

$$x_t = \mathbf{F}^t x_0 + \left(\sum_{u=1}^{t-1} \mathbf{F}^u \right) \mathbf{g} = \mathbf{F}^t x_0 + \mathbf{I} - \mathbf{F}^t \quad \mathbf{I} - \mathbf{F}^{-1} \quad \mathbf{g}$$

$$x_t = (\mathbf{E} \mathbf{\Lambda} \mathbf{E}^{-1})^t x_0 + \mathbf{E} (\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda}^t) \mathbf{E}^{-1} \mathbf{g} \quad (2)$$

Tabla 1 Clases de Dinámicas en el Espacio de Estado

	$ \lambda_1 < 1$ y $ \lambda_2 < 1$	$ \lambda_1 > 1$ y $ \lambda_2 > 1$	$ \lambda_1 > 1$ y $ \lambda_2 < 1$
λ_1 y λ_2 son reales positivos			
λ_1 y λ_2 son numeros complejos rea			

2. FORMULACION DEL PROBLEMA

La motivación principal en este documento es desarrollar algunos métodos o técnicas que nos permita estudiar sistemas complejos; en el sentido de encontrar su estructura fundamental o su similitud estructural [5] con sistemas conocidos. Lo anterior llega a permitir la búsqueda de la estructura de datos y su clasificación en categorías, de tal forma que la similitud entre estructuras de la misma categoría sea alta y las de diferente categoría con valores de similitud baja.

2.1 Modelo Propuesto

La trayectoria temporal de una variable de estado es una función matemática que especifica el valor de las variables de estado en cualquier instante en el tiempo. El punto de partida es la estructura del modelo, lo cual en el caso de modelos lineales puede ser representado mediante la siguiente ecuación de la matriz de compacto [3].

$$\dot{x}(t) = \mathbf{F}x(t) + \mathbf{b} \quad (3)$$

La solución para el sistema de ecuaciones diferenciales, especificado mediante la ecuación 4 proporciona la trayectoria temporal del vector de pendientes del sistema. Se usara el método de los valores propios para solucionar las ecuaciones diferenciales (Luenberg, 1979) para solucionar para la trayectoria temporal de la pendiente [3].

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{w}_1 e^{\lambda_1(t-\tau)} + \mathbf{w}_2 e^{\lambda_2(t-\tau)} + \dots + \mathbf{w}_n e^{\lambda_n(t-\tau)} + \mathbf{u} \quad (4)$$

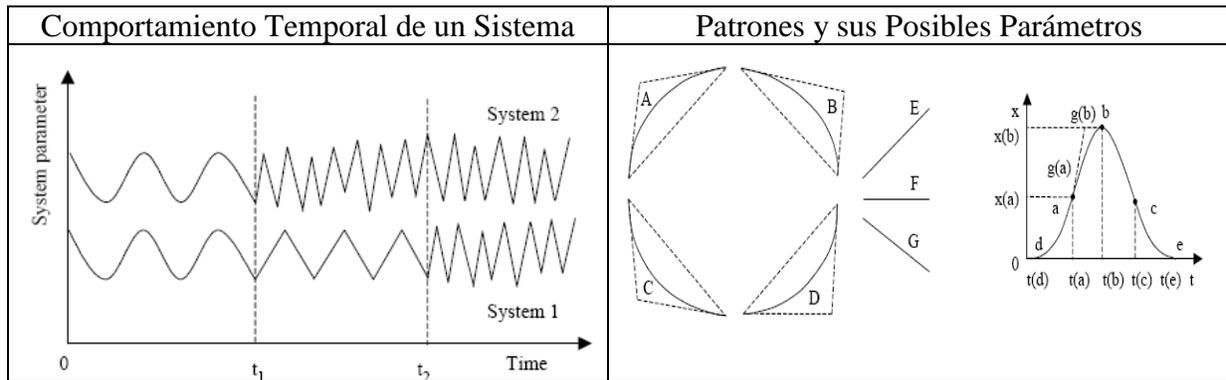
La cual descompone la trayectoria de estados en muchos modos de comportamiento, los cuales están caracterizados mediante un valor propio [3].

2.2 Los Objetos y los Métodos de Agrupamiento

Los objetos son llamados dinámicos, si ellos representan mediciones u observaciones de un sistema dinámico y contiene una historia de su desarrollo temporal. Desde el punto de vista dinámico, los estados de un objeto son caracterizados no solo por su localización momentánea pero también mediante la historia de su desarrollo temporal[5]., el cual es representado mediante una traza o trayectoria de cada objeto desde el estado inicial al estado actual en un espacio de rasgos tridimensional.

En la tabla 2 se muestran dos Trayectorias correspondientes al comportamiento de las variables de estado de un sistema oscilatorio que ilustran una completa similar dad estructural.

Tabla 2 Similaridad Estructural y sus Parámetros



Similaridad Estructural. Dos trayectorias son más similares si tiene mejor concordancia en forma, evolución y características. La similaridad estructural relaciona un comportamiento similar de las trayectoria en el tiempo[5]. como se ilustra en la figura izquierda de la tabla 2 ,en general son funciones bajo consideraciones como la forma, evolución, tamaño u orientación en el espacio de rasgos.

Similaridad Puntual. Dos trayectorias son mas similares si la distancia puntual es la más pequeña en el espacio de rasgos[5], relaciona la proximidad de las trayectorias en el espacio de rasgo, este tipo de similar dad puede ser definida basada directamente en valores funcionales y se permite algunas variaciones tales como fluctuaciones y valores inexactos.

Objetos Dinámicos y Grupos Estructurados. La tarea del reconocimiento de patrones en este caso es el reconocimiento de estados típicos del sistema en el análisis del comportamiento temporal de un sistema para detectar y llevar a cabo los cambios en la estructura del grupo y tratar de predecir el futuro del estado o permanecer sin cambios en el comportamiento[5].

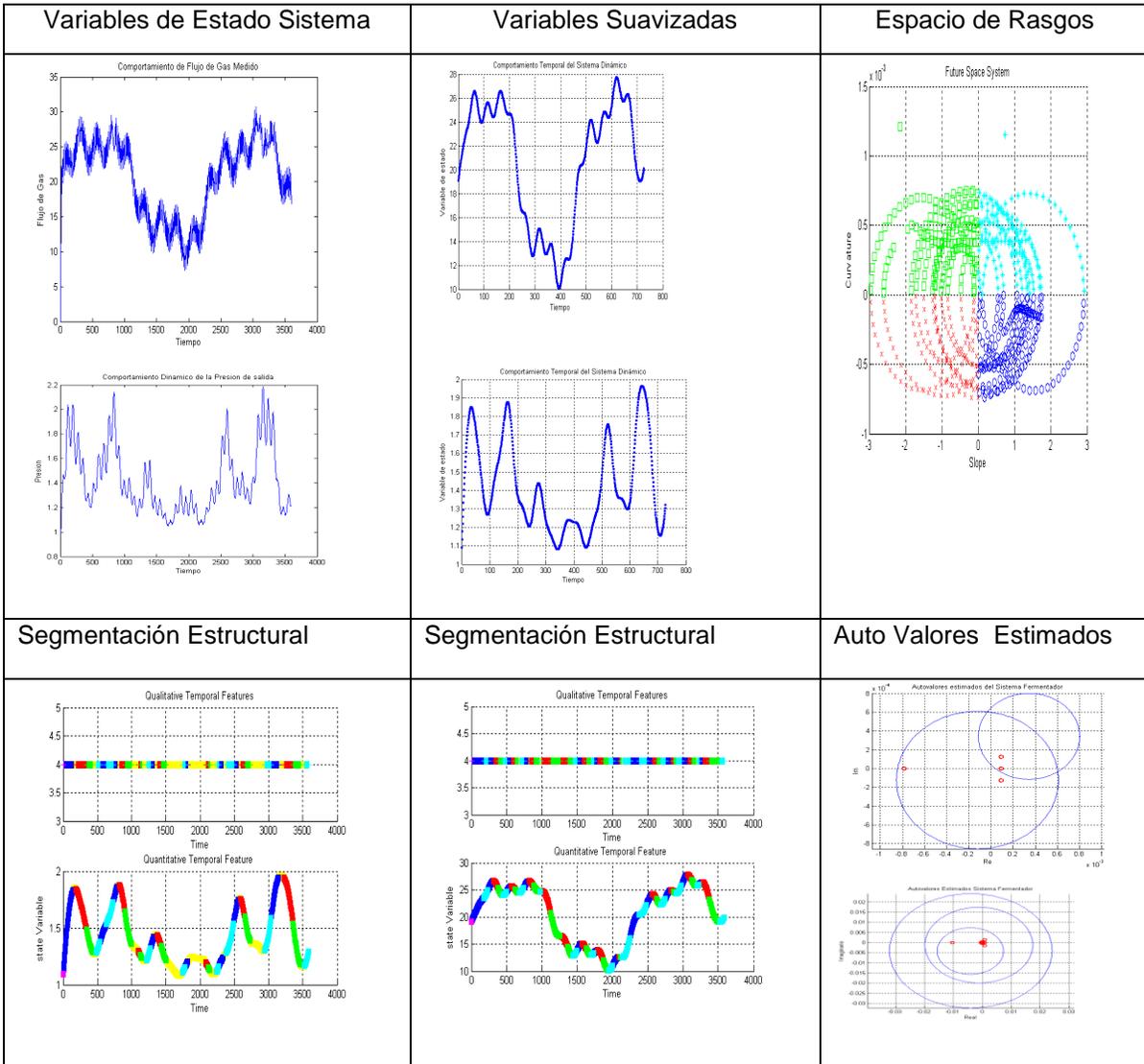
2.3 Medida de Similaridad Estructural

Las medidas de similaridad basadas en la curvatura y suavidad caracterizada por el comportamiento general de trayectorias con respecto a su forma y carácter oscilatorio[5]. Para algunos problemas, puede ser importante considerar parámetros concretos de simple ondulaciones que aparecen en una trayectoria para identificar patrones temporales similares en las trayectorias. Todos los parámetros temporales pueden ser calculados para la trayectoria original o bien para cualquier trayectoria derivada. Sin embargo, la definición de estos parámetros puede estar limitado para partes en el dominio del tiempo.

3. RESULTADOS

A continuación se ilustran los resultados obtenidos en un sistema de presión propuesto por los Investigadores de Hungarian Fuzzy Association.

Tabla 3 Características Derivadas del Comportamiento del Sistema de Presión



3.1 Identificación con Restricción en sus Valores Propios

Para identificar los parámetros a partir de pocos conjuntos de datos de entrenamiento, se tiene que hacer restricciones para estimar sistemas dinámicos deseables. Esta restricción está basada en la estabilidad dinámica, la idea clave de estimar la estabilidad dinámica es dar restricciones en los valores propios.

La identificación del sistema sin restricciones está condicionado a si el rango temporal b, e está representado mediante el sistema dinámico lineal D_i entonces se puede estimar la matriz de transición $\mathbf{F}^{(i)}$ y el vector de de sesgo $\mathbf{g}^{(i)}$ de la secuencia de estados internos $[x_b^{(i)}, \dots, x_e^{(i)}]$,

este problema de estimación de parámetros se convierte en un problema de minimización de los errores de predicción de errores[4]. Este vector de predicción de error se puede determinar a partir de la ecuación 1 y haber estimado la matriz de $\mathbf{F}^{(i)}$ y el vector de sesgos $\mathbf{g}^{(i)}$ y su formulación es:

$$\varepsilon_t = x_t^{(i)} - \mathbf{F}^{(i)} x_{t-1}^{(i)} + \mathbf{g}^{(i)} \quad (5)$$

Finalmente se puede estimar los valores óptimos de $\mathbf{F}^{(i)}$ y $\mathbf{g}^{(i)}$ mediante la solución del siguiente problema de mínimos cuadrados:

$$\mathbf{F}^{(i)} \mathbf{g}^{(i)} = \arg \min_{\mathbf{F}, \mathbf{g}} \min \sum_{t=b+1}^e \|e_t\|^2$$

Teniendo en cuenta la ecuación discreta 3 para los sistemas dinámicos y buscando satisfacer la ecuación 1, Se inicia con las siguientes expresiones:

$$\hat{x}_0^{(i)} = [x_b^{(i)} - m_0^{(i)}, \dots, x_{e-1}^{(i)} - m_0^{(i)}] \text{ y } \hat{x}_1^{(i)} = [x_{b+1}^{(i)} - m_1^{(i)}, \dots, x_e^{(i)} - m_1^{(i)}]$$

Donde $m_0^{(i)}$ y $m_1^{(i)}$ son los valores medios de las columnas en $x_0^{(i)}$ y en $x_1^{(i)}$ respectivamente y formuladas así:

$$m_0^{(i)} = \frac{1}{l-1} \sum_{t=b}^{e-1} x_t^{(i)} \text{ y } m_1^{(i)} = \frac{1}{l-1} \sum_{t=b+1}^e x_t^{(i)}$$

Se puede calcular la matriz de ganancia y el término de sesgo, para cada intervalo en la trayectoria de estado de la siguiente forma:

$$\mathbf{F}^{(i)} = \mathbf{X}_0^{(i)} \mathbf{X}_1^{(i)} \text{ y } \mathbf{g}^{(i)} = m_1 - \mathbf{F}^{(i)} * m_0$$

Donde \mathbf{X}_0 es una inversa generalizada de Moore-Penrose (pseudo-inversa). La matriz inversa \mathbf{X}^+ puede definirse como:

$$\mathbf{X}^+ = \lim_{\delta \rightarrow 0} \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{X}^T + \delta^2 \mathbf{I}^{-1} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \mathbf{X} \mathbf{X}^T + \delta^2 \mathbf{I}^{-1} \mathbf{X}^T$$

Donde \mathbf{I} es la matriz unitaria y δ es un valor real diferente a cero, conocido como factor de regularización. El método en las dos trayectorias de estado del sistema dinámico y el teorema de Gershgorin[4] donde se determina el límite superior de los valores propios.

Permiso

Autorizamos la publicación de este artículo en CIMENICS 2010 con sede en Mérida (Ven).

REFERENCIAS

- [1] Courrieu P., Fast Computation of Moore Penrose Inverse Matrices, *Neural information Processing letter and Reviews*, Vol 8, No 2, August 2005.
- [2] Dorf, R.C, *Modern Control System*, Addison –Wesley, Reading, Mass., 1992.
- [3] Föllinger, O., Franke, D., *Einführung in die Zustandsbeschreibung dynamischer Systeme*. Oldenbourg Verlag, München, 1982
- [4] Kawashima, H., Matsuyama, T., *Proc. 3rd International Conference on Advances in Pattern Recognition* (S. Singh et al. (Eds.): ICAPR 2005, LNCS 3686, Springer, 2005
- [5] Mikenina, Geb, Angstenberger, Larisa, *Dynamic Fuzzy Pattern Recognition*, Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Hochschulbibliothek online ver, 2000

ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE ESTRUCTURAS DE INGENIERIA CIVIL MEDIANTE LA TÉCNICA DE CORRELACIÓN DE IMÁGENES DIGITALES

Maria E. Marante

Néstor Guerrero

Ricardo Picón

emarante@ucla.edu.ve

nguerrero@ucla.edu.ve

rpicon@ucla.edu.ve

Departamento de Ingeniería Estructural, Universidad Lisandro Alvarado.

Prolongación Avenida “La Salle”, Barquisimeto 3001, Venezuela.

Julio Flórez-López.

iflorez@ula.ve

Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes.

Av. Tulio Fábres Cordero, Mérida 5101, Venezuela.

Resumen. En este trabajo se realiza el análisis de la cinemática de elementos estructurales de diferentes materiales, ensayados hasta la falla, a través de la Técnica de Correlación de Imágenes Digitales (CID), la cual es una técnica sin contacto, utilizada para la medición de campos de desplazamientos a través de la comparación de dos imágenes digitales de la superficie de un sólido, antes y posterior a la deformación. Los análisis de la cinemática de los diferentes elementos estructurales ensayados en esta investigación, se encuentran entre las primeras aplicaciones de la técnica de CID en estructuras de ingeniería civil. Todos los ensayos experimentales fueron realizados en el Laboratorio de Mecánica Estructural de la Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado. Los especímenes ensayados van desde vigas de acero hasta pórticos de concreto con mampostería confinada. La escala de observación en estos ensayos constituye una escala no clásica en CID, ya que las regiones de interés seleccionadas en esta investigación abarcan hasta 9 m².

Palabras Claves: Correlación de imágenes digitales, daño, deformaciones principales.

1. INTRODUCCIÓN.

El análisis del campo de desplazamientos a partir de ensayos mecánicos es una clave importante para vencer la distancia entre ensayos experimentales y simulaciones numéricas. Hild F. y Roux S. [1] y Claire et al. [2], indican que las mediciones de campo de desplazamientos pueden ser usadas en diversas formas, tales como:

- Chequear condiciones de contorno antes de ejecutar un ensayo mecánico en sí, y permitir al analista controlar si las condiciones de contorno corresponde a las deseadas.
- Identificar las propiedades de un material o validar modelos constitutivos.
- Identificar un campo de daño y su ley de evolución.

La Correlación de Imágenes Digitales (CID) es una técnica sin contacto, utilizada para la medición de campo de desplazamientos a través de la comparación de dos imágenes digitales de la superficie de un sólido, antes y posterior a la deformación [3].

En este trabajo se realiza el análisis de la cinemática de elementos estructurales de diferentes materiales, ensayados hasta la falla, a través de la Técnica de Correlación de Imágenes Digitales.

2. TÉCNICA DE CORRELACIÓN DE IMÁGENES DIGITALES.

El algoritmo aplicado en esta investigación para la determinación de la cinemática de la deformación, es denominado $CORRELI^{LMT}$, el cual ha sido desarrollado en el Laboratorio de Mecánica y Tecnología de la Universidad Paris 6, Francia, por el profesor François Hild y sus colaboradores. $CORRELI^{LMT}$ se ha implementado en $MATLAB^{TM}$.

En la práctica, dos imágenes son consideradas, la primera se le denomina imagen de referencia y la segunda se le denomina imagen deformada. El campo de desplazamientos en el plano es evaluado mediante la correlación cruzada de una región de interés (RI) seleccionada en la superficie de la imagen deformada con respecto a una imagen de referencia, como se puede observar en la fig. 1.

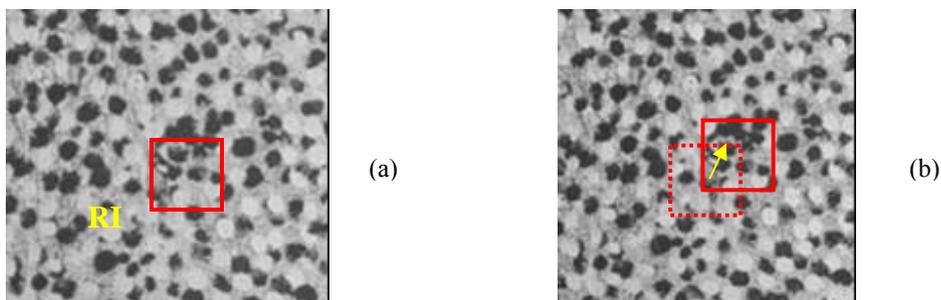


Figura 1. (a) RI en la imagen de referencia. (b) RI en la imagen deformada, con el vector de desplazamiento asociado.

Para la adquisición de imágenes se debe tener en cuenta los siguientes requisitos:

- Iluminación constante.

- Textura aleatoria. En caso de que la textura natural de la superficie no sea aleatoria, esta se puede pintar para lograr tal finalidad. Un ejemplo de lo anterior se da en la fig. 2. En la fig. 2.a. se muestra la superficie original y en la fig. 2.b. se muestra la superficie con textura aleatoria.

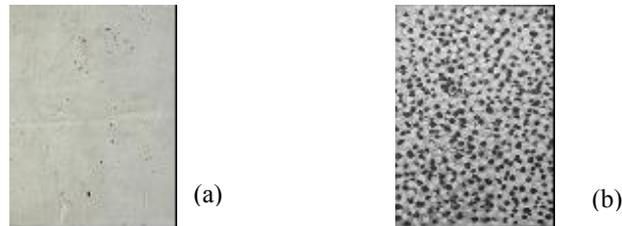


Figura 2. (a) textura original de la superficie. (b) textura modificada de la superficie.

- Cámara de alta resolución con sensor tipo CCD o CMOS. El formato bajo el cual se graba la imagen debe ser sin compresión.
- Imágenes en escala de grises.

3. ANALISIS EXPERIMENTAL DE LA MAMPOSTERÍA CONFINADA.

En este trabajo se analiza el campo de deformaciones a un tipo de sistema estructural muy empleado en la construcción de viviendas en Venezuela, el cual es la mampostería confinada.

Con la finalidad de proveer de una textura aleatoria, a la superficie de los elementos se le aplicó pintura texturizada. Las fotografías se tomaron con una cámara con sensor tipo CMOS de 3888 x 2592 píxeles de resolución.

La historia de desplazamientos, para los ensayos de mampostería se aplicó por medio de un actuador hidráulico servocontrolado de 50.000 kgf de capacidad. Esta historia de desplazamientos fue impuesta en el plano de la mampostería, siguiendo un esquema de desplazamientos positivos y desplazamientos negativos, de modo de lograr una historia de tipo histerética. Con la finalidad de aplicar una carga vertical sobre el pórtico se construyó sobre la parte superior de este, una estructura adicional en la cual se colocaron bloques y planchas de acero hasta llegar a un peso total de 4000 kgf. Debido a la naturaleza de la mampostería se analizarán las deformaciones principales producidas por esfuerzos de tensión ϵ_{11} .

En la fig. 3 se muestra el pórtico de un vano con mampostería totalmente confinada, la resistencia a la compresión del concreto a los 28 días es $R_{cr28d} = 250 \text{ kgf/cm}^2$. Los bloques son de concreto de dimensiones 20 x 40 x 15 cm. En la fig. 4 se muestra el detallado tanto de la viga como de las columnas. La RI seleccionada se muestra sobre la misma fig. 4 y abarca la totalidad de la mampostería y parte de las columnas. Durante este ensayo, la captura de imágenes se realizó en función del desplazamiento dado en la historia de carga aplicada al miembro, generándose 101 imágenes en total. Para este análisis se escogieron imágenes en cada ciclo, correspondientes a fuerza máxima positiva, fuerza cero y fuerza máxima negativa. En la fig. 5 se muestra la grafica de fuerza–desplazamiento del ensayo correspondiente. Debido a limitaciones de procesamiento de la cantidad de imágenes, se seleccionaron para este análisis 24 imágenes.

Estas corresponden a los primeros seis ciclos de histéresis y corresponden a cada punto mostrado en la fig. 5.

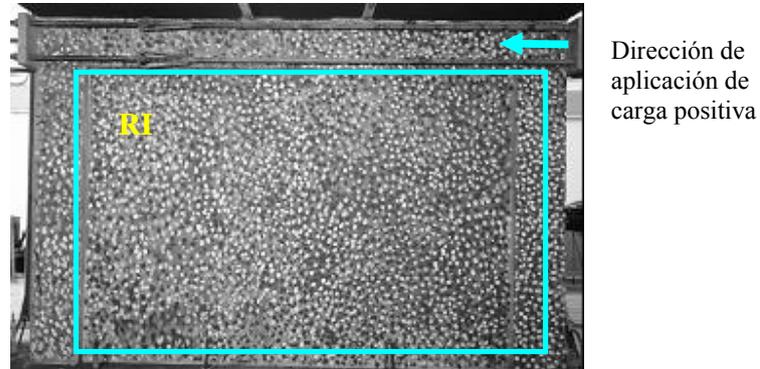


Figura 3. Pórtico de un vano con mampostería totalmente confinada con la región de interés seleccionada.

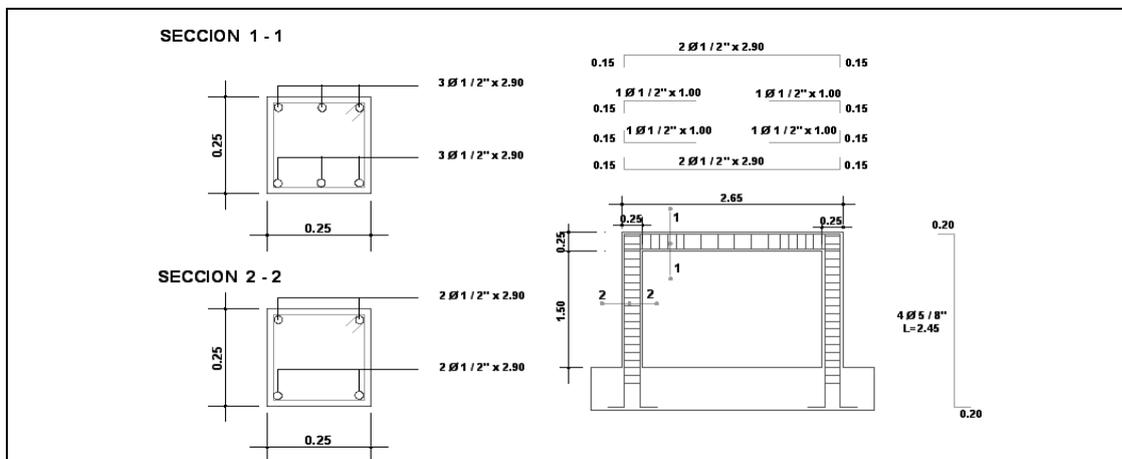


Figura 4. Detallado de los elementos del pórtico de concreto.

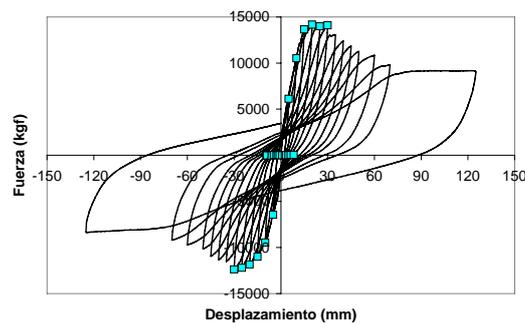


Figura 5. Curva fuerza-desplazamiento y la secuencia de imágenes analizadas.

En la fig. 6 se muestran los mapas de deformaciones correspondientes al tercero y cuarto ciclo de carga. En estas figuras se puede observar la formación de grietas diagonales, estas grietas tienen una inclinación aproximada a 45°. También se observan mayores intensidades de

deformaciones hacia en centro de la mampostería. En estos ciclos las deformaciones unitarias superan el valor de 0.05.

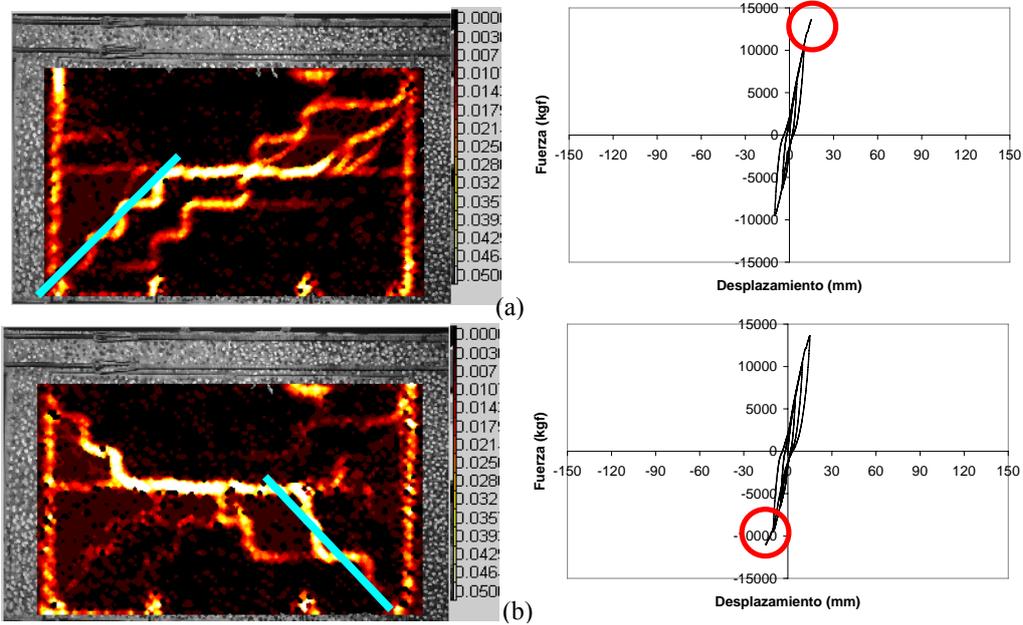


Figura 6. Mapa de deformaciones principales ϵ_{11} en el tercer ciclo de carga. (a) Carga máxima positiva. (b) Carga máxima negativa.

En el quinto ciclo de carga (fig. 7) se observa un cambio en la orientación de las grietas, las cuales tienen ahora una dirección horizontal predominante, aun luego de producida la descarga.

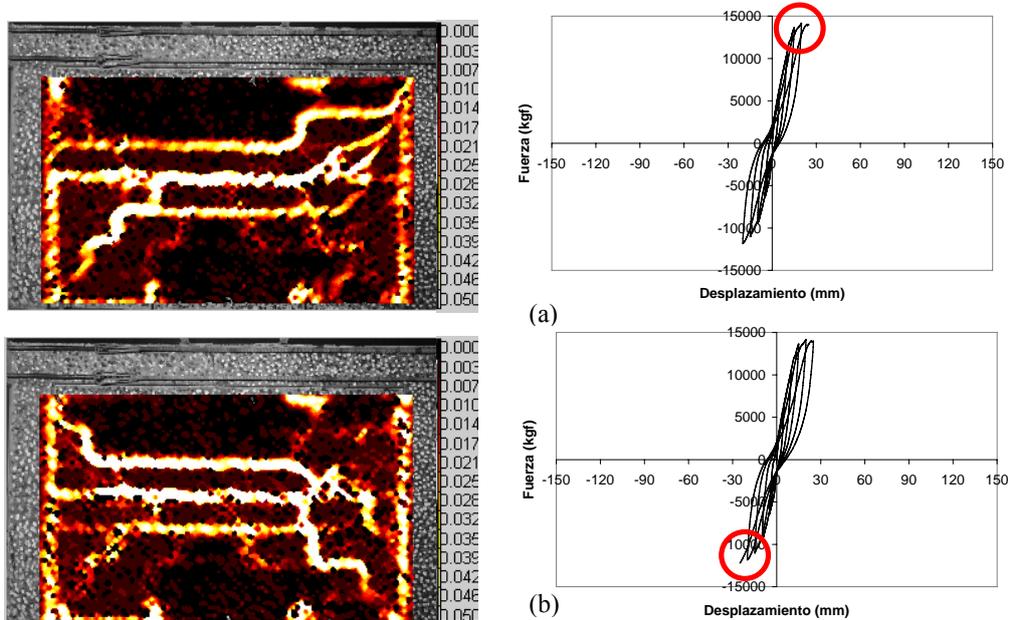


Figura 7. Mapa de deformaciones principales ϵ_{11} en el quinto ciclo de carga. (a) Carga máxima positiva. (b) Fuerza cero. (c) Carga máxima negativa. (d) Fuerza cero.

En este último ciclo, mostrado se puede observar que las grietas predominante son grietas horizontales, la cuales siguen la junta de mortero; y luego, en función de la dirección de la carga, presenta una inclinación cercana a los 45° cuando se aproxima a las columnas de concreto.

4. CONCLUSIONES

Se ha aplicado un novedoso método para determinar campos de desplazamientos y deformaciones en estructuras de ingeniería civil.

La realización de los análisis de la cinemática de los diferentes elementos estructurales ensayados en esta investigación, constituyen un avance importante a nivel mundial, constituyen entre las primeras aplicaciones de la técnica de CID en estructuras de ingeniería civil. La escala de observación en estos ensayos constituye una escala no clásica ya que las regiones de interés seleccionadas en esta investigación abarcan hasta 4.5 m² en el pórtico de dos vanos con mampostería parcialmente confinada.

La técnica de Correlación de Imágenes Digitales mediante el algoritmo CORRELI-Q4, ha probado ser una técnica sencilla en su aplicación. Esta técnica se aplicó exitosamente en elementos planos como mampostería confinada.

A través de la CID se puede comprobar la existencia de la formación de los puntales diagonales en la mampostería sometida a cargas laterales. Estos puntales tienen como características que se forman en un ángulo constante de 45, y estos se mantienen fijos hasta cierto nivel de carga lateral, ya que la orientación de las grietas observadas para altos niveles de carga lateral es horizontal. Lo que indica que el modelo del puntal equivalente tiene validez limitada.

La técnica de Correlación de Imágenes Digitales no requiere, de equipos costosos. Solo proveer de una iluminación constante, una cámara digital con trípode que almacene las imágenes en un formato no comprimido y una computadora personal para el procesamiento.

5. REFERENCIAS

- [1] Hild François, Stéphane Roux. 2006. Digital image correlation: from displacement measurement to identification of elastic properties. *Strain*. Vol 42 (2). pp 69-82.
- [2] Claire D, Hild F, Roux S. 2007. Identification of damage law by using full-field displacement measurement. *International Journal of Damage Mechanics*. Vol 16 (2). Pp 179-197.
- [3] Srinivasan V, Radhakrishnan S, Zhang X, Subbarayan G, Baughn, Nguyen L. 2005. High Resolution Characterization of materials used in packages through digital image correlation. *Proceedings of IPACK2005, ASME InterPACK '05*

DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA BASADA EN SIG PARA LA EVALUACIÓN DE DAÑOS Y PÉRDIDAS DEBIDOS A TERREMOTOS EN EDIFICIOS ESCOLARES DE VENEZUELA

Coronel D. Gustavo

López Oscar A.

Betancourt Nelson

gustavocoroneld@gmail.com

oalsf@yahoo.com

njbetancourt@gmail.com

Instituto de Materiales y Modelos Estructurales (IMME), Universidad Central de Venezuela (UCV), Ciudad Universitaria, Av. Los Estadios, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela.

Resumen. En este trabajo se presenta el desarrollo de una herramienta computacional integrada sobre un Sistema de Información Geográfica para la evaluación de daños y pérdidas en edificaciones escolares de Venezuela mediante la simulación de escenarios sísmicos a escala regional. Se parte de un inventario de las edificaciones escolares de Venezuela y de una metodología para la estimación de daños basada en curvas de fragilidad sísmica. La herramienta computacional permite estimar daños y pérdidas asociadas a eventos sísmicos particulares para lo cual se programaron algoritmos para la simulación de los escenarios sísmicos basados en relaciones de atenuación de aceptación internacional. Por otro lado permite determinar índices de riesgo basado en mapas de amenaza sísmica. Estos índices son asociados a niveles de riesgo sísmico que facilitan la tarea de priorización. Se presenta la aplicación de esta herramienta a la estimación del nivel de riesgo sísmico de 547 edificios escolares del estado Sucre. Esta herramienta permite apoyar el proceso de planificación y toma de decisiones con fines de prevención y mitigación del riesgo sísmico en Venezuela.

Palabras claves. Riesgo Sísmico, Sistema de Información Geográfica, Evaluación de Daños, Edificios Escolares.

1. INTRODUCCIÓN

El desarrollo de planes de prevención y mitigación de riesgo sísmico es una tarea que constantemente crece en muchos países del mundo que frecuentemente son afectados por desastres debidos a amenazas naturales o tecnológicas que cobran la vida de personas y

ocasionan grandes pérdidas. Algunas iniciativas internacionales se han dedicado a dar respuesta a esta compleja tarea haciendo uso de los Sistemas de Información Geográfica (SIG), los cuales permiten manejar gran volumen de información espacial, procesar información a partir de bases de datos y representar mediante mapas temáticos la información requerida para la toma de decisiones con fines de prevención y mitigación del riesgo. Por otra parte se han hecho grandes esfuerzos por caracterizar los complejos fenómenos que representan la amenaza y estimar la vulnerabilidad propia de los elementos expuestos. Bajo este enfoque han sido desarrollados el sistema HAZUS [1], ampliamente utilizado para este fin en muchas partes del mundo y las aplicaciones SIG del proyecto RISK-UE [2], entre otros. En Venezuela se han llevado a cabo varias iniciativas en el tema del riesgo sísmico entre las cuales se encuentra el proyecto JICA-FUNVISIS y el reciente proyecto de microzonificación sísmica para la ciudad de Caracas [3], entre otros. El presente trabajo forma parte del proyecto “Reducción del Riesgo Sísmico en Edificaciones Escolares de Venezuela” [4] en el que participan IMME, FUNVISIS y FEDE, bajo el financiamiento del FONACIT-MPPCT el cual tiene entre otros objetivos, desarrollar una herramienta que permita la priorización de edificios escolares con fines de prevención y mitigación del riesgo sísmico en Venezuela.

2. INVENTARIO DE EDIFICIOS ESCOLARES

Se parte de un inventario parcial de las edificaciones escolares de Venezuela, atendiendo a las características estructurales básicas que condicionan su desempeño sísmico. Entre los años 2007 y 2008 se llevo a cabo el Registro Nacional Escolar [5] a través del Ministerio del Poder Popular para la Educación, en el cual se incorporaron una serie de preguntas para conocer el número de edificaciones por plantel, el número de pisos, el año de construcción, la ubicación geográfica y la tipología constructiva de cada edificio. Se ha logrado obtener hasta la fecha información de 16.921 edificios escolares de 28.878 planteles registrados. Esta información ha sido incorporada al inventario de edificaciones escolares complementada con una base de datos de 18.685 planteles educativos ubicados mediante coordenadas georreferenciadas la cual fue desarrollada inicialmente por FEDE. En la Figura 1 se muestra la localización de los planteles escolares sobre el mapa de zonificación sísmica del país.

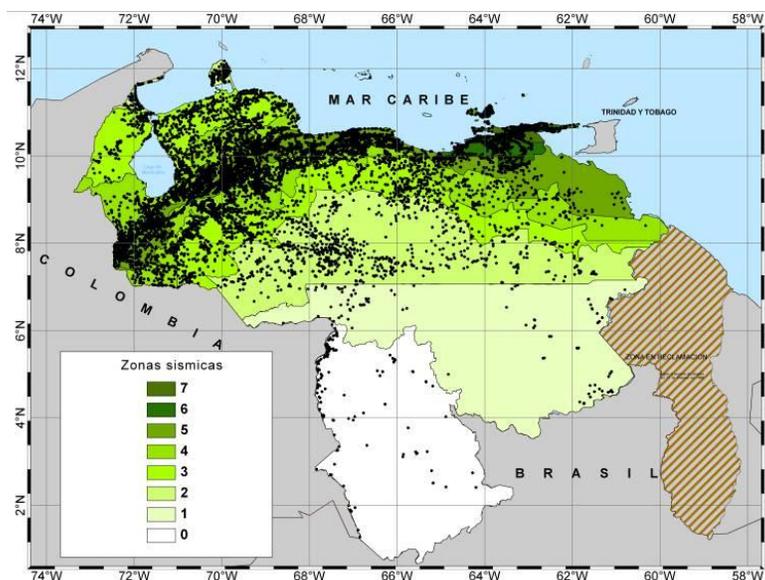


Figura 1 –Ubicación de edificios escolares sobre el mapa de zonificación sísmica de Venezuela.

En la Tabla 1, se muestra la distribución de edificios por año de construcción, se aprecia que 45,9% de los 16.921 edificios fueron construidos antes de 1982, con requerimientos sismorresistente bastante menos exigentes que los incluidos en las normas de 1982 COVENIN 1756-82 y 1998 y 2001 COVENIN 1756-01 [6].

Tabla 1. Cantidad de edificios escolares por periodo constructivo (en total 16.921 edificios).

Año de Construcción	Pre 1939	1940-1947	1948-1955	1955-1967	1967-1982	1983-1998	Post 1998
% de edificios	1,5	1,8	3,7	14,2	24,8	27,7	26,4

3. DESARROLLO DE LA HERRAMIENTA

La herramienta está siendo desarrollada en forma integrada dentro de la plataforma del SIG conocido como *ArcGIS 9.2* [7] mediante la programación en el entorno del *Visual Basic Application* propio del sistema. En la Figura 2, puede verse en forma general las fases y procedimientos de la herramienta computacional.

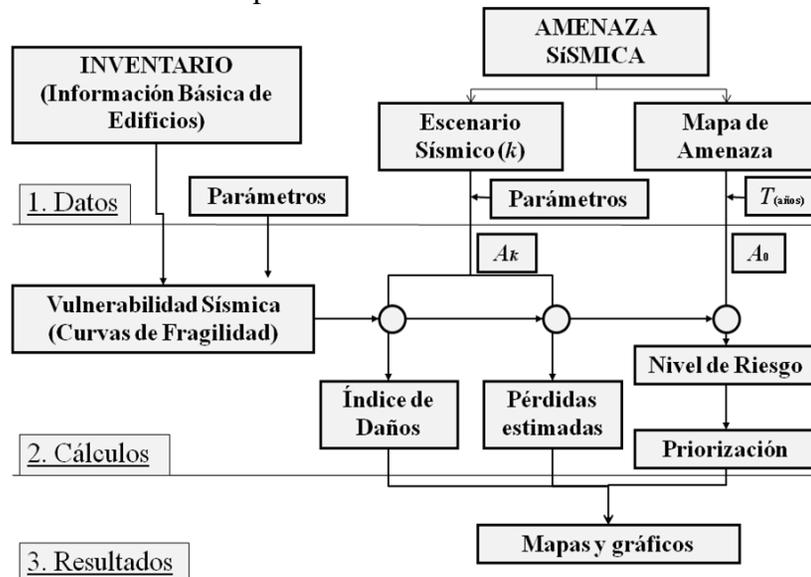


Figura 2 – Esquema general de la herramienta computacional desarrollada.

Una primera fase de entrada de datos o pre-proceso está fundamentada en una interfaz gráfica compuesta de un menú principal (Fig. 3) y de ventanas de datos dentro del sistema mediante las cuales se puede manejar el inventario de edificios, seleccionar y modificar los parámetros propios de la metodología y definir el escenario sísmico. Una segunda fase de cálculos o proceso en la cual se determinan las curvas de fragilidad, y a partir de la aceleración en cada escuela se estiman las probabilidades de ocurrencia de cada estado de daño. Posteriormente de acuerdo al escenario definido se determinan índices de daño, pérdidas o niveles de riesgo. Finalmente una tercera fase de resultados o post-proceso en la cual se representan los resultados obtenidos a través de mapas temáticos y gráficos.

Para caracterizar la vulnerabilidad sísmica de los edificios escolares se ha implementado en la herramienta una metodología basada en curvas de fragilidad [8], la cual permite determinar las probabilidades de excedencia de cada estado de daño límite conocida la aceleración máxima del

terreno (A), la cual puede ser; i) la aceleración (A_k) estimada en cada escuela para cada evento sísmico (k) definido de forma determinística, a partir de la cual se estiman daños y pérdidas o; ii) la aceleración (A_o) correspondiente a la ubicación de cada escuela determinada a partir de un mapa de zonificación de determinada probabilidad de ocurrencia o periodo de retorno (T).

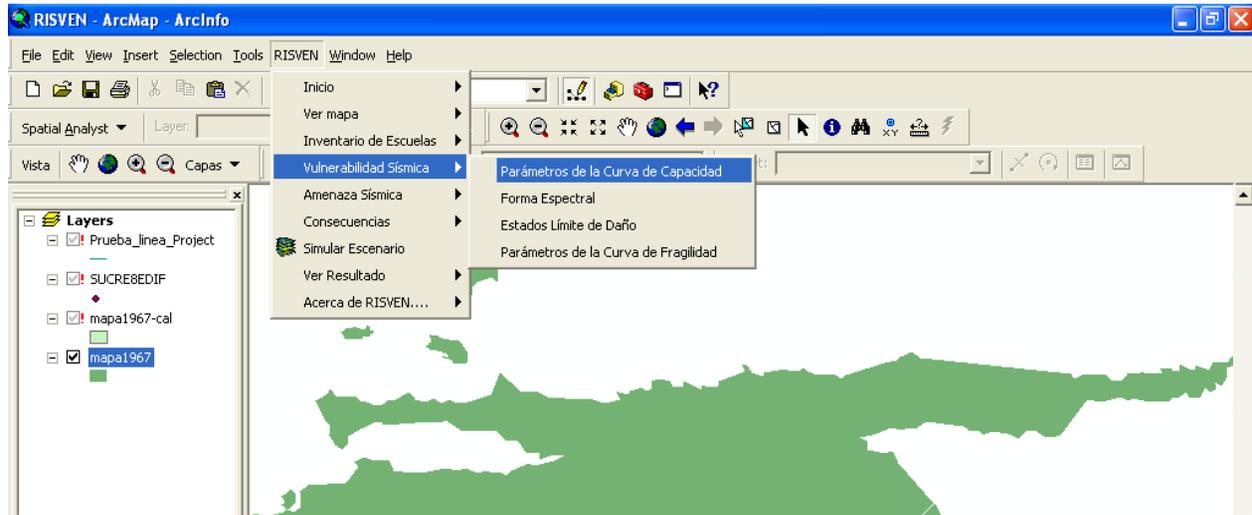


Figura 3 – Entorno de trabajo y menú principal de la herramienta computacional.

3.1 Índice y niveles de riesgo sísmico

Se utilizan cuatro estados de daños (i) denominados: (1) ligero, (2) moderado, (3) severo y (4) completo. Para definir la curva de fragilidad se utiliza una distribución lognormal. Las probabilidades de ocurrencia (P_i) de cada estado de daño (i) prefijado se obtienen de las curvas de fragilidad dado un valor de aceleración (A_o). El índice de riesgo (I_r) se obtiene ponderando (Ec. 1) las probabilidades de ocurrencia con los Factores de daño (D_i) de la Tabla 2.a, definidos para cada estado de daño en [10] y [11].

$$I_r = \sum_{i=0}^4 P_i \cdot D_i \quad (1)$$

Tabla 2. Factor de daño (D_i) por estado de daño y Niveles de riesgo por rango de índices de riesgo (I_r).

a)			b)	
i	Estado de Daño	D_i (%)	Nivel de Riesgo	I_r (%)
0	Sin daño	0	Muy bajo	< 2,5
1	Ligero	5	Bajo	2,5 – 12,5
2	Moderado	20	Moderado	12,5 – 30,0
3	Severo	65	Alto	30,0 – 75,0
4	Completo	100	Muy alto	> 75,0

Finalmente en la Tabla 2.b se definen cuatro niveles de riesgo asociados a rangos de valores de I_r , los cuales permiten representar de forma discreta el resultado y facilita la interpretación de los mismos mediante mapas y gráficos.

4. APLICACIÓN A ESCUELAS DEL ESTADO SUCRE

En la Figura 4, se presenta como ejemplo de aplicación los niveles de riesgo estimados para un grupo de 42 edificios escolares, ubicados en el estado Sucre en las zonas sísmicas 6 y 7. Se indica el número de pisos y la norma utilizada para su diseño. Se estima el nivel de riesgo para tres periodos de retorno (T) de 50, 475 y 1000 años, asociados a valores de A_0 en la zona 7 de 0,20g, 0,40g y 0,50g y en la zona 6 de 0,18g, 0,35g y 0,44g respectivamente.

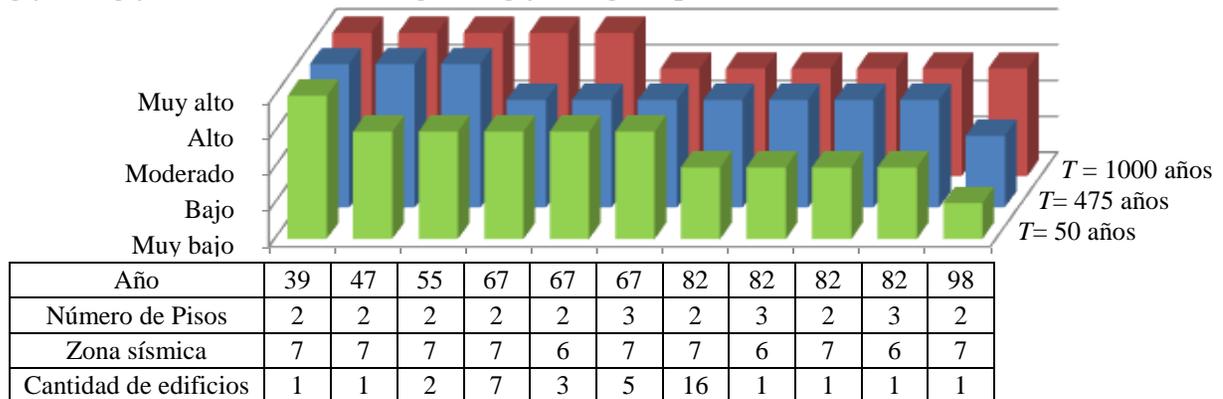


Figura 4 – Nivel de riesgo para 42 edificios escolares del estado Sucre, para diferentes periodos de retorno.

En la Figura 5 se muestra el mapa que representa el nivel de riesgo estimado para 547 edificaciones escolares del estado sucre para un periodo de retorno de 475 años. El 56% de estas edificaciones fueron construidas antes de 1982 con normas menos exigentes. Se encuentra que el 53% de ellas presentan un nivel de riesgo Muy alto para el sismo de diseño ($T=475$ años).

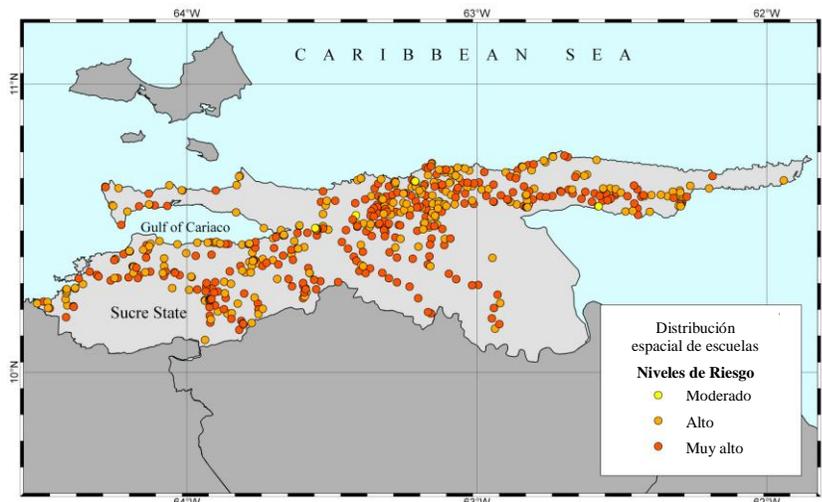


Figura 5 – Mapa de nivel de riesgo sísmico estimado en 547 edificaciones escolares del estado Sucre para $T=475$ años.

5. CONCLUSIONES PRELIMINARES

El desarrollo de la tecnología de SIG facilita la generación de herramientas computacionales basadas en la implementación de metodologías para estimar daños, pérdidas y niveles de riesgo

sísmico. Se pudo observar la utilidad de la herramienta desarrollada para la priorización en la intervención de edificios escolares en Venezuela. Se aplicó a 547 edificios escolares de los cuales se encontró que un 53% de ellos presentan un nivel de riesgo muy alto o un riesgo relativamente mayor al resto lo cual las hace prioritarias a una futura intervención. La herramienta debe seguir siendo calibrada a fin de obtener a futuro resultados más precisos.

Agradecimientos

Esta investigación se desarrolló en el marco del proyecto “*Reducción del Riesgo Sísmico en Edificaciones Escolares de Venezuela*” en el cual participan IMME, FUNVISIS y FEDE con financiamiento del FONACIT (proyecto N° 2005000188). Los autores desean agradecer a Y. Azuaje por la colaboración prestada en el procesamiento de las bases de datos y al CIGIR por el cofinanciamiento de cursos de programación en VBA de ArcGIS.

REFERENCIAS

- [1].FEMA-NIBS. *Multi-hazard Loss Estimation Methodology Earthquake Model HAZUS-MH MR4, Advance Engineering Building Module, Technical and User's Manual*. Federal Emergency Management Agency (FEMA) and National Institute of Building Sciences (NIBS). Washington D.C., 2009.
- [2].RISK-UE. *The European Risk-UE Project: An Advanced Approach to Earthquake Risk Scenarios. (2001-2004)*. www.risk-ue.net., 2004.
- [3]. FUNVISIS. *Proyecto de Microzonificación sísmica en las ciudades Caracas y Barquisimeto (FONACIT 200400738)*. Informe Técnico Final. Caracas, 2009.
- [4].López O. A., A. Marinilli, R. Bonilla, N. Fernández, J. Domínguez, T. Baloa, G. Coronel D., S. Safina y R. Vielma. Evaluación sísmica y adecuación de edificios escolares en Venezuela. *Revista de la Fac. Ing. UCV*, 2010 (A ser publicado).
- [5].SINACOES. Sistema Nacional de Control de Estudio. Ministerio del Poder Popular para la Educación. <http://planteles.me.gob.ve/>, 2008.
- [6].COVENIN. *Edificaciones Sismorresistentes. Norma COVENIN 1756:01*. Comisión Venezolana de Normas Industriales. Caracas, Venezuela, 2001.
- [7].ESRI. *Sistema de Información Geográfica, ArcGIS 9.2*, versión académica. Environmental Systems Research Institute (ESRI). <http://www.esri.com/>.
- [8].Coronel G., y López O. A. Curvas de fragilidad sísmica para la estimación de daños y pérdidas en edificios escolares de Venezuela. *X International Congress on Numerical Methods in Engineering and Applied Sciences (CIMENICS)*. Mérida, Venezuela, 2010.
- [9].Hwang H., and Lin, Y. K. Seismic Loss Assessment of Memphis City School Buildings. *Proceedings of The Seventh U. S. National Conference on Earthquake Engineering*, Boston, 2002.
- [10].Blondet, M., Muñoz, A., Velásquez, J. y León, H. Estimación de pérdidas sísmicas en edificaciones educativas Peruanas. *IX Congreso Chileno de Sismología e Ingeniería Antisísmica*, Concepción, Chile, 2005.

COMPUTATION OF RETROFITTING OF VULNERABLE RC STRUCTURES USING DAMAGE MECHANICS AND EXPERIMENTAL ANALYSES

Rosángel Rojas

María E. Marante

Ricardo Picón

rosangelrojasa@hotmail.com

emarante@ucla.edu.ve

rpicon@ucla.edu.ve

Laboratorio de Mecánica Estructural, Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado, Decanato de Ingeniería Civil, Barquisimeto, Venezuela

Betsy Vera

Julio Flórez-López

betsy.vera@gmail.com

iflorez@ula.ve

Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Civil, Departamento de Estructuras, Universidad de Los Andes, Venezuela

Abstract. *Lumped damage mechanics (LDM) combines fracture and damage mechanics ideas with the plastic hinge concept. Concrete cracking as well as yield of the reinforcement is assumed to be lumped at plastic hinges. As a result a theory that allows for the numerical simulation of cracking, deterioration and collapse processes in RC structures is obtained. The material and cross section characteristics needed for the analysis of vulnerability is introduced through a set of interaction diagrams of well known RC properties.*

In this paper it is first shown how lumped damage mechanics can be used to quantify the degree of vulnerability of a RC frame under a specific seismic overload. This is done by the determination of the cracking state in the structure after the event and the comparison with tolerable damage levels.

The minimum retrofitting of vulnerable RC frames can now be determined by the modification of the interaction diagrams of each individual frame member and then the structural analysis of the improved structures. This process of virtual retrofitting can be repeated as many times as needed until an optimum project that combines economy with safety is obtained. Safety is assessed when admissible values of cracking are not exceeded anywhere in the structure.

The problem of the estimation of the new strength and ductility properties of repaired and/or reinforced structures remains open. Therefore, a procedure that combines experimental analysis of the retrofitted elements and numerical analysis is proposed.

Keywords: Retrofitting, Cracking, RC Frames, Lumped damage mechanics.

1. INTRODUCTION

Massive collapse of civil engineering structures due to earthquakes occurs regularly around the world. Post-disasters reconnaissance reports have shown that in many cases the failure is due to deficiencies in design, materials and/or in the construction details. Probably, there are hundreds of thousands of structures in seismic areas everywhere that need retrofitting.

Thus, three different problems can be recognized: identification of vulnerable structures, quantification of the needed amount of retrofitting and validation of efficient reinforcement techniques. This paper deals, in a very limited way, with all these problems. The first and second themes are addressed on the basis of numerical simulations. Taking into account the size, the number and the complexity of some civil engineering structures (for instance buildings), the models used for this simulation must be not only realistic but also simple and effective. Those are obviously contradictory requirements. One of the possible compromises is represented by lumped damage mechanics [1,2].

The last problem, the validation of retrofitting techniques, is dealt with the help of experimental analysis. A specific technique, commonly described in manuals (see for instance [3]), was used to reinforce a replica of a column of a structure that collapsed during the Cariaco Earthquake in Venezuela. The goal of this test was to verify that this kind of retrofitting technique can indeed assure the increment of the capacity needed for an adequate structural behavior. The disappointing results are reported in the last part of the paper.

2. LUMPED DAMAGE MECHANICS

Let us consider a framed structure. The generalized stress and strain matrices of the frame member are given, respectively, by $\sigma^t = (m_i, m_j, n)$ and $\varepsilon^t = (\phi_i, \phi_j, \delta)$, as shown in Fig. 1a and 1b.

Two major inelastic phenomena occur in a reinforced concrete structure subjected to overloads: yield of the reinforcement and concrete cracking. In order to model these phenomena, the lumped dissipation model of a frame member is usually adopted. Therefore a frame member is considered as the assemblage of an elastic beam-column and two inelastic hinges as shown in Fig. 1c.

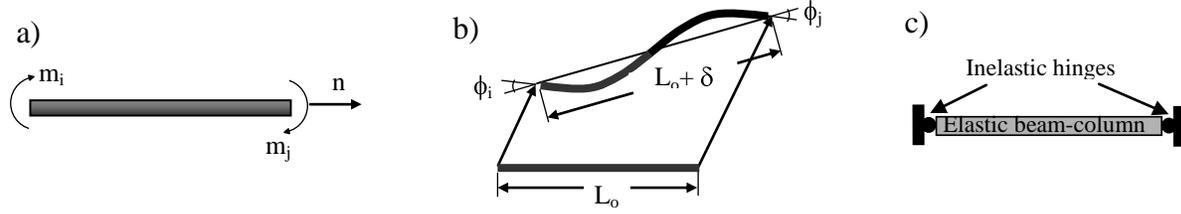


Figure 1: a) Generalized stresses of a frame member; b) Generalized strains of a frame member; c) Lumped dissipation model

Two sets of internal variables are introduced: the generalized plastic strains $\boldsymbol{\varepsilon}_p^t = (\phi_i^p, \phi_j^p, 0)$ and the damage matrix $\mathbf{D} = (d_i, d_j)$. The terms ϕ_i^p y ϕ_j^p represent the plastic rotations of the inelastic hinges at the ends i and j. The variables d_i and d_j are damage parameters that can take values between zero (no cracking) and one (total damage). They represent cracking as lumped in the hinges i and j. The elasticity law of a damaged reinforced concrete frame member is given by [1]:

$$\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_p = \mathbf{F}(\mathbf{D})\boldsymbol{\sigma}; \quad \mathbf{F}(\mathbf{D}) = \begin{bmatrix} \frac{F_{11}^0}{1-d_i} & F_{12}^0 & 0 \\ F_{21}^0 & \frac{F_{22}^0}{1-d_j} & 0 \\ 0 & 0 & F_{33}^0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

where \mathbf{F} is the flexibility matrix of a cracked frame member and the terms F_{ij}^0 represent the coefficients of the elastic flexibility matrix as given in textbooks of structural analysis. The complementary strain energy of a cracked frame member can be obtained from the elasticity law (Eq. 1):

$$U^* = \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}^t(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_p) = \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}^t\mathbf{F}(\mathbf{D})\boldsymbol{\sigma} \quad (2)$$

Then, a measure of the energy release rates of the plastic hinges are given by:

$$G_i = \frac{\partial U^*}{\partial d_i} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}^t \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{D})}{\partial d_i} \boldsymbol{\sigma} = \frac{m_i^2 F_{11}^0}{2(1-d_i)^2}; \quad G_j = \frac{m_j^2 F_{22}^0}{2(1-d_j)^2} \quad (3)$$

A generalized form of the Griffith criterion can be defined in the following terms: there will be damage evolution (i.e. crack propagation) in a plastic hinge i only if the energy release rate G_i reaches the value of the crack resistance of the hinge, where R is the crack resistance of the plastic hinge i. This function has been identified from experimental results [4].

$$\begin{cases} \dot{d}_i = 0 & \text{if } G_i - R(d_i) < 0 \text{ or } \dot{G}_i - \dot{R}(d_i) < 0 \\ \dot{d}_i > 0 & \text{if } G_i - R(d_i) = 0 \text{ and } \dot{G}_i - \dot{R}(d_i) = 0 \end{cases} \quad R(d_i) = G_{cr} + q \frac{\log(1-d_i)}{1-d_i} \quad (4)$$

G_{cr} and q are member dependent parameters. By analogy with continuum damage mechanics, the effective moment \bar{m}_i on a plastic hinge is defined as $\bar{m}_i = \frac{m_i}{1-d_i}$. Using a generalized form of the

strain equivalence hypothesis (see [1]), the yield function of a plastic hinge with damage and linear kinematic hardening is given by:

$$f_i = \left| \frac{m_i}{1-d_i} - c\phi_i^p \right| - k_y \leq 0 \quad (5)$$

where c and k_y are member-dependent properties. Plastic rotation evolution laws can be obtained from this yield function in the usual way. The elasticity law (Eq. 1), the Griffith criterion (Eq. 4) and the yield function (Eq. 5) define the constitutive law of a frame member with cracking and yielding. The coefficients k_y , c , G_{cr} and q for hinges i and j depend on the cross member properties and can be computed by the resolution of a system of nonlinear equations. The procedure for the computation of these coefficients is described in detail in Perdomo et al. [2].

A relationship between the damage values and the serviceability and reparability of a structural member has been established (see [5,6]). Damage values less than 0.30 corresponds to minor damage, values under 0.40 to repairable damage, values less than 0.5 corresponds to acceptable (although not necessarily repairable) damage and values over 0.6 to progressive collapse.

This model has been implemented in a web-based finite element program open to all at the following address: <http://portalofdamage.ula.ve>. A description of the portal can also be found in [6]. The properties that characterize the cross sections of the frame elements, are computed by the portal as a function of the axial force as interaction diagrams. This analysis is carried out using the methods of the conventional RC theory.

3. ANALYSIS OF A STRUCTURE THAT COLLAPSED DURING CARIACO EARTHQUAKE IN 1997

Figure 2a shows a photo of a school in Venezuela. A similar structure collapsed during the Cariaco earthquake and was analyzed using the FE program aforementioned (see [7]). In the non linear dynamic analysis, a synthetic acelerogram obtained from the Venezuelan response spectrum was used instead of the real record. The goal of this analysis is to evaluate the capacity of the program to determine the vulnerabilities of existent structures. In this paper, the results of only one frame of the structure (see Fig. 2b and 2c) are presented.

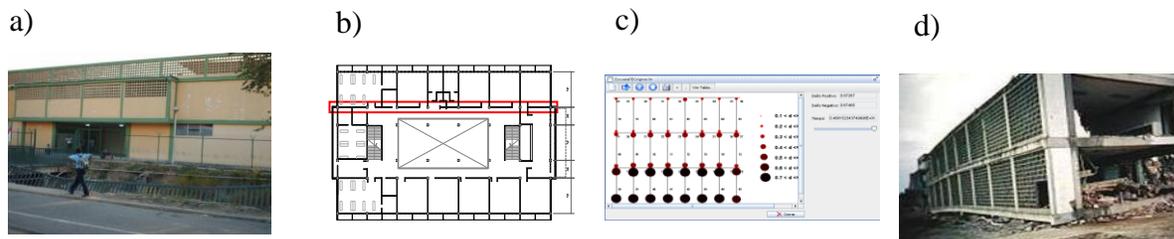


Figure 2: a) Typical school in Venezuela, b) Floor view and frame that was analyzed, c) Damage distribution after the analysis; d) Typical school collapsed after Cariaco earthquake.

The damage distribution at the end of the analysis is indicated in Fig. 2c. It can be seen that very high values of damage, more than 0.8, were obtained in the columns of the first floor. Those values indicate progressive collapse of the column. The final state of the real structure after the Cariaco earthquake is shown in Fig. 2d. It can be notice that the first floor of the building collapsed entirely.

4. DESIGN OF THE RETROFITTING OF THE STRUCTURE

With a tool included in the Portal of Damage it is possible to estimate the necessary increments of strength and/or ductility needed to obtain an adequate structural behavior for a given loading. The values of the interaction diagrams aforementioned can be increased in order to simulate an augmentation in the confinement (by using, for instance, composite bands) or an augmentation in the cross section and reinforcement. After an increment in the properties of the elements, the reinforced structure can be subjected to the same earthquake loadings in order to compute the new values of damage. This procedure can be repeated as many times as necessary so an optimum design is obtained in terms of acceptable damage states and efficacy.

Figure 3b shows the results after a 360% increment in the moments of the interaction diagrams (see Fig. 3a). In the columns, damage values less than 0.55 were obtained while the first floor beams reached levels of 64% damage. Total convergence was also achieved. These are good results and the structure can be considered safe. Increments in cross section areas of the first and second floors of 125 % and 57 % in the third floor, 350 % increments of the steel areas of the first and second floors and 172 % in the third floor can attain these resistance values.

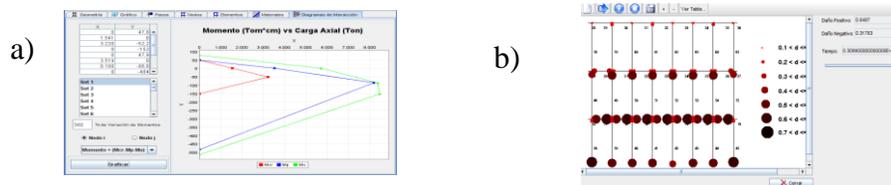


Figure 3: a) Modified interaction diagram b) Final damage distribution after modification

5. EXPERIMENTAL ANALYSIS

The portal of damage permits the computation of the necessary retrofitting levels; however the determination of the actual strengthening obtained with the existent techniques remains an open problem. In this section it is described a procedure that combines experimental and numerical analysis in order to assess the new levels of earthquake resistance after reconditioning. One of the techniques commonly described in the manuals (see for instance [3]) consists in adding steel plates in the case of rectangular columns. Two replicas of the structure's columns were built in the Laboratory of Structural Mechanics of the Lisandro Alvarado University in Venezuela (see Fig. 4). One of them was retrofitted as recommended (see [7]), 8 mm. plates were fixed to the column using pins and epoxy resin.

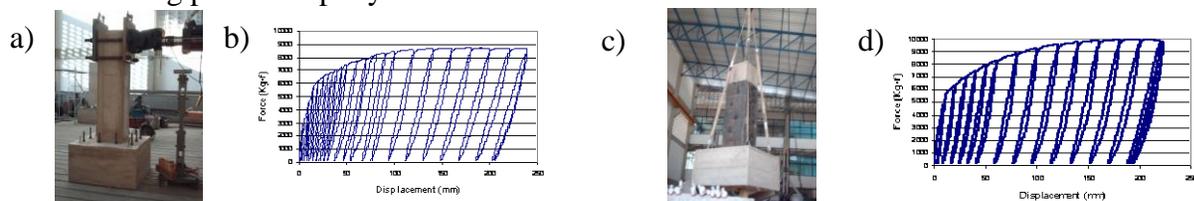


Figure 4: a) Replica of the structure's columns built in the Laboratory of Structural Mechanics of the Lisandro Alvarado University in Venezuela; b) Force – displacements curve; c) Retrofitted column tested; d) Force – displacements curve.

Both columns, the exact replica and the reinforced one, were subjected to monosign loadings (Fig. 4) in order to obtain the experimental values of yield and ultimate moment, and

ultimate plastic rotation. The very small increments in the resistance of the retrofitted structure can be explained because of the difficulties in assuring a good adherence between concrete and plates at the ends of the column. Thus cracks developed at these locations almost in the same way than before retrofitting. The values obtained experimentally can be introduced in the interaction diagrams and the structure can be analyzed again after modification. The damage distribution after retrofitting obtained with the portal is very similar to the shown in Fig. 2c. In the present case, the procedure shows that this reconditioning technique does not guarantee the structural integrity at all, very high values of damage more than 0.8 can be observed no convergence was also found, which means that for these damage values, the seismic forces exceeds the remaining resistance of the structure.

6. FINAL REMARKS AND CONCLUSIONS

The use of lumped damage mechanics and synthetic accelerograms is a valid alternative for the assessment of vulnerabilities of existent structures.

Thus, lumped damage mechanics can also be used for the computation of the adequate retrofitting levels. The modification of the interaction diagrams that summarizes the resistant properties of each element gives a reasonable estimate of the needed amount of retrofitting that in the example of the paper was considerable. However, numerical analyses are not enough for this problem. Experimental studies are also needed, since there are no good predictive methods of the efficiency of most retrofitting techniques. In the paper a procedure that combines experimental and numerical analyses is proposed. The combination of the tests with the numerical analysis seems a very good alternative for a pre-event evaluation of a retrofitted structure.

REFERENCES

- [1] Flórez-López J., *Frame analysis and continuum damage mechanics*. J. Eur. Mech., 17 (2), 269–284. (1998).
- [2] Perdomo M. E., Ramírez A. y Flórez-López J., *Simulation of damage in RC frames with variable axial forces*. Earthquake Engng. Struct. Dyn., 28 (3), 311-328. (1999)
- [3] *Manual de Rehabilitación de Estructuras de Hormigón*. Reparación, Refuerzo y Protección. Ciencia y Tecnología para el Desarrollo (CYTED), (2003).
- [4] Cipollina A., López-Inojosa A. y Flórez-López J., *A simplified damage mechanics approach to nonlinear analysis of frames*. Computers and Structures, 54 (6), 1113-1126 (1995).
- [5] E. Alarcón, A. Recuero, R Perera, C. Lopez, J.P. Gutierrez, A De Diego, R. Picon, J. Florez Lopez. *A reparability index for reinforced concrete members based on fracture mechanics*. Eng. Struct. 23(6), 687-697. (2001) .
- [6] M. E. Marante, L. Suárez, A. Quero, J. Redondo, B. Vera, M. Uzcategui, S. Delgado, L. León, L. Núñez, J. Flórez-López, “*PORTAL OF DAMAGE: a Web-Based finite element program for the analysis of framed structures subjected to overloads*. Adv. Eng. Software, 36, pp. 346-358, (2005).
- [7] Rosangel Rojas, *Procedimiento para el diseño y validación de la rehabilitación de estructuras vulnerables de concreto armado*, Structural Engineering Master Thesis Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Mérida, Venezuela (2007).

PROPUESTA DE ESPECTROS DE DISEÑO PARA EDIFICACIONES EN EL PERÚ

Alejandro Muñoz

Félix Alvarado

Guillermo Zavala

Jorge Zegarra

amunoz@pucp.edu.pe

falvaradol@pucp.edu.pe

gzavala@pucp.edu.pe

jorge.zegarra@pucp.edu.pe

Sección Ingeniería Civil, Departamento de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica del Perú
Av. Universitaria 1801, San Miguel, Lima 32, Perú

Resumen. *Se presenta una propuesta de espectros de diseño para edificaciones peruanas. Esta propuesta intenta uniformizar el peligro sísmico en el diseño de obras civiles, incorporando el comportamiento inelástico de los suelos durante sismos severos y el efecto de la distancia epicentral en la atenuación de las diferentes ordenadas espectrales. Como parte de la propuesta se sugiere una nueva metodología para la clasificación de los suelos. En suelos buenos, los espectros que se proponen tienen valores similares a los de la norma peruana en periodos cortos, mientras que para periodos largos los valores propuestos son mayores. En suelos malos la relación entre ambos espectros depende de la zona sísmica.*

Palabras Clave: Espectros, Diseño, Peligro uniforme, Efectos de sitio.

1. INTRODUCCIÓN

Los espectros constituyen actualmente una de las herramientas más usadas para representar el peligro sísmico con fines de diseño sismorresistente.

En los últimos años se han hecho esfuerzos por uniformizar el peligro sísmico en el diseño de obras civiles de igual uso y características dinámicas diferentes. Esto se ha tratado de lograr asociando las ordenadas espectrales de diseño a la misma probabilidad de excedencia en todo el rango de periodos estructurales. Por otro lado se ha tratado de incorporar la influencia del comportamiento no lineal de los suelos en los espectros. Este documento presenta una propuesta de espectros de diseño para obras civiles en el Perú, incorporando dichos conceptos.

2. INFLUENCIA DE LA ATENUACIÓN Y LOS SUELOS EN LAS ORDENADAS ESPECTRALES

Los espectros actuales usados en muchos códigos de diseño sismorresistente, como en Perú, se basan en una aceleración pico del suelo (Sa_0) asociada a un cierto nivel de excedencia [1]. Este enfoque conduce a que las ordenadas espectrales para diferentes periodos estén asociadas a valores de excedencia no necesariamente similares y por tanto, para las estructuras correspondientes no se estaría considerando el mismo nivel de peligro.

Se conoce que el movimiento del suelo se atenúa con la distancia al foco de manera que las componentes de periodo corto decaen con más rapidez que las componentes de periodo largo. Es por esta razón que los espectros cambian de forma con la distancia al foco (Fig. 1). Por tanto es necesario considerar en la forma espectral esta variación en el intento de obtener ordenadas espectrales asociadas al mismo valor de probabilidad de excedencia.

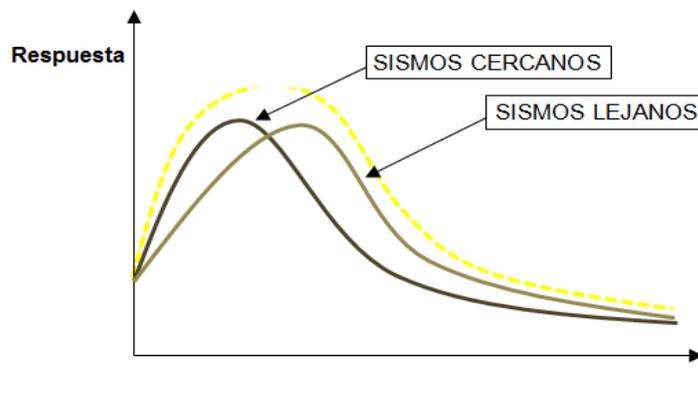


Figura 1. Efecto de la distancia epicentral en las ordenas espectrales

Los terremotos severos recientes han confirmado la fuerte influencia del comportamiento inelástico de los suelos en las aceleraciones de superficie. Si la aceleración de la roca es baja, entonces es probable que el suelo se comporte elásticamente, sin daño en su estructura interna. En este caso existiría proporcionalidad entre la aceleración máxima en roca y el valor máximo de la aceleración en la superficie. En terremotos severos, con aceleraciones altas en roca, la estructura del suelo sufrirá daño y entrará en régimen inelástico con la consiguiente disminución de la aceleración máxima en superficie.

3. CÁLCULO DE ORDENADAS ESPECTRALES PROBABILÍSTICAS

Para determinado evento sísmico, la probabilidad de que el valor de una ordenada espectral $SA(T_n)$, exceda un valor específico Sa^* , se calcula por el teorema de probabilidades totales [2] como:

$$P[SA(T_n) > Sa^*(T_n)] = \int \int P[SA(T_n) > Sa^*(T_n) | m, r] f_M(m) f_R(r) dm dr \quad (1)$$

Donde $P[SA > Sa^* | m, r]$ se obtiene de la relación de atenuación de ordenadas espectrales y $f_M(m)$ y $f_R(r)$ son las funciones de densidad de probabilidades para la magnitud y la distancia.

La razón promedio de excedencia puede estimarse como:

$$\lambda_i^* = \sum_{j=1}^{N_S} \sum_{k=1}^{N_M} \sum_{l=1}^{N_R} v_j P[SA(Tn) > Sa^*(Tn) | m_k \cdot r_l] f_{M_j}(m_k) f_{R_j}(r_l) \Delta m \Delta r \quad (2)$$

donde: $m_k = m_o + (k * 0.05) - [(m_{max} - m_o) / (2 * N_M)]$
 $r_l = r_{min} + (\ell - 0.5)(r_{max} - r_{min}) / N_R$
 $\Delta m = (m_{max} - m_o) / N_M$ y $\Delta r = (r_{max} - r_{min}) / N_R$

Además la probabilidad de excedencia de $Sa^*(Tn)$ en un periodo de tiempo t será:

$$P[SA(Tn)_t \geq Sa^*(Tn)] = 1 - e^{-\lambda_i^* \cdot t} \quad (3)$$

Finalmente, el número de sismos anuales correspondientes a la ordenada espectral $Sa^*(Tn)$ sería calculada como:

$$\lambda_i^* = - \frac{\ln(1 - P[SA(Tn)_t \geq Sa^*(Tn)])}{t} \quad (4)$$

4. PROPUESTA DE ZONIFICACIÓN Y VALORES ESPECTRALES

La Fig. 2 muestra los mapas de ordenadas espectrales en roca para periodos estructurales de 0, 0.2 y 1 segundos. Estos mapas, los primeros obtenidos en el Perú, fueron elaborados por Monroy y Bolaños [3] en el año 2004.

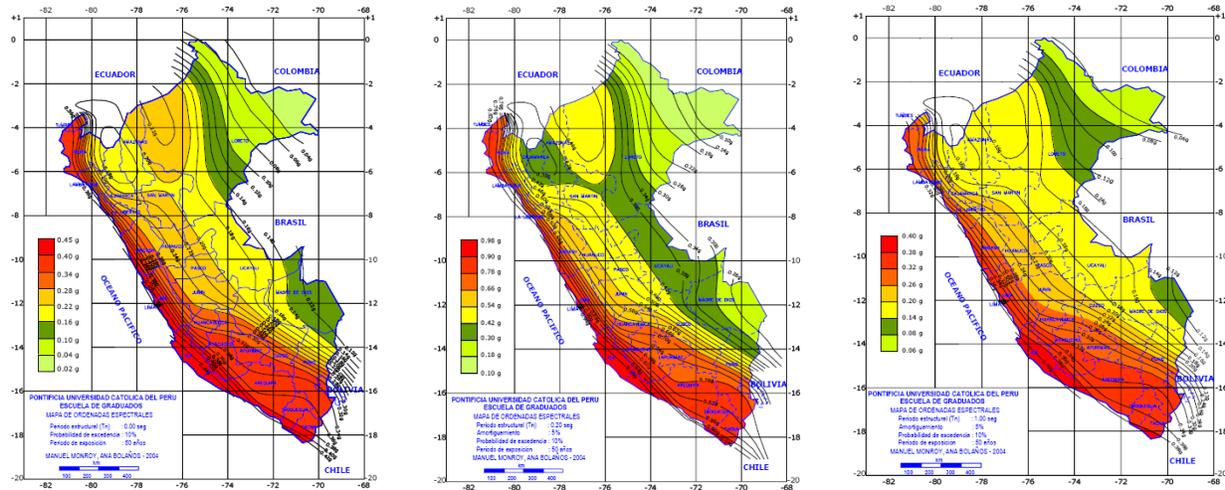


Figura 2. Mapas de ordenadas espectrales con diferentes periodos estructurales para Perú, 2004.

Para considerar la diferencia entre la atenuación de las ordenadas espectrales Monroy y Bolaños usaron la ley de atenuación de Young et al. (1997), que se muestra a continuación:

$$\ln(Sa) = 0.2418 + 1.414M + C1 + C2(10 - M)^3 + C3 * \ln(R + 1.7818e^{0.554M}) + 0.00607H + 0.3846Zt \quad (5)$$

Para obtener los valores de aceleraciones espectrales en roca se puede utilizar los mapas de isoaceleraciones espectrales (Fig. 2). Sin embargo, por simplicidad se propone utilizar las zonas

de la actual Norma Peruana de Diseño Sismorresistente [1] junto a los valores espectrales para 0.2 y 1 seg. , S_S y S_1 , obtenidos de los mapas referidos como valores promedio (Tabla 1).

Tabla 1. Aceleraciones espectrales para periodos estructurales de 0.2 segundos (S_S), 1 segundo (S_1) y parámetro Z (PGA) para las tres zonas sísmicas del territorio peruano.

	S_S	S_1	Z (PGA)
Costa	1	0.42	0.4
Sierra	0.75	0.31	0.3
Selva	0.375	0.16	0.15

5. PROPUESTA PARA INCOPORAR LOS EFECTOS DE SITIO

El cociente entre los valores espectrales en superficie y en roca cambia según el perfil de suelo, periodos estructurales y tamaños del evento sísmico. Para considerar el efecto del perfil de suelo, es necesario establecer una clasificación sencilla de los suelos y asignarles los factores de amplificación respectivos.

Se propone usar una versión simplificada del estándar ASCE 7-05 [4], según la cual para clasificar el estrato se debe estudiar los 30 metros superiores. En todos los casos se debe evaluar un parámetro representativo y según su valor, adoptar un tipo de estrato. El valor característico del suelo podrá ser calculado utilizando una de tres alternativas. La primera alternativa utiliza la media armónica de valores de N (resultado del ensayo SPT) para todo tipo de suelo. La segunda alternativa utiliza la media armónica de valores de N suelos granulares y la media armónica de los valores de resistencia al corte no drenado (s_u) para suelos cohesivos. La tercera alternativa utiliza la media armónica de los valores de velocidad de onda de corte en cada estrato (v_{si}).

Tabla 2. Factores de amplificación de suelo F_a y F_v

Clase de sitio	Zona Tipo de Suelo	Costa		Sierra		Selva	
		F_a	F_v	F_a	F_v	F_a	F_v
A	Roca Dura	1	1.4	1.1	1.5	1.1	1.4
B	Roca Moderadamente dura						
C	Roca Suave, Suelo Denso						
D	Suelo Rígido	1	1.6	1.2	1.8	1.3	1.9
E	Suelo Blando, Arcilla	0.9	2.4	1.2	2.6	1.7	3
F	Requiere estudio de sitio	-	-	-	-	-	-

Los valores de aceleración espectral en roca para 0.2 y 1 segundos (S_S y S_1) son modificados por el perfil de suelo y en la superficie las nuevas ordenadas espectrales S_{DS} y S_{D1} pueden expresarse mediante factores de amplificación (F_a y F_v) como $S_{DS} = F_a * S_S$ y $S_{D1} = F_v * S_1$. La Tabla 2 muestra los valores de F_a y F_v propuestos para las tres zonas. Estos valores están basados en ASCE 7-05 y en la distribución en territorio peruano de la aceleración pico en roca.

6. PROPUESTA DE NUEVOS ESPECTROS

6.1 Esquema general adoptado

La Fig. 3 muestra la forma del espectro propuesto, adoptado del ASCE. Para construir este espectro es necesario tener ordenadas espectrales y factores de amplificación de suelo correspondientes a periodos especiales, los cuales llamaremos periodos ancla.

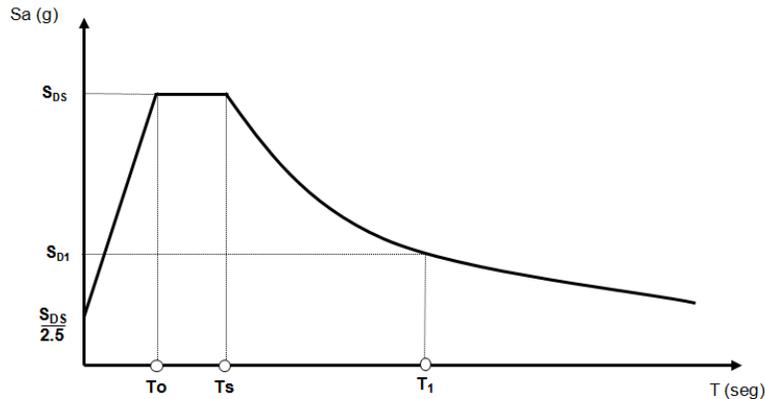


Figura 3. Espectro de peligro sísmico ASCE/SEI-7-05

6.2 Periodos ancla y forma espectral

El espectro se construye utilizando ciertos periodos ancla: $T_0=0.2 S_{D1}/S_{DS}$, $T_S= S_{D1}/S_{DS}$ y $T_1 =1$ segundo con sus correspondientes valores de pseudoaceleración (S_{DS} y S_{D1}). Luego, para cada rango de periodos se establecen funciones de interpolación sencillas.

El tramo inicial del espectro es una recta definida que va desde $0.4 S_{DS}$ (para $T=0$) hasta S_{DS} (para $T=T_0$). La plataforma, localizada entre $T=T_0$ y $T=T_S$, es el límite máximo de aceleraciones para periodos cortos y toma un único valor $S_a = S_{DS}$. Por último, el tramo curvo del espectro que comprende valores de T mayores a T_S , se calcula como $S_a = S_{D1} / T$.

7. COMPARACIÓN CON LOS ESPECTROS DE LA ACTUAL NORMA PERUANA

Se compararon los valores espectrales de los perfiles A/B/C, referidos como “suelo bueno”, con los correspondientes valores del perfil S1 de la actual norma. De manera similar se compararon los resultados del perfil tipo E, referidos como “suelo malo”, con el perfil S3 de la norma actual. Debido a la distinta naturaleza del método de clasificación, no necesariamente un suelo S1 de la norma actual clasificaría como uno A/B/C en esta propuesta.

La Fig. 4 muestra que, para periodos cortos, las ordenadas espectrales de la norma y la propuesta son similares mientras que para periodos medios y largos, las ordenadas de la propuesta son del orden de 30% mayores a los valores de la norma. En la costa, para periodos cortos, los valores propuestos son menores a los correspondientes de la norma (del orden del 50% menos) y para periodos medios y largos esta diferencia se reduce al 25% aproximadamente. En la sierra, la respuesta espectral propuesta es menor en 15% que la norma, para todo el rango de periodos. En la selva, para periodos cortos, la propuesta supera en 20% a la norma, y para periodos medios y largos los valores son similares.

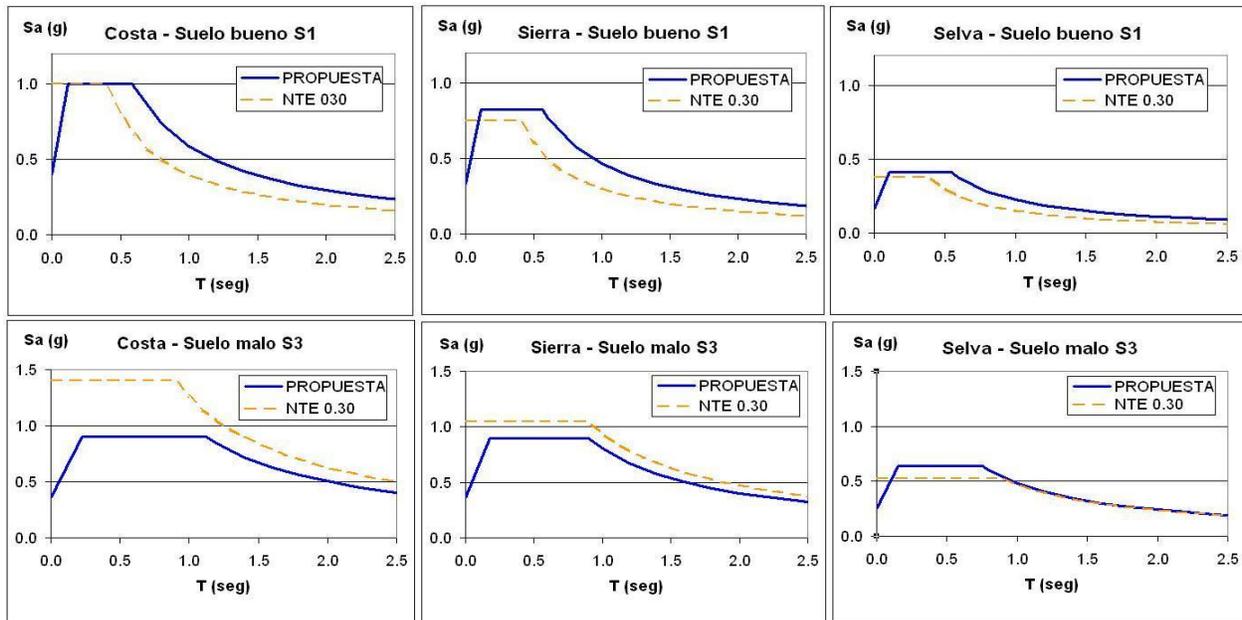


Figura 4. Comparación de espectros de diseño NTP-E.030 vs Propuesta en suelo bueno y malo

7. CONCLUSIONES

- Los espectros de diseño de la actual Norma Peruana de Diseño Sismorresistente no incorporan el comportamiento inelástico de los suelos, ni tampoco la diferente atenuación que sufren las ordenadas espectrales con la distancia a las fuentes. La presente propuesta de espectros de diseño ha tratado de incorporar de manera sencilla ambos efectos.
- El nuevo sistema de clasificación de suelos que se propone permite una clasificación más objetiva que la norma actual, sustentada en valores representativos del estrato.
- En suelos buenos, los valores espectrales propuestos son similares a los de la actual norma para periodos cortos y más altos para periodos medios y largos.
- En suelos malos, la relación entre los valores espectrales depende de la zona sísmica. La propuesta presenta una reducción considerable de aceleraciones espectrales para la costa, una reducción moderada para la sierra, y un pequeño aumento para la selva.

REFERENCIAS

- [1]. SENCICO, Norma Técnica de Edificación E.030 Diseño Sismorresistente, *Reglamento Nacional de Construcciones*, 2003.
- [2]. Algermissen S.T. & Leyendecker E.V., A technique for uniform hazard spectra estimation in the US. *Tenth World Conference on Earthquake Engineering*. pp 391-397, 1992.
- [3]. Monroy M., Bolaños L., *Espectros de Peligro Sísmico Uniforme – Programa MRiesgo*, Tesis para el grado de Magíster en Ingeniería Civil, Pontificia Universidad Católica del Perú, 2004.
- [4]. American Society of Civil Engineers, *ASCE/SEI Standard 7-05: Minimum Design Loads for Buildings and other Structures*, pp 109-117, 205-206, Reston, Virginia, 2006.

CORRELACIÓN DAÑO Vs. RAZON DE RIGIDECES α PARA EDIFICIOS DE CONCRETO ARMADO BASADOS EN CURVAS DE CAPACIDAD

Rafael Torres

Zully León

Julio Flórez

rafaeltorres@ula.ve

zullymarbelia@hotmail.com

iflorez@ula.ve

Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes Núcleo La Hechicera, Mérida-Venezuela

Resumen. *En la actualidad se desarrollan procedimientos de Diseño Sísmico Basado en Desempeño DSBD, teniendo como objetivo el diseño de estructuras que tengan un desempeño esperado ante las diferentes sollicitaciones sísmicas que pudieran ocurrir durante su vida útil, hasta alcanzar un estado límite específico denominado nivel de desempeño. Un índice de desempeño que tiene especial interés de estudio es el índice de daño.*

En este trabajo se correlaciona el índice de daño con la razón de rigidez de post-fluencia a rigidez inicial α obtenida de la curva de capacidad de la estructura. Las curvas de capacidad estructural se determinaron mediante el análisis elástico e inelástico de cinco edificios de concreto armado simétricos diseñados bajo la normativa actual.

*Basados en la Teoría del Daño Concentrado fundamentada en la Mecánica del Daño Continuo, la Mecánica de la Fractura y el concepto de rótula plástica, implementados en el programa Portal de Pórticos **PDP** desarrollado en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes y disponible en la página Web <http://portaldeporticos.ula.ve>, se logró localizar y cuantificar el daño en las estructuras estudiadas, obteniéndose una correlación entre la razón de rigideces α y el daño.*

Palabras claves: Portal de pórticos, rigidez de post-fluencia, diseño sísmico basado en desempeño.

1. INTRODUCCIÓN

Los criterios actuales utilizados para el diseño de estructuras resistentes a sismos, permiten que se disipe parte de la energía inducida por los sismos a través de incursiones en el rango no lineal de comportamiento de los elementos estructurales, es decir, se acepta que las estructuras

experimenten algún tipo de daño bajo la acción de sismos intensos. En la actualidad se están desarrollando e implementando procedimientos de DSBD, teniendo como objetivo el diseño de estructuras que tengan un desempeño esperado ante las diferentes sollicitaciones sísmicas que se pudieran esperar durante su vida útil, hasta alcanzar un estado límite específico, denominado nivel de desempeño. Para establecer niveles de desempeño, se debe tener presente fundamentalmente el nivel de daño en los diferentes elementos estructurales.

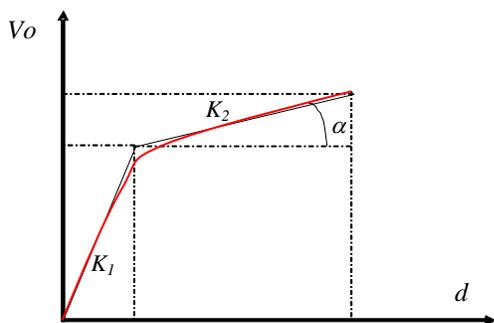
El daño en un pórtico de concreto armado se caracteriza por la densidad de micro grietas alcanzadas por las vigas y columnas que conforman los pórticos y se mide con índice de daño. Valores de índice de daño menores a 0.1 corresponden a una estructura sin daño o con poco agrietamiento, entre 0.10 y 0.30 a daño bajo o menor, de 0.30 a 0.50 corresponden a un daño moderado reparable, entre 0.5 y 0.7 a daño severo, irreparable, esto es la estructura permanece en pie, pero con colapso incipiente, mientras que valores mayores que 0.70 corresponden a daños graves que conllevan al colapso de la estructura.

El estudio del daño en el presente trabajo está basado en la mecánica de la fractura y la teoría del daño continuo. Estas teorías fueron desarrolladas en el marco de los medios continuos sólidos. Los trabajos de Griffith desarrollados en el Reino Unido y publicados en 1921 y 1924 marcaron el comienzo de la mecánica de la fractura, aunque su desarrollo pleno se realizó en la segunda mitad del siglo XX. Fue Irwin, en los Estados Unidos, quién retomó los conceptos de Griffith, treinta años más tarde y formuló las bases de la mecánica de la fractura moderna. Flores Julio [1] escribió la primera monografía dedicada a la mecánica de la fractura para pórticos.

En la mecánica de la fractura frágil y la teoría del daño continuo, se supone el material elástico, pero se admite la existencia de fisuras microscópicas que pueden propagarse, lo que conlleva a la disminución de la resistencia y de la rigidez de la estructura, y eventualmente el colapso.

Mediante el uso del programa **PDP**, aplicando el método del empujón, se determinan las curvas de capacidad de las estructuras estudiadas, obteniéndose posteriormente las rigideces inicial y de post-fluencia mediante el empleo del método bilineal propuesto por FEMA-273 [2].

Se define α como la razón entre la rigidez del edificio con daño y la rigidez del edificio sin daño ($\alpha = \text{Rigidez de post-fluencia} / \text{Rigidez inicial} \leq 1.0$); $\alpha = 1.0$ representa un edificio con comportamiento completamente elástico, sin daño, valores de $\alpha < 1.0$ corresponden a edificios que presentan cierto nivel de daño. Al aumentar el daño, disminuye la rigidez post-fluencia, existiendo un comportamiento inverso entre el daño y la razón α . En la figura 1 se muestra la curva de capacidad y su correspondiente representación bilineal, logrando así establecer la razón de rigideces α calculada con la ecuación (1) para cada nivel de daño considerado.



$$\alpha = \frac{K_2}{K_1} = \frac{m^* \omega_{n2}^2}{m^* \omega_{n1}^2} = \frac{m^* \left(\frac{2\pi}{T_2}\right)^2}{m^* \left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 \quad (1)$$

Figura 1- Representación bilineal de la Curva de Capacidad, **Vo**: cortante basal, **d**: desplazamiento del último piso, α razón de rigideces

- α = razón de rigidez de postfluencia a rigidez inicial
- K_1 = rigidez inicial, pendiente inicial del ajuste bilineal (elástica)
- K_2 = rigidez de postfluencia, pendiente final del ajuste bilineal (inelástica)
- m = masa de la estructura
- ω_{n1}, ω_{n2} = frecuencia natural de la estructura sin daño (elástico) y con daño (inelástica)
- T_1, T_2 = período de la estructura sin daño (elástico) y con daño (inelástico)

2. DISEÑO SÍSMICO POR DESEMPEÑO

En el documento Vision 2000 [3] se formalizaron los procedimientos de DSBD en los Estados Unidos. En este documento, los niveles de desempeño, conocidos como estados límite en los reglamentos actuales, son la representación del estado de daño máximo aceptado en una estructura. Por su parte los niveles de diseño sísmico representan el nivel de peligro sísmico del sitio donde se ubicará la estructura. Los niveles de peligro sísmico están representados por el periodo de retorno o la probabilidad de excedencia de cierta intensidad sísmica específica. El concepto de objetivos de diseño, relaciona los niveles de desempeño y de diseño sísmico.

Las definiciones anteriores se ilustran en la figura 2, que representa la matriz de objetivos de diseño para edificios, cada una de las casillas de esta matriz representa un objetivo de desempeño, correspondiente a una intensidad sísmica y a un estado de daño aceptable para un tipo de estructura.

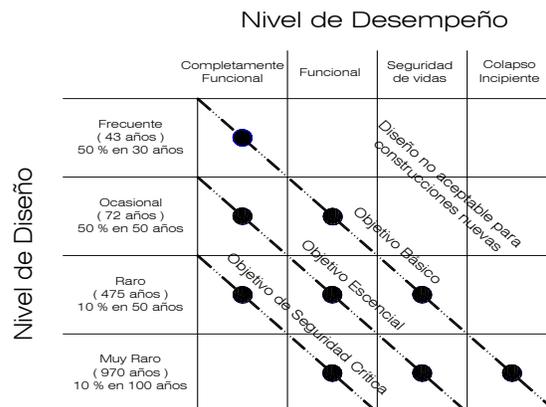


Figura 2- Matriz de objetivos de diseño sísmico basados en desempeño. Vision 2000 (SEAOC, 1995)

3. TEORÍA DEL DAÑO CONCENTRADO

En esta sección se introduce un resumen de los aspectos más relevantes de la teoría del Daño Concentrado, una descripción detallada de este modelo y de su implementación numérica se encuentra en Flores Julio [2].

- a) Cada miembro del pórtico es considerado como un ensamblaje de una viga-columna elástica, entre dos rótulas plásticas donde se consideran concentrados todos los efectos inelásticos.



Figura 3- El Agrietamiento del concreto, se concentra en las rótulas plásticas

- b) Se define el daño como una fracción disminuida de la rigidez, después de haber sucedido cierto agrietamiento. Para caracterizar el daño, en secciones asimétricas, se introducen dos grupos de variables internas que representan las acciones positivas y negativas respectivamente:

$$D^+ = (d_i^+, d_j^+) \quad (2)$$

$$D^- = (d_i^-, d_j^-) \quad (3)$$

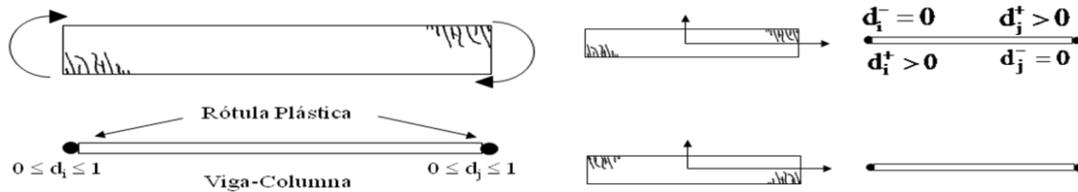


Figura 4- Representación del daño en un miembro de concreto armado

Cuando un elemento de pórtico está sometido a cargas que cambian de signo (histeréticas) aparecen dos conjuntos de grietas distintas, una debido al momento positivo (daño positivo) y otras producidas por el momento negativo (daño negativo). Estos parámetros de daño pueden tomar valores entre 0 y 1, tal que 0 representa una rótula intacta y 1 una rótula totalmente dañada sin ninguna rigidez.

- c) La determinación de los desplazamientos, deformaciones, esfuerzos internos, daño positivo y negativo, rotaciones plásticas y fuerzas en los extremos de los miembros, es lograda resolviendo el sistema que conforman las ecuaciones de compatibilidad, las ecuaciones de equilibrio y la ley de comportamiento del miembro degradable, la cual a su vez consiste en una ley de estado, las funciones de fluencia, de daño y las leyes de evolución de las rotaciones plásticas y del daño. Para describir la evolución del daño se utiliza el criterio de Griffith, aplicando este criterio se obtiene una relación entre los momentos y las correspondientes variables de daño.
- d) Numéricamente el problema se resuelve empleando el programa **PDP**, disponible en la página Web <http://portaldeporticos.ula.ve>.

El modelo así descrito permite la cuantificación de los daños positivos y negativos en los extremos de todos los miembros de un pórtico de concreto armado, al ser sometido a un movimiento sísmico preestablecido.

4. METODOLOGÍA

El trabajo fue realizado considerando cinco edificios regulares de concreto armado, con la altura de entrepiso de 3.00 m y variando el número de niveles de uno a cinco, con un solo vano de 5 m en ambas direcciones y losa nervada armada en dos direcciones de 30 cm de espesor.

Las secciones de los elementos estructurales de los edificios regulares fueron diseñadas conforme a la normativa actual. Las áreas de acero y dimensiones finales de los elementos fueron optimizadas para tener la menor sobrerresistencia posible. Los datos se introdujeron en el programa **PDP** imponiéndose una historia de desplazamientos en el último nivel, obteniéndose para cada pórtico la curva de capacidad, esta curva está relacionada directamente con el daño acumulado en cada elemento del pórtico durante toda la historia de desplazamientos impuestos.

En la figura 5 se muestra detalladamente el procedimiento indicado anteriormente, para un daño acumulado de 20% y 40% en un pórtico de cinco niveles, con sus correspondientes

representaciones bilineales y los valores de razón de rigideces α asociadas de 0,242 y 0,089 respectivamente. Es evidente que al aumentar el daño disminuye la razón de rigideces α .

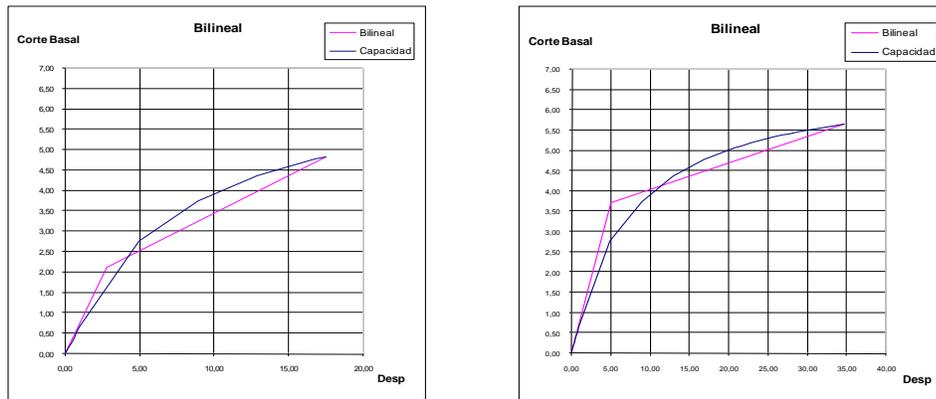


Figura 5- Curva de capacidad y representaciones bilineales para daños acumulados de 20% y 40%

En la figura 6 se muestra un gráfico que relaciona el daño y la razón de rigideces α correspondiente a un pórtico de 5 niveles.

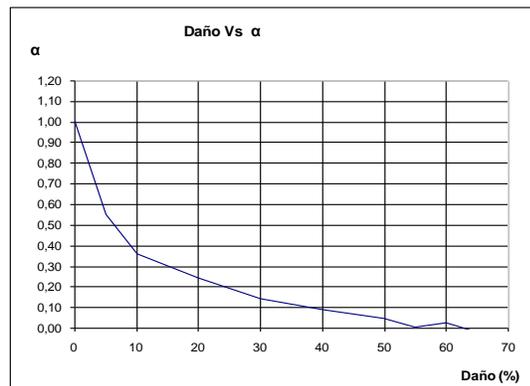


Figura 6- Relación daño vs. α , para un pórtico de cinco niveles con desplazamientos impuestos en el nivel azotea

En la tabla 1 se indican los valores de daño y los correspondientes valores de α obtenidos en los pórticos de 1 a 5 niveles analizados.

Tabla 1. Razón de rigideces α para diferentes valores de daño en pórticos de 1 a 5 niveles

1 Nivel		2 Niveles		3 Niveles		4 Niveles		5 Niveles	
d (%)	α	d (%)	α	d (%)	α	d (%)	α	d (%)	α
0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000
5	0,845	5	0,637	5	0,795	5	0,819	5	0,549
10	0,695	10	0,618	10	0,684	10	0,684	10	0,359
20	0,321	20	0,398	20	0,442	20	0,440	20	0,242
30	0,080	30	0,374	30	0,295	30	0,295	30	0,144
40	0,074	40	0,112	40	0,164	40	0,164	40	0,089
50	0,060	50	0,062	50	0,082	50	0,081	50	0,048
55	0,047	55	0,061	55	0,058	55	0,058	55	0,007
60	0,016	60	0,048	60	0,050	60	0,001	60	0,025

5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Una vez obtenidos los datos que relacionan el daño y la razón de rigideces α en los 5 pórticos, se estableció una ecuación con carácter preliminar que permita determinar la razón de rigideces α en función del daño. Los datos de la tabla 1 se plotearon en el espacio **daño vs α** y se realizaron varios ajustes: lineal, exponencial, potencial y logarítmico.

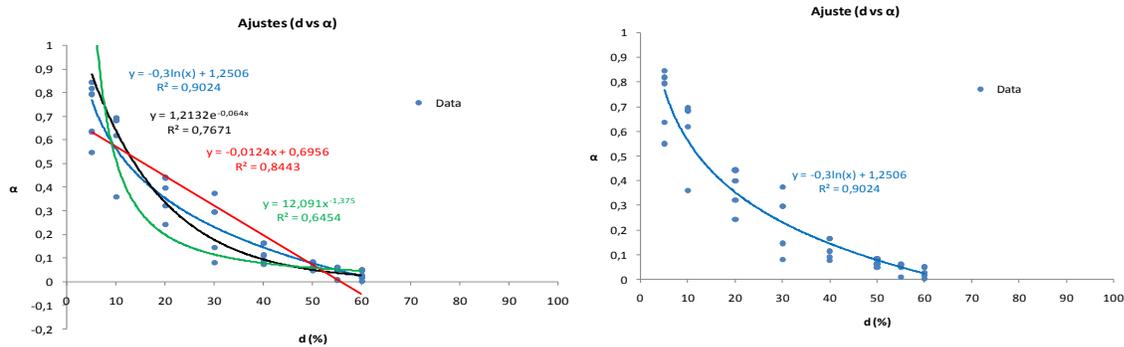


Figura 7- Izquierda: Ajustes lineal, exponencial, potencial y logarítmico (ecuaciones de los diferentes ajuste y valores de R^2), Derecha: solo ajuste logarítmico

Los resultados obtenidos del ajuste para cada pórtico se observan en la figura 6, el mejor valor obtenido de R^2 (más cercano a la unidad) resultó para el ajuste logarítmico.

$$\alpha = -0,30 \ln [d(\%)] + 1,2506 \quad (4)$$

CONCLUSIONES

Como resultado de la investigación se presenta una ecuación preliminar que relaciona el daño con la razón de rigidez α , esta relación puede ser usada para la elaboración de espectros de daño de gran utilidad en el diseño sísmico basado en desempeño.

Se sugiere continuar con la investigación incorporando edificios de mediana altura, trabajando con curvas de comportamiento aplicando la metodología sugerida por Ayala [4].

REFERENCIAS

- [1] Flórez L., Julio (1999). "Plasticidad y fractura en estructuras aporricadas". Monografías de Ingeniería Sísmica CIMNE IS-35. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, España.
- [2] FEMA-273 (1997), Federal Emergency Management Agency, "The NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings", Washington, D.C., Federal Emergency Management Agency.
- [3] SEAOC (1995), "Vision 2000, Performance Based Seismic Engineering of Buildings", Structural Engineers Association of California, Sacramento, Cal.
- [4] Ayala, G. (2001), "Evaluación del desempeño sísmico de estructuras –Un Nuevo Enfoque", Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, 17, 3, pp. 285-303.

ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA DINÁMICA EN LA ESTRUCTURA BASE DE UNA PLATAFORMA GIROESTABILIZADA

José M. Segnini

Franco Della Prugna

jmsegnini@cida.ve, josesegnini@ula.ve

dellap@cida.ve

Centro de Investigaciones de Astronomía (CIDA).

Av. Alberto Carnevalli, Sector La Hechicera, Edificio CIDA, Mérida-Venezuela.

Mary Vergara

Sebastián Provenzano

vmary@ula.ve

prse@ula.ve

Grupo DIMMA, Escuela de Ingeniería Mecánica, Universidad de los Andes.

Núcleo la Hechicera, Edificio B de ingeniería, Mérida-Venezuela.

Resumen. *La necesidad de colocar una plataforma estabilizada para los dispositivos de reconocimiento aéreos, surge de los continuos e inevitables movimientos de la aeronave, causados por las vibraciones, la turbulencia y el viento, que pueden desviar del Nadir el eje de visión de la cámara. En este proyecto se realizará un análisis dinámico numérico de la estructura base de la plataforma, de manera de poder interpretar las fuerzas producidas por los motores de la aeronave, que a su vez son transmitidas a la estructura por el fuselaje y así recomendar un dispositivo que disminuya el efecto de dichas fuerzas transmitidas a la plataforma. La estructura base fue diseñada para soportar y sostener la plataforma giroestabilizada. El problema principal de esta estructura es su bajo nivel de amortiguamiento cuando esta sometida a vibraciones. Para ello, se realizan tres propuestas de diseño que pudieran mejorar dicho amortiguamiento. Estas propuestas se analizaron mediante simulaciones dinámicas con el paquete computacional MSC ADAMS[®]. Algunos de los datos usados en los modelos desarrollados se tomaron de la literatura y otros fueron obtenidos a través de mediciones directas. Para la creación del modelo geométrico se usó el paquete computacional Autodesk Inventor. Los análisis dinámicos mostraron que sólo una propuesta obtuvo resultados que pudieran mejorar el problema inicial, basado en éstos se realizó un análisis estructural mediante el método de elementos finitos (fem) a la propuesta final con el paquete computacional ANSYS[®] Multyphysics.*

Palabras Clave: Análisis Dinámico, Estructura, Plataforma giroestabilada, Vibraciones, FEM.

1. INTRODUCCIÓN

La giroestabilización de plataformas es un tema que gana terreno día a día. Las fuerzas armadas, las fuerzas de seguridad, entre otros, están incorporando a sus vehículos (aviones, helicópteros, lanchas, etc.) plataformas giroestabilizadas que les permite apoyar una cámara fotográfica de manera tal que puedan obtener una imagen libre de vibraciones y ruidos ^[1].

Históricamente, la firma alemana Carl Zeiss ha producido cámaras y ópticas para aerofotogrametría durante más de cuarenta años. Su modelo más famoso, el RMK TOP ^[7], sigue siendo una referencia mundial. Existen otras marcas comerciales que producen cámaras y plataformas giroestabilizadas como Leica con su modelo PAV30 ^[8], la firma Somag con la plataforma GSM3000 ^[9]. Sin embargo, debido al auge de la fotografía digital y a la creciente escasez de películas, también la fotografía aérea está dando el salto tecnológico hacia las herramientas digitales.

En el año 2007, en el Centro de Investigaciones de Astronomía “Francisco J. Duarte”, Della Prugna, et al ^[2]. Desarrollaron un proyecto que llevaba por nombre GrUpo de Adquisición con CÁmara Multiespectral Automatizada Y Aerotransportada (GUACAMAYA), en el cual se planteo el primer prototipo de una plataforma giroestabilizada desarrollado en el país. Dicha estabilización se lleva a cabo mediante el uso de tres giroestabilizadores (giróscopos) dispuestos ortogonalmente entre si, los cuales generan la inercia suficiente para compensar las rotaciones (ver fig. 1a). Seis meses después, Della Prugna, et al ^[3]. Desarrollaron otro prototipo que a pesar de tener el mismo principio de estabilización, era un modelo más elaborado que además no presentaba las limitantes de fabricación y ensamble que se encontraron en GUACAMAYA ^[2] (ver fig. 1b). En la figura 1 se muestra geometrías del 1er (fig. 1a) y 2do (fig. 1b) diseño descrito anteriormente.

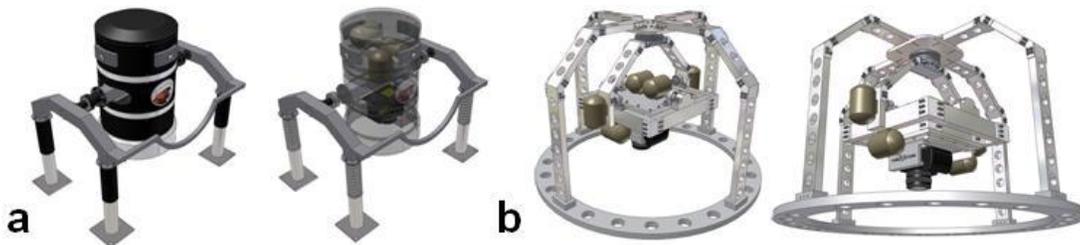


Figura 1. Geometrías propuestas en GUACAMAYA.

La necesidad de colocar los dispositivos de reconocimiento aéreos en una plataforma estabilizada, surge de los continuos e inevitables movimientos de la aeronave, causados por las vibraciones, la turbulencia y el viento, que pueden desviar del Nadir el eje de visión de la cámara. De los tres grados de libertad permitidos, las rotaciones, a saber, el cabeceo, el balanceo y la guiñada, deben ser compensadas para poder georreferenciar las imágenes con precisión y alcanzar la coincidencia en las áreas de solapamiento ^[2].

La plataforma giroestabilizada presenta buenos resultados a la hora de compensar los movimientos de cabeceo, balanceo y guiñada, su problema principal es su bajo nivel de amortiguamiento cuando esta sometida a vibraciones, que a lo largo del tiempo desvían del nadir el eje de visión de la cámara. Basado en esto, se pretende simular en paquetes computacionales comerciales las vibraciones producidas por el avión e interpretar sus efectos sobre la estructura

base de la plataforma, para así recomendar un dispositivo que reduzca dichas vibraciones. Para esto, se realizan tres propuestas de diseño que pudieran mejorar dicho amortiguamiento. Estas propuestas se analizaron mediante simulaciones dinámicas con el paquete computacional MSC ADAMS[®]. Una vez realizados los análisis dinámicos y después de haber seleccionado una de las propuestas, se procedió a realizar un análisis estructural mediante el método de elementos finitos (fem) con el paquete computacional ANSYS[®] Multyphysics. En la cual se estudian los modos de vibraciones y los desplazamientos presentes en la estructura.

2. DESARROLLO DEL MODELO

El prototipo digital de la estructura fue creado con el paquete computacional Autodesk Inventor. Este software posee una gran compatibilidad para importar datos con los programas MSC ADAMS[®] y ANSYS[®] Multyphysics.

2.1 Adquisición de datos.

Con un acelerómetro comercial modelo Mti ^[6] de la casa fabricante Xsen Technologies B.V. se obtuvo datos reales de aceleraciones producidas por una aeronave, medidos en una avioneta de las fuerzas armadas destinada para realizar reconocimiento aéreo.

2.2 Análisis Dinámico de la estructura original.

Una vez procesados los datos de entradas (aceleraciones) para realizar los análisis, se realizó un estudio dinámico de la plataforma original propuesta en GUACAMAYA ^[2], con el paquete computacional MSC ADAMS[®], para luego poder comparar estos resultados contra las futuras propuestas.

2.3 Diseño de propuestas.

Analizado el diseño inicial, se procedió a realizar algunas propuestas para mejorar la estructura de apoyo. Todas las propuestas contienen amortiguadores de bicicleta de montaña como elementos absorbentes de vibraciones, el principio de funcionamiento de estos dispositivos es la amortiguación por aire comprimido, y están diseñados para absorber impacto. La ventaja de este tipo de amortiguadores es su capacidad para controlar la presión de aire comprimido dentro del cilindro, lo que implica un cambio de sus constantes de rigidez (K) y amortiguamiento (C).



Figura 2. a) Diseño inicial. b) 1era propuesta. c) 2da propuesta. d) 3ra propuesta.

Los valores de rigidez y amortiguamiento fueron extraídos de lo reportado por Agilera, et al. (2007) [4] y lo publicado por la casa fabricante de amortiguadores para bicicletas german: A® [5].

La 1era propuesta (fig. 2b) es un diseño con una disposición de cuatros amortiguadores alineados a 45° con respecto a la horizontal, la 2da propuesta (fig. 2c) dispone de los mismos amortiguadores pero colocados en las barra verticales (patas) mientras que la tercera propuesta esta configurada con un sistema amortiguador-barra articulada (ver fig. 2d).

2.4 Análisis Dinámico de las propuestas

Para el estado de carga, se utilizaron cien datos reales correspondiente a 10 segundos de vuelo, que fueron adquiridos por el acelerómetro descrito en la sección 2.1. Las variables a estudiar son la constante de rigidez (K) y el coeficiente de amortiguamiento (C) así como el desplazamiento de la parte superior de la estructura con respecto al tiempo.

2.5 Análisis modal del diseño.

El diseño final, se analiza mediante el método de elemento finito con el paquete computacional ANSYS® Multyphysics, con el objetivo de conocer las frecuencias naturales que pudiesen afectar a dicha estructura. Para la implementación de este método, se considera Aluminio comercial 6061 como material utilizado. Se aplico un refinamiento de malla (ver fig. 3) en las zonas próximas a las discontinuidades. Las restricciones de movimiento se ubicaron en la parte inferior de los modelos, anulando los grados de libertad a la base con el fin de evitar rotaciones y desplazamientos. Mientras que, la carga se aplica en la parte superior del modelo, donde se apoya el equipo de adquisición de imágenes, y por ende, en donde se descarga el peso. La carga aplicada tiene un valor de 354 N. Equivalente a un peso de 36 Kg.



Figura 3. Mallado de la geometría y varios modos de vibración.

3. RESULTADOS Y DISCUSIONES

3.1 Análisis Dinámicos de las propuestas

En la figura 4 se observa como la propuesta que obtuvo el mejor comportamiento en cuanto al amortiguamiento antes las vibraciones, es la primera (ver fig. 2b). Las otras propuestas presentan las siguientes características: en la 2da propuesta los amortiguadores se encuentran

colocados en las barras verticales (ver fig. 2c), motivo por el cual dichos amortiguadores tienen que soportar mayor peso que los amortiguadores de la propuesta 1, lo que implica un aumento en la constante de rigidez, es decir, menor capacidad para disipar las vibraciones. En cuanto a la propuesta 3, las 4 barras articuladas que conectaban los miembros principales con las barras inclinadas (ver fig. 2d), al no tener ningún dispositivo reductor de vibraciones en las barras articuladas, parte de las vibraciones no se disipan.

A pesar de existir mucha discrepancia entre las respuestas de amortiguamiento de cada propuesta, todas presentaban mejoras significativas con respecto al modelo inicial.

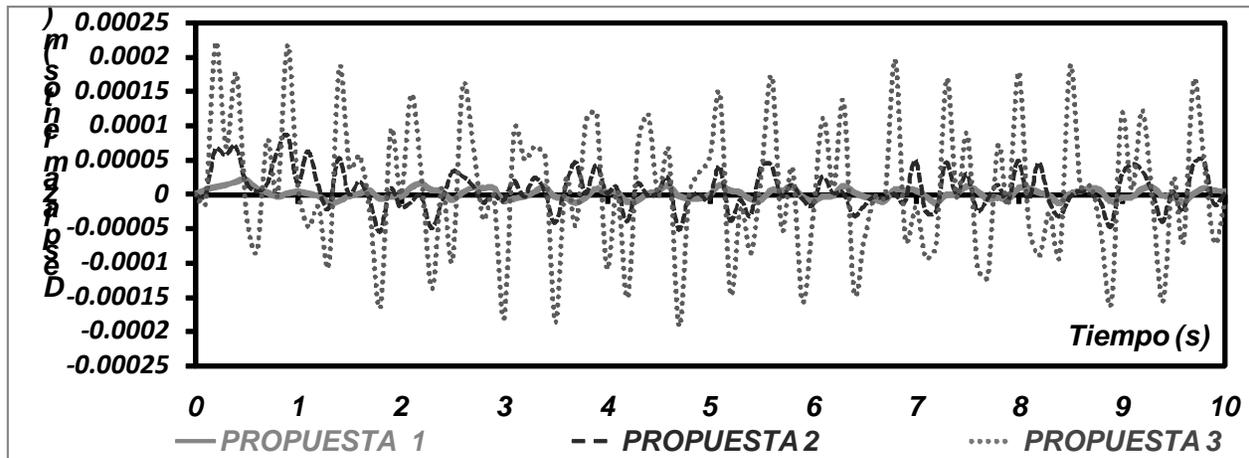


Figura 4. Desplazamiento de la placa superior de la estructura (m) v/s tiempo (seg).

3.2 Análisis modal del diseño.

Una vez seleccionado la propuesta 1, se procedió a analizarla estructuralmente mediante el método de elemento finito. En la figura 5 muestra las 10 primeras frecuencias naturales calculadas para el modelo inicial y la propuesta final.

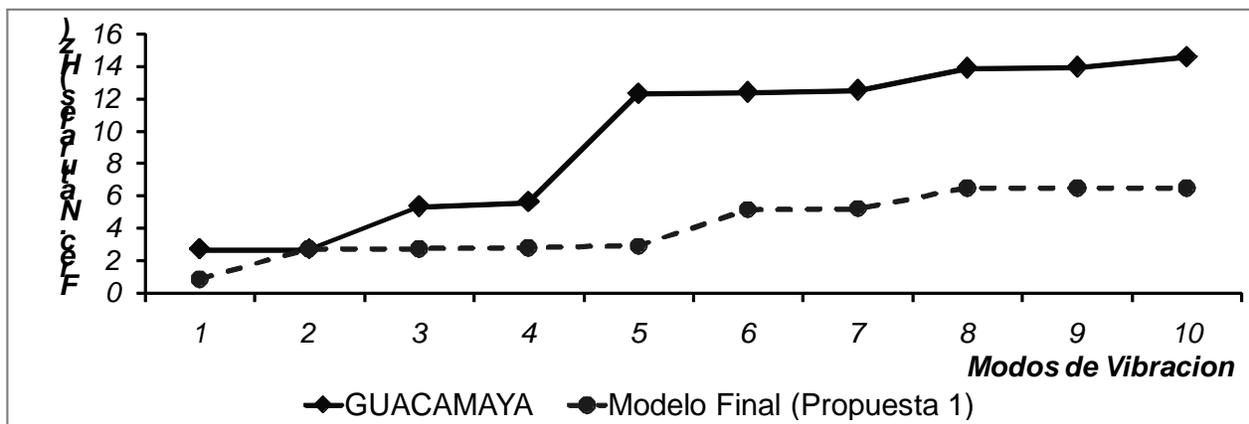


Figura 5. Grafica comparativa entre los modos de vibración del modelo inicial y el propuesto.

Estos resultados reflejan como un sistema con amortiguadores además de disminuir las magnitudes de las frecuencias naturales de la estructura, reducen significativamente los desplazamientos en los modos de vibración. Siendo estos factores determinantes para la reducción de las aceleraciones transmitidas a la placa superior de la estructura.

4. CONCLUSIONES

Se realizaron las pruebas dinámicas para cada una de las propuestas, de manera de poder comparar los desplazamientos presentes en la placa superior de las estructuras. Una vez analizadas todas las propuestas se concluye que el mejor diseño es la 1era propuesta (según se muestra en la fig. 4). Adicionalmente se realizó un análisis estructural para comparar esta propuesta con el diseño original, encontrándose que la propuesta seleccionada presentaba mejoras significativas no solo en la disminución de los desplazamientos sino también en la reducción de los modos de vibración, como se aprecia en la fig. 5, cuando la curva de frecuencias naturales presenta fracciones con pendientes cero, lo que indica que varios modos de vibración poseen el mismo valor.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1].Prado J., et al. **Sistema de adquisición de imágenes aéreas digitales de alta resolución.** SOMI XV Congreso Nacional de Instrumentación. Guadalajara, Jalisco. México. Octubre, 2000. Memorias del congreso.
- [2].Della Prugna F., et al. **GUACAMAYA: Grupo de Adquisición con Cámara Multiespectral Automatizada y Aerotransportada.** Cota: CIDA TC-542. Centro de Investigaciones de Astronomía. Merida-Venezuela. Abril 2007.
- [3].Della Prugna F., et al. **Diseño de plataforma Giroestabilizada.** Cota: CIDA TC-550. Centro de Investigaciones de Astronomía. Septiembre 2007.
- [4].Aguilera L., et al. **Simulación y control de una suspensión semiactiva: Caso de una bicicleta para descenso.** Acta universitaria: Dirección de investigación y postgrado. Universidad de Guanajuato. Vol.13. N° 3. Pág. 57-68. 2007.
- [5].German answer bike technology GmbH & Co. **Instruction manual rear suspensión AiR-force SLR.** (En línea). Mayo 2009. http://files.dahon.com/support/manuals/2009/components/german_a_rear_shock.pdf. Germany. 2009.
- [6].Xsen Technologies B.V. **MTi and MTx User Manual and Technical Documentation.** (En línea) Julio 2008. <http://eris.liralab.it/wiki/images/8/82/XsensMtx.pdf>. 2007. Netherlands.
- [7].RMK TOP. **Aerial Survey Camera System.** (En línea). Febrero 2008. <http://www.adimagesllc.com/rmk.htm>.
- [8]. PAV30. **Gyro-Stabilized Camera Mount.** (En línea). Febrero 2008. http://www.leica-geosystems.com/downloads123/zz/airborne/general/brochures/PAV30_Brochure.pdf
- [9].GSM 3000. **Gyro Stabilized Mount.** (En línea). Enero 2008. http://www.igi-systems.com/downloads/brochures/IGI_GSM3000.pdf

SIMULACION NUMERICA DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE TALUDES BAJO DIFERENTES CONDICIONES LOCALES

Roberto Torres-Hoyer

Eoly Infante

Maria Elisa Elberg

thorj@ula.ve

Grupo de Investigación en Geología Aplicada, GIGA

Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Geológica,

Departamento de Geomecánica. Núcleo La Hechicera, Edificio de Ingeniería, Ala Oeste, Nivel II.

Mérida, Venezuela.

Resumen. *Esta investigación tiene como objetivo principal analizar las condiciones locales en las respuestas sísmicas de los taludes ubicados en el Barrio San José de las Flores y en la Facultad de Medicina, en Mérida, Venezuela. La metodología seguida en este trabajo se basa en la recolección de muestras de suelo para ser analizadas por medio de ensayos de laboratorio y determinar los parámetros físicos del suelo en conjunto a la geometría y características principales de los taludes. Para la determinación de la influencia de la respuesta sísmica, utilizando el Método de Elementos Finitos se analiza el comportamiento de los suelos bajo efecto de un sismo. Los resultados indican que el suelo existente en las zonas estudiadas amplifica el efecto sísmico en determinados lugares y se establecen secciones de alta peligrosidad. Ambos taludes presentan desplazamientos cercanos a 30 cm en las zonas más vulnerables. Las conclusiones principales señalan que la simulación geomecánica permite obtener, diferenciar y cuantificar las zonas afectadas por el sismo. El suelo analizado es muy sensible a la acción de una vibración intensa por lo tanto los asentamientos humanos que allí se encuentra sufrirían graves daños, como grietas de importancia en las construcciones, deslizamientos del terreno y por ende pérdidas de vidas humanas.*

Palabras claves: *Simulación Geomecánica, Elementos Finitos, Sismo, Taludes*

1. INTRODUCCIÓN

Los movimientos telúricos son una problemática que ha azotado a la humanidad desde sus inicios, las consecuencias que trae consigo como desprendimientos de masas, fracturas, grietas, deslizamientos, daños en las edificaciones, vialidad, entre otras; y son variables difíciles de determinar. En este trabajo se crea un modelo adaptado a la realidad tomando en cuenta propiedades físicas y mecánicas de las zonas en estudio, para así generar una simulación sísmica con la ayuda del Método de Elementos Finitos. Los conceptos básicos de la formulación de este método han sido usados desde hace siglos, para encontrar la solución a problemas de Medicina por medio de discretizaciones espaciales y temporales para una posterior aproximación numérica. La idea general del Método de los Elementos Finitos es la división de un continuo por medio de un conjunto de elementos pequeños interconectados por nodos, generándose ecuaciones que rigen el comportamiento, pasando de un sistema de infinitos grados de libertad a uno con finitos grados de libertad regido por ecuaciones diferenciales lineales y/o no lineales. Esta investigación utiliza el programa comercial ABAQUSTM, que toma en cuenta una serie de parámetros como densidad, módulo de Young, relación de Poisson, porosidad, permeabilidad, elasticidad, plasticidad del suelo, los cuales definen el material. Es alimentado además con un conjunto de condiciones como gravedad, esfuerzos de presión por profundidad y restricciones en el movimiento y un sismo de características impulsivas, obteniendo valores de esfuerzos y desplazamientos, logrando concluir sobre los efectos de sitio en las zonas estudiadas para realizar las recomendaciones necesarias aplicadas al caso.

2. GENERALIDADES

El objetivo principal de esta investigación es analizar las condiciones locales en las respuestas sísmicas correspondientes a esfuerzos y desplazamientos de taludes ubicados en el Barrio San José de las Flores y de la Facultad de Medicina, de la ciudad de Mérida, Venezuela, por medio de la simulación geomecánica y el uso del Método de Elementos Finitos.

También se establecen mediante ensayos de laboratorio parámetros físicos del suelo como peso específico, contenido de humedad y relación de vacíos. Se determinan las dimensiones de los taludes para establecer la geometría y realizar el modelo de las zonas en estudio realizando una comparación entre los taludes de San José de Las Flores y Facultad de Medicina, de acuerdo con las respuestas de esfuerzos y desplazamiento obtenidas de las simulaciones. Ambas áreas de estudio se encuentran ubicadas en el Municipio Libertador de la ciudad de Mérida, estado Mérida, Venezuela.

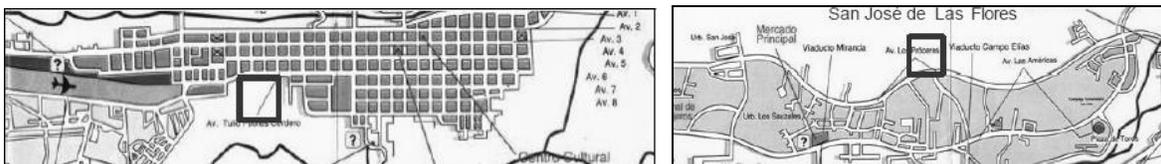


Figura 1 – Ubicación de talud de Facultad de Medicina (Izq.) y de San José de las Flores (Der.) en la ciudad de Mérida, Venezuela

3. MODELOS DE SIMULACION

La simulación geomecánica constituye una herramienta de gran importancia. Durante los últimos años se ha empleado el concepto de simulación para diversas aplicaciones. En el área de la Ingeniería Geológica, las simulaciones aplicables son de dos tipos, la Geoestadística referida al análisis de datos distribuidos espacialmente y la Geomecánica referida a la aplicación de modelos matemáticos a elementos continuos. Este estudio considera esta última aplicando la hipótesis de que las propiedades mecánicas de los suelos son homogéneas e isotrópicas, se supone además que el material está libre de zonas de debilidades, como fallas, fracturas, diaclasas, deslizamientos, entre otras, que alteren las condiciones originalmente dadas.

La geometría de los taludes estudiados fue realizada considerando longitudes y composición del terreno, verificado en mapas y en campo, considerando longitudes y mediciones in situ e identificando las zonas de mayor peligrosidad, tomando modelos bidimensionales con características de suelo y roca de los medios naturales estudiados.

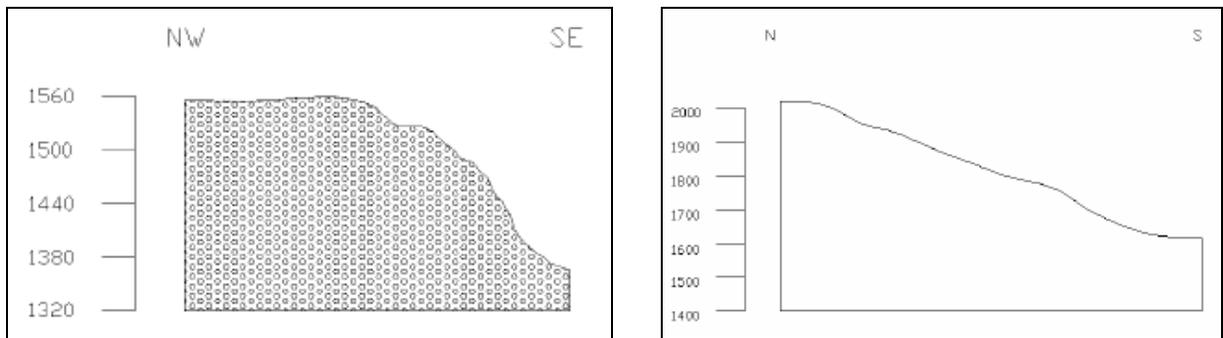


Figura 2 – Geometría de Taludes de Facultad de Medicina y San José de las Flores

La Figura 3 muestra la geometría y dimensiones de los taludes estudiados, con la respectiva división en trazas verticales para la inclusión de propiedades iniciales para el análisis geostático que garantiza el equilibrio del modelo.

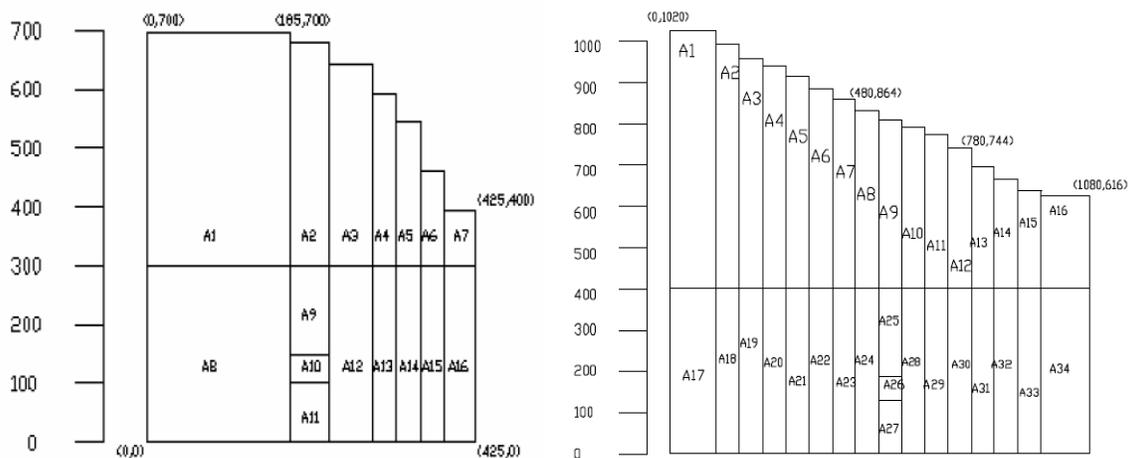


Figura 3 – Geometría en trazas verticales

Los valores de las características de los materiales fueron obtenidos con los ensayos realizados en laboratorio de las muestras recolectadas.

Tabla 1- Características geomecánicas de los materiales que componen los taludes en estudio.

TALUD San José de las Flores	LIMITE LIQUIDO	20,44%	TALUD Facultad de Medicina	LIMITE LIQUIDO	38.7 %
	LIMITE PLASTICO	18,03%		LIMITE PLASTICO	13.52 %
	INDICE PLASTICO	18		INDICE PLASTICO	24.58
	DENSIDAD	2200 Kg/m3		DENSIDAD	2200 Kg/m3
	MODULO DE YOUNG	2E9 Kg/m2		MODULO DE YOUNG	2E9 Kg/m2
	RELACION DE POISSON	0,29		RELACION DE POISSON	0.46
	DENSIDAD	3100 Kg/m3		DENSIDAD	9810 Kg/cm3
BASAMENTO San José de las Flores	MODULO DE YOUNG	3E9 Kg/cm2	BASAMENTO Facultad de Medicina	MODULO DE YOUNG	3,00E+11
	RELACION DE POISSON	0.15		RELACION DE POISSON	0.15

4. SISMISIDAD Y ACELEROGRAMA APLICADOS

Este estudio realiza con la aplicación de un sismo de foco superficial y de características impulsivas. Estos sismos presentan episodios súbitos y violentos de fracturación de la roca acompañado por el proceso de deformación de la corteza.

Se utiliza en acelerograma que revela aspectos del movimiento sísmico: aceleración máxima del terreno, períodos de las ondas predominantes, relación entre las amplitudes de las oscilaciones verticales y horizontales, duración de la fase de movimiento intenso y distancias epicentral.

Se muestra en la figura 4 el acelerograma del sismo de Valparaíso ocurrido en 1971, Chile Central con 7.5 en la escala de Richter, el cual es aplicado en esta investigación.

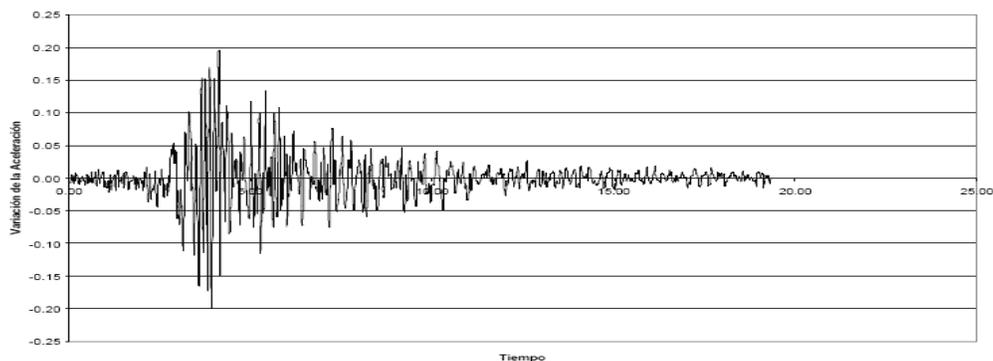


Figura 4 – Acelerograma de Valparaíso, Chile

5. RESULTADOS

Los resultados de la simulación geomecánica muestran esfuerzos (S) y a desplazamientos (U), considerando los ejes principales $X= 1$, $Y= 2$ y $Z= 3$, mostrando esfuerzos verticales S_{22} , esfuerzos cortantes como S_{12} , esfuerzos horizontales S_{11} , desplazamiento vertical U_{22} y desplazamiento horizontal U_{11} .

Las siguientes imágenes muestran la distribución de los esfuerzos cortantes y de los desplazamientos verticales en los taludes en estudio. Los datos numéricos se presentan en la Tabla 1.

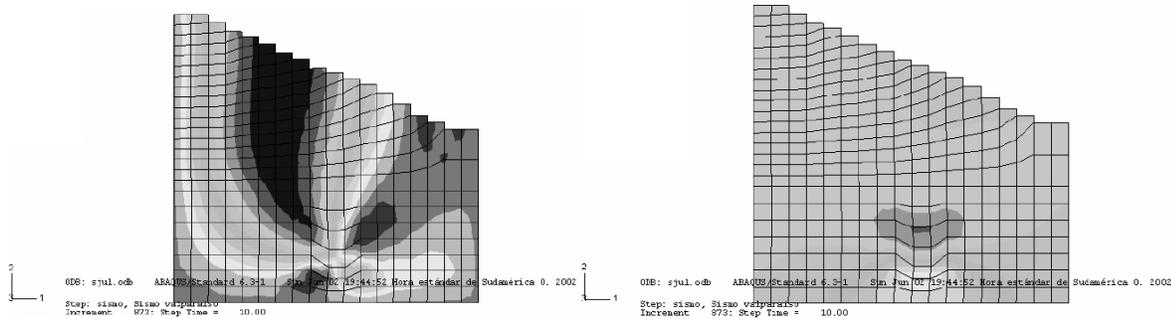


Figura 5 – Esfuerzos Cortantes S_{12} y Desplazamientos Verticales U_2 en San José de las Flores

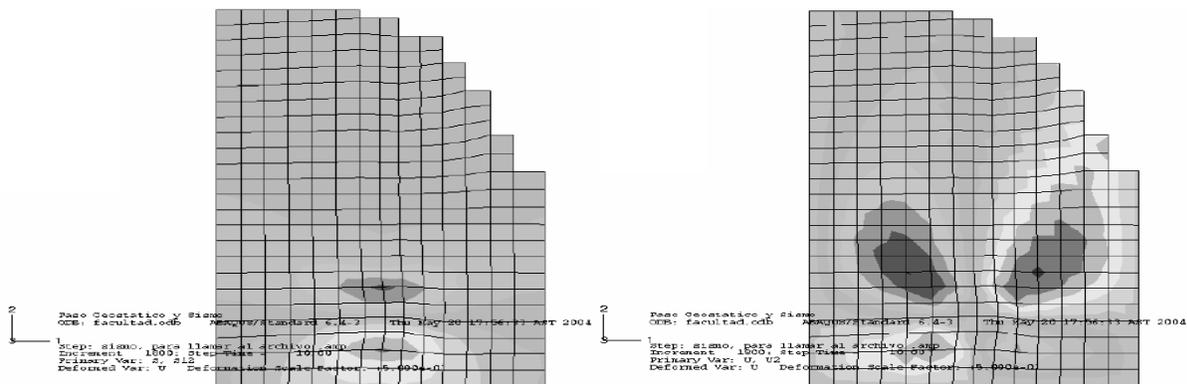


Figura 6 – Esfuerzos Cortantes S_{12} y Desplazamientos Verticales U_2 en Facultad de Medicina

Tabla 1- Valores obtenidos de Esfuerzos (S) y Desplazamientos (U)

San José de las Flores		Facultad de Medicina	
S_{11} MIN	2.50E6 Kg/cm ²	S_{11} MIN	1,48E6 Kg/m ²
S_{11} MAX	4.09E8 Kg/cm ²	S_{11} MAX	2,33E8 Kg/cm ²
S_{12} MIN	2.59E8 Kg/cm ²	S_{12} MIN	1,90E6 Kg/cm ²
S_{12} MAX	1.69E7 Kg/cm ²	S_{12} MAX	9,711E7 Kg/cm ²
S_{22} MAX	6.89E7 Kg/cm ²	S_{22} MAX	4,91E7 Kg/cm ²
S_{22} MIN	4.27E6 Kg/cm ²	S_{22} MIN	2,10E6 Kg/cm ²
U_1 MIN	3.83E-1 m	U_1 MIN	1,93E-1 m
U_1 MAX	1.38E1 m	U_1 MAX	1,18E-1 m
U_2 MIN	6.43E-2 m	U_2 MIN	2,22E-1 m
U_2 MAX	1.70E0 m	U_2 MAX	2,7E-1 m

6. CONCLUSIONES

La metodología propuesta para el estudio de efectos de sitio con la aplicación de un acelerograma a taludes estudiados en campo, se basa en la obtención de parámetros geomecánicos de muestras tomadas in situ y posteriormente ensayadas en laboratorio. Con estos valores se procede al análisis por Elementos Finitos donde se obtienen las respuestas en diversas zonas de los taludes. La calidad de los resultados obtenidos verificando las condiciones del terreno: geometría, cargas, relaciones elásticas de los suelos y estratificación, demuestra que para efectos de un sismo impulsivo existen concentraciones de esfuerzos y desplazamientos que pueden ser cualificados y cuantificados.

Al analizar los esfuerzos y desplazamientos obtenidos por simulación geomecánica producidos por el acelerograma del sismo aplicado, se observa que causan planos de debilidad en la superficie en las zonas de máximas concentraciones, debido a que originan inestabilidad en las zonas afectadas perturbando al material de manera pueden alterar el equilibrio y causar deslizamiento, derrumbes, grietas y fracturas.

El Sector de San José de Las Flores es más vulnerable a los esfuerzos ejercidos por el sismo en la superficie que los esfuerzos que afectan el relieve del Talud de la Facultad de Medicina, debido a las propiedades de los materiales y los efectos locales en la respuesta a la aplicación del sismo.

Un factor importante es el relieve ya que con pendiente menor los esfuerzos se propagan de manera no uniforme lo cual genera mayores esfuerzos en los elementos, definiendo las condiciones de vulnerabilidad en la superficie.

En la superficie los desplazamientos obtenidos corresponden a valores verificados en diversos reportes que muestran que para sismos con estas características los desplazamientos en la superficie son incluso mayores.

El suelo de los taludes en estudio amplifica el efecto sísmico en determinados lugares y se establecen secciones de alta peligrosidad con desplazamientos cercanos a 30 cm en las zonas más vulnerables.

Los taludes estudiados son sensibles a la acción de una vibración intensa producto de un sismo, pudiendo ocurrir grietas de importancia en las construcciones y deslizamientos del terreno.

7. REFERENCIAS

- [1] González De Vallejo., L. y Ferrer M. *Medicina Geológica*. Pearson Educación, S. A. Madrid, España, 2002.
- [2] Mattauer, M. (1990). *Las Deformaciones de los materiales de la corteza terrestre*. Segunda Edición. Ediciones OMEGA, S. A. Barcelona, España.
- [3] Rodríguez, M. y Elberg, M. *Simulación Geomecánica de estabilidad de taludes*. Memorias del IV Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Medicina y Ciencias Aplicadas. Morelia, Michoacán, México, 2007.
- [4] Sauter, F., (1989) *Fundamentos de ing. sísmica, introducción a la sismología*, Editorial Tecnológica, 1 era Edición, Costa Rica.
- [5] Sosa, G., Alam M. y Elberg M. *Aplicación del método de elementos finitos en la simulación de zonas susceptibles a movimientos de masa en la franja costera del Estado Carabobo, Venezuela*. Revista Ciencia e Medicina, Vol.29, no.2, p.199-206. ISSN 1316-7081, 2008.
- [6] Timoshenko, S. Y Sturges, L. (1993). *Teoría de la Elasticidad*. Ediciones, Urmo. Bilbao, España.

FORWARD DYNAMICS OF A CLASS OF PARALLEL ROBOT

Miguel Díaz-Rodríguez

Sebastian Provenzano

Francisco León

dmiguel@ula.ve

prse@ula.ve

fleon@ula.ve

Departamento de Tecnología y Diseño, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Núcleo la Hechicera, Mérida-Venezuela

Vicente Mata

vmata@mcm.upv.es

Departamento de Mecánica y Materiales, Universidad Politécnica de Valencia, Camino de Vera, Valencia-Spain

Abstract. *In this paper, the forward dynamic problem of a 3-DOF RPS parallel robot in terms of identified parameters is put forward. Moreover, a comparison between two identified models is carried out. The results show that an identified model, obtained based on a set of relevant parameters, follows closer the actual system response than the one obtained with a so-called complete model.*

Key words: Parallel Robots, forward dynamics, simplified modeling, computer aided symbolic

1 INTRODUCCIÓN

Forward dynamics of robotic systems consists of finding joints displacements and velocities as a result of applied forces (or torques) in joints and other external forces and moments acting on the robot. On the whole, when it is solved the forward dynamics, the dynamic parameters: mass, mass moment of first order and inertial tensors are expressed with respect to the link gravity center frame or in link joint frame. Nonetheless, when identifying the dynamic model through experiments, which is a widely accepted technique [1], only a set of parameters known as base parameters can be identified. The base parameters are linear combination of the link parameters. Thus, for solving the forward dynamics in terms of the identified parameters, one needs to write the forward dynamics in terms of the base parameters. The objective of this paper is to write the forward dynamic model in terms of the base parameters, thus, by way of a Computer Aided Symbolic program and its capability for code generation, the steady-state model of a 3-DOF

parallel robot has been written. An important issue arises due to the fact that the identified model of friction presents a discontinuous behavior, thus, we have used a switch algorithm [2] for cope with the friction problem in stick-slip phase. A model based on a so-called set of relevant parameters, which has been previously found through experimental parameter identification [3], is used for simulation purpose and its response is compared with the response of a model called herein: Complete Model. The identified parameters for both models were obtained from experiments that were conducted on an actual 3-RPS robot.

The paper has the following structure. Section II the forward dynamic problem in terms of identified parameters is put forward. In Section III the actual 3-RPS robot used for experiments is described. In Section IV the results for the forward dynamic of the 3-RPS robot are shown. The main conclusions are summarized in Section V.

2 Forward Dynamics in Terms of Identified Dynamic Parameters

In robotics when dealing with the dynamic parameters identification, the rigid body dynamic model can be written in linear form with respect dynamic parameters [1]. For parallel robots [4] the model can be written as follows,

$$\vec{\tau}_i = (\mathbf{K}_i + \mathbf{X}^T \mathbf{K}_d) \vec{\Phi} \quad (1)$$

In Eq. 1, \mathbf{K}_i is a matrix of size $n \times np$, where n is the number of DOF and np is the number of parameters, \mathbf{K}_d is a matrix of size $(m-n) \times np$, where m is the number of generalized coordinates. The matrix \mathbf{X}^T of $n \times (m-n)$ is related to the jacobian matrix.

Eq. 1 allows identifying the dynamic parameters by identification techniques. In order to solve the forward dynamic problem, Eq. 1 should be written as follows,

$$\vec{\tau}_i = \mathbf{M} \ddot{\vec{q}}_i + \vec{C} + \vec{G} + \vec{F}_f + \mathbf{J}_m \ddot{\vec{q}}_i \quad (2)$$

where \vec{F}_f is the vector corresponding to the friction presented in joints and the matrix \mathbf{J}_m is a diagonal matrix that includes the inertial effect of the actuators. Starting from the Eq. 1 in sections below, the mass matrix \mathbf{M} , the vector corresponding to the centrifugal and Coriolis forces \vec{C} and the vector of gravity components \vec{G} , are written in terms of the identified parameters.

2.1 Mass Matrix

The mass matrix is developed based on its properties. If the vector of velocity and gravity are set to zero, the resulting equation contains the components of the mass matrix. Let us start by separating the mass matrix in independent and dependent coordinates,

$$\mathbf{M}_{i_n \times n} \ddot{\vec{q}}_i + \mathbf{M}_{d_n \times m-n} \ddot{\vec{q}}_d \quad (3)$$

The part of the matrix in independent and dependent coordinates can be obtained as follows,

In order to build the forward dynamic model in independent generalized coordinates, the component of dependent accelerations has to be written with respect to independent accelerations,

$$\ddot{\vec{q}}_d = \mathbf{A}_d^{-1} \vec{b} - \mathbf{X} \cdot \ddot{\vec{q}}_i \quad (4)$$

Input: $\dot{\vec{q}} = 0, \vec{g} = 0, \ddot{\vec{q}}_d = 0$
for $i=1:n$ **do**
 $\ddot{\vec{q}}_i(1:n) = 0$;
 $\ddot{\vec{q}}_i(i) = 1$;
 $\mathbf{M}_i(1:3, i) = (\mathbf{K}_i + \mathbf{X}^T \mathbf{K}_d) \vec{\Phi}$;
end

Input: $\dot{\vec{q}} = 0, \vec{g} = 0, \ddot{\vec{q}}_i = 0$;
for $i=1:m-n$ **do**
 $\ddot{\vec{q}}_d(1:m-n) = 0$;
 $\ddot{\vec{q}}_d(i) = 1$;
 $\mathbf{M}_d(1:3, i) = (\mathbf{K}_i + \mathbf{X}^T \mathbf{K}_d) \vec{\Phi}$;
end

By substituting the Eq. 4 into the Eq. 3 the following equation can be obtained,

$$\mathbf{M}_{i_n \times n} \ddot{\vec{q}}_i + \mathbf{M}_{d_n \times m-n} \ddot{\vec{q}}_d = \mathbf{M}_i \ddot{\vec{q}}_i + \mathbf{M}_d [\mathbf{A}_d^{-1} \vec{b} - \mathbf{X} \cdot \ddot{\vec{q}}_i] \quad (5)$$

As can be seen, when the dependent accelerations is replaced, a vector, which depends on the vector of velocity, appears, thus, these terms have to be included in the vector of centrifugal and Coriolis forces \vec{C} . Finally, the mass matrix is built as follows,

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_i - \mathbf{M}_d \mathbf{X} \quad (6)$$

2.2 The vectors of Velocity and Gravity components

The vector corresponding to the centrifugal and Coriolis forces (\vec{C}) is found by the fact that it only contains the components of generalized coordinates and velocities. The vector of gravity components (\vec{G}) only contains the generalized coordinates and the vector of gravity. Thus,

Input: $\vec{g} = 0, \ddot{\vec{q}} = 0$
 $\vec{C}_d(1:n, 1) = \mathbf{M}_d \mathbf{A}_d^{-1} \vec{b}$;
 $\vec{C}_i(1:n, 1) = (\mathbf{K}_i + \mathbf{X}^T \mathbf{K}_d) \vec{\Phi}$;
 $\vec{C} = \vec{C}_i + \vec{C}_d$;

Input: $\dot{\vec{q}} = 0, \ddot{\vec{q}} = 0$
 $\vec{G}(1:n, 1) = (\mathbf{K}_i + \mathbf{X}^T \mathbf{K}_d) \vec{\Phi}$;

3 Application to the 3-RPS parallel robot

The proposed approach was applied to an actual 3-DOF parallel robot. Figure 1 depicts the considered robot. The robot is driven by way of ball-screw actuated by a DC motor. Two sets of parameters were used for simulation 1) a model obtained by the identification of a model called Complete Model. 2) an identified model based on a set of relevant parameters. The Complete Model refers to a model obtained by applying Eq. 1 to the parallel robot and then the base parameters are found. Thus, the model includes all the rigid body parameters that contribute to the system dynamic response. The Reduced Model refers to a model obtained by way of a methodological strategy which considers the parameters that are properly identified [5].

The number of parameters for the identified models and hence for simulations is listed in Table 1. In addition to the rigid body parameters, the model includes 6 parameters for modeling friction



Figure 1: Actual 3-RPS parallel robot

Table 1: Identified models use for simulations of the 3-RPS robot.

Identified Model	Rigid Body	Friction	Actives Elements
Complete Model	25	6	3
Reduced Model	3	6	3

in actuated joints. Coulomb friction and viscous friction model were used. Moreover, the inertia of the actuators adds 3 parameters to the model. The rigid body parameters for the complete model is listed in Table 2, for the reduced model is listed in 4.

In order to evaluate the response of the identified models with respect to the actual experiments, the Relative Absolute Error is used,

$$\varepsilon_{ra} = \frac{\sum_i |x_{iden_i} - x_i^*|}{\sum_i |x_i^* - \bar{x}^*|} \quad (7)$$

where, x^* and x_{idnt} are the measured signal and those calculated using the identified dynamic model, and \bar{x}^* is the average of x^* .

The simulations are carried out in Matlab environment using the *ode45* function, which is based on an explicit Runge-Kutta 45 formula. The identified friction models introduce a discontinuity into the equation of motions, to cope with this problem a switch algorithm, presented in [2], was implemented.

4 Results

Table 4 shows the results for the mean values of the relative absolute error between the measured position of the actual robot and the position obtained through simulation for the 3-PRS robot. The means values were obtained for 10 trajectories different from the ones used in identification. The results point out that the prediction error of the independent generalized coordinates at position level and velocity for the reduced model are lower than the ones obtained for the Complete Model.

Figure 2 shows the evolution of the generalized independent coordinates for the Complete

Table 2: Rigid body base parameters for the complete model.

No	Base Parameter	No	Base Parameter
1	mx_1	14	mx_4
2	my_1	15	my_4
3	$I_{zz_1} + I_{yy_2}$	16	$I_{yy_5} + I_{zz_4}$
4	mx_2	17	$m_5 - my_3/ly_{p_3} + m_3 + m_2$
5	mz_2	18	mx_5
6	$I_{xx_3} - ly_{p_3} my_3$	19	mz_5
7	$I_{xy_3} + lx_{p_3} my_3$	20	mx_6
8	I_{xz_3}		
9	$I_{yy_3} + ly_{p_3} my_3 - lx_{p_2}^2 (m_3 + m_2)$	21	my_6
10	I_{yz_3}	22	$I_{yy_7} + I_{zz_6}$
11	$I_{zz_3} - ly_{p_3}^2 (m_3 + m_2)$	23	$m_7 + my_3/ly_{p_3}$
12	$mx_3 + lx_{p_3}/ly_{p_3} my_3 - lx_{p_2} (m_3 + m_2)$	24	mx_7
13	mz_3	25	mz_7

Table 3: Rigid body base parameters for the reduced model.

No	Base Parameter
1	$mx_3 + lx_{p_3}/ly_{p_3} my_3 - lx_{p_2} (m_3 + m_2)$
2	$m_5 - my_3/ly_{p_3} + m_3 + m_2$
3	$m_7 + my_3/ly_{p_3}$

Model, the Reduced Model and the position measured in the actual robot. As can be seen, the latter follows the actuator position more closely than the former. Moreover, for some validation trajectories the Complete Model was not able to accomplish the simulation.

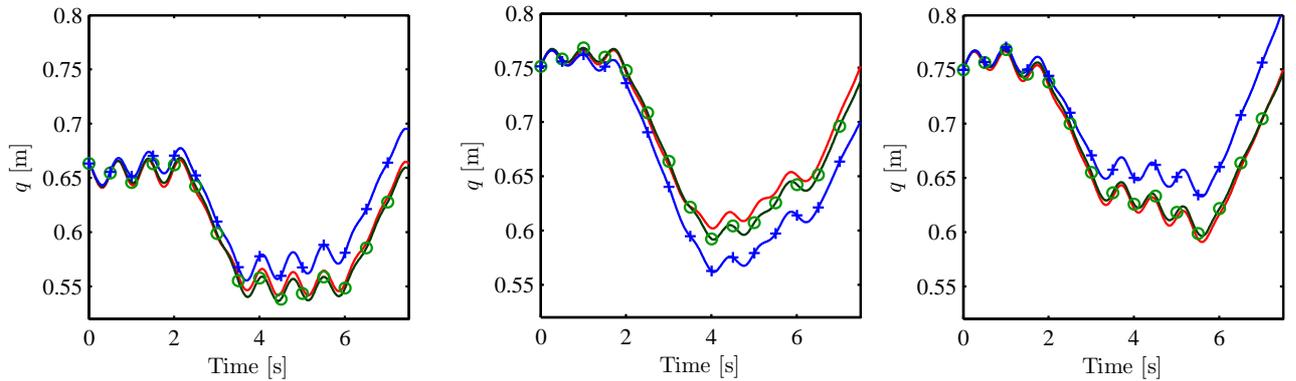


Figure 2: Actual displacement —, simulated reduced model (o—) and simulated complete model (+—).

Table 4: Relative Absolute Error ε

Model	$\varepsilon(\vec{q})$	$\varepsilon(\dot{\vec{q}})$
Complete	23.08	11.991
Reduced	17.33	9.44

5 Conclusions

In this paper, an approach for solving the forward dynamic problem in terms of identified parameters was derived. The approach has allowed to establish a comparison between identified models. The response of the simulated models was contrasted with respect to the response of an actual parallel robot. The results pointed out that the identified model, obtained based on a set of relevant parameters, is closely related to the measured signal when comparing with the response of a Complete Model. In addition, for some of the trajectories used for validation, for the Complete Model failed to achieve the simulation time, this fact could indicate that the reduced model, by simplified modeling, whose parameters are properly identified has advantages over the use of the Complete Model.

REFERENCES

- [1] KHALIL, W. & DOMBRE, E. *Modeling Identification and Control of Robots*. Hermes Penton Ltd, 2002.
- [2] FARHAT, N., MATA, V., PAGE, A. & DÍAZ-RODRÍGUEZ, M. Dynamic simulation of a parallel robot: Coulomb friction and stick-slip in robot joints. *Robotica*, doi:10.1017/S0263574709005530, 2009.
- [3] DÍAZ-RODRÍGUEZ, M. *Identificación de parámetros dinámicos de robots paralelos basada en un conjunto de parámetros significativos*. PhD thesis, Universidad Politécnica de Valencia URL <http://hdl.handle.net/10251/6344>, 2009.
- [4] FARHAT, N., MATA, V., PAGE, A. & VALERO, F. Identification of dynamic parameters of a 3-DOF RPS parallel manipulator. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 43, n. 1, pp. 1-17, 2008.
- [5] DÍAZ-RODRÍGUEZ, M., MATA, V., PROVENZANO S. FARHAT, N. Identifiability of the dynamic parameters of a class of parallel robots in the presence of measurement noise and modeling discrepancy. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, vol. 36, n. 4, pp.478-498, 2008.

ANÁLISIS ESPECTRAL DE SONIDOS RESPIRATORIOS

Aldo Reyes

areyes@uc.edu.ve

Dpto. de Computación, FACYT-Universidad de Carabobo. Venezuela.

Jesús Rodríguez

jrodrig@uc.edu.ve

Centro de Investigaciones Ergológicas, FCS-Universidad de Carabobo. Venezuela.

Luis-Angel Rodríguez

larodri@uc.edu.ve

Dpto. de Matemática, FACYT-Universidad de Carabobo. Venezuela. Tlf. 58 241 8677634.

Resumen En este trabajo describimos varias técnicas para realizar un análisis de sonidos respiratorios. Tradicionalmente se ha utilizado el análisis clásico de Fourier que permite identificar frecuencias con altos niveles de energía asociadas a distintas características de los sonidos respiratorios. Los sonidos respiratorios presentan características tiempo-frecuencia complejas y son no estacionarios lo que dificulta su análisis mediante una técnica específica. Utilizamos además del análisis clásico de Fourier los espectogramas y escalogramas. El espectrograma permite extender el análisis de Fourier para realizar un análisis tiempo frecuencia y se basa en la transformada de Gabor. Por último utilizamos las ondículas una técnica que permite realizar un análisis por escala. Las metodologías son evaluadas comparando señales de sonidos respiratorios normales y sonidos respiratorios con algunas características anormales.

Palabras Claves Sonidos Pulmonares, espectro de Fourier, espectrograma, escalograma.

1. Introducción

En este trabajo describimos diferentes metodologías para analizar sonidos respiratorios, comenzando con el espectro de Fourier, siguiendo con el uso de espectrogramas (espectros tiempo-frecuencia) y por último las técnicas de ondículas para el análisis de escala (escalogramas), con el propósito de determinar diferencias de ruidos pulmonares patológicos de los normales.

El estudio y caracterización de los sonidos pulmonares es de suma importancia porque permite la construcción de herramientas cuantitativas para caracterizar el comportamiento de la actividad respiratoria en individuos sanos y poder entonces diferenciarlos de individuos que presentan patologías en estadios tempranos de las mismas, ver [4] y sus referencias.

El uso de tecnologías modernas en computación ofrece muchas ventajas en términos de adquisición, procesamiento y análisis de sonidos respiratorios que son normalmente escuchados con el estetoscopio, ya que nos dan nuevas perspectivas acerca de la cuantificación de ciertos mecanismos acústicos que podrían aportar elementos en la determinación de diagnósticos, por ejemplo ver [5] y sus referencias.

Las ondículas como técnica de procesamiento son utilizadas cada vez más en el estudio de sonidos respiratorios por su capacidad de analizar en un amplio espectro de resolución, ver [2, 6]

2. Metodología Matemática

En esta sección introducimos los elementos matemáticos necesarios para el análisis de los sonidos respiratorios. Una presentación más detallada y muy didáctica de estas técnicas se puede encontrar en el artículo [1].

2.1. Espectros y Escalogramas

Analizar las señales en su dominio natural de tiempo podría ocultar características importantes y hacer difícil su comprensión. La transformada de Fourier es una metodología matemática que permite descomponer una señal en una representación de distintas frecuencias. Para señales digitalizadas la transformada de Fourier se calcula con un algoritmo muy eficiente llamado transformada rápida de Fourier (FFT, siglas en inglés), este permite una vez calculados los coeficientes hacer una representación, llamada espectro de Fourier, este es una representación gráfica de las potencias (valor absoluto de los coeficientes) versus las frecuencias.

El análisis de Fourier presenta una seria desventaja. En el dominio de frecuencia, se pierde la información temporal. Para corregir este inconveniente, Dennis Gabor (1946) adapta el análisis de Fourier para analizar una pequeña porción de la señal en el tiempo, una técnica conocida como de *ventana*. El espectrograma es una representación visual del espectro de Fourier que permite ver las variaciones de la frecuencia en el eje vertical, en el eje horizontal se representa el tiempo. Los niveles de energía se representan en una escala de colores o grises en distintas intensidades.

2.2. Ondículas y Escalogramas

El análisis tiempo frecuencia tiene una limitación, el tamaño de las ventanas permanece fijo. Las ondículas son una técnica con tamaño de ventana variable. El análisis de ondículas permite el uso de ventanas con intervalos de tiempo largos si requerimos información precisa de baja frecuencia, y ventanas con intervalos de tiempo más corto si requerimos información de alta frecuencia.

Definamos la *transformada ondícula continua (TOC)*. Dada una función g , la ondícula madre, definimos la TOC $\mathcal{W}_g[f]$ de una señal f por

$$\mathcal{W}_g[f](\tau, s) = \frac{1}{s} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{g\left(\frac{t-\tau}{s}\right)} dt \quad (1)$$

para escala $s > 0$ y translación en el tiempo τ . Para la función g en el integrando de (1), la τ produce una translación y la variable s produce una dilatación (contracción).

Suponemos que la señal $f(t)$ es distinta de cero en el intervalo $[0, \Omega]$, entonces

$$\mathcal{W}_g[f](\tau, s) = \frac{1}{s} \int_0^{\Omega} f(t) \overline{g\left(\frac{t-\tau}{s}\right)} dt \quad (2)$$

la integral anterior se aproxima por una suma de Riemman finita usando $t_m = m\Delta t$ con espaciamiento uniforme $\Delta t = \Omega/N$, y se discretiza la variable τ utilizando $\tau_k = k\Delta t$ así,

$$\mathcal{W}_g[f](\tau_k, s) \approx \frac{\Omega}{N} \frac{1}{s} \sum_{m=0}^{N-1} f(m\Delta t) \overline{g\left(\frac{m-k}{s} \Delta t\right)}$$

la suma anterior es una correlación entre las sucesiones discretas $\{f_k = (k\Delta T)\}$. y $\{g_k^s = g(s^{-1}k\Delta t)\}$. Esas correlaciones se calculan sobre el rango

$$s_p = 2^{-p/J}, \quad p = 0, 1, 2, \dots, I \cdot J.$$

3. Características de los sonidos respiratorios

La mayoría de las señales biomédicas, incluyendo los sonidos respiratorios, no son estacionarios y presenta características tiempo frecuencia altamente complejas. Generalmente consisten de componentes de alta frecuencia de corta duración muy cercanas en el tiempo, acompañadas por componentes de baja frecuencia de larga duración.

El sonido vesicular es considerado el más importante de los sonidos normales y se ejecuta sobre la mayor parte del pulmón. Es el sonido que se ausculta mientras respiramos, son ruidos de frecuencias superiores a 100 Hz y están mezclados con los sonidos del corazón y los músculos.

Estudiaremos los sonidos normales, los sibilantes y crepitantes haremos una breve descripción de estos últimos.

Las *crepitancias* son sonidos pulmonares ocasionales y discontinuos, explosivos y transitorios que ocurren en diferentes enfermedades cardiorespiratorias. Su duración es menor de 20 ms y su contenido en frecuencia es amplio, llenando de los 100 a 2000 Hz . Se acepta que se

originan de la energía acústica generada por la igualación de presiones o por un cambio en el esfuerzo elástico luego de la apertura repentina de vías anormalmente cerradas.

Las *sibilancias* son sonidos pulmonares anormales y continuos que se superponen a los sonidos respiratorios normales. La sociedad Toraxica Americana (ATS, siglas en inglés) específica que una sibilancia tiene una frecuencia dominante de 400 Hz o más. Mientras que otros autores establecen que la frecuencia dominante debe ser mayor de 100 Hz y su duración mayor a 100 ms , ver [4].

4. Resultados

En esta sección presentamos los análisis con las tres técnicas esbozadas en la sección 2. Los sonidos fueron capturados usando un estetoscopio electrónico Welch Allen en pacientes que concurren a la consulta de neumonología del Centro de Investigaciones Ergológicas (CIERUC) y la señal sonora grabada en la pc en el formato de archivo de sonido wav. Las señales fueron procesadas y analizadas utilizando las facilidades provistas por el programa MATLAB. Adicionalmente se uso la herramienta Wavelet Toolbox (ver [3]) para obtener la TOC y su representación gráfica, los escalogramas.

Al comparar los espectros de Fourier de las señales se observa que aquellas que corresponden a sujetos sanos presentan prácticamente toda su energía concentrada a frecuencias bajas, siendo casi nulas las componentes sobre los 25 Hz . Las señales correspondiente a sujetos con anomalías respiratorias (sibilancias o crepitancias) presentan componentes a frecuencias más altas, que pueden llegar a ser notables inclusive hasta los 100 Hz . El espectro de Fourier sin embargo no permite diferenciar la progresión en el tiempo de estas componentes, de modo que no es posible determinar si son estacionarias en todo el ciclo respiratorio o si se presentan mayormente en la fase de inhalación o expiración. Tampoco es posible determinar la duración de estas componentes de alta frecuencia.

Al analizar los señales pulmonares a través del método de las ondículas se observa que los sonidos pulmonares patológicos como los sibilantes y los crepitantes tienen una energía menor si se compara con los sonidos normales, es decir si analizamos las gráficas de las frecuencias y los espectrogramas, el método de las ondículas permite detectar cambios sonoros en los sujetos enfermos con relación al normal lo que permite al especialista una rápida identificación de los tipos de ruido, además posibilita identificar el sonido patológico observando el escalograma.

El análisis de Fourier permite descomponer una señal dada en sus componentes de frecuencia. Sin embargo, esta técnica requiere que la señal a ser estudiada sea estacionaria, es decir sin evolución en el tiempo de su contenido en frecuencia. Las señales respiratorias por ser no estacionarias y con un patrón cambiante e intermitente limita el uso del análisis de Fourier. Esta limitación puede ser parcialmente resuelta usando los espectrogramas, en los cuales se supone que la señal es estacionaria a trozos, pero presenta la restricción de que el tamaño de la ventana permanece fijo. El análisis con ondículas presenta la ventaja principal un tamaño de ventana variable lo que permite disponer de ventanas amplias para el análisis de alta frecuencia y ventanas estrechas, para las componentes de bajas frecuencia, produciendo una resolución tiempo frecuencia óptima para todos los rangos de frecuencia.

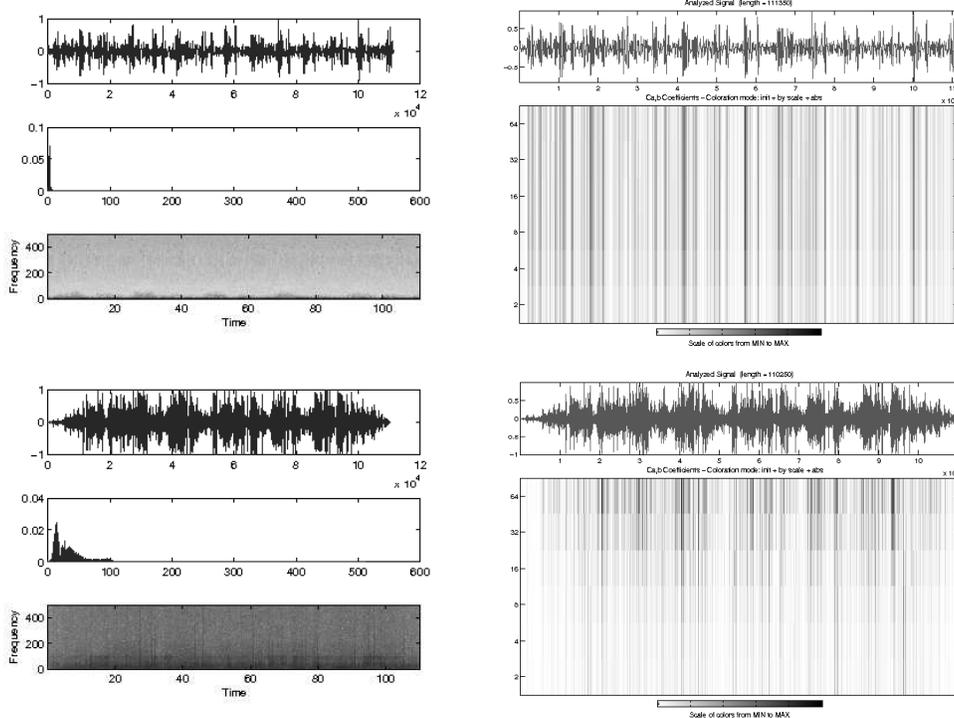


Figura 1: Normal Vesicular y Edema Pulmonar

Referencias

- [1] J. F. Alm, J. Walker. Time-Frequency Analysis of Musical Instruments. *Siam Review*. 44(3), 457–476, (2002).
- [2] J. Knocikova, J. Korpas, M. Vrabec, M. Javorka. Wavelet analysis of voluntary cough sound in patients with respiratory diseases. *Journal of Physiology and Pharmacology* 59(6), 331–340, (2008).
- [3] M. Misiti, I. Misiti, G. Oppenheim, J-M. Poggi. *Wavelet Toolbox 4 (User's Guide Matlab)* Mathworks, (2009).
- [4] H. Pasterkamp, S. Kraman, G. Wodicka. Respiratory sound breath. Advances beyond stethoscope. *Am. J. Respir. Crit. Care Med.* 156, 974–987, (1997).
- [5] M. Nobrega, J. Rodríguez, L. Rodríguez, C. Cadenas. Un sistema de análisis de sonidos pulmonares registrados en pacientes con asma bronquial. *Simulado y modelado en ingeniería y ciencias (Memorias del VII CIMENICS)*, PS-41–PS-47, (2006).
- [6] S. Sello, S-K Strambi, G. De Michele, N. Ambrosino. Respiratory sound analysis in healthy and pathological subjects: A wavelet approach. *Biomedical Signal Processing and Control*. 3, 181–191, (2008).

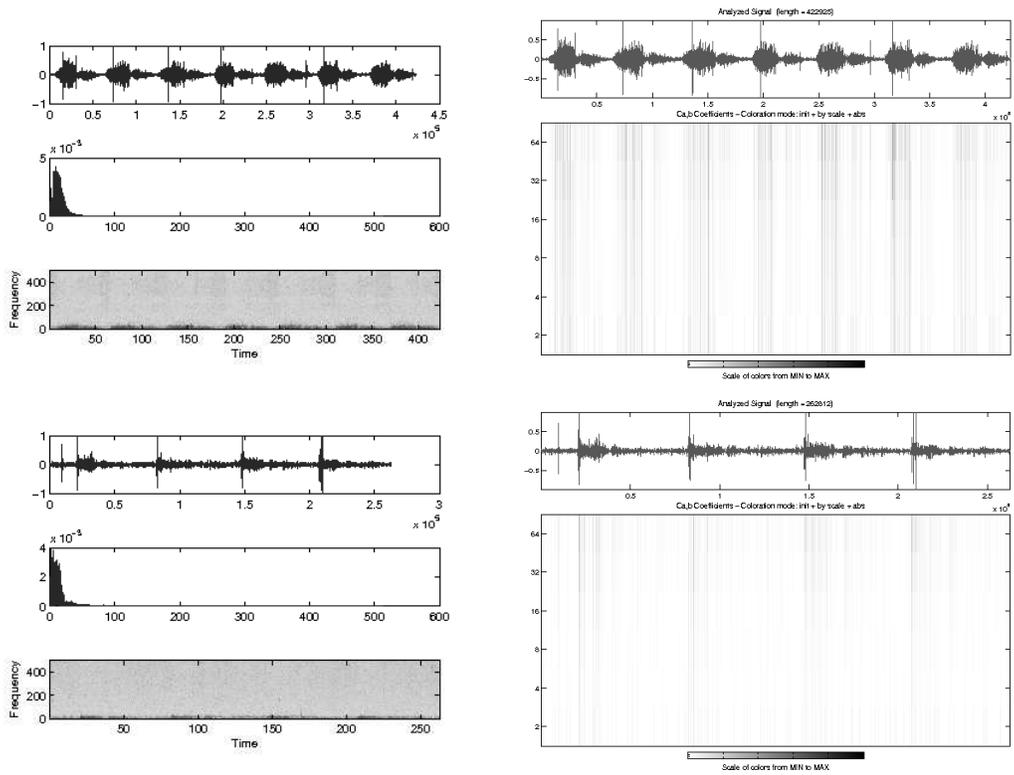


Figura 2: Crepitante fino y Crepitante Grueso

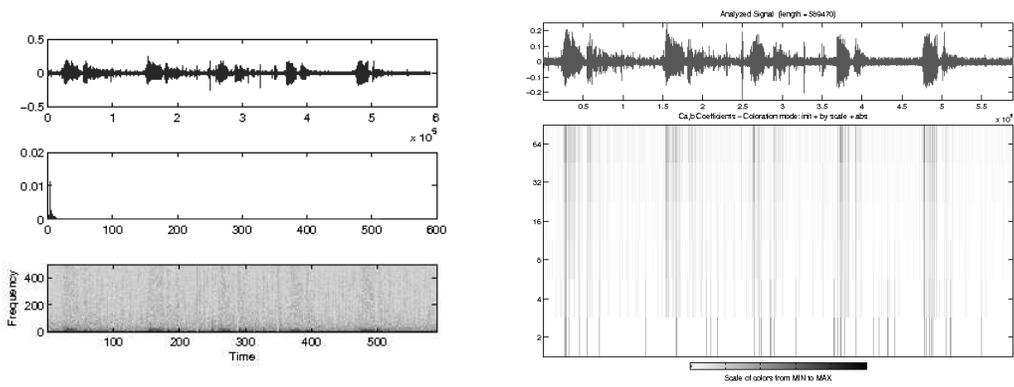


Figura 3: Sibilante

CORRECCIÓN LOCAL DE LÍNEA BASE EN REGISTROS ELECTROFORÉTICOS USANDO EL ALGORITMO LEGEND.

José L. Paredes

Enedina Sosa

paredesj@ula.ve

enedina@ula.ve

Grupo de Ingeniería Biomédica. Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Los Andes, Mérida-Venezuela

Resumen. *En este trabajo, se propone un método de corrección de línea base (LB) de señales electroforéticas que explota la representación wavelet de la señal original. Se modela la LB como una función polinomial localizada y se usa el algoritmo de optimización LEGEND para determinar los parámetros del modelo polinomial que mejor se ajusta a una subsección de la LB. A fin de mitigar la influencia de concentraciones elevadas en la estimación de la LB se propone el uso de una función costo asimétrica robusta, evitando así que las señales pico asociada a altas concentraciones produzcan un desplazamiento indeseado en la LB estimada. Se validó el algoritmo desarrollado en un problema de medición de la cantidad de glutamato presente en 24 registros electroforéticos y se comparo su desempeño con los valores medidos por el especialista donde la línea base es corregida en forma manual y los valores arrojados por un segundo algoritmo de corrección de línea base recientemente desarrollado.*

Palabras clave: Electroforesis, Línea Base, Algoritmo LEGEND, Wavelet.

1. INTRODUCCIÓN

La electroforesis capilar es una técnica de separación de sustancias químicas de alta resolución que permite obtener información precisa acerca de los componentes que conforman matrices químicas complejas. En general, un registro electroforético puede ser considerado como una serie temporal conformada por la superposición de tres tipos de señales. Primero, la señal que

representa los componentes químicos que conforman la muestra en estudio y que son de interés para el especialista. Segundo, la señal que refleja las limitaciones técnicas del proceso de adquisición, que se manifiestan como componentes de ruido aleatorio. Finalmente, una señal indeseada que representa la influencia de diversos procesos físicos concurrentes con la electroforesis capilar. Esta última componente se manifiesta en la forma de una señal de baja frecuencia, denominada línea base (LB), que tiende a introducir errores en la medición de los picos, especialmente cuando se tienen picos de baja altura en las adyacencias de picos elevados.

La corrección de línea base previo el reconocimiento de patrones electroforéticos ha sido recientemente retomada en [1]. Para ser más preciso, se abordó el proceso de corrección de LB usando métodos no paramétricos, donde la estimación de la señal línea base se hace mediante el estudio de concavidad así como la rapidez de cambio de los coeficientes de aproximación wavelet a una determinada resolución. Sin embargo, este método suprime picos pequeños asociados con sustancias de baja concentración que también contienen información relevante acerca de los componentes químicos que conforman la muestra en estudio.

En este trabajo se propone un esquema de corrección de línea base en el dominio wavelet, donde la estimación de la señal LB y su posterior corrección se realiza usando una señal electroforética de baja resolución y de reducidas componentes ruidosas. La señal original electroforética es previamente acondicionada usando técnicas de procesamiento multi-resolucional con el objetivo de reducir las componentes de ruido y disminuir la resolución del registro electroforético original. Seguidamente, se modela la línea base como una función polinomial y se utiliza el algoritmo de optimización LEGEND para determinar los parámetros de dicho modelo de forma tal de minimizar una función costo asimétrica robusta. El algoritmo propuesto, extiende el uso del algoritmo LEGEND, propuesto recientemente para corregir la línea base en espectros infrarrojos [2], a la estimación de la línea base en datos electroforéticos. A diferencia del algoritmo original, que resuelve un problema de optimización global, el método propuesto corrige localmente la línea base en el dominio wavelet, resultando en un mejor desempeño. Se observó que el algoritmo propuesto produce una corrección adecuada de la línea base, en particular en aquellas zonas del electroferograma donde se aprecian picos de baja altura en las adyacencias de picos elevados. El desempeño del algoritmo desarrollado se comparo con el desempeño rendido por el algoritmo propuesto en [1] en la medición de cantidad de glutamato en un conjunto de 24 electroferogramas. Se mostrará que el algoritmo de corrección de la línea base propuesto produce menores errores en la medición de la cantidad de glutamato, además de preservar la mayoría de los picos, aún por pequeños que sean. Mayores detalles de este trabajo pueden ser encontrados en [3].

2. PRE-ACONDICIONAMIENTO DE LOS REGISTROS VÍA TRANSFORMADA WAVELET

La transformada wavelet ha sido ampliamente usada en el análisis de series temporales, siendo la supresión de componentes ruidosas una de sus aplicaciones. El principio de esta metodología de limpieza de señales se fundamenta en el hecho de que las componentes de alta frecuencia de la señal (detalles y ruido) se encuentran concentradas en los coeficientes de detalles de la descomposición wavelet (altas frecuencias). Por tal motivo, si estos coeficientes se modifican, por ejemplo se hacen cero si su valor absoluto es menor que un cierto valor umbral o de lo contrario se dejan inalterados, en el proceso de reconstrucción la señal obtenida es una versión limpia de la señal contaminada [6]. La escogencia del valor umbral apropiado para cada aplicación sigue siendo motivo de interés para investigadores [4], [5], [6], pues un valor de umbral muy elevado elimina los detalles de interés, que para nuestra aplicación pudieran ser

picos de pequeña amplitud que se encuentran asociados con bajas concentraciones de sustancias. Mientras que un valor muy bajo del umbral deja componentes ruidosas en la señal reconstruida dificultándose el proceso de estimación en la línea base. En el presente estudio la transformada wavelet es usada para reducir la resolución del electroferograma original así como para disminuir las componentes de ruido, por consiguiente el registro original se representa en el dominio wavelet usando 6 niveles de descomposición, se aplica la técnica de limpieza por umbralización descripta y se reconstruye la señal al cuarto nivel de descomposición. Se tomo como valor umbral el sugerido en [6], esto es: $u = C_1 \sqrt{2 * \log(N_j)}$.

3. MODELO DE LA SEÑAL ELECTROFORÉTICA

Considere que la señal pre-acondicionada, luego de la etapa de procesamiento wavelet, se puede modelar como: $y(t) = e(t) + b(t)$, donde $e(t)$ denota la señal residuo, incluyéndose aquí los picos que representan la concentración de los componentes-químicos de la sustancia en estudio, y el remanente del ruido y $b(t)$ representa la señal línea base la cual se desea estimar para su posterior remoción del registro electroforético.

En todo proceso de corrección de línea base, primero, se requiere estimar la función línea base, $b(t)$, que se encuentra oculta en los datos adquiridos, para posteriormente sustraerla de la señal original. Sin embargo, entre los retos que se presentan al momento de desarrollar algoritmos de corrección de línea base se encuentran la preservación de los picos pequeños que contienen información relevante para los especialistas del área, así como también la eliminación de las contribuciones no deseadas en la medida de los picos debido a la presencia de la línea base. Por consiguiente, una sobre-estimación de la línea base conduce a la eliminación de los picos pequeños (sustancias con baja concentración), mientras que una sub-estimación de la línea base deja residuos que inducen errores en la medición de la concentración de los componentes químicos de la muestra en estudio.

En este trabajo se considera la señal línea base como una señal de baja frecuencia modelada por una función polinomial de orden p . Así, la línea base se modela como: $b(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + \dots + a_p t^p$ donde los a_i , para $i = 0, 1, \dots, p$ representan los parámetros del modelo a ser determinados en forma óptima.

Por conveniencia, se denotará el registro electroforético y la línea base como vectores columnas. Esto es: $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$, siendo la i -énésima componente del vector \mathbf{y} el valor del registro electroforético en el instante de adquisición t_i , N el número de puntos del registro electroforético, y T el operador transposición. Similarmente, $\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_N]^T$ donde $b_i = b(t_i)$.

Usando esta notación, la línea base se puede expresar como $\mathbf{b} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{a}$ donde \mathbf{T} representa la matriz de Vandermonde del vector tiempo [3], y $\mathbf{a} = [a_0, a_1, \dots, a_p]^T$.

4. ESTIMACIÓN DE LA FUNCIÓN LÍNEA BASE

El objetivo principal que se persigue, es determinar los coeficientes del modelo polinomial de tal forma que éste se ajuste a la señal línea base para posteriormente sustraerla. Esto, inevitablemente nos conlleva a un proceso de optimización, donde los parámetros del modelo se obtienen minimizando una función costo de la forma [2]:

$$J(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^N \varphi(y_i - b_i) = \sum_{i=1}^N \varphi(y_i - (\mathbf{T}\mathbf{a})_i) \quad (1)$$

donde $(\mathbf{T}\mathbf{a})_i$ representa la i -enésima componente del vector $\mathbf{b} = \mathbf{T}\mathbf{a}$, y_i es la i -enésima muestra del registro electroforético. Así, los coeficientes $a_0, a_1, a_2, \dots, a_p$, se obtienen de forma tal que cierta medida de distancia, dada por $\varphi(\cdot)$, entre los datos reales y_i y el modelo propuesto es minimizada. En la Ec. (1), $\varphi(\cdot)$ es la función costo cuyo diseño debe tomar en cuenta el hecho que:

- Si la diferencia entre la señal original y la señal LB estimada para un instante t_i toma valores positivos elevados, tal diferencia no debería influir severamente en la determinación de \mathbf{a} .
- Cuando se tiene una diferencia relativamente grande pero negativa, es decir, la LB estimada se encuentra por encima del registro electroforético en un instante t_i , dicha diferencia debería influir fuertemente en la estimación de \mathbf{a} tratando de desplazar hacia abajo la LB.
- Finalmente, si la diferencia es relativamente pequeña y positiva o negativa, la función costo debería penalizar en forma cuadrática dicha diferencia facilitando así el proceso de optimización.

En base a estas premisas se propone usar como función costo, $\varphi(x) = x^2$ si $x < k$, $2kx - k^2$ para $x \geq k$. Esta función costo asimétrica, presenta la particularidad de dar un costo bajo a aquellos puntos que se encuentran bastante alejados de la señal estimada, siempre y cuando arrojen una diferencia positiva entre los datos reales y la línea base, y un costo cuadrático cuando la diferencia es menor al parámetro k .

4.1 Optimización por minimización semi-cuadrática local

El objetivo entonces se reduce a resolver el problema de minimización dado por la Ec. (1) usando la función costo $\varphi(x)$. A fin de resolver este problema de optimización se propone usar la minimización semi-cuadrática, la cual consiste en introducir un conjunto de variables auxiliares $\mathbf{d} = [d_1, d_2, \dots, d_N]^T$ y a la redefinición de una función expandida $K(\mathbf{a}, \mathbf{d})$ que alcanza su mínimo en el mismo punto que la función $J(\cdot)$. Dicha función $K(\cdot, \cdot)$ viene definida como [2]:

$$K(\mathbf{a}, \mathbf{d}) = \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \left((y_i - (\mathbf{T}\mathbf{a})_i - d_i)^2 + \zeta_\alpha(d_i) \right) \quad \text{donde } \zeta_\alpha(d_i) = \sup_x \left(\alpha \varphi(x) - (x - d_i)^2 / 2 \right) \quad (2)$$

Recientemente ha sido reportado en la literatura [2], un algoritmo iterativo que permite resolver este problema de minimización. Dicho algoritmo, conocido como LEGEND estima iterativamente \mathbf{a} y \mathbf{d} como se muestra en la Fig. 1.

En nuestro estudio, a fin de mejorar el desempeño del algoritmo LEGEND, se particiona el registro electroforético en ventanas no solapadas y se aplica el algoritmo LEGEND a cada ventana independientemente obteniéndose así un mejor desempeño, en particular cuando se tienen picos de baja altura adyacentes a picos elevados, y que en este caso el especialista considera que la línea base deba pasar por los mínimos locales del registro electroforético.

Paso 1: Inicializar: $k = 0$; $\hat{\mathbf{a}}^{(0)} = (\mathbf{T}^T \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{y}$; $\forall i, \hat{d}_i^{(0)} = 0$

Paso 2: Determinar las variables auxiliares: $\forall i, \hat{d}_i^{(k+1)} = -\varepsilon_i + \alpha \varphi'(\varepsilon_i)$

Paso 3: Estimar los nuevos parámetros de la línea base $\hat{\mathbf{a}}^{(k+1)} = (\mathbf{T}^T \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T (\mathbf{y} + \mathbf{d}^{(k+1)})$

Paso 4: Comprobación de convergencia: Si $\left| K(\hat{\mathbf{a}}^{(k+1)}, \hat{\mathbf{d}}^{(k+1)}) - K(\hat{\mathbf{a}}^{(k)}, \hat{\mathbf{d}}^{(k)}) \right| > U$, $k = k + 1$
 ir al **Paso 2**, de lo contrario finalizar.

Figura 1 - Resumen del algoritmo LEGEND.

5. EVALUACIÓN DEL ALGORITMO PROPUESTO

A fin de evaluar el algoritmo desarrollado, éste se aplicó a una base de datos de registros electroforéticos, los cuales fueron tomados en un equipo de electroforesis capilar desarrollado en el Laboratorio de Fisiología de la Conducta de la Universidad de Los Andes.

Los criterios que se siguieron para definir el tamaño de la ventana de observación, el grado del polinomio que modela la línea base así como el valor del umbral de la función costo fueron: 1) conseguir una estimación de la línea base apropiada cuando existen picos grandes que arrastran los picos pequeños que se encuentran en las adyacencias, y 2) la preservación en todo momento de los picos pequeños asociados a baja concentración de sustancias. Se probó el algoritmo propuesto con dos diferentes tamaños de ventanas no solapadas. Específicamente, $N/3$ y $N/5$, siendo N el número de muestras de la señal electroforética pre-acondicionada. Para el caso de tener los datos fraccionados en tres partes, se obtuvo un mejor desempeño con un polinomio de grado 9 y con un valor umbral de la función costo fijado a 0.8. Mientras que para el caso en que el registro electroforético se fraccionó en cinco partes, el grado del polinomio fue 5, y el valor del umbral fue fijado en 2. Para propósitos de comparación, se implementó el algoritmo desarrollado por Ceballos y col. en [1], denotado como método no parametrizado, para así contrastar ambos métodos. Una muestra de los resultados encontrados se puede percibir en la Fig. 2(a), en la cual se presentan las líneas bases conseguidas por los diferentes algoritmos.

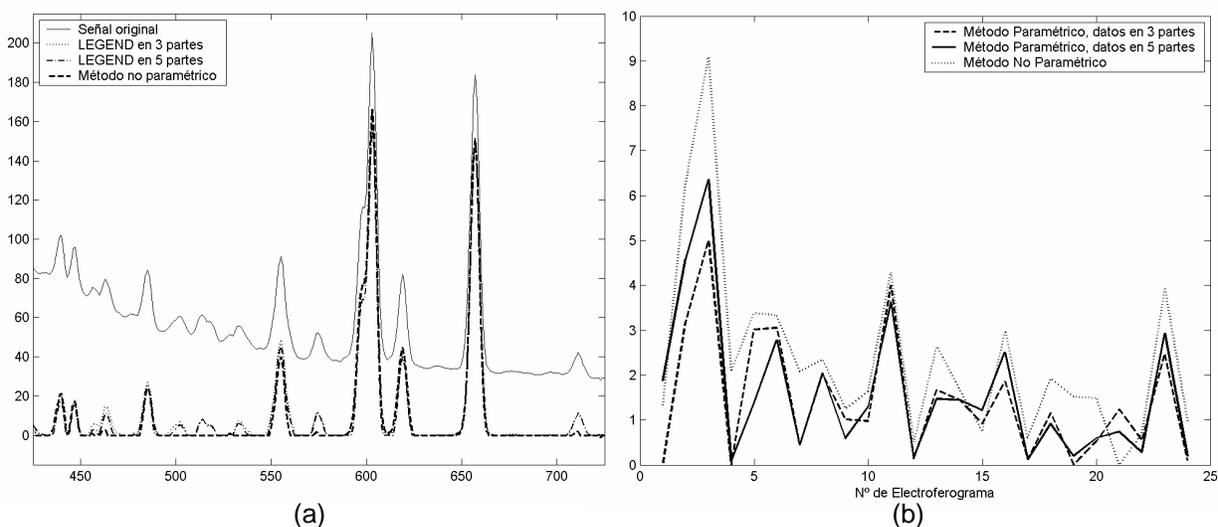


Figura 2 – (a) Tramo de un electroferograma corregido. (b) Errores conseguidos con cada método en la medición de la cantidad de Glutamato.

Como se puede observar en la Fig. 2(a), para el caso de picos pequeños, asociados con sustancias de baja concentración, los mismos se preservan cuando se corrige la línea base usando el método propuesto, mientras que para el método no paramétrico esto no siempre ocurre.

Dado que la inspección visual pudiera ser subjetiva y a fin de validar numéricamente el algoritmo desarrollado, se prueban los algoritmos en una aplicación de carácter práctico donde se desea determinar la cantidad de glutamato en muestras tomadas en dos diferentes áreas del cerebro en 24 ratas [1]. El valor de la concentración de glutamato tomado como referencia es el medido por un especialista luego de hacer corrección de línea base en forma manual. En la Fig. 2(b) se muestra los resultados del error relativo después de corregir la línea base usando los distintos métodos. Se puede apreciar como el método propuesto en general tiene un mejor desempeño en comparación con el método no paramétrico.

6. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un método para estimar la línea base de las señales electroforéticas, mediante la aplicación del algoritmo de optimización LEGEND en forma local en el dominio wavelet. Se pudo constatar que una función polinomial puede modelar adecuadamente la señal de línea base presente en los electroferogramas usando funciones de costo asimétricas robustas para la estimación de los parámetros del modelo polinomial. El algoritmo propuesto corrige efectivamente la línea base, en particular en las zonas donde se aprecian picos de baja altura en las adyacencias de picos elevados preservando los picos de baja magnitud.

Agradecimientos

Esta investigación ha sido financiada por el FONACIT bajo el Proyecto G-2005000342 y por el CDCHT-ULA, bajo el código I-1043-07-02-F.

REFERENCIAS

- [1]. Ceballos, G., Paredes, J. L., y Hernández, L., Pattern recognition in capillary electrophoresis data using dynamic programming in the wavelet domain. *Electrophoresis*, vol. 29, pp. 2828-2840, 2008.
- [2]. Mazet, V., Carteret, C., Brie, D., Idier, J., y Humbert, B., Background removal from spectra by designing and minimizing a non-quadratic cost function. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, vol. 76, pp. 121-133, 2005.
- [3]. Paredes, J. L., y Sosa, E., Baseline Correction Algorithm for Capillary Electrophoresis data using Local Optimization on the LEGEND algorithm in the Wavelet Domain. *INTERCIENCIAS*, vol. 34, n. 8, pp. 556-562, 2009.
- [4]. Weidong, C., Xiaoyan, C., Xiurong, Y., y Erkang, W., Discrete wavelets transform for signal denoising in capillary electrophoresis with electrochemiluminescence detection. *Electrophoresis*, vol. 24, n. 18, pp. 3124-3130, 2003.
- [5]. Perrin, C., Walczak, B., y Massart, D., The use of wavelets for signal denoising in capillary electrophoresis. *Analytical Chemistry*, vol. 73, n. 20, pp. 4903-4917, 2001.
- [6]. Donoho, DL., De-noising by soft-thresholding. *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 41, n. 3, pp. 613-627, 1995.

AJUSTE DE MODELO POR OPTIMIZACIÓN NO LÍNEAL USADOS EN LA SEGMENTACIÓN DE ESTRUCTURAS VASCULARES EN IMÁGENES DE TOMOGRAFIA COMPUTARIZADA

Luis Landaeta

luism.landaeta@gmail.com

Coordinación de Matemáticas, Universidad Simón Bolívar, Valles de Sartenejas, 89000, Caracas-Venezuela

Alexandra La Cruz

alacruz@ldc.usb.ve

Grupo de Bioingeniería y Biofísica Aplicada, Universidad Simón Bolívar
Valles de Sartenejas, 89000, Caracas-Venezuela

Debora Cores

cores@cesma.usb.ve

Centro de Estadística y Software Matemático, Universidad Simón Bolívar
Valles de Sartenejas, 89000, Caracas-Venezuela

Resumen. *Las imágenes de Tomografía Computarizada (TC) son las más utilizadas para el diagnóstico y evaluación de enfermedades vasculares de las extremidades inferiores. Una de las técnicas más usadas y ampliamente aceptadas por expertos radiólogos para la visualización de estas imágenes, es la técnica de Reformación de Curva Planar (Curve Planar Reformation-CPR), la cual utiliza las líneas centrales de las arterias. Dicha línea central debe describir el camino central de las arterias de manera correcta. Actualmente se utiliza un método de aproximación de líneas centrales bastante preciso, el cual trabaja tantos en segmentos arteriales sanos como en los no sanos (obstruidos, calcificados, etc). Sin embargo cuando se encuentra con una bifurcación falla en la determinación correcta de la línea central, por lo que el proceso de segmentación de líneas centrales en las bifurcaciones debe hacerse manualmente. Asumiendo que la imagen del corte transversal en una bifurcación se asemeja más a una spira de Perseus (spiral of Perseus) o sección spírica (spiral section), la cual es un caso particular de una sección tórica (toric section). Este trabajo consiste en la construcción de un modelo geométrico que permita estimar los parámetros de una sección espírica y los valores de la densidad media, tanto de las arterias como del fondo, que mejor se aproxime a la imagen del corte transversal de una bifurcación en una arteria, utilizando un método de optimización no lineal conocido como el método de la región de confianza de Newton. Esto nos da una aproximación más precisa del camino central de las arterias, incluyendo las bifurcaciones.*

Palabras Claves: Procesamiento de Imágenes, Segmentación de estructuras vasculares, Optimización No Lineal, Sección Espérica.

1. INTRODUCCIÓN

Actualmente la evaluación diagnóstica de enfermedades vasculares de las extremidades inferiores, es posible gracias al avance tecnológico en el área de equipos de imagenología médica menos invasivos. Entre estos equipos tenemos: el equipo de Tomografía Computarizada (TC), el de Resonancia Magnética (RM) y el de Ultrasonido intravascular (USIV). El equipo de TC es el más utilizado por excelencia por los técnicos radiólogos para la evaluación diagnóstica de enfermedades vasculares de las extremidades inferiores, debido a que resulta una técnica menos invasiva y el examen dura menos tiempo, permitiendo adquirir hasta 3000 cortes, que abarcan desde la arteria aorta hasta las arterias de la tibia.

La segmentación es una técnica de tratamiento y análisis de imágenes, la cual consiste generalmente en el uso de las propiedades de densidad de la data [1,2]. En el caso de segmentación de estructuras vasculares en imágenes de TC, dichos métodos tienden a fallar en segmentos vasculares que presentan alguna artereopatía severa (oclusión total, alto nivel de calcificación), en la que el flujo sanguíneo se reduce debido a que el espacio de circulación sanguínea de las arterias es reducido por la acumulación de grasa en las paredes de las arterias. En estos casos, el rango de densidad de los vasos sanguíneos sanos difieren sustancialmente de los vasos sanguíneos no sanos y en muchos casos el valor de densidad de los vasos sanguíneos no sanos se solapan con los valores de densidad del tejido blando circundante a la arteria y la estructura ósea.

Recientemente, se diseñó e implementó un algoritmo de segmentación arterial basado en un método de ajuste de modelo no lineal (*No-linear Model Fitting* – MF) [3]. El cual permite, una vez creado un modelo inicial con parámetros conocidos, ajustar dicho modelo a la data, y obtener un modelo con los parámetros que más se ajustan a la data. Estos parámetros se refieren al diámetro de las arterias, coordenadas del centro de las arterias, el nivel de densidad de la arteria y tejido circundante. Los resultados preliminares del método fueron bastante exitosos, e incluso se realizó una evaluación clínica del método en ambiente clínico [4]. Sin embargo este método no es posible utilizarlo en los puntos de bifurcación de las arterias, debido a que la forma geométrica que se observa en las bifurcaciones deja de ser obviamente cilíndrica. Dado que los resultados en cuanto a precisión de proximidad del centro de las arterias con MF fueron muy buenos, se intentó usar la misma idea de crear un modelo geométrico para aplicarlo a los cortes transversales de las bifurcaciones, a fin de conocer con mayor precisión el centro de cada arteria a medida que se bifurca. Para ello se propone un modelo que permita la reconstrucción de la arteria del corte transversal en una bifurcación. El modelo utilizado consiste en identificar el corte correspondiente de una sección tórica, en la que el plano de corte es paralelo al eje del torus, dicha curva se denomina La Spira de Perseus [5]. Esto es, cualquier sección transversal de una donut cortada con un cuchillo verticalmente desde arriba. Una vez creado el modelo inicial, se toma un corte transversal de una bifurcación y luego de un proceso de aproximación no lineal, se ajusta dicho modelo a la data, logrando obtener del modelo geométrico los valores correspondientes a los centros de las dos arterias separadas o en separación en un corte transversal de una bifurcación arterial, el radio, densidad del tejido dentro de la arteria y circundante a la misma. Los resultados se mostraron bastante prometedores, se realizaron varias pruebas con varios cortes de TC donde se puede observar las bifurcaciones de las arterias femoral, iliaca y tibia. El método de ajuste de modelo permite estimar con mayor precisión los

dos puntos céntricos de las arterias salientes de una bifurcación arterial, adicionalmente permite estimar los bordes, radios y densidad media tanto de la densidad del tejido arterial como del tejido circundante.

2. AJUSTE DE MODELO NO LINEAL

La Spira de Perseus es una curva perteneciente a la familia de las secciones tóricas, y se define de la siguiente manera: Consideremos un torus (ver Fig. 1(a)), que es la superficie que se forma si el centro de un círculo de radio A recorre una circunferencia de radio R . La curva que se forma de la intersección de un torus con un plano perpendicular al eje de simetría del torus recibe el nombre de Spira de Perseus (ver Fig. 1(b), (c)). Considerando los parámetros R y A anteriormente mencionados, sea X, Y el centro del Torus, y C la distancia del plano de intersección al eje de simetría (ver Figura 1(b)). La ecuación implícita para la Spira de Perseus viene dada por la siguiente expresión:

$$f = (X^2 + Y^2 + R^2 + C^2 - A^2)^2 - 4R^2(X^2 + C^2) = 0 \quad (1)$$

Donde R, A, C son valores reales no negativos, C debe ser menor que la suma $A+R$ para que exista intersección. En esta expresión es válida la auto-intersección, es decir, A puede ser mayor que R . A fin de generalizar y considerar diferentes rotaciones del objeto y no necesariamente centrados en el origen, incluimos en la ecuación (x_0, y_0) , y el ángulo de rotación α con respecto al eje X . Así, la Ec. (1) se reescribe de la siguiente manera (para facilitar el desarrollo, separamos los dos lados de la Ec. (1), en $eq1$ y $eq2$):

$$eq1 = ((x - x_0)\cos\alpha - (y - y_0)\sen\alpha)^2 + ((x - x_0)\sen\alpha + (y - y_0)\cos\alpha)^2 + R^2 + C^2 - A^2, \quad (2)$$

$$eq2 = ((x - x_0)\cos\alpha - (y - y_0)\sen\alpha)^2 + C^2, \quad (3)$$

de esta manera, usando las Ec. (2) y (3), la ecuación implícita del modelo puede ser escrita como:

$$f(x_i, y_j, x_0, y_0, R, C, A, \alpha) = eq1^2 - 4Re\,eq2, \quad (4)$$

al igual que en [3] primero se estima la distancia al objeto usando la función implícita usando la siguiente ecuación:

$$dist = \frac{f}{\|\nabla f\|}, \quad (5)$$

de la misma forma el efecto llamado *point spread function* proveniente del proceso de adquisición de las imágenes de tomografía es modelado usando un filtro Gaussiano con variante σ aplicado a la distancia al objeto geométrico. Calculando así la densidad media dada por:

$$densidad = b + B \otimes G_\sigma(dist), \quad (6)$$

donde b y B son los valores de densidad del tejido circundante y área interna de la arteria, respectivamente. Por simplicidad de cálculos y para evitar la operación de convolución (\otimes), usamos la función $erfc$ como aproximación a la función G_σ , dado que la convolución de una función escalón unitario (*unit step function*) con la función de Gauss resulta una función $erfc$ [6]. Razón por la cual sustituimos $G_\sigma(dist)$ por $erfc(dist/\sigma)$.

El problema fue formulado como un problema de mínimos cuadrados no lineal para aproximar la data por medio de la función de mérito. El enunciado formal de este problema es, encontrar el mínimo entre el modelo y la data real. El método de la región de confianza (trust-region method), normalmente es considerado como una modificación del método de *Newton* o como algunos autores lo señalan [7], un “hijo” del algoritmo de *Levenberg-Marquardt*, usado para resolver problemas de mínimos cuadrados no lineales. Cada solución involucra una solución aproximada de un sistema lineal a gran escala usando el método de gradiente conjugado (*preconditioned conjugate gradients -PCG*). El objetivo principal del método es conseguir el mínimo en una región definida como región de confianza. No es el objetivo de este trabajo definir el algoritmo de mínimos cuadrado no lineal utilizado para resolver el problema de ajuste del modelo, dado que es un método conocido e implementado ya en paquetes estadísticos conocidos, mas detalles lo podrá conseguir en [7].

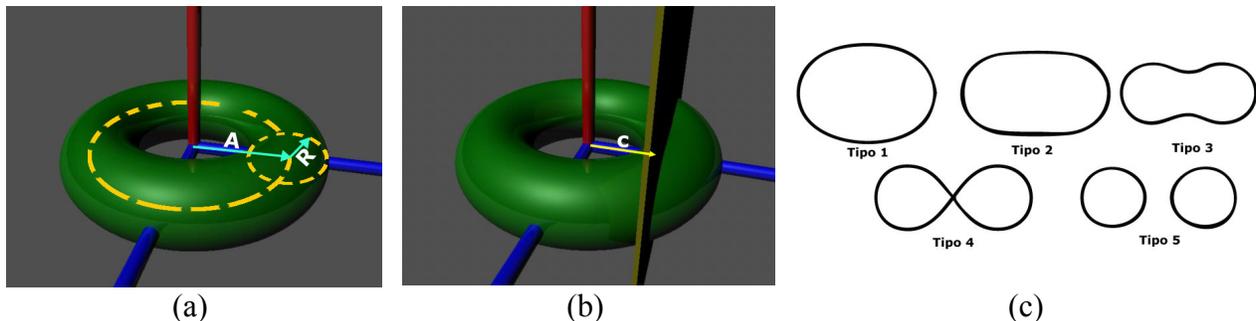


Figura 1. Figura geométrica del torus. (a) Radios con los que se forma el torus (A y R). (b) Plano de intersección al eje de simetría del torus para formar la Spira de Perseus con una distancia C del centro del torus. (c) diferentes representaciones de curvas del tipo Spira de Perseus

3. RESULTADOS

El algoritmo fue implementado en Matlab®, específicamente empleando la función *lsqnonlin* perteneciente al Toolbox de Optimización. El equipo donde fueron realizadas las pruebas es un procesador *Core2 Duo* de 3.00 GHz, con 2GB de memoria RAM. El algoritmo fue aplicado a data de pacientes reales tomadas de las imágenes de TC. Primeramente se escogieron algunos cortes del conjunto de cortes de las imágenes de TC, donde se observaron alguna bifurcación. Dicha selección fue realizada manualmente por expertos radiólogos. Una vez seleccionado el corte, de cada corte se selecciona el área de interés, en la que se obtuvieron subregiones del corte de la imagen en la que se muestra la bifurcación. Anatómicamente se escogieron cortes de bifurcación de las arterias femoral, iliaca y tibia. En la Tabla 1 se muestran los resultados para cinco casos particulares de bifurcaciones arteriales. El tamaño de las subregiones de imágenes variaron entre 200x200, 150x150 y 125x125. Independientemente de la inicialización de los parámetros, el método logró encontrar una solución, dicha solución es considerada la más óptima,

como puede observarse en la Fig. 2. Los casos 1, 2, 3 y 4, se trataron de casos en los que el paciente presenta alguna arteriopatía. Los casos 4 y 5 se refieren a bifurcaciones en las que en el corte la bifurcación no presenta ninguna simetría en las arterias salientes de la bifurcación, en cuyo caso, y como era de esperarse, el modelo no se ajusta a la data, sin embargo es posible detectar los bordes de la bifurcación completa, aunque los centros de las arterias salientes no hayan podido ser estimadas con mayor precisión como en los otros casos (ver casos 1, 2 y 3, Fig 2.). Los resultados mostraron que utilizando el modelo de la Spira de Perseus se puede detectar con mayor precisión los bordes y centros de las arterias salientes de una bifurcación, aún cuando las arterias ya están separadas (ver caso 2, Fig. 2), o con cierta rotación sobre el eje x (ver caso 3, Fig. 2).

Tabla 1. Resultados de algunos casos particulares

Casos	Parámetros	Vector Inicial y Aproximado								Tiempo de Ejecución (seg)
		X_0	Y_0	R	C	A	α	b	B	
1	Inicial	66.5	66.5	33.2	33.2	33.2	0	55	100	97.22
	Aproximado	67.5	66.8	30.1	11.5	30.8	-0.02	59.2	66.5	
2	Inicial	75	75	37.5	37.5	37.5	0	55	100	225.20
	Aproximado	77.2	74.9	35.9	4.64	31.2	-0.02	53.4	60.8	
3	Inicial	70.0	70.0	35.0	35.0	35.0	0	55	100	236.25
	Aproximado	72.1	68.5	30.1	11.4	30.8	0.48	58.8	66.7	
4	Inicial	50	50	25	25	25	0	55	100	103.38
	Aproximado	48.5	51.4	13.6	18.8	32.5	-0.27	51.1	55.4	
5	Inicial	74	74	37	37	37	0	55	100	321.75
	Aproximado	76.6	59.7	84.6	96.5	23.3	0.44	71.5	37.2	

4. CONCLUSIONES

Este trabajo presenta una estrategia para parametrizar bifurcaciones de estructuras vasculares usando un algoritmo de ajuste de modelo no lineal. En la que utilizando como modelo geométrico la Spira de Perseus, es posible detectar los bordes de la bifurcación, y los centros de las arterias salientes de dicha bifurcación. El método de optimización no lineal utilizado fue el método de región de confianza de Newton, con el cual se logró extraer con mayor precisión los parámetros del modelo que mejor se ajusta a la data.

Este trabajo es una mejora al método implementado en [3] para la detección estructuras cilíndricas en imágenes de TC de las extremidades inferiores, cuyo método falla en presencia de una bifurcación, como es de esperarse. Con la Spira de Perseus como el modelo a ajustar en las bifurcaciones, es posible lograr la automatización completa del proceso de segmentación de estructuras vasculares de las extremidades inferiores con imágenes de TC.

Reconocimientos

Al Decanato de Estudios Profesionales y al Decanato de Investigación de la Universidad Simón Bolívar por su apoyo.

BIBLIOGRAFIA

- [1].K. Bühler, P. Felkel, and A. La Cruz. Geometric Methods for Vessel Visualization and Quantification – A Survey, pages 399–420. G. Brunnet, B. Hamann and H.Müller and L. Linsen (eds.). Kluwer Academic, 2003.
- [2].K. Krissian, G. Malandain, and N. Ayache. Model Based Multiscale Detection and Reconstruction of 3D Vessels. Technical Report 3442, INRIA Sophia Antipolis, June 1998.
- [3].La Cruz, A., Straka, M., Köchl, A., Šrámek, M., Gröller, E., and Fleischmann, D.: Non-linear Model Fitting to Parameterize Diseased Blood Vessels. In Proceedings of IEEE Visualization 2004. October 2004, pages 393-400.
- [4].La Cruz, A; Acosta, D; D. Fleischmann; E. Gröller; Passariello, G. III Congreso Venezolano de Bioingeniería 2006. Valencia, Venezuela. Noviembre 2006. Memorias del Congreso. p. 9.
- [5].E. Weisstein. *CRC Concise Encyclopedia of Mathematics*. Boca Raton, FL: CRC Press, 1998.
- [6].Spiric Section. <http://www.wikipedia.org>
- [7].Héctor Manuel Mora Escobar. Optimización no lineal y dinámica. Editorial UNIBIBLOS. Universidad Nacional de Colombia. 2001

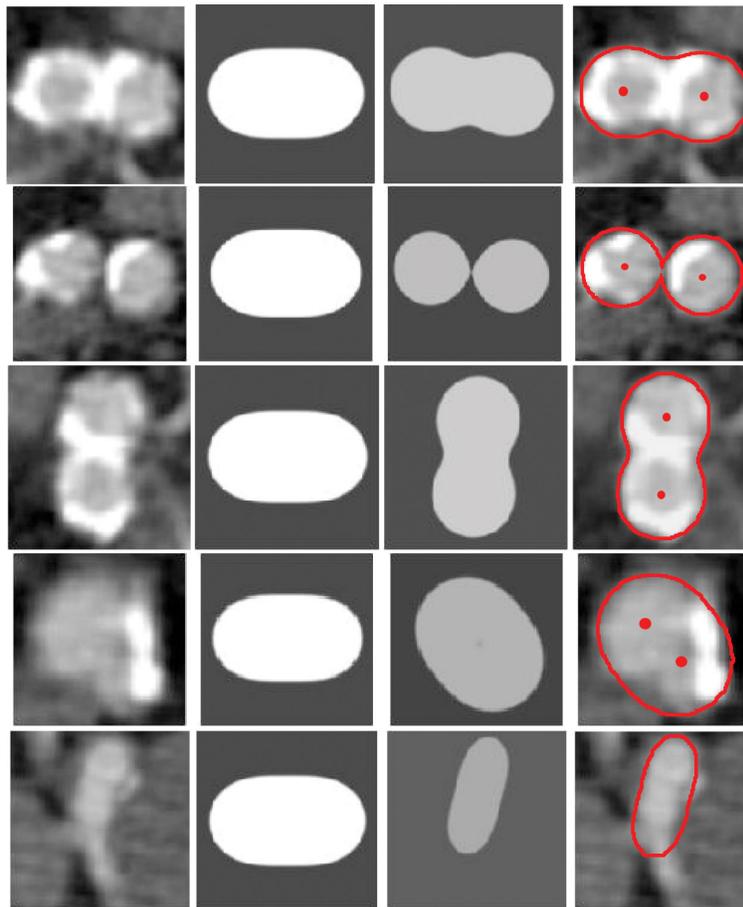


Figura 2. De izquierda a derecha, región de interés estimación inicial, modelo ajustado y superposición del modelo sobre la imagen original indicando los centros de cada arteria bifurcada. De arriba hacia abajo, son los distintos casos de la Tabla 1. Caso 1, 2, 3 y 4 se trata de data de pacientes con la arteria femoral moderadamente calcificada, los casos 4 y 5 muestran resultados de estimación en casos donde las arterias bifurcadas no son para nada simétricas.

UN ENFOQUE PARA LA SEGMENTACIÓN Y CUANTIFICACIÓN DE ARTERIAS CORONARIAS EN IMÁGENES DE ANGIOGRAFÍA

Hernando Velandia

Rubén Medina

hernandov@ula.ve

rmedina@ula.ve

Postgrado de Ingeniería Biomédica, Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Mérida 5101, Venezuela.

Grupo de Ingeniería Biomédica (GIBULA), Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Mérida 5101, Venezuela.

Tulio Nuñez

Tulio@ula.ve

Centro Cardiovascular, Instituto Autónomo Hospital Universitario de la Universidad de los Andes (I.A.H.U.L.A.), Mérida 5101, Venezuela.

Abstract. *En el presente trabajo se propone el diseño e implementación de un método semiautomático y otro manual para la segmentación y cuantificación de arterias coronarias en imágenes de angiografía. La técnica ha sido estructurada en dos etapas: segmentación o delimitación arterial y cuantificación de la disminución en su luz o estenosis. El sistema desarrollado ha sido validado utilizando una base de datos que incluye 16 estudios hemodinámicos, adquiridos en el Instituto Autónomo Hospital Universitario de la Universidad de los Andes (I.A.H.U.L.A.). Los resultados preliminares son promisorios pues el porcentaje de error es inferior al 12,3% con pruebas realizadas utilizando datos reales.*

Key words: Angiografía, Arterias coronarias, Segmentación, Cuantificación.

1 INTRODUCCIÓN

La valoración de la función cardiaca es de vital importancia, debido a su influencia en las altas tasas de mortalidad a nivel mundial [1]. Bajo este contexto, las arterias coronarias son primordiales, ya que son las encargadas de suministrar la sangre al músculo cardiaco. Uno de los principales objetivos del procesamiento de imágenes médicas, es proporcionar un juicio cuantitativo que confirme la apreciación visual del especialista, en virtud de un diagnóstico certero; por tanto, en el presente trabajo se expone el diseño e implementación de una metodología para la segmentación y cuantificación de arterias coronarias en imágenes de angiografía.

2 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

La angiografía por rayos X produce imágenes radiológicas dinámicas de los vasos sanguíneos, llenando la región a estudiar con un material de contraste radio-opaco; la adquisición de las imágenes puede ser realizada en dos planos (considerando la vista Oblicua Anterior Derecha (OAD) 30° y la vista Oblicua Anterior Izquierda (OAI) 60°). El equipo de adquisición y visualización (INNOVA 2000) proporciona imágenes completamente digitales, con un campo visual de 20.5 cm. x 20.5 cm., una resolución de 512 x 512 píxeles cuantificados con 8 bits [2].

3 VALORACIÓN DE LA FUNCIÓN CORONARIA

Diámetro de referencia (DR). Distancia entre las paredes arteriales de luz normal, Fig. 1(a).

Diámetro de estenosis (DE). Longitud entre las paredes arteriales afectadas, Fig. 1(a).

Longitud de la lesión (LL). Segmento arterial afectado por la obstrucción, Fig. 1(a).

Relación de estenosis. Medida que expresa la disminución de la luz arterial:

- *Área (REA)*. Sección porcentual estimada en función de DR y DE , cuantificándose como $A = \pi r^2$ (se asume de manera ideal que la sección transversal de la arteria es circular [3]).
- *Diámetro (RED)*. Longitud porcentual valorada como función de DR y DE .

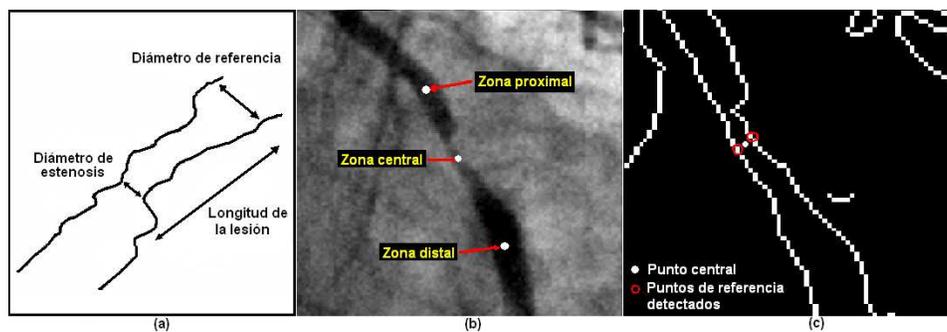


Figura 1: (a). Contorno arterial. (b). Imagen preprocesada (zoom y realce de contraste) y demostración de las 3 zonas referentes. (c). Aplicación del operador de Canny y puntos de referencia estimados.

4 METODOLOGÍA

4.1 Procedimiento Semiautomático

El especialista procede a marcar 3 puntos sobre la sección arterial lesionada, Fig. 1(b); con esta información se extrae una sub imagen, a la cual se le aplica el operador de Canny [4], Fig. 1(c). Para eliminar los bordes no deseados se utiliza un algoritmo de seguimiento de puntos, inicializado para cada extremo de ésta a través de un punto de referencia, Fig. 1(c); una manera

de conseguirlos es trazando un conjunto de radios, con origen en el punto marcado en la zona central y de esta manera buscar su intercepción con los contornos de interés Fig. 1(c). En la Fig. 2(a) se expone el resultado final de este procesamiento. Finalmente para detectar un eje arterial, se aplica un filtraje de difusión anisotrópica [5], Fig. 2(b). y se detecta la orientación de la arteria, a través de la cuantificación de un conjunto de perfiles de intensidad, generados a partir del punto marcado en la zona central, hacia cada uno de los pixeles del borde de la imagen. Teniendo estos valores se estima el valor promedio de intensidad por perfil y se elige aquel que tenga el mínimo valor, mostrado en la Fig. 2(b) (recta 1). Finalmente para detectar la parte restante de la orientación arterial (recta 2), se debe delimitar el radio de acción de la nueva búsqueda, con la finalidad de que el nuevo mínimo valor global, no corresponda o se aproxime al ya elegido.

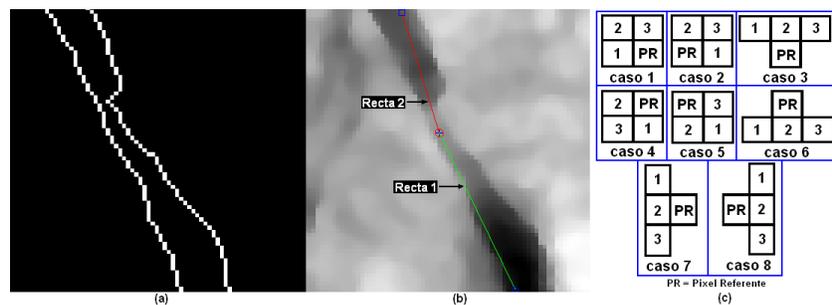


Figura 2: (a). Resultado del algoritmo de detección de continuidad. (b). Aplicación del filtrado de difusión anisotrópico y orientación arterial detectada. (c). Mascaras de avance.

Conociendo la orientación arterial se busca un eje que permita cuantificar la función coronaria. El procedimiento necesita 3 puntos: el marcado en la zona central de la arteria Fig. 1(b) y los puntos finales de los perfiles de intensidad elegidos (Rectas 1 y 2), dibujados como un triángulo y un cuadrado en la Fig. 2(b). La comparación de sus valores espaciales permitirá la aplicación de una de las mascarar mostradas en la Fig. 2(c). Cada una de ellas consta de 4 pixeles denominados 1,2,3 y PR (Pixel Referente). PR es el pixel de inicio y hacia donde va creciendo el eje buscado. Esta progresión se da a medida de que se comparan los valores de nivel de gris de los pixeles 1,2 y 3 respectivamente y se escoje el de menor valor. Los casos se presentan en la Fig. 3; convenciones: PCx = Coordenada en x del punto central, PCy = Coordenada en y del punto central, PFx = Coordenada en x del punto final, del perfil de intensidad seleccionado como orientación arterial y PFy = Coordenada en y del punto final, del perfil de intensidad seleccionado como orientación arterial. La Figura 4(a) presenta el eje obtenido. Finalmente éste es muestreado y mapeado a la imagen binaria ya previamente calculada Fig. 4(b).

4.2 Procedimiento Manual

El especialista marca 3 grupos de puntos sobre la sección arterial a analizar. El primero demarcado sobre el extremo A del borde arterial, Fig. 5(a), desde la zona proximal a la distal. El segundo sobre el extremo B en el mismo sentido anterior. El tercero corresponde a la demarcación de la línea central. Finalmente se genera una imagen binaria, en la cual se superpone la línea central, Fig. 5(b).

Caso 1: Si $PCy > PFy$ & $PCx > PFx$. Si el nivel de gris de 1,2 y 3 es igual, se prioriza 2. si el menor nivel de gris se encuentra en 2 y 3 o 1 y 2, se prioriza 2. si el menor nivel de gris se encuentra en 1 y 3 se prioriza 1.

Caso 2: Si $PCy > PFy$ & $PCx < PFx$. Si el nivel de gris de 1,2 y 3 es igual, se prioriza 3. si el menor nivel de gris se encuentra en 2 y 3 o 1 y 3, se prioriza 3. si el menor nivel de gris se encuentra en 1 y 2 se prioriza 1.

Caso 3: Si $PCy > PFy$ & $PCx = PFx$. Si el nivel de gris de 1,2 y 3 es igual, se prioriza 2. si el menor nivel de gris se encuentra en 2 y 1 o 2 y 3, se prioriza 2. si el menor nivel de gris se encuentra en 1 y 3 se prioriza 1.

Caso 4: Si $PCy < PFy$ & $PCx > PFx$. Si el nivel de gris de 1,2 y 3 es igual, se prioriza 3. si el menor nivel de gris se encuentra en 2 y 3 o 1 y 3, se prioriza 3. si el menor nivel de gris se encuentra en 1 y 2 se prioriza 2.

Caso 5: Si $PCy < PFy$ & $PCx < PFx$. Si el nivel de gris de 1,2 y 3 es igual, se prioriza 1. si el menor nivel de gris se encuentra en 2 y 1 o 1 y 3, se prioriza 1. si el menor nivel de gris se encuentra en 3 y 2 se prioriza 3.

Caso 6: Si $PCy < PFy$ & $PCx = PFx$. Si el nivel de gris de 1,2 y 3 es igual, se prioriza 2. si el menor nivel de gris se encuentra en 2 y 1 o 2 y 3, se prioriza 2. si el menor nivel de gris se encuentra en 1 y 3 se prioriza 3.

Caso 7: Si $PCy = PFy$ & $PCx > PFx$. Si el nivel de gris de 1,2 y 3 es igual, se prioriza 2. si el menor nivel de gris se encuentra en 2 y 1 o 2 y 3, se prioriza 2. si el menor nivel de gris se encuentra en 1 y 3 se prioriza 1.

Caso 8: Si $PCy = PFy$ & $PCx < PFx$. Si el nivel de gris de 1,2 y 3 es igual, se prioriza 2. si el menor nivel de gris se encuentra en 2 y 3 o 1 y 2, se prioriza 2. si el menor nivel de gris se encuentra en 1 y 3 se prioriza 1.

Figura 3: Casos empleados en la construcción del eje arterial.

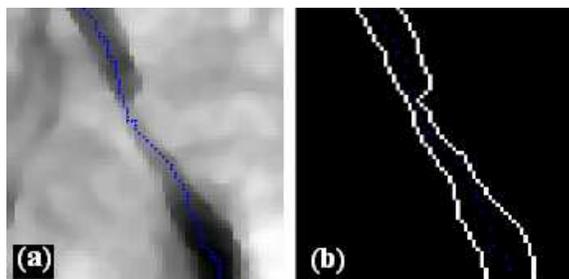


Figura 4: (a). Imagen filtrada y eje arterial obtenido. (b). Imagen binaria en la cual se superpone dicho eje arterial.

4.3 Estimación de los Parámetros Descriptivos

Para estimar la variación diametral de la arteria, se trazan un conjunto de radios perpendiculares a la línea central, Fig. 5(c). Seguidamente se estima la distancia euclidiana de cada uno de ellos, siendo el de menor valor el diámetro de estenosis y el primer radio ubicado en la zona proximal, el de referencia. La longitud de la lesión se mide entre los puntos demarcados en las zonas proximal y distal respectivamente. Para obtener los valores enmarcados en la relación de estenosis, se procede de la siguiente manera: **Área**. Se estima primero para el diámetro de referencia (equivale al 100%) y luego para el diámetro de estenosis, se calcula su diferencia y la relación porcentual de esta respecto al 100% ya estimado. **Diámetro**. Simplemente se compara la diferencia de longitud entre el diámetro de referencia y el de estenosis, y se procede de la misma

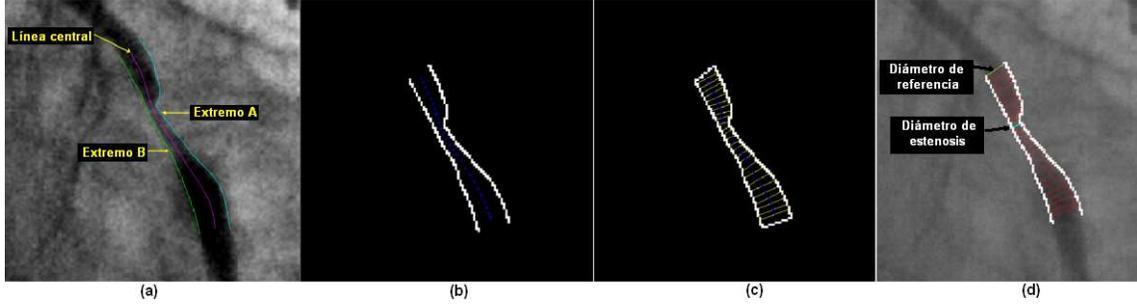


Figura 5: (a). Imagen arterial preprocesada (zoom y realce de contraste), en la cual se ilustran los bordes y la línea central demarcados manualmente. (b). Imagen binaria generada. (c). Superposición de un conjunto de radios perpendiculares a la línea central. (d). Mapeo a la imagen original.

manera que para el área. La Fig. 5(d) expone el mapeo del procesamiento a la imagen original. Finalmente la conversión a mm, es realizada con la ayuda del diámetro del catéter (en pixels) y el valor en French, los cuales se relacionan como: $\text{Diámetro (mm)} = (\text{Valor en French}) / 3$.

5 RESULTADOS

Los valores obtenidos son comparados respecto a los estimados por los expertos del Instituto de Cardiología en términos del error porcentual. La Figura 6 expone el resultado obtenido para los dos enfoques diseñados. En cada uno de ellos se muestra la imagen inicial, la región a segmentar y el resultado del procesamiento. Por su parte en la Tabla (1) se registra el análisis cuantitativo calculado para cada parámetro, tanto por el sistema desarrollado como por el especialista, además se reporta el mínimo y el máximo valor, la media aritmética y la desviación estándar.

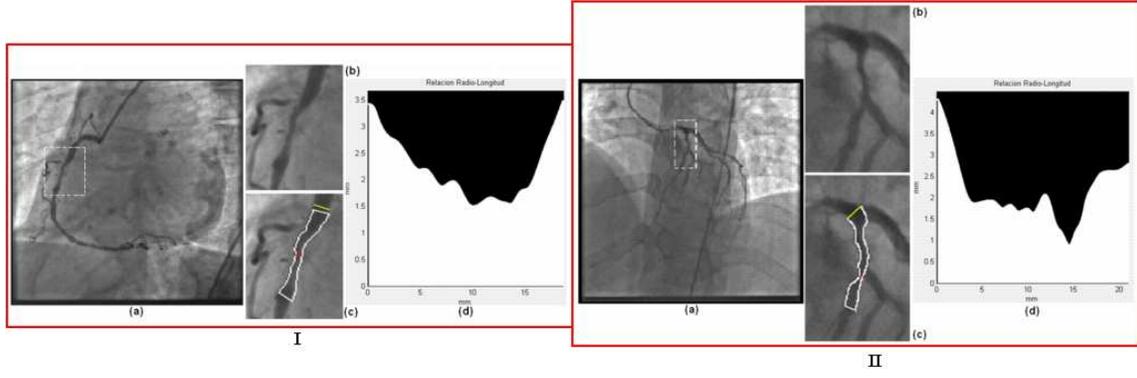


Figura 6: I. Procedimiento semiautomático. II. Procedimiento manual. Convenciones: (a). Imagen arterial coronaria (b). Subimagen ampliada de la zona de referencia. (c). Resultado del proceso de segmentación (d). Representación longitudinal de la variación radial a lo largo del segmento arterial demarcado.

6 CONCLUSIONES

Se logró desarrollar una herramienta muy útil para la segmentación y cuantificación de arterias coronarias en imágenes de angiografía. Los resultados son promisorios pues el porcentaje de error

Tabla 1: Parámetros: RED_E = Relación de Estenosis - Diámetro (Especialista). RED_C = Relación de Estenosis - Diámetro (sistema desarrollado). E_r = Error porcentual. REA_E = Relación de Estenosis - Área. DR = Diámetro de Referencia. DE = Diámetro de Estenosis. LL = Longitud de la Lesión.

Parametro	Plataforma semiautomática				Plataforma manual			
	V_{min}	V_{max}	Media	Des.Est.	V_{min}	V_{max}	Media	Des.Est.
$RED_E(\%)$	33,020	60,130	49,588	10,313	31,500	84,850	54,675	19,782
$RED_C(\%)$	29,452	59,288	49,699	10,116	31,457	84,606	54,622	20,267
$E_r(\%)$	0,437	10,804	5,639	3,682	0,134	10,197	3,422	4,078
$REA_E(\%)$	55,140	84,100	73,643	10,845	53,080	97,700	76,030	15,709
$REA_C(\%)$	50,230	83,425	73,802	11,200	53,019	97,630	75,814	16,305
$E_r(\%)$	0,258	8,903	3,970	2,923	0,071	6,110	2,168	2,550
$DR_E(mm)$	2,550	3,760	3,128	0,461	1,890	4,000	2,738	0,710
$DR_C(mm)$	2,411	3,754	3,107	0,485	1,809	4,448	2,845	0,849
$E_r(\%)$	0,097	11,684	5,321	3,737	0,602	11,215	4,130	3,579
$DE_E(mm)$	1,020	1,960	1,560	0,284	0,440	1,920	1,182	0,527
$DE_C(mm)$	1,029	1,819	1,541	0,251	0,457	1,968	1,207	0,531
$E_r(\%)$	0,931	7,178	3,812	2,278	1,705	12,262	5,026	3,691
$LL_E(mm)$	6,020	19,500	10,447	4,919	6,760	22,950	11,148	6,065
$LL_C(mm)$	5,633	18,764	10,154	4,545	6,997	21,166	11,026	5,439
$E_r(\%)$	0,260	7,860	4,001	2,667	2,019	12,105	4,839	3,614

es inferior al 11,7 % en el caso semiautomático y 12,3 % en el manual.

REFERENCIAS

- [1] MACKAY, J., & MENSAH, G., *Atlas of heart disease and stroke*. World Health Organization, 2004.
- [2] GENERAL ELECTRIC COMPANY *Innova 2000, Digital cardiovascular x-ray imaging system*, 2007. [Online]. Available: <http://www.gehealthcare.com/usen/xr/cardiovascular/products/innova2000.html>
- [3] YANG, S., LAMBERTO, B., VLADIR, M., & HARRY, G., *From cardiac catheterization data to hemodynamic parameters*, 2nd ed. Philadelphia, pennsylvania: F.A. Davis Company, 1978.
- [4] CANNY, J., *A computational approach to edge detection*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 8(6), pp. 679-698, 1986.
- [5] PERONA, P., & MALIK, J., *Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 12(7), pp. 629-639, Jul 1990.

UTILIZACIÓN DE FILTROS DE MEDIANA Y TRANSFORMADA WAVELET EN EL ANÁLISIS DIGITAL DE IMÁGENES NEURONALES

FJ Durán-Montilla

RJ. Medina

fduran@ula.ve

rmedina@ula.ve

Centro de Microscopía Electrónica “*Dr. Ernesto Palacios Prü*”, Universidad de Los Andes.

Mérida-Venezuela

Grupo de Investigación de Ingeniería Biomédica (GIBULA), Universidad de Los Andes. Mérida-Venezuela

LE Mendoza

RV Mendoza-Briceño

ZC Peña-Contreras

DM Dávila-Vera

luenmeula@gmail.com

rovirmen@ula.ve

zulmap@ula.ve

delyda@ula.ve

Centro de Microscopía Electrónica “*Dr. Ernesto Palacios Prü*”, Universidad de Los Andes.

Mérida-Venezuela

Resumen. Las neuronas de los diferentes centros de integración del sistema nervioso central se caracterizan por presentar una estructura morfológica determinada, conocida como fenotipia la cual depende de la función que debe cumplir y permite distinguir un tipo de neurona de otra. El propósito de este trabajo es proponer un esquema de procesamiento de imágenes neuronales, que permita la cuantificación y el análisis preciso del contorno neuronal correspondiente a las células de Purkinje (CP) de la corteza cerebelosa de ratón. En este estudio, la imagen de la CP fue procesada, con diversos Filtros de Mediana y con la Transformada Wavelet (TW). Como resultado, se logra realzar la imagen facilitando así el análisis en forma más rápida, exhaustiva y precisa con respecto a la simple visualización tradicional de este tipo de imágenes. Las técnicas utilizadas permiten obtener un mejor realce de las espinas dendríticas, eliminando el efecto del ruido generado durante el proceso de adquisición de la imagen sin degradar las características más importantes de la imagen de la CP.

Palabras claves: Células Purkinje, Filtros de Mediana, Transformada Wavelet, Realce de imágenes.

1. INTRODUCCIÓN

La reconstrucción completa de la morfología de las neuronas es de interés fundamental para el análisis y comprensión de las funciones celulares, porque permite determinar la efectividad de la actividad neuronal. La neurona prototípica en la corteza cerebelosa es la CP. Estas células presentan, en toda la extensión de la superficie dendrítica, evaginaciones celulares, conocidas como espinas dendríticas; estas son protrusiones de la membrana y del citoplasma celular dendrítico que tienen longitudes diferentes y están distribuidas irregularmente en la ramificaciones dendríticas [1]. Las CP se vinculan funcionalmente con actividades musculares dinámicas, así como también con situaciones de posición y equilibrio que son funciones sincronizadas y regulares [2]. Existen diferentes paquetes de software comerciales tales como Neurolúcida, Imaris o Methamorph [3], los cuales proporcionan interfases que permiten, por ejemplo, reconstruir secciones de ramas del árbol dendrítico de la CP; sin embargo, estos tipos de software presentan inconvenientes porque son semiautomáticos.

El procesamiento de imágenes neuronales presenta algunas dificultades, entre ellas la cuantificación de las espinas dendríticas y el cálculo del área tanto de las ramas como de las espinas dendríticas. Los problemas que origina el procesamiento de las imágenes CP no son fáciles de resolver, debido a que estas imágenes son capturadas a diferentes planos focales, presentando variación en su centro focal y variación en el contraste, lo cual dificulta la superposición de diferentes imágenes sin un previo pre-acondicionamiento. Algunos autores delimitan el procesamiento a una región de la imagen; con el fin de disminuir el grado de dificultad en el procesamiento de la imagen. Para lograr resultados exitosos en la búsqueda de dendritas en las imágenes de CP, algunos autores [4], han usado diferentes técnicas matemáticas como: inferencia bayesiana, el algoritmo estimador de máxima verosimilitud (algoritmo E-M) basada en la probabilidad, técnicas de esqueletización, transformada watershed y minimización de trayectorias en árboles binarios. Estos trabajos muestran resultados que tuvieron gran impacto, pero su desventaja es que para su buen funcionamiento necesitan un gran apoyo manual por parte del especialista, lo cual hace que el estudio sea lento y muy laborioso. Las imágenes de CP han sido poco estudiadas desde el punto de vista de la ingeniería biomédica, y el presente estudio se enfoca hacia la búsqueda de una herramienta que elimine ruido y a su vez realce la morfología de las imágenes de CP, especialmente en áreas pequeñas de las ramificaciones dendríticas, más que en el árbol dendrítico completo. Adicionalmente, este estudio es importante ya que permite realizar medidas comparativas del número de espinas, área de dendritas y área total, durante las diferentes etapas del desarrollo de las CP. Para ello se utilizan filtros de Mediana [5][6] y la TW [7] que son herramientas que muestran resultados eficientes para el pre-procesamiento de datos en imágenes como las CP.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

Para este estudio, se generó una base de datos que consta de 20 imágenes (4096x5120x3 y 8 bits) de CP del cerebelo de ratones adultos jóvenes, adquiridas utilizando un microscopio Polyvar Reichert-Jung. A los cerebelos se les aplicó la técnica de impregnación cromoargéntica o método de Golgi, modificada por Palacios [8]. Las imágenes fueron obtenidas en el Centro de Microscopía Electrónica “*Dr. Ernesto Palacios Priu*” de la Universidad de Los Andes (Mérida, Venezuela), visualizando los cortes con microscopía de luz de alta resolución digitalizada (MLARD). Las diferentes técnicas que se utilizaron para procesar las imágenes de la CP fueron: **filtro de mediana, filtro de mediana ponderado, filtro de mediana ponderado óptimo y**

transformada wavelet (TW). Estas técnicas se usaron con el fin de mantener las características relevantes de la imagen original.

2.1 Filtro de mediana

Una de las técnicas no lineales más utilizadas para el procesamiento de imágenes, en cuanto a la eliminación de ruido, es el filtro de mediana. La mediana (operador $median(.)$) de una secuencia impar de k números se define como el número que cumpla que es mayor que $(k-1)/2$ números, y menor que los otros $(k-1)/2$. Diversos autores [5] han demostrado las ventajas de utilizar esta técnica en el pre-procesamiento de imágenes. La Ecuación 1, define matemáticamente este tipo de filtro.

$$y(n) = median(x(n - N_L), \dots, x(n), \dots, x(n + N_R)) \quad (1)$$

Donde:

$N = N_R + N_L$: tamaño de la ventana de observación, $x(n)$: elementos de la ventana de observación, $y(n)$: salida del filtro.

2.2 Filtro de Mediana Ponderado

El funcionamiento del filtro de mediana ponderado, cuya expresión matemática se presenta en la Ecuación 2, es similar al filtro de mediana, ya descrito, pero se le asigna a cada elemento de la matriz de coeficientes, una ponderación que indica cuantas veces se repite el valor del píxel.

$$y(n) = median(|a_1| \diamond (\text{sgn}(a_1)x_1), |a_2| \diamond (\text{sgn}(a_2)x_2), \dots, |a_N| \diamond (\text{sgn}(a_N)x_N)) \quad (2)$$

Donde:

a_i : coeficiente de ponderación, x_i : píxel de la imagen, N : número de muestras de la ventana en un tiempo n , \diamond : operador de repetición. Indica el número de veces que se repite el píxel de la imagen según la ponderación (a_i) y $y(n)$: muestra la salida del filtro.

2.3 Filtro de Mediana Ponderado Óptimo

Se fundamenta en un proceso de optimización de la matriz de coeficientes, utilizando la recursividad, donde la salida previa es usada para determinar la salida actual. La recursividad va a depender de la minimización del error que se obtiene entre la matriz de píxeles ideal y la matriz de píxeles con ruido. Mediante la Ecuación 3 se presenta la definición matemática de este tipo de filtro.

$$W_{j+1}(n+1) = W_j(n) + \mu(D(n) - \hat{D}(n)) \text{sgn}(W_j(n)) * \text{sgn}(S_j(n) - \hat{D}(n)) \quad (3)$$

Donde:

W_j : vector de ponderación de tamaño N , D : matriz de píxeles de la imagen deseada, \hat{D} : matriz de píxeles de la imagen con ruido, sgn : extrae el signo del coeficiente, n : valor en el tiempo, μ : coeficiente que determina la velocidad de convergencia del algoritmo, j : componentes del vector de ponderación ($j=1..N$)

2.4 Transformada Wavelet

La TW, es una herramienta que se utiliza en el procesamiento digital de imágenes, tiene diferentes planos de resolución espacio-escala. El objetivo es encontrar un estimado de una imagen $f(x,y)$ que conserve las características más relevantes, eliminando las componentes de ruido. La TW se considera como una herramienta de análisis multiresolución que permite la representación de la imagen mediante coeficientes que miden el grado de correlación o similitud entre la imagen original y versiones escaladas y trasladadas en el espacio de la función básica $\psi(x, y)$ llamada wavelet madre.

Para una función $f(x,y)$, las funciones wavelet y la transformada en el dominio continuo bidimensional son respectivamente:

$$\psi_{j,k_x,k_y}(x, y) = 2^j \psi(2^j x - k_x, 2^j y - k_y) \quad (4)$$

$$W_\psi f(x, y) = \langle f(x, y), \psi_{j,k_x,k_y} \rangle = \iint f(x, y) * \psi_{j,k_x,k_y}(x, y) dx dy \quad (5)$$

Donde k_x y k_y son respectivamente traslaciones en los ejes coordenadas x , y . la TW Inversa Continua bidimensional es:

$$\sum_j \sum_{k_x} \sum_{k_y} C_{j,k_x,k_y} \psi_{j,k_x,k_y}(x, y) \quad (6)$$

donde

$$C_{j,k_x,k_y} = \langle f(x, y) \psi_{j,k_x,k_y}(x, y) \rangle = \iint f(x, y) * \psi_{j,k_x,k_y}(x, y) dx dy \quad (7)$$

El proceso de reconstrucción, también denominado síntesis, se encarga de la obtención de la imagen a partir de los detalles y aproximaciones. Éste proceso se lleva a cabo con la transformada wavelet inversa (TWI).

3. Resultados

Mediante la aplicación de las diferentes técnicas reseñadas se encontraron resultados, que demuestran su efectividad en cuanto al realce de la imagen, cuando se compara el resultado con respecto a la imagen de CP original MLARD con alta resolución (Fig. 1).

Cuando se utilizó el filtro de mediana considerando una máscara de tamaño 3x3, se observa la atenuación de ruido impulsivo de alta frecuencia; mientras que los bordes de las CP se realzan (Fig. 2), y se mantienen inalteradas las estructuras importantes de la imagen, como son las espinas dendríticas.

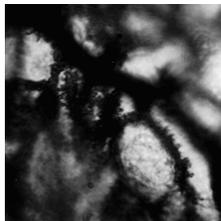


Fig. 1. Célula de Purkinje, impregnada con el método de Golgi y sin ningún preprocesamiento.

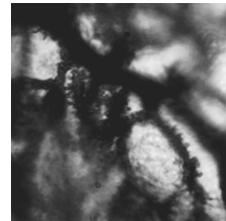


Fig. 2. Célula de Purkinje después de utilizar filtro de mediana

Al aplicar el filtro de mediana ponderado se puede observar que se mantienen las características fenotípicas neuronales (Fig. 3), sin embargo, se aprecia la modificación del contraste de la imagen y en consecuencia, las espinas dendríticas aparecen bien realzadas. Cuando se aplica el filtro de mediana ponderado óptimo (Fig. 4), es necesario contar con una imagen deseada de una CP, la cual cumple el papel de imagen de referencia. En este caso, la imagen de referencia es una imagen de CP restaurada mediante el algoritmo de Lucy-Richardson [9] tal como se muestra en la figura 5. La figura 6 muestra una curva de aprendizaje del algoritmo adaptativo y se observa que se requieren 16.000 iteraciones para converger: sin embargo, como se observa en la figura 4, el resultado es un suavizado muy fuerte.

En cuanto al procesamiento utilizando TW, inicialmente se procedió a realizar la descomposición y procesamiento, considerando un solo nivel de descomposición y se obtuvieron cuatro coeficientes, conocidos como: aproximación, detalles horizontales, detalles verticales y detalles diagonales; de estos coeficientes, la aproximación contiene la mayor parte de la energía de la imagen, mientras que los detalles tienen valores próximos a cero. Para visualizar mejores detalles de las espinas dendríticas de las CP se obtuvo una imagen a mayor aumento (Fig. 7) de una sección de la mostrada en la figura 1, a la cual después de realizar la descomposición wavelet, se aplicó un filtro logarítmico a la imagen de aproximación y a continuación se calculó la transformada wavelet inversa (TWI) obteniendo así un realce en donde se destacan las espinas dendríticas (Fig. 8).

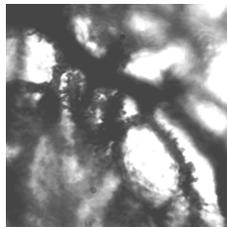


Fig. 3. Dendritas de CP después de utilizar el filtro de mediana ponderado

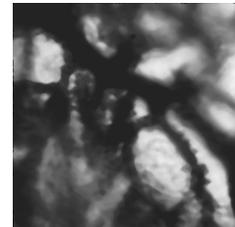


Fig. 4. Dendritas de CP después de utilizar filtro de mediana ponderado óptimo



Fig. 5. Imagen deseada de dendritas de CP

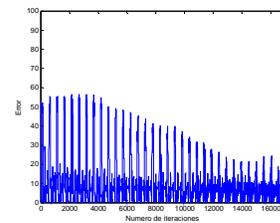


Fig. 6. Curva de error

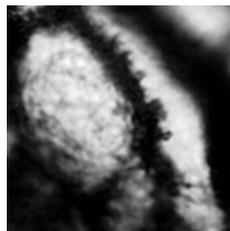


Fig. 7. Imagen aumentada de dendritas de CP, correspondiente a una sección de la figura 3.

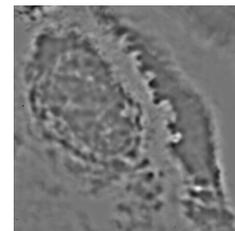


Fig. 8. Aplicación de la TWI, a la imagen anterior.

4. Discusión y Conclusiones

El procesamiento de imágenes de CP con filtros de mediana y TW es una metodología novedosa, a la cual se le ha dedicado poca atención. Esto puede concluirse debido a la escasa literatura encontrada al respecto. Los resultados obtenidos sugieren que las técnicas estudiadas podrían ser una importante herramienta de procesamiento para este tipo de imágenes. En cuanto a los resultados, el filtro de mediana ponderado es el que produce mejores resultados. El filtro de mediana ponderado óptimo presenta como limitante el requerimiento de una imagen de referencia, la cual en esta aplicación no siempre está disponible. Por su parte, la TW resalta y ofrece información importante relativa a los bordes de las CP, permitiendo una mejor definición (Fig. 8) de aquellos sitios donde las espinas dendríticas aparecen borrosas.

Las técnicas de procesamiento propuestas resultan útiles para producir un realce adecuado de las CP, lo cual puede contribuir a mejorar el procedimiento de cuantificación de espinas dendríticas que normalmente se realiza en forma manual.

Agradecimientos

Los autores expresan su agradecimiento al Personal Técnico del Centro de Microscopía Electrónica “Dr. Ernesto Palacios Prü” de la Universidad de Los Andes, Venezuela, por su ayuda en la preparación del material biológico utilizado en la realización del presente trabajo.

Referencias

- [1]. Gray, E. G., Electron microscopy of synaptic contacts on dendritic spines of the cerebral cortex. *Nature*, vol. 183, pp. 15924, 1959.
- [2]. Parnass, Z., Tashiro, A., & Yuste, R., Analysis of spine morphological plasticity in developing hippocampal pyramidal neurons. *Hippocampus*, vol. 10, pp. 561 – 568. 5618, 2000.
- [3]. González, G., Fleuret, F., Fua, P., Automated Delineation of Dendritic Networks in Noisy Image Stacks. *European Conference on Computer Vision*, 2008.
- [4]. Francois, F., & Pascal, F., Dendrite tracking in microscopic images using minimum spanning trees and localized E-M. *CVLAB-EPFL*, 2006.
- [5]. Srinivasan, E., & D, Ebenezer., A technique for improving the performance of median smoothers at the corners characterized by low order polynomials. *International Journal of Electronics, Circuits and Systems*, vol. 1, n. 3, pp. 1307-4156, 2007.
- [6]. Shmulevich, L., & Arce, G., *Generalized mallows optimization for weighted median filters admitting negative weights*. Tampere, Finland. Newark, Delaware, USA, 2002.
- [7]. Yamada, R., Ushiba, J., Tomita, Y., & Masako, Y., Decomposition of electromyographic signal by principal component analysis of Wavelet Coefficient. *IEEE EMBS Asian-Pacific Conference on Biomedical Engineering*, Keshena, Japan. 10.1109/APBME.2003.1302612: 118-119, 2003.
- [8]. Palacios-Prü, E.L. Two useful variations of the Golgi silver-chromate method. *Acta Científica Venezolana*, vol. 21, pp. 105-106, 1970.
- [9]. González, R. C., Woods R. E., Eddins S. L. *Digital Image Processing Using MATLAB (DIPUM)*. Gatesmark Publishing. pp 827, 2009.

DETECCIÓN DEL CORAZÓN UTILIZANDO MÁQUINAS DE SOPORTE VECTORIAL DE MÍNIMOS CUADRADOS

Miguel Vera
Rubén Medina

vermig@ula.ve
rmedina@ula.ve

Grupo de Investigación en Ingeniería Biomédica (GIBULA), Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

Antonio Bravo

abravo@unet.edu.ve

Grupo de Bioingeniería, Decanato de Investigación, Universidad Nacional Experimental del Táchira, San Cristóbal, Venezuela.

Abstract. *El objetivo del presente trabajo es desarrollar una técnica para la detección automática del corazón a partir de imágenes de Tomografía Multi-corte (MSCT). La técnica implementada consta de dos etapas. En la primera se detectó, automáticamente, un conjunto de marcadores anatómicos sobre el borde del corazón, empleando una máquina de soporte vectorial de mínimos cuadrados (LSSVM) entrenada usando patrones de tamaño 31×31 , asociados tanto a los marcadores como a otras estructuras, presentes en las imágenes de MSCT, denominadas "No marcadores". Mediante el entrenamiento se construyó una superficie de decisión que permitió clasificar los patrones de entrada como marcadores o "No marcadores". Posteriormente, se aplicó el proceso de bootstrapping incorporando, al conjunto de entrenamiento, los patrones que la LSSVM estaba clasificando de manera inapropiada. Durante el proceso de detección se obtiene un 95.84% de reconocimiento. Los marcadores detectados fueron ubicados, mediante sus respectivas coordenadas, sobre las imágenes. Tales coordenadas fueron utilizadas para obtener, mediante B-splines, un conjunto de contornos que modelan el corazón. Durante la segunda etapa, se implementó un algoritmo de triangulación, el cual permitió generar una superficie 3-D a partir de los contornos proporcionados la cual es desplegada utilizando algoritmos de rendering de superficies.*

Key words: Corazón, Máquina de soporte vectorial, Rendering de superficie

1 INTRODUCCIÓN

La segmentación del corazón y la posterior detección de las estructuras contenidas en la cavidad cardíaca, constituye un problema de gran interés para la comunidad científica internacional [2],

justificado por una parte, en que un alto número de personas mueren anualmente debido a causas relacionadas con enfermedades cardíacas [11] y por la otra, en que dicha segmentación constituye un prerrequisito para la cuantificación global de la función cardíaca [12]. Generalmente, antes de detectar las cámaras del corazón se requiere una etapa previa basada en la generación de una aproximación inicial que proporcione un conocimiento a priori de la ubicación de la referida cavidad [2]. En atención a ello, en el presente trabajo, se implementó un modelo, basado en máquinas de soporte vectorial de mínimos cuadrados (LSSVM) y Cubos Marchantes, para generar (sobre imágenes cardíacas en la modalidad MSCT) un conjunto de superficies que representen la mencionada aproximación. Diversos investigadores han intentado realizar la citada segmentación utilizando una gran variedad de técnicas. Así, Fleureau et al. [3], utilizan un esquema multi agente de propósito general combinado con entrenamiento supervisado sobre máquinas de aprendizaje para segmentar la cavidad cardíaca en imágenes de MSCT. Por su parte Su et al.[7], proponen un método semi-automático para la segmentación 3D de la cavidad cardíaca sobre imágenes MSCT utilizando Conjuntos de Nivel y clustering. Adicionalmente, Fritz et al. [4], segmentan los ventrículos izquierdo y derecho sobre imágenes MSCT, utilizando un modelo estadístico bi-temporal. Por último Von Berg y Lorentz [10], presentan un modelo semi-automático para segmentar tanto los ventrículos como las aurículas cardíacas estableciendo manualmente un modelo inicial para la cavidad cardíaca.

2 MÁQUINAS DE SOPORTE VECTORIAL DE MÍNIMOS CUADRADOS

Las máquinas de soporte vectorial clásicas (SVM) son paradigmas de aprendizaje que se someten a procesos de entrenamiento y detección. Ellas fueron desarrolladas por Vapnik et al [9], constituyen una de las principales herramientas del aprendizaje estadístico y están basadas en la proyección de los datos en la Dimensión de Vapnik-Chervonenkis, donde el problema a resolver tiene solución [9]. Una variante de las SVM, denominada máquina de soporte vectorial de mínimos cuadrados (LSSVM), puede obtenerse utilizando estadística robusta, análisis discriminante de Fisher y reemplazando el sistema de inequaciones que modela a toda SVM por un sistema de ecuaciones, equivalente, que puede ser resuelto mas eficientemente [8], razón por la cual se optó por el uso de LSSVM en lugar de las clásicas SVM. Adicionalmente, a diferencia de otros sistemas de clasificación basados en aprendizaje, como las redes neurales (NN), las LSSVM utilizan el criterio de Minimización del Riesgo Estructural, que eleva a niveles óptimos la capacidad de generalización de las referidas máquinas, haciendo posible que las LSSVM se desempeñen adecuadamente en el proceso de validación superando en este aspecto a las NN, las cuales utilizan el Riesgo Empírico. [6].

3 METODOLOGÍA

3.1 Breve descripción de la base de datos utilizada

La base de datos utilizada es de imágenes cardíacas obtenidas por MSCT, está conformada por 20 volúmenes que contienen información anatómica (para un ciclo cardiaco completo) y fue adquirida en sincronización con la onda R de la señal electrocardiográfica. Cada volumen posee 326 imágenes con voxeles de tamaño: 0.4882 mm \times 0.4882 mm \times 0.625 mm. Cada imagen es de tamaño 512 \times 512 pixeles cuadrados y fue muestreada con una resolución de 12 bits por pixel.

3.2 Formulación de las LSSVM

Con el propósito de realizar la detección automática del corazón, se construyó un clasificador LSSVM con kernel gaussiano de base radial, utilizando un toolbox en MatLab. Debido a la capacidad de generalización que poseen las LSSVM y a fin de minimizar el pre-procesamiento de las imágenes de entrada, el clasificador sólo utilizó información densitométrica como atributo. En este sentido, para detectar los marcadores anatómicos, se utilizó un conjunto de vecindades de niveles de gris extraída de las imágenes. Para ello, un conjunto de 8 puntos de referencia, que define el contorno del corazón fue seleccionado (ver Fig. 1). El número de puntos de referencia necesarios para definir el contorno del corazón fue seleccionado respetando el equilibrio entre la precisión de la detección del corazón y el coste computacional.

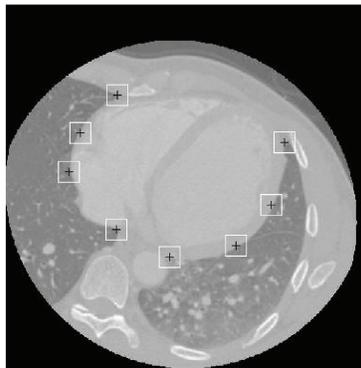


Figura 1: Imagen de MSCT en la que se representan mediante cuadrados los marcadores

3.3 Entrenamiento de la LSSVM

Durante la primera etapa de la investigación, se extrajo un conjunto de patrones de referencia a partir de 20 instantes de una base de datos 4-D de MSCT. Un cardiólogo aplicó un proceso manual para localizar patrones de 31×31 píxeles que corresponde a cada Marcador del corazón, obteniéndose un total de 2560 Marcadores. Un procedimiento similar se utilizó para la obtención de un conjunto de 25600 No Marcadores. Cada conjunto de entrenamiento se configuró utilizando la relación 1:10, donde por cada patrón que representa un Marcador, se introducen 10 patrones No Marcadores. La clase +1 se asigna a los patrones correspondientes a los Marcadores y la clase -1 a los No Marcadores.

El proceso de entrenamiento se utilizó para construir una superficie de decisión que permite la clasificación de los patrones de píxeles de entrada como Marcadores o No Marcadores. Con el propósito de elevar la calidad de la clasificación, se aplicó el proceso de bootstrapping. La superficie de decisión obtenida durante el proceso de entrenamiento se utilizó para clasificar patrones de píxeles que no contienen Marcadores. Los falsos positivos obtenidos en este proceso se incorporaron al conjunto de No Marcadores y se utilizan en las fases de entrenamiento posterior. El algoritmo 1 presenta el pseudo código que ilustra el procedimiento desarrollado.

La validación del proceso de detección desempeñado por la LSSVM, se llevó a cabo mediante la técnica de validación cruzada [13]. Para ello, de un conjunto inicial de 320 imágenes, se excluyó una de ellas para utilizarla como imagen de validación, calculando la distancia euclídea entre el

```

1.- Inicialización
   FalsosNegativos=0, FalsosPositivos = 0
2.- Vectorización
   ImgVectorizada = Imagen, Tm=TotalMarcadores, TNm=TotalNoMarcadores
// Por ser subimagenes de 31*31 el número de componentes de cada vector es de 961
for i=1 to Tm do
  Marcadores= ImagenMarcador(i);
  for j=1 to 961 do
    m(i,j)=Marcadores(j) //m = Marcadores Vectorizados;
  end
end
for i=1 to TNm do
  NoMarcadores= ImagenNoMarcador(i);
  for j=1 to 961 do
    Nm(i,j)=NoMarcadores(j) //Nm = NoMarcadores Vectorizados;
  end
end
3.- Configuración de Vectores de Entrenamiento.
//P = Matriz que contiene los Marcadores (m) y NoMarcadores (Nm) en relación 1:10
//t = Vector que asigna la etiqueta 1 a cada m y -1 a cada Nm.
P = [m1 Nm1 Nm2 ... Nm9 Nm10 m2 Nm11 Nm12 ... Nm19 Nm20 m3 ... ]
t = [ 1 -1 -1 ... -1 -1 1 -1 -1 ... -1 -1 1 ... ]
4.- Discriminación entre Marcadores y NoMarcadores
   Entrenar Máquina de Soporte Vectorial de Mínimos Cuadrados usando P y t
   Búsqueda de FalsosNegativos y FalsosPositivos sobre ImgVectorizada
if FalsosNegativos !=0 or FalsosPositivos != 0 then
  Bootstrapping // Proceso de Re-Entrenamiento
else
  Detección // Capacidad de Generalización
end

```

Algoritmo 1: Pseudo código de la etapa de entrenamiento

centroide real de cada Marcador y el centroide detectado por la LSSVM para cada marcador de la imagen excluida. Luego se calcularon las distancias obtenidas para cada centroide, calculando el error y la desviación estandar asociada a ellas. Posteriormente, durante el proceso de detección, los patrones reconocidos como marcadores anatómicos fueron ubicados sobre la imagen con ayuda de un cuadrado de 31×31 píxel. Las coordenadas para la exacta ubicación del marcador anatómico fueron determinadas por el centroide de esta región cuadrada [1]. Estas coordenadas se utilizaron para formar un conjunto de contornos parametrizados utilizando B-splines. Por último, en la segunda etapa, los contornos se discretizaron con la idea de producir un conjunto de puntos que los representen y que sirvieron para conformar una base de datos 3D necesaria para la generación del rendering superficial. La visualización se hizo con VTK usando la técnica de cubos marchantes [5]. Estos últimos, permitieron la construcción de las superficies que representan la aproximación inicial de la cavidad cardiaca.

4 RESULTADOS

La Tabla 1 presenta la información relativa al error y a la desviación estandar, asociada a la ya citada validación cruzada. Analizando la información de dicha tabla, se puede afirmar que el error promedio fue de 5.00 ± 2.90 pixeles; mientras que los errores máximos y mínimos fueron de 5.34 y 4.67 pixeles, respectivamente. La Figura 2, exhibe un ejemplo de los contornos parametrizados mediante B-splines. La Figura 3 ejemplifica las superficies, obtenida por Cubos Marchantes tanto para sístole como para diástole, las cuales representan la aproximación inicial, generada utilizando como referencia los mencionados contornos parametrizados.

Tabla 1: Error obtenido durante la validación cruzada para un total de 320 imágenes.

<i>MarcadorN° :</i>	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>Error (píxeles)</i>	5.19	5.34	5.07	5.08	4.98	4.83	4.67	4.81
<i>Varianza (píxeles)</i>	2.95	2.88	2.86	2.81	2.98	2.98	2.88	2.85

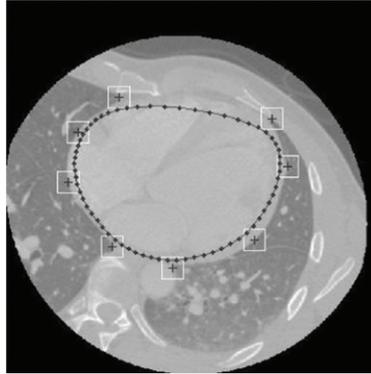


Figura 2: Los puntos representan el contorno parametrizado usando B-splines

5 CONCLUSIONES

La LSSVM generada, detectó los marcadores anatómicos primordiales para la construcción de contornos parametrizados generados por B-splines. Mediante el empleo de los Cubos Marchantes y a partir de los referidos contornos, se logró construir un conjunto de superficies que constituyen la aproximación inicial de la cavidad cardiaca, sobre imágenes del corazón en la modalidad MSCT. Estas superficies se usarán, posteriormente, como conocimiento a priori para inicializar un algoritmo avanzado de segmentación de cada una de las cavidades cardíacas.

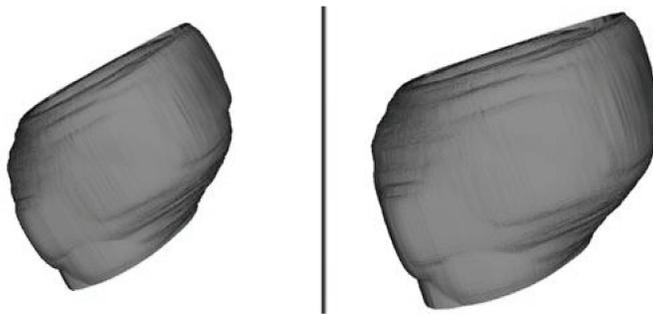


Figura 3: Superficies obtenidas para Sístole (imagen izquierda) y Diástole (imagen derecha).

6 Agradecimiento

La realización de la presente investigación fue posible gracias al apoyo de La Universidad de Rennes I, Francia, al suministrar las imágenes de MSCT, y de la Universidad de Los Andes al

aportar recursos económicos mediante el proyecto NUTA-C-24-07-02-C.

REFERENCIAS

- [1] BRAVO, A., VERA, M., AND MEDINA, R. Algoritmo híbrido para la detección automática del contorno del ventrículo izquierdo. In *Proc. III CLAEB* (Brasil, 2004), pp. 1271–1274.
- [2] ECABERT, O., PETERS, J., SCHRAMM, H., LORENZ, C., VON BERG, J., WALKER, M., VEMBAR, M., OLSZEWSKI, M., SUBRAMANYAN, K., LAVI, G., AND WEESE, J. Automatic model-based segmentation of the heart in CT images. *IEEE Trans. Med. Imag.* 27, 9 (2008), 1189–1201.
- [3] FLEUREAU, J., GARREAU, M., HERNÁNDEZ, A., SIMON, A., AND BOULMIER, D. Multi-object and N-D segmentation of cardiac MSCT data using SVM classifiers and a connectivity algorithm. In *Computers in Cardiology* (2006), pp. 817–820.
- [4] FRITZ, D., RINCK, D., DILLMANN, R., AND SCHEUERING, M. Segmentation of the left and right cardiac ventricle using a combined bi-temporal statistical model. In *Proc. of SPIE Med. Imag.* (2006), J. Fitzpatrick; J. Reinhardt Editors.
- [5] LORENSEN, W., AND CLINE, H. Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm. In *ACM SIGGRAPH Computer Graphics* (NY, USA, 1987), pp. 163 – 169.
- [6] OREN, M., PAPAGEORGIOU, C., SINHA, P., OSUNA, E., AND POGGIO, T. Pedestrian detection using wavelet templates. In *CVPR* (USA, 1997), pp. 193–200.
- [7] SU, Q., AND WONG, K. A semi-automatic clustering-based level set method for segmentation of endocardium from msct images. *IEEE Eng Med Biol Soc* (2007), 6024–6027.
- [8] SUYKENS, J., GESTEL, T. V., AND BRABANTER., J. D. *Least Squares Support Vector Machines*. World Scientific Publishing Co., UK, 2002.
- [9] VAPNIK, V. *The Nature of Statistical Learning Theory*. Springer Verlag, New York, 1995.
- [10] VON BERG, J., AND LORENZ, C. Multi-surface cardiac modelling, segmentation and tracking. In *Proc. FIMH* (Germany, 2005), Springer Verlag, pp. 1–11.
- [11] WHO. Reducing risk and promoting healthy life. The World Health Report Geneva, World Health Organization, Julio 2002.
- [12] ZHENG, Y., BARBU, A., GEORGESCU, B., SCHEUERING, M., AND COMANICIU, D. Fast automatic heart chamber segmentation from 3D CT data using marginal space learning and steerable features. *IEEE International Conference on Computer Vision* (2007), 1–8.
- [13] ZHU, H., AND ROHWER, R. No free lunch for cross-validation. In *Neural Computation, Vol. 8* (Massachusetts , USA, 1996), pp. 1421–1426.

HERRAMIENTA DE SOFTWARE PARA EL PROCESAMIENTO AVANZADO DE LA SEÑAL ELECTROCARDIOGRÁFICA DE PACIENTES CHAGÁSICOS

Jhosmary Cuadros

Rubén Medina

jcuadros@unet.edu.ve

rmedina@ula.ve

Grupo de Ingeniería Biomédica (GIBULA), Universidad de los Andes, Mérida-Venezuela

Tulio Nuñez

tulio@ula.ve

Instituto Autónomo Hospital Universitario de los Andes, Centro Cardiovascular, Mérida-Venezuela

Abstract. *El mal de Chagas es una enfermedad infecciosa causada por el parásito *Tripanosoma cruzi*. Ésta se caracteriza por alteraciones en el sistema cardiovascular que normalmente están asociadas a la cardiopatía chagásica. En este trabajo se presenta una herramienta para la adquisición, procesamiento y análisis de registros electrocardiográficos de pacientes chagásicos provenientes de un electrocardiógrafo digital desarrollado en el Grupo de Bioingeniería de la Universidad de los Andes con el objetivo de determinar si existe lesión cardíaca y cuantificar el estado de la enfermedad. La herramienta desarrollada utiliza librerías de software libre incluyendo la librería *Physiotoolkit* y *Eftk* para incorporar una interfaz amigable y de fácil manejo. La herramienta permite pre-procesar la señal electrocardiográfica empleando algoritmos para la corrección de línea base, eliminación de saltos abruptos, reducción de ruidos, así como detección de complejos QRS mediante algoritmos que ofrece la librería *Physiotoolkit*. Adicionalmente, se implementan algoritmos para estimar los intervalos QT y estudiar su variabilidad. La herramienta permite segmentar la señal electrocardiográfica y determinar la onda T, la cual es analizada utilizando la técnica de componentes principales (PCA). Éstas técnicas permiten estimar los siguientes parámetros: intervalos QT, intervalos QT corregidos QTc, la dispersión del intervalo QT y la morfología de la onda T. La efectividad de este tipo de análisis en el reconocimiento de pacientes chagásicos es estudiada al procesar un grupo de 15 pacientes chagásicos y 15 sujetos de control. Los resultados muestran diferencias estadísticamente significativas entre ambos grupos. De los parámetros estudiados se determinó que el intervalo QT y la morfología de la onda T, son los que mejor permiten discriminar entre pacientes chagásicos y sujetos de control.*

Key words: Enfermedad de Chagas, Señal Electrocardiográfica, Intervalo QT, Morfología de la onda T.

1 INTRODUCCIÓN

La Organización Mundial de la Salud (OMS) estima que en Latinoamérica hay entre 16 y 18 millones de personas infectadas por la enfermedad del Chagas, y 100 millones corren el riesgo de contraer la infección [1]. Uno de los cambios que ocurren en el registro electrocardiográfico (ECG) en presencia de la enfermedad del Chagas es la variación anormal de las duraciones de sus intervalos como el QT (duración total de la fase de despolarización como la de repolarización ventricular)[2]. La exactitud y la estabilidad en la medición del intervalo QT dependen de la precisión que se logre en la identificación del inicio del complejo QRS y del final de la onda T [3].

Recientemente, Schlegel et al. [4] han desarrollado un software que permite automáticamente monitorear en tiempo real la variabilidad del intervalo QT en los 8 canales independientes de los 12 canales estándar del ECG [4]. Considerando que el prototipo utilizado en [4] si bien pudiese en algún momento transferirse a la industria, podemos predecir que su costo será muy elevado, lo cual dificultará su aplicación en nuestro medio.

En consecuencia, es importante abordar el análisis de las señales de ECG en presencia de dicha patología con el objetivo de mejorar el diagnóstico, hacer seguimiento y tratamiento en pacientes que padecen de la enfermedad del Chagas; para ello nuestra herramienta realiza el estudio de la variabilidad latido a latido del intervalo QT de forma automática y el análisis de la morfología de la onda T a través de la técnica denominada análisis de componentes principales (PCA), empleando herramientas de software libre y de código abierto.

2 DEFINICIONES Y PRELIMINARES

2.1 Electrocardiograma

El Electrocardiograma (ECG) es el registro de la actividad eléctrica del corazón medida entre dos puntos de la superficie del cuerpo [5]. Tiene gran valor clínico para diagnosticar trastornos del ritmo, anomalías en la conducción, isquemia e infartos de miocardio recientes o antiguos, para valorar el funcionamiento de marcapasos electrónicos, entre otros [6]. El trazado típico de un electrocardiograma consiste en una onda P (despolarización auricular), un complejo QRS (repolarización de las aurículas y la despolarización de los ventrículos) y una onda T (repolarización ventricular) [5]. Los valores normales del intervalo QT dependen principalmente de la frecuencia cardíaca y del sistema nervioso autónomo. Para corregirlo en función de la frecuencia cardíaca, normalmente se utiliza la fórmula de Bazett ("Eq. (1)"):

$$QTc = QT / ((RR)^{(1/2)}) \quad (1)$$

donde RR es el intervalo comprendido entre dos ondas R consecutivas.

Una de las anomalías del intervalo QT es su prolongación, que se presenta cuando el QTc es mayor de 0.44 s. Según se ha mencionado, esta prolongación puede ser primaria o secundaria debida a fármacos, además de que está asociada a un alto riesgo de arritmias ventriculares malignas y muerte súbita [6].

La dispersión del intervalo QT ($Qt_{max} - Qt_{min}$) es un marcador de la dispersión de la repolarización. Su aumento es considerado un signo de inestabilidad eléctrica, que reduce el umbral de fibrilación ventricular y se asocia a un mayor riesgo de muerte súbita [3].

2.2 Análisis de Componentes Principales

El Análisis de Componentes Principales (PCA) tiene por objetivo principal reducir la dimensión de un conjunto de variables, tratando de mantener la mayor cantidad de información que sea posible [7].

El PCA transfiere las señales de ECG a un espacio ortogonal mínimo [8]. Las tres primeras componentes representan la componente dipolar (cD) del vector cardíaco, las cuales expresan cambios en la orientación y módulo del vector eléctrico cardíaco en 3D a lo largo del tiempo, mientras que el resto son las componentes no dipolares (cND) y son debidas a heterogeneidades regionales del miocardio o a ruido inmerso en el sistema de adquisición. Estos cambios se expresan con el índice TWR (Residuo de la Onda T), cociente entre la potencia de las cND y la potencia total ("Eq. (2)"):

$$T_{WR} = \frac{\sum_{i=1}^3 \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^8 \sigma_i^2} \quad (2)$$

donde σ_i representan los autovalores ordenados en forma decreciente del ECG.

3 MATERIALES Y MÉTODOS

3.1 Protocolo Utilizado

El protocolo incluyó un total de 15 pacientes chagásicos con igual número de sujetos control con edad promedio de 30 años. Fueron excluidos del estudio aquellos individuos con bloqueo de rama derecha, arritmias de cualquier tipo, enfermedad conocida de las arterias coronarias, cardiomiopatías no chagásicas, hipertrófia ventricular y obesidad. Se les realizó un registro ECG convencional de 12 derivaciones mediante un electrocardiógrafo digital (con una duración entre 6 y 10 min., con el paciente en reposo y con respiración controlada, 15 respiraciones por minuto, a una tasa de muestreo de 2000 Hz, con una resolución de 12 bits por muestra).

3.2 Entorno de Trabajo

La selección del entorno de trabajo se realizó de acuerdo a las exigencias requeridas para el desarrollo de la aplicación, destacándose entre ellas: interfaz amigable con el usuario, procesamiento rápido y estructura orientada a objetos (OO). Por tal razón, se decidió utilizar la librería Efltk [9], en su versión 2.8.0, que es la versión estable mas reciente. La biblioteca Efltk, soporta varios sistemas operativos, a saber: Windows®/Unix/Mac, entre otros, es de licencia LGPL (Licencia Pública General Reducida de GNU).

En cuanto al lenguaje de programación se decidió utilizar C++, pues permite que la aplicación no dependa de una plataforma en particular y permite obtener una programación modular.

3.3 Procesamiento de los ECG

En primer término se emplea un conjunto de técnicas de procesamiento digital de señales para realizar el acondicionamiento de la señal, incluyendo la corrección de la línea de base, eliminación de saltos abruptos, reducción de ruidos, mediante algoritmos que ofrece la librería Physiokit (biblioteca de software escrita en C para el procesamiento y análisis de señales fisiológicas) [10].

Se detectó para cada latido cardíaco la onda R (Rpico) del complejo QRS, utilizando la técnica de detección como la desarrollada en [11]. Luego se calcularon los intervalos RR entre latidos, seleccionando posteriormente aquellos intervalos RR que cumplieran: $RR[i] > 450mseg$ y $RR[i] > 0.75 * RR[i - 1]$. El $RR[i]$ corresponde al intervalo RR entre el i-ésimo latido y el latido anterior.

Antes de medir el intervalo QT se buscaron los siguientes puntos fiduciales: onda Q (Q) y fin de la onda T (Tf) con métodos de búsqueda de máximos y mínimos en una ventana como la desarrollada en [12]. Los puntos fiduciales se detectaron analizando la primera y segunda derivada de los ECGs anteriormente preprocesadas. Luego para la onda T se construyó una función lineal de la forma ("Eq. (3)")

$$y[i] = a_{MaxP}[i] * x[i] + b \quad (3)$$

y se la hizo tangente al valor de máxima pendiente (a_{MaxP}) entre el pico y el fin de la onda T. El fin de la onda T se ubicó temporalmente en el instante de tiempo donde se cruzan la función lineal y la línea isoeletrica del ECG.

La búsqueda de la onda Q se hace sobre la señal correspondiente a la primera derivada y se acotó a una ventana temporal correspondiente al 20% del intervalo RR [12]. La onda Q se detectó buscando el cruce por cero con flanco ascendente más cercano a la onda $R_{pico}[i]$. Posteriormente se corrigió el intervalo (QTc) a través de la técnica de Bazett ("Eq. (1)") y se calculó el residuo de la onda T usando PCA.

4 RESULTADOS

4.1 Interfaz de usuario para la herramienta de software

El producto de la presente investigación consiste en una aplicación que integra técnicas avanzadas para el procesamiento y análisis de señales electrocardiográficas provenientes de un equipo digital desarrollado por Dugarte et al. [2], diseñada con la intención de satisfacer las necesidades de sus usuarios mediante el uso de una interfaz sencilla y flexible a sus requerimientos, desarrollada empleando programación modular y herramientas de software libre ("Fig. 1"). Cuenta con una serie de opciones tanto de procesamiento como de visualización, integradas en barras horizontales (menú de opciones y herramientas de acceso rápido) y áreas de graficación donde se mostrará los registros originales y los procesados. El usuario puede visualizar el tacograma de intervalos RR (intervalo de tiempo entre dos latidos del corazón), obtener mediciones de las ondas de la señal ECG, así como visualizar el diagrama de Poincaré. Para comprobar el buen funcionamiento de la herramienta diseñada se realizan diferentes pruebas utilizando como referencia una aplicación denominada CardioSoft [13], así como resultados generados por algoritmos automáticos de medición del intervalo QT desarrollados por [11]. En dichas pruebas se comparan tanto los resultados numéricos como los resultados gráficos.

4.2 Análisis de los Pacientes Chagásicos

Se realizó una validación preliminar de la herramienta desarrollada para la detección de pacientes chagásicos. Para ello, en cada uno de los pacientes y sujetos de control, se determinó el intervalo QT para 300 complejos QRS válidos, el intervalo QT corregido mediante la técnica de Bazett, la dispersión del intervalo QT y el residuo de la onda T. Se utilizó una regresión logística nominal y pruebas chi-cuadrado para determinar cambios estadísticamente significativos



Figura 1: Aplicación para el Procesamiento y Visualización de Registros Electrocardiográficos.

Tabla 1: Parámetros de la Variabilidad del intervalo QT (Media \pm SD)

Parámetro	Grupo chagásicos (N=15)	Grupo control (N=15)	Valor de p
QT	0.429 \pm 0.068	0.394 \pm 0.040	0.000
QTc	0.466 \pm 0.041	0.412 \pm 0.022	0.000
Dispersión QT	0.156 \pm 0.111	0.144 \pm 0.062	0.730
TWR	0.079 \pm 0.076	0.015 \pm 0.008	0.003

($p < 0.05$) entre el grupo de pacientes chagásicos y el grupo de control. La "Tabla (1)" compendia los resultados obtenidos. Se puede apreciar que los parámetros QT, QTc y TWR producen diferencias estadísticamente significativas.

5 CONCLUSIONES

Se desarrolló una herramienta para el procesamiento y visualización de señales electrocardiográficas provenientes de un electrocardiógrafo digital [2], bajo el paradigma de software libre, orientado a objetos, utilizando lenguaje C++ y la librería Efttk. Para el acondicionamiento de la señal se utilizó la librería Physiokit. Adicionalmente, se implementaron algoritmos para estudiar el intervalo QT y la morfología de la onda T. La confiabilidad de la herramienta se validó utilizando funciones de prueba definidas explícitamente. Adicionalmente se realiza una validación clínica preliminar a objeto de estudiar el valor la significancia estadística de los parámetros determinados para discriminar pacientes chagásicos con respecto a sujetos sanos. La herramienta puede ser ejecutada en computadores personales de relativo bajo costo, debido a que demanda pocos recursos computacionales.

Agradecimientos

Los autores agradecen al CDCHT de la Universidad de los Andes por el soporte financiero correspondiente al proyecto I-947-06-07-A y al Centro Nacional de Desarrollo e Investigación en Tecnologías Libres (CENDITEL) por el soporte financiero correspondiente al proyecto 0007- 2009.

REFERENCES

- [1] ORGANIZACIÓN MUNDIAL DE LA SALUD, Control de la Enfermedad de Chagas. Segundo Informe del Comité de Expertos de la OMS, *Serie de Informe Técnicos, no. 905* pp. 1-106, 2002.
- [2] DUGARTE, N., MEDINA, R., & ROJAS, R., Adquisición y Procesamiento de la Señal Electrocardiográfica, basada en la extracción de potenciales intra-QRS e índices de variabilidad del intervalo QT. *CLAIB 2007, IFMBE Proceedings*, vol. 18, pp. 198-201, 2007.
- [3] GONZALES, R., RODRIGUEZ, A., & ALMEIDA, R., Estudio de la tendencia de la dispersión espacial del intervalo QT. *VI Congreso de la Sociedad Cubana de Bioingeniería*, T098, 2005.
- [4] STAR, V., & SCHELGEL, T., Real-time multichannel system for beat-to-beat QT interval variability. *Journal of Electrocardiology*, vol. 39, pp. 358-367, 2006.
- [5] DAVIS, D., Interpretación del ECG. *Editorial Médica Panamericana*, Buenos Aires, Argentina, 2007.
- [6] ALVARADO, S., Análisis de la variabilidad de intervalos de tiempo del ECG. *Universidad Politécnica de Catalunya*, B-4723-2003/84-688-0733-8, 2001.
- [7] RIVERA, H., CASTELLANOS, C., & SOTO, M., Selección efectiva de características para bioseñales utilizando el análisis de componentes principales. *Scientia et Technica*, Universidad Tecnológica de Pereira, Año XIII, ISSN 0122-1701, 2007.
- [8] BATDORF, B., FEIVESON, A., & SCHELGEL, T., The effect of signal averaging on the reproducibility and reliability of measures of T-wave morphology. *Journal of Electrocardiology*, vol. 39, pp. 358-367, 2006.
- [9] EFLTK. <http://equinox-project.org/>. [Consultada: 2009 Abril]
- [10] PHYSIOTOOLKIT. <http://www.physionet.org/physiotools>. [Consultada: 2009 Abril]
- [11] CHRISTOV, I., & SIMOVA, I., Fully Automated Method for QT Interval Measurement in ECG. *Computer in Cardiology Challenge*, 2006.
- [12] LLAMEDO, M., ARINI, PD., RISK, MR., & LAGUNA, P., Evaluación de la corrección del intervalo QT durante el bloqueo del sistema nervioso autónomo y cambios posturales. *Congreso Argentino de Bioingeniería (SABI)*, pp. 071PS, 2005.
- [13] CARDIOSOFT. <http://www.cardiosoft.com>. [Consultada: 2009 Febrero]

SISTEMA ASISTIDO DE CAPTURA Y PROCESAMIENTO DE DATOS ANTROPOMÉTRICOS, UTILIZANDO VISIÓN ARTIFICIAL

Heilyn Montilla

Luzmar Romero

Jesús García

Ángel Gil

Miguel Márquez

heilyn.Montilla@unet.edu.ve

luzmar.romero@unet.edu.ve

agil@unet.edu.ve

jmgarcia@unet.edu.ve

mmarquez@unet.edu.ve

Laboratorio de Prototipos, Universidad Nacional Experimental del Táchira
Avenida Universidad, Paramillo, UNET. Táchira, Venezuela.

Resumen. *Existe actualmente una enorme demanda de data antropométrica en distintos campos de la industria como en la aeronáutica, medicina deportiva, auxología, el diseño industrial entre otros, con el fin de desarrollar productos acordes con las dimensiones antropométricas de la población al cual están dirigidos dichos productos. Pero, se ha encontrado que la data ya tabulada es difícil de encontrar, e incluso es inexistente para grupos culturales tales como la población latina, adicionalmente el proceso de obtención es lento y tedioso, lo que dificulta su elaboración. En función de esto, la presente investigación se llevó a cabo con la finalidad de crear un sistema asistido que pueda ser utilizado para obtener las dimensiones antropométricas de los individuos utilizando técnicas de visión artificial; además, se propone en esta herramienta, el procesamiento estadístico de dichos datos para obtener parámetros estándar que sirvan posteriormente para el desarrollo de productos ajustados a las características de la población al cual están dirigidos. El sistema de captura y procesamiento de datos antropométricos propuesto, está compuesto por cuatro módulos: manejo de registros en la base de datos, calibración del sistema, captura y procesamiento de imágenes, y generación de reportes de medidas antropométricas. La captura de la imagen se realiza a través de componentes de captura de video de Java Media FrameWork®, el procesamiento se realiza utilizando técnicas de Visión Artificial que provee las librerías del paquete image® de AWT. Para la calibración de la cámara se utilizó el método de calibración flexible de Zhang. Además, la obtención de las medidas antropométricas reales a partir de imágenes bidimensionales*

(fotografías), lleva consigo un proceso que empieza con la selección de 2 puntos en una imagen que limitan la dimensión a medir; cada punto seleccionado posee un par de coordenadas que son normalizadas, luego, estas coordenadas son sometidas a un proceso donde se elimina la distorsión radial utilizando el modelo basado en coeficientes radiales para después aplicarles normalización inversa. Posteriormente utilizando la homografía propuesta por Zhang se obtienen las coordenadas mundo con las que finalmente se calcula la medida antropométrica utilizando la fórmula de distancia euclidiana, la cual está basada en el teorema de Pitágoras. En el módulo de reportes, se hace el procesamiento estadístico de la data ya procesada para obtener percentiles y otros parámetros que permitan posteriormente el diseño y fabricación de productos acordes con la antropometría de la población.

Palabras Claves: Antropometría, Medida antropométrica, Visión artificial, Calibración de Zhang.

1. INTRODUCCIÓN

La antropometría es la ciencia que estudia en concreto las medidas del cuerpo, a fin de establecer diferencias en los individuos, grupos, etc. (Panero y Zelnik, 1984) [1]. La importancia de la antropometría radica en que es imposible diseñar una estación ergonómicamente aceptable en la cual se va a desempeñar una labor o acción de trabajo sin tomar en cuenta las características físicas del cuerpo humano, así como sus limitantes, siendo estas proporcionadas por los estudios antropométricos (Ibarra y Monge, 2001) [2]. Dichos estudios suelen iniciar con un proceso de toma de medidas de forma manual que se torna lento y tedioso, y en algunos casos invasivo.

En la búsqueda de mejoras para este proceso, se está utilizando la Visión artificial como apoyo fundamental. Definiendo la Visión artificial como la capacidad de la máquina para deducir la estructura y las propiedades del mundo real, a partir de una o más imágenes bidimensionales que adquiere y procesa (Pajares, y De la Cruz, 2002) [3], se puede utilizar como herramienta para la obtención de información importante a partir de una o varias imágenes; tal es el caso del trabajo de investigación realizado por Olmos y Guerra (2006) [4] quienes elaboraron un trabajo de investigación denominado “Detección Temprana de Defectos Posturales Aplicando Visión Artificial”, el cual consistió en crear una propuesta de automatización del apartado "Detección de Defectos Posturales" del programa "Salud Integral del Escolar" (SEP y SSA), a través de la creación de un método de diagnóstico grueso empleando visión artificial, con la intención de reducir tiempo y costos de diagnósticos, así como plantear un método de medición de ángulos y distancias antropométricas.

Con base a las consideraciones anteriores, el sistema desarrollado se fundamentó en los lineamientos de la visión artificial por medio de la captura de imágenes a través de una cámara web con lo cual se obtiene una herramienta que permite recolectar y procesar la data antropométrica de la población y poner esta información a disposición de cualquier área profesional que la requiera. Al tener la disponibilidad de la data en entorno Web, se facilita la obtención de la misma desde cualquier lugar del mundo.

2. DESARROLLO

Se modeló un sistema asistido el cual está formado por 4 módulos: Manejo de Datos, calibración de cámara, captura de imagen/procesamiento de medidas y reportes individuales/colectivos. La construcción de dichos módulos se describe a continuación:

2.1 Manejo de datos

Es el primer módulo del sistema, permite el manejo de los datos, representados en las tablas maestras de la base de datos. En este módulo se podrán definir las posiciones anatómicas y medidas antropométricas que se utilizarán en el sistema teniendo como limitante que las medidas seleccionadas deben ser obtenibles a partir de imágenes bidimensionales.

2.2 Calibración de cámara

Para lograr la calibración se utilizó el método de Zhang (Zhang, 1998) [5] el cual está basado en la observación de un grupo de figuras planas cuadradas desde varias posiciones. Los parámetros intrínsecos obtenidos son α y β (los factores de escala en el eje U y V); U_0 y V_0 (coordenadas del punto principal de la imagen), γ (parámetro que representa la pérdida de ortogonalidad de los ejes en la imagen), K_1 y K_2 (coeficientes de distorsión radial). Los parámetros extrínsecos obtenidos son la matriz de rotación y el vector de traslación de la cámara respecto a uno de los sistemas de referencia presentes en el estudio (Sistema Mundo). Dichos sistemas (Mundo, Cámara e Imagen) fueron determinados según el modelo geométrico de la proyección de perspectiva, respecto a la ubicación de cada componente de hardware que conforma el sistema (cámara e individuo) y a las coordenadas de la imagen y de pantalla.

2.3 Captura de imagen y procesamiento de medida

En este módulo, el usuario podrá capturar una imagen de una persona con una posición anatómica definida entre un grupo de posiciones posibles. La persona deberá ubicarse frente a la cámara sobre una plantilla fija en el suelo en la cual se indica donde colocar sus pies de manera que el plano sagital coincida con el plano $X_M Y_M$ del sistema de referencia mundo. Una vez realizada la calibración de la cámara, el usuario debe obtener un par de puntos en la imagen con sus respectivas coordenadas (U_d, V_d) para procesar una medida, a cada una de las cuales se le aplicó una transformación geométrica de normalización como sigue:

$$\begin{bmatrix} U_{dn} \\ V_{dn} \\ 1 \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} U_d \\ V_d \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Esta normalización es aplicada antes de corregir la distorsión radial de donde U_{dn} y V_{dn} son coordenadas homogéneas normalizadas distorsionadas. A es la matriz que contiene los parámetros intrínsecos de la cámara.

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma & U_0 \\ 0 & \beta & V_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Luego, a cada imagen que se capture se le debe corregir la distorsión radial ya que esta agrega cambios en la imagen que puede alterar los resultados al realizar las mediciones. Por lo tanto, considerando la distorsión de la lente y las coordenadas en el plano ImagenPantalla se tiene:

$$U_{in} = U_{dn} + U_{dn} \left[K_1 (U_{dn}^2 + V_{dn}^2) + K_2 (U_{dn}^2 + V_{dn}^2)^2 \right] \quad (3)$$

$$V_{in} = V_{dn} + V_{dn} \left[K_1 (U_{dn}^2 + V_{dn}^2) + K_2 (U_{dn}^2 + V_{dn}^2)^2 \right] \quad (4)$$

Donde (U_{in}, V_{in}) son coordenadas homogéneas normalizadas corregidas. Después de corregir la distorsión radial se devuelven las coordenadas a su sistema de referencia original aplicando transformación geométrica de normalización inversa, obteniendo (U_i, V_i) coordenadas homogéneas sin distorsión

$$\begin{bmatrix} U_i \\ V_i \\ 1 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} U_{in} \\ V_{in} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

La relación entre un punto 3D en el sistema de coordenadas mundo y su proyección en el plano de la imagen esta dado por:

$$s \begin{bmatrix} U_i \\ V_i \\ 1 \end{bmatrix} = A * N \begin{bmatrix} X_m \\ Y_m \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$N = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & t_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Donde X_m y Y_m es el conjunto de posiciones de los puntos en el espacio tridimensional ($Z_m=0$), U_i y V_i son sus correspondientes posiciones en la imagen, s es un factor de escala dado que las coordenadas de los puntos son homogéneas, N es la matriz que representa los parámetros *extrínsecos* de la cámara (r_i son los elementos de la matriz de rotación, y t_i los del vector de traslación de la cámara).

Al operar la Ec. (6), se puede simplificar generando C_{ij} de la siguiente manera:

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^3 A_{ik} N_{kj} \quad (8)$$

Obteniendo el equivalente:

$$\begin{bmatrix} sU_i \\ sV_i \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_m \\ Y_m \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Luego de aplicar la regla de Cramer, X_m y Y_m quedan definida por:

$$X_m = \frac{C_{33}C_{22}U_i - C_{13}C_{22} + C_{13}C_{32}V_i - C_{12}C_{33}V_i + C_{12}C_{23} - C_{32}C_{23}U_i}{C_{11}C_{22} - C_{11}C_{32}V_i - C_{31}C_{22}U_i - C_{12}C_{21} + C_{12}C_{31}V_i + C_{32}C_{21}U_i} \quad (10)$$

$$Y_m = \frac{C_{11}C_{33}V_i - C_{11}C_{23} + C_{23}C_{31}U_i - C_{21}C_{33}U_i + C_{21}C_{13} - C_{13}C_{31}V_i}{C_{11}C_{22} - C_{11}C_{32}V_i - C_{31}C_{22}U_i - C_{12}C_{21} + C_{12}C_{31}V_i + C_{32}C_{21}U_i} \quad (11)$$

Finalmente, y una vez obtenidos las coordenadas en plano 3D para un par de puntos en el plano mundo, la distancia entre dichos puntos está determinada por la ecuación de la distancia euclidiana, encontrándose así finalmente el valor de la medida antropométrica buscado:

$$\sqrt{(X_{m1} - X_{m2})^2 + (Y_{m1} - Y_{m2})^2} \quad (12)$$

2.4 Reportes individual y colectivo

En este módulo se presenta la posibilidad de elaborar reportes para una persona en particular, o reportes colectivos para un grupo específico. En ambos se puede escoger entre ver todas las medidas existentes o seleccionar las medidas a incluir en el reporte. Para los colectivos, se cuenta con una interfaz para mostrar los parámetros estadísticos que describen los datos recopilados antropométricos (media, desviación estándar y percentiles). Adicionalmente se pueden observar histogramas para las diferentes medidas que conforman el reporte. Suplementariamente, se desarrolló una aplicación web que consta de un módulo para generar reportes de la misma manera que se hacen en el sistema.

3. RESULTADOS

Para verificar el sistema desarrollado, en cuanto a funcionalidad, se llevaron a cabo pruebas generales con un grupo de doce (12) personas. Se llevó a cabo el análisis estadístico de comparación de dos muestras por cada medida (medidas manuales y con el sistema) lo cual permitió ver si existen diferencias significativas entre ambos valores de medida. Con estos datos se elaboraron resúmenes estadísticos por cada par de muestras, identificándolas con una M al final si la muestra eran valores manuales, y una S en el caso de los valores tomados por el sistema (Por ejemplo, P1M1M es la medida P1M1 tomadas de forma manual). La tabla 1 muestra el resumen estadístico para 3 de las muestras de datos. La asimetría estandarizada y la curtosis estandarizada determinan si las muestras proceden de distribuciones normales, estos valores de estos estadísticos fuera del rango de -2 a +2 indican salidas significativas de normalidad que tendería a invalidar las pruebas que comparan las desviaciones normales. En estos casos, se puede observar que los de asimetría estandarizada y de curtosis estandarizada están dentro del rango esperado.

Tabla 1. Resumen estadístico de los datos obtenidos, 2009.

RESUMEN ESTADISTICO						
Medida	P1M1M	P1M1S	P1M2M	P1M2S	P1M3M	P1M3S
Frecuencia	12	12	12	12	12	12
Media (mm) (μ_1, μ_2)	169,625	166,083	115,833	116,667	46,641	44,25
Varianza	32,323	48,628	11,333	18,969	6,722	6,568
Desviación típica	5,685	6,973	3,366	4,355	2,592	2,562
Asimetría tipificada	-0,026	-0,939	0,359	-0,121	-1,191	-1,570
Curtosis tipificada	-0,963	0,294	-0,826	-0,601	-0,058	0,312

La tabla 2 muestra los valores obtenidos en los contrastes de hipótesis realizados para algunas de las muestras. En dicho análisis se utiliza un intervalo de confianza del 95%, el cual

nos muestra entre que valores debe encontrarse el verdadero valor de la diferencia de medias ($\mu_1 - \mu_2$) con una probabilidad del 95%, por lo que se no se rechazará la hipótesis nula cuando el p-valor sea superior o igual a 0,05.

Tabla 2. Contraste de hipótesis de los datos obtenidos, 2009.

CONTRASTE DE HIPÓTESIS				
Medida	P1M1M P1M1S	P1M2M P1M2S	P1M3M P1M3S	P1M4M P1M4S
IC	3,542 +/- 5,386 [-4,92;1,66]	-1,634 +/- 3,295 [-4,92;1,66]	1,808 +/- 2,070 [-0,26;3,87]	4,292 +/- 5,015 [-0,72;9,30]
t	1,363	-1,028	1,811	1,774
p-Valor	0,186	0,314	0,083	0,089

Esta prueba se realizó a cada una de las 18 medidas y se pudo observar que todos los análisis indican que no existen diferencias estadísticamente significativas entre las muestras (valores obtenidos con el sistema, y los tomados de forma manual), por lo que se puede concluir que las medidas emitidas por el sistema son confiables.

4. CONCLUSIONES

Desde el punto de vista de la automatización, este proyecto es una alternativa rápida y precisa para la obtención de medidas antropométricas en humanos, ya que en el mismo se describe y utiliza una metodología para obtener información tridimensional desde imágenes bidimensionales a través de la implementación de técnicas simples de visión artificial con una confiabilidad que supera el 95%. Este trabajo demuestra que utilizando periféricos de baja resolución y / o bajo coste, así como hardware interno convencional, es posible desarrollar aplicaciones de visión artificial útiles con un potencial industrial.

5. REFERENCIAS

- [1].Panero y Zelnik. 1984. Las dimensiones humanas en los espacios interiores. Segunda edición. México. Ediciones G. Pili.
- [2].Ibarra y Monge. Antropometría. <http://www.une.edu.ve/~mtoro/Antropometría.htm>. 2001. [Consulta: 2008, Julio 10].
- [3].Pajares, G. y De la cruz, J. 2002. Visión por Computador (Imágenes digitales y aplicaciones). Madrid, España. RA-MA Editorial.
- [4].Olmos y Guerra (2006). Detección Temprana de Defectos Posturales Aplicando Visión Artificial. [Documento en línea]. Disponible en: http://www.cienciasaplicadas.buap.mx/convocatoria/memorias_2005/040.pdf [Consulta: 2008. julio 5].
- [5].Zhang, Z. A Flexible New Technique for Camera Calibration. Microsoft Research, Microsoft Corporation. <http://research.microsoft.com/en-us/um/people/zhang/Papers/TR98-71.pdf>. 1998. [Consulta: 2008, abril 12].

MUESTREO Y COMPRESIÓN APLICADO A IMÁGENES fMRI

Blanca Guillén

blancag@unet.edu.ve

Grupo de Bioingeniería, Universidad Nacional Experimental del Táchira

San Cristóbal-Venezuela

Grupo de Bioingeniería y Biofísica Aplicada GBBA, Universidad Simón Bolívar

Caracas-Venezuela

José Luis Paredes

Rubén Medina

paredesj@ula.ve

rmedina@ula.ve

Grupo de Ingeniería Biomédica, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de los Andes

Mérida-Venezuela

Abstract. *Muestreo y Compresión (Compressive Sensing, CS) es una teoría emergente que plantea nuevos paradigmas respecto al muestreo y compresión simultáneo de señales o imágenes poco densas o compresibles en algún dominio de representación a una frecuencia muy inferior a la frecuencia de Nyquist. Recientemente la teoría de CS ha sido aplicada en Imaginología por Resonancia Magnética (MRI) con el objetivo de reducir el tiempo de adquisición. Un producto derivado de estas investigaciones ha sido el desarrollo de la librería SparseMRI, la cual implementa la reconstrucción de imágenes MRI mediante la solución de un problema de optimización convexo. En este trabajo se evalúa el desempeño de la librería SparseMRI en la reconstrucción de imágenes fMRI, para tres esquemas de submuestreo del espacio k : 1) densidad variable aleatoria, 2) densidad uniforme aleatoria, y 3) densidad uniforme no aleatoria. La experimentación demostró que el esquema de submuestreo con mejor calidad de reconstrucción es el de densidad variable, pues explota información a priori sobre la localización en el espacio k de la información relevante.*

Key words: Aplicaciones de Compressive Sensing, fMRI.

1 INTRODUCCIÓN

CS plantea que es posible recuperar con alta probabilidad, resolviendo un problema de optimización, señales o imágenes de baja densidad o compresibles a partir de un número reducido de mediciones que resultan al proyectar la señal o imagen en una “base aleatoria” que preserva la información más relevante [1]. Los términos baja densidad y compresibilidad se refieren a la representación de la señal o imagen en un dominio específico con un número reducido de coeficientes.

De este modo, si $\mathbf{f} \in \mathbf{R}^N$ es la señal o imagen de interés y $\Psi = [\psi_1|\psi_2|\dots|\psi_N]$ es un diccionario de funciones básicas tal que $\mathbf{f} = \Psi\mathbf{x}$, se dice que \mathbf{f} es *poco densa* si \mathbf{x} posee sólo K ($K \ll N$) componentes no nulas, y *compresible* si la magnitud de las componentes de \mathbf{x} , luego de ser ordenadas, decae polinomialmente [1].

Un área de aplicación reciente de CS es en Imaginología por Resonancia Magnética funcional (fMRI), la cual es una herramienta estándar ampliamente aceptada para estudiar la función cerebral. Las características presentes en las imágenes MRI invitan a aplicar la teoría de CS. Específicamente, 1) estas imágenes son compresibles en el dominio definido por la transformada Wavelet, y 2) los escáner MRI adquieren muestras de la imagen codificada en frecuencia, es decir proyectadas en el dominio de Fourier [2]. La aplicación de la teoría de CS a MRI ha permitido reducir la tasa de muestreo durante el proceso de adquisición de la imagen (con la consiguiente reducción del tiempo de adquisición) de manera satisfactoria, extendiendo la factibilidad de fMRI a experimentos que requieren alta resolución temporal. Aunque existen numerosas técnicas de submuestreo, la que se ajusta más apropiadamente al proceso de adquisición usado en MRI consiste en submuestrear únicamente la codificación de fase, adquiriéndose todas las componentes de frecuencia del espacio k en la correspondiente fase seleccionada. Este esquema produce artefactos incoherentes, que es un ingrediente esencial en CS, reduce de manera efectiva el tiempo de escaneo, y además es práctico, pues requiere pocas modificaciones sobre las secuencias de pulsos existentes [2].

En este trabajo se evalúa el desempeño de CS en la reconstrucción de imágenes fMRI mediante la librería SparseMRI, disponible en <http://www.stanford.edu/~mlustig/>. Con este fin se realizan tres experimentos, dos de los cuales están sujetos a aleatoriedad, referida ésta al submuestreo de la selección del conjunto de codificaciones de fase, mientras que en el tercer experimento la selección del conjunto de codificaciones de fase se realiza de manera determinista. Como medida de desempeño, se usa el error de reconstrucción medido a través del pico de la relación señal a ruido (PSNR).

2 BASES TEÓRICAS

Muestreo y Compresión. CS concibe el muestreo como un conjunto de M ($M < N$) mediciones, donde cada medición es una proyección de \mathbf{f} sobre una *función* ϕ_m distinta. Es decir, si $\{y_m\}_{m=1}^M$, denota el conjunto de mediciones, entonces $y_m = \langle \mathbf{f}, \phi_m \rangle$, $m = 1, \dots, M$, o equivalentemente, $\mathbf{y} = \Phi\mathbf{f}$. Aquí Φ , denominada *matriz de medidas*, es una matriz de dimensión $M \times N$ cuyos vectores fila, ϕ_m , deben ser incoherentes con los vectores columna de Ψ . La incoherencia se mide a través del parámetro $\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{N} \max_{i,j} |\langle \phi_i, \psi_j \rangle|$, el cual toma valores en el intervalo $[1, \sqrt{N}]$; mientras más pequeño sea μ mayor será la incoherencia [1]. Algunos pares de bases que presentan gran incoherencia son: (Spikes, Fourier), (Sinusoides, Wavelets) y (Wavelets, Ridgelets), mayores detalles en [3].

La reconstrucción de \mathbf{f} a partir del conjunto reducido de medidas, \mathbf{y} , se basa en buscar el vector N -dimensional de menor densidad consistente con las mediciones. Una solución natural consiste en resolver el problema de optimización ℓ_0 : $\min_{\mathbf{x}} \#\{i : \tilde{x}_i \neq 0\}$ siempre que $\Theta\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{y}$, con $\Theta = \Phi\Psi$. Aunque el planteamiento de este problema es muy sencillo, su solución es compleja; de hecho es un problema numéricamente inestable de tipo NP completo [1]. Una estrategia computacional

más eficiente para recuperar \mathbf{x} , equivalente al problema ℓ_0 [4], consiste en resolver el problema de optimización convexa ℓ_1 : $\min_{\tilde{\mathbf{x}}} \|\tilde{\mathbf{x}}\|_1$ siempre que $\Theta\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{y}$. Candés y col. en [5] demuestran que si Θ satisface el principio de incertidumbre uniforme (UUP) definido en [4], el problema de optimización convexo ℓ_1 permite recuperar \mathbf{f} con alta probabilidad. En particular, si se eligen $M \geq C \mu^2(\Phi, \Psi) K \log(N)$ mediciones al azar en el dominio Φ , para alguna constante positiva C , la solución del problema ℓ_1 es exactamente \mathbf{x} con alta probabilidad.

La Imaginología por Resonancia Magnética es una técnica de diagnóstico no invasiva mediante la cual es posible obtener imágenes de tejidos y órganos del cuerpo humano. Básicamente, consiste en aplicar al paciente un campo magnético externo, \mathbf{B}_0 . En tales condiciones, se emite un pulso de radio frecuencia durante un breve periodo de tiempo. Como consecuencia de ello, el cuerpo humano genera la señal de resonancia magnética, la cual es adquirida para producir la imagen MRI. Las imágenes se obtienen mediante el mapeo de las señales de resonancia con sus puntos de origen en una muestra. La localización espacial se basa en el uso de tres conjuntos ortogonales de campos gradientes usados para codificar la señal en tres dimensiones: X, Y y Z, los cuales se superponen a \mathbf{B}_0 . El método de codificación espacial más utilizado es la transformada de Fourier bidimensional. Los datos recogidos durante una sesión de resonancia son almacenados en un área conocida como espacio k, el cual tiene dos ejes: eje de frecuencia (horizontal) y eje de fase (vertical) [6]. **fMRI**, por su parte, mapea cambios en la hemodinámica cerebral asociados a actividades mentales. Una de las técnicas más utilizadas se basa en la dependencia que existe entre las propiedades magnéticas de la hemoglobina y la cantidad de oxígeno que transporta, mediante un mecanismo de contraste natural dependiente del nivel de oxigenación sanguínea (BOLD). La adquisición de la señal fMRI se realiza escaneando repetidamente el cerebro mientras el paciente está expuesto a un estímulo o realizando alguna tarea. El éxito del experimento depende de tres aspectos: la secuencia de escaneo utilizada, el diseño del paradigma del estímulo y el procesamiento de los datos.

Aplicación de CS en MRI y fMRI. En el contexto de aplicación de CS a MRI, el conjunto de mediciones, \mathbf{y} , es una versión submuestreada del espacio k, es decir, una versión de la transformada de Fourier bidimensional submuestreada. A partir de este conjunto reducido de espacio k se realiza el proceso de reconstrucción resolviendo el problema de optimización convexo:

$$\min \|\Psi\mathbf{m}\|_1 \text{ siempre que } \|\mathcal{F}_u\mathbf{m} - \mathbf{y}\|_2 < \epsilon \quad (1)$$

donde, \mathbf{m} denota la imagen de interés, \mathcal{F}_u es la transformada de Fourier submuestreada, y ϵ es un parámetro que controla la magnitud del error en la reconstrucción, cuyo valor usualmente se elige por debajo del nivel de ruido esperado [2]. La aplicación de CS a imágenes fMRI en otros aspectos del procesamiento involucrado es un problema abierto sobre el cual se trabaja en la actualidad.

3 METODOLOGÍA

Las imágenes MRI utilizadas en la experimentación pertenecen a la base de datos: *Open Access Series of Imaging Studies (OASIS)* y están disponibles en <http://www.oasis-brains.org/app/action/BundleAction/bundle/OAS1.CROSS>. Estas imágenes fueron adquiridas utilizando un escáner Siemens Vision de 1.5T, mediante secuencias MP_RAGE pesadas por el tiempo de relajación T1. Los datos del espacio k fueron adquiridos sobre una matriz de 256 x 256 con resolución de 1mm x 1mm.

Con el fin de evaluar el desempeño de CS en la reconstrucción de imágenes MRI se realizaron tres experimentos, en cada uno de los cuales se submuestra el espacio k original mediante la superposición de una máscara binaria bidimensional, y luego se reconstruye la imagen resolviendo el problema de optimización (1). Dado que el submuestreo está restringido al conjunto de codificaciones de fase: $Pe(l)$, $l = 1, \dots, L$, la máscara se genera mediante la repetición de un patrón de muestreo binario unidimensional de longitud L , el cual puede ser aleatorio o no. El porcentaje de submuestreo r es el número de elementos no nulos del patrón de muestreo.

Los esquemas de submuestreo asociados a cada experimento son: 1) de densidad variable, 2) de densidad uniforme aleatoria, y 3) de densidad uniforme no aleatoria. El patrón de muestreo utilizado en el esquema 1 es el descrito en [2] por Lustig y col. e incorporado a la librería SparseMRI. En el esquema 2, las posiciones de los elementos no nulos del patrón de muestreo se eligen al azar con probabilidad uniforme. Por otro lado, en el esquema 3 el patrón de muestreo se construye mediante la partición del segmento $[L/2, L]$ en $r/2$ puntos correspondientes a los índices de las componentes no nulas del patrón de muestreo, luego por simetría, respecto de $L/2$, se completa el porcentaje de submuestreo total.

Adicionalmente, con el fin de comparar el desempeño de CS con respecto a un esquema convencional de compresión se realizó un cuarto experimento en el cual se capturó la totalidad de los datos en el espacio imagen, se transformó al dominio Wavelet, y se seleccionó un porcentaje, r , de los coeficientes más significativos, los cuales posteriormente son utilizados para reconstruir la imagen mediante la transformada Wavelet inversa. En cada uno de los experimentos el porcentaje de submuestreo se varió entre 20% y 100% con incrementos del 5%. Además, en los experimentos sujetos a aleatoriedad, esquemas 1 y 2, se realizaron 100 experimentos de Monte Carlo para cada porcentaje fijado, y se midió la calidad de la reconstrucción en términos del PSNR promediado.

4 RESULTADOS

Los resultados que se presentan en esta sección se obtuvieron durante el proceso de reconstrucción de la imagen OAS1.0001_MR1_mpr-1_anon_sag_66.gif. En cada uno de los experimentos descritos en la sección anterior se usó la librería sparseMRI_v2.0 con los siguientes parámetros: $\lambda_1 = 0.00225$, $\lambda_2 = 0.005$ e $itnlim = 8$. Donde, λ_1 y λ_2 denotan, respectivamente, la penalización de la transformada Wavelet y de la Variación Total de la imagen (TV), e $itnlim$ denota el número de iteraciones del gradiente conjugado usado para resolver (1).

En la Fig. 1 se muestran los resultados de la reconstrucción de la imagen de resonancia magnética utilizando: 1) el esquema de compresión-reconstrucción mediante la transformada Wavelet, y 2) CS para los esquemas de submuestreo aleatorio mencionados: densidad uniforme y densidad variable, para diferentes valores de compresión. En el primer caso, Fig. 1(b), la reconstrucción se realizó a partir del 10% de los coeficientes Wavelet más significativos de la imagen; como era de esperarse, la calidad de la imagen reconstruida es excelente con un PSNR de 35.54dB. Por otro lado, la reconstrucción CS mediante el submuestreo de densidad uniforme es de pobre calidad para los dos porcentajes fijados: 20%, Fig. 1(c), con un PSNR de 19.35dB y 40%, Fig. 1(d), con un PSNR de 21.57dB, con una mejora evidente a medida que se incrementa el porcentaje de submuestreo. Este comportamiento se debe a que la regularidad del esquema de submuestreo impide la discriminación entre el origen y la periferia del espacio k , lo cual ocasiona la pérdida de gran parte de la energía de la imagen que, como es conocido, se concentra en el origen del espacio

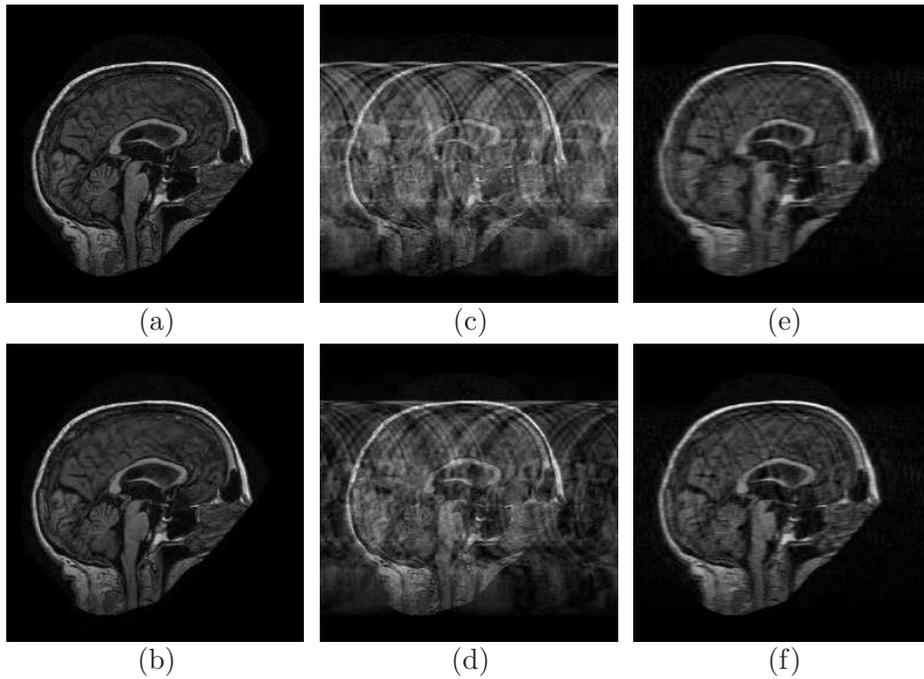


Figura 1: Reconstrucción de imagen de resonancia magnética.

k. A su vez, la calidad de la reconstrucción CS con submuestreo de densidad variable exhibe una mejora sustancial respecto al caso uniforme para los mismos porcentajes de submuestreo, 20%, Fig. 1(e), con un PSNR de 26.53dB y 40%, Fig. 1(f), con un PSNR de 29.24dB. En este caso, el esquema de submuestreo concentra un número importante de elementos no nulos cerca del origen del espacio k , con lo cual se reduce el submuestreo en el centro del mismo y se incrementa de manera significativa hacia la periferia, conservándose, de este modo, la información más relevante de la imagen original.

Los resultados de los 100 experimentos de Monte Carlo para los dos esquemas de submuestreo aleatorio así como los resultados de la reconstrucción Wavelet y el submuestreo uniforme no aleatorio se presentan en la Fig. 2, en términos del porcentaje de submuestreo y el PSNR en dB. En concordancia con la teoría, el esquema con mejor desempeño es el de compresión-reconstrucción mediante la transformada Wavelet, cuyo PSNR, para un 20% de submuestreo de los coeficientes, supera los 35dB, y a partir del 55% de submuestreo alcanza el equivalente a un PSNR infinito en términos computacionales. Específicamente, a partir del 55% de submuestreo el Error Cuadrático Medio (ECM) es computacionalmente cero ($\approx 10^{-18}$) y el PSNR alcanza el valor máximo posible (≈ 226 dB) permitiendo una reconstrucción perfecta. Este desempeño se debe a que la imagen original es poco densa en el dominio espacial, con aproximadamente 34734 elementos no nulos, y el 50% de submuestreo equivale a los 32768 coeficientes Wavelet más significativos que representan aproximadamente el 94.34% de los elementos no nulos de la imagen. El esquema de submuestreo aleatorio con mejor desempeño en términos de la calidad de reconstrucción es el de densidad variable, que como puede observarse supera significativamente a los de densidad uniforme para todos los porcentajes de muestreo considerados. Por su parte, el muestreo de densidad uniforme no aleatoria exhibe mejor desempeño que el de densidad uniforme aleatoria. Como es de suponer, este

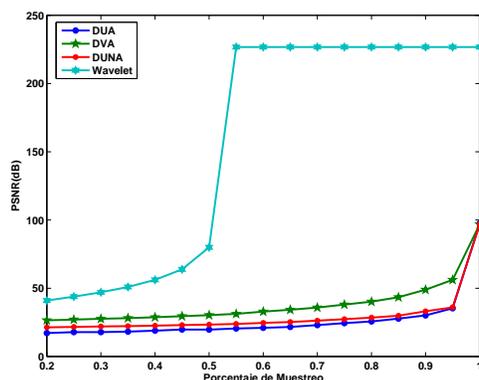


Figura 2: Error de reconstrucción para los esquemas de submuestreo considerados: densidad uniforme Aleatoria (DUA), densidad variable aleatoria (DVA), densidad uniforme no aleatoria (DUNA) y Wavelet.

comportamiento está relacionado con el esquema de submuestreo. En el primer caso, la partición del segmento $[L/2, L]$ siempre incluye valores de fase en el origen del espacio k , los cuales se duplican debido a la simetría; mientras que en el segundo caso, la selección de codificaciones de fase es aleatoria y, por lo tanto, posiblemente menos densa en el origen del espacio k .

5 CONCLUSIONES

La aplicabilidad de la teoría de CS a imágenes MRI, como una alternativa factible en la reducción del tiempo de adquisición, fue verificada mediante el uso de la librería SparseMRI. La experimentación permite inferir que es posible obtener una reconstrucción de buena calidad, con una reducción del 60% en el número de valores de fase, siempre que se utilice un esquema de submuestreo de densidad variable aleatoria.

REFERENCIAS

- [1] R. G. BARANIUK, “Compressive sensing,” *Lecture Notes in IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 24, no. 4, pp. 118–120, 2007.
- [2] M. LUSTIG AND D. L. DONOHO AND J. M. PAULY, “Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid mri imaging,” *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 58, no. 6, pp. 1182–1195, 2007.
- [3] D. L. DONOHO AND X. HUO, “Uncertainty principles and ideal atomic decomposition,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, no. 7, pp. 2845–2862, 2001.
- [4] J. ROMBERG, “Imaging via compressive sampling,” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, no. 2, pp. 14–20, 2008.
- [5] E. CANDÈS AND J. ROMBERG AND T. TAO, “Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 489–509, 2006.
- [6] C. WESTBROOK, *MRI at a Glance*. Blackwell Science, 2003.

APROXIMACIÓN MEDIANTE GAUSSIANAS DE DATOS ELECTROFORÉTICOS

Gerardo A. Ceballos

ceballos@ula.ve

Grupo de Ingeniería Biomédica, Universidad de Los Andes

Edif. Ingeniería, Av. Don Tulio, Estado Mérida, Mérida-Venezuela

Resumen. *La electroforesis capilar (EC) es una técnica de separación y análisis de sustancias químicas ampliamente utilizada en la industria biotecnológica, biológica y bioquímica. El resultado del análisis de una muestra química con EC es una señal llamada electroferograma donde varios picos representan los distintos subcomponentes de la muestra. La forma de cada pico, bajo condiciones determinadas, puede modelarse con una función gaussiana, aunque frecuentemente los picos pueden presentar importantes deformaciones en su forma ideal debido a procesos físico-químicos que ocurren dentro del capilar. Estas formas que no son exáctamente gaussianas pueden ser modeladas con otras funciones que llamamos gaussianas modificadas. El objetivo de este trabajo es la obtención de los parámetros que definen a cada gaussiana, modelando a su vez las prolongaciones de los picos (“tailing”) mediante gaussianas modificadas. Se realiza un proceso de análisis previo mediante transformada wavelets discreta para la disminución de ruido y la reducción de la dimensión de los datos, y adicionalmente se aplica un algoritmo de corrección de línea base. Se calculan los parámetros iniciales de las gaussianas (ubicación, amplitud, ancho) y finalmente se realiza la aproximación definitiva de la curva compuesta por sumas de gaussianas a la señal original mediante un proceso de optimización no lineal (región de confianza). El beneficio práctico de la descomposición en suma de gaussianas de la señal electroforética se aprecia de manera relevante en cuanto a la significativa reducción en la cantidad de datos al 0.47%, ideal para manejar los sistemas emergentes de recolección de muestras químicas de alta resolución en tiempo y de electroforesis multicapilar, los cuales generan grandes cantidades de datos en muy poco tiempo.*

Palabras claves: Electroforesis, Gaussianas, Aproximación

1. INTRODUCCIÓN

La Electroforesis Capilar (EC) es una técnica de separación, identificación y medición de compuestos químicos que compete con técnicas como Cromatografía, Espectrometría de Masas y

Electroforesis en Gel al presentar mejoras en cuanto a simplicidad, rapidez de análisis, automatización, mayor resolución y capacidad cuantitativa.

El electroferograma, producto del análisis de una muestra bioquímica por EC, es una señal en el tiempo en la que cada pico representa a una determinada sustancia constituyente de la solución analizada y la amplitud del pico está relacionada con la concentración de dicha sustancia en la solución. Los avances científico-tecnológicos, entre los que destaca el aparato de electroforesis Multicapilar en Behr [1], se orientan hacia la recolección y análisis de muestras bioquímicas en cantidades crecientes y de manera automática, lo cual requiere del desarrollo de nuevos métodos para el manejo, almacenamiento y análisis masivo de datos electroforéticos.

Debido al efecto dispersivo de la sustancia dentro del capilar, se ha estudiado la representación del Electroferograma mediante suma de Gaussianas y otras funciones en Shackman [2]. Existen en el mercado algunos programas para aproximar los electroferogramas mediante suma de gaussianas y gaussianas modificadas, entre estos destacan PeakFit y TableCurve 2D, pero estos programas no logran modelar mediante sus funciones base la cola (“tailing”) o prolongación de los picos producida por la adhesión y luego liberación de sustancia fluorescente por parte de las paredes internas del capilar.

La idea de modelar los picos del electroferograma mediante funciones como la Gaussiana reside en dos razones principales: se puede obtener una reducción significativa de datos al representar cada pico mediante sólo tres parámetros y se pueden realizar mediciones precisas eliminando el efecto producido en la forma de los picos por el traslapamiento de sustancias adyacentes.

Se han revisado varios trabajos en los que se estudia, en base a modelos físicos y simulaciones, la forma de los picos de los electroferogramas, pero requieren de la solución de sistemas de ecuaciones en derivadas parciales y la fijación de gran cantidad de parámetros de acuerdo al tipo de datos, en Ermakov [3] y Shure [4]. En Shackman [2] y en Shadle [5] se representan los picos mediante gaussianas y gaussianas modificadas realizando un proceso de optimización de parámetros similar el que se realiza en este trabajo, pero en estos no se modela la cola producida por la adhesión de material fluorescente.

Se propone un método completo de análisis y preprocesamiento de datos diseñado para reducir la cantidad de datos que representa información importante aprovechando el modelado de la cola resultante por el proceso de adhesión. Se probó el algoritmo en datos provenientes de experimentos de microdiálisis intracerebral *in vivo* en ratas.

2. METODOLOGÍA

2.1 Preprocesamiento

El preprocesamiento está basado en el análisis multiresolucional aplicando a los datos la transformada Wavelets Discreta, el algoritmo completo y detallado se puede estudiar en un trabajo previo del autor en Ceballos [6]. Por razones de espacio y al no ser el proceso principal a tener en cuenta, aquí solo se menciona el algoritmo de manera general: Se aplica la transformada Wavelets Discreta a los datos para obtener una versión aproximada del electroferograma con 8 veces menos cantidad de puntos que la señal original y con menor cantidad de ruido. Se detecta la zona de interés en una representación de la señal en la que están presentes sólo las variaciones importantes correspondientes a los picos de interés. Y Finalmente, haciendo un análisis de la segunda derivada de la versión aproximada, se detectan los puntos de menor variación para construir con ellos la línea base a restar a la señal.

En la Fig. 1 se muestra la señal original y la resultante del preprocesamiento, que será la que finalmente será aproximada mediante suma de gaussianas.

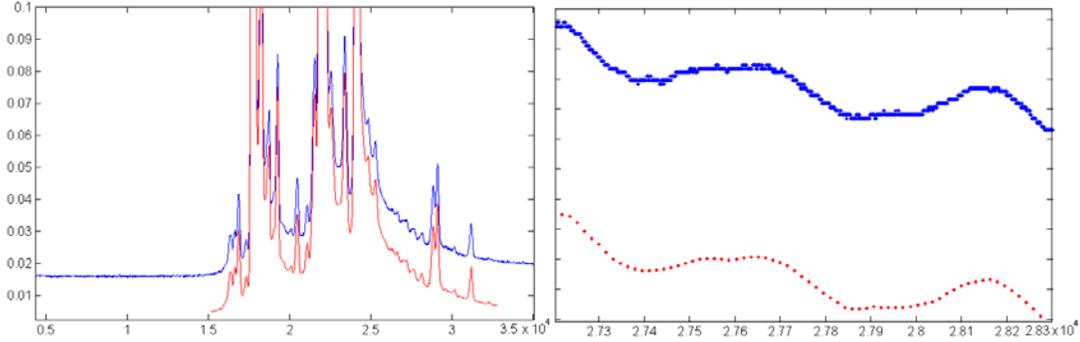


Figura 1. Electroferograma original (arriba) y preprocesado (abajo).

2.2 Aproximación mediante gaussianas

Si se quiere aproximar una secuencia de datos $\{y_n: n = 1, \dots, N\}$ asociados a una secuencia de puntos uniformemente espaciados $\{x_n: n = 1, \dots, N\}$ mediante una suma de n_g gaussianas, la aproximación de la secuencia y_n tiene la expresión indicada a la derecha en la Eq. (1). En este proceso de aproximación se trata de minimizar el error expresado mediante la función que se muestra a la izquierda en la Eq. (1):

$$E(y_n - \tilde{y}_n)^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (y_n - \tilde{y}_n)^2 \quad \tilde{y}_n = \sum_{i=1}^{n_g} A_i e^{-(x_n - \mu_i)^2 / 2\sigma_i^2} \quad (1)$$

El caso bajo consideración es del tipo Mínimos Cuadrados No Lineal pues en la suma de gaussianas están involucrados parámetros que están en relación no lineal (μ y σ).

Ubicación y ancho iniciales. Los parámetros iniciales $\mu_i^{(0)}$ y $\sigma_i^{(0)}$ de las gaussianas se obtienen analizando los cruces por cero de la segunda derivada de la señal. Los dos primeros cruces por cero de la derivada corresponden a la primera gaussiana y así sucesivamente con los pares de cruces por cero sucesivos para las i gaussianas a detectar. $\mu_i^{(0)}$ es el promedio de las dos posiciones de cruce por cero correspondientes a la gaussiana i y $\sigma_i^{(0)}$ es la mitad de la distancia entre estas dos posiciones. En la Fig. 2 se muestra un ejemplo de la obtención de estos parámetros de una señal sintetizada con tres gaussianas, abajo se muestran los parámetros iniciales detectados y arriba los usados para sintetizar la señal de prueba.

Amplitudes iniciales. Las amplitudes iniciales $A_i^{(0)}$ se hallan resolviendo el sistema de ecuaciones lineal en Eq. (2). Este sistema de ecuaciones resulta al considerar el método de mínimos cuadrados lineal utilizando las ubicaciones iniciales $\mu_i^{(0)}$, las desviaciones estándares iniciales $\sigma_i^{(0)}$ y los datos a aproximar (y_k).

$$\sum_{i=1}^{n_g} A_i^{(0)} \sum_{k=1}^N e^{-\frac{(x_k - \mu_j^{(0)})^2}{2\sigma_j^{(0)2}} - \frac{(x_k - \mu_i^{(0)})^2}{2\sigma_i^{(0)2}}} = \sum_{k=1}^N y_k e^{-\frac{(x_k - \mu_j^{(0)})^2}{2\sigma_j^{(0)2}}}, \text{ para } j=1, \dots, n_g \quad (2)$$

En la Eq. (2), $A_i^{(0)}$ es la amplitud inicial desconocida para la i -ésima gaussiana, N es el número de muestras en la señal a aproximar, y_k es la k -ésima muestra original, n_g es el número de gaussianas y x_k es el tiempo o número de muestra.

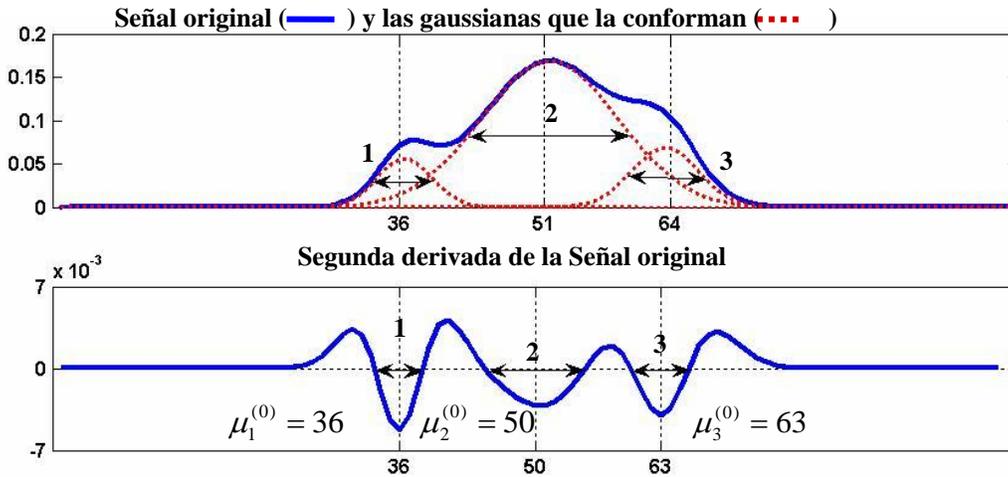


Figura 2. Obtención de los parámetros iniciales a partir del análisis de la segunda derivada.

Detección de gaussianas modificadas. Se modela cada pico que presente prolongaciones importantes en el tiempo o “tailing” (ver Fig. 3) con la función presentada en la Eq. (3) que involucra tres gaussianas modificadas [2]:

$$ETG(x) = \frac{H}{1 + e^{k(x-t_1)} + e^{-p(x-t_2)}} + \frac{h_1}{1 + e^{k_1(x-d_1)} + e^{-p_1(x-d_1)}} + \frac{h_2}{1 + e^{k_2(x-d_2)} + e^{-p_2(x-d_2)}} \quad (3)$$

H , h_1 y h_2 son constantes que controlan la amplitud de cada gaussiana modificada, t_1 , t_2 , d_1 y d_2 controlan la ubicación de la función gaussiana modificada y k y p determinan la rapidez con que sube y la rapidez con que baja cada una. La primera gaussiana modificada de izquierda a derecha representa al pico y las otras dos definen la extensión o “tailing”.

La selección de los picos que deben ser modelados con tres gaussianas modificadas se realiza en base a la amplitud del pico, pues se observa que los picos más altos producen el fenómeno de adhesión. Para los datos en estudio en este trabajo resultó útil usar un umbral igual a la mitad del rango de variación de los datos. Los picos que estén por encima del umbral se aproximan con la función $ETG(x)$ en lugar de la gaussiana convencional.

La fijación de los parámetros iniciales de cada ETG se realizó, en base a los parámetros iniciales A , μ y σ de la gaussiana convencional que sustituye, de la siguiente manera:

$$H = A, t_1 = \mu - \sigma, t_2 = \mu + \sigma, k = 0.08, p = 0.24, h_1 = 180, d_1 = d_2 = \mu, h_2 = h_1 / 2, k_1 = k_2 = 0.4,$$

$$p_1 = p_2 = 0.016.$$

2.4 Optimización

Luego de la obtención de los parámetros iniciales de las Gaussianas para aproximar un electroferograma, se procede al método de mínimos cuadrados no lineal de *Región de Confianza*, el cual, luego del proceso iterativo, proveerá los parámetros finales de las gaussianas que sumadas se aproximan mejor al electroferograma en estudio.

3. RESULTADOS

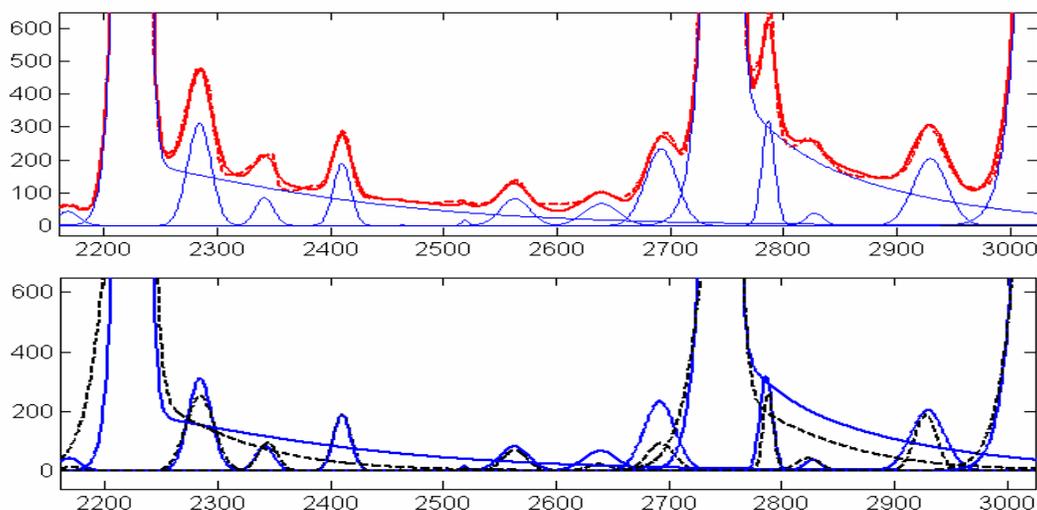


Figura 3. Descomposición en gaussianas de una señal electroforética.

A fin de ilustrar la aproximación mediante gaussianas en una señal electroforética, en la Fig. 3 arriba se muestran la señal original (coeficientes de aproximación del 3er nivel de descomposición wavelet), la aproximación mediante suma de gaussianas en línea punteada y las gaussianas. Abajo se muestran las gaussianas iniciales (en línea punteada) y las óptimas (gaussianas finales del proceso de optimización no lineal).

Precisión en la medición de picos y separación de sustancias traslapadas. Se utilizó un subgrupo de 24 electroferogramas provenientes de un experimento de microdiálisis intracerebral en ratas para medir la altura de un pico en particular en todos los electroferogramas, se midió de la manera convencional (solo midiendo la altura del pico respecto a la línea base) y usando descomposición en gaussianas (midiendo la altura de la gaussianas correspondiente al pico en cuestión). La medida convencional mostró un error promedio de 9% respecto a las alturas de las gaussianas, aunque una medida mostró error del 40% y dos medidas mostraron un error aproximado al 25%. Los resultados sugieren que la descomposición en gaussianas mejora la precisión de las mediciones de los picos al tomar en cuenta el traslapamiento de sustancias adyacentes en el capilar.

Compresión de los datos. Al procesar 50 electroferogramas (35000 muestras c/u) provenientes de experimentos de microdiálisis intracerebral en ratas, se obtuvo en promedio 42 gaussianas y 3 ETG's por electroferograma, es decir un promedio de 3 gaussianas requirieron de ajuste con gaussianas modificadas. Tomando en cuenta que cada gaussianas se representa con tres parámetros y cada ETG con trece parámetros. Se obtiene una compresión al 0.47% del volumen de los datos originales.

Error en las aproximaciones. Al aplicar el algoritmo en una base de datos de 50 electroferogramas con amplitud máxima de 4000 mV correspondientes a muestras bioquímicas de distintas partes del cerebro de ratas de laboratorio se obtuvo un error promedio en la aproximación de 28 (rmse).

Tiempo promedio. El tiempo de pre-procesamiento y cálculo de parámetros iniciales es despreciable frente al de optimización de parámetros el cual presenta un promedio de 2.75 minutos por electroferograma. Para probar los algoritmos se usó Matlab 7.3 en una PC con 2GB RAM y CPU Dual Core 2GHz.

4. CONCLUSIONES

Se propone un método para aproximar datos electroforéticos provenientes de electroforesis capilar en zonas capaz de tomar en cuenta satisfactoriamente las colas producidas por la absorción de sustancia fluorescente por parte de las paredes y su posterior liberación. Este método evita en muchos casos los problemas de eliminación de línea base generados por la liberación de sustancia fluorescente por parte de las paredes del capilar. Además el método permite una compresión al 0.47% de los datos en un tiempo de procesamiento de 2 minutos y medio por electroferograma, prometedor para los inminentes avances en resolución en la adquisición de muestra bioquímicas *in vivo* y el surgimiento de la tecnología multicapilar.

REFERENCIAS

- [1].Behr, S., Matzig, M., A fully automated multicapillary electrophoresis device for DNA analysis. *Electrophoresis*, vol. 20, n. 7, pp. 1492-507, 1999.
- [2].Shackman, J., Watson, C., Kennedy, R., High-throughput automated post-processing of separation data. *Journal of Chromatography A.*, vol. 1040, pp. 273-282, 2004.
- [3].Ermakov, S., Zhukov, M., Capelli, L., Righetti, P., Wall adsorption in capillary electrophoresis Experimental study and computer simulation. *Journal of Chromatography A.*, vol. 699, pp. 297-313, 1995.
- [4].Shure, M., Lenhoff, A., Consequences of Wall adsorption in Capillary Electrophoresis: Theory and Simulation. *Anal. Chem.*, vol. 65, pp. 3024-3037, 1993.
- [5].Shadle, S., Allen, D., Guo, H., Pogozielski, W., Bashkin, J., Tullius, T., Quantitative analysis of electrophoresis data: novel curve fitting methodology and its application to the determination of a protein-DNA binding constant. *Nucleic Acids Research*, vol. 25, n. 4, pp. 850-860, 1997.
- [6].Ceballos, G., Paredes, J., Hernandez, L., Pattern recognition in capillary electrophoresis data using dynamic programming in the wavelet domain.*Electrophoresis*, vol. 29, pp. 2828-2840, 2008.

ADQUISICIÓN Y PROCESAMIENTO DE LA SEÑAL ELECTROCARDIOGRÁFICA PARA LA DETECCIÓN TEMPRANA DE PACIENTES CHAGÁSICOS

Nelson Dugarte Jerez

Rubén J. Medina Molina

nelsond@ula.ve

rmedina@ula.ve

Laboratorio de Instrumentación Científica de la Facultad de Medicina (LIC-M), Universidad de Los Andes, Facultad de Medicina, Av. Tulio Febres Cordero, Mérida, Estado Mérida, Venezuela, Telf. +58-274-2403171, Fax: +58-274-2403170.

Grupo de Ingeniería Biomédica (GIBULA), Universidad de Los Andes, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Mérida, Estado Mérida, Venezuela, Telf. +58-274-2402906.

Rubén D. Rojas Sulbarán

Jhosmary Cuadros

rdrojas@ula.ve

jhosmac@gmail.com

Grupo de Ingeniería Biomédica (GIBULA), Universidad de Los Andes, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Mérida, Estado Mérida, Venezuela, Telf. +58-274-2402906.

Resumen.

La electrocardiografía de alta resolución (ECGAR) permite identificar detalles indicativos de enfermedades cardiovasculares que no pueden ser detectados en la electrocardiografía convencional, en especial las de enfermedades de metabolismo retardado como el mal de Chagas.

El presente trabajo reporta el desarrollo de un Instrumento médico que permite la adquisición y análisis del ECGAR. El sistema diseñado está compuesto por una etapa de hardware y una etapa de software. El hardware del sistema permite el acondicionamiento analógico de las señales electrocardiográficas, la digitalización simultánea de las 12 derivaciones del ECGAR y la comunicación de datos mediante un puerto USB. El software del sistema, se diseñó con la finalidad captar la información que se transmite desde el hardware, representar gráficamente la señal en tiempo real, almacenar los datos en un archivo y permitir el procesamiento digital de las señales adquiridas. Actualmente se trabaja en el software del sistema con la finalidad de: (a) Obtener la medición precisa de los intervalos de tiempo entre los diferentes eventos de la señal ECG, tales como intervalos RR y QT, (b) Realizar el análisis de cada serie de intervalos y (c) Realizar la estimación de zonas de amplitud reducida (RAZ).

La validación del prototipo desarrollado, ha demostrado que el sistema tiene un error de adquisición inferior al 0,04% y un error promedio de 0,1% en la medición de amplitud.

Palabras clave: Electrocardiógrafo digital, Señal electrocardiográfica de alta resolución, Instrumento médico aplicado a cardiología, Detección de la enfermedad de Chagas

1. INTRODUCCIÓN

El corazón, es el órgano que constituye la bomba que impulsa la sangre a moverse [1]. La señal de biopotencial que activa la contracción del corazón se desplaza por todo el músculo miocardio en una secuencia sincronizada que optimiza el trabajo cardiaco. Las señales eléctricas que se miden en la superficie del cuerpo, son la sumatoria de las señales que se generan en el corazón y por lo tanto, reflejan el funcionamiento mecánico del mismo [2].

El electrocardiograma o ECG es la presentación gráfica de las señales cardiacas, obtenida desde todos los ángulos [2], [3]. A cada señal gráfica obtenida se le denomina derivación. Por normativa internacional se han estandarizado 12 derivaciones. Las derivaciones ECG estándar son: I, II, III, aVR, aVL, aVF, V1, V2, V3, V4, V5, V6.

En épocas recientes, el hombre moderno se ha visto afectado enormemente por las enfermedades cardiovasculares [4], llegando a constituir una de las primeras causas de muerte en la población mundial. Son de especial atención las enfermedades de metabolismo retardado como el mal de Chagas. La Enfermedad de Chagas es una infección producida por un parásito denominado *Tripanosoma Cruzi* [5], el cual se aloja en los tejidos estriados de órganos vitales como el corazón. El parásito ocasiona daños cardiacos que finalmente conducen a insuficiencia cardiaca y en muchos casos muerte súbita [6].

La mayoría de exámenes electrocardiográficos no invasivos no pueden detectar de manera precisa la Cardiomiopatía Chagásica subclínica [7]. Aunque la ecocardiografía es útil para evaluar la disfunción ventricular izquierda [8], a menudo no está disponible en las zonas endémicas de la enfermedad de Chagas. Por otro lado, algunas técnicas aplicadas al electrocardiograma de alta resolución permiten la detección de indicadores de patologías cardiovasculares. El interés por la ECGAR surgió a principios de la década de los 70, con el objetivo de detectar la actividad eléctrica del sistema de His-Purkinje de forma no invasiva [9]. Más adelante fueron descubiertas otras zonas o intervalos del ECG donde aparecían micropotenciales relacionados con zonas concretas del corazón y/o determinados estados o patologías [10].

La electrocardiografía de alta resolución se diferencia de la tradicional porque permite la adquisición de señales muy pequeñas y con un ancho de banda superior al requerido en la electrocardiografía convencional. En los mejores casos, la digitalización de la señal ECG convencional es de 500 muestras por segundo (mps) con 8 bits de resolución, y el ancho de banda va de 0.5 a 120 Hz, mientras que la señal ECGAR se digitaliza por lo menos a 1000 mps con 12 bits de resolución y dentro de un ancho de banda de 0.05 a 300 Hz.

El ECGAR se utiliza para realizar el análisis de componentes de baja amplitud y alta frecuencia (HF QRS) [11], tal es el caso de las zonas de amplitud reducida (RAZ). El análisis para la detección del RAZ es una técnica relativamente nueva, no-invasiva, económica y reproducible en tiempo real [12]. Esta técnica es más precisa que el ECG convencional para detectar enfermedades cardiacas como afecciones de las arterias coronarias e isquemia del miocardio.

Con el desarrollo de este proyecto, se ha logrado la culminación exitosa de un prototipo de hardware que permite la adquisición simultánea de todas las derivaciones del ECGAR y el desarrollo de los algoritmos de la primera etapa del software. En esta etapa de desarrollo se pueden realizar adquisiciones del ECGAR con muy bajos niveles de ruido, presentación gráfica

en tiempo real de la señal en el monitor del computador y el almacenamiento de la información, mientras que continúan en desarrollo los algoritmos que permitirán el análisis matemático de los datos adquiridos.

2. METODOLOGÍA

Como consecuencia de los diversos análisis que se desean realizar es necesaria la adquisición simultánea de las 12 derivaciones de la señal ECGAR. Está demostrado que los canales II, aVR, aVL y aVF pueden obtenerse por cálculo a partir de las derivaciones bipolares I y III, por consiguiente, el sistema reportado, solo se realiza la adquisición simultánea de las derivaciones bipolares I y III, y las derivaciones precordiales V1, V2, V3, V4, V5 y V6, y se calculan las derivaciones restantes en el computador.

El sistema que se desarrolla está compuesto por una etapa de hardware y una etapa de software. El hardware permite la adquisición analógica y la digitalización de la señal ECGAR, y el software esta conformado por los algoritmos instalados en el computador destinados al procesamiento de la señal.

2.1 Hardware del Sistema

El hardware del sistema está compuesto por los circuitos electrónicos que permiten la adquisición de la señal ECGAR y la comunicación con el computador. El hardware está integrado por cuatro partes: los circuitos de adquisición analógica, la etapa de digitalización, la comunicación de datos con la computadora y los circuitos de protección. Fig. 1.

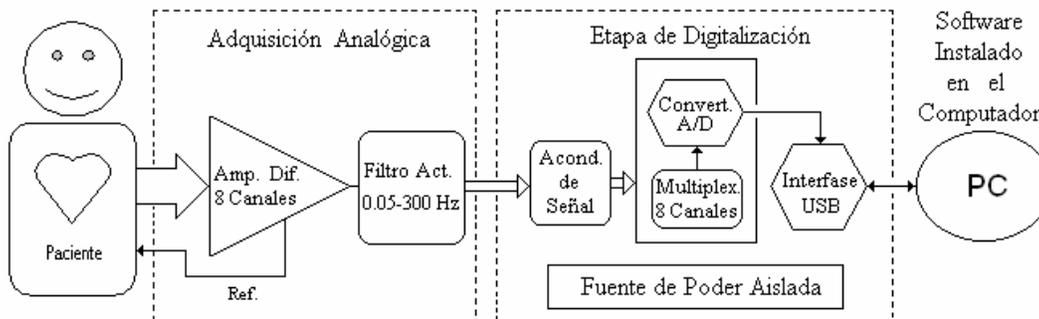


Fig. 1. Diagrama del hardware del sistema.

Los circuitos de adquisición analógica, están conformados por un arreglo de 8 amplificadores diferenciales, diseñados con un alto nivel de rechazo al ruido en modo común (superior a 100dB) y con un ancho de banda de 0.05 Hz a 300 Hz. Estos circuitos están diseñados para amplificar la señal electrocardiográfica con una ganancia de 1000.

La etapa de digitalización, consiste en la conversión analógica/digital (A/D), en forma casi simultánea de cada uno de los 8 canales de la señal ECGAR. Para ello, se realiza un multiplexado de alta velocidad de las 8 derivaciones; el multiplexado se realiza con una diferencia de tiempo inferior a un micro segundo (μ s) entre muestras. El proceso de digitalización se realiza con una frecuencia de 2000 muestras por segundo (mps) y con una resolución de 12 bits.

La comunicación de datos con la computadora, se realiza vía USB, pero parte del software instalado en el computador permite realizar la transferencia de datos en forma serial a una

velocidad de 460800 bits por segundo (bps). La interfaz USB también permite la alimentación del sistema pero por medio de una fuente aislada contenida en el mismo diseño del hardware.

- **Los circuitos de protección**, este diseño es de uso médico y será aplicado directamente a pacientes, por consiguiente se han tomado medidas de seguridad anti-electrochoque, que evitan que el paciente pueda quedar expuesto a daños físicos por efecto de la corriente eléctrica.

2.2 Software del Sistema

Los algoritmos del software del sistema se están desarrollando bajo una plataforma de software libre. Para esto se ha utilizado el lenguaje interpretado “PYTHON” y programación en “C”, trabajando bajo linux con entorno gráfico de “UBUNTU”. El software desarrollado hasta el momento, consiste en un algoritmo estructurado, diseñado con la finalidad de captar la información que se transmite desde el hardware del sistema.

El funcionamiento del software, se inicia identificando los datos según el orden en que llegan, para recuperar la información que corresponde al valor de cada muestra adquirida.

La información obtenida es graficada de inmediato, con lo cual se obtiene una visualización de la señal ECGAR en tiempo real, Fig. 2.

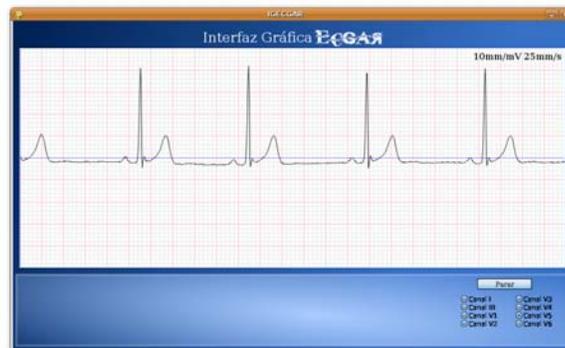


Fig. 2. Señal ECGAR, derivación V5 adquirida con este sistema.

El gráfico es presentado en un formato cuadrículado que imita al papel estándar usado en los electrocardiógrafos comerciales. El espacio gráfico presentado en pantalla es el equivalente a 5 segundos de adquisición, con una escala dada por 10 mm/mV en amplitud y 25 mm/s en velocidad. Cada vez que el trazado se completa, la imagen gráfica se refresca automáticamente y se continúa el trazado de la señal que se está adquiriendo.

Cuando el usuario finaliza la adquisición, se realiza el almacenamiento de los datos en un archivo tipo “csv” (archivos de datos con formato ASCII, estructurado en columnas y con separadores para los datos en las filas).

3. RESULTADOS

Se ha alcanzado el desarrollo del hardware y el diseño de los algoritmos del software de la primera etapa de funcionamiento. Actualmente se están desarrollando los algoritmos de la segunda etapa del software, con lo cual se pretende detectar los índices indicativos de las enfermedades cardiovasculares como el mal de Chagas.

Con el hardware se ha logrado la adquisición y digitalización simultánea de todos los canales de la señal ECGAR, dentro del ancho de banda previsto y con niveles de ruido inferiores a 20 micro voltios (μV).

La certificación del instrumento se realizó en el laboratorio del Instituto Regional de Bioingeniería (IRB), de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN), de la República de Argentina, el cual cumple actividades como laboratorio de certificación de instrumentos de uso médico bajo las normas de ISO 9001. Este laboratorio está acreditado por la empresa holandesa "Det Norske Veritas" (DNV) certificado N°:28375-2008-AQ-ARG-OAA. Los procedimientos de certificación se realizaron bajo las normas: IRAM 4220-2-27, Requisitos particulares de seguridad de aparatos para supervisión electrocardiografía, y 4220-2-25, Requisitos particulares de seguridad para electrocardiógrafos. Los resultados obtenidos demostraron que el sistema tiene un error de adquisición inferior al 0,04% y en la medición de amplitud se detectó un error promedio de 0,1%. El error de cálculo para obtener la señal de la derivación bipolar II fue de 0,73%. La medición de respuesta de frecuencia dio como resultado que el ancho de banda de este sistema está comprendido entre 0,15 Hz y 300 Hz, Fig. 3.

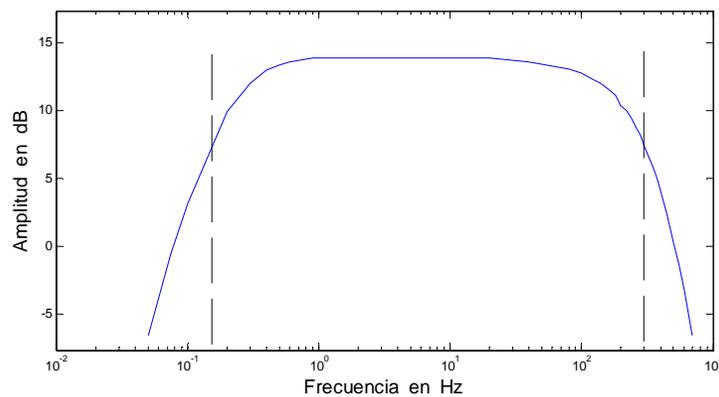


Fig. 3. Respuesta de frecuencia del sistema.

En las mediciones de seguridad eléctrica se obtuvieron valores de alto aislamiento, dentro de los parámetros requeridos por las normas internacionales, para su implementación con pacientes.

Con el diseño del software se ha logrado un algoritmo estructurado, que permite captar la información que se transmite desde el hardware del sistema sin pérdida de datos, presentar gráficamente la señal ECG en tiempo real, y almacenar los datos para análisis posteriores.

Actualmente se está complementando la aplicación desarrollada para realizar el análisis de la señal ECGAR, que permita las mediciones y detecciones fijadas como objetivo de esta investigación.

4. CONCLUSIONES

El desarrollo reportado, representa un aporte importante desde el punto de vista tecnológico. Con este diseño se pretende crear una herramienta médica que incorpore el desarrollo de técnicas novedosas y avanzadas de procesamiento de la señal electrocardiográfica.

La normativa internacional establece que instrumentos médicos con errores inferiores al 10% son utilizables en diagnóstico y con errores inferiores al 1% pueden ser utilizados en investigación. Dado que los niveles de errores detectados en la certificación del instrumento son

tan pequeños se garantiza el empleo de este sistema para los objetivos de investigación propuestos.

Con esta investigación se busca en lo posible lograr un impacto directo desde el punto de vista social, que beneficia a los sectores menos favorecidos. Tal requisito se logra al abordar la detección temprana y no invasiva de enfermedades cardiovasculares como el mal de Chagas.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece a la Universidad de Los Andes y a sus instituciones como el Laboratorio de instrumentación Científica de la Facultad de Medicina (LIC-M) y al Grupo de Ingeniería Biomédica (GIBULA), por el apoyo prestado. También se agradece a FONACIT por medio de la Misión Ciencia, a CENDITEL y al CDCHT (proyecto: I-947-06-07-A e I-1051-07-02-ED), por permitir que este proyecto sea factible.

REFERENCIAS

- [1] Centro de información cardiovascular. *Anatomía del corazón*. Disponible en <http://www.texasheartinstitute.org/>. 2007.
- [2] Ganong, W., *Fisiología Médica*. Manual Moderno. México, D.F., Editorial McGraw-Hill, 17ª Edición. 1999.
- [3] Alfredo, M., Pedro, I. *A los 100 años del Electrocardiógrafo de Eindhoven*. Gaceta Médica Mexicana del Instituto Nacional de Cardiología “Ignacio Chávez”, Vol. 137, N° 5, pp. 479 – 484. 2001.
- [4] Pan American Health Organization (PAHO). *Índice de mortalidad*, Disponible en www.paho.org. 2007.
- [5] World Health Organization. *Division of Control of Tropical Diseases, Chagas Disease Elimination*. Disponible en <http://www.who.int/ctd/chagas>. 2000.
- [6] Rassi, A. Jr., Rassi, A., Little, W. *Chagas' Heart Disease*. Clin. Cardiol. 23, 883–889, 2000.
- [7] Carrasco, H., *Diagnóstico del daño miocárdico en la enfermedad de Chagas*, Consejo de Publicaciones, ULA, Mérida-Venezuela. 1983.
- [8] Jugo, D., Medina, R., Schlegel, T., Arenare, B. *Aplicación de nuevas técnicas de electrocardiografía de alta resolución en pacientes chagásicos*, II Congreso Colombiano de Ingeniería Biomédica. Artículo No. 93. 2005.
- [9] Gutiérrez, O. *El electrocardiograma de alta resolución*, Revista Costarricense de cardiología. Vol. 3. N° 2. pp. 48-53. 2001.
- [10] Ramos, J. *Detección de micropotenciales auriculares de alta frecuencia, Capítulo 1*, Universidad Politécnica de Cataluña. Madrid, España. 2004.
- [11] Dugarte, N., Rubén, M., Rubén, R. *Adquisición y procesamiento de la señal electrocardiográfica de alta resolución*, VI Jornadas de Ingeniería. Artículo JI-IE-016. Mérida, Venezuela. 2007.
- [12] Todd T. Schlegel, Md; Walter B. Kulecz, Phd; Jude L. Depalma, Phd; Alan H. Feiveson, Phd; John S. Wilson, Bse; M. Atiar Rahman, Md; And Michael W. Bungo, Md. Real-Time 12-Lead High-Frequency QRS Electrocardiography for Enhanced Detection of Myocardial Ischemia and Coronary Artery Disease. *Mayo Clin Proc.*; 79:339-350. 2004.

IMAGE PROCESSING TECHNIQUES FOR TRANSPARENT BIOMEDICAL IMAGES

Javier Toro

jg.toroq@yahoo.com

Apartado Postal 2005, Maracay 2101-A, Aragua, Venezuela

Abstract. *This paper gives an overview of major biomedical image processing techniques that explicitly take account of transparency—a phenomenon where the observed scene is perceived as the transparent superposition of two or more constituent images. The paper examines the distinctive features of various methods, encompassing a diversity of image processing tasks.*

Key words: Image processing, Biomedical images, Transparency.

1 INTRODUCTION

Transparency arises in many situations. There have been several attempts at coping with the phenomenon, but few of them have been concerned with biomedical images. In this paper, several of the proposed approaches envisaged for medical images are outlined, and a brief note on other relevant techniques is also given.

In transparency an image is an overlay of several other component images. The overlay is taken to be additive, or of any other type as long as it can be brought to the additive case upon some transformation. With such a provision the theorems of linear algebra can be directly applied. Each component image may undergo, within a collection of mixture images, some kind of transformation, such as motion, blurring or amplification.

In biomedical applications, images are derived from the interaction of energy with human tissue. When it comes to the study of the transparency phenomenon, X-ray is the imaging modality that has received the most attention so far. The intensity values (I_{out}) of this type of images depend on the attenuation coefficient (μ) of the tissue, the tissue's thickness (d) and the intensity (I_{in}) of the incident X-ray beam: $I_{out} = I_{in}e^{-\mu d}$. When the beam traverses n different tissues of thickness $\{d_i\}_{i=1}^n$ and constant attenuation coefficient $\{\mu_i\}_{i=1}^n$, the incident intensity is multiplicatively attenuated by every participating tissue as

$$I_{out} = I_{in} \prod_{i=1}^n e^{-\mu_i d_i}. \quad (1)$$

By taking the logarithm, the image thus obtained can be made to appear as an additive superposition of component images.

The problems in transparency that have received greater attention have been the recovery of the motion and the intensity pattern of the component images. A summary of various approaches for motion estimation and segmentation is given in Section 2. Section 3 gives an overview of some of the methods so far proposed for recovering the component images from either a dynamic image sequence or a collection of static images.

2 MOTION ESTIMATION AND SEGMENTATION

Toro *et al.* [1] proposed an approach for estimating transparent motions and their spatial support. The proposed approach is a sequential estimation scheme. It begins by computing a dense multiple vector field, which is then used to estimate affine motion parameters and corresponding regions of support. A robust iterative technique based on the fundamental constraint equation of multiple optical flow is used to estimate two motion vectors at each pixel location. Motion parameters together with the regions of support are computed from the estimated vectors by using a variant of the Expectation-Maximization (EM) algorithm.

The *multiple optical flow constraint equation*, introduced by Shizawa and Mase [2, 3], establishes a relationship between the local variations of the intensity values in an image sequence and the motions that take place. For two motions, where the image sequence is written as $I(x, y, t) = I_1(x, y, t) + I_2(x, y, t)$ and $I_i(x, y, t) = S_i(x - u_x^i t, y - u_y^i t)$ for some static image $S_i(x, y)$ and motion vector (u_x^i, u_y^i) , the relationship can be written as

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_x^1 \frac{\partial}{\partial x} + u_y^1 \frac{\partial}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_x^2 \frac{\partial}{\partial x} + u_y^2 \frac{\partial}{\partial y} \right) I(x, y, t) = 0. \quad (2)$$

Toro *et al.* [4] put forward an approach to estimate blood flow cross-sectional velocity profiles in intravital microscopy videos of post-capillary venules. In the proposed technique the scene is represented by two layers: (i) a rigid background and (ii) a layer where the blood flow stream resides. Following the two-component motion estimation model of Bergen *et al.* [5], the image sequence is background compensated and a time-wise difference image sequence is then produced. The blood flow profile is estimated from the difference sequence using a multiresolution scheme based on the single optical flow constraint equation.

The *two-component motion estimation model* of Bergen *et al.* [5] is based on the observation that if one of the motions in the mixture image sequence is known, so that only one motion is to be determined, it is then possible to construct a difference image sequence that turns out to be moving at the unknown, sought velocity. So, for the images sequence $I(x, y, t)$ written as in Eq. (2) and time instants $t_k = k$, for $k \in \{0, 1, 2\}$, a difference image sequence can be constructed as

$$\begin{aligned} D(x, y, t_0) &= I(x - u_x^1, y - u_y^1, t_0) - I(x, y, t_1) \\ &= S_2(x - u_x^1, y - u_y^1) - S_2(x - u_x^2, y - u_y^2) \end{aligned} \quad (3a)$$

$$\begin{aligned}
D(x, y, t_1) &= I(x - u_x^1, y - u_y^1, t_1) - I(x, y, t_2) \\
&= S_2(x - u_x^1 - u_x^2, y - u_y^1 - u_y^2) - S_2(x - 2u_x^2, y - 2u_y^2) \\
&= D(x - u_x^2, y - u_y^2, t_0),
\end{aligned} \tag{3b}$$

where motion vector (u_x^2, u_y^2) can be accurately estimated by using an approach for single motion computation.

Auvray *et al.* [6] proposed a method for transparent motion estimation and segmentation in X-ray image sequences. It is assumed that at every pixel location at most two different motions can coexist and that the motion of any layer can be adequately represented by the affine model. The proposed approach is a minimization scheme that iteratively alternates between estimation and segmentation stages. To be able to cope with large motions, motion fields are estimated using the block-matching motion estimation constraint for transparency in a multiresolution incremental framework. Segmentation is carried out using a Markov Random Field (MRF)-based approach.

The *block-matching motion estimation technique for transparency*, introduced by Stuke *et al.* [7], rests on the relation that exists between the intensity value of any given pixel in an image frame and the intensity value of other pixels in neighboring frames at locations defined by the motions in the sequence [7][8]. For the case of two motions the relationship can be obtained from Eqs. (3a) and (3b) as:

$$\begin{aligned}
0 &= D(x - u_x^2, y - u_y^2, t_0) - D(x, y, t_1) \\
&= I(x - u_x^1 - u_x^2, y - u_y^1 - u_y^2, t_0) - I(x - u_x^2, y - u_y^2, t_1) - I(x - u_x^1, y - u_y^1, t_1) + I(x, y, t_2).
\end{aligned} \tag{4}$$

Other estimation methods, not initially thought for medical images, have been proposed by Vernon [9] and Pingault *et al.* [8]. Vernon [9] uses a system of linear equations in the Fourier domain to deduce two transparent constant velocities. Pingault *et al.* [8] estimates two velocities from three frames by solving a second order Taylor expansion of the constraint given in Eq. (4).

3 TRANSPARENCY SEPARATION AND OTHER APPLICATIONS

Close *et al.* [10, 11] demonstrate the utility of decomposing an angiographic image sequence into moving layers. In their approach, each layer is computed in the spatial domain by temporal integration across motion compensated frames. First, a phase correlation method is used to estimate the motion of each layer, which is assumed to translate, rotate, and scale over time. The motion estimates are then used to transform each frame so that the tracked layer remains stationary from frame to frame. The layer is restored by averaging the intensity values across the compensated frames.

Hemmendorff [12] developed a temporal integration scheme that incorporates an iterative feedback mechanism to improve the quality of the reconstructed layers. The feedback mechanism derives from a linear formulation of the reconstruction problem. Provided that all motions have been discovered, a first estimate for each layer is obtained by following a temporal integration procedure similar to that of Close *et al.* [10, 11]. To update the layers estimate, a synthetic image sequence is produced from the latest available layers estimate. The layers update, which

are to be added to the most recent layers estimate so to produce the enhanced version, is obtained by temporal integrating the difference between the original and the recently composed synthetic sequences. The process is repeated until no change in the layers estimate is observed.

A linear formulation for the mixture image formation can be obtained by writing in vector form every mixture and component image (by concatenating, for instance, the rows of their matrix form) and representing the transformation that every component image undergoes over time as an interpolation matrix M . For the case of two component images (\vec{s}_1 and \vec{s}_2), for instance, every frame of the mixture can be written as $\vec{f}_i = M_{i1}\vec{s}_1 + M_{i2}\vec{s}_2$, and the whole system as

$$\begin{pmatrix} \vec{f}_1 \\ \vec{f}_2 \\ \vdots \\ \vec{f}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \\ \vdots & \vdots \\ M_{n1} & M_{n2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{s}_1 \\ \vec{s}_2 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

from which the component images can be solved.

Zhang *et al.* [13] also formulate the reconstruction question for coronary angiography as a problem of solving a system of linear equations. The different layers are found by minimizing, in the least squares sense, the fit error between the layers and the original image sequence. It is assumed that the scene can be represented by three layers: (i) a static background, (ii) slow moving lungs, and (iii) fast beating vessels. To ease the computational burden, the layers estimate is found in a multi-scale framework furnished with three levels. At the lowest resolution level, the background is first estimated assuming that it is the dominant structure at that level. The background is up-sampled and removed from the original image sequence to yield a foreground sequence, from which the slow moving layer is estimated at the intermediate level. The fast moving layer is obtained by up-sampling the estimated slow moving layer and removing it from the foreground sequence at the original resolution level.

Chen *et al.* [14] put forward an approach for separating moving transparent layers in dual-shot dual-energy X-ray imaging. In this imaging modality, two chest radiographies ($I(x, y, t_1)$ and $I(x, y, t_2)$) are created by two consecutive exposures, each at a different level of X-ray energy. Each radiography is modeled as a weighted sum of two layers: (i) bones and (ii) soft-tissue. It is assumed that the bones layer remains static or that its motion has been compensated. Separation is achieved using the gradient of the two intensity images. Considering that the bones gradient should appear on both images at the same location and along the same orientation, the presence of bones is detected by comparing, at each pixel location, the gradients $\nabla I(x, y, t_1)$ and $\nabla I(x, y, t_2)$. At those locations where bone has been detected the bone gradient is removed from $\nabla I(x, y, t_1)$. The intensity pattern of the soft-tissue layer is calculated from the corrected $\nabla I(x, y, t_1)$ by solving a 2D Poisson equation.

There are other methods for recovering the component images that, however, do not seem to have been tested on biomedical images. Szeliski *et al.* [15] proposed two techniques: one of them is based on constrained least squares, and the other iteratively refines lower and upper bounds on the component layers by finding the darkest and brightest value at each pixel location across aligned images. Weiss [16] proposed a technique to recover a static reflectance image by taking the temporal median on two filtered version of an image sequence where the illumination

is the only varying component. The approach of Vernon [9] recovers two translating component layers from a few frames of the given image sequence by solving a system of linear equations in the frequency domain. Toro *et al.* [17] recover two moving layers from two frames by taking the antidifference, along discrete trajectories defined by the motion of the layers, of two time-wise difference image versions of the original image sequence. Farid and Adelson [18], Sarel and Irani [19], and Shwartz *et al.* [20] proposed approaches for layer recovery where motion is not involved. In [18] two component images are recovered from two linear combinations of them by exploiting the assumption that the component images are statistically independent. In [19] separation is achieved by minimizing, at every pixel location, the structural correlations across the two component images. In [20] the decomposition of two linear mixtures of a convolved version of the two layers is attained via independent component analysis.

The problem of denoising angiographic image sequences has been explored by Auvray *et al.* [6]. Assuming that motions are known, a prediction for every pixel at, for instance, time instant t_2 is obtained from contiguous image frames, in this case, at time instants t_1 and t_0 using the expression for $I(x, y, t_2)$ derived from Eq. (4). Looking to offer a better compromise between denoising power and information preservation, the proposed hybrid filtering technique uses this intensity estimate depending on the properties of the neighboring texture in each frame.

4 FINAL REMARKS

Transparency is a pervasive phenomenon in biomedical images. The approaches here summarized explicitly take account of the phenomenon, and would therefore be expected to produce better predictions about any given feature of diagnostic value. So far, X-ray has been the medical imaging modality that has benefited the most, or at least it is the modality on which more tests have been carried out. Other imaging modalities such as microscopy and ultrasound imaging, each with its own particularities, may constitute potential areas for further research.

REFERENCES

- [1] J. Toro, F. Owens, and R. Medina, "Multiple motion estimation and segmentation in transparency," in *Int. Conf. Acoustics, Speech, and Signal Processing*, pp. 2087–2090, 2000.
- [2] M. Shizawa and K. Mase, "Simultaneous multiple optical flow estimation," in *Int. Conf. Patt. Recogn.*, vol. 1, pp. 274–278, 1990.
- [3] M. Shizawa and K. Mase, "Principle of superposition: a common computational framework for analysis of multiple motion," in *IEEE Workshop on Visual Motion*, pp. 164–172, 1991.
- [4] J. Toro, B. Chayer, and G. Cloutier, "Estimation of microcirculatory blood flow velocity profiles," in *Workshop on Microscopic Image Analysis with Applications in Biology*, 2006.
- [5] J. Bergen, P. Burt, R. Hingorani, and S. Peleg, "Computing two motions from three frames," in *Int. Conf. Comput. Vision*, pp. 27–32, 1990.
- [6] V. Auvray, P. Bouthemy, and J. Lienard, "Joint motion estimation and layer segmentation in transparent image sequences—Application to noise reduction in X-ray image sequences," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2009.

- [7] I. Stuke, T. Aach, E. Barth, and C. Mota, "Estimation of multiple motions by block matching," in *Int. Conf. Software Engineering, Artificial Intelligence, Networking and Parallel/Distributed Computing*, pp. 358–362, 2003.
- [8] M. Pingault, E. Bruno, and D. Pellerin, "A robust multiscale B-spline function decomposition for estimating motion transparency," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 12, no. 11, pp. 1416–1426, 2003.
- [9] D. Vernon, "Decoupling Fourier components of dynamic image sequences: a theory of signal separation, image segmentation and optical flow estimation," in *European Conf. Comput. Vision*, pp. 69–85, 1998.
- [10] R. Close and J. Whiting, "Decomposition of coronary angiograms into non-rigid moving layers," in *Proceedings of SPIE's International Symposium on Medical Imaging*, pp. 1515–1520, 1999.
- [11] R. Close, C. Abbey, and J. Whiting, "Improved localization of coronary stents using layer decomposition," *Computer Aided Surgery*, vol. 7, no. 2, pp. 84–89, 2002.
- [12] M. Hemmendorff, *Motion Estimation and Compensation in Medical Imaging*. PhD thesis, Linköping University, 2001.
- [13] W. Zhang, H. Ling, S. Prummer, S. Zhou, M. Ostermeier, and D. Comaniciu, "Coronary tree extraction using motion layer separation," in *Int. Conf. Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention*, pp. 116–123, 2009.
- [14] Y. Chen, M. Maitre, and T. Fang, "Transparent layer separation for dual energy imaging," in *Int. Conf. Image Processing*, pp. 821–824, 2008.
- [15] R. Szeliski, S. Avidan, and P. Anandan, "Layer extraction from multiple images containing reflections and transparency," in *Int. Conf. Comput. Vision Pattern Recogn.*, vol. 1, pp. 246–253, 2000.
- [16] Y. Weiss, "Deriving intrinsic images from image sequences," in *Int. Conf. Comput. Vision*, vol. 2, pp. 68–75, 2001.
- [17] J. Toro, F. Owens, and R. Medina, "Using known motion fields for image separation in transparency," *Pattern Recognition Letters*, vol. 24, no. 1-3, pp. 597–605, 2003.
- [18] H. Farid and E. Adelson, "Separating reflections from images by use of independent component analysis," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 16, no. 9, pp. 2136–2145, 1999.
- [19] B. Sarel and M. Irani, "Separating transparent layers through layer information exchange," in *European Conf. Comput. Vision*, pp. 328–341, 2004.
- [20] S. Shwartz, Y. Schechner, and M. Zibulevsky, "Blind separation of convolutive image mixtures," *Neurocomputing*, vol. 71, no. 10-12, pp. 2164–2179, 2008.

CARACTERIZACION DE SEÑALES ELECTROENCEFALOGRAFICAS USANDO TRANSFORMADA WAVELET Y ANALISIS DE COMPONENTE PRINCIPAL

Iris Colmenares

Antonio Bravo

colmenares.iris@gmail.com

abravo@unet.edu.ve

Betsy Sánchez

bsanchez@unet.edu.ve

Grupo de Bioingeniería, Decanato de Investigación, Universidad Nacional Experimental del Táchira, San Cristóbal 5001, Táchira, Venezuela

Abstract. *El análisis espacio-temporal a diferentes escalas usando la transformada discreta Wavelet permite descomponer las señales electroencefalográficas (EEG) no estacionarias en un conjunto de señales componentes que contienen características tiempo-frecuencia específicas. A partir de la descomposición, la energía de la señal y algunos estadísticos como la media, varianza, desviación estandar, desviación cuadrática media y moda son calculados de las señales componentes. El objetivo es parametrizar las señales EEG a partir de la energía y los estadísticos a las diferentes escalas establecidas por análisis multiresolución obtenido al aplicar la transformada Wavelet. Una vez parametrizados los registros encefalográficos, un análisis de componente principal es aplicado con la finalidad de determinar cuáles de los parámetros permiten caracterizar pacientes sanos y patológicos.*

Key words: Electroencefalogramas, transformada Wavelet, análisis de componente principal.

1 INTRODUCCIÓN

La electroencefalografía es una técnica empleada para la evaluación del funcionamiento cerebral de fácil aplicación, inocuo y no invasivo. Los registros electroencefalográficos (EEG) muestran la diferencia de potencial bioeléctrico en diferentes zonas estandarizadas de la corteza cerebral. La interpretación de las ondas complejas que son almacenadas en los registros electroencefalográficos requiere de un alto conocimiento y entrenamiento por parte del especialista neurólogo, a objeto de detectar características en los niveles de potencial que varían con el tiempo. En la mayoría de los casos debido a la complejidad de las ondas registradas en los estudios EEG, es difícil caracterizar el funcionalismo cerebral mediante la observación directa de los registros.

1.1 Trabajos previos

Diversos trabajos orientados al desarrollo de sistemas computarizados para el análisis y la interpretación de registros EEG han sido reportados. Le Van Quyen y sus colaboradores [5], desarrollaron un método para la interpretación de señales EEG en pacientes epilépticos a través del análisis de datos no lineales en el tiempo. El objetivo fue predecir eventos de epilepsia minutos antes de que ocurran al detectar los cambios severos en la actividad eléctrica cerebral.

En el año 2007, se reporta el estudio realizado para el análisis y la clasificación de señales EEG mediante la Transformada de Fourier y la Transformada Wavelet. Se diseñó un sistema que permite realizar ambas transformadas, información que es utilizada como entrada a una red neural encargada de la clasificación de las señales. El primer tipo de señales corresponde al EEG del sujeto en estado de relajación y el segundo tipo de corresponde al EEG del mismo individuo pensando en la realización de una acción motora [7].

Un algoritmo que detecta y aísla una señal no estacionaria en el EEG epiléptico haciendo uso de la distribución tiempo-frecuencia suavizada pseudo Wigner-Ville (SPWV) y que permite detectar el canal donde inicialmente se ha presentado la crisis, ha sido desarrollado por Guerrero y sus colaboradores [3]. El algoritmo hace un filtrado a baja frecuencia con análisis de componente principal (PCA) y luego realiza un seguimiento de señal basado en tres umbrales de decisión: energía, frecuencia y longitud de cada parcial. Se detecta un trazo continuo en forma de onda quasi-periódica cuando hay crisis epiléptica y los resultados tienen alta calidad en resolución, reducción de artefactos, bajo costo computacional y sin detección de falsos positivos.

1.2 Objetivo

El análisis espacio-temporal a diferentes escalas usando la Transformada Wavelet (WT), permite descomponer las señales EEG no estacionarias en un conjunto de señales componentes que contienen características tiempo-frecuencia específicas. A partir de la descomposición, la energía y algunos estadísticos como la media, varianza, desviación estándar y moda, pueden ser calculados de las señales componentes. El trabajo consiste en parametrizar las señales EEG a partir de la energía y los estadísticos a las diferentes escalas establecidas por análisis multiresolución obtenido al aplicar la transformada Wavelet. Una vez parametrizados los registros EEG, un análisis de componente principal (PCA) es aplicado con la finalidad de determinar cuál de los parámetros (energía y estadísticos) permite discriminar entre un paciente sano y uno patológico. El trabajo se fundamenta en el desarrollo de una herramienta computacional basada en transformada Wavelet y la técnica de PCA para la caracterización de registros EEG de pacientes sanos y patológicos.

2 TRANSFORMADA WAVELET

La transformada Wavelet es una operación lineal que descompone una señal en diferentes señales o componentes representadas a múltiples escalas o resoluciones [1]. Sea $\Psi(t)$ una función de valor real o complejo en $\mathcal{L}^2[\mathbf{R}]$, donde $\mathcal{L}^2[\mathbf{R}]$ un espacio métrico de las funciones $f : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{C}$, perteneciente al espacio de Hilbert (\mathcal{H}), el cual es un espacio vectorial cuyos elementos pertenecen al espacio complejo \mathbf{C} [4].

La Transformada Wavelet Discreta (DWT) se basa en el modelo del Análisis Mutiresolución (MRA) desarrollado por Mallat [6]. En el MRA la señal se descompone iterativamente obteniendo

valores de sus componentes frecuenciales coincidentes con una escala en particular. La expresión correspondiente al MRA es la siguiente:

$$f(t) = \sum c(k)\varphi(t) + \sum \sum d(j, k)\psi(t) \quad (1)$$

donde:

$$c_j(k) = \sum h(m - 2k)c_{j+1}(m) \quad d_j(k) = \sum h_1(m - 2k)c_{j+1}(m) \quad (2)$$

Las expresiones anteriores $c(k)$ y $d(k)$ representan los coeficientes que constituyen la DWT que actúan como un banco de filtros representando en cada nivel de descomposición (banda de frecuencia) la aproximación de la señal y su detalle. Estos bancos de filtros están constituidos por filtros paso bajo y filtros paso alto. Cada par de dichos filtros es aplicado en las diferentes iteraciones del proceso donde se va obteniendo una aproximación nueva de la señal y además se obtiene la información de frecuencia respectiva. La aproximación de la señal se obtiene con la aplicación del paso bajo y la información de frecuencia se consigue con la aplicación del filtro paso alto, en ambos procesos se toma sólo la mitad de las muestras que componen la señal, es decir, se hace un submuestreo de factor dos.

3 ANALISIS DE COMPONENTE PRINCIPAL

El análisis de componente principal (PCA) es una técnica de análisis multivariable ampliamente utilizada como técnica de reducción de dimensionalidad de los datos. Es decir, ante un base de datos con muchas variables el objetivo es reducirlas a un menor número perdiendo la menor cantidad de información posible. La técnica de PCA aplicada a una matriz de muestras que involucra n observaciones y m variables es descompuesta en un subespacio de componentes principales y un subespacio residual. El subespacio de componentes principales representa la correlación entre las variables [2]. Un PCA tiene sentido si existen altas correlaciones entre las variables, ya que esto es indicativo de que existe información redundante y por tanto, pocas componentes explicarán gran parte de la variabilidad total.

La elección de las componentes se realiza de tal forma que la primera recoja la mayor proporción posible de la variabilidad original, la segunda debe recoger la máxima variabilidad posible no recogida por la primera y así sucesivamente. Del total de componentes se elegirán aquéllas que recojan el porcentaje de variabilidad que se considere suficiente. A éstas, se les denominará componentes principales.

4 METODOLOGIA

4.1 Registros EEG

El registro de las señales EEG se realizó en 18 canales a partir de electrodos adheridos a la superficie de la cabeza con pasta conductora en los sitios establecidos por el sistema internacional 10-20, midiéndose la diferencia de potencial respecto a una referencia constituida por ambas orejas cortocircuitadas. La señal es digitalizada a una frecuencia de muestreo de 256 Hz y conversión A/D de 12 bits, filtrada digitalmente entre 0.5 y 30 Hz. Los registros seleccionados son de tiempo variable de actividad en reposo de 7 sujetos sanos y 7 pacientes epilépticos.

4.2 Caracterización de los registros EEG

El análisis consiste en el cálculo de la DWT de cada una de las derivaciones de las señales tanto para los sujetos sanos como los patológicos obteniéndose las aproximaciones y los detalles. Se consideran tres tipos de filtros para la descomposición: Haar, Daubechies de orden 4 y Daubechies de orden 6. El número de niveles frecuenciales se selecciona tal que las aproximaciones y detalles finales estén asociados a frecuencias menores de 4 Hz a objeto de garantizar el análisis de las ondas delta, en tal sentido, como los registros son adquiridos a una frecuencia de muestreo de 256 Hz, los mismos se descomponen en 7 niveles frecuenciales.

A partir de las aproximaciones y los detalles, la energía y estadísticos como media, mediana, moda, varianza, desviación estándar y desviación cuadrática media son determinados a objeto de parametrizar las señales componentes.

Para cada grupo de pacientes en estudio (sanos y epilépticos) se crea una matriz por cada nivel frecuencial, cuyas columnas representan los parámetros (media, moda, mediana, varianza, desviación estándar, energía y desviación cuadrática media) y las filas los pacientes de estudio, como se observa en la Tabla 1.

Tabla 1: Matriz organizada por pacientes y parámetros para cada nivel frecuencial

	Media	Moda	Mediana	Varianza	Desv. Est.	Desv.Cuad	Energía
Paciente 1							
Paciente 2							
Paciente 3							
Paciente 4							
Paciente 5							
Paciente 6							
Paciente 7							

El análisis de componente principal para la caracterización de las señales EEG se realiza con ayuda del software estadístico *Statistica5*. El proceso para la obtención de las características sigue el diagrama de flujo de la Figura 1. Una vez aplicado la técnica de PCA se obtiene que varios parámetros presentan valores muy similares, lo cual indican la alta correlación entre los mismos. *Statistica5* ordena los parámetros de mayor a menor factor de correlación. Se considera que si la diferencia entre los factores de correlación de los dos primeros parámetros es menor a 0.1, el segundo parámetro es eliminado, lo cual permite disminuir las variables analizar por PCA en la unidad. El proceso de extracción de componente principal es nuevamente aplicado para determinar los parámetros mejor correlacionados, el proceso de eliminación es nuevamente considerado. Este proceso se repite hasta que no se puedan eliminar más variables. El objetivo es obtener las variables que presentan poca correlación ya que son las que permiten caracterizar los registros EEG de cada registro analizado. Los parámetros resultantes, luego de las eliminaciones, son considerados como aquellos que caracterizan cada nivel frecuencial para el tipo de paciente y por cada filtro Wavelet.

5 RESULTADOS

Para cada canal EEG analizado se genera un diagrama que presenta en el eje x los diferentes niveles frecuenciales y en el eje y cada uno de los estadísticos y la energía. Se utilizaron cuatro

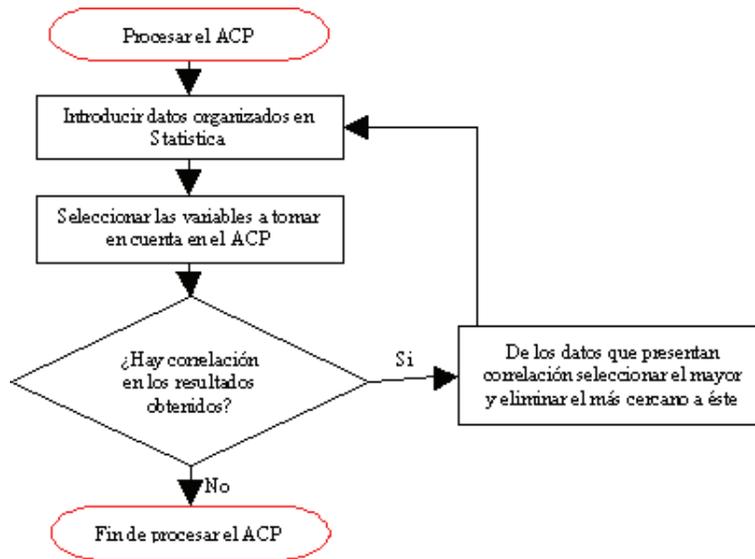


Figura 1: Análisis de componentes principales.

indicadores para representar las aproximaciones de los sanos, aproximaciones de los patológicos, detalles de los sanos y detalles de los patológicos, los cuales se pueden observar en la Figura 2. Las aproximaciones de un paciente sano (cuadrado azul) se caracterizan en frecuencias de 0 a 4 Hz con la varianza, entre 4 y 8 Hz con la media, entre 8 y 16 Hz con la media, entre 16 y 32 Hz con la media, entre 32 y 64 Hz con la desviación cuadrática, entre 64 y 128 Hz con la media y entre 128 y 256 con la media. De igual forma, se puede obtener las características tanto para los detalles de pacientes sanos como para las aproximaciones y detalles de los pacientes patológicos.

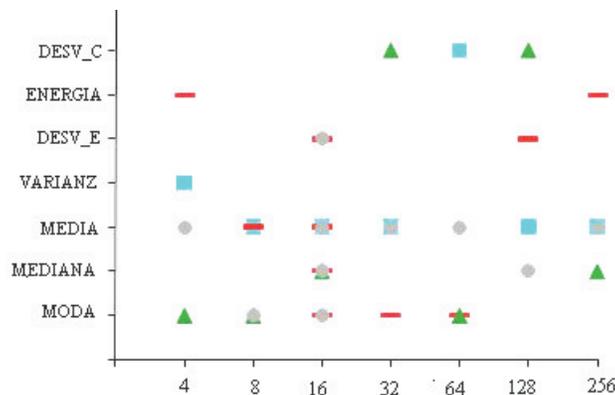


Figura 2: Caracterización canal 18, Daubechies-6.

Simplificando el proceso de caracterización a objeto de hacerlo más amigable por la cantidad de canales y filtros analizados, se propone un código que represente las aproximaciones y los detalles por canal por tipo de filtro. En la codificación Mo representa la moda, Me la mediana, \bar{x} la

media, σ^2 la varianza, $\bar{\sigma}$ la desviación cuadrática media, E la energía y σ la desviación estándar. Los niveles frecuenciales se presentan de menor a mayor. Por ejemplo el canal 0 del registro EEG de pacientes sanos se caracteriza por: Aproximación $EMoMoE\bar{x}\sigma Me$ y Detalle $EEMeMeE\sigma\sigma^2$.

6 CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un sistema programado que permite caracterizar registros EEG de pacientes sanos y patológicos (epilépticos) basado en la aplicación de la transformada Wavelet y PCA. Se nota claramente que con la ayuda de los estadísticos y la energía se pueden parametrizar las componentes frecuenciales asociadas a un análisis multiresolución obtenido por transformada Wavelet de canales EEGs. En general, la representación de los registros EEG en forma paramétrica si bien constituye un proceso para la disminución de los datos asociados a un análisis multiresolución, aun son muy difíciles de analizar por un especialista neurólogo. Se muestra que el análisis de componente principal permite disminuir la dimensionalidad de los datos, obteniéndose una simple representación del parámetro que define cada canal EEG para pacientes sanos y patológicos. Por último, se demuestra que el filtro Daubechies-4 permite caracterizar mejor los registros EEG debido a que no necesitó la formulación de una ecuación lineal en ninguno de los canales y además posee pocos niveles frecuenciales representados por varias variables.

Acknowledgements

Este trabajo fue realizado gracias al apoyo del Decanato de Investigación de la Universidad Nacional Experimental del Táchira, San Cristóbal Venezuela.

REFERENCIAS

- [1] DAUBECHIES, I. *Ten lecture on Wavelets*. SIAM, Philadelphia, 1998.
- [2] DUDA, R. *Pattern Classification*. John Wiley & Sons, New York, 2001.
- [3] GUERRERO, C., NAVIA, A., MALANDA, A., AND IRIARTE, J. Método de detección de una señal EEG no estacionaria utilizando seguimiento de parciales. In *XXIV Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica* (Pamplona, España, 2006), pp. 439–442.
- [4] KAISSER, G. *A Friendly Guide to Wavelets*. Birkhäuser, USA, 1999.
- [5] LE VAN QUYEN, M., MARTINERIE, J., AND VARELA, F. Anticipating epileptic seizures in real time by a non-linear analysis of similarity between EEG recordings. Tech. Rep. Paris, Francia, Laboratoire de Neurosciences Cognitives et Imagerie Cérébrale, Julio 1999.
- [6] MALLAT, S. A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation. *IEEE Trans. Pat. Anal. Mach. Intell.* 11 (1989), 674–693.
- [7] MARTIN, J., PALAZUELOS, S., BOQUETE, L., MAZO, M., AND PROVENCIO, D. Estudio de la transformada de Fourier y la transformada wavelet como herramienta de análisis y clasificación de señales EEG. *Scientia et Technica XIII* (2007).

VALORACION DE LA ESTABILIDAD DE EMULSIONES APLICANDO TRANSFORMADA WATERSHED A IMAGENES DE MICROSCOPIA

José Reinaldo Garcia

Antonio Bravo

Juan José Mantilla

rheineo@gmail.com

abravo@unet.edu.ve

jmantil@unet.edu.ve

Grupo de Bioingeniería, Decanato de Investigación, Universidad Nacional Experimental del Táchira, San Cristóbal, Venezuela.

Mario Alayón

Marisabel Vivas

malayon@unet.edu.ve

mvivasm@unet.edu.ve

Unidad Multidisciplinaria de Investigación en Ciencias Básicas e Ingeniería, Decanato de Investigación, Universidad Nacional Experimental del Táchira, San Cristóbal 5001, Táchira, Venezuela.

Abstract. *En el presente trabajo se considera el problema de la evaluación de la estabilidad de emulsiones a partir de imágenes adquiridas de microscopía. La metodología propuesta consiste en cuatro pasos consecutivos: 1) realce de la información contenida en las imágenes utilizando filtros digitales; 2) segmentación de las imágenes basado en transformada Watershed; 3) optimización de la identificación inicial; 4) cuantificación de las gotas usando un procedimiento de correspondencia de plantillas. El método propuesto permite obtener a partir del proceso de cuantificación la densidad de la distribución del tamaño de las gotas. Estos resultados son útiles para comparar diferentes distribuciones a objeto de evaluar la estabilidad de las emulsiones.*

Key words: Emulsiones, estabilidad, transformada Watershed.

1 INTRODUCCIÓN

Una emulsión es un sistema immisible de dos fases, donde una de las fases esta dispersa como pequeñas gotas en la otra. Las emulsiones además contienen un tercer componente llamado agente emulsificador cuya función es estabilizar la fase dispersa. Según sea la fase dispersa polar (agua) o apolar (aceite), la emulsión se denomina W/O (water in oil) u O/W (oil in water). Existen además las emulsiones múltiples en las que la fase interna es a su vez una emulsión. Las emulsiones

múltiples pueden ser designadas como agua en aceite en agua (W/O/W) o aceite en agua en aceite (O/W/O) donde la nomenclatura W1/O/W2 se refiere a una emulsión en la que W1 es la fase acuosa inicial (o más interna) y W2 es la fase acuosa más externa [4].

Las propiedades de las emulsiones como estabilidad, apariencia, reactividad química y propiedades físicas dependen del tamaño y de la distribución del tamaño de las gotas. Una emulsión es estable cuando su aspecto no cambia en un determinado periodo de tiempo.

La estabilidad de las emulsiones es una propiedad de fácil apreciación en los casos extremos en los cuales la emulsión coalesce completamente en algunos minutos, o al contrario en los casos en que permanezca aparentemente inalterable sin ninguna separación visible por varios meses. La única medida realmente absoluta de la estabilidad de una emulsión es la variación del número de gotas presentes en una muestra de emulsión en función del tiempo. Tal información no se puede obtener experimentalmente sino mediante la variación de la distribución del tamaño de la gota en el tiempo, pero esto implica la perturbación o destrucción de la muestra [2]. Para determinar la estabilidad de las emulsiones se debe calcular el tamaño de las gotas en diferentes periodos, para realizar esta medición se pueden aplicar diferentes técnicas o métodos granulométricos, entre los cuales se encuentran [5]: reflectancia, densidad óptica, turbidez (trasmisión), sedimentación-elutriación, contadores de orificios, difusión y difracción de luz, y microscopia (análisis de imágenes).

La técnica de microscopia permite la valoración directa de las gotas. Adquiriendo muestras en diversos tiempos y con el software que puede analizar imágenes del microscopio, es posible cuantificar la distribución de las gotas y con esta información la estabilidad de las emulsiones se puede evaluar de una manera fácil y rápida.

2 METODOLOGIA

El enfoque comienza con una etapa de realce de la información asociada a las gotas basada en la aplicación de filtros. En la segunda etapa, una técnica de segmentación basado en transformada Watershed es utilizada para identificar los candidatos a gotas. Esta clasificación es optimizada usando un procedimiento de correspondencia de plantillas. Posteriormente, el diámetro de las gotas de la emulsión es automáticamente determinado y tal información es usada para caracterizar la emulsión por medio del diámetro medio de las gotas.

2.1 Etapa de preprocesamiento

El esquema propuesto considera la aplicación a las imágenes de microscopia de filtros para el realce de la información asociada a las gotas y el suavización de la información asociada a la fase externa. Se consideran tres tipos de filtros: reescalamiento de amplitud, desplazamiento de píxeles y difusión anisotrópica. Estos filtros conforman un banco de filtros en cascada. Las imágenes de emulsiones son adquiridas con un microscopio confocal (Leikar System) con resolución espacial de 640×480 píxeles cuantificada a 24 bits por píxel de color RGB.

El primer filtro es implantado mediante aplicación de una transformación lineal de la amplitud de los valores de los píxeles de entrada a los valores de los píxeles de salida. El rescalamiento de amplitud se utiliza para realzar las imágenes que tienen bajo contraste entre los valores más claros y los más oscuros. El filtro de desplazamiento, cambia la posición de un píxel de la entrada por el factor de desplazamiento y después escala el píxel por un factor de escala.

El método de difusión anisotrópica se fundamenta en transformar la imagen como una función de sus derivadas en un espacio de mayor dimensión. Este nuevo espacio representa la solución de la ecuación de calor (1).

$$\frac{dI(x, y; t)}{dt} = \nabla \cdot C(x, y) \nabla I(x, y; t) \quad (1)$$

con el estado inicial $I(x, y; 0) =$ imagen original, $(x, y) \in \mathbf{R}^2$, t denota tiempo y C representa la conductancia. La figura 1 muestra la aplicación del banco de filtros en cascada.

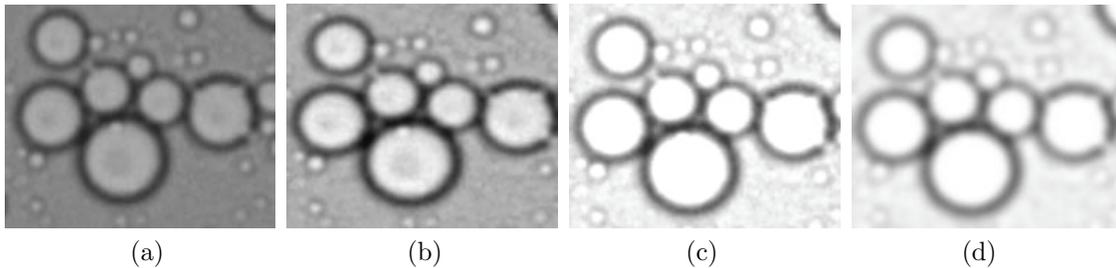


Figura 1: Preprocesamiento. (a) Imagen original. (b) Resultado del filtro de reescalamiento de amplitud. (c) Resultado del filtro de desplazamiento de píxeles. (d) Resultado del filtro de difusión anisotrópica.

2.2 Segmentación basada en Watershed

La transformada Watershed es una herramienta ampliamente utilizada en el campo de la morfología matemática útil en la segmentación de imágenes [1]. Esta transformada es usada en la segunda etapa del procesamiento con la finalidad de segmentar las imágenes a objeto de encontrar las gotas en la emulsión. El Watershed toma como dato de entrada la imagen obtenida luego de la aplicación de la etapa de filtrado. La figura 2.b muestra el resultado de aplicar la transformada a la imagen original mostrada en la figura 2.a. El proceso de segmentación culmina con la aplicación de una técnica de binarización basada en umbrales adaptativos [3], el resultado de aplicar la técnica se puede observar en la figura 2.c.

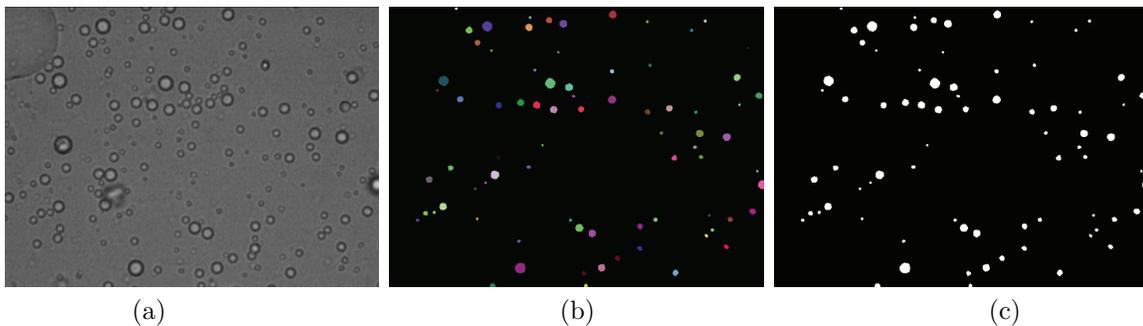


Figura 2: Segmentación. (a) Imagen original. (b) Transformada Watershed. (c) Técnica de binarización.

2.3 Correspondencia de plantillas

Con el propósito de determinar las verdaderas gotas en una imagen, un algoritmo basado en la técnica de correspondencia de plantillas (template matching) es utilizado. Esta técnica consiste en determinar la correspondencia entre las plantillas con los objetos segmentados (gotas) en la imagen [6]. Las plantillas se construyen considerando formas circunferenciales. Las dimensiones de estas formas se establecen según el diámetro de los candidatos a las gotas, con la idea de incluir un alto porcentaje de las variaciones circunferenciales de las mismas. El algoritmo analiza la imagen segmentada comparando regiones de la imagen (ventanas del estudio) con cada plantilla. Una métrica que representa la semejanza entre una región de la imagen con la plantilla es utilizada para determinar si esta región es una gota. La ecuación 2 muestra la expresión que establece la semejanza.

$$S(i, j) = \sum_{k=i-a/2, x=0}^{k=i+a/2, x=a} \sum_{l=j-b, y=0}^{l=j+b, y=b} f(k, l)g(x, y) \quad (2)$$

donde S es la semejanza para el pixel (i, j) , a y b son dimensiones de la plantilla, f es la imagen original, y g es la plantilla. Una región de la imagen se acepta como gota, si el valor de la semejanza S es mayor que un umbral de correspondencia. Un contador es considerado para cuantificar las gotas identificadas.

2.4 Cuantificación del tamaño de las gotas

En este paso, el esquema propuesto, considera como datos de entrada la imagen con las gotas identificadas y la cantidad de gotas registradas por el contador descrito en la sección anterior. El tamaño de la gota se determina como el diámetro en pixeles de su patrón circunferencial. Cuando el tamaño de cada gota se ha calculado es posible obtener el tamaño medio de las gotas en la imagen de la microscopia.

3 RESULTADOS

Para probar la metodología propuesta, se realizaron 2 experimentos con imágenes microscópicas de muestras de emulsiones, una con tendencia a ser estable y la otra inestable. El primer experimento se realiza con la emulsión 1 cuyas características se describen en la tabla 1. En este experimento se tomaron 7 muestras en un periodo de 5 días, cada muestra condidera 12 imágenes capturadas con el lente de 100X del microscopio.

Tabla 1: Emulsiones utilizadas para probar la metodología de análisis de estabilidad.

Emulsión 1	Compuesto 1	agua	Emulsión 2	Compuesto 1	agua
	Compuesto 2	kerosene		Compuesto 2	kerosene
	Salinidad	0 %		Salinidad	2.5%
	Tiempo agitación	15 s		Tiempo agitación	10 s
	Velocidad agitación	5000 rpm		Velocidad agitación	5000 rpm

La figura 3.a muestra la distribución relativa de número de ocurrencias o frecuencia de un

conjunto de gotas. En general, la frecuencia relativa representa la razón geométrica entre la frecuencia absoluta y el total de datos (gotas), o sea el cociente de dividir el número de veces que aparece un dato (gota) en un intervalo, entre la totalidad de sus datos que conforman la muestra de que se trate. Siendo la frecuencia absoluta el número de veces que se observa una misma gota, o la cantidad de datos que caen en un mismo intervalo. Por otra parte, la acumulación de todas las frecuencias relativas o frecuencia relativa acumulada se muestra en la figura 3.b.

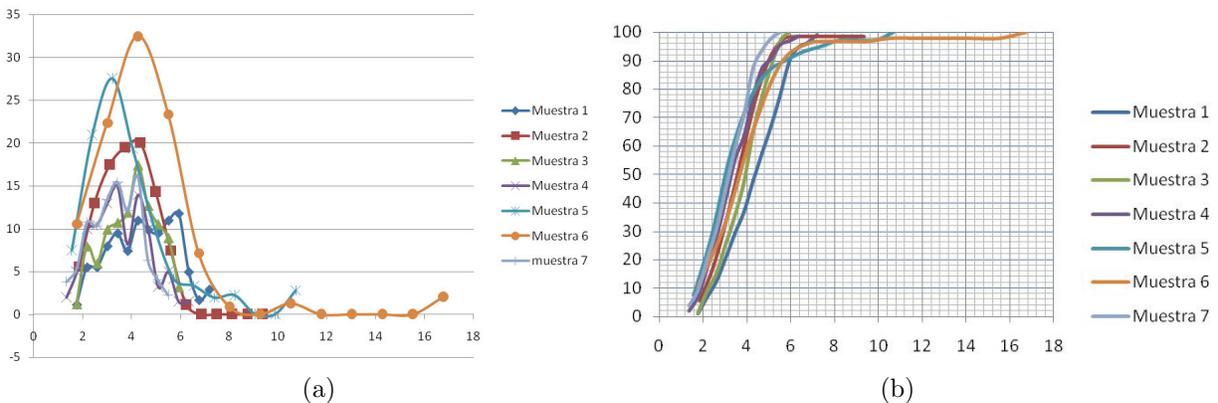


Figura 3: Análisis de la estabilidad para una emulsión estable. (a) Frecuencia relativa. (b) Frecuencia relativa acumulada.

De las gráficas de la figura 3, debido a que en la primera todas las representaciones de ocurrencias presentan un único modo, lo cual indica que para todas las muestras los diámetro de las gotas se mantiene en el tiempo y que en la segunda la forma de acumulación de las ocurrencias sigue una misma tendencia, se puede concluir que la emulsión 1 (Tabla 1) es estable.

La tabla 1 también muestra las características de la emulsión 2 utilizada en el experimento número 2. Los gráficos de distribución de la frecuencia relativa y de la frecuencia relativa acumulada obtenidos a partir del análisis de la emulsión 2 se observan en la figura 4. Las graficas muestran que la emulsión es inestable.

Al analizar los resultados se observa para la emulsión 1 que el promedio de los tamaños de la gota es de $3.9677 \mu m$ con una desviación estandar de $\pm 0.4479 \mu m$ calculado en las siete muestras, lo cual indica su tendencia estable. En la segunda emulsión se presenta un tamaño promedio de $5.835 \mu m$ con una desviación estandar de $\pm 3.086 \mu m$, por lo que se puede concluir que la emulsión 2 es inestable ya que las gotas están creciendo durante el tiempo (desviación mayor a la unidad).

4 CONCLUSIONES

Se ha propuesto un esquema para la valoración automática de la estabilidad de las emulsiones. El método propuesto ha sido probado usando emulsiones reales. La técnica del realce de imagen permite corregir las inhomogeneidades de las imágenes asociadas al proceso de adquisición de las muestras. La técnica de la segmentación permite discriminar la información de las gotas con respecto al fondo, debido a que transformada es un técnica de segmentación multiobjeto.

Una vez obtenida la cantidad de gotas por imagen de cada muestra, se procede a contabilizar y agrupar por tamaño, a objeto de generar las frecuencias absolutas y relativas por cada periodo de

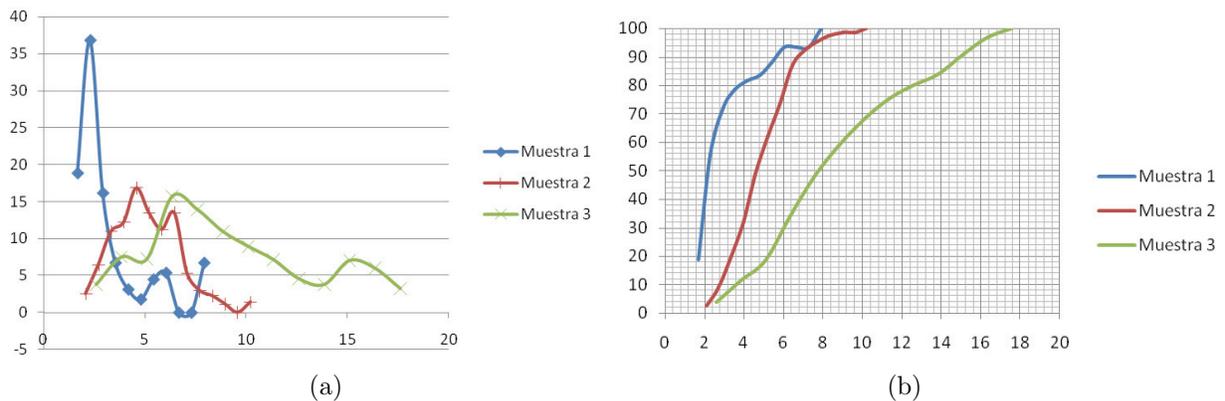


Figura 4: Análisis de la estabilidad para una emulsión inestable. (a) Frecuencia relativa. (b) Frecuencia relativa acumulada.

análisis, posteriormente, éstas se comparan para determinar la variación del tamaño de las gotas entre periodos.

Las pruebas se efectuaron en diferentes tiempos de duración. Para emulsiones estables la imágenes se tomaron durante una semana donde se observó la variación del tamaño de las gotas fue bajo con respecto a la emulsión inestable, para la cual las pruebas se realizaron en un día y la gotas cambiaron de tamaño en forma progresiva.

Acknowledgements

Este trabajo fue realizado gracias al apoyo del Decanato de Investigación de la Universidad Nacional Experimental del Táchira, San Cristóbal Venezuela.

REFERENCIAS

- [1] BEUCHER, S. The watershed transformation applied to image segmentation. In *Proceedings of 10th Pfefferkorn Conf. on Signal and Image Processing in Microscopy and Microanalysis* (England, 1991), pp. 16–19.
- [2] MARFISI, S. Estabilidad de emulsiones relacionada con el proceso de deshidratación de crudos. Tech. Rep. Mérida, Venezuela, Laboratorio FIRP, 2008.
- [3] PRATT, W. *Digital Image Processing*. John Wiley - Sons, USA, 1978.
- [4] SALAGER, J.-L. Influencia de la posición del agitador y de la agitación sobre formación y evolución incipiente de una emulsión. Tech. Rep. Mérida, Venezuela, Laboratorio FIRP, 1999.
- [5] SALAGER, J.-L. Emulsion properties and related know-how to attain them. In *Pharmaceutical Emulsions and Suspensions*, F. Nielloud, Ed. CRC Press, 2000, pp. 73–126.
- [6] WANG, Y. *Edge Detection Using Template Matching (Image Processing, Threshold Logic, Analysis, Filters)*. PhD thesis, Duke University, USA, 1985.

A Snake–Guided Parametric Model for Prostate Segmentation

Maria Valero

Antonio Bravo

mvalero@unet.edu.ve

abravo@unet.edu.ve

Grupo de Bioingeniería, Universidad Nacional Experimental del Táchira, San Cristóbal-Venezuela

Ruben Medina

rmedina@ula.ve

Grupo de Ingeniería Biomédica, Universidad de Los Andes, Mérida-Venezuela

Abstract. *In this research a computational model for prostate shape detection in images is presented. The model couples a bi-dimensional active contour model with a three-dimensional parametric deformable model based on a free-form deformation technique. Experimental results on transrectal ultrasound (TRUS) images are presented. The results show that the proposed model provides close agreement with respect to expert traced shapes.*

Key words: Prostate, Shape detection, Contour model, Deformable model, Ultrasound.

1 INTRODUCCIÓN

Prostate cancer is the health greatest problem in men older than 50 years [1]. Since 1980, the incidence of prostate cancer has risen steadily to become the second most common cause of cancer-related deaths among men, exceeded only by lung cancer [1]. In most cases, the prostate cancer grows very slowly and persists during long time without causing symptoms, therefore their early detection constitutes the most important aspect for patient recovery. Several treatment options for prostate cancer exist, from radiation therapy, cryosurgery [1], to prostate removal.

Recently, significant contributions have been developed in prostate gland segmentation. In most cases, these contributions are based on bidimensional (2-D) segmentation techniques. The main drawback of these contributions is that the shape based-models require a set of examples in order to represent the mean shape and the objects class appearance. Generating the training set is arduous because it must exhibit all variation expected in the class of shapes being modeled.

In this paper, a method for segmenting prostate images using a three-dimensional (3-D) parametric model guided by an active contour model is proposed. Results of the TRUS prostate images segmentation are reported.

2 METHOD

2.1 Pre-processing stage

Three datasets of TRUS trans-axial images of the prostate are considered. Each image in the datasets has a resolution of 398×334 pixels where each pixel value is represented by 8 bits. The datasets spatial resolution is $1 \text{ mm}^3/\text{volxel}$. The preprocessing stage begins with the anisotropic diffusion filters application [2]. The method is based on transforming the image to a function of its derivatives in a higher dimensional space. This higher dimensional function represents the heat equation solution. Four different techniques to enhance the local discontinuities at the boundaries of the prostate in the TRUS images filters using the anisotropic diffusion method are proposed. These techniques are based on four smoothing filters: 1) the Gaussian filter [3], 2) the morphological filter [4], 3) the averaging filter [5], and 4) the similarity filter [6].

The Gaussian filter: Each pixel value in the output image ($\mathbf{I}_{\text{Gauss}}$) is computed from the convolution of the anisotropic diffusion image (\mathbf{I}_{diff}) with a kernel that represents a 2-D Gaussian distribution, where the kernel size is 7×7 and σ is set as the standard deviation of the anisotropic diffusion image. **The morphological filter:** The white top-hat (WTH) and its dual, the black top-hat (BTH) are considered. The white top-hat is defined as the difference between the anisotropic diffusion image and the opened anisotropic diffusion image. The black top-hat is obtained subtracting the anisotropic diffusion image from the closing anisotropic diffusion image. A ellipsoid structuring element (D) is used to determine the effect of the opening and closing operators on the input image \mathbf{I}_{diff} . **The averaging filter:** The threshold value ε is set to the standard deviation of the anisotropic diffusion image in this filter. **The similarity filter ($\mathbf{I}_{\text{average}}$):** This filter quantifies the difference between the gray-level values of pixels in the original image \mathbf{I}_{diff} and in the smoothed image ($\mathbf{I}_{\text{average}}$) based on a similarity criterion [6].

2.2 Bi-dimensional shape model

The shape model used in this approach is a 2-D dynamic parametric contour \mathcal{C} . The contour \mathcal{C} is located in the image plane $(u, v) \in \mathbb{R}^2$.

The anatomical shape defined by contour \mathcal{C} is modeled by the following functional:

$$\mathcal{E}(\mathbf{p}) = \mathcal{I}(\mathbf{p}) + \mathcal{P}(\mathbf{p}) + \mathcal{R}(\mathbf{p}) . \quad (1)$$

This functional represents the contour energy that includes the internal energy $\mathcal{I}(\mathbf{p})$, the image energy $\mathcal{P}(\mathbf{p})$ and the external energy $\mathcal{R}(\mathbf{p})$. The optimal contour shape corresponds to the minimum of this energy function. The smoothness constraint force in the shape model is represented by the internal energy term. The internal energy formulation proposed by Kass [7] is used. The image energy term \mathcal{P} (2), in the contour energy functional (1), is defined by the linear combination of gradient magnitude estimated for each enhanced image.

$$\mathcal{P}(\mathbf{p}) = -\gamma \frac{1}{3} \|\nabla \mathbf{I}_{\text{Gauss}}(\mathbf{p})\| + \|\nabla \mathbf{I}_{\text{WTH}}(\mathbf{p})\| + \|\nabla \mathbf{I}_{\text{BTH}}(\mathbf{p})\| , \quad (2)$$

where ∇ represents an optimum gradient operator [8]. The deformable model incorporates a regularization term allows to reorient the direction field associated with the image energy term. This functional is expressed according to (3).

$$\mathcal{R}(\mathbf{p}) = -\kappa \|\nabla \mathbf{I}_S(\mathbf{p})\| . \quad (3)$$

The optimum 5×5 operators ($\nabla_{5 \times 5}$) developed by Ando [8, p. 258] are used to obtain x - and y -directional gradients associated with the smoothed images. The prostate shape model energy (\mathcal{E}) is minimized by using an iterative optimization process based on a gradient descent algorithm. The aim of this iterative optimization process is to express the current contour shape based on the knowledge of the corresponding previous contour energy. The normalized equation is given by

$$\mathbf{p}^{k+1} = \mathbf{p}^k + \delta \frac{\mathcal{E}(\mathbf{p}^k)}{\|\mathcal{E}(\mathbf{p}^k)\|} , \quad (4)$$

with δ denoting the gradient descent step size and k the iteration number.

2.3 Three-dimensional shape model

The 3-D shape model is constructed using a free-form deformation (FFD) technique. This technique was proposed in [9] to sculpt solid geometric models bounded by any analytical surface. The method is based on embedding an object in a region of the space called deformation region. Each point of the object has a unique parameterization in the 3-D space, that defines its position in the region. The deformation region is a paralelepiped that has an associated local coordinate system. The origin of the local coordinate system (\mathbf{X}_0) is located on a vertex of the paralelepiped and the axes ($\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{W}$) are located on the 3 edges whose intersection is \mathbf{X}_0 . A grid of control points in the 3-D space denoted by $\mathbf{P}_{ijk} = [p_i \ p_j \ p_k]$ is formed by the intersection of $(l + 1)$ planes perpendicular to the \mathbf{U} direction, $(m + 1)$ planes perpendicular to the \mathbf{V} direction and $(n + 1)$ planes perpendicular to the \mathbf{W} direction, according to (5).

$$\mathbf{P}_{ijk} = \mathbf{X}_0 + \frac{i}{l} \mathbf{U} + \frac{j}{m} \mathbf{V} + \frac{k}{n} \mathbf{W} . \quad (5)$$

When the grid is deformed, object points are adjusted accordingly. The deformation of the object is defined by a trivariate tensor product of Bernstein polynomial functions. The deformed position \mathbf{X}_d of an arbitrary point \mathbf{X} in the Cartesian space is determined after evaluation of the following Bernstein polynomial. Four parts are necessary to model the prostate: 1) prostate initial surface is embedded in a deformable region and each point is mapped to the local system in the deformation region a grid of control points is generated, a grid of size $m \times m \times m$ is considered, 3) the surface is then deformed according to the deformation vectors, and 4) the new position of points in the surface after the deformation. Each 3-D point in the grid at time instant t_r (\mathbf{P}_{ijk}^r) is modified for obtaining the corresponding point at instant t_{r+1} (\mathbf{P}_{ijk}^{r+1}), according to the following relation:

$$\mathbf{P}_{ijk}^{r+1} = \mathbf{P}_{ijk}^r + \mathbf{d}_{ijk}^r \quad (6)$$

where $\mathbf{d}_{ijk}^r = [d_i \ d_j \ d_k]$ represents the deformation vector that allows the displacement of points in the grid between two consecutive time step. This vector is determined from the snake evolution.

2.4 Snake–FFD coupling

The 3-D segmentation approach is based on coupling between a 2-D active contour model and a 3-D parametric deformable model based on FFD. The coupling requires the following stages: First, Matching m images in the TRUS database (control images) with the m planes perpendicular to the \mathbf{U} direction (control planes). The first image in the dataset is matched with the first plane, and the last image in the dataset with the last plane of the deformation region. Then, Constructing a 3-D initial surface. The cylindrical shape with z -axis in the \mathbf{U} direction is used to initialize the segmentation process. The intersection of the m control planes with the initial shape establishes the prostate initial contour in the m control images. Segmenting the m control images using an m bi-dimensional deformable models (see section 2.2). Establishing the deformation vectors values from the obtained contours using the deformable model. Deforming the 3-D initial surface according to deformation modes. The new position of points in the surface after the deformation is determined. Finally, Applying this process iteratively until the deformation vectors values are zero. This condition assures that the minimum energy state of the active contour model has been achieved.

3 Results

The value of parameters associated with the model used in the segmentation process is established according to a training procedure involving synthetic and TRUS images. The 2-D deformable model is applied to segment the synthetic image using an initial contour located near the object. An optimal parameters set is estimated, such that the minimal energy state is attained. The parameter α (Elasticity snake coefficient) was 0.5, β (Rigidity snake coefficient) was 0.085, γ (Image energy weight factor) was 1.0, κ (Regularization term weight factor) was 0.5 and δ (Gradient descent step size) was 0.5. The parameter associated with the FFD model is the grid size. The methodology used to establish the grid size is the following: the complete segmentation is applied by varying the value of grid size between $7 \times 7 \times 7$ and $15 \times 15 \times 15$. For each grid size the resulting contour is compared with the corresponding contour traced by a specialist. The contour and area errors (metrics to evaluate the medical images segmentation methods proposed by Suzuki *et al.* [10, p. 335]) and the position error (metrics proposed by Chalana and Kim [11, p. 643]) are calculated. The small grid size value that minimized the errors E_C , E_A and E_P is chosen for the method. The optimal grid size value is $11 \times 11 \times 11$.

Initial Approximation: A cylinder with ellipsoidal base is generated. The points that define the major and minor axes of the ellipse are chosen interactively by the user in the first image of dataset (figure 1.a). The ellipse is parameterized using the b-spline scheme. This geometrical 2-D shape is deformed changing manually the locations of the 3 points in the inferior half of ellipse (figure 1.b). The cylindrical surface embedded in the $11 \times 11 \times 11$ deformation grid is shown in figure 1.c. The TRUS control images are enhanced using the techniques described in section 2.1. Given the initial contour, the dynamic of the active contour can be established from the forces associated with the model, according to (4). The approximate contour evolution towards the optimum contour is shown in figure 1.d, where the initial contour is indicated by white dashdotted line and the final contour by black dashdotted line. The models parameters adjustment procedure described is also useful to determine the required number of iterations. In this case, 3 iterations of the snake

algorithm are necessary to guide the FFD 3-D model. In order to apply the FFD algorithm it is necessary to select the control points in the grid to be moved. In this sense, a search process of the points in the grid nearest to optimized snake is applied. The selected points are indicated in gray in the figure 1.d.

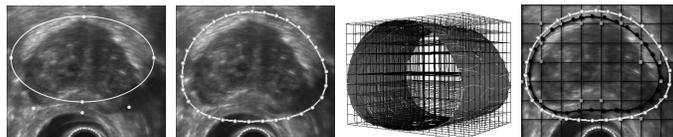


Figure 1: (a) Ellipse. (b) Ellipse deformed. (c) Initial surface. (d) Snake evolution.

Once selected the grid points to move, it is necessary to determine how much and towards what direction the points will move. This information is obtained from the optimized snake. The distance between a point of the initial approximation and the same point in the deformed contour establishes the deformation function. It is possible that two or more points of the snake select the same control point in the grid. In order to assure that a unique point in the contour is associated with a unique point in the grid, the Euclidean distances between the control point and the active contour points, (that are selected) are calculated and the point with the lowest distance is chosen. In the figure 2.a the point \mathbf{P} is chosen by points \mathbf{H}_{i-1}^1 , \mathbf{H}_i^1 and \mathbf{H}_{i+1}^1 . The distances m_{i-1} , m_i and m_{i+1} are calculated, then the point \mathbf{H}_i^1 is selected because it is the nearest to control point. The deformation vector $\mathbf{d}_{ijk}^r = [d_i \ d_j \ d_k]$ is obtained according to the following procedure: Let \mathbf{H}_i^{r-1} a point in the contour at time t_{r-1} and \mathbf{H}_i^r the same point at t_r . The vector defined by points \mathbf{H}_i^{r-1} and \mathbf{H}_i^r is established as the deformation vector \mathbf{d}_{ijk}^r in the control point \mathbf{P}_{ijk}^r . In figure 2.a this process is described at time $t_r = t_1$. The cylindrical shape corresponds to the object at instant t_0 . From this three-dimensional shape the prostate surface is derived. A total number of 9 surfaces are generated for obtaining the optimal prostate surface. The performance of the segmentation method is validated using the approaches proposed in [10, 11]. Comparison between the segmented contours and the contours traced by a expert shows an average contour error E_C of 11.10 % and an average area error E_A of 7.96 %. An average position error E_P of 5.12 mm is obtained. Figure 2b and 2c shows the surface obtained for a TRUS sequence.

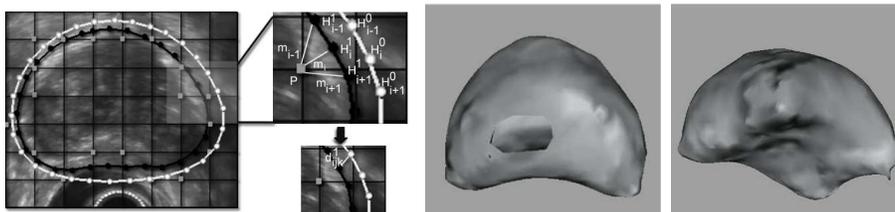


Figure 2: (a) Deformation function definition. (b and c) Prostate surface.

4 Conclusions

This paper has presented a semi-automatic method for segmentation of the prostate shape using a parametric deformable model. The proposed approach uses the FFD algorithm for integrating the cylindrical geometrical model with the densitometric information extracted from TRUS images using an active contour model. The performance has been evaluated by tests performed for establishing the parameters of the model as well as the validation for the complete segmentation method. A low user interaction is required in order to obtain a good behavior of the computational model. A more complete validation of the model with more datasets is now in progress and a comparison with methods previously reported is also necessary.

Acknowledgements

The authors would like to thank the Investigation Dean's Office of Universidad Nacional Experimental del Táchira (project 01-005-2007).

REFERENCES

- [1] J. Corrigan and J. W. Jacobson, "Prostate cancer progress report," in *National Cancer Institute Tech Report*, USA, 2004.
- [2] C. Cañero and P. Radeva, "Vesselness enhancement diffusion," *Pattern Recog.*, vol. 24, no. 16, pp. 3141–3151, 2003.
- [3] W. Pratt, *Digital Image Processing*. USA: John Wiley, 1978.
- [4] A. Hanbury and J. Serra, "Morphological operators on the unit circle," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 10, no. 12, pp. 1842–1850, 2001.
- [5] R. Gonzalez and R. Woods, *Digital Image Processing*. New-Jersey: Addison-Wesley Publishing Company, 1992.
- [6] R. Haralick and L. Shapiro, *Computer and Robot Vision*. USA: Addison-Wesley, 1992, vol. I.
- [7] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos, "Snakes: Active contours models," *Int. J. Comput. Vis.*, vol. 1, pp. 321–331, 1987.
- [8] S. Ando, "Consistent gradient operators," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. 22, no. 3, pp. 252–264, 2000.
- [9] T. Sederberg and S. Parry, "Free-form deformation of solid geometric models," *Comput. Graph.*, vol. 20, no. 4, pp. 537–541, 1986.
- [10] K. Suzuki, I. Horiba, N. Sugie, and M. Nanki, "Extraction of left ventricular contours from left ventriculograms by means of a neural edge detector," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 23, no. 3, pp. 330–339, 2004.
- [11] V. Chalana and Y. Kim, "A methodology for evaluation of boundary detection algorithms on medical images," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 16, no. 5, pp. 642–652, 1997.

ESTUDIO DE LA VARIABILIDAD DE LA FRECUENCIA CARDIACA DURANTE LA PRUEBA ORAL DE TOLERANCIA A LA GLUCOSA EN PACIENTES CON SÍNDROME METABÓLICO

Erika Severeyn

Sara Wong

Gianfranco Passarriello

severeynrika@usb.ve

swong@usb.ve

gpass@usb.ve

Grupo de Bioingeniería y Biofísica Aplicada (GBBA), Universidad Simón Bolívar, Valle de Sartenejas, Baruta, Caracas-Venezuela

José Luis Cevallos

Laboratorio de Especializaciones Clínicas. Universidad Central de Venezuela, Ciudad Universitaria, Caracas-Venezuela

cevalloj1@cantv.net

Deyanira Almeida

Servicio de Cardiología del Hospital Universitario de Caracas. Universidad Central de Venezuela, Ciudad Universitaria, Caracas-Venezuela

deyalmeida@hotmail.com

Resumen. La diabetes mellitus (DM) es una enfermedad que se caracteriza por la acumulación de glucosa en la sangre como consecuencia del deficiente o nulo desempeño del páncreas para producir insulina. Entre las condiciones prediabéticas conocidas se encuentran el síndrome metabólico (SM) y la resistencia a la insulina (RI), el síndrome metabólico, se caracteriza (según el criterio de la NCEP ATPIII) por la presencia de tres o más de los siguientes síntomas: Obesidad abdominal, dislipidemia, hipertensión arterial y glucosa sanguínea elevada en ayunas, el SM condiciona a la persona a sufrir en un futuro de DM tipo 2 o enfermedad cardiovascular.

El objetivo del presente trabajo es establecer relaciones entre los cambios de la glucosa en sangre con cambios electrocardiográficos durante la prueba oral de tolerancia a la glucosa (POTG) en sujetos con SM. La base de datos que se utilizó en este trabajo consta de 25 sujetos de los cuales 15 son sujetos con SM y 10 sujetos constituyen el grupo control. A todos los sujetos se les realizó un perfil 20, un perfil lipídico, la POTG de cinco puntos, (una medición de glucosa e insulina basal y cuatro mediciones en intervalos de 30 minutos) y cinco registros de ECG de 15 minutos cada uno, antes de la toma de cada una de las muestras de sangre. El protocolo clínico tuvo una duración de 120 minutos.

De los registros electrocardiográficos se obtuvieron los siguientes parámetros: RR, HF, LF, RMSSD, SD y LF/(HF+LF) en cada una de las etapas de la POTG de cada uno de los sujetos. Se realizó el

análisis estadístico encontrándose diferencias significativas entre grupos en los valores de RR en la etapa 30 minutos de la POTG, 966 ± 160 ms en los sujetos control y 843 ± 137 ms en los sujetos con SM. También se encontraron diferencias significativas entre los grupos para LF/(LF+HF) en la etapa basal, 0.8 ± 0.2 en sujetos control y 0.7 ± 0.1 en sujetos con SM, y diferencias entre las etapas basal 0.7 ± 0.1 y la primera etapa a los 30 minutos 0.8 ± 0.1 , en los sujetos con SM, evidenciándose un aumento del tono simpático en los sujetos con SM durante la POTG, el cual no fue observado en el grupo control.

Palabras Claves. Diabetes mellitus, Síndrome metabólico, Prueba oral de tolerancia a la glucosa, Variabilidad de la Frecuencia Cardíaca.

1. INTRODUCCIÓN

La diabetes mellitus es una enfermedad que se caracteriza por la acumulación de glucosa en la sangre como consecuencia del deficiente o nulo desempeño del páncreas para producir insulina.

Las causas que generan una enfermedad como la diabetes todavía no están claras, sin embargo, existen condiciones pre-diabéticas que predisponen o son la antesala al desarrollo de la enfermedad. Entre estas condiciones se encuentran, la resistencia a la insulina (RI) y el síndrome metabólico (SM) [2]. El SM se está convirtiendo en uno de los principales problemas de salud pública del siglo XXI. Esto se encuentra estrechamente asociado al incremento de 5 veces en la prevalencia de diabetes tipo 2 y de 3 veces en la enfermedad cardiovascular, por lo tanto se considera al SM y la RI un elemento importante en la epidemia actual de diabetes y enfermedad cardiovascular [2].

El objetivo general de este trabajo es establecer relaciones entre los cambios de los niveles de glucosa en sangre y los electrocardiográficos, registrados durante la prueba oral de tolerancia a la glucosa en sujetos normales y en pacientes con síndrome metabólico.

1.1. Mecanismo Glucosa-Insulina

La concentración normal de glucosa en la sangre en el ser humano se encuentra en el rango de 70-110 mg/dl [3], para mantener el nivel de azúcar en este rango el páncreas secreta dos hormonas la insulina y el glucagón, específicamente por las células β y las células α , respectivamente.

Cuando el nivel de azúcar en la sangre se encuentra por encima de los niveles normales (hiperglicemia), las células β secretan la insulina y ésta se encarga de transportar el azúcar a las células de los músculos o de las grasas, logrando así disminuir el nivel de glucosa sanguínea [3]. Por otro lado, cuando el nivel de azúcar se encuentra por debajo de los niveles normales (hipoglicemia), las células α secretan el glucagón, este va al hígado, el cual libera azúcar al torrente sanguíneo logrando entonces aumentar el nivel de glucosa sanguínea (figura 1).

1.2. Diabetes

Cuando hay problemas en la producción de la insulina, ya sea porque las células β del páncreas no producen lo suficiente o por permeabilidad celular, decimos que la persona sufre de diabetes. La diabetes se subdivide en dos tipos principales:

- ✓ **Diabetes Tipo I:** Cuando el páncreas no produce o produce poca insulina, es más común en niños y adolescentes, por lo general son pacientes insulino-dependientes.
- ✓ **Diabetes Tipo II:** Las células del cuerpo no responden a la insulina que se produce (síndrome de resistencia a la insulina) o bien el cuerpo no produce suficiente insulina. Se encuentra en personas mayores de 40 años de edad, con antecedentes de diabetes en la familia, sobrepeso, estilo de vida sedentario y problemas de colesterol; usualmente son pacientes insulino-independientes.

1.3. Síndrome Metabólico

La primera descripción del Síndrome Metabólico (SM) fue dada por Reaven en 1988, como una forma de identificar a las personas con alto riesgo de enfermedad cardiovascular (ECV) [4]. La tabla 1 muestra uno de los diferentes criterios que se han usado para diagnosticar el SM.

Tabla 1. Criterios diagnósticos del SM según el *National Cholesterol Education Program- Adult Treatment Panel III (NCEP ATP III)* [5]

<p>Circunferencia abdominal, Hombres>102cm, Mujeres>88cm Presión Arterial >=130/85 Triglicéridos >= 150mg/Dl HDL-Col Hombres<40, Mujeres<50 Glucosa Sanguínea en ayunas=100mg/dL</p>
--

Fuente: Deben estar presentes al menos tres de los criterios anteriores.

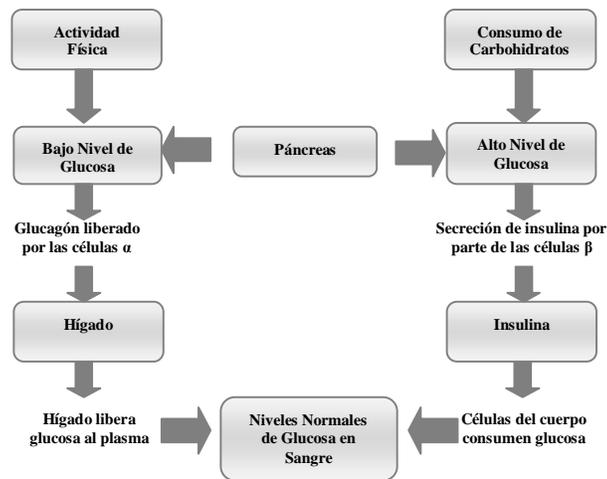


Figura 1. Sistema Regulatorio Glucosa-Insulina.

2. METODOLOGÍA

2.1 Base de datos utilizada

La base de datos utilizada consta de 25 sujetos de género masculino, de los cuáles 10 constituyen el grupo control y 15 constituyen los sujetos con SM. Las edades e índice de masa corporal (IMC) promedio de cada grupo son: 23 ± 4 Kg/m² y 27 ± 4 años para el grupo control; 34 ± 7 Kg/m² y 31 ± 7 años para el grupo con SM. El procedimiento experimental del protocolo clínico utilizado en la base de datos se desarrolló de la siguiente manera:

- Adquisición de la señal ECG antes de la POTG.
- Toma de la muestra de sangre en el estado basal, el sujeto se encontraba en ayunas.
- Toma de los 75 gramos de glucosa líquida.
- Se obtuvieron a partir de ese punto cuatro muestras más de sangre en intervalos de 30 minutos y antes de cada una de éstas se adquirió una señal ECG de quince minutos.

2.2 Medición de la VFC

Existen varios métodos para la medición de los parámetros de la variabilidad de la frecuencia cardiaca, entre ellos se encuentran los métodos de dominio en el tiempo y los métodos de dominio en frecuencia. Los métodos de dominio en el tiempo son los más simples y determinan medidas estadísticas y medidas geométricas. Las medidas estadísticas son aquellas que se obtienen a partir de los intervalos RR, diferencias entre los intervalos RR o frecuencias cardiacas instantáneas. Las medidas geométricas, se calculan convirtiendo los intervalos RR en patrones gráficos, tales como: la

distribución de densidad de la duración de los intervalos RR, la distribución de densidad de la diferencia entre intervalos RR adyacentes, etc. En la tabla 2 se muestran los parámetros en el dominio en el tiempo de la VFC.

Tabla 2. Parámetros en el dominio del tiempo de la VFC [6]

Variable	Unidades	Descripción
SD	ms	Desviación estándar de todos los intervalos RR
RMSSD	ms	La raíz cuadrada de la media de la suma de los cuadrados de las diferencias entre intervalos NN adyacentes.

Los métodos de dominio en frecuencia consisten principalmente en tomar series de números a lo largo del eje del tiempo y realizar el análisis espectral (PSD) [7]. El PSD provee la información básica de cómo la potencia se distribuye en función de la frecuencia.

2.2.1. Componentes Espectrales

Los componentes espectrales van a depender de la duración del registro que se tenga. Existen dos tipos de registros, los registros de corto plazo que tienen un tiempo de duración de 2 a 5 minutos y los registros de largo plazo que son los que tienen períodos de duración de 24 horas.

Tabla 3. Parámetros en el dominio de frecuencia [6]

Variable	Unidades	Descripción	Rango de Frecuencia
LF	ms ²	Rango de potencia de bajas frecuencias	0.04-0.05 Hz
HF	ms ²	Rango de potencia de altas frecuencias	0.15-0.4 Hz
LF/(LF+HF)	NA	Relación LF y HF	

Los componentes espectrales de los registros de corto plazo generalmente son las frecuencias altas, bajas y muy bajas (VLF). Las unidades utilizadas están definidas en potencia absoluta (ms²), sin embargo, LF y HF pueden estar definidas con unidades adimensionales, representando el valor relativo de cada componente en comparación con la potencia total menos el valor de VLF. Los componentes espectrales para registros a largo plazo son básicamente los mismos que para los registros a corto plazo pero se incluye un componente más, las frecuencias ultra bajas (ULF). La tabla 3 muestra los componentes espectrales que se hallaron para el presente trabajo así como las unidades y el rango de frecuencia donde se encuentran.

3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

3.1 Parámetros obtenidos del estudio de variabilidad de frecuencia cardiaca

Se realizó el estudio de VFC de las señales obtenidas durante la POTG. De los registros electrocardiográficos se obtuvieron los siguientes parámetros: RR, HF, LF, RMSSD, SD y LF/(HF+LF) en cada una de las etapas de la POTG de cada uno de los sujetos. Con los valores de los parámetros de VFC, se hallaron las medias y desviaciones estándares en cada uno de los grupos y etapas así como las diferencias significativas entre grupos y entre etapas.

Se encontraron diferencias significativas entre grupos en los valores de RR en la etapa 30 minutos de la POTG, siendo mayor en los sujetos control en comparación con los sujetos con SM (966±160 ms vs. 843±137 ms) (tablas 4 y 5). Esto puede deberse a que los sujetos con SM se caracterizan por tener un IMC alrededor de 34 Kg/m², es decir, sufren en su mayoría de obesidad, tienen una vida sedentaria y realizan poca o ninguna actividad física, por el contrario el grupo control se caracteriza por tener un IMC promedio alrededor de 24 Kg/m², es decir, no sufren de obesidad y en su mayoría realizan actividades físicas [8].

La etapa de 30 minutos, es la etapa más crítica de la POTG, en donde los valores de glucosa e insulina aumentan en relación con los valores basales en un 44% y 1242% respectivamente en el caso

de los sujetos control y en un 56% y 731% en el caso de los sujetos con SM, este cambio tan drástico parece no evidenciar diferencias en los valores de VFC en el grupo control, sin embargo, si parece influir en el grupo con SM en los valores de LF/(LF+HF), donde se encontraron diferencias significativas entre las etapas basal (0.7 ± 0.1) y la etapa a los 30 minutos (0.8 ± 0.1), evidenciándose un aumento en el tono simpático durante la POTG, el cual, pudiera ser de utilidad para el diagnóstico del SM, y por tanto, de valor preventivo para la diabetes mellitus y sus posibles complicaciones como es la neuropatía autónoma cardíaca que tiene una prevalencia del 22% en la población diabética II [9].

Tabla 4. Valores promedio de los parámetros en frecuencia y dominio en el tiempo de la variabilidad de frecuencia cardíaca en pacientes con SM

Minutos de la POTG	Parámetros en Frecuencia								Parámetros Dominio en el Tiempo			
	RR (ms)		LF (ms ²)		HF(ms ²)		LF/LF+HF		SD (ms)		RMSSD (ms)	
	Media	STD	Media	STD	Media	STD	Media	STD	Media	STD	Media	STD
0	858	122	725074	612840	356144	326583	0,7	0,1	58	20	41	20
30	843	137	872850	581672	310846	274302	0,8**	0,1	64	25	39	20
60	883	150	1051741	699260	512283	481647	0,7	0,1	72	31	49	26
90	862	143	892194	632494	328434	284866	0,7	0,1	66	28	41	19
120	856	134	894555	608071	325014	303690	0,8	0,1	63	22	40	20

**Diferencias significativas entre etapa 0 minutos y etapa 30 minutos.

Tabla 5. Valores promedio de los parámetros en frecuencia y dominio en el tiempo de variabilidad de frecuencia cardíaca en los sujetos control

Minutos de la POTG	Parámetros en Frecuencia								Parámetros Dominio en el Tiempo			
	RR (ms)		LF (ms ²)		HF(ms ²)		LF/LF+HF		SD (ms)		RMSSD (ms)	
	Media	STD	Media	STD	Media	STD	Media	STD	Media	STD	Media	STD
0	952	146	977506	523091	420503	553199	0,8*	0,2	73	22	45	22
30	966*	160	1019286	608327	409419	284399	0,7	0,1	78	32	48	20
60	960	151	1291180	697747	534434	762523	0,8	0,1	77	22	51	27
90	947	143	1065727	629689	492302	764850	0,8	0,1	70	21	47	26
120	945	120	1121501	611539	425200	545767	0,8	0,1	74	23	47	25

*Diferencias significativas entre grupos

También se hallaron diferencias significativas entre los grupos para LF/(LF+HF) en la etapa basal, 0.8 ± 0.2 en sujetos control y 0.7 ± 0.1 en sujetos con SM, teniendo el grupo control mayor tono simpático que el grupo con SM (tablas 4 y 5).

Las diferencias significativas entre grupos y etapas halladas en este trabajo, pudieran indicar una etapa muy incipiente disfunción cardíaca, inducida por el metabolismo disfuncional de los azúcares. Se sabe por trabajos anteriores que incluso en etapas muy tempranas de la diabetes mellitus se pueden observar alteraciones en el ECG e incluso en la VFC [10]

4. CONCLUSIONES

En el trabajo desarrollado se utilizó los registros electrocardiográficos de una base de datos que consiste en 10 sujetos control y 15 pacientes con síndrome metabólico, el protocolo clínico diseñado permitió el registro electrocardiográfico de cinco etapas durante la POTG. Para cada registro se realizó el estudio de la VFC obteniendo los parámetros en el dominio del tiempo: SD y RMSSD y los parámetros en el dominio de la frecuencia RR, LF, HF y LF/(LF+HF).

Se encontraron diferencias significativas entre grupos en los valores promedios de los RR en la etapa de 30 minutos de la POTG, siendo el RR del grupo control significativamente más alto que el RR del grupo con SM, esto puede deberse a una mejor condición física por parte de los sujetos control. También se encontraron diferencias significativas entre los grupos para el valor de LF/(LF+HF) en la etapa basal siendo mayor el tono simpático en los sujetos control que en los sujetos con SM (0.8 vs. 0.7). En la etapa más crítica de la POTG (entre la etapa basal y la etapa a los 30 minutos), en donde los valores de glucosa e insulina aumentan en relación con los basales, se encontraron diferencias significativas en los valores de LF/(LF+HF) del grupo con SM, representando dicho cambio un aumento del tono simpático.

Todas estas diferencias entre grupos y etapas pudieran ser de utilidad para la determinación de sujetos con SM utilizando una prueba no invasiva como es el ECG, así como también en el diagnóstico de alteraciones cardíacas tempranas. El diagnóstico del SM, es de suma importancia, debido que el mismo, es precursor de enfermedades más graves como son: La Diabetes Mellitus tipo II y la Enfermedad Cardiovascular.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue realizado gracias al financiamiento del Decanato de Investigación y Desarrollo de la USB, los exámenes de laboratorio se realizaron en el Laboratorio de Especializaciones Clínicas de la UCV, y la preselección de algunos de los sujetos de la base de datos se realizó gracias al apoyo del Servicio Médico de la USB, el cual se encuentra bajo la supervisión de la Dra. Judith Pérez.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] UK Prospective Diabetes Study Group. Intensive blood-glucose control with sulphonylureas or insulin compared with conventional treatment and risk of complications in patients with type 2 diabetes (UKPDS 33). *Lancet* 1998; 352:837–53.
- [2] Zimmet P, Alberti G. “Una nueva definición mundial del síndrome metabólico por la federación internacional de diabetes: fundamento y resultados”, *Rev. Esp. Cardiol.* 2005; 58 (12): 1371-1376.
- [3] Makroglou A, Li J, Kuang Y. Mathematical models and software tools for the glucose-insulin regulatory system and diabetes: an overview. *Applied Numerical Mathematics.* 2006; 56: 559-573.
- [4] Esper R, Zuñiga M, Argueta S. Síndrome Metabólico, *Revista de la Facultad de Medicina, UNAM*, 49: 98-104, 2006.
- [5] M. Schnell, Z. Dominguez, C. Carrera, Aspectos genéticos, clínicos y fisiopatológicos del síndrome metabólico. *Anales venezolanos de nutrición*, 2007, Vol. 20 (2):92-98.
- [6] Task Force of the European Society of Cardiology and the North American Society of Pacing and Electrophysiology. (1996). Heart rate variability. Standards of measurement, physiological interpretation, and clinical use.
- [7] C Bilchick, D Ronald, Berger MD, Heart Rate Variability, *Journal of Cardiovascular Electrophysiology*, 2006; 17 (6): 691-694.
- [8] C Lluís et al, Variabilidad de la Frecuencia Cardíaca como Indicador de Salud en el Deporte: Validación de un Cuestionario de Calidad de vida (SF-12), *Apunts Medicina de l' Esport*, 2008,158:62-69.
- [9] K Ahsan, J Herbert, P Marimuthu, Identifying Diabetic Patients with Cardiac Autonomic Neuropathy by Heart Rate Complexity Analysis, *Biomedical Engineer Online*, 2009, 8:3.
- [10] S Stern, S Samuel, The ECG in Diabetes Mellitus, *Journal of American Heart Association*, 2009, 120: 1633-1636

FROM MEDICAL IMAGES TO SIMULATIONS: 4D MRI FLOW ANALYSIS

Eduardo Soudah

Julien Penneçot

Jorge S. Perez

Eugenio Oñate

esoudah@cimne.upc.edu

pennecot@cimne.upc.edu

ronda@cimne.upc.edu

eonate@cimne.upc.edu

International Center for Numerical Methods in Engineering, Technical University of Catalonia, Barcelona, Spain

Abstract: *Medical imaging techniques, such as MRI and CT scanning, are valuable tools for getting a lot of information non-invasively and it is useful for reconstructing the geometry of complex objects about the patients. Medical-GiD is a medical image platform that incorporates a module to read directly the blood velocity profile from the MR scan, in particular for deformable registration of 4D MRI images, Electrocardiography (ECG)-synchronized and respiration controlled 3D magnetic resonance (MR) velocity mapping (flow-sensitive 4D MRI), 3D morphologic and 3-directional blood flow data. Furthermore, Medical-GiD is focus in the medical image processing in the biomechanical research field to generating meshes from the medical images, to apply in Computational Fluid Dynamics (CFD) or structural mechanics (stress analysis). To date, these techniques have largely been applied to compute meshes for numerical simulations, but with Medical-GiD, we will have the integration between the real data and numerical simulations.*

Keywords: Aorta, CFD, Blood flow velocity, medical image and meshing.

1. INTRODUCTION

According to World Health Organization estimates, 17 million people around the globe die of cardiovascular disease (CVD) each year. About 600 million people with high blood pressure are at risk of heart attack, stroke and cardiac failure. Low and middle-income countries contributed to 78 percent of CVD deaths. By 2010 CVD is estimated to be the major cause of death in developed countries. This huge impact has motivated the development of new non-invasively techniques in order to understand cardiovascular pathologies and interventions. The effect of blood flow on arterial wall remodeling in

the investigation of vascular hemodynamics within the vascular vessels is of great interest. It has the potential to greatly enhance the understanding of the pathogenesis and progression of vascular diseases and to aid in the decision of whether treatment is warranted. Non-invasive magnetic resonance imaging (MRI), with its intrinsic sensitivity to blood flow, offers the unique possibility to simultaneously acquire morphology and spatially co-registered hemodynamic information non-invasively.

2 METHODOLOGY

2.1 Medical-GiD

Medical-GiD is a homemade software development in CIMNE, designed for qualitative evaluation of medical images, in particular for deformable registration of 4D MRI images. Medical-GiD is written in the Tcl interpreted language so that it is integrated as a module of the Personal Pre and Post Processor GiD [GiD 2008]. GiD is a universal, adaptive and user-friendly graphical user interface for geometrical modelling, data input and visualization of results for all types of numerical simulation programs. The object oriented structure has been implemented using Snit in order to be integrated Medical-GiD as a module of GiD or other programs. Medical-GiD is based on several open source libraries able to read and write different images formats using Insight Segmentation and Registration Toolkit library (ITK)[2]. For the image processing tasks, Medical-GiD uses ITK libraries and an inner development filters for noise filtering and eddy current correction in MR phase velocity data. The program GUI is based on VTK[3,4] (Visualization toolkit) which is an open source toolkit which can be integrated freely in commercial software as well ITK.

Medical GiD Structure

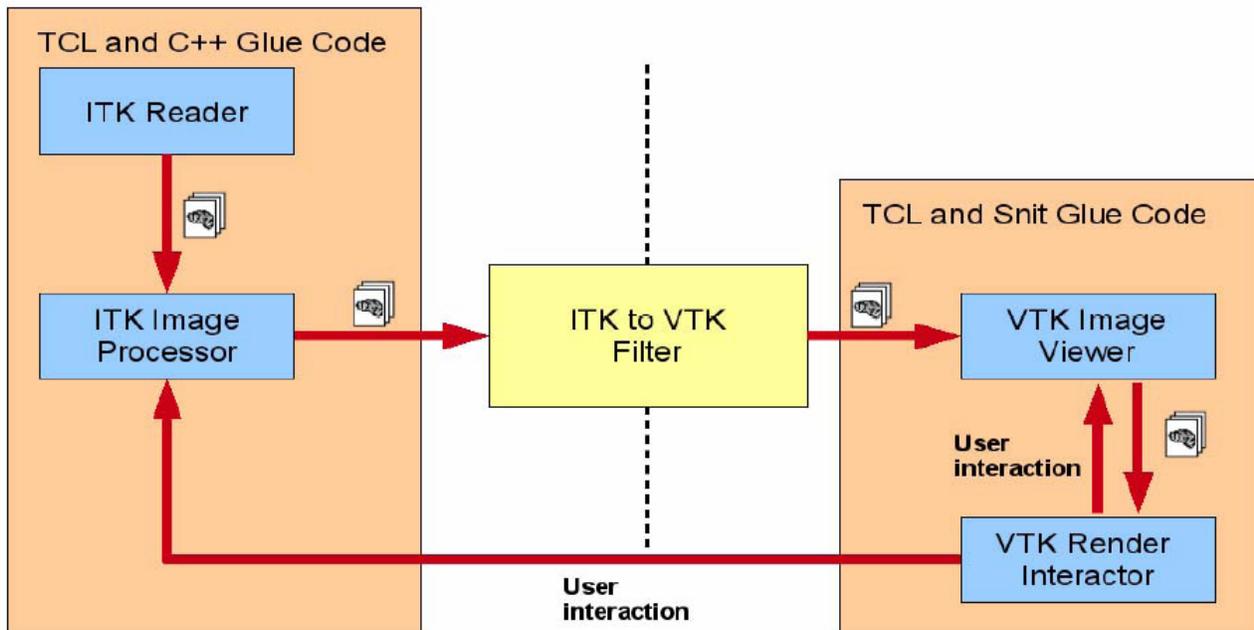


Figure.1 Medical-GiD Structure

2.2 Architecture design.

In the figure (fig 1) the architecture structure of Medical-GiD is shown. The architecture is based on two different modules communicated by ITK-VTK filter. The whole visualization process is programmed using the VTK toolkit and the glue used to cement the code and create the GUI is Tcl/Tk[5]. Using the visualization the user can change some of the parameters used during the image

processing. Those parameters are passed back to ITK and the image processing is updated for a new visualization. Although the user guide of ITK says that ITK has been wrapped using many scripting languages, such as Tcl, Java and Python, there are almost no documentation available online or off the shelves on how to use the wrapped functions. Therefore, we have not been able to use libraries using Tcl, and we have developed our own wrappers in C++. Although this seems (and was) a hard task, it allowed us to implement our own C++ classes to interact with the image and provide to implement easier our filters. A special care has been taken to use programming languages as well as libraries compatible with the actual form of GiD. The Tcl/Tk language is used for the GUI and as cement for the code. Snit has been used to develop an object oriented code in Tcl. And the two toolkits used (ITK and VTK) are open source code which are freely implementable into a commercial code.

2.3 Magnetic Resonance Imaging

All examinations were performed on a 3 T MR system (Magnetom TRIO; Siemens, Erlangen, Germany) using time-resolved, 3-dimensional MR velocity mapping based on an RF-spoiled, gradient-echo sequence with interleaved 3-directional velocity encoding (predefined fixed velocity sensitivity = 150 cm/s for all measurements). Data were acquired in a sagittal-oblique, 3-dimensional volume that included the entire thoracic aorta and the proximal parts of the supra-aortic branches. Each 3-dimensional volume was carefully planned and adapted to the individual anatomy (spatial resolution, 2.1 x 3.2-3.5 x 3.5-5 mm³). To resolve the temporal evolution of vascular geometry and blood flow, measurements were synchronized with the cardiac cycle. Prospective ECG gating in combination with k-space segmented data acquisition was performed resulting in a cine series of 3-dimensional magnitude and velocity data sets. Two-fold acquisition (k-space segmentation factor = 2) of reference and 3-directional velocity sensitive scans for each cine time frame resulted in a temporal resolution of 8_ repetition time = 45 to 49 milliseconds. To minimize breathing artifacts and image blurring, respiration control was performed based on combined adaptive k-space reordering and navigator gating. Further imaging parameters were as follows: rectangular field of view = 400x (267-300) mm², flip angle = 15 degrees, time to echo = 3.5 to 3.7 milliseconds, repetition time = 5.6 to 6.1 milliseconds, and bandwidth = 480 to 650 Hz per pixel.[6-7-8].

2.4 Segmentation and Meshing for computational simulations.

The development of computational simulations in medicine, molecular biology and engineering has increased the need for quality finite element meshes. For the segmentation procedure Medical-GiD includes a variety of ITK filters, which are used interactively by the clinicians to determinate the volume of interest of the problem. After segmenting the medical image we end with a file with the image data and the value of the isosurface value defining the boundary of the volume of interest. The imaging data V is given in the form of sampled function values on rectilinear grids,

$$V = F(x_i; y_j; z_k) \text{ where } 0 \leq i \leq n_x; 0 \leq j \leq n_y; 0 \leq k \leq n_z. \quad (1)$$

We assume a continuous function F is constructed through the trilinear interpolation of sampled values for each cubic cell in the volume. The format used to read the medical data is VTK structured point as it is agreed in [9]. The description of this format can be found in [9]. The image in this format can also be rendered as a volume and manipulated with ITK. Given an isosurface value defining the boundary of the volume of interest we can extract a geometric model of it. We are interested in creating a discretization of the volume suitable for finite element computation. The following methods to generate the finite element mesh to be used in the computational analysis has being integrated into Medical-GiD 1) Dual contouring, 2) Marching cubes, 3) Advancing front and 4) Iso-Stuffing method.

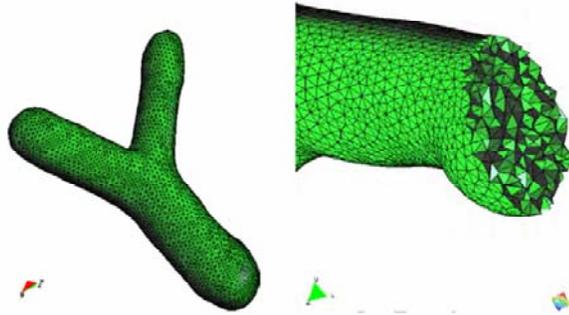


Figure. 2 (a) Mesh generated b marching cubes (b) Advancing Front

In order to generate in Medical-GiD a tetrahedral mesh from voxels we combine the Marching Cubes method to generate first the boundary mesh first and then, after a smoothing, an Advancing Front [10] method to fill the interior with tetrahedral. The Marching Cubes [9] algorithm visits each cell in the volume and performs local triangulation based on the sign configuration of the eight vertices. If one or more vertex of a cube have values less than the user-specified isovalue, and one or more have values greater than this value, we know the voxel must contribute some component of the isosurface. By determining which edges of the cube are intersected by the isosurface, we can create triangular patches which divide the cube between regions within the isosurface and regions outside. By connecting the patches from all cubes on the isosurface boundary, we get a surface representation. The Advancing Front [10] is an unstructured grid generation method. Grids are generated by marching from boundaries (front) towards the interior. Tetrahedral elements are generated based on the initial front. As tetrahedral elements are generated, the "initial front" is updated until the entire domain is covered with tetrahedral elements, and the front is emptied. Figure 2(b) shows a cut of the tetrahedral mesh generated by the Advancing Front method. Some of the triangles generated by the Marching Cubes method do not exhibit good quality to be used in finite element computation. In order to improve the quality of those elements we apply a Laplacian smoothing filter which is volume preserving. The smoothing algorithm implemented is simple: it tries to preserve the volume after each application of the laplace operator by doing an offset of the vertices along the normal. Figure 2(a) shows the boundary mesh generated by Marching Cubes and smoothed[11].

3 RESULTS

The obtained ECG-synchronized time series of 3D data sets were read in Medical-GiD and underwent fully automated noise filtering, segmentation, meshing and visualization inside Medical-GiD, which offered different data visualization options to illustrate the dynamics of 3-dimensional blood flow encoded in the velocity data. Visualization of the patterns and dynamics of 3-dimensional blood flow was spatially registered with the anatomical information provided by the magnitude data and included vector graphs, 3-D streamlines and time-resolved. We obtained really good segmentation of the aorta by applying a threshold filter to the velocity magnitude of blood in the vector data. The third iteration of the whole MRI data has been used for a good segmentation, because during this iteration, the blood is pulsing through the aorta, the velocities are high and therefore the threshold is working very satisfactorily. There are a lot of noise in the original images, especially in the zones where there are no tissues (the velocity seems to have a random value where there is air) (Fig 3). In order to select only the region of interest and not only the zones of high velocity magnitude which would include the air surroundings, we used first a filter to compute the velocity magnitude, and then we used a connected threshold to eliminate points where the velocity is too low. But since we didn't want to capture the noise, we chose to use a neighborhood connected threshold image filter, this means that a voxel is

accepted if itself and all its neighbors have a velocity magnitude above a defined threshold.



Figure 3: Vertical velocity magnitude during heartbeat

Furthermore all voxels selected need to be connected with at least one seed point. The results almost exactly the aorta, but it looks like an eroded (thinner) version of the aorta. Indeed voxels located close to the edge of the aorta have their neighborhood crossing over outside of the aorta. Those points are really noisy and may have a value of velocity magnitude below the threshold and therefore the voxel is not selected as part of the aorta. It is then necessary to “dilate” the aorta by one or 2 pixels to capture exactly match the aorta. The following image shows 3D blood velocity field in the descendent aorta obtained directly from the MRI. The segmentation is then used as a mask for the velocity image and is superimposed on a slice of the scalar data. (Fig 4). Figure 4(a) and Figure 4(b) show respectively the longitudinal section and detail of the aorta. The color lines represent the blood velocity field inside the aorta. Concerning the calibration of the magnetic resonance machine, a special procedure has been developed to obtain the blood velocity field: this special algorithm has to be properly adjusted to the velocity encoding parameters of the MRI. Furthermore, vector graphs representing the pixel wise, 3-directional blood flow velocities could be superimposed on selected cut planes and animated over the cardiac cycle. For an overview over 3D blood flow patterns at a single time frame within the cardiac cycle, paths originating from the predefined emitter planes and tangent to all measured velocity vectors (3D streamline) were calculated. Temporal information could be added by generating traces within the 3D volume representing the path of imaginary massless particles within the measured time-resolved velocity vector fields starting at a specified time within the cardiac cycle (time-resolved, 3D particle traces).

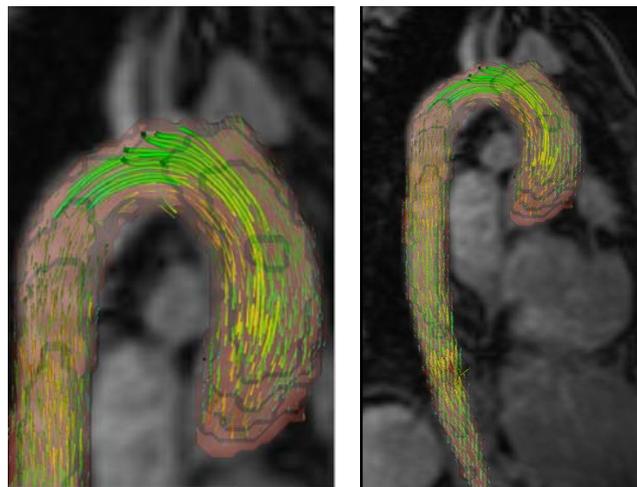


Figure.3 Visualization of the blood flow within the aorta foreseen for Medical-GiD.

4 CONCLUSION

Medical-GiD is a development environment of medical images treatment. Medical-GiD is based on ITK, VTK, TCL-TK libraries and C++ applications for visualize, segmentation and meshing of 3D and 4D images in Linux and Windows. One of the main applications of Medical-GiD is working directly from the data of 4D-MRI images, allowing in a unique user-interface: filtering, segmented, meshing and visualizes a real blood flow profiles. Medical-GiD is designed to be integrated easily in other programs, as GiD. Other visualization and segmentation tools will be implemented according to the clinician's requirements. Future works will include advanced techniques in image processing, meshing and also improvements in the fitting techniques of the velocity encoding parameters.

Acknowledgements

The authors would like to acknowledge Dr. Francesc Carreras (from Hospital de la Santa Creu i Sant Pau) and Michael Markl (from the Departments of Diagnostic Radiology and Medical Physics, Freiburg, Germany) for their contributions and the support give us to do this work. The medical images used during this work are from the Departments of Diagnostic Radiology, Medical Physics; Neurology and Clinical Neurophysiology; and Cardiovascular Surgery, Univ. Hosp Freiburg, Freiburg, Germany.

REFERENCES

- [1]. GiD- The personal pre and postprocessor, <http://www.gidhome.com/CIMNE> (2008).
- [2]. L. Ibanez, W. Schroeder, L. Ng, J. Cates: The ITK Software Guide, Second Edition Kit Inc 2005
- [3]. W. Schroeder, K. Martin, B. Lorensen: The Visualization Toolkit 4th Edition, An Object-Oriented Approach to 3D graphics. published by Kitware Inc. 2006
- [4]. VTK User's Guide, Install, Use and Extent The Visualization Toolkit. published by Kit Inc. 2006
- [5]. B. Welch, K. Jones, J. Hobbs: Practical Programming in Tcl and Tk 4th Edition published by Prentice hall PTR 2003
- [6]. M.Markl, A.Harloff, T.A Bley, Alex Frydrychiwicz et al. Time-Resolved 3D MR Velocity Mapping at 3T: Improved Navigator-Gated Assessment of Vascular Anatomy and Blood Flow. Journal of Magnetic Resonance Imaging Art: 06-0195. 25:000–000 (2007).
- [7]. Markl M, Draney MT, Hope MD, et al. Time-resolved 3-dimensional velocity mapping in the thoracic aorta: visualization of 3-directional blood flow patterns in healthy volunteers and patients. J Comput Assist Tomogr 2004; 28:459–468.
- [8]. Markl M, Chan FP, Alley MT, et al. Time-resolved three-dimensional phase-contrast MRI. J Magn Reson Imaging 2003; 17:499–506.
- [9]. William E. Lorensen, Harvey E. Cline: Marching Cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm. In: Computer Graphics, Vol. 21, Nr. 4, July 1987.
- [10]. R.Löhner, J.R.Cebral: From medical images to cfd meshes..8th International Meshing Round table, 1999
- [11]. E.Soudah, J.S.Perez, J.García, E.Escolano, E.Oñate, A.Mena, E.Heidenreich, J.F.Rodriguez, M.Doblaré. Chapter 15: Fluid-Structure Interaction Applied to Blood Flow Simulations". Advances in Computational Vision and Medical Image Processing. Methods and Applications Volumen 13 Springer, Oporto, Portugal November 2008.

DISEÑO, EVALUACIÓN Y VALIDACIÓN DE UN MÉTODO SEMIAUTOMÁTICO PARA CUANTIFICACIÓN EN IMÁGENES DE INMUNOHISTOQUÍMICA

Enrique V. Paravani

Daniela Osella

Javier E. Diaz-Zamboni

Víctor H. Casco

vcasco@bioingenieria.edu.ar

Laboratorio de Microscopia Aplicada a Estudios Moleculares y Celulares. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Entre Ríos. Ruta 11 Km 10½. Oro Verde, Entre Ríos, Argentina.

Resumen. *En las decisiones de un experimento o en el diagnóstico, el análisis de imágenes de microscopia comprende un conjunto de etapas que son centrales. Comúnmente, se utilizan métodos basados en las observaciones por parte de un especialista, quien reconoce y clasifica las estructuras. Es sabido que esta técnica induce a cometer errores, ya que el experto debe tomar decisiones en forma repetitiva convirtiéndola en una actividad fatigante y sesgada. Aunque este método manual es un estándar, actualmente existe una tendencia hacia sistemas de análisis semiautomáticos, donde la participación del experto es alta, pero el trabajo intensivo lo realiza una computadora. Contribuyendo a esta estrategia, se diseñó e implementó un método de análisis semiautomático alternativo al método de conteo estándar. Se lo evaluó y validó en imágenes reales y simuladas; en las que, se reconocieron, contaron y midieron determinadas estructuras con ambos métodos, para luego contrastar resultados. El método propuesto, minimizó los tiempos de análisis, mostró ser robusto, preciso y una mejor opción al procedimiento manual.*

Palabras claves: Análisis de imágenes semiautomático. Modelo computacional. Validación.

1. INTRODUCCIÓN

El análisis de imágenes de microscopía es fundamental tanto en investigación, como en estudios histopatológicos. Comprende un conjunto de etapas que son el núcleo de las decisiones en un experimento o en el diagnóstico. En la metodología estándar y universalmente aceptada, se utilizan métodos basados puramente en la observación de un experto, quien reconoce y clasifica estructuras. Sin embargo, se sabe que esta técnica induce a cometer errores, ya que en las sucesivas etapas el operador debe tomar decisiones. Este modo de proceder es subjetivo, debido a la fisiología inherente de la visión y a la relativa percepción de los operadores; quienes además, sufren fatiga por la actividad repetitiva que conlleva la técnica, introduciendo variabilidad en las mediciones entre imágenes [1].

Históricamente se ha intentado sortear esta dificultad metodológica. El enfoque estadístico busca incrementar el número de muestras o repetir mediciones, pero son opciones que aún no han resuelto la alta variabilidad introducida por la subjetividad y el cansancio del operador. También aparecieron sistemas expertos automáticos, donde el especialista tenía una participación muy baja o nula en las decisiones. Estos dispositivos no han trascendido debido al alto costo y a la baja flexibilidad frente a diferencias intermuestras o a artefactos en las imágenes. Actualmente, en una perspectiva intermedia, existe una fuerte tendencia hacia sistemas de análisis semiautomáticos, donde la participación del especialista es alta, pero el trabajo intensivo lo realiza la computadora. Consiste en la aplicación de procedimientos computacionales que identifican en las imágenes estructuras con formas y/o intensidades determinadas. Dado que cada modelo biológico presenta características particulares, es el experto quien en forma general las define y estudia. Esta metodología ha logrado minimizar los tiempos de procesamiento, optimizar la gestión de grandes volúmenes de datos y disminuir errores sistemáticos [2].

Aportando a esta estrategia de análisis semiautomático, se diseñó e implementó un método que disminuye la participación subjetiva del operador, reemplazándola por procedimientos a cargo de la computadora, como alternativa a un método de conteo manual ampliamente aceptado. Este método fue evaluado y validado en imágenes reales y simuladas. Las imágenes reales consistieron en capturas digitales de reacciones de inmunohistoquímica, donde se estudió la proliferación celular en el epitelio olfatorio de anfibios. El proceso consistió en reconocer, contar, medir y contrastar las células en proliferación por ambos métodos. Las imágenes simuladas fueron modelos computacionales, con características controlables que representaban en forma simplificada las imágenes reales. Lo innovador en esta etapa fue evaluar la estabilidad de los algoritmos frente a variaciones de los atributos de las imágenes reales.

2. METODOLOGÍA

El epitelio olfatorio de larvas de *Rhinella arenarum* de estadios 42 y 46 [3] fue seleccionado como modelo biológico de prueba. Estos, se caracterizan por presentar diferentes niveles de proliferación celular, garantizando reacciones inmunopositivas. Para su identificación se utilizó un anticuerpo de proliferación celular, anti-PCNA [4], que exhibe un precipitado ocre cuando la reacción es positiva. Los especímenes fueron obtenidos por fertilización *in vitro*. Cinco larvas de cada estadio fueron seleccionadas de forma aleatoria, fijados, deshidratados, incluidos en parafina y seccionados longitudinalmente cada 8 μ m (región latero-caudal, narina izquierda). Se montaron y procesaron para llevar a cabo las reacciones de inmunohistoquímica [5].

Los registros se realizaron en películas *Fuji Color Quality II* (35 mm, 100 Asas), cámara *Olympus PM20* usando una lente de 3.3x montada en un microscopio *Olympus BX50*, con una

lente objetiva *UplanApo* (40x y NA 0.85). Las imágenes fueron luego digitalizadas con resolución espacial de 1909x1273 píxeles y 24 bits en RGB. Se calibró a partir de una serie de microfotografías de una cámara de *Neubauer*, con lo que se determinó la relación longitud (μm)/píxeles.

Para análisis de imágenes se utilizó *Image ProPlus 5.1*. El programa de simulación de imágenes se implementó en *MatLab 7.1*. Finalmente, el análisis estadístico se realizó con *StatGraphics 5.1*.

2.1 Análisis de las imágenes

Previo al análisis cuantitativo, las imágenes se caracterizaron en forma general. Se identificó: *Fondo*, *Ruido de Fondo*, Núcleos inmunopositivos para PCNA (*Núcleos+*), *Ruido en Núcleos+*, Núcleos inmunonegativos para PCNA (*Núcleos-*), *Ruido en Núcleos-*, *Pigmentos* y *Ruido en Pigmentos* (Fig. 1). En base a esto, se implementó un programa para la simulación de imágenes, con selección en forma independiente de número y rango de superficies de *Núcleos+*, *Núcleos-* y *Pigmentos*, ubicados aleatoriamente con una distribución de Gauss; niveles de RGB y ruido en: *Fondo*, *Núcleos+*, *Núcleos-* y *Pigmentos*. El ruido en los atributos se consideró aditivo. Con cada modelo computacional, se almacenaron los datos relevantes de la simulación.

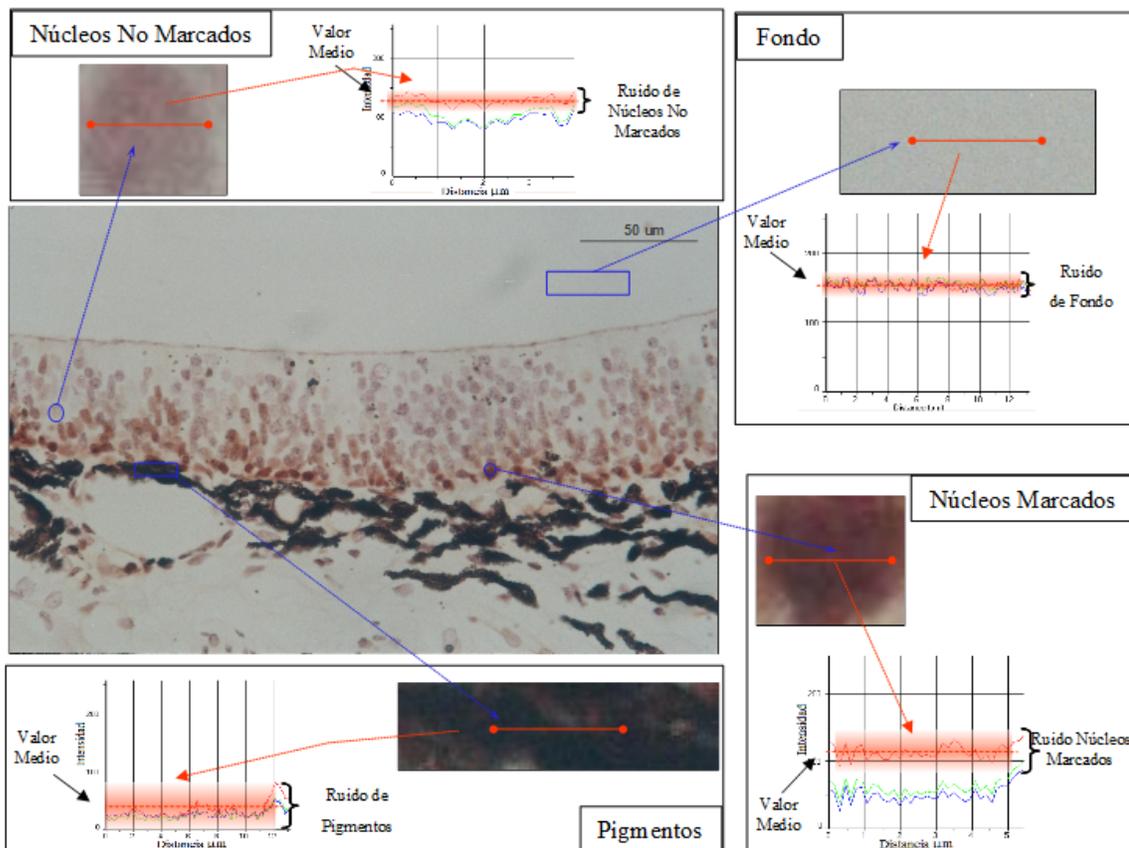


Figura 1: Esquema del análisis de imágenes de inmunomarcación de PCNA identificando atributos

En forma manual se analizó cada imagen identificando y midiendo uno a uno los *Núcleos+* en registros reales y simulados. Cada objeto identificado fue etiquetado y anexado en hojas de cálculo para su posterior análisis estadístico.

En forma semiautomática, se confeccionó una macro en la que, paso a paso, se ejecutaron sobre el total de imágenes reales y simuladas, las siguientes operaciones: transformación de imágenes al espacio de color HSI, aplicación de umbrales a los niveles de señal específica, operación lógica *AND* para aislar en forma más específica los *Núcleos+*, aplicación de un filtro de apertura para eliminar pixeles residuales, aplicación de un filtro de cierre para suavizar contornos, y detección automática de los *Núcleos+*, utilizando rangos de área como filtro y el algoritmo *Watershed*. Finalmente, los resultados obtenidos fueron exportados a hojas de cálculo para su posterior análisis estadístico.

2.2 Evaluación y validación de los métodos

Se analizó la robustez de los métodos frente a la fluctuación de los atributos de la imagen. Se los probó modificando de manera independiente ruido de *Fondo*, niveles y ruido en *Núcleos+* y *Núcleos-*. Se descartó de la evaluación los *Pigmentos*, dado que el análisis previo mostró que sus niveles RGB no traslapaban con los de los *Núcleos+*. Se generaron imágenes seleccionando aleatoriamente, con distribución uniforme, valores de atributos (5 imágenes por valor de atributo) dentro de las cotas obtenidas del análisis estadístico de imágenes reales. De esta manera, Se cuantificó número y área de *Núcleos+* encontrados con ambos métodos. Los resultados se expresaron como mediana \pm desviación estándar y se les realizó un análisis de varianza. Se consideraron no significativas las diferencias mayores a 0,05.

Se validaron los métodos en las imágenes simuladas, comparando los resultados obtenidos, con los valores almacenados en la generación de la imagen, utilizando un índice de acierto (*Núcleos+* identificados / Totales). Además, se aplicó un *Test-t* para muestras pareadas para establecer la exactitud de los métodos en la medición de superficies frente a las distintas condiciones. Asimismo, se validó el método semiautomático en imágenes de inmunohistoquímica, considerando el método manual como estándar de oro. Se determinó un índice de acierto para el conteo de núcleos inmunopositivos con el método semiautomático respecto del manual, y se aplicó un *Test-t* para muestras pareadas a las áreas medidas con ambos métodos.

3. RESULTADOS

Se generó un total de 125 imágenes simuladas, sobre las cuales se realizó la evaluación de los métodos. El análisis con el método manual insumió un tiempo promedio de 7 minutos por imagen, mientras que el método semiautomático tomó un tiempo inicial de unos 10 minutos de análisis y configuración previa, y la macro resolvió el total de las imágenes en segundos.

La Tabla 1 resume la estadística de la evaluación de los métodos, en relación al conteo de *Núcleos+*, frente a las variaciones en los atributos de la imagen. Se observó que en todos los casos, el valor de *p* es mayor a 0,05, por lo tanto, no existen diferencias estadísticamente significativas en el número de *Núcleos+* cuantificados bajo las distintas condiciones.

En la validación, el conteo de *Núcleos+* para todas las condiciones evaluadas resultó en índices de acierto de al menos 95% (Tabla 2).

Tabla 1. Estadística de la evaluación de los métodos bajo distintas condiciones de atributos.

Variable	Estadístico p	
	Manual	Semiautomático
Ruido en Fondo	0,07	0,88
Ruido en <i>Núcleos+</i>	0,19	0,16
Nivel RGB en <i>Núcleos+</i>	0,4	0,99
Nivel RGB en <i>Núcleos-</i>	0,86	0,67
Ruido en <i>Núcleos-</i>	0,49	0,56

Tabla 2. Media de índices de acierto para el método manual (\bar{I}_M) y semiautomático (\bar{I}_S) obtenidas para cada atributo variable de la imagen.

Variable	Índice de Acierto (%)	
	\bar{I}_M	\bar{I}_S
Ruido en <i>Fondo</i>	97	98
Ruido en <i>Núcleos+</i>	96	95
Nivel RGB en <i>Núcleos+</i>	96	98
Nivel RGB en <i>Núcleos-</i>	98	97
Ruido en <i>Núcleos-</i>	95	97

En la medición de superficies, las diferencias medias encontradas entre los valores de área reales y las cuantificadas por los métodos en las distintas condiciones fueron por defecto. En todos los casos, el porcentaje del área total identificada que representaron estas diferencias, fue menor al 6%. Por lo tanto, para un *Núcleo+* promedio de 11 μm^2 de área circular, (13 pixeles de radio) este defecto representa menos de un pixel (Tabla 3). A pesar de la insignificante subestimación de superficie, se analizó el problema y se detectó su origen a nivel de programa. Tanto en el caso del método manual como en el semiautomático, hay una delimitación por el interior de los objetos. Se aplicaron factores de corrección y la estadística mostró diferencias no significativas, para todos los casos evaluados.

Tabla 3. Diferencias media entre las áreas reales y las medidas con los métodos, porcentual respecto del área total.

Variable	Diferencia de superficies (%)	
	Manual	Semiautomático
Ruido en <i>Fondo</i>	-5,8	-1,9
Ruido en <i>Núcleos+</i>	-0,7	-3,4
Nivel RGB en <i>Núcleos+</i>	-4,1	-2,8
Nivel RGB en <i>Núcleos-</i>	-3,6	-3,6
Ruido en <i>Núcleos-</i>	-3,8	-1,8

La Tabla 4 resume los resultados obtenidos en la validación de los métodos sobre registros reales de inmunohistoquímica. Se observan índices de acierto en cada uno de los estadios cercanos al 100%. El análisis estadístico no mostró diferencias significativas entre los resultados obtenidos por ambos métodos.

Tabla 4. Resultados del análisis cuantitativo y validación sobre registros reales. \bar{I} , media de índices de acierto respecto de M. Manual. p , estadística sobre las mediciones.

Estadio	Núcleos+				Superficie (μm^2)		
	Manual	Semiautomático	\bar{I}	p	Manual	Semiautomático	p
42	30,8	28,0	102,0	0,28	13,3	11,3	0,07
46	21,8	20,5	94,0	0,68	14,2	14,0	0,16

4. CONCLUSIONES

Los resultados mostraron que ambos métodos muestran ser estables frente a la variación de los atributos de la imagen, lo que pone en evidencia su robustez para la clasificación y conteo de estructuras. En cuanto a la medición de superficies, se observó que ambos métodos subestiman, y dado a que se conoce el origen del defecto, se pudo calcular un factor de corrección para cada una de las condiciones evaluadas. De esta manera, se mejoró la exactitud de las herramientas que miden con un alto nivel de ajuste a los valores reales.

El análisis de imágenes de inmunohistoquímica con ambos métodos mostró que los resultados arrojados por el método semiautomático presentan una fuerte concordancia con los obtenidos por el método manual en relación al conteo, por lo que se puede decir que el reemplazo del método semiautomático por el manual es totalmente factible. El método semiautomático propuesto representa una herramienta de cuantificación de imágenes de inmunohistoquímica estable y precisa al igual que el método manual.

La implementación de un modelo computacional mostró ser beneficioso, ya que permitió probar los métodos en imágenes en las que se puede controlar finamente sus atributos. Esto es importante en la decisión de reemplazo de un método de análisis por otro, dado que no sólo debe estar garantizada la obtención de resultados comparables, sino que además se debe demostrar que posee mayores ventajas. Por lo tanto, y en base a lo estudiado, el método semiautomático mostró claramente ser más objetivo, evitando la actividad repetitiva y partiendo de una definición global de los atributos de la imagen. Mejoró los tiempos de análisis garantizando los mismos resultados.

5. REFERENCIAS

- [1].Russ, J., *Seeing the scientific image*, Vol. Part 1 32/2, Part 2 32/3 and Part 3 32/4, Royal Microscopy Society, 2004.
- [2].Bengtsson, E., *Computerized Cell Image Analysis: Past, Present, and Future* "Scandinavian Conference on Image Analysis", 395-407, 2003.
- [3].Gosner, K. L., *A Simplified table for staging anuran embryos and larvae with notes of identification*, Herpetologica, 16, 183-190, 1960.
- [4].McCormick, D. & Hall, P. A., *The complexities of proliferating cell nuclear antigen*, Histopathology 21(6), 591-594, 1992.
- [5].Izaguirre, M. F., *Influencia de la expresión de las moléculas de adhesión celular en el desarrollo embrionario, larval y metamórfico de Bufo arenarum*, PhD Thesis, Facultad de Bioquímica y Ciencias Biológicas - Universidad Nacional del Litoral, 2003.

REGISTRO DE IMÁGENES CEREBRALES MULTIMODALIDAD.

Adrian A. Hernández M.

adriher52@gmail.com

Laboratorio de Computación Gráfica y Geometría Aplicada, Centro de Geometría, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Paseo Los Ilustres, Caracas-Venezuela.

Wuilian J. Torres

wuiliantor@gmail.com

Centro de Procesamiento Digital de Imágenes, Instituto de Ingeniería, Tecnópolis USB, Sartenejas and Laboratorio de Computación Gráfica y Geometría Aplicada, Centro de Geometría, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Paseo Los Ilustres, Caracas – Venezuela.

Resumen. *En la investigación de ciertas enfermedades es habitual realizar diferentes estudios al mismo paciente o espécimen, empleando imágenes adquiridas a lo largo del tiempo bajo diferentes condiciones, y en algunos casos se contrastan con imágenes pertenecientes a diferentes sujetos. Para comparar la información obtenida de los diferentes estudios es necesario corregir las diferencias de tamaño, posicionamiento, orientación o incluso distorsión espacial entre ellos. Se denomina registro al proceso de establecer la concordancia espacial punto a punto entre las diferentes imágenes, de manera que sea posible la comparación directa entre ellas. Se propone una metodología para el registro de imágenes médicas bidimensionales y tridimensionales obtenidas bajo diferentes modalidades. Las imágenes a considerar son de resonancia magnética (MR), tomografía computarizada (CT) y tomografía por emisión de positrones (PET) del cerebro. Para realizar el registro se determina una transformación espacial T que ponga en concordancia espacial a una imagen A , que se denominara imagen referencia, con otra imagen B , imagen a registrar. La aplicación de la transformación T sobre la imagen B genera la imagen registrada B' . Considerando las imágenes como matrices el problema se reduce a encontrar una matriz T cambio de base entre la imagen referencia y la imagen a registrar. La metodología propuesta para el registro de imágenes comprende: pre-procesamiento, transformación, comparación y optimización. El pre-procesamiento corresponde a la aplicación de diferentes técnicas de procesamiento de imágenes para reducir el ruido, re-escalar y segmentar las imágenes de manera apropiada para la correspondencia. La transformación permite el cálculo de los coeficientes de T para obtener la imagen registrada, establece la relación entre los puntos del espacio de la imagen A y los del espacio de la imagen*

B. Se emplean transformaciones rígidas o afines, porque la aplicación se delimita a imágenes cerebrales intra-sujeto donde la forma generalmente es constante. El proceso de comparación permite cuantificar el nivel de alineamiento entre las imágenes A y B', para ello se plantean como métricas aplicables a diferentes tipos de registro el coeficiente de correlación y la información mutua que es una métrica basada en la teoría de la información. El problema del registro generalmente se basa en determinar los parámetros de la transformación que hacen que la métrica de comparación sea máxima, para ello es necesario encontrar el valor óptimo de esta medida definido por los grados de libertad de la transformación T. Se utiliza el método simplex como proceso de optimización, que es un método basado en búsqueda de direcciones, partiendo de un simplex inicial se realiza un proceso iterativo que evalúa las funciones en estos puntos encontrando el valor más óptimo realizando una serie de transformaciones hasta cumplir con los criterios de paradas establecidos.

Palabras Claves: Coeficiente de correlación, Información mutua, Intra-sujeto, Simplex, Transformación afín.

1. INTRODUCCIÓN

Se propone una metodología que permita registrar imágenes médicas obtenidas bajo diferentes modalidades de la región cerebral. Para realizar el registro se debe encontrar una transformación espacial T que ponga en concordancia espacial a una imagen A , que la denominamos imagen referencia, con otra imagen B , imagen a registrar y obtener la imagen registrada B' . Considerando las imágenes como matrices el problema se reduce a encontrar una matriz T cambio de base entre la imagen referencia y la imagen a registrar.

2. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA EL REGISTRO DE IMÁGENES

Todo problema de registro de imágenes consiste en escoger o modelar de forma apropiada los elementos presentes en la figura 1 de manera que en conjunto se obtenga el mejor alineamiento dada la naturaleza de las imágenes.

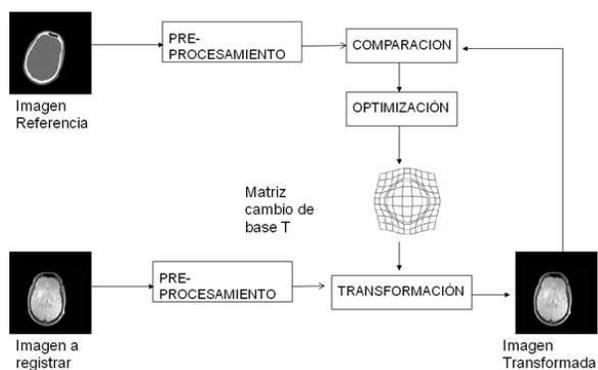


Figura 1- Esquema general en todo proceso de registro.

Básicamente, luego del pre-procesamiento de ambas imágenes, la imagen a registrar es sometida a alguna transformación, la nueva imagen transformada es comparada con la imagen de

referencia, comparación que ayuda en la estimación de los nuevos parámetros para la transformación óptima. [1]

2.1 Pre-procesamiento

Las imágenes que van a ser registradas a menudo deben ser preparadas para la selección y la correspondencia de ciertas características presentes en las mismas, usando métodos que re-escalen, retiren el ruido y segmenten las imágenes de manera apropiada para la adecuada correspondencia.

La segmentación de una imagen es el proceso de dividir una imagen en regiones que corresponden a zonas homogéneas respecto a algún parámetro predefinido: nivel digital, forma, textura, etc. No existe un método universal para segmentar todas las imágenes, este normalmente se desarrolla considerando las propiedades particulares de las imágenes.

Se propone utilizar un método de umbralización, ya que las imágenes trabajadas el objeto en estudio (la región cerebral) posee una intensidad diferente con el fondo de la imagen, la cual posee una información innecesaria en el proceso de registro. Además se utiliza morfología matemática para segmentar de manera más limpia la imagen. [1]

2.2 Transformación

La transformación establece la posición en que los píxeles de la imagen original serán convertidos a una nueva posición en la imagen registrada, en otras palabras, se busca encontrar una relación de los puntos del espacio A de una imagen y el espacio B de otra imagen.

Si x es un punto de la imagen de entrada A , entonces mediante una transformación T se obtendrá el punto x' que es el píxel correspondiente en la imagen B . Si el punto $y \in B$ se corresponde con x , entonces un registro satisfactorio hará corresponder x' con y .

Las imágenes de la región cerebral tienen una forma constante, las transformaciones se realizan sobre el mismo objeto (cerebro del mismo paciente) pero de diferentes modalidades, por lo tanto se utilizara la transformación afín, porque los movimientos del objeto en las imágenes serán rotaciones o traslaciones del mismo objeto y tal vez corregir algún factor de escala que no se corrigió durante el pre-procesamiento. Si A es una matriz afín y t un factor de traslación su forma general vendrá dada por,

$$x' = T(x) = Ax + t \quad (1)$$

Para encontrar la transformación entre las imágenes se considera la región cerebral como elipse y se usa esto para extraer puntos característicos con mayor facilidad. Los puntos de control de las imágenes son obtenidos considerando el punto central, un punto en el extremo del eje mayor y un punto en el extremo del eje menor. [1]

2.3 Métrica de comparación

Una vez realizada la transformación es necesario cuantificar el nivel de alineamiento entre las dos imágenes. Este proceso se llama comparación para el cual se tienen planteadas algunas

medidas aplicables a diferentes tipos de registro. En el caso en que los valores de intensidad de la imagen a registrar y la imagen de referencia tengan una relación lineal, el coeficiente de correlación resulta ser un buen estimador de similitud entre las dos imágenes, este estimador viene dado por,

$$CC = \frac{\sum_i (B_i - \bar{B})(A'_i - \bar{A}')}{\sqrt{\sum_i (B_i - \bar{B})^2 \sum_i (A'_i - \bar{A}')^2}} \quad (3)$$

Donde A' y B son la imagen a registrar transformada y la imagen de referencia, respectivamente. \bar{A}' y \bar{B} los valores promedio de cada una de estas imágenes. [2]

Si las imágenes son obtenidas bajo distintas modalidades se plantea la información mutua como medida de similitud, esta mide la cantidad de información compartida entre dos variables aleatorias (imágenes) o la disminución en la aleatoriedad de una variable aleatoria debido al conocimiento de la otra. La información mutua mide la correlación entre A y B , con respecto a la independencia de ellas. La información mutua es una medida de la dependencia entre dos imágenes A y B , ya que se comparan las probabilidades conjuntas frente al caso de independencia.

$$IM(A; B) = H(A) + H(B) - H(A, B) \quad (4)$$

Donde $H(A)$ y $H(B)$ es la entropía de la imagen A y B respectivamente y $H(A, B)$ es la entropía conjunta. [4]

2.4 Optimización

El problema de registro generalmente se basa en determinar los parámetros de la transformación que hacen que la métrica de similaridad sea máxima. Es necesario encontrar el valor óptimo de la medida de similaridad definido por los grados de libertad de la transformación T . Se propone utilizar el algoritmo de Nelder-Mead que está basado en el método simplex.

El método de búsqueda directa basado en simplex comienza con un conjunto de $n + 1$ puntos $x_0, \dots, x_n \in R^n$, que se consideran como los vértices del simplex inicial S y con el correspondiente conjunto de valores de la función en los vértices $f_j = f(x_j)$ para $j = 0, \dots, n$. El simplex tiene que ser no-degenerado. Luego de la construcción inicial se realiza una secuencia de transformaciones del simplex S , con el objetivo de disminuir los valores de la función f en sus vértices. En cada paso, la transformación es determinada calculando uno ó más puntos de control, junto con los valores de la función y por la comparación de estos valores con éstos en los vértices. Este proceso se termina cuando el simplex S es suficientemente pequeño o cuando los valores de la función f_j son lo suficientemente cercanos a un criterio pre-establecido. [2]

Se busca maximizar la métrica de comparación (MC) i.e. $\max T(MC(Imag1, T(Imag2)))$, donde $Imag1$ e $Imag2$ representan las imágenes a procesar y T es la transformación realizada sobre la imagen. Para construir el simplex inicial S_1 se consideran los puntos de control considerados en la transformación, luego se le calcula la MC a cada parámetro de S_1 y se obtiene el conjunto de funciones seguidamente se ordenan de forma creciente. Luego el peor vértice del simplex se sustituye siguiendo las reglas descritas en la iteración del método [3]. En cada iteración se calculan los criterios de paradas si alguno se cumple el proceso termina sino, continua hasta encontrar el valor más óptimo de la función MC .

3. RESULTADOS OBTENIDOS

Se presentan dos aplicaciones, la primera muestra el registro de imágenes bidimensionales de la misma modalidad y la segunda para imágenes tridimensionales con imágenes obtenidas por diferentes modalidades. [1]

3.1 Registro 2D MR-MR

Se tiene una imagen MR bidimensional de tamaño 256×256 , que se observa en el lado izquierdo de la figura 2, para simular una distorsión a esta imagen se le aplica una transformación T correspondiente a una rotación de 45° .

El re-escalamiento de las imágenes no es necesario ya que una de ellas se obtiene a partir de la otra mediante una transformación conocida y por lo tanto cada píxel representa el mismo espacio. Se escogen como puntos de control: el centro de la elipse, el punto inferior del eje mayor y el punto ubicado a la izquierda en el eje menor. Con estos tres puntos característicos se realiza la transformación afín.

Por tener las imágenes la misma modalidad se utilizó el coeficiente de correlación (CC) como medida de comparación. Obteniendo como resultado 0.9873, que es un valor muy cercano a 1, implicando que están muy bien alineados. Al aplicar el proceso de optimización se obtiene que el CC mejora considerablemente siendo este 0.9995 acercándose significativamente a 1, asegurando un registro satisfactorio. Las imágenes de la primera transformación y la óptima (registrada) se pueden observar en la parte izquierda de la figura 2.

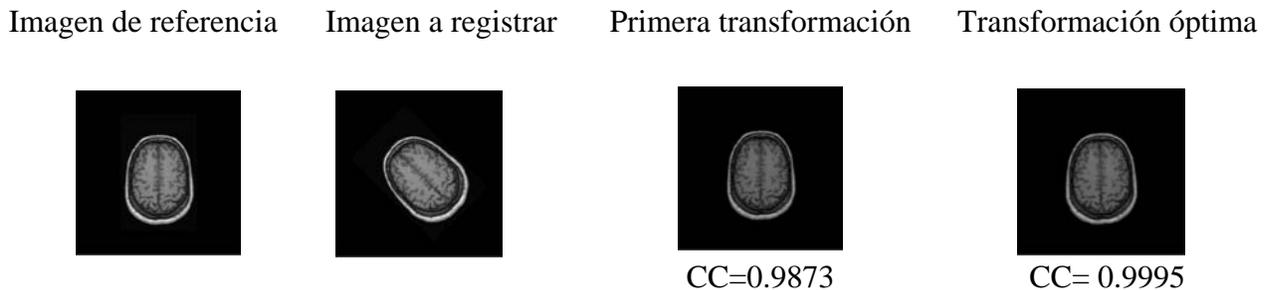


Figura2- Imágenes 2D de resonancia magnética.

3.2 Registro 3D CT-PET

Se registrarán dos imágenes cerebrales tridimensionales de un mismo paciente CT-PET, utilizando como imagen de referencia la imagen CT y como imagen a registrar la imagen PET. Las imágenes tridimensionales generalmente se pueden generar a partir de una serie de cortes axiales bidimensionales como se muestra en la figura 3. La localización de cada corte viene indicada en el encabezado del archivo correspondiente en formato DICOM, para registrar estas imágenes se localizan los corte coincidente (en el formato DICOM: SliceLocation) y se realiza el registro correspondiente.

Para el proceso de registro es necesario re-escalar la imagen PET sobre la imagen CT, para que los píxeles de ambas imágenes ocupen la misma superficie en el espacio. El criterio

utilizado para el re-escalamiento de la imagen PET se determino por el factor que igualará la superficie cubierta por el cerebro en ambas imágenes.

Luego del pre-procesamiento de las imágenes, se realiza el registro da cada corte siguiendo la metodología propuesta, utilizando como medida de comparación la información mutua (IM).

Para de alguna manera cuantificar el registro de las imágenes se utilizan los histogramas conjuntos mostrados en la figura 3, la primera imagen en esta figura corresponde al histograma conjunto dado por las imágenes originales y la segunda corresponde al histograma conjunto dado por la imagen original CT y por la imagen PET registrada. Como se observa en la primera imagen los valores están mas dispersos y luego del proceso de optimización los valores se tienden a concentrar (en el histograma de la derecha), lo que indica que las imágenes están más alineadas.

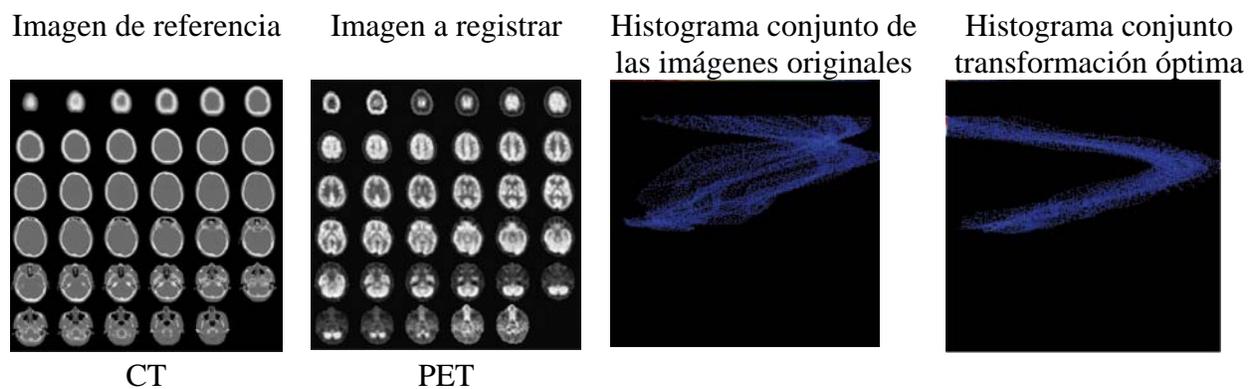


Figura3- Imágenes 3D de un mismo paciente.

REFERENCIAS

- [1] Hernández, A. *Registro de imágenes médicas multimodalidad*. Tesis de pre-grado Univesidad Central de Venezuela 2009
- [2] Jiménez, Carlos. *Una revisión de métodos de Registro No-Rígido en Imágenes Médicas*, 2007
- [3] Lagarias, J Reeds, J Wright, M y Wright, P. *Convergence properties of the Nelder-Mead simple method in low dimensions*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1998
- [4] Wilkie, Kathleen P. *Mutual Information Based Methods to Localize Image Registration*. Thesis of Master of Mathematics in Applied Mathematics. University of Waterloo, 2005

BRAIN TUMOR STAGING AND CLASSIFICATION BY ANALYSIS OF CONTOUR CRITICAL EXPONENTS

Miguel Yáñez

miguelyanez18@gmail.com

GURVE, Centro Médico Docente La Trinidad and Centro de Física Molecular y Médica, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Los Chaguaramos, Caracas - Venezuela

Belkis López

parima9900@yahoo.com

GURVE, Centro Médico Docente La Trinidad, Caracas - Venezuela

Miguel Martín-Landrove

mmartin@fisica.ciens.ucv.ve

Centro de Física Molecular y Médica, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Los Chaguaramos and Centro de Diagnóstico Docente Las Mercedes, Las Mercedes, Caracas - Venezuela

Abstract. *In general, tumors exhibit irregular borders with geometrical properties which are expected to depend upon their degree of malignancy [1, 2]. To appropriately evaluate these irregularities, it is necessary to apply segmentation procedures on the image to clearly define the active region of the tumor and its contour. In the present work, 3D imaging data sets coming from a radiotherapy service database and including contrast CT and contrast T_1 -weighted MRI of brain tumors were used to evaluate contour parameters that can be correlated to biopsy for tissue classification and reference tumor staging. Data sets were previously classified according to histopathological studies in order to establish a timeline somewhat related to staging. Contours were obtained for different image planes to test for variations depending on plane direction. To determine these contours, several segmentation procedures were performed on the images, including gray level threshold, mathematical morphology operators and deformable contours (snakes). Critical exponents [3] coming from contour roughness were calculated. The results obtained showed a good correlation between these critical exponents and the degree of malignancy of the tumor.*

Keywords: Image Segmentation, Tumor Growth, Tumor Staging, Critical Exponent, Contours

1. INTRODUCTION

Tumor growth is a complex process ultimately dependent on tumor cells proliferating and spreading in host tissues. As with many natural colonies, cell colonies are fractal [1, 2] and the description of their complex contours using classical Euclidean geometry is very difficult to provide. However, the fractal nature of the contours allows for scaling analysis to characterize their dynamic behavior and therefore can be used to determine tumor growth or progression. Recent studies of in vitro tumor cell colonies and resected tumor sections [3, 4] demonstrate that some kind of universality in tumor growth dynamics can be determined through the evaluation of fractal properties and critical exponents. The purpose of this work is to obtain fractal parameters and critical exponents of contours in tumor sections obtained by MRI in order to determine a possible correlation between tumor grade or stage and these parameters.

2. MATERIALS AND METHODS

2.1 Image selection and processing

Image acquisition was made according to the standard protocol used for brain radiotherapy and radiosurgery: axial and coronal T_1 -weighted images, in some cases sagittal planes as well, comprising brain volume for further CT image registration. Two sets of images were acquired for each patient: an initial set without external contrast application and shortly after a Gd contrasted set using the same image parameters, i.e., slice position, slice thickness, etc. Only astrocytomas were analyzed in this work, and malignancy grade was assessed by histopathological results. The general procedure to determine tumor contour was the following: for correspondent slices, the differential image, i.e., the image obtained by the difference between the images with and without contrast, is segmented by a threshold method and transformed into a binary image. In order to improve statistics for the parameters under study, several threshold values were used for the same differential image slice. Contours were obtained by a novel self closing self avoiding path algorithm [5] that rules the movement of a walker over pixels that belong to the segmented binary image interface. Some steps of the process are shown in Figure 1.

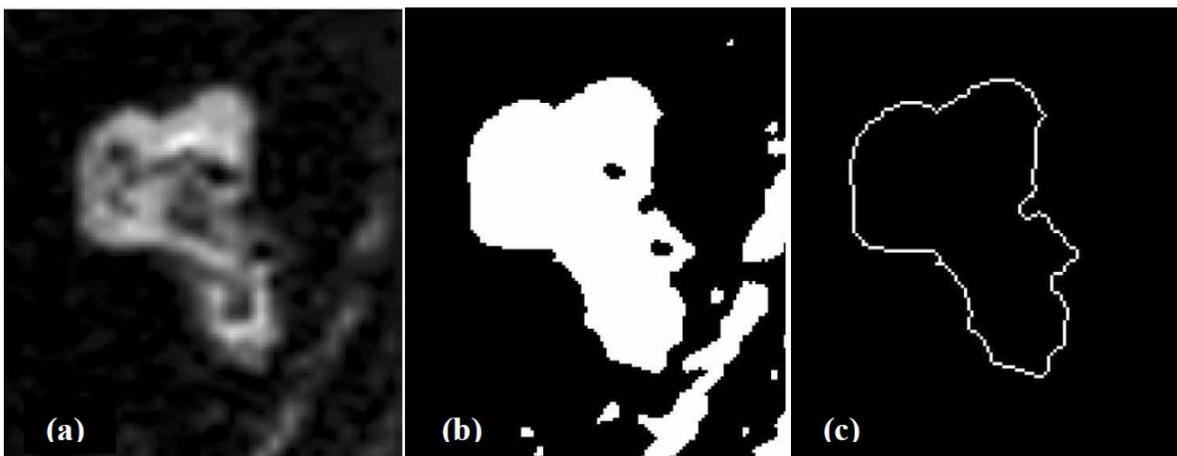


Figure 1 – (a) Differential image, (b) Segmented binary image for a particular threshold and (c) Contour obtained by [5].

2.2 Critical exponents at the contour

Critical exponents [3, 4] were calculated only for radial time series, by evaluation of the contour roughness defined by:

$$w(l, t) = \left\{ \frac{1}{l} \sum_{r_i \in l} [r_i(t) - \langle r_i \rangle_l]^2 \right\}_L^{1/2} \quad (1)$$

where L is the total length of the contour, $\langle \rangle_l$ is the average over a length l , $\{ \}_L$ is the average over L and t is the time. Figure 1 shows how these variables are selected in this work. Equation (1) exhibits the scaling property with l :

$$w(l, t) = l^{\alpha_{loc}} \quad (2)$$

where α_{loc} is a roughness critical exponent. Tumor data exhibit a time evolution that can not be accurately estimated and typically a fuzzy variable is used, i.e., tumor grade. It is assumed that similar tumor grade corresponds to also similar dynamical state and therefore to a particular value α_{loc} . The parameters are defined as shown in Figure 2.

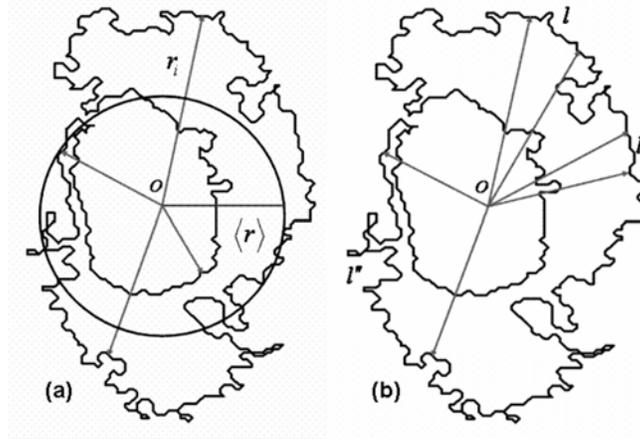


Figure 2 – (a) Typical geometry for the estimation of the mean radius of the tumor. (b) Several lengths l for the estimation of the averages defined in the text.

3. RESULTS AND DISCUSSION

The proposed method was applied for different image planes (axial, coronal or sagittal) and for all the slices that comprise the tumor lesion and at any slice, $W(l, t)$ was estimated for different threshold values. In order to obtain meaningful results on each slice, less affected by fluctuations due to small size of contour datasets, $W(l, t)$ was only calculated for those threshold values that yielded closed contours with the maximum perimeter. Also for the estimation of the critical exponent α_{loc} , which is obtained through linear regression analysis of $\log(W(l, t))$ vs

$\log(l)$, only those contours for which the square correlation coefficient fulfils the condition, $r^2 \geq 0.99$, were accepted. Some results are shown in Figure 3 for glioblastoma multiforme.

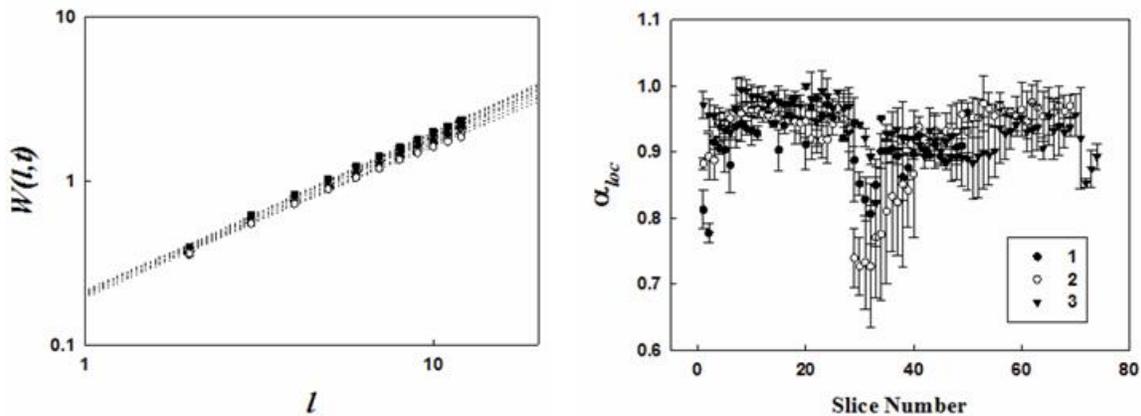


Figure 3 – Results for glioblastoma multiforme (Grade IV). On the left, scaling behavior of $W(l, t)$ with the arc length, l , for different slices. On the right, spatial variation of the critical exponent α_{loc} for different patients: 1, 2, 3.

As it can be seen in the figure, a spatial dependence on the slice position can be observed indicating that for high grade tumors (usually large tumor lesions) there is heterogeneity in contour parameters. Some variations are also observed when images coming from different planes are analyzed suggesting anisotropy in tumor growth. Averaging over different patients, image planes and slices leads to the results shown in Figure 4 and summarized in Table 1..

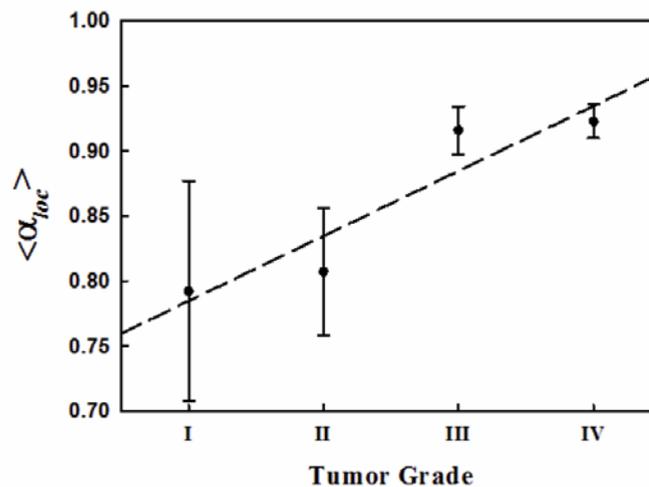


Figure 4 – Correlation between critical exponent $\langle \alpha_{loc} \rangle$ and tumor grade in astrocytomas. Dashed line represents the trend of the data.

Table 1. Correlation of $\langle \alpha_{loc} \rangle$ with tumor grade

Tumor Grade	$\langle \alpha_{loc} \rangle$	σ
I	0.792	0.085
II	0.807	0.049
III	0.916	0.018
IV	0.922	0.013

These results are in agreement to those obtained previously [1], even though a different segmentation method was employed. It is important to note that the result shown in Figure 4 immediately suggests that a growth model different from Molecular Beam Epitaxy (MBE) [3, 4] has to be associated to in vivo tumors, particularly astrocytomas, since α_{loc} depends on time though the fuzzy variable, tumor grade, while for MBE growth models it is independent of time. The spatial and temporal dependence of α_{loc} suggests that a 3-dimensional approach to the problem should be done and equations (1) and (2) should be redefined for surfaces instead of contours. Experimental critical exponents, if any, should be compared to more realistic models used to describe tumor growth of gliomas, such as reaction diffusion models [6, 7]. This will be matter of further research.

6. CONCLUSIONS

It has been demonstrated that tumors exhibit fractal properties that can be determined through the analysis of medical images. The roughness critical exponent value agrees with other results [3, 4] and showed a significant correlation with tumor grade that deserves further analysis and statistics to establish a correlation with dynamical tumor growth models. The time dependence of α_{loc} clearly indicates that MBE growth models [3, 4] cannot be associated to tumor growth of astrocytomas and perhaps tumor growth models based on reaction diffusion equations [6, 7] could be more appropriate. The spatial dependence observed either for different slices or slice planes suggests that a more general method must be developed to take into account the actual 3-dimensional behavior of in vivo tumor growth, including its heterogeneity and anisotropy and future work will be addressed to this point.

Acknowledgements

We want to express our gratitude to all medical and technical staff from GURVE at Centro Médico Docente La Trinidad for their collaboration in the image acquisition and access to the image database used in this work.

REFERENCES

- [1]. Quintana A., Martín-Landrove M., Pereira D., Fractal Properties and Critical Exponents for Tumor Staging and Classification, Proceedings of III International Congress on Computational Bioengineering, 385 – 390, 2007.
- [2]. Martín-Landrove M., Pereira D., Caldeira M.E., Itriago S., Juliac M., Fractal Analysis of Tumoral Lesions in Brain, Proceedings of the 29th IEEE EMBS Annual International Conference, 1306 – 1309, 2007.

[3]. Brú A., Pastor J.M., Feraud I., Brú I., Melle S., Berenguer C., Super-Rough Dynamics on Tumor Growth, *Physical Review Letters*, Vol. 81 4008 – 4011, 1998.

[4]. A. Brú, S. Albertos, J.L. Subiza, J. López García-Asenjo and I. Brú, The universal dynamics of tumor growth, *Biophys. J.*, 85, pp. 2948-2961, 2003.

[5]. Algorithm is available on request to Yanez M. (miguelyanez18@gmail.com) and Martín-Landrove M. (mmartin@fisica.ciens.ucv.ve).

[6]. Swanson K. R., Bridge C., Murray J.D., Alvord Jr E. C., Virtual and Real Brain Tumors: Using Mathematical Modeling to Quantify Glioma Growth and Invasion, *Journal of the Neurological Sciences*, Vol. 216 1 – 10, 2003.

[7]. Clatz O., Sermesant M., Bondiau P.-Y., Delingette H., Warfield S.K., Malandain G., Ayache N., Realistic Simulation of the 3-D Growth of Brain Tumors in MR Images Coupling Diffusion with Biomechanical Deformation, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol. 24 1334 – 1346, 2005.

QUASI-ANALYTICAL DETERMINATION OF NOSOLOGIC MAPS AND DIFFUSION TENSOR ANISOTROPY DISTRIBUTION FUNCTIONS IN DIFFUSION-WEIGHTED MRI

Miguel Martín-Landrove

mmartin@fisica.ciens.ucv.ve

Centro de Física Molecular y Médica, Universidad Central de Venezuela, Ciudad Universitaria, Paseo Los Ilustres, Los Chaguaramos and Centro de Diagnóstico Docente, Las Mercedes, Caracas – Venezuela

Marco Paluszny

marcopaluszny@gmail.com

Escuela de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia, Medellín – Colombia

Giovanni Figueroa

Gabriel Padilla

giofigue@gmail.com

gabriel.31416@gmail.com

Centro de Computación Gráfica y Geometría Aplicada, Universidad Central de Venezuela Ciudad Universitaria, Paseo Los Ilustres, Los Chaguaramos, Caracas – Venezuela

Wuilian Torres

wuiliantor@gmail.com

Fundación Instituto de Ingeniería, Sartenejas, Caracas – Venezuela

Abstract. *An accurate method for diffusion-weighted MRI segmentation based on the image intensity exponential decay is presented. Diffusion coded images were obtained for three orthogonal gradient directions, allowing for image data parameterized by the Apparent Diffusion Coefficient (ADC) or independently by each orthogonal gradient component. By means of a sequence of geometric image filters a classification of the pixels' intensity decay curves is provided. This can be done through a double strategy: First a log-convexity filter is applied in order to regularize image intensity decay by adjusting its geometrical properties to those that are expected from noiseless data, i.e., monotonous and convex behavior. In doing so, image noise is somewhat filtered and controlled. Data points are fitted by an over determined interpolation procedure. Diffusion coefficient distributions are obtained and tissue classification is performed by means of the determination of principal diffusion coefficients or diffusion modes using a suitable mathematical morphology operator, i.e., watershed or similar. Image segmentation is performed by linear regression analysis on a pixel by pixel basis assuming that the pixel intensity*

decay is composed by a linear superposition of the diffusion modes previously obtained from the diffusion coefficient distribution function. The main advantage of the proposed multi-strategy approach rests in its accuracy and speed of calculation with respect to other methods such as Inverse Laplace Transform algorithms, making it suitable for on line application on diffusion tensor imaging data. Nosologic maps were determined for the ADC image set and for each independent gradient direction. Since the number of gradient directions was not enough for a full description of the diffusion tensor, a particular definition was proposed allowing for determination of anisotropy distribution functions. Finally, ADC and anisotropy nosologic maps were combined to further assess tumor activity.

Keywords: Image Segmentation, Filtering, Magnetic Resonance Imaging, Analytical Solution, Mathematical Morphology

1. INTRODUCTION

Previous work on quasi-analytical determination of decaying rate distributions were realized for T₂-weighted Carr-Purcell-Meiboom-Gill (CPMG) MRI [1, 2, 3], for tissue classification and tumor segmentation, particularly for obtaining nosologic maps of tumor lesions in brain. In the present work, an extension of the method is applied for the determination of diffusion coefficient distribution functions on diffusion-weighted brain MRI together with a partial evaluation of diffusion tensor anisotropy in order to determine nosologic maps of brain tumor lesions.

2. MATERIALS AND METHODS

2.1 Image measurement

Diffusion-weighted images were obtained for 14 b-parameter values ranging from 0 to 1300 s/mm², equally spaced by 100 s/mm² and 3 orthogonal magnetic gradient directions (Phase, Read and Slice) . Images were 256x256 pixels in size, with a pixel spacing of 0.90 mm and a slice thickness of 5 mm. Pixel intensity is given by

$$p_n = p_0 \exp(-nb_{i0}D_{ii}), \quad b_{i0} = \gamma^2 G_i^2 \delta^2 (\Delta - \delta / 3) \quad (1)$$

where $i = p, r, s$ depending of the direction of the gradient, D_{ii} represents the corresponding diagonal component of the diffusion tensor, γ is the gyromagnetic ratio, G_i is the magnitude of the gradient pulses, δ is the gradient pulse width and Δ is the time interval between pulses.

2.2 The partial volume problem

As a consequence of the of the relatively large size of the voxel volume, 4.05 mm³, it can be assumed that there could be a mixture of tissues within the image voxel, i.e., a partial volume problem [4, 5], and in correspondence a mixture of diffusion coefficients. In that case the image intensity in a voxel can be written as

$$p_n = b + \sum_{i=1}^N C_i \exp(-n \alpha \lambda_i) \quad (2)$$

where α stands for b_{i0} , C_i is the proportion of tissue i in the voxel, λ_i represents its correspondent decay parameter D_{ii} , b is a baseline correction to the pixel intensity which is present due to Rician noise in MRI images [6, 7, 8], and N is the maximum number of tissues that could be present in the voxel.

2.3 Analytic solution of non linear polynomial equations

As shown in [1], equation (2) can be written as:

$$p_n = b + \sum_{i=1}^N C_i X_i^n, \quad n=1,2,\dots,13 \quad \text{with} \quad X_i = \exp(-\alpha\lambda_i) \quad (3)$$

The equally spaced sampling of the magnetization decay allows for a polynomial representation of each data point according to (3). If it is assumed that at most 3 tissues are present in each voxel; normal or unaffected tissue, tumor lesion tissue and cerebrospinal fluid, CSF or necrotic tissue, only a subset of (4) is needed to determine a solution of the system, i.e., seven equations corresponding to b , C 's and X 's. Since system (4) comprises 13 equations (images with $n = 0$, no gradient applied are excluded), it is over determined so the procedure is split in two stages: first, an evaluation of the X 's using the less noise affected images, i.e., the first seven data points on each image pixel, and secondly, an evaluation of b and C 's using the over determined system (3). The initial set of non linear polynomial equations [1, 9, 10] can be written:

$$\begin{aligned} p_1 &= b + C_1 X_1 + C_2 X_2 + C_3 X_3 \\ p_2 &= b + C_1 X_1^2 + C_2 X_2^2 + C_3 X_3^2 \\ &\quad \vdots \\ p_7 &= b + C_1 X_1^7 + C_2 X_2^7 + C_3 X_3^7 \end{aligned}, \quad \text{subjected to conditions} \quad \begin{cases} C_i \geq 0, b \geq 0 \\ 0 \leq X_i < 1 \end{cases} \quad (\text{I}) \quad (4)$$

Several transformations reduce non linear set (4) to a modified Toeplitz system [1]:

$$\begin{bmatrix} q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_3 & -q_2 & q_1 \\ q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_5 & -q_4 & q_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 + X_2 + X_3 \\ X_1 X_2 + X_2 X_3 + X_1 X_3 \\ X_1 X_2 X_3 \end{bmatrix} \quad \text{with} \quad p_i - p_{i+1} \equiv q_i \quad (5)$$

Solutions for the X 's are obtained as the roots of the cubic equation:

$$X^3 - Z_1^* X^2 + Z_2^* X - Z_3^* = 0 \quad (6)$$

where the Z 's are the solutions of (5). Since the roots of (6) must fulfill (I), Z 's are necessarily positive. In order to guarantee that this is accomplished, system (5) is solved by a non negative least square algorithm (NNLS) [11]. The rest of the unknowns, b and C 's are calculated by solving, again using NNLS, the following modified Vandermonde system:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & \cdots & X_s & 1 \\ X_1^2 & \cdots & X_s^2 & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & 1 \\ X_1^{13} & \cdots & X_s^{13} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_s \\ b \end{bmatrix} \quad (7)$$

The size of (7), depends on the number of roots of (6), s , that fulfill conditions (I), i.e., due to noise some of the roots of (6) can be complex or negative.

2.4 Arrangement of data, anisotropy calculation and noise filtering

The application of the procedure described above yield the value of the three diagonal components of the diffusion tensor in each voxel, each one corresponding to the read, phase and slice gradient directions respectively. For some voxels there is a mixture of tissues [4, 5] and data have to be arranged carefully. Among all the voxels analyzed in the image and due mainly to noise presence, only those for which the number of exponential components is the same are taken into account to determine scalar quantities such as the Apparent Diffusion Coefficient (ADC) and a partial anisotropy defined as [12]:

$$\alpha = \left(\frac{\Delta_{xy}^2 + \Delta_{yz}^2 + \Delta_{xz}^2}{(Tr(D))^2 / 3} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \Delta_{ij} = D_{ii} - D_{jj} \quad (8)$$

Noise was filtered by similar methods as those used in [3]: using an eccentricity erosion morphological operator, the most representative decay data was selected among image pixels within a suitable structuring element and after that it was regularized such as to maintain its geometrical properties using a log convexity filter.

3. RESULTS AND DISCUSSION

Some of the results are shown in Figures 1 and 2 for ADC and partial anisotropy distributions respectively. In the case of ADC distributions for ROIs corresponding to the tumoral lesion, it can be appreciated from Figure 1 that there is a peak around $2 \cdot 10^{-2} \text{ mm}^2/\text{s}$ corresponding very closely to the diffusion coefficient for free water, possibly an indication of necrotic regions within the lesion. On the other hand, analysis for ROIs associated to unaffected tissue reveals a shift to lower values for ADC as expected due to restrictions to diffusion imposed by organized and structured tissue. There must be a transition region in the ADC distribution between the almost free water behavior and the restricted diffusion behavior that could be assigned to tumor. Partial anisotropy distributions can be used to improve tumor localization by considering also the transition region between low anisotropy (free water) and high anisotropy (normal or unaffected tissue). For the case shown in Figure 2, the partial anisotropy distribution was fitted by three Gaussian distribution functions centered at 0.1632, 0.3586 and 0.7738 respectively. Assuming that the transition region could be associated to tumor and the extreme values to free water and normal tissue as mentioned before, a nosologic map can be obtained.

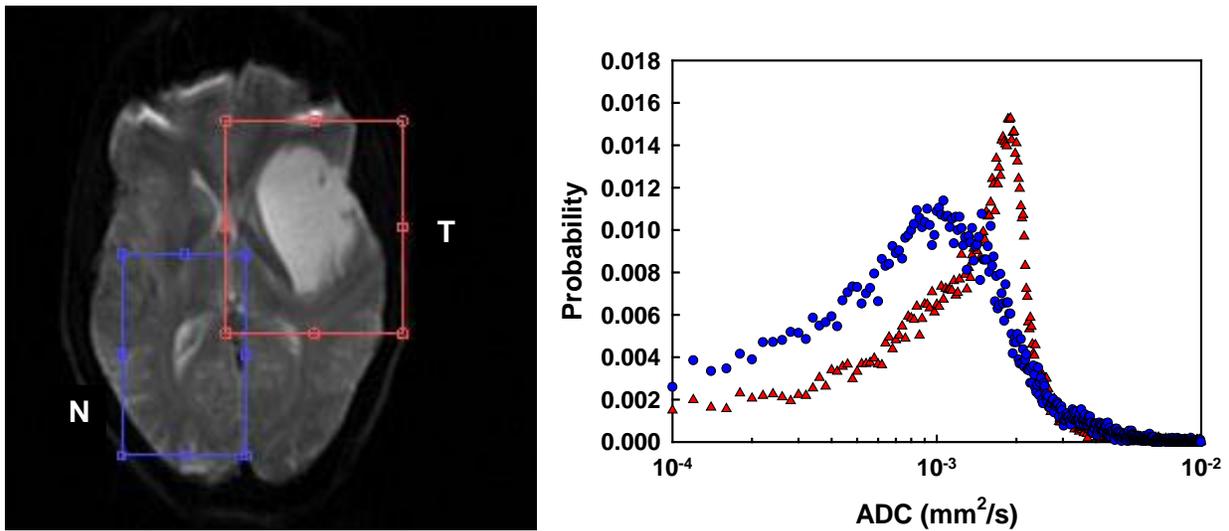


Figure 1 – ADC distributions for a brain tumor for the ROIs indicated in the figure. Circles correspond to normal or unaffected tissue (N) and triangles correspond to the tumor lesion (T).

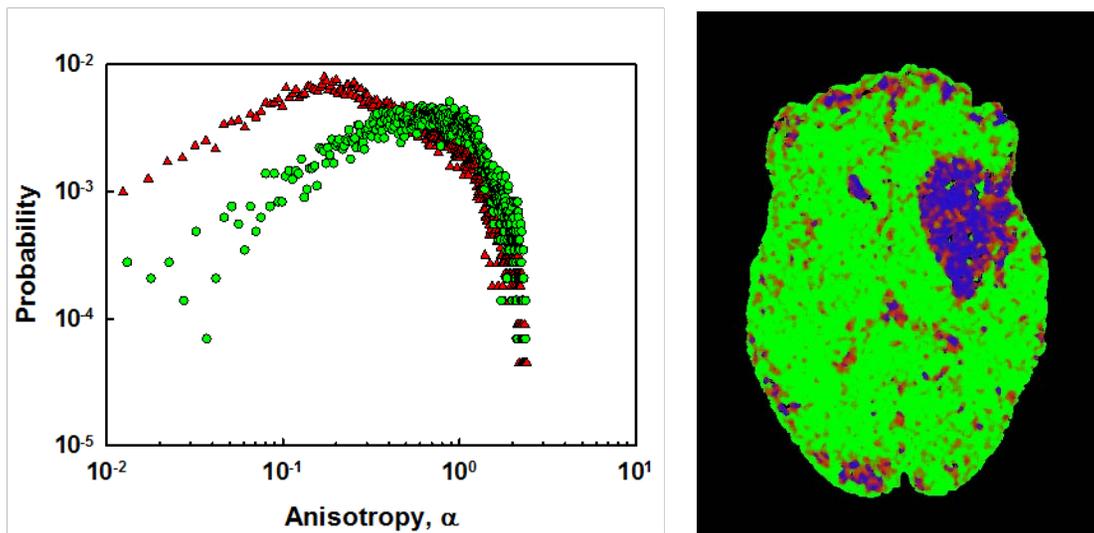


Figure 2 – Partial anisotropy. Circles (green) correspond to normal or unaffected tissue (ROI N) and triangles (red) correspond to the tumor lesion (ROI T). Image is segmented using partial anisotropy assuming Gaussian distributions centered in 0.1632 (liquid, blue), 0.3586 (tumor, red) and 0.7738 (unaffected tissue, green)

6. CONCLUSIONS

Quasi-analytical methods [1, 2, 3] for determination of decaying rates in T_2 or diffusion weighted MR image sets allows for a fast and reliable segmentation of tumor lesions in brain. Compared to other methods, based on the inversion of data by non linear regression analysis or inverse Laplace transform algorithms, the proposed method is extremely faster but it is limited to the assumption of a small number of exponential decays composing the image voxel data. The

application of mathematical morphology operators and regularization methods in dealing with noise improves noticeably the quality of decay data and results. Future work is addressed to combination of different MRI modalities, through its distribution functions: relaxation rate, ADC and partial anisotropy to further assess tumor localization.

REFERENCES

- [1]. Martín-Landrove, M., Figueroa, G., Paluszny, M., Torres, W., A quasi-analytical method for relaxation rate distribution determination of T_2 -weighted MRI in brain, in *Proc. 29th IEEE EMBS Annu. Int. Conf.*, pp.1318-1321, 2007.
- [2]. Martín-Landrove, M., Paluszny, M., Figueroa, G., Torres, W., Quasi-analytical methods for image segmentation and filtering in T_2 and diffusion weighted MRI, in *CIMENICS'2008 Proceedings*, L. Martino, V. Carrera, G. Larrazábal, M. Cerrolaza (Eds.), pp. PS 41- 47, 2008.
- [3]. Martín-Landrove, M., Paluszny, M., Figueroa, G., Torres, W., Padilla, G., A multi-strategy method for MRI segmentation, in *WC 2009, IFMBE Proceedings*, O. Dössel and W.C. Schlegel (Eds.), vol. 25/IV, pp. 1222–1225, 2009.
- [4]. Pokric, M., Thacker, N., Scott, M.L.J., Jackson, A., The importance of partial voluming in multi-dimensional medical image segmentation, in *MICCAI 2001*, Niessen, W. & Viergever, M., eds., LNCS 2208, Springer-Verlag, 2001.
- [5]. Van Leemput, K., Maes, F., Vandermeulen, D., Suetens, P., A unifying framework for partial volume segmentation of brain MR images, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 22, pp. 105-119, 2003.
- [6]. Henkelman, R.M., Measurement of signal intensities in the presence of noise in MR images, *Medical Physics*, vol. 12, pp. 232-233, 1985.
- [7]. Gudbjartsson, H., Patz, S., The Rician distribution of noisy MRI data, *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 34, pp. 910-914, 1995.
- [8]. Sijbers, A., den Dekker, J., Van Audekerke, J., Verhoye, M., Van Dyck, D., Estimation of the noise in magnitude MR images, *Magnetic Resonance Imaging*, vol. 16, pp. 87-90, 1998.
- [9]. Cornell, R.G., A method for fitting linear combinations of exponentials, *Biometrics*, pp. 104-113, 1962.
- [10]. Martin, C., Miller, J., Pierce, K., Numerical solution of positive sum exponential equations, *Applied Mathematics and Computation*, vol. 34, pp. 89-93, 1989.
- [11]. Lawson, C.L., Hanson, R.J., Solving Least Squares Problems, Prentice-Hall, 1974, Chapter 23, p. 161.
- [12]. Martín-Landrove, M., Segmentation of brain tumor images using in vivo spectroscopy, relaxometry and diffusometry by magnetic resonance, *Revista Mexicana de Física*, vol. S52, pp. 55-59, 2006.

SEGMENTACIÓN DE IMÁGENES MULTICANAL RMN T2 UTILIZANDO MORFOLOGÍA MATEMÁTICA MULTIDIMENSIONAL

Wuillian J. Torres

wtorres @fii.org

Centro de Procesamiento Digital de Imágenes, Instituto de Ingeniería, Sartenejas y Laboratorio de Computación Gráfica y Geometría Aplicada, Centro de Geometría, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Los Chaguaramos, Caracas – Venezuela

Miguel Martín-Landrove

mmartin@fisica.ciens.ucv.ve

Centro de Física Molecular y Médica, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Los Chaguaramos y Centro de Diagnóstico Docente Las Mercedes, Las Mercedes, Caracas – Venezuela

Marco Paluszny

marcopaluszny@gmail.com

Escuela de Matemática, Universidad Nacional de Colombia, Medellín – Colombia

Gabriel Padilla

gabriel.31416@gmail.com

Giovanni Figueroa

giofigue@gmail.com

Laboratorio de Computación Gráfica y Geometría Aplicada, Centro de Geometría, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Los Chaguaramos, Caracas – Venezuela

Resumen. Se presenta un método para la segmentación de Imágenes de Resonancia Magnética (IRM) ponderada en T2 donde se evidencia la presencia de un tumor, con el objetivo de facilitar al radiólogo la identificación tejidos con una posible patología subclínica. Para la segmentación se definen operadores morfológicos vectoriales que utilizan como criterio de ordenamiento un orden reducido seguido por un ordenamiento lexicográfico. Se establecen los operadores de dilatación y erosión y se determina el gradiente morfológico, se identifican sus mínimos y se procede a una segmentación espacial utilizando un operador morfológico denominado divisoria de aguas (watershed). Para la caracterización de los tejidos se asocia a cada segmento espacial un pixel vectorial que es determinado por una mediana vectorial modificada. Posteriormente, se agrupan los píxeles de los segmentos utilizando la técnica de agrupamiento jerárquico que reúne los vectores cercanos hasta alcanzar el número de tejidos requeridos por el radiólogo.

Keywords: Image Segmentation, Filtering, Magnetic Resonance Imaging, Watershed Operator, Mathematical Morphology

1 INTRODUCCIÓN

Las secuencias de imágenes de resonancia magnética nuclear (IRM) ponderadas en T2 permiten caracterizar los tejidos presentes en el órgano bajo análisis. Las IRM-T2 presentan una curva de relajación cuya tasa de decaimiento depende de la mayor o menor presencia de líquido en el tejido [1]. En el caso de las IRM T2 del cerebro, es posible identificar los tejidos normales (materia gris, materia blanca, líquido cefalorraquídeo, etc) pero la presencia de algunas patologías se asocia a la formación de nuevos tejidos cuyos tiempos de relajación se corresponden con la un mayor contenido de material líquido el cual indica el grado de avance de la patología. En este trabajo se propone una metodología para segmentar una secuencia IRM T2 utilizando morfología matemática adaptada al carácter multidimensional de la IRM. Se hace especial énfasis en los tejidos con mayor tasa de relajación con la finalidad de facilitar al médico tratante la identificación de la lesión y eventualmente monitorear su evolución al aplicar algún tratamiento.

Se utilizaron imágenes de resonancia magnética del cerebro, compuestas por una secuencia de ocho ecos obtenidos cada 44ms, la Fig.1 muestra los ecos 1 y 8 y la curva de relajación de algunos píxeles seleccionados en diferentes tejidos. Los píxeles con un nivel de gris alto en todas las imágenes corresponden a tejidos con un tiempo de relajación largo que se asocia a la presencia de líquido. Mientras que los píxeles con un nivel de gris bajo en los últimos ecos tienen un tiempo de relajación más corto que se asocia a tejidos más densos.

En este trabajo se presentan los fundamentos de los operadores morfológicos vectoriales utilizados, dilatación y erosión, y su adaptación a las propiedades físicas de las IRM bajo estudio. Se propone una metodología para la segmentación de imágenes multicanal en dos fases, la primera realiza una segmentación espacial utilizando el operador morfológico de divisoria de aguas (watershed) y en la segunda se identifican de grupos o clases caracterizados por curvas de relajación cercanas.

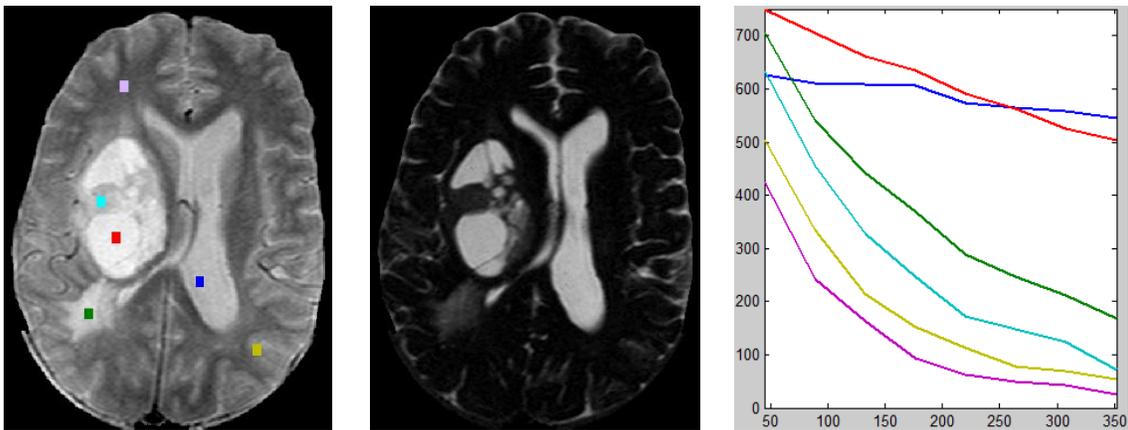


Figura 1- Imágenes 1 y 8 de una secuencia RMN-T2 y curva de relajación de algunos tejidos

2 FILTRADO PRELIMINAR

Las IRM están afectadas por ruido de Rayleigh que se manifiesta en el comportamiento anómalo de algunos píxeles cuya respuesta esperada es el de una exponencial decreciente. Para reducir su efecto, se diseñó un filtro que actúa iterativamente sobre los píxeles afectados por el ruido, el filtro reemplaza los valores anómalos por la media entre dos valores consecutivos decrecientes. En la Fig. 2 se presenta el aspecto de un píxel que se ha identificado con ruido antes y después de aplicar el filtro.

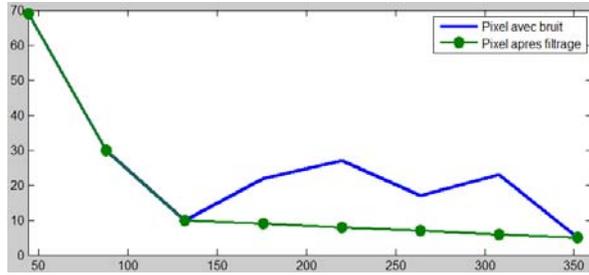


Figura 2- Filtrado de un píxel con ruido de Rayleigh

3 SEGMENTACIÓN ESPACIAL

Para la segmentación espacial se utilizó un algoritmo de divisoria de aguas o “watershed”, este operador es ofrecido por la morfología matemática y constituye una herramienta poderosa que permite la segmentación de imágenes donde la topología de los objetos presentes en ellas es el parámetro de mayor interés para su caracterización.

El carácter multidimensional de las IRM le asigna a cada píxel una representación vectorial que en los operadores morfológicos obliga a utilizar técnicas de ordenamiento adaptadas al fenómeno que se está analizando. En este trabajo, después de revisar los fundamentos de los operadores morfológicos multidimensionales se proponen los operadores básicos de dilatación, erosión y gradiente adaptados a nuestro problema particular de identificación de tejidos.

3.1 Estimación del tiempo de relajación

El tiempo de relajación de cada píxel caracteriza su decaimiento exponencial, para su estimación se determina el promedio entre diferencias sucesivas de los componentes del vector asociado al píxel. Sea un píxel $p = [p_1 p_2 p_3 p_4 \dots p_N]$ donde cada elemento p_i es el correspondiente a cada eco de la resonancia magnética. Si se aproxima la relajación por una exponencial decreciente con tiempo de relajación T_2 , la Ec. (1) permite estimar su valor por medio de promedios del logaritmo de los cocientes entre dos valores sucesivos de los componentes del píxel.

$$p = Ae^{-\frac{t}{T_2}} ; t = [T \ 2T \ 3T \ 4T \dots \ NT]$$

$$T_2 \approx T \left[\frac{1}{N-1} \sum_i \left(\frac{1}{\ln(p_i) - \ln(p_{i+1})} \right) \right] \quad (1)$$

La Fig. 3 muestra el tiempo de relajación estimado, los valores más altos corresponden al líquido cefalorraquídeo.

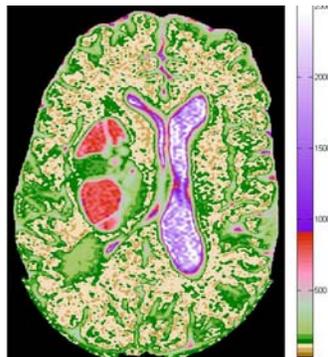


Figure 3- Tiempo de relajación estimado

3.2 Morfología matemática multidimensional

Para definir los operadores morfológicos multidimensionales es necesario establecer una relación de orden entre los píxeles vectoriales, se propone combinar un ordenamiento reducido y un ordenamiento lexicográfico. El ordenamiento reducido considera en primer lugar al valor estimado de la tasa de relajación de cada píxel (T_2) y el ordenamiento lexicográfico ordena los niveles digitales de cada canal dando prioridad los ecos más alejados por ofrecer mayor información de los tejidos con mayor presencia de líquido. El esquema de ordenamiento propuesto se presenta en la Ec. (2). Sean dos píxeles multidimensionales p y q , y sus respectivos tiempos de relajación p_{T_2} y q_{T_2} :

$$p = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n]; p_{T_2} \quad q = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n]; q_{T_2}$$

$$p > q \text{ si } \begin{cases} p_{T_2} > q_{T_2} \\ o \\ p_{T_2} = q_{T_2} \text{ et } p_N > q_N \\ o \\ \cdot \\ \cdot \\ p_{T_2} = q_{T_2}, p_N = q_N, \dots, p_2 = q_2 \text{ et } p_1 > q_1 \end{cases} \quad (2)$$

Las operaciones morfológicas básicas de erosión y dilatación de un píxel multidimensional se definen, respectivamente, por el mínimo y el máximo entre los píxeles de su vecindad. Esta vecindad se establece utilizando un objeto sencillo (cuadrado, círculo, líneas, etc.) de propiedades geométricas conocidas denominado *Elemento Estructurante*. La erosión y la dilatación son también imágenes multidimensionales, de ellas se puede derivar el gradiente por la resta de la dilatación menos la erosión. La Fig. 4a a la izquierda presenta la norma del gradiente obtenido utilizando como elemento estructurante un cuadrado de 3x3 píxeles.



Figura 4a - Gradiente

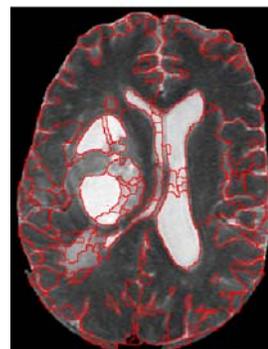


Figura 4b - Segmentación espacial

3.3 Segmentación por línea divisoria de aguas (watershed)

A partir de la imagen gradiente se procede a la segmentación utilizando el operador morfológico de línea divisoria de aguas o « watershed », en líneas generales este algoritmo identifica las fronteras entre los elementos presentes en la imagen partiendo de los mínimos más relevantes detectados en la imagen gradiente. De esta forma, los píxeles que dentro de una región de la imagen presentan un comportamiento uniforme y son se agrupan en un

segmento espacial que se asocia a un tipo de tejido específico. La Fig. 4b muestra las fronteras de los segmentos obtenidos por la línea divisoria de aguas. Si la imagen aparece sobresegmentada por haberse seleccionado un número elevado de mínimos en el gradiente, este inconveniente es corregido más adelante al agrupar los segmentos que tienen respuesta similar.

4. SEGMENTACIÓN DE LOS TIEMPOS DE RELAJACIÓN

Los segmentos espaciales son regiones homogéneas presentes en la imagen y cada una de ellas es representada por una curva de relajación obtenida por una mediana de las curvas de relajación de los píxeles dentro del segmento. En esta etapa se identifican las curvas de relajación representativas de los tejidos presentes en la imagen.

4.1 Curva de relajación de los segmentos

La hipótesis de inicio es que cada segmento está compuesto esencialmente por un solo tipo de tejido que se caracteriza por una única curva de relajación. Para su determinación, se calcula la mediana vectorial de los píxeles dentro del segmento y se desechan los píxeles alejados del centroide, con el fin de reducir el efecto de los píxeles en las fronteras entre dos segmentos que eventualmente corresponde a otro tipo de tejido. La mediana vectorial de los píxeles que se mantienen es considerada la curva de relajación característica del segmento.[5][6]

4.2 Agrupamiento de los segmentos

Considerando que la mayoría de los segmentos tienen curvas de relajación característica cercanas, estas serán agrupadas de acuerdo a su distancia hasta alcanzar un número reducido que ponga en evidencia los tejidos presentes en la imagen. Incluyendo los tejidos cercanos a la lesión, que podrían asociarse a una patología subclínica e interpretarse como una mezcla de varios tejidos. Para este agrupamiento, se utilizó el método de agrupamiento jerárquico por su simplicidad. [7]

5 RESULTADOS

El médico tratante puede cambiar de manera iterativa el número de tejidos hasta obtener resultados que pongan en evidencia los posibles tejidos a analizar por otras técnicas. También es posible establecer un parámetro que le permita modificar el número de tejidos a detectar alrededor de una tasa de relajación específica y obtener más detalles en ese rango particular. La Fig 5a muestra la segmentación que se obtiene utilizando 15 tejidos, y las curvas de relajación respectivas se presentan en la Fig. 5b.

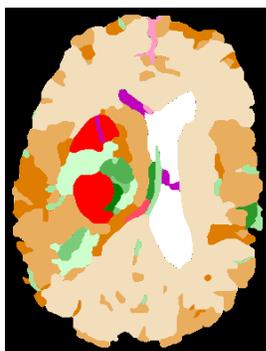


Figura 5a - Segmentación con 15 tejidos

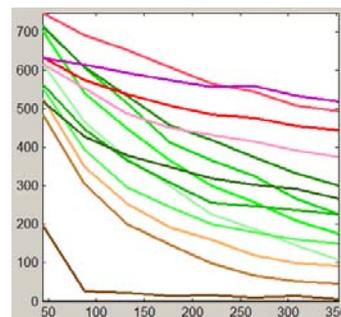


Figura 5b – Relajación de cada tejido

6 CONCLUSION

La imagen segmentada muestra que el método propuesto destaca los tejidos que posee un tiempo de relajación más elevado, que se asocia a la presencia de líquido en los tejidos tumorales, con edema o una mezcla de tejido sano con otro tipo de tejido. El objetivo de este trabajo es detectar la presencia de patologías subclínicas, generalmente difíciles de identificar.

REFERENCIAS

- [1].Landini, L. Advance Magnetic Image in Resonance Processing Imaging, Taylor & Francis, 2005
- [2].Torres, W., Martín, M., Paluszny, M., Figueroa G., Padilla, G., Tumor segmentation of multi-echo MR T2-weighted images with morphological operators. SPIE Medical Imaging, 2009.
- [3].Soillet, P.. Morphological Image Analysis. Springer, 2004
- [4].Aptoula, E., Lefevre, S.. On lexicographical ordering in multivariate mathematical morphology. Pattern Recognition Letters 29, pag 109–118, 2008.
- [5].Evans, A. y Liu, X.. A Morphological Gradient Approach to Color Edge Detection. IEEE transactions on image processing, vol. 15, june 2006.
- [6].Smolka, B., Perczak, M.. Generalized Vector Median Filter. 5th International Symposium on image and Signal Processing and Analysis, 2007.
- [7].Duda, E. y Hart, P.. Pattern Classification. Jhon Wiley & Sons. 2001

AN APPLICATION OF MATHEMATICAL MORPHOLOGY FOR BRAIN TUMOR SEGMENTATION IN MULTIMODALITY MRI

Omar León

leon_ucv@hotmail.com

Física Médica C.A., Altamira and Centro de Física Molecular y Médica, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Los Chaguaramos, Caracas - Venezuela

Miguel Martín-Landrove

mmartin@fisica.ciens.ucv.ve

Centro de Física Molecular y Médica, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Los Chaguaramos and Centro de Diagnóstico Docente Las Mercedes, Las Mercedes, Caracas – Venezuela

Wuilian Torres

wuiliantor@gmail.com

Centro de Procesamiento Digital de Imágenes, Instituto de Ingeniería, Tecnópolis USB, Sartenejas and Laboratorio de Computación Gráfica y Geometría Aplicada, Centro de Geometría, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Los Chaguaramos, Caracas – Venezuela

Abstract. *In the present work an automatic brain tumor segmentation procedure based on mathematical morphology is proposed. The approach considers the use of multimodality MRI, i.e., use of different MRI acquisition routines applied on the patient sequentially, so that for each image plane, each pixel is described by a vector with dimensionality N depending on the number of MRI modalities employed in every case and components given by the gray level corresponding to each MRI modality. Patient movement in brain is not usually an issue so image data is frequently well registered. Image data were analyzed by means of an N -dimensional morphological eccentricity filter. In a first stage, the filter was used for the spatial homogenization of the tissues in the image, replacing each pixel by the most representative pixel within its structuring element, i.e. the one which exhibits the minimum total distance to all members in the structuring element. On the filtered images, joint histograms, corresponding to different combinations of MRI modalities, were partitioned using morphological operators and methods in pattern recognition; classes were established according to medical criteria and used for tissue classification and segmentation of the image. The method was validated on several sets of MRI data with excellent results.*

Keywords: Image Segmentation, Filtering, Magnetic Resonance Imaging, Multimodality MRI, Mathematical Morphology

1. INTRODUCTION

Multidimensional image segmentation was previously used on multiecho T_2 -weighted MRI [1] to characterize brain tissue based upon the relaxation decay pattern. Since brain MRI studies can be performed in a wide variety of ways, i.e., multimodality MRI, the present work extends the use of multidimensional mathematical morphology to the segmentation and classification of brain tissue.

2. MATERIALS AND METHODS

2.1 Multimodality MRI and morphological eccentricity operator

It is typical in brain MRI to acquire several images under different conditions while maintaining the same image parameters, i.e., plane orientation, slice thickness, etc. In the present work, brain MRI was performed in a 3 Tesla MRI scanner and the following modalities were analyzed: T_2 -weighted, T_2 FLAIR, T_1 FLAIR and diffusion-weighted. Patient movement was not an issue due to the short acquisition time between MRI studies, as can be seen in Figure 1, so registration methods were not necessary to fuse image information.

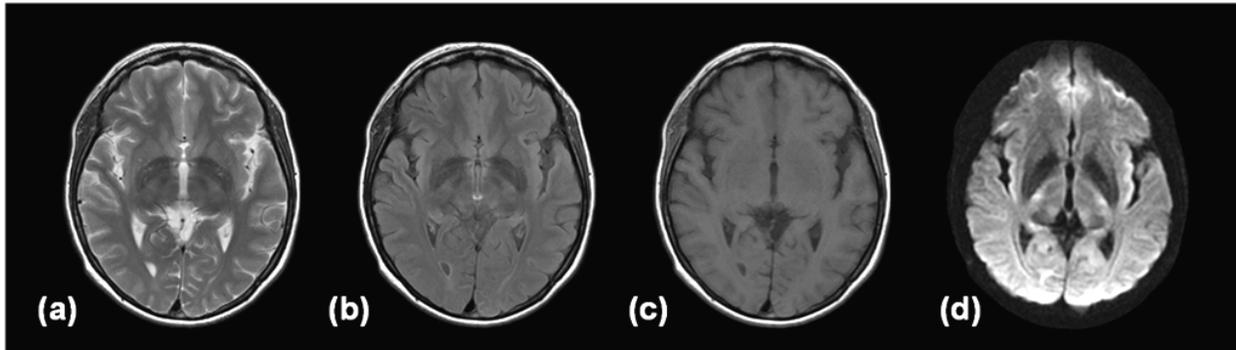


Figure 1- Different MRI modalities coming from the same slice: (a) T_2 -weighted, (b) T_2 FLAIR, (c) T_1 FLAIR and (d) diffusion-weighted.

The acquired image set conform a multidimensional image array, i.e., $512 \times 512 \times 4$, and each voxel is characterized by a particular set of gray levels that corresponds to the MR response to any MRI modality. It is expected that similar tissues exhibit similar MR responses and in this way similar gray patterns should allow for tissue classification. In order to analyze multidimensional data, a morphological eccentricity operator [1] was defined as an extension of the definition of erosion and dilation morphological operators [2]. Since for every voxel of the multidimensional image there is an associated vector with components given by gray levels corresponding to each MRI modality, there is not a unique way to define erosion and dilation operators. One possible definition [1] is to use the total distance of any voxel within the structuring element relative to the others,

$$D_{SE}(\vec{s}) = \sum_{\vec{s}'} dist(f(\vec{s}), f(\vec{s}')) \quad (1)$$

where \vec{s} and \vec{s}' belong to the same structuring element and

$$dist(f(\vec{s}), f(\vec{s}')) = \sum_{i=1}^4 |f_i(\vec{s}) - f_i(\vec{s}')| \quad (2)$$

In this sense, erosion and dilation can be defined as follows,

$$\begin{aligned} N\text{-dimensional erosion: } [\varepsilon(f)](\vec{s}) &= \min_{\vec{s} \in SE} D_{SE}(\vec{s}) \\ N\text{-dimensional dilation: } [\delta(f)](\vec{s}) &= \max_{\vec{s} \in SE} D_{SE}(\vec{s}) \end{aligned} \quad (3)$$

Definition (3) clearly states that by erosion it is meant to find the least eccentric voxel vector within the structuring element and by dilation to find the most eccentric one.

2.2 Segmentation procedure and Watershed operator

The segmentation procedure consisted of several steps. In the first place, erosion and dilation eccentricity operators were applied using a suitable structuring element, i.e., of appropriate shape and size. In doing so, voxel vectors in the center of the structuring element were replaced by the less eccentric voxel vector in the case of erosion and the most eccentric for dilation. A multidimensional gradient operator can be defined in the usual way [2]: dilation minus erosion. In order to apply the watershed operator [3], which essentially operates on bidimensional images assuming that the gray scale represents a topographic profile, it is needed to define a positive scalar quantity for the case of multidimensional images, so the norm of the multidimensional gradient is taken. The result is shown in Figure 2.

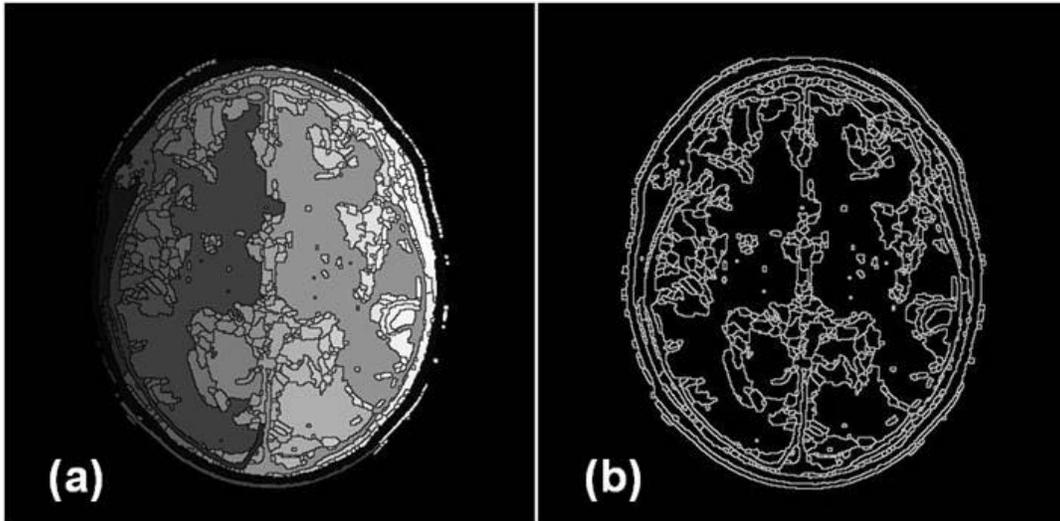


Figure 2- (a) Image transformed with the watershed operator, gray scale is related to class tags, (b) borders that define each region.

It is important to note that after the application of the watershed operator, all voxel vectors within a segmented region are replaced by a single voxel vector, called the centroid, which corresponds to the voxel vector that lies at the center of the segmented region. The maps corresponding to different centroid components are shown in Figure 3.

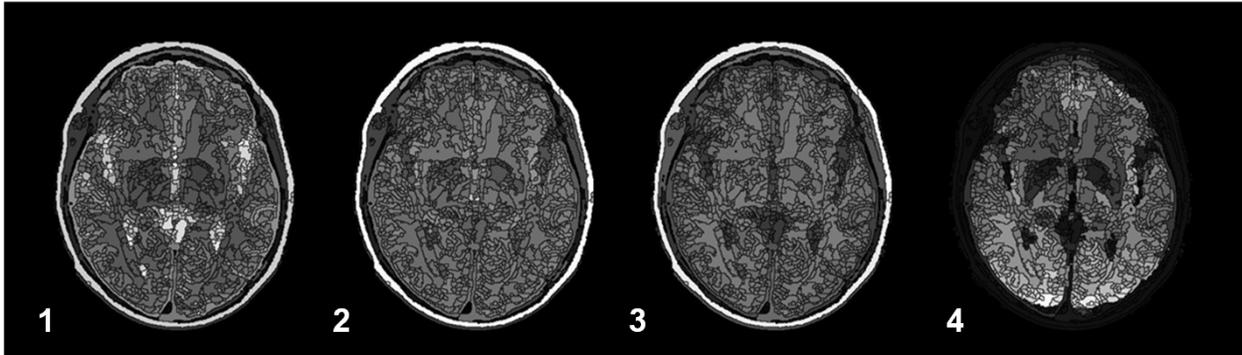


Figure 3- Centroid components maps for a particular application of the watershed operator. Numbers indicate the component index, 1 T_2 -weighted, 2 T_2 FLAIR, 3 T_1 FLAIR and 4 diffusion-weighted.

2.3 Elimination of repeated centroids, class reduction and centroid regrouping

Watershed transform usually yields an enormous amount of segmented sectors and a great deal of reduction of sectors has to be done. First, sectors with repeated centroids are taken to belong to the same class and so these sectors are regrouped, i.e., these sectors are assigned with the same class tag. The remaining centroids are ordered hierarchically in the following way: starting with the first component, they are increasingly ordered according to the component value, if the inspected components are equal, the next components are compared. Class tags are reassigned in correspondence. Since the number of different tissue classes is expected to be low, further reduction of classes and regrouping has to be made. To reduce the number of classes, the ordered centroid set is separated in clusters using a distance criterion and class tags are reassigned accordingly. The number of final classes is usually arbitrary and normally depends on previous tissue knowledge.

3. RESULTS AND DISCUSSION

Some of the results are shown in Figures 2 through 4. The application of successive multidimensional morphological operators, dilation and erosion eccentricity operators strongly depends on the kind and size of the structuring element and some time has to be expended to find out what characteristics are more appropriate, since they depend on image parameters, resolution and noise levels. Besides this fact, watershed operator always yields a very high number of segmented sectors, see Figures 2 and 3, and there is not a unique way to reduce the number of classes to a reasonable value sustained by medical or biological knowledge. As an example of this, Figure 4 shows the final segmented image for different choices of final number of classes or tissues, Figure 4a for 5 classes and Figure 4b for 15 classes. Notice the increase in detail of Figure 4b compared to Figure 4a even though the watershed segmentation for both images is the same. It is important to note that segmentation by this method strongly depends on the selection

of the MRI modalities as components of the multidimensional images, a comparison of Figures 1 and 4 immediately shows that the segmented regions corresponds to those on which there is a markedly difference in voxel vector components. This result suggests the effective application of the present method using externally contrasted images as a part of the set of multimodality MRI.

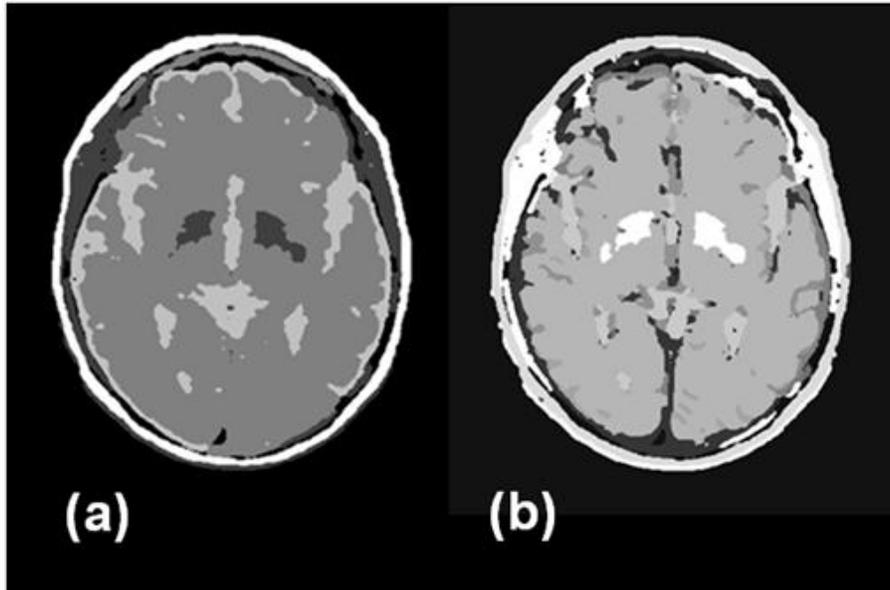


Figure 4- Final image segmentation for (a) 5 tissue classes and (b) 15 tissue classes.

4. CONCLUSIONS

A method for multidimensional image segmentation in multimodality MRI is presented. The method is very promising in the sense that it does not make any *a priori* statements about tissue classification and is based solely on MR tissue response. It can also be used for smart fusion and integration of image information. Future development will take into account other medical image modalities.

REFERENCES

- [1].Torres, W., Martín-Landrove, M., Paluszny, M., Figueroa, G., Padilla, G., Tumor segmentation of multi-echo MR T2-weighted images with morphological operators, in Medical Imaging 2009: Image Processing, edited by Josien P. W. Pluim, Benoit M. Dawant, Proc. of SPIE, vol. 7259, pp. 72594E1 - 72594E1, 2009
- [2].Serra, J., Image analysis and mathematical morphology. Academic Press 1982
- [3].González, M. & Ballarin V., Segmentación de imágenes utilizando la transformada Watershed: obtención de marcadores mediante lógica. *IEEE Latin America Transactions*, vol. 6, n. 2, pp 223-228, 2008.

TOMOGRAFÍA ACÚSTICA EN APLICACIONES TERMOGRÁFICAS.

Carlos E. González

Departamento de Física, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela
dejgonzalez@cantv.net

Rodney Reyna

Dpto. Formación General y Ciencias Básicas, Universidad Simón Bolívar
rodneyrey@hotmail.com

RESUMEN. *La termografía infrarroja consiste en la obtención de imágenes a partir de la radiación electromagnética emitida por la superficie del objeto, como consecuencia de la Ley de Stefan. El contraste en la termografía se relaciona con diferencias de temperatura y de emisividad de las superficies. Generalmente el interés está en la determinación de temperaturas, pudiendo ser compensado parcialmente el efecto de la emisividad. Las reflexiones en la superficie de partes del sistema, de las radiaciones provenientes de otra parte del mismo, así como el efecto de flujos convectivos, dificultan la interpretación de las imágenes termográficas. En el presente trabajo se utilizan, tanto la tomografía acústica, como imágenes de amplitud y fase de reflexión del sonido en los sistemas estudiados, de manera que se puedan identificar los efectos, tanto de reflexión de radiación como de flujos convectivos, para facilitar la interpretación de las imágenes termográficas.*

Para la captura de datos acústicos se utilizaron transductores ultrasónicos para gases, de 40kHz y se desarrolló un dispositivo de barrido que permite, tanto la realización de tomografías axiales, como barridos en dos dimensiones. Mediante diversos algoritmos, es posible obtener la distribución de temperatura en gases, en condiciones estacionarias, utilizando la dependencia de la velocidad del sonido, en gases, con la temperatura.

Los resultados obtenidos permiten establecer, tanto la posibilidad de la obtención por medios acústicos de imágenes termográficas, como la de obtener información complementaria a las imágenes termográficas obtenidas a partir de las radiaciones electromagnéticas, de tal manera que se identifiquen los efectos de los flujos convectivos y de las reflexiones de radiación.

Palabras clave: Ensayo Termografico, Tomografía acústica, Termografía acústica.

1. INTRODUCCIÓN

La termografía es una técnica que permite medir temperaturas a distancia y sin necesidad de contacto físico con el objeto a estudiar, como muestran claramente Ochs *et al* [1]. Mediante la captación de la radiación infrarroja, utilizando cámaras termográficas, se puede convertir la energía irradiada en información sobre temperatura y emisividad.

En el presente trabajo se utiliza la dependencia de la velocidad del sonido en gases, (y en particular en el aire) con la temperatura, para obtener imágenes donde se visualiza la distribución espacial de temperaturas de un gas, mediante tomografía axial y mediante un barrido cartesiano paralelo a una superficie reflectante del sonido, plana y con contraste de temperatura. Los artículos de Constantino *et al* [2] y de Schomberg *et al* [3] muestran avances recientes en la aplicación de la tomografía a situaciones prácticas.

En la tomografía basada en radiaciones infrarrojas, la radiación emitida por la capa de aire contigua a la superficie del objeto estudiado, aunque afecta la imagen tomográfica, dada la baja densidad del aire, en la termografía no se puede apreciar la temperatura del aire mismo. Al utilizar ondas acústicas en el aire, es posible determinar la temperatura de las capas de aire en la proximidad del objeto, aplicando procedimientos de inversión a los datos correspondientes a modificaciones del tiempo que demora un pulso acústico en atravesar un "camino acústico" particular, para lo cual se utilizan tanto la técnica pulso - eco, como la de transmisión. En este trabajo se combinan estas técnicas con el uso de onda continua y seguimiento del corrimiento de fase. En los trabajos de J. M. Blackledge [4], [5] se revisa el estado actual de la tomografía de difracción, la cual constituye el esquema más adecuado para el propósito de esta investigación.

Como resultado, se muestran las termografías obtenidas a partir de tomografías axiales de lentitud (inverso de la velocidad del sonido) y de imágenes correspondientes a barridos cartesianos, en el caso de objetos de superficie plana con contraste de temperatura. Se destaca la variación de los resultados al modificar la inclinación de la superficie, debido a modificaciones en el régimen desarrollado en el flujo convectivo.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL.

En la primera parte de este trabajo, se describe la obtención de tomografías axiales a flujos convectivos estacionarios, en régimen laminar, producidos mediante elementos calefactores. El aire caliente asciende verticalmente mientras se hacen pasar haces de sonido en un plano horizontal, haciendo barridos transversales en direcciones que a su vez, se modifican en incrementos regulares hasta barrer 180° con respecto a la dirección inicial. De esta manera, utilizandola técnica de transmisión, se obtienen proyecciones, a partir de las cuales, mediante la transformada de Radon, se obtiene un corte axial de las celdas convectivas.

En la segunda parte de este trabajo se utiliza un dispositivo de rastreo cartesiano. El conjunto de transductores emisor receptor se disponen uno al lado del otro y se mueven solidariamente haciendo un barrido que abarca la superficie de interés. El haz ultrasónico se refleja en una superficie plana en la cual hay un contraste de temperatura.

Para la inversión de los datos en base a la transformada inversa de Radon, se utilizó el desarrollo teórico mostrado en el texto de A. Ishimaru [6]. Trabajos como el de Burget *et al* [7] muestran aplicaciones prácticas de la tomografía industrial.

En este trabajo se utilizó el algoritmo mostrado en la Fig. 1, con frecuencia espacial de 3 cm^{-1} la cual se corresponde con el paso de discretización espacial (0,3 cm). El paso de rastreo angular empleado es de 6° .

```

Nf=N-1; Di=1.0; dx= Di/Nf; dy= Di/Nf; dfi=3.1416/Nf; w= 0.3*3.1416*Nf/Di;
for (i=N/2;i<=N/2;i++) {
  for (j=N/2;i<=N/2;j++) {
    for (n=N/2;n<=N/2;n++) {
      tn:= i*dx*cos(n*dfi)+j*dy*sin(n*dfi);
      for (k=N/2;k<=N/2;k++) {
        t=tn-k*dx;
        if (t=0) t=1.0e-8;
        h=sin(w*t)*w/t/3.1416-2.0*sin(w*t/2.0)**2/t/t/3.1416;
        f[i+ N/2+1,j+N/2+1]=f[i+N/2+1,j+N/2+1]+h*p[k+(N/2)+1,n+1];
      }
    }
  }
}
graficar_matriz(f);

```

Figura 1. Código correspondiente a la inversión mediante la transformada inversa de Radon, de los datos almacenados en la matriz $p[i,j]$ de tamaño $N \times N$, donde i,j corresponden respectivamente a desplazamientos espacial y angular. Di es el diámetro de la región barrida y w la frecuencia de corte (de filtrado).

2.1. Resultados obtenidos mediante tomografía axial de lentitud

La Figura 2 muestra la tomografía axial de lentitud para el caso de tres toberas de las cuales sale aire caliente, la termografía infrarroja tomada desde la parte superior del eje y la fotografía del montaje, en el cual se utilizó humo para poder visualizar el flujo convectivo, claramente de régimen laminar.

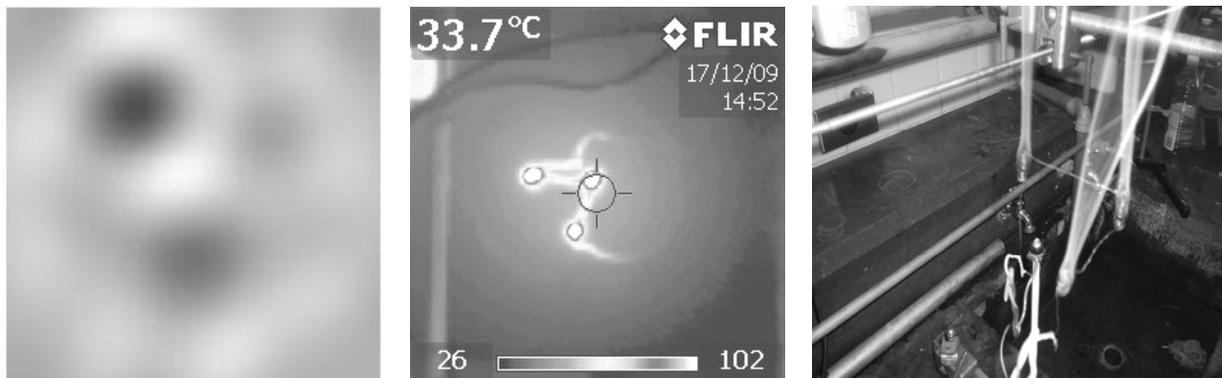


Figura 2. Tomografía de lentitud, termografía infrarroja y fotografía del montaje experimental. Observe que en la tomografía el efecto la radiación emitida por las columnas de aire caliente es imperceptible. La tomografía corresponde a un corte 5 cm sobre los bordes superiores de las toberas.

2.2. Resultados obtenidos del sediente el sonograma de barrido cartesiano.

Las imágenes mostradas en la figura 3 corresponden al sonograma de ondas acústicas reflejadas en una superficie horizontal con contraste de temperatura. También se muestra la termografía infrarroja y la fotografía del montaje experimental. El elemento calefactor es un alambre con un radio de 0.25 mm.

Con la finalidad de estudiar el efecto de la orientación de la superficie con respecto a la vertical, se procedió repetir el experimento con una superficie vertical. El resultado se muestra en la Fig. 4.

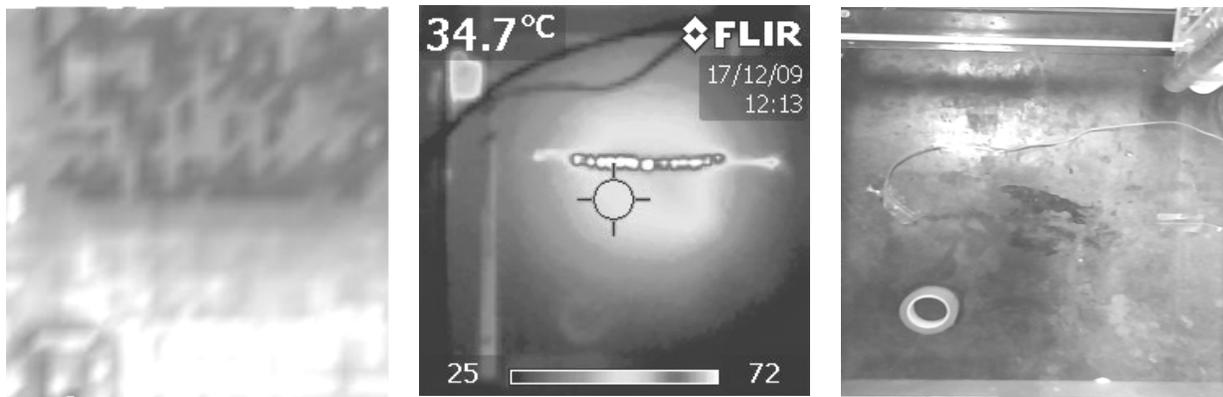


Figura 3. Sonograma de reflexión, termografía y fotografía de una superficie horizontal plana en la cual se produce un contraste de temperatura mediante un elemento calefactor. Un rollo de adhesivo se utiliza para identificar la orientación de la imagen.

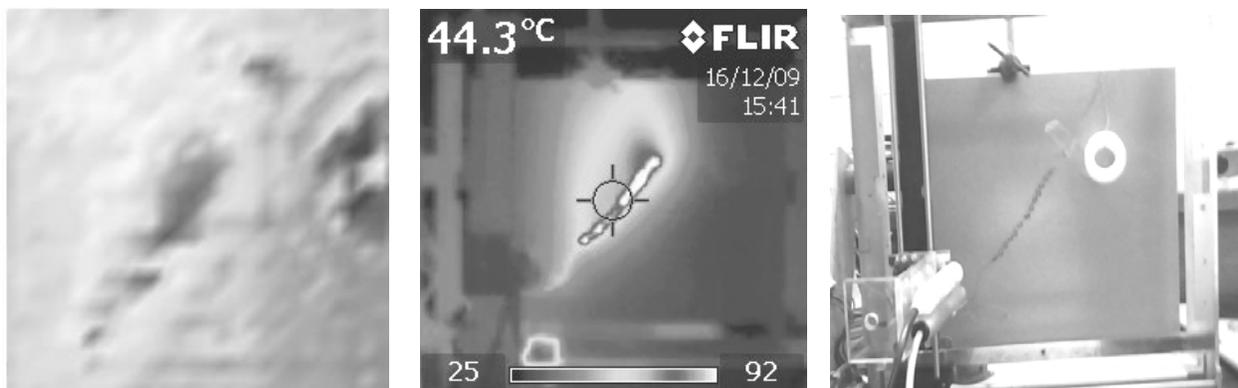


Figura 4. Sonograma, termografía infrarroja y fotografía de una superficie horizontal con contraste de temperatura. En la termografía se observa como el flujo convectivo calienta más la parte superior de la zona de mayor temperatura. Se observan el marco del dispositivo de rastreo y los transductores. Las imágenes no guardan la misma escala.

3. DISCUSION Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los resultados indican que las imágenes obtenidas mediante la inversión de datos correspondientes a lentitud pueden ser de utilidad en aplicaciones de temografía, sin embargo, la geometría del objeto estudiado plantea serias dificultades. La refracción del sonido a medida que pasa de una capa de gas a otra con diferente impedancia acústica, requiere la utilización de técnicas de tomografía de difracción. Un recurso simple consiste en capturar los datos en condiciones isotérmicas para su comparación con las imágenes obtenidas cuando hay contraste de temperatura.

Un caso particularmente importante y facil de aplicar, consiste en la diferenciación entre una superficie caliente y una superficie fría pero reflectante, como es el caso de superficies pulidas y de baja emisividad, proximas a objetos a temperaturas más altas.

Otro aspecto importante en cuanto a las imágenes obtenidas mediante sonogramas, es que estos se pueden obtener mediante amplitud transmitida o reflejada, para corrimiento de fase y para tiempo de tránsito de pulsos. Estos métodos suministran información independiente y complementaria a partir de datos que se pueden capturar simultáneamente en una operación de rastreo.

En cuanto a la parte cuantitativa tenemos que los resultados experimentales concuerdan con las predicciones teóricas, para imágenes basadas en amplitud y para las basadas en corrimiento de fase. Tanto en la tomografía como en las imágenes por reflexión, la resolución espacial, determinada en base a la interacción con objetos densos, de bordes definidos, es del orden de 5mm, para una longitud de onda de 8mm y un intervalo espacial de 3mm en el barrido longitudinal. En la tomografía el desplazamiento angular utilizado fue de 6°, luego para un radio de 50mm el desplazamiento máximo es 5mm.

La resolución en temperatura se asocia al gradiente de temperatura y a la resolución espacial y de fase. Tomando en cuenta que la velocidad del sonido en gases ideales es proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura, tenemos que un desarrollo de primer orden nos permite obtener la relación mostrada en la Ec. (1)

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta T}{2T} \quad (1)$$

Donde v es la velocidad del sonido y T la temperatura absoluta. ΔT representa incrementos finitos de la magnitud T .

Por otra parte, la relación entre el corrimiento de fase y el desplazamiento, también hasta primer orden, es de la forma mostrada en la Ec. (2)

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi f (\Delta x)(\Delta v)}{v^2} \quad (2)$$

Donde φ es el corrimiento de fase, f la frecuencia y Δx el incremento espacial del sistema de rastreo. Utilizando la Ec. (1) y la Ec. (2) tenemos que en función de la variación unitaria de la temperatura, el corrimiento de fase tiene la forma mostrada en la Ec. (3)

$$\Delta \varphi = \frac{\pi f (\Delta x)}{v} \frac{\Delta T}{T} \quad (3)$$

En el sistema experimental se tienen limitaciones en cuanto a la resolución espacial y a la sensibilidad del detector de fase. Para el sistema utilizado, el menor gradiente de temperatura detectable resultó ser de 4 K/mm.

4. CONCLUSIONES

Se ha logrado comparar el resultado de la aplicación de la técnica termográfica infraroja con imágenes obtenidas a partir de análisis de lentitud de ondas acústicas en el aire y se ha demostrado que este tipo de análisis permite complementar la termografía convencional. Adicionalmente, la técnica desarrollada puede aplicarse a investigaciones sobre fluidos y para la

determinación de velocidades de desplazamiento de gases, adicionalmente a los cambios de temperatura.

El comportamiento del aire caliente en superficies verticales, en los casos estudiados, corresponde a flujos convectivos en régimen laminar, mientras que para superficies horizontales el comportamiento es mucho más complejo. Posiblemente caótico.

Agradecimiento: La realización de este trabajo ha sido posible gracias a la colaboración de la Dirección de Postgrado y de la Coordinación Administrativa de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela.

5. REFERENCIAS

-
1. M. Ochs, T. Horbach, A Schulz, R Koch y H-J Bauer (2009), A novel calibration method for an infrared thermography system applied to heat transfer experiments, *Meas. Sci. Technol.* **20** 075103 (9pp)
 2. Constantino, E. y Ozanyan, K. (2008) Sinogram recovery for sparse angle tomography using a sinusoidal Hough transform, *Meas. Sci. Technol.* **19** No 9 (September 2008) 094015 (11pp)
 3. Schomberg H., (1978), An improved approach to reconstructive ultrasound tomography, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **11** L181-L185
 4. J M Blackledge, R E Burge, K I Hopcraft and R J Wombell (1987), Quantitative diffraction tomography. I. Pulsed acoustic fields, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Volume 20, Number 1, 14.
 5. J. M. Blackledge, R. E. Burge, K. I. Hopcraft and R. J. Wombell, (1987), Quantitative diffraction tomography. II. Pulsed elastic waves, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Volume 20, Number 1, 14.
 6. Akira Ishimaru, *Electromagnetic Wave Propagation, Radiation, and Scattering*, Ed. Prentice Hall, 1996, 656 pp.
 7. Burget, R., Wombell J. (1986), Radon space techniques for evaluation of industrial tomography systems. *Journal of Physics D: Applied Physics*, Volume 20, Number 4, 14 April 1987

IMAGEONOLOGÍA SÍSMICA 3D POST-APILAMIENTO EN EXPLORACIÓN PETROLERA

José L. Ramírez

German Larrazabal

jbarrios@uc.edu.ve

glarraza@uc.edu.ve

Centro Multidisciplinario de Visualización y Cómputo Científico (CEMVICC), Facultad de Ciencias y Tecnología (FACYT), Universidad de Carabobo, Valencia–Venezuela.

Abstract. *En este trabajo se presenta una implementación 3D Post-Apilamiento de un algoritmo de migración en profundidad llamada RTM (Reverse Time Migration) aplicando la técnica de reflectores explotantes, con el objetivo de poder obtener imágenes del subsuelo. Esta técnica de migración está basada en la solución de la ecuación de onda acústica en 3D empleando el método de diferencias finitas. Se emplearon esquemas en diferencias de segundo orden para aproximar la derivada en tiempo, mientras que para la derivada en espacio se uso un esquema en diferencias de cuarto orden. Los resultados obtenidos muestran la buena calidad de las imágenes al emplear la técnica de la migración RTM sobre un modelo 3D.*

Key words: Ecuación de Onda Acústica, Modelado Sísmico, Migración en Profundidad, RTM.

1 INTRODUCCIÓN

El modelado sísmico es de gran importancia en la industria petrolera, ya que permite dar información con respecto a la geología del subsuelo, para ello se han ideado técnicas que permitan obtener tal información, entre ellas encontramos la migración en profundidad. Una de las técnicas más robustas [ara hacer migración en profundidad es la migración en tiempo reverso (RTM por sus siglas en inglés *Reverse Time Migration*). El RTM es un método de migración que ha ganado popularidad en los últimos años debido a la exactitud de sus resultados. Actualmente con la disponibilidad de los supercomputadores, es posibles estudiar el subsuelo con mayor exactitud elaborando modelos 3D[1]. La técnica de RTM ha sido descrita por diversos autores [2],[3],[4] y [5], estos trabajos hicieron de la técnica de RTM una herramienta importante en imageonología sísmica.

2 MIGRACIÓN EN PROFUNDIDAD

La técnica de RTM empleada en este trabajo se basa en la ecuación de onda acústica. Dada la simetría de la ecuación en tiempo, esto permite aplicar el mismo esquema de diferencias finitas para obtener el campo de ondas, tanto en el modelo hacia atrás como en el modelo hacia adelante. La técnica de RTM en este trabajo usa el método de reflectores explotantes [6], el cual permite localizar los reflectores sísmicos en posición correcta. La sección sísmica es artificialmente simulada después de una corrección NMO y apilamiento mediante un experimento *zero-offset*, donde fuentes y receptores coinciden, así los términos post-apilamiento y migración *zero-offset* son equivalentes [7].

2.1 Reflectores Explotantes

Esta es una poderosa analogía que permite simplificar diversos problemas de propagación de onda. La figura (1(a)) muestra el experimento donde la data es adquirida mediante la repetición de experimentos *zero-offset*, de hecho es obtenida luego de recolectar los diversos CMP. La figura (1(b)) muestra un experimento ficticio en donde las fuentes son ubicadas sobre los reflectores, por lo que la onda generada se propaga hacia la superficie capturadas por un conjunto de geófonos.

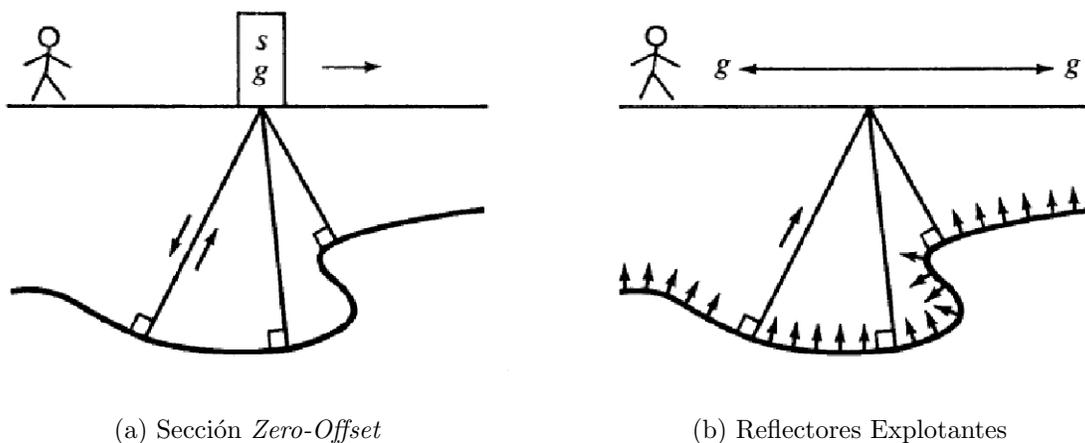


Figura 1: Analogía entre ambos experimentos.

Las figuras muestran que ambos experimentos producen el mismo campo de ondas, la diferencia es que la geometría del campo de ondas debe primero bajar y luego subir por el mismo camino, mientras que en el caso ficticio simplemente suben. La migración es entonces una operación que mapea la data grabada en la superficie de la tierra ($z = 0$) en una imagen del subsuelo. Si el campo de ondas almacenado en $z = 0$ es denotado por $p(x, y, z = 0, t)$ el proceso de migración es empleado para generar una imagen de la siguiente manera:

$$I(x, y, z) = p(x, y, z, t = 0) \quad (1)$$

donde $I(x, y, z)$ es una estimación de la fuerza del reflector (la reflectividad del reflector u horizonte). La analogía de los reflectores explotantes implica que el reflector explota en $t = 0$. Sin

embargo, el campo de ondas en $t = 0$ no es más que la imagen de las fuentes ficticias localizadas sobre los reflectores. El núcleo del proceso de migración es un algoritmo que permite propagar el campo de ondas almacenado en $z = 0$ dentro del subsuelo. De forma general, se puede decir que el algoritmo de migración se basa en dos componentes: un proceso que permita extrapolar o calcular el campo de ondas en profundidad y una condición de imagen.

2.2 Modelo de Propagación de Ondas

Se ha utilizado la ecuación completa de onda acústica 3D como proceso para generar el campo de onda en profundidad.

2.2.1 Modelado hacia adelante

Considerando la ecuación de onda acústica en un medio heterogéneo, la cual se deriva a partir de la relación de Euler y la ecuación de continuidad [8].

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \rho c^2 \vec{\nabla} \left[\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P \right] = src(t) \quad (2)$$

en donde c representa la velocidad del medio, P es la presión acústica, ρ es la densidad y $src(t)$ es la función fuente en el tiempo t . Empleando esquemas en diferencias finitas para discretizar la ec. (2), la segunda derivada con respecto al tiempo se puede aproximar por:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{P_{i,j,k}^{n+1} - 2P_{i,j,k}^n + P_{i,j,k}^{n-1}}{\Delta t^2} \quad (3)$$

donde Δt es el paso del tiempo. De manera similar se pueden aproximar las derivadas en espacio empleando ecuaciones en diferencias de orden superior. Para una aproximación de segundo orden, para la componente en x vendría dada por:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) \right] \right\}_{i,j,k}^n = \frac{\rho_{i+1/2,j,k}^{-1}}{\Delta x} \left[\frac{P_{i+1,j,k}^n - P_{i,j,k}^n}{\Delta x} \right] - \frac{\rho_{i-1/2,j,k}^{-1}}{\Delta x} \left[\frac{P_{i,j,k}^n - P_{i-1,j,k}^n}{\Delta x} \right] \quad (4)$$

las componentes en y y z se aproximan de manera similar a la ec. (4). Tomando $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ y densidad constante en el medio y resolviendo para el siguiente paso en tiempo $n + 1$, se puede reescribir la aproximación en diferencias finitas de segundo orden como sigue:

$$P_{i,j,k}^{n+1} = \frac{c^2(\Delta_t)^2}{(\Delta_x)^2} \left(P_{i+1,j,k}^n + P_{i-1,j,k}^n + P_{i,j+1,k}^n + P_{i,j-1,k}^n + P_{i,j,k+1}^n + P_{i,j,k-1}^n - 6P_{i,j,k}^n \right) + 2P_{i,j,k}^n - P_{i,j,k}^{n-1} \quad (5)$$

Aplicando la metodología anterior a la ec. (2), pero utilizando aproximaciones en diferencias finitas de orden superior para las derivadas en espacio, una solución en el tiempo a la ecuación de onda de cuarto orden viene dada por:

$$P_{i,j,k}^{n+1} = \frac{c^2(\Delta t)^2}{12(\Delta x)^2} \left(16 \left(P_{i+1,j,k}^n + P_{i-1,j,k}^n + P_{i,j+1,k}^n + P_{i,j-1,k}^n + P_{i,j,k+1}^n + P_{i,j,k-1}^n \right) - \right. \\ \left. \left(P_{i+2,j,k}^n + P_{i-2,j,k}^n - P_{i,j+2,k}^n + P_{i,j-2,k}^n + P_{i,j,k+2}^n + P_{i,j,k-2}^n \right) - 90P_{i,j,k}^n \right) + 2P_{i,j,k}^n - P_{i,j,k}^{n-1} \quad (6)$$

El valor más grande de tiempo de muestreo viene dado tanto por la condición de dispersión y la condición de estabilidad:

$$\Delta t \leq \min \left(\frac{1}{pf_{max}}, \frac{\mu h}{v_{max}} \right) \quad (7)$$

donde p es el número de muestras por período, f_{max} la máxima frecuencia, v_{max} es la velocidad máxima del medio, h es el espaciamiento entre los nodos de la malla y μ es una constante que depende del orden de aproximación. Para un esquema de cuarto orden $\mu = 1/2$, en [9], se pueden encontrar los valores de μ vienen para esquemas de segundo, sexto y octavo orden.

Para evitar reflexiones no deseadas se usan condiciones de borde de absorción propuetas por Reynolds [10], también se emplea una condición de no reflexión presentada por Cerjan [11], donde las amplitudes de la presión cerca de los bordes son gradualmente disminuidas a cero mediante el factor $G = e^{-[0.015(20-i)]^2}$.

2.2.2 Modelado hacia atrás

Si la ecuación de onda es formulada como una ecuación de retroceso en el tiempo, la información de las condiciones de borde pueden ser movidas en profundidad hasta alcanzar cero, este tiempo cero es lo que se conoce como condición de imagen. El esquema en diferencias finitas de cuarto orden en espacio viene dado por:

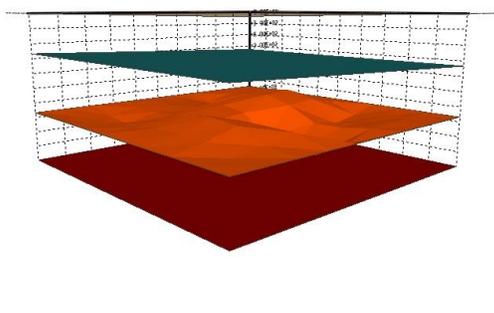
$$P_{i,j,k}^{n-1} = \frac{c^2(\Delta t)^2}{12(\Delta x)^2} \left(16 \left(P_{i+1,j,k}^n + P_{i-1,j,k}^n + P_{i,j+1,k}^n + P_{i,j-1,k}^n + P_{i,j,k+1}^n + P_{i,j,k-1}^n \right) - \right. \\ \left. \left(P_{i+2,j,k}^n + P_{i-2,j,k}^n - P_{i,j+2,k}^n + P_{i,j-2,k}^n + P_{i,j,k+2}^n + P_{i,j,k-2}^n \right) - 90P_{i,j,k}^n \right) + 2P_{i,j,k}^n - P_{i,j,k}^{n+1} \quad (8)$$

3 Resultados Experimentales

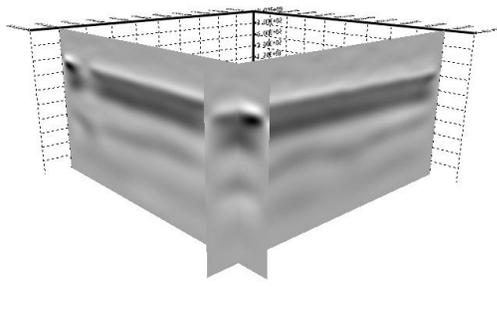
El código RTM fué desarrollado en Fortran 90. El archivo de parámetros posee los siguientes valores principales: tiempo de simulación en segundos, paso de tiempo en segundos, espaciado de la malla en metros, la frecuencia en Hertz. El modelo empleado en las pruebas se muestra en la fig. (2(a)) cuyo tamaño es de 3000 m en cada longitud, con tres capas cuyas velocidades vienen dadas por 1000 m/s, 2000 m/s y 3000 m/s para la primera, segunda y tercera capa respectivamente, el espaciado del mallado fue de 30 m, se uso un tiempo de simulación de 10 seg. con rata de muestreo de 0,001 seg. y una frecuencia de 3,3 Hz empleado una ondícula de Ricker.

La figura (2(b)) es una imagen sísmicas generadas por la implementación del código RTM, donde se pueden observar con detalle las estructuras presentes en el modelo.

La figura (3) muestra los resultados obtenidos superpuestos en el modelo original. Se puede observar a mas detalle la ubicación de los reflectores.

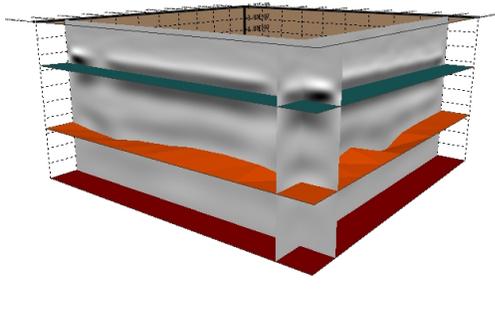


(a) Modelo 3D

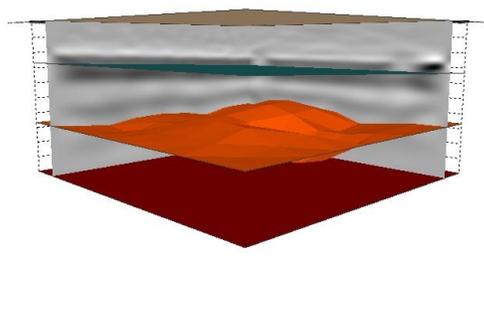


(b) Imagen Sísmica 3D usando RTM

Figura 2: Comparación entre el volumen de prueba y el resultado obtenido.



(a)



(b)

Figura 3: Resultados obtenidos superpuestos en el modelo original.

4 Conclusión

Se ha presentado en este trabajo los resultados de un algoritmo 3D que permite obtener imágenes sísmicas del subsuelo usando la técnica RTM. La solución de la ecuación de onda acústica 3D fue aproximada usando una aproximación en diferencias finitas de cuarto orden en espacio y segundo orden en tiempo. Se usó un modelo sintético en 3D como caso de prueba. Los resultados obtenidos muestran lo prometedor de la técnica empleada a fin de usarla en situaciones de la vida real en el industria petrolera.

REFERENCIAS

- [1] MUFTI, I., *Large-scale three-dimensional seismic models and their interpretive significance*. Geophysics. Vol. 55, No. 9, pp. 1166–1182. 1990.
- [2] WHITMORE, N. D., *Iterative depth migration by backward time propagation*. 53rd Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstract, 382–385. 1983.
- [3] BAYSAL, E., KOSLOFF, D. & SHERWOOD, J. W. C., *Reverse time migration*. Geophysics. Vol. 48, pp. 1514–1524. 1983.
- [4] LOEWENTHAL, D. & MUFTI, I., *Reverse time migration in spatial frequency domain*. Geophysics. Vol. 48, pp 627–635. 1983.
- [5] MCMEECHAN, G. A., *Migration by extrapolation of time-dependent boundary values*. Geophys. Prosp., 31, pp. 413–420. 1983.
- [6] BORDING, R., *Seismic wave propagation modeling and inversion*. Computational Sciences Educational Project. Stanford university. USA. 1995.
- [7] LARRAZÁBAL, G. & COLMENARES, C., *Seismic Modeling Experience In Oil Exploration*. VI Encuentro Colombia Venezuela de Estadística y VIII Jornadas de Aplicaciones Matemáticas. ISBN: 978-980-12-4063-1. 2009.
- [8] KEISWETTER, D., BLACK, R. & SCHMEISSNER, C., *A program for seismic wavefield modeling using finite-difference techniques*. Computers and Geosciences. Vol. 22, No. 3, pp. 267–286. 1996.
- [9] WU, W., LINES, L. & LU, H., *Analysis of higher-order, finite-difference schemes in 3-D reverse-time migration*. Geophysics. Vol. 61, No. 3, pp. 845–856. 1996.
- [10] REYNOLDS, A. C., *Boundary conditions for the numerical solution of wave propagation problems*. Geophysics, 43, 1099–1110. 1978.
- [11] CERJAN, C., KOSLOFF, D., KOSLOFF, R. & RESHEV, M., *A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations*. Geophysics. v50. Nro. 4, pp 705–708. 1985.

ANÁLISIS DE SEÑALES ELECTROENCEFALOGRAFICAS DE PACIENTES EPILEPTICOS POR APROXIMACIONES SIMBOLICAS

A. Delgado

P. Guillén

adelgado@ula.ve

pguillen@ula.ve

Centro de Simulación y Modelos (CESIMO), Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela

Resumen. *La Minería de Datos puede definirse como el proceso de extraer información implícita en los datos sin previo conocimiento y potencialmente útil. En este trabajo se presenta una técnica de la minería de datos llamada Método de Aproximaciones Simbólicas (SAX) la cual es aplicada a señales electroencefalográficas (EEG) de un sujeto sano, un paciente epiléptico y un paciente epiléptico quien experimento una crisis durante la adquisición del EEG. A través de este enfoque de representación simbólica se muestra una reducción de la dimensionalidad de los datos originales. Adicionalmente, se definen distancias en un espacio simbólico, cuya métrica permite identificar y cuantificar diferencias entre la actividad cerebral registrada en los diferentes canales que constituyen el registro EEG, siendo de interés clínico para el especialista. Se concluye que mediante SAX se logra cuantificar y predecir los cambios de actividad antes del inicio de una crisis epiléptica, ya que su naturaleza discreta permite la detección de anomalías y descubrimientos de patrones.*

Palabras Claves: Electroencefalografía, Aproximación Simbólica (SAX), Minería de Datos, Epilepsia

1. INTRODUCCION

La epilepsia es descrita a nivel fisiológico como la descarga sincronizada de impulsos eléctricos entre las neuronas de la corteza cerebral. Durante estas interacciones sincronizadas un ataque epiléptico se manifiesta, el cual tiene serias consecuencias en el comportamiento del individuo que padece esta patología. Estas descargas anormales pueden ocurrir en regiones locales del cerebro, fenómeno conocido como ataques o crisis parciales o focales. Dichas descargas se ven solamente en algunos canales del registro EEG, en otros casos, las descargas abarcan todo el cerebro (crisis generalizadas), actividad que se observa en todos los canales del EEG [1-3]. Diferentes técnicas del análisis no lineal han sido aplicadas para obtener información

oculta de la actividad cerebral [4]. El Método de Aproximación Simbólica (SAX) [5-7] a ser aplicado en este estudio está enmarcado dentro del área de la Minería de Datos, cómo técnica para la extracción de patrones que permita caracterizar y diferenciar comportamientos del sistema bajo estudio. Esta técnica será aplicada en una base de datos de señales EEG pertenecientes a un sujeto sano, un paciente epiléptico y un paciente epiléptico con crisis, con el objetivo de detectar cambios de la actividad cerebral, lo cual puede ayudar a un mejor entendimiento y diagnóstico médico de la epilepsia.

2. MATERIALES Y METODOS

2.1 Análisis Electroencefalográfico de la Epilepsia

El análisis electroencefalográfico está basado principalmente, en la exploración y reconocimiento de patrones gráficos en series temporales no estacionarias llamadas registros electroencefalográficos. El electroencefalograma (EEG) es un registro de los potenciales eléctricos (medidos en μV) generados por las células nerviosas de la corteza cerebral. Los cambios de voltaje entre los electrodos colocados en los diferentes canales de registro, regidos por el sistema internacional 10-20 mostrado en la Fig. 1, son medidos y amplificados antes de ser enviados a algún dispositivo de registro y muestra, como puede ser un computador con un software diseñado para este propósito.

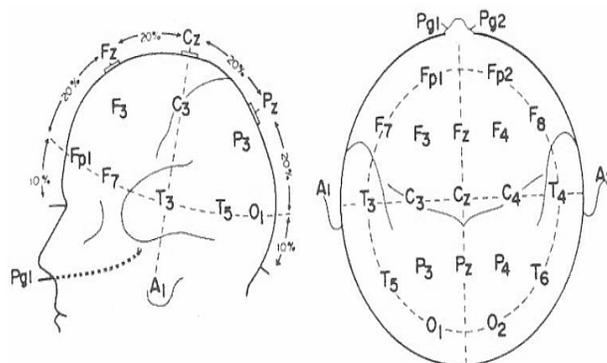


Figura 1- Sistema Internacional 10-20.

2.2 Base de Datos

La base de datos de este estudio está constituida por los registros EEG (18 canales) de un sujeto sano, un paciente epiléptico y un paciente epiléptico quién experimento una crisis de manera accidental durante la adquisición del registro. En la Fig. 2 se muestra el canal O1-Ref del EEG de un sujeto sano y en la Fig. 3 se muestra el canal O1-Ref del EEG de un paciente epiléptico antes y durante una crisis convulsiva.

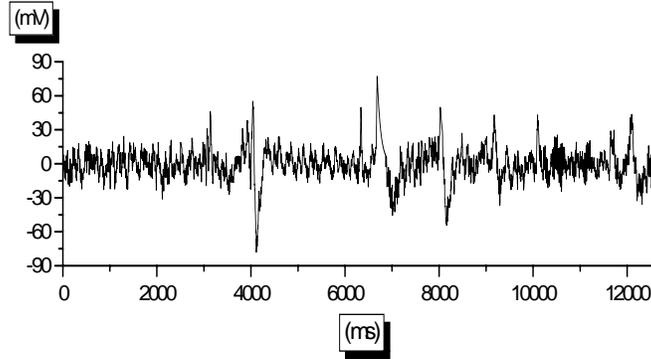


Figura 2- Canal O1-Ref de un registro EEG de un sujeto sano.

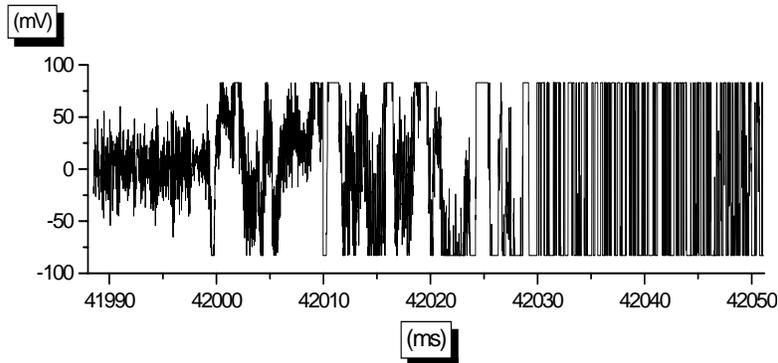


Figura 3- Canal O1-Ref de un registro EEG de un paciente antes y durante una crisis epiléptica.

2.3 Aproximación Simbólica SAX

El método SAX [5-7] es un nuevo método de representación simbólica de series de tiempo. Este enfoque simbólico es una técnica que permite que una serie temporal de longitud n , se reduzca a una cadena de longitud w , (donde $w < n$). Primero, se transforman los datos a una Aproximación Finita a Trozos (PAA) y luego la representación PAA se transforma a una nueva representación discreta de cadenas. Hay dos ventajas importantes al hacerlo: reducción de la dimensión y límites inferiores de las distancias medidas. Con más detalle el método SAX establece las siguientes etapas:

Representación PAA: se define cuando los datos de una serie de tiempo de longitud n se dividen en segmentos de tamaños iguales de longitud w . El i -ésimo elemento de \bar{c} es calculado por la siguiente ecuación:

$$\bar{c}_i = \frac{w}{n} \sum_{j=\frac{n}{w}(i-1)+1}^{\frac{n}{w}i} c_j \quad (1)$$

Donde se calcula la media de los datos comprendidos en cada uno de los segmentos, siendo la representación PAA el promedio de cada segmento

Discretización: consiste en aplicar una nueva transformación a los coeficientes obtenidos de la representación PAA con la finalidad de llevarlos a una palabra compuesta de símbolos. Con este propósito, es conveniente aplicar una técnica de discretización que produzca símbolos con igual probabilidad. En esta etapa se calculan los puntos de interrupción que originan áreas de un mismo tamaño bajo una curva de Gauss, por lo que es necesaria la normalización previa de los datos [7].

Distancias medidas: Al transformar los datos en la representación simbólica, se puede definir una función MINDIST que devuelve la mínima distancia de dos palabras que corresponden a las series de tiempo originales:

$$MINDIST = \sqrt{\frac{n}{w}} \sqrt{\sum_{i=1}^w (dist(\hat{q}_i - \hat{e}_i))^2} \quad (2)$$

3. RESULTADOS

A continuación se presentan resultados al aplicar el método SAX en la base de datos bajo estudio. Estos resultados consisten en mostrar gráficamente las distancias mínimas obtenidas entre los canales F3-Fz y F3-T4, respectivamente. Un análisis comparativo de estas distancias permite cuantificar y caracterizar los cambios de actividad, los cuales se relacionan con comportamientos sincronizados y desincronizados de la actividad cerebral. Para la estimación de la distancia mínima como índice estadístico que permite cuantificar estos cambios de la actividad cerebral se escogieron los siguientes parámetros: número de segmentos $W= 4$, tamaño del alfabeto $a= 4$, y tamaño de ventana $n = 320$ muestras.

En la figura 4 se muestran las distancias mínimas obtenidas entre los canales F3-Fz para el sujeto sano (Normal) y los pacientes epilépticos. Se puede observar que el paciente epiléptico con crisis refleja una única zona de desincronización de la actividad cerebral, el cual se cuantifica con una distancia no nula, antes y después de zonas de sincronización, cuantificadas por distancias nulas. El paciente epiléptico y el sujeto normal experimentan zonas de sincronización y desincronización, la desincronización en el sujeto normal es mayor, cuantificada por una distancia superior.

En la figura 5 se muestran las distancias mínimas obtenidas entre los canales F3-T4 para el sujeto sano (Normal) y los pacientes epilépticos. Se puede observar para el paciente epiléptico con crisis que existen zonas de desincronización seguidas de zonas sincronizadas antes del inicio de la crisis, y una desincronización durante la crisis. El paciente epiléptico experimenta una mayor desincronización, cuantificada con distancias no nulas, al comparar con el sujeto normal. Esta desincronización en el paciente epiléptico pudiese ser a la presencia de descargas epilépticas en ausencia de crisis o debido al suministro de fármacos donde se espera que su actividad cerebral se asemeje a la de un sujeto sano.

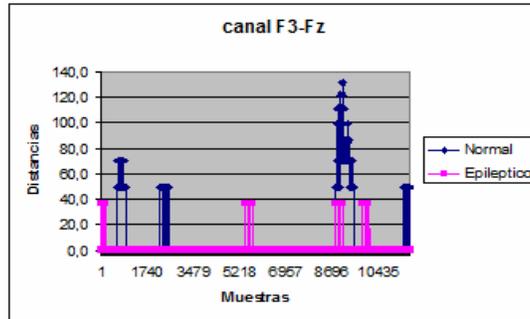
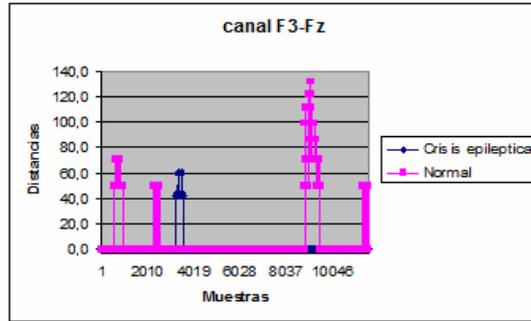


Figura 4- Distancias mínimas entre los canales F3-Fz.

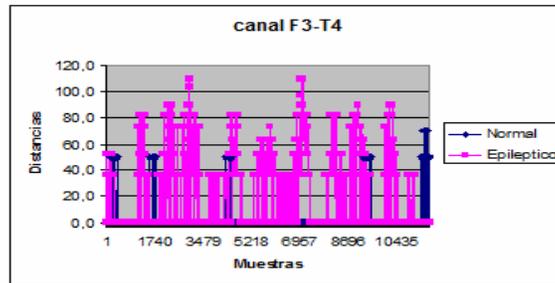
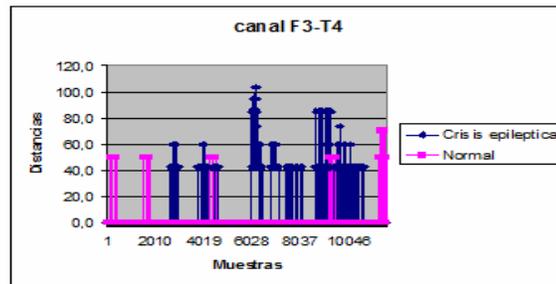


Figura 5- Distancias mínimas entre los canales F3-T4.

4. CONCLUSIONES

Al aplicar la técnica de Aproximación Simbólica con los parámetros escogidos: número de segmentos $W=4$, tamaño del alfabeto $a=4$, y tamaño de ventana $n=320$ muestras, y al realizar una comparación de las distancias mínimas obtenidas entre los canales que constituyen cada registro EEG se concluye que: en el paciente epiléptico con crisis se observaron comportamientos sincronizados y desincronizados de la actividad cerebral antes del inicio de la crisis. La obtención de este tipo de comportamiento podría ayudar a la predicción de una crisis.

En el paciente epiléptico se observaron comportamientos sincronizados y desincronizados en los canales al compararlo con el sujeto sano. Un comportamiento desincronizado se podría atribuir a que el paciente está recibiendo fármacos o bien a la presencia de una descarga epiléptica en ausencia de crisis.

En vista de los resultados obtenidos el método SAX podría ser útil como una técnica de monitorización y análisis de registros EEG, que permitiría cuantificar y caracterizar los cambios de la actividad cerebral del paciente epiléptico y predecir los eventos de una crisis. En general, se demuestra que esta representación es competitiva en la caracterización de comportamientos, ya que su naturaleza discreta permite abordar nuevas tareas como la detección de anomalías y descubrimientos de patrones en señales electroencefalográficas.

Los resultados obtenidos forman parte de una investigación inicial, estudios posteriores considerarán una base de datos mayor, de manera de poder lograr una eficacia del método presentado.

REFERENCIAS

- [1].Kandel, E., Schwartz, J., T. Jessell T., Principles of Neural Science. Third Edition. Elsevier Science Publishing Co., Inc. New York, pp. 777-787, 1991.
- [2].Niedermeyer, E., Historical aspects. Niedermeyer E, Silva F., editors. Electroencephalography, basic principles, clinical applications, and related fields. Baltimore, Maryland: Williams & Wilkins, pp. 1-14, 1999.
- [3].Gotman, J., The use of computers in analysis and display of EEG and evoked potentials. Daly D., Pedley T., editors. Current practice of clinical electroencephalography, 2nd ed. New York: Raven Press, pp. 51-83, 1990.
- [4].Moran, A., Cosenza, M., Guillén P., Coutin P., Synchronization and clustering in electroencephalographic signals. Chaos, Solitons and Fractals, vol. 31, pp. 820-825. 2007.
- [5].Lin, J., Keogh, E., Lonardi, S., Experiencing SAX: A Novel Symbolic Representation of Time Series. DMKD Journal, 2007.
- [6].Lin, J., Keogh, E., Lonardi, S., A Symbolic Representation of Time Series, with implications for Streaming Algorithms. University of California, 2003.
- [7].Lin, J., Keogh, E., Patel, P., Lonardi, S. Finding Motifs in Time Series. Riverside Computer Science & Engineering. University of California, 2007.

A TECHNIQUE OF THREE-DIMENSIONAL RECONSTRUCTION OF MYOCARDIAL TISSUE DAMAGE AFTER ISCHEMIC HEART DISEASE USING IMAGE PROCESSING IN CARDIAC MAGNETIC RESONANCE IMAGING

Giovana Gavidia

giovana.gavidia@inabio.edu.ve

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela, Edificio IMME UCV, Postal Address 5036, Caracas 1050-A, Venezuela.

Eduardo Soudah

Jorge Pérez

esoudah@cimne.upc.edu

ronda@cimne.upc.edu

International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), Universidad Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain.

Miguel Cerrolaza

miguel.cerrolaza@inabio.edu.ve

Instituto Nacional de Bioingeniería, Universidad Central de Venezuela, Edificio IMME UCV, Postal Address 5036, Caracas 1050-A, Venezuela.

Miguel Martín-Landrove

mmartin@fisica.ciens.ucv.ve

Centro de Física Molecular y Médica, Universidad Central de Venezuela, Ciudad Universitaria, Paseo Los Ilustres, Los Chaguaramos and Centro de Diagnóstico Docente, Las Mercedes, Caracas – Venezuela

Eugenio Oñate

eonate@cimne.upc.edu

International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), Universidad Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain.

Abstract. *Acute myocardial infarction (AMI) is a type of Ischemic Heart Disease (IHD) that usually occurring after a partial or complete obstruction of a coronary artery. This leads to tissue damage observed in the loss of a variable zone of functional myocardial known as left ventricular scar. Cardiac Magnetic Resonance (CMR) can be used to visualize the transmural extent of myocardial infarction with high spatial resolution and to identify of viable myocardium. The ventricular scar has specific characteristics that allow segmentation of IHD from no ischemic tissue. Moreover, CMR segmentation generates different zones within the lesion that may reflect heterogeneity of tissue damage. In this work a novel and comprehensive technique of 3D reconstruction to visualize the geometric model of left ventricle and the scar tissue is proposed. Firstly, the low quality of CMR is solved using enhancement algorithms to reduce image noise and increase the contrast of structures of interest. This step is very*

important because in CMR the distinction between normal and abnormal tissue is subtle and the accurate interpretation of scar is difficult if noise levels are high. Then, we use a hybrid segmentation approach in multi-stage to identify the scar tissue and obtain the left ventricular, the zone of infarction and necrosis. Finally, these data are used to generate discrete models using Computer-Aided Design (CAD) tools and verify its utility for analysis with the Finite Element Methods. The models generated can be applied in several clinical cases and get results fast and useful for understanding quantitative and qualitative information of ventricular function from the 3D structures obtained.

Key words: Ischemic heart disease, acute myocardial infarction, cardiac magnetic resonance, imaging processing, segmentation, geometric modeling, CAD.

1. INTRODUCCIÓN

La cardiopatía isquémica es un conjunto de enfermedades del corazón cuyo origen radica en la incapacidad de las arterias coronarias para suministrar el oxígeno necesario a un determinado territorio del músculo cardíaco. El infarto agudo de miocardio (IAM) es un tipo de cardiopatía isquémica que ocurre usualmente después de la obstrucción completa de una arteria coronaria por el riego sanguíneo insuficiente en una parte del corazón (zona del miocardio). Posterior al infarto agudo, los médicos requieren determinar la extensión del infarto para ayudar a estratificar el riesgo e identificar tejido viable. Esto es generalmente realizado a través del análisis por Resonancia Magnética Cardiovascular (RMC) que consiste en administrar al paciente un material de contraste endovenoso (Gadolinio) que tiene la propiedad de acumularse en las partes afectadas del miocardio y en consecuencia dar mayor contraste a las zonas de la cicatriz isquémica (necrosis).

En este trabajo, se propone técnicas de procesamiento de imágenes implementadas a partir de un conjunto de algoritmos ejecutados secuencialmente para obtener los modelos geométricos del ventrículo izquierdo, músculo miocardio y cicatriz isquémica. Se aplicaron técnicas de pre procesamiento para (a) eliminar el ruido existente en imágenes de RMC, empleando filtros de difusión anisotrópica [1], técnica clasificada dentro de los filtros de suavizado con preservación de bordes, y (b) mejorar los bordes para realizar una efectiva segmentación a través del cálculo de la magnitud del gradiente y la aplicación de los filtros *sigmoid*. El siguiente paso fue la segmentación de las regiones de interés, se utilizó el algoritmo *Watershed* [2] para obtener el volumen del ventrículo izquierdo con músculo miocardio y el método *Level Set* [3] para obtener el volumen de la cicatriz isquémica. Un siguiente paso fue exportar los volúmenes geométricos en formatos legibles por herramientas CAD como GiD[4], Paraview [5], Inventor Autodesk [6] y Abaqus [7], con la finalidad de verificar si los modelos obtenidos pueden ser modelados y analizados con los métodos numéricos.

2. MÉTODO.

2.1. Pre-proceso.

Filtrado del ruido. Con el objetivo de eliminar el ruido presente en las imágenes, se utilizó el algoritmo *itk::GradientAnisotropicDiffusionImageFilter* de ITK [8] que implementa una versión N-dimensional de la clásica ecuación de difusión anisotrópica propuesta por [1], ver ecuación 1. En la ecuación se utiliza un detector de bordes $|\nabla I|$, responsable de suavizar el ruido, cuyo valor tiende al infinito al acercarnos a un borde perfecto.

$$I_t = \nabla \cdot (g(|\nabla I|) \nabla I) \quad (1)$$

La función $g(|\nabla I|)$ es empleada para reducir la conductancia en áreas de valores de $|\nabla I|$ grandes. Se le asigna un valor 0 donde el valor del gradiente es grande y disminuye completamente cuando el gradiente es bajo, es decir: $g(x) \rightarrow 0$, si $x \rightarrow \infty$ (valor alcanzando en un borde); y $g(x) \rightarrow 1$, si $x \rightarrow 0$ (valor alcanzando dentro de una región).

Realzado de bordes. En las imágenes empleadas se visualizan diferentes tejidos que conforman el corazón y que pueden ser difíciles de separar uno del otro. Se empleó el cálculo del gradiente de la imagen y su módulo, lo cual resultó útil para la determinación de los contornos y la separación del ventrículo izquierdo, el músculo miocardio y la cicatriz isquémica. En la ecuación 2, se presenta la función para el cálculo del gradiente de un punto en las direcciones x , y , z . El resultado es un vector que nos muestra que tan brusco o suavemente cambia una imagen en cada *voxel* analizado, que tanto un punto determinado representa un borde en la imagen y la orientación a la que tiende ese borde. Es decir, el vector obtenido nos informa la dirección del mayor incremento posible (de negro a blanco) y el valor de cambio en esa dirección por cada *voxel*. En la práctica, nos resultó más útil calcular la magnitud del gradiente, ver ecuación 3, que interpretar su dirección, el motivo es que con la magnitud se genera una imagen en escala de grises I_{mg} con los bordes delimitados, lo cual ayuda a la separación de regiones homogéneas.

$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right] \quad (2) \quad |\nabla f| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2} \quad (3)$$

El uso del gradiente puede ser muy sensible al ruido si no se aplica ningún suavizado previo, por ello, la imagen de entrada a este filtro fue la imagen suavizada obtenida al aplicar el filtro de difusión anisotrópica, mencionado en el paso anterior.

La zona de la cicatriz necesitó la aplicación de un filtro adicional con la finalidad de reforzar los bordes y garantizar una adecuada segmentación. Luego de obtener el gradiente, se aplicó el filtro *sigmoid* proporcionado por ITK [8] en *itk::SigmoidImageFilter*, el cual transforma la intensidad de los valores de gris de la imagen, generando una imagen $I_{sigmoid}$ con los *voxels* de los bordes pronunciados y los demás *voxels* de las regiones atenuados progresivamente. Este filtro es configurado por cuatro parámetros y se define como:

$$I_{sigmoid} = (Max - Min) \cdot \frac{1}{\left(1 + e^{-\left(\frac{I - \beta}{\alpha}\right)}\right)} + Min \quad (4)$$

Donde I contiene las intensidades de los *voxels* de entrada. $I_{sigmoid}$ contiene las intensidades de los *voxels* de salida, Min y Max son los valores mínimo y máximo de la imagen de salida, α define el ancho del rango de intensidades de entrada, y β define la intensidad alrededor de la cual el rango es centrado.

2.2. Segmentación.

a. Segmentación ventrículo izquierdo con músculo miocardio. El algoritmo *Watershed* [2] fue empleado como un primer paso de un método de segmentación híbrida para obtener el volumen del ventrículo izquierdo y el músculo miocardio. En este algoritmo, la imagen se ve como una superficie topográfica con picos y valles, donde los valores de elevación del paisaje son definidas por el valor de gris de cada píxel o su magnitud gradiente. Basados en una reconstrucción 3D, el algoritmo divide la imagen en regiones llamadas "cuencas hidrográficas" (*catchment basins*). Para cada mínimo local, una cuenca hidrográfica comprende todos los puntos cuyo camino más empinado desciende terminando sobre este mínimo. Finalmente, *Watershed* queda definido por las líneas de borde que separa una cuenca de otra. En nuestro algoritmo, la imagen de entrada fue la imagen magnitud gradiente I_{mg} (obtenida en la sección anterior), la cual es considerada como una función de altura donde los valores altos indican la presencia de bordes. El primer paso fue eliminar las regiones poco profundas que se encuentren por debajo de un mínimo valor de *umbral*, lo cual ayudó a controlar la sobre-segmentación. A partir de esto, el algoritmo creó una segmentación inicial siguiendo el más rápido descenso de cada píxel hasta los mínimos locales. El resultado inicial fue pasado a un segundo filtro que

consideró solo aquellas regiones con una profundidad menor a un nivel de *profundidad* máximo establecido, de esta manera se controló hasta donde descendía la segmentación (llenado de cuencas). Los parámetros *umbral* y *profundidad* fueron establecidos dentro del rango [0,0 - 1.0] y elegidos de manera arbitraria. Como resultado de esta función se obtuvo una primera segmentación, la imagen I_w conformada por varios segmentados conectados de manera no conexas y etiquetados con un nivel de gris distinto, ver ecuación 4.

$$I_w = \bigcup_{i=1}^n I_i, \quad I_i \cap I_j = \emptyset \text{ para } i \neq j \quad (5)$$

Para obtener el volumen completo de las zonas de interés fue necesario agrupar algunos de los segmentos adyacentes considerando los niveles de gris de las regiones etiquetadas. Es así, que el segmento completo del ventrículo $I_{ventriculo}$ se obtuvo empleando umbralización a través de un umbral inferior t_0 y un umbral superior t_f , donde: $t_0 \leq I_{ventriculo} \leq t_f$. Se procedió de la misma manera para conformar el volumen completo del músculo miocardio $I_{miocardio}$.

b. Segmentación de la cicatriz isquémica. La segmentación de la cicatriz se realizó empleando el método *Level Set* propuesto por primera vez por Sethian [3]. Este método pertenece al grupo de algoritmos basado en modelos deformables que implica tareas más especializadas para segmentar estructuras anatómicas de forma variable y solapadas con otras, lo cual es una ventaja frente a las técnicas mencionadas anteriormente. *Level Set* utiliza información del tamaño, la forma de los objetos, las distribuciones de gris, características de simetría, orientación y gradiente, entre otras. Está basado en la aplicación de métodos numéricos para rastrear la evolución de contornos y superficies denominado *snake* que son colocados inicialmente sobre la imagen y son manipulados por una ecuación diferencial para encontrar bordes y adquirir la forma de las zonas de interés. El algoritmo fue iniciado con la implantación de tres *snakes* esféricos en la zona de la cicatriz. La ecuación diferencial utilizada (ver ecuación 6), establece en valor de la función *Level Set* Ψ basada en tres velocidades y parámetros, donde: A (velocidad de propagación) que es la responsable de la extensión del *snake* hacia dentro o hacia fuera; Z (velocidad de curvatura) responsable de controlar la forma del *snake* modificando la curvatura de k ; P (velocidad de advección) es la más crítica y es responsable de que el *snake* frene ante la presencia de bordes en las regiones; γ , α , β , y γ parámetros que modifican las velocidades en cada movimiento del *snake*.

$$\frac{d}{dt}\psi = -\alpha A(x) \cdot \nabla \Psi - \beta P(x) |\nabla \Psi| + \gamma Z(x) k |\nabla \Psi| \quad (6)$$

En un instante de tiempo, la forma del contorno pudo ser obtenido extrayendo la función Γ (*Zero-Level Set*) de la imagen salida, como se presenta en la ecuación 7. Esta imagen extraída representa un mapa de distancias, siendo necesario aplicar umbralización para extraer la zona de la cicatriz.

$$\Gamma((X, t) = \{\Psi(X, t) = 0\} \quad (7)$$

2.3. Exportación de modelos geométricos. Los volúmenes obtenidos fueron guardados en formato **.vtk* y **.stl* e importados desde diferentes programas de visualización y herramientas CAD. Utilizamos *GiD* [4] y *ParaView* [5] para visualizar los modelos en superficie y generar el mallado. Se empleó *Inventor Autodesk* [6] para convertir los modelos en sólidos y finalmente, se utilizó *Abaqus*[7] para discretizar los modelos y verificar si era posible hacer análisis con los elementos finitos.

3. RESULTADOS.

En las figuras 1 y 2 se presentan los resultados obtenidos con cada una de las técnicas de preprocesamiento y segmentación aplicadas en imágenes médicas de RMC en formato DICOM, tamaño de 192×192 pixels, *pixel spacing*: 1.5625×1.5625 mm, y *slicethickness*: 2.5 mm. Por efectos de visualización, solamente se presenta uno de los cortes axiales utilizados.

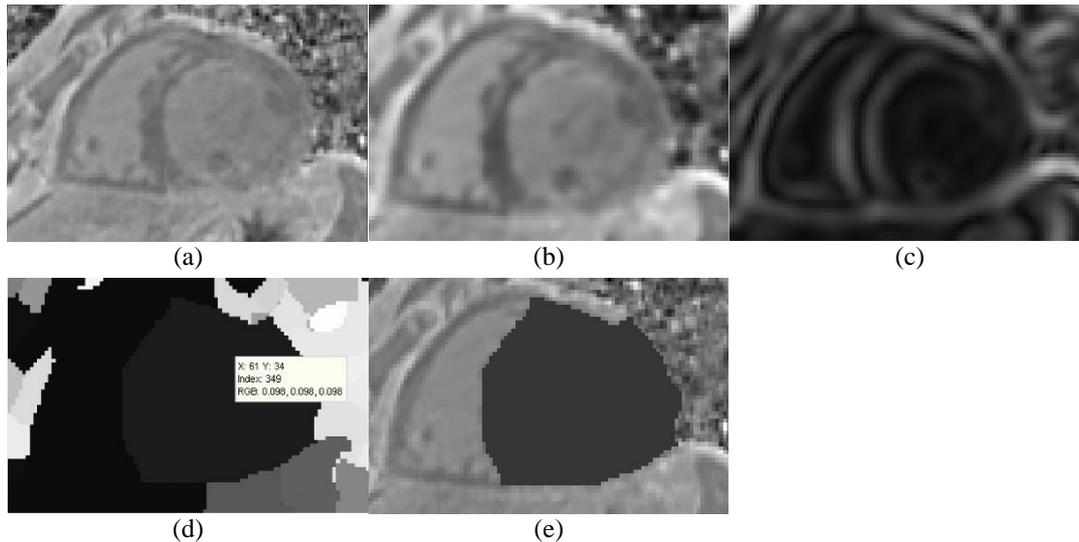


Figura 1. Volumen del ventrículo izquierdo con músculo miocardio. (a) Uno de los cortes axiales de la imagen original de RMC. (b) Suavizado del ruido de (a) con filtro anisotrópico. (c) Imagen módulo gradiente de (b). (d) Imagen *Watershed* obtenida a partir (c). (e) Región del ventrículo izquierdo con miocardio obtenido con umbralización a partir de (d).

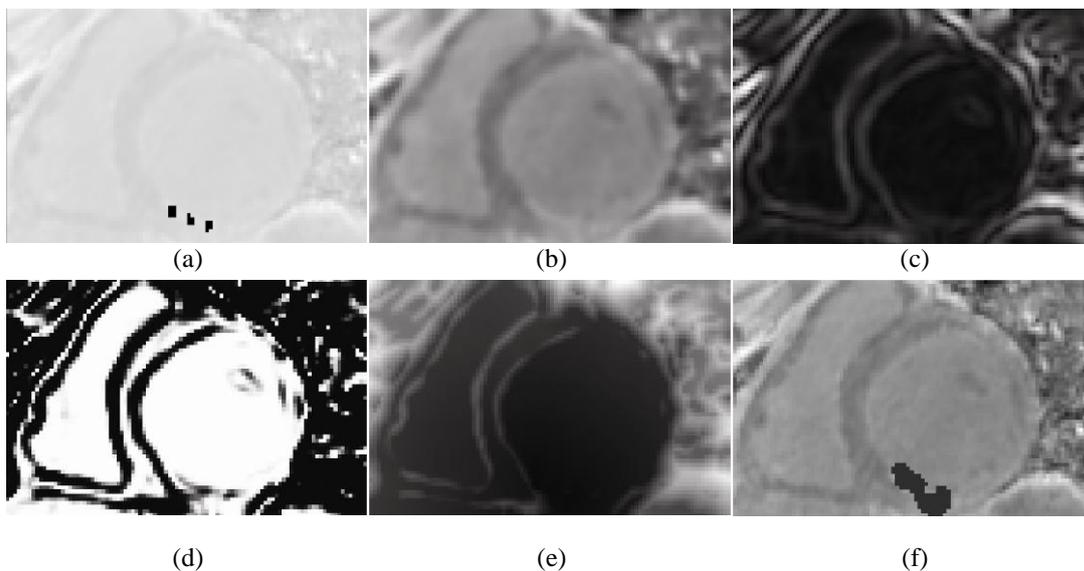


Figura 2. Volumen de la cicatriz isquémica. (a) Uno de los cortes axiales de la imagen original de RMC con tres snakes implantados. (b) Suavizado del ruido de (a) con filtro anisotrópico. (c) Imagen módulo gradiente de (b). (d) Imagen con los bordes reforzados empleando el filtro sigmoid (e) Imagen Level Set aplicada en (d). (f) Región de la cicatriz isquémica obtenida extrayendo el zero level-set de (d).

En la figura 3 se presenta la visualización de los volúmenes finales del ventrículo izquierdo, cicatriz, y el mallado empleando los programas GiD [4] y ParaView [5]. En la figura 4 se presentan los modelos obtenidos a partir de las imágenes de RMC de otro paciente con cardiopatía isquémica.

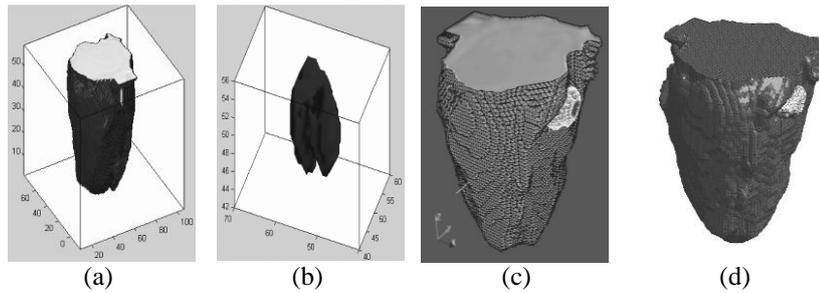


Figura 3. Visualización de los volúmenes y el mallado del ventrículo izquierdo con músculo miocardio y cicatriz isquémica a partir de los volúmenes de la figura 4 y 5. (a) Volumen final del ventrículo con músculo miocardio. (b) Volumen final de la cicatriz isquémica. (c) Visualización de los volúmenes en malla utilizando ParaView [5]. (d) Visualización de los volúmenes en malla de hexaedros utilizando GiD[4].

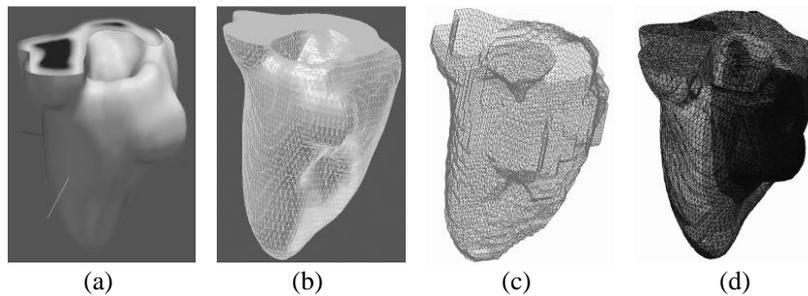


Figura 4. Modelado geométrico de ventrículo izquierdo con músculo miocardio y cicatriz isquémica. (a) Volumen original utilizando ParaView [5]. (b) Mallado del volumen empleando GiD[4]. (c) Sólido del volumen empleando Inventor Autodesk [6]. (d) Modelo discreto con el método de los elementos finitos generado con Abaqus [7] empleando parámetros de prueba.

4. CONCLUSIONES

La ejecución secuencial de las técnicas de preprocesado y segmentación propuestas permitieron obtener el volumen de ventrículo izquierdo y distinguir y delimitar la zona de la necrosis (cicatriz isquémica) de manera rápida. Estos volúmenes fueron exportados a otros programas y herramientas CAD, en los cuales se verificó su legibilidad y utilidad para generar diferentes vistas como mallado, superficies y sólidos, a partir de los cuales se consiguió discretizar el modelo con el método de los elementos finitos a partir de unos parámetros de prueba.

BIBLIOGRAFIA

- [1] P. Perona and J. Malik [1990]. *"Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion"*. IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell. vol. 12, pp. 629–639.
- [2] Hahn H. K. and Peitgen H.-O. [2003]. *"IWT—Interactive Watershed Transform: A hierarchical method for efficient interactive and automated segmentation of multidimensional grayscale images"*. In *Proc. of SPIE Medical Imaging*, pp. 643–653.
- [3] J. A. SETHIAN [1996]. *"A fast marching level set method for monotonically advancing fronts"*. Applied Mathematics. Vol. 93, pp. 1591-1595. Proc. Natl. Acad. Sci. USA.
- [4] R. Ribó, M. Pasenau, E. Escolano, J. Pérez, A. Coll, A. Melendo, S. González [2008]: *GiD The Personal Pre and Postprocessor. Reference Manual, version 9*. CIMNE.
- [5] *Parallel Visualization Application. User's Guide, version 1.6*. Kitware, Inc. 2009.
- [6] Autodesk Inventor Professional 2009. Getting Started Guide. URL: <http://www.autodesk.com/inventor>
- [7] Abaqus 6.9. ABAQUS/CAE User's Manual . URL: <http://www.simulia.com>
- [8] L. Ibañez, W. Schroeder, L. Ng, J Cates: *The ITK Software Guide, Second Edition*. Kitware Inc. 2005.

AUTOMATIZACIÓN DE LOS PROCESOS DE CUANTIFICACIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE BACTERIAS EN IMÁGENES DIGITALES DE MICROSCOPIA

Félida A Roa

Antonio J Bravo

felianroa@gmail.com

abravo@unet.edu.ve

Grupo de Bioingeniería, Universidad Nacional Experimental del Táchira

Alexis Valery

avalery@unet.edu.ve

Laboratorio de Biofertilizantes, Universidad Nacional Experimental del Táchira

Av. Universidad, San Cristóbal -Venezuela

Abstract. El estudio de técnicas automatizadas para la caracterización de bacterias y colonias de bacterias en imágenes de microscopía, condujo a la implementación de un conjunto de algoritmos basados en técnicas de procesamiento de imágenes. Se utilizaron la homogeneización del fondo, segmentación con la transformada Watershed y reconocimiento de patrones con la comparación de plantillas (template matching), con la finalidad de determinar la cantidad, forma y tamaño promedio de las bacterias, así como, cuantificar las colonias y determinar su tamaño promedio. La homogeneización del fondo logró equilibrar las variaciones en los tonos correspondientes al fondo, favoreciendo el procesamiento realizado por la transformada Watershed para la separación de fondo y objetos (bacterias) y finalmente poder identificar las bacterias con la comparación de plantillas (template matching). Con la automatización del proceso de caracterización de bacterias y colonias de bacterias se logra obtener resultados de forma rápida, disminuir errores ocasionados por cálculos manuales y eliminar la subjetividad presente en los resultados finales. El funcionamiento de los algoritmos fue probado al procesar imágenes de diferentes características. Estos resultados se compararon con los valores encontrados por un biólogo durante el proceso manual y la revisión documental.

Keywords: Transformada Watershed, Template Matching, Bacterias, Procesamiento de Imágenes.

1. INTRODUCCION

Los estudios que se llevan a cabo en las áreas de investigación de la biología, generalmente están relacionados con microorganismos. Algunas bacterias y hongos son utilizados para la producción de biofertilizantes, los cuales son compuestos ecológicos que aportan nutrientes a las plantas y, además, permiten la sustitución total o parcial de fertilizantes sintéticos [1].

Los estudios con microorganismos requieren de un elevado número de observaciones visuales, lo que demanda una inversión grande de tiempo y esfuerzo por parte del investigador. Un ejemplo de ello es el estudio de bacterias y colonias de bacterias, en donde los procesos de caracterización son generalmente manuales y dependen directamente del criterio del investigador. La caracterización manual es un proceso lento, produce resultados con errores significativos, esto debido a la cantidad de observaciones visuales necesarias para determinar la presencia de bacterias en una muestra, y a la dificultad para identificar visualmente si se trata de una bacteria o de una colonia de bacterias [2].

2. METODOLOGÍA

A continuación se describe el procedimiento propuesto para la cuantificación y caracterización automática de bacterias y colonias de bacterias.

2.1 Mejoramiento de la imagen

En las imágenes de las muestras bacterianas existen regiones con alto grado de pigmentación, que no corresponden a los microorganismos, por lo tanto el fondo de la imagen no es homogéneo y, algunas bacterias son muy tenues y otras con bordes poco diferenciados.

Para diferenciar la información de las bacterias del fondo no homogéneo de la imagen, se utilizó la técnica de tablas de búsqueda (LUT), cuyo procedimiento se describe a continuación:

1. Seleccionar un conjunto n de imágenes de diferentes características.
2. Determinar el vector porcentaje de frecuencia Eq. (1), para cada imagen a partir de su histograma.

$$F^j = [f_0^j, f_{64}^j, f_{127}^j, f_{191}^j, f_{255}^j] \quad (1)$$

3. Calcular el promedio del vector porcentaje de frecuencia Eq. (2)

$$F_{nivel_i} = \sum_{j=1}^n f_{nivel_i}^j, \forall 0 \leq i \leq 4 \quad (2)$$

4. Construir la función de transferencia de la LUT, la cual se definió con la concatenación de cuatro transformaciones lineales (entrada Eq. (3) y salida Eq. (4), respectivamente).

$$entrada_{LUT}^i = nivel_i \quad (3)$$

$$salida_{LUT}^i = \sum_{k=0}^i F_{nivel_k}, \forall 0 \leq i \leq 4 \quad (4)$$

Una vez aplicado el procedimiento anterior, las imágenes con problemas de contraste se procesan mediante una técnica de realce de contornos, basada en el operador de gradiente que utiliza el criterio de coherencia propuesto por Ando [3]. El operador óptimo 5×5 se utiliza para

obtener x e y gradientes de dirección asociada con las imágenes filtradas.

2.2 Segmentación basada en la transformada Watershed

En este trabajo se usó una implementación del algoritmo de la transformada Watershed [4] basado en la simulación de inmersión [5] desarrollada por Sage [2]. En esta implementación se consideran dos etapas principales: pre-procesamiento de imagen y segmentación de la imagen.

En la etapa de pre-procesamiento, se utilizan dos técnicas, la primera el filtro de sustracción de fondo (subtract background), el cual se basa en la implementación del algoritmo del rolling ball propuesto por Sternberg [6]; y la segunda, el filtro de suavizamiento (smooth), el cual calcula para cada píxel de la imagen de entrada, el promedio de los vecinos. En la imagen de salida el valor del píxel es sustituido por el promedio obtenido.

La segunda fase es la aplicación de la transformada Watershed. Para ello se utilizan como parámetros los valores reportados por Sage [2], para segmentación de imágenes de microscopía. El objetivo de esta segmentación es encontrar en la imagen las zonas de interés (bacterias). Este algoritmo genera dos imágenes binarias resultado, la primera con las bacterias (píxeles negros) y la segunda con los contornos de las bacterias (píxeles negros). La unión de estas dos imágenes origina una nueva imagen, la cual es analizada mediante el uso de una máscara de lxm . Si la cantidad de píxeles negros en esta ventana es menor que cierto umbral predefinido, todos los píxeles se cambian a negro, de lo contrario se dejan iguales.

2.3 Procedimiento del template matching

Con el propósito de determinar el número de bacterias en la imagen, se utiliza un algoritmo basado en el template matching [7]. Este algoritmo tiene como objetivo determinar la correspondencia entre plantillas de tamaño axb y los objetos segmentados en la sección 2.2. Las plantillas son construidas con patrones de bacterias, de distintas formas y orientaciones. El algoritmo analiza la imagen original comparando secciones de tamaño axb con cada plantilla predefinida.

Una métrica que establece el grado de similitud entre una región de la imagen y la plantilla es usada para determinar si la región en estudio corresponde a un microorganismo Eq. (5).

$$S(i, j) = \sum_{k=i-a/2, x=a}^{k=i+a/2, x=a} \sum_{l=j-b/2, y=b}^{l=j+b/2, y=b} f(k, l)g(x, y) \quad (5)$$

Donde S es la similitud de cada píxel (i, j) , a y b son las dimensiones de las plantillas, f es la imagen original, g es la plantilla.

Una región de la imagen original es aceptada como bacteria, si el valor de similitud S es mayor que el umbral del template matching (ϵ_{match}).

2.4 Determinación de forma y tamaño

La morfología de las bacterias contenidas en una imagen se determina por la forma identificada en los patrones utilizados por el template matching. El tamaño de las bacterias se determina como el máximo de las distancias existentes entre dos píxeles pertenecientes a una bacteria, mediante el uso de la ecuación de la distancia euclidiana entre dos puntos. El promedio es determinado con las distancias máximas de todas las bacterias existentes en una imagen.

El tamaño promedio calculado es expresado en píxeles, por lo tanto es necesario establecer su equivalencia en micras. Para ello se utiliza la imagen digital de un patrón de calibración, donde la separación entre cada par de líneas corresponde a una micra.

2.5 Cuantificación de colonias de bacterias

Para la cuantificación de colonias de bacterias se realizaron los pasos 2.1 y 2.2, y finalmente se aplicó una técnica de cuantificación mediante un algoritmo recursivo. Este algoritmo busca los píxeles cuyo valor de intensidad corresponde a la presencia de bacterias (blanco-255), y los identifica como miembros de una colonia.

En la imagen resultado quedan identificadas todas las agrupaciones de píxeles que corresponden a bacterias. Posteriormente, se aplica un algoritmo que descarta las agrupaciones cuyo tamaño es menor o igual que el tamaño promedio de las plantillas del procedimiento del template matching (2.3), las cuales corresponden a bacterias individuales.

2.6 Cálculo del tamaño de las colonias

El tamaño promedio de las colonias se calcula con el mismo procedimiento de la sección 2.4, con la diferencia que se toma como dato de entrada la imagen generada en la sección 2.5.

3. RESULTADOS

Para probar el procedimiento de cuantificación y caracterización de bacterias y colonias propuesto, se utilizaron varias muestras bacterianas, fijando valores óptimos a los parámetros de los algoritmos utilizados: $l=3$, $m=5$, $\varepsilon_{opt}=9$ y $\varepsilon_{match}=0.9$. Se usaron 15 imágenes de muestras bacterianas que fueron adquiridas mediante un microscopio confocal digital (LeikarSystem). La resolución espacial de la imagen 640×480 píxeles, profundidad 24 bits, y resolución RGB.

En los experimentos se consideraron imágenes alto contraste, con bacterias bien diferenciadas, otras con problemas de contraste, con algunas regiones del fondo de igual intensidad que las bacterias e imágenes con bajo contraste, con bacterias difíciles de identificar.

Las imágenes digitales de las muestras bacterianas son preprocesadas, tal como se indica en la sección 2.1. Una imagen con problemas de contraste (Fig. 3b) es usada para ilustrar la fase de preprocesamiento, la Fig. 4a muestra una imagen original, la Fig. 4b muestra la imagen con homogeneización de fondo y en la Fig. 4c la imagen con el operador de gradiente consistente.

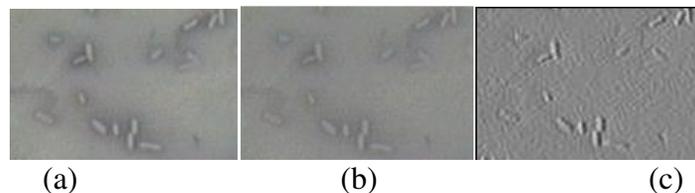


Figura 4 – Secciones del mejoramiento de la imagen. (a) Imagen original (b) Imagen homogeneizada (c) Imagen con realce de contorno

En la Fig. 5 se muestran los resultados del proceso de identificación de bacterias (secciones 2.2 y 2.3). En la Fig. 5b se muestra el filtro subtract background, en la Fig. 5c el filtro de suavizamiento, en las Fig. 5d y 5e se muestra la información de los contornos y los objetos de la segmentación, en la Fig. 5f se muestra la imagen binaria optimizada con información correspondiente a las bacterias, y en la Fig. 5g se muestran las bacterias identificadas. El análisis morfológico basado en las formas de las plantillas utilizadas por el template matching establece que los microorganismos asociados a la muestra Fig 5a corresponden a cocos–bacilos, y para las otras dos imágenes procesadas cocos y bacilos, respectivamente. El procedimiento realizado para el cálculo del tamaño determinó una equivalencia de 8píxeles/ μ .

La Tabla 2 muestra los tamaños promedio y la cantidad de bacterias encontradas.

Tabla 2. Tamaño promedio y cantidad de bacterias.

Bacteria	Tamaño promedio	Cantidad promedio automático	Cantidad promedio manual
Cocos	0,5 μ	361	397
Cocos-bacilos	0,7 μ	844	780
Bacilos	1,0 μ	1117	821

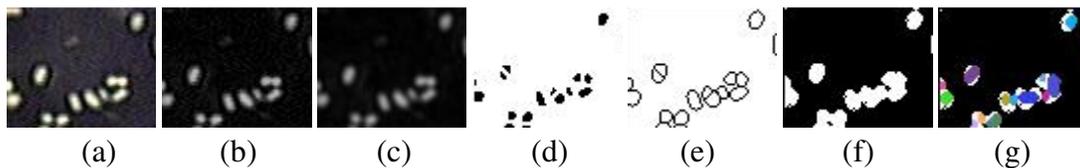


Figura 5 – Identificación bacteriana. (a) Imagen original (b) Filtro Sustract Background (c) Filtro Smooth (d) Contornos de las bacterias (e) Bacterias (f) Optimización de la segmentación (g) Identificación de bacterias

Para probar el procedimiento de cuantificación de colonias se utilizaron dos muestras bacterianas. En la Fig. 6 se muestra el resultado obtenido de aplicar el algoritmo descrito en la sección 2.5 a una de esas muestras. En la Fig 6a se muestran los grupos de píxeles sin discriminar los que corresponden a bacterias individuales; en la Fig. 7b se muestra solo las colonias de bacterias existentes en dicha muestra (ver sección 2.6.2).

El tamaño obtenido de estas colonias es de 2,6 μ (sección 2.6.3). Se identificaron 162 colonias en la primera muestra y 165 colonias en la segunda muestra.

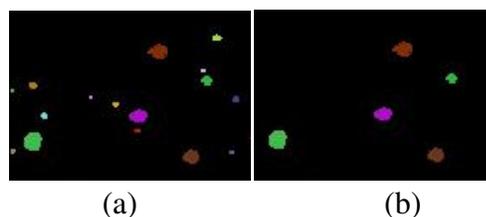


Figura 6 – Identificación de colonias (a) Colonias identificadas (b) Colonias depuradas

3.1 Conclusiones

En este trabajo se propuso un enfoque para la cuantificación y caracterización de bacterias y colonias de bacterias. El método propuesto es validado usando muestras reales de bacterias. Una técnica de homogenización de fondo permite corregir los problemas de contraste, asociado a la pigmentación utilizada en las muestras de bacterias.

El operador de gradiente consistente utilizado por una técnica de realce de contorno para destacar los cambios de intensidad que corresponden a los contornos de los microorganismos. La técnica de segmentación permite diferenciar la información asociada a las bacterias del fondo de la imagen, debido a que la misma es una herramienta de segmentación multiobjeto.

El procedimiento de cuantificación de colonias, identifica los píxeles correspondientes a grupos de bacterias y excluye los píxeles que representan bacterias individuales.

El tamaño promedio estimado a partir de las imágenes procesadas se encuentra dentro de los rangos reportados en la literatura para cada tipo de bacteria, cocos entre 0.4μ y 0.5μ ; y bacilos (eje mayor) 0.5μ y 20μ [8]. Al analizar los resultados obtenidos por el método manual (Laboratorio de Biofertilizantes de la UNET) y automático (Tabla 2) para los cocos y coco-bacilos, se observa una diferencia no significativa de 9,06% y 8,2%, respectivamente. Por el contrario para los bacilos se observa una diferencia significativa de 36,05%.

REFERENCIAS

- [1]. Kannaiyan, S., *Biotechnology of Biofertilizers*. Springer, first edition, 2002.
- [2]. Sage, D., *Watershed segmentation, ImageJ plugin*. Report, Biomedical Imaging Group. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, 2008.
- [3]. Ando, S., Consistent gradient operators. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 22(3):252–264, 2000.
- [4]. Beucher, S., The watershed transformation applied to image segmentation. In *10th Pfefferkorn Conf. on Signal and Image Processing in Microscopy and Microanalysis*, pages 16–19, Cambridge, England, 1991.
- [5]. Vincent, L. & P. Soile. Watershed in digital spaces: An efficient algorithm based on immersion simulations. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 13(6):583–598, 1991.
- [6]. Sternberg, S., Biomedical image processing. *IEEE Computer*, 16(1):22–34, 1983.
- [7]. Yang, W., *Edge detection using template matching (image processing, threshold logic, analysis, filters)*, Ph.D., Duke University/ USA, 1985.
- [8]. Stanier, R., Ingraham, J., Wheelis, M., & P. Painter. *The Microbial World*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 5th edition, 1986.

DETECCIÓN DE ACORDES EN SEÑALES DE AUDIO PRODUCIDAS POR INSTRUMENTOS MUSICALES POLIFÓNICOS

Gerlis E. Caropresse

Dan El Montoya

gcaropresse@gmail.com

danelmontoya@gmail.com

Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad Central de Venezuela Ciudad Universitaria, Av. Carlos Raúl Villanueva, Los Chaguaramos, Caracas-Venezuela.

Abstract. *En este trabajo se plantea un método basado en un modelo generalizado de los armónicos producidos por el sonido de un acorde de un instrumento musical para identificar dos tipos de acordes (mayores o menores) de una señal musical. El método está inspirado en la transformada de ondícula y se basa en la comparación del espectro de la señal sonora con el espectro del modelo generalizado a través de la Transformada de Fourier. El desempeño del algoritmo se midió cuantificando los acordes detectados en grabaciones de audio de tres diferentes instrumentos. El algoritmo desarrollado tiene un costo computacional bajo y porcentaje de detección entre 35,29% y 100%.*

Key words: Identificación de acordes, Modelo de armónicos, Transformada de Fourier en tiempo corto, Música.

1 INTRODUCCIÓN

Las señales producidas por instrumentos musicales no están compuestas por tonos puros, es decir, el espectro en frecuencia de una nota está compuesto por una serie de armónicos que en teoría es infinita, esta serie cumple con un modelo general que describe la amplitud y ubicación en frecuencia de cada armónico. El modelo varía dependiendo del instrumento, y además la amplitud relativa de los armónicos varía en el tiempo de forma tal que el fundamental no siempre es de mayor amplitud.

En el caso de instrumentos polifónicos (que puede generar varias notas al mismo tiempo) el problema es mayor ya que muchos de estos armónicos se suman y se hace difícil identificar a que nota pertenecen. Esto trae dificultades en la creación de algoritmos de detección del acorde.

Los acordes “clásicos” están compuestos por un mínimo de tres notas que suenan al mismo tiempo, la relación entre estas notas hace que algunos de los armónicos de cada una coincidan, sumándose y haciendo mas difícil la detención.

Sin embargo, la ubicación relativa de estos armónicos con respecto al fundamental de una nota y las notas de los acordes están bien definidas. Esta relación entre los armónicos, que presenta el modelo general y la composición del acorde, se puede aprovechar para la creación de algoritmos o métodos de análisis para su detección.

En trabajos previos [1] se desarrollaron dos algoritmos para la detención de notas musicales. En este trabajo se realizó un algoritmo basado en uno de los dos algoritmos desarrollados anteriormente.

La STFT “Short Time Fourier Transform” (transformada de Fourier en tiempo corto) consiste en la aplicación sucesiva de la Transformada de Fourier a trozos o segmentos de la señal obteniéndose, de esta forma, un espectro por cada segmento de tiempo. [2]

En este trabajo se desarrolla un método para la identificación de un acorde (mayor o menor), en el cual se aplica la transformada de Fourier a segmentos de la señal a analizar y al modelo de señal de un acorde, para luego comparar los espectros obtenidos.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 El Modelo de los Armónicos

El modelo de los armónicos muestra las principales componentes armónicas que tiene una señal producida por una señal musical. En la Tabla 1 se muestran las principales frecuencias de los armónicos para la nota Do de la octava “0”, definiendo como octava “al intervalo entre dos frecuencia que están en relación 2:1”.

Cada uno de estos armónicos tiene una amplitud que varía independientemente en el tiempo y en cada instrumento, esta variación no es uniforme y hace difícil la detección de la frecuencia fundamental. Sin embargo un modelo general para la distribución de energía o amplitud de los armónicos, se muestra en la Tabla (1). [5]

Tabla 1: Armónicos de la nota Do de la octava 0

Nota	Octava	Armónico	Frecuencia [Hz]	Amplitud
Do	0	1	32,70	1
Do	1	2	65,41	1/2
Sol	1	3	98,00	1/3
Do	2	4	130,81	1/4
Mi	2	5	164,61	1/5

2.2 Frecuencia de las notas

Las notas musicales están representadas por la frecuencia de la fundamental. La relación numérica que hay entre la frecuencia de dos notas consecutivas es un valor constante, es decir la

frecuencia de una nota determinada es igual a la frecuencia de la nota anterior multiplicada por una constante, esta constante es igual a la raíz doceava de dos ($\sqrt[12]{2}$). [6]

Se puede obtener la frecuencia de una nota cualquiera a partir de la frecuencia de otra y del número de notas que hay entre ella, esta relación se representa en la Ec. (1):

$$f_n = \sqrt[12]{2^n} f_0 \quad (1)$$

En la Ec. (1) f_n es la frecuencia de la nota que se quiere saber, f_0 es la frecuencia de la nota conocida y n es el número de notas que hay entre f_0 y f_n . Esta relación entre las notas produce una progresión geométrica. En la teoría musical y mas específicamente en el protocolo MIDI cada nota se identifica con un número, de esta forma y tomando como referencia la nota La=440Hz se puede obtener la frecuencia de la nota por medio de a Ec. (2) [6]. En la Ec. (2) n es el número correspondiente a la nota y 69 es el número de la nota La=440Hz.

$$f_n = 440 \cdot 2^{\frac{n-69}{12}} \quad (2)$$

2.3 Acordes

En música y teoría musical un acorde consiste en tres o más notas diferentes que suenan simultáneamente o en arpeggio y que esta relacionadas armónicamente. [7] Los acordes formados por tres notas son llamados triadas y son identificados por la nota raíz, las triadas mas comunes son los llamados acordes “mayores” y los acordes “menores”. [7]

Los acordes mayores están formados por la nota raíz o fundamental, la tercera mayor que está 4 semitonos por encima de la fundamental, es decir se multiplica la frecuencia de la fundamental por $\sqrt[12]{2^4}$ y la quinta justa que está 7 semitonos con respecto a la fundamental ($f_{5ta\ justa} = \sqrt[12]{2^7} f_0$). En los acordes menores se cambia la tercera mayor por la tercera menor que es 3 semitonos mayor que la fundamental ($f_{3ra\ menor} = \sqrt[12]{2^3} f_0$).

2.4 Señal de comparación

La señal que modela el contenido armónico cada nota se presenta en la Ec. (3), donde n es su número MIDI.

$$\psi_n(t) = \text{sen}(2\pi f_n t) + \frac{1}{2} \text{sen}(2\pi f_{n+12} t) + \frac{1}{3} \text{sen}(2\pi f_{n+19} t) + \frac{1}{4} \text{sen}(2\pi f_{n+24} t) + \frac{1}{5} \text{sen}(2\pi f_{n+28} t) \quad (3)$$

La señal utilizada para detectar los acordes se compone de: $tercera_M_n(t) = \psi_{n+4}(t)$ que corresponde a la tercera mayor, $tercera_m_n(t) = \psi_{n+3}(t)$ a la tercera menor y $quinta_n(t) = \psi_{n+7}(t)$ que corresponde a la quinta justa. Con estas señales se compone la señal de comparación para los acordes mayores presentada en la Ec. (4) y para los acordes menores presentada en la Ec. (5).

$$\text{acorde_}M_n(t) = \psi_n(t) + tercera_M_n(t) + quinta_n(t) \quad (4)$$

$$\text{acorde_}m_n(t) = \psi_n(t) + tercera_m_n(t) + quinta_n(t) \quad (5)$$

2.5 Transformada de Fourier en tiempo corto (STFT)

Como se comentó con anterioridad para obtener un análisis de Fourier local o restringido a secciones temporales se puede aplicar la transformada de Fourier de Tiempo Corto con ventana. En esta Transformada la señal a ser analizada es primero multiplicada por una función ventana $w(t - \tau)$ y luego aplicada la Transformada de Fourier. La función resultante es una transformación que tiene dos índices o variables $STFT = (\omega, \tau)$. En la Ec. (6) se muestra esta transformada [2]:

$$STFT_f(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} w^*(t - \tau) f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (6)$$

2.6 La Transformada Discreta de Fourier (DFT)

La *DFT* parte del mismo principio de la transformada en tiempo continuo, a diferencia que la señal a ser transformada es una secuencia o sucesión de valores, que generalmente son muestras de una señal continua, además se toman muestras de la variable ω entre 0 y 2π cada $2\pi/N$, de esta forma se obtiene la Ec. (7). [4]

$$DFT(e^{j\frac{2\pi}{N}k}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \quad 0 \leq k \leq N - 1 \quad (7)$$

La Transformada Rápida de Fourier (Fast Fourier Transform) FFT, permite el cálculo de la DFT enventanada de una forma eficiente. Se utilizará esta para el cálculo del espectro de la señal de comparación y de la señal en estudio.

3 Método

3.1 Detección de los Acordes

Para la identificación de acordes se realizó un algoritmo, aplicando la FFT a segmentos de la señal en estudio y a las señales de comparación. El algoritmo parte de un archivo de audio wave el cual contiene una señal de audio digital, luego se comparan los espectros de la señal en estudio con el de la señal de comparación de cada acorde, el acorde detectado corresponde con el espectro de la señal mas parecido al espectro de dicho acorde. El algoritmo se implementó en MatLab. Este algoritmo da como resultado un número por segmento correspondiente al acorde detectado indicando si es un acorde mayor o menor, el número indicado en el algoritmo es el que utiliza el protocolo MIDI para identificar las notas.

3.2 Descripción del Algoritmo

El algoritmo comienza con la lectura del archivo wave y de sus parámetros necesarios para el proceso, luego se genera la señal de comparación mostrada en las Ec's. (4) y (5) para cada acorde mayor y menor entre las octavas 1 y 3 multiplicada por una ventana de Gauss y normalizada por su energía, luego se le aplica la FFT y se almacenan los espectros en una matriz. La detección del acorde se realiza por medio de ciclos iterativos anidados. En el ciclo externo se toman segmentos de la señal en estudio y se aplica la FFT. En el ciclo interno se calcula el producto escalar de la FFT de la señal, con la FFT de la señal de comparación Ec. (4) y Ec. (5) para cada valor de n . Luego se

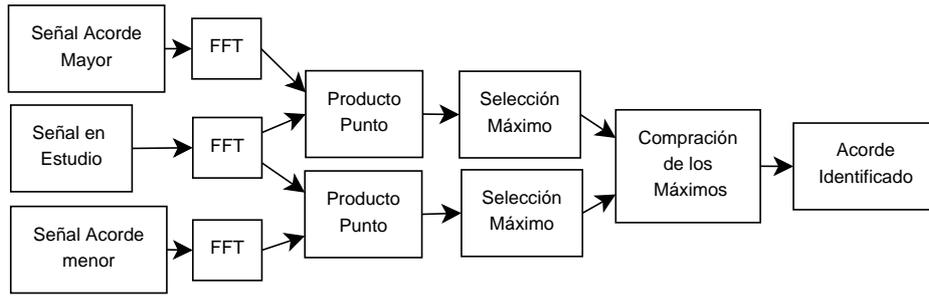


Figura 1: Esquema del procesamiento de las señales

toma el máximo producto escalar de la comparación con la señal $acorde_M$ y $acorde_m$, y se toma como acorde detectado el mayor entre el máximo del $acorde_M$ y del $acorde_m$. Sucesivamente se toman otros segmentos de la señal y se repite el procedimiento. En la Fig. 1 se muestra un esquema general del procesamiento de la señal.

4 RESULTADOS Y ANÁLISIS

Se grabaron 3 acordes mayores y 3 menores de tres instrumentos musicales diferentes, Guitarra Clásica, Piano y Cuatro. Los tres acordes mayores son Do M, Mi M, Fa M, los tres acordes menores son: Do m, Mi m y Fa m. Los sonidos se grabaron en formato PCM a una tasa de muestreo de 44.10 kHz y codificación de 16 bits por muestra. Estas grabaciones se analizaron con el programa desarrollado para evaluar su desempeño.

Para obtener un valor cuantitativo del desempeño del algoritmo, se aplicaron los siguientes indicadores: $DetecCA = \frac{\#Seg. CorreCA}{\#Seg. Detec} 100$ y $DetecSA = \frac{\#Seg. CorreSA}{\#Seg. Detec} 100$.

El término CA (con altura) se refiere a los acordes detectados en la misma octava que se grabaron y SA (sin altura) se refiere a que se detectó el acorde en una octava diferente. En la Tabla (2) se muestran los resultados obtenidos del experimento realizado.

Como se puede ver en la Tabla 2 los porcentajes de detección varían entre 40% y 100 % para el caso de detección con altura (Detec CA) y sin altura (Detec SA) y los promedios de detección entre 78.25% (CA) y 84.38% (SA). En la detección sin altura se obtienen porcentajes de detección mas altos que en el caso con altura esto se debe a que en las octavas los acordes tiene muchos armónicos en común con el original y además esta la amplitud de los armónico varía en el tiempo por lo tanto el producto punto puede ser mayor para la octava del acorde en algunos instantes de tiempo.

5 CONCLUSIONES

La señal de comparación utilizada permite obtener buenos porcentajes de detección de acordes en una señal que tiene un alto contenido armónico.

El algoritmo implementado permite diferenciar fuertemente entre acordes mayores y menores solo en dos de las 18 pruebas el programa detectó los acordes menores como mayores.

La principal ventaja de este algoritmo es su bajo costo computacional en comparación con otros métodos de análisis espectral ya que el método esta adaptado a la aplicación.

Tabla 2: Resultados del los acordes detectados

Instrumento	Acorde	#Seg.	# Seg.	# Seg.	% Detec	% Detec
		Detec.	CorreCA	CorreSA	CA	SA
Cuatro	Do M	5	4	5	80.00	100.00
	Do m	4	3	3	75.00	75.00
	Mi M	4	4	4	100.00	100.00
	Mi m	5	4	5	80.00	100.00
	Fa M	4	3	3	75.00	75.00
	Fa m	4	3	4	75.00	100.00
Guitarra	Do M	25	10	10	40.00	40.00
	Do m	24	23	23	95.83	95.83
	Mi M	15	12	14	80.00	93.33
	Mi m	17	6*	6	35.29	35.29
	Fa M	15	13	15	86.66	100.00
	Fa m	19	5**	6	26.31	31.58
Piano	Do M	12	12	12	100.00	100.00
	Do m	11	8	8	72.72	72.72
	Mi M	16	16	16	100.00	100.00
	Mi m	5	5	5	100.00	100.00
	Fa M	5	3	5	60.00	100.00
	Fa m	12	12	12	100.00	100.00
Promedio					78.25	84.38

*se detectaron 11 acordes como mayores, **se detectaron 13 acordes como mayores

La señal de comparación utilizada puede utilizarse en la detección de acordes de música Venezolana, ya que para el caso del Cuatro, instrumento típico venezolano, se tienen porcentajes de detección altos (entre %80 a 100%).

REFERENCIAS

- [1] CAROPRESSE, G., MONTOYA, D., & MARCHENA, F., Detección de la Frecuencia Fundamental en Señales de Audio Producidas por Instrumentos Musicales. *Desarrollo y avances en Métodos Numéricos para Ingeniería y Ciencias Aplicadas*, pp PS-27-32, 2008.
- [2] VETTERLI, M. KOVAČEVIĆ, J., *Wavelets and Subband Coding*. Prentice-Hall PTR, 1995.
- [3] SETO, W., *Acustica*. McGraw-Hill, 1971.
- [4] OPPENHEIM, A., WILLSKY, A., *Señales y Sistemas*, Pearson Educación, 1998.
- [5] CATTOI, B. *Apuntes de Acústica y Escalas Exóticas*, Ricordi Americana, 1978.
- [6] La Tecla de Escape. Frecuencia de las notas musicales. [en línea] <<http://www.latecladeescape.com/w0/content/view/94/49/1/0/>> [Consulta 2007].
- [7] SCHOENBERG, A., *Structural Functions of Harmony*. Faber and Faber, 1983, p.1-2.

AGRUPAMIENTO BASADO EN MÁQUINAS DE VECTORES DE SOPORTE DE SEÑALES DE ECG NORMALES Y PATOLÓGICAS

Sergio Villazana

Cesar Seijas

Antonino Caralli

svillaza@uc.edu.ve

cseijas@uc.edu.ve

acaralli@uc.edu.ve

Centro de Investigación en Bioingeniería, Universidad de Carabobo.

Facultad de Ingeniería, Esc. de Ing. Eléctrica, Av. Universidad, Bárbula, Naguanagua-Venezuela.

Resumen: Este trabajo presenta una metodología basada en máquinas de vectores de soporte para agrupar (del inglés *cluster*) señales de ECG normales y patológicas en un espacio complejidad de Lempel-Ziv y entropía de Shannon. Una señal de ECG normal y ocho ECG con arritmias fueron seleccionadas de la base de datos MIT-BIH Arrhythmia Database, y aquellas fueron pre-procesadas para remover ruido debido al movimiento muscular y la respiración, artefactos por movimientos de los electrodos, interferencia de la línea de alimentación y componentes DC. Cada señal de ECG fue dividida en 35 segmentos de cuatro segundos. Los datos de entrada para el entrenamiento de la máquina de agrupamiento basada en SVM fueron obtenidos al aplicar el algoritmo de complejidad de Lempel-Ziv y el cálculo de la entropía de Shannon a cada uno de los 35 segmentos de cada señal de ECG. La SVC fue capaz de agrupar a las señales de ECG de acuerdo a su tipo (normal y patológicas). El desempeño de la SVC fue comparado con el algoritmo de agrupamiento “Kmeans” donde se comprobó la superioridad de la SVC en cuanto a repetitividad del entrenamiento y control del número de grupos (*clusters*).

Palabras claves: Agrupamiento, SVM, ECG, Complejidad de Lempel-Ziv, Entropía de Shannon.

1. INTRODUCCIÓN

La electrocardiografía es un procedimiento no invasivo que registra electrónicamente los cambios eléctricos de la actividad del corazón. El registro de la actividad eléctrica del corazón se conoce como electrocardiograma (ECG). El análisis del ECG permite hacer detección y

diagnóstico de anomalías severas del corazón. Los ritmos cardíacos anormales del corazón se conocen como arritmias, las cuales son frecuentemente detectables de un electrocardiograma. Las arritmias revelan frecuentemente cambios estocásticos [1], y pueden variar entre personas y dependen también de otros factores como edad y sexo del paciente. Hay muchos trabajos para la detección de arritmias [2], por medio del uso análisis de componentes principales [2], [3], modelos de Markov ocultos [4], análisis de grupos [5], análisis energía-frecuencia [2], [6].

La complejidad [7] mide el grado de aleatoriedad de una secuencia. Medidas usuales de la complejidad son el análisis de patrones simbólicos y la entropía. La complejidad Lempel-Ziv (CLZ) es un ejemplo del análisis de patrones simbólicos. La CLZ de una secuencia, la cual fue definida por Lempel y Ziv [8], mide el número de patrones diferentes de una secuencia. La entropía de una variable aleatoria se define en términos de su distribución de probabilidad [9], [10] y se puede demostrar que es una buena medida de su aleatoriedad o incertidumbre. Baja entropía (cercana a cero) significa orden o baja complejidad, y alta entropía (cercana a uno) significa bajo orden o alta complejidad.

El agrupamiento (*clustering*) es una clasificación no supervisada (agrupamiento natural) de datos en grupos [11]. El proceso de agrupamiento necesita una validación de los grupos hallados, la cual es una tarea fundamental en el análisis de grupos [12]. La validación es un problema subjetivo, no hay una definición única de un grupo o un resultado de agrupamiento único para un conjunto de datos dado. El agrupamiento basado en las máquinas de vectores de soporte (Support Vector Clustering, SVC, de sus siglas en inglés) es un algoritmo que puede detectar formas arbitrarias de grupos de un espacio de datos [12]. EL SVC proyecta los puntos de datos a un espacio de rasgos hiperdimensional usando una función de núcleo (de ahora en adelante *kernel*) Gaussiana [13].

Este estudio propone un proceso de clasificación de señales ECG usando como herramienta de inteligencia artificial el SVC. Las entradas al SVC corresponden a la complejidad LZ y la entropía de Shannon de las señales ECG, las cuales fueron seleccionadas debido a que ellas son una medida del orden (entropía) y de los cambios de patrones (CLZ) de las señales ECG. Esta máquina SVC es capaz de obtener diferentes grupos acorde al tipo de señal ECG envuelta.

2. REVISIÓN TEÓRICA

2.1 Agrupamiento basado en las Máquinas de Vectores de Soporte (SVC).

Clasificador de una sola clase [14], [15]: El objetivo principal de esta máquina de aprendizaje es hallar al hiperplano más alejado del origen, en el espacio de rasgos, que separa a todos los datos hacia al lado (del hiperplano) opuesto al origen. Esto se logra al minimizar:

$$\min \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + \frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^n \xi_i - \rho \quad (1)$$

sujeito a las restricciones $\mathbf{w}^T \Phi(\mathbf{x}_i) \geq \rho - \xi_i$, $\xi_i \geq 0$ y $\rho \geq 0$, donde \mathbf{w} es la normal del hiperplano, ρ es la distancia del hiperplano al origen, y ν controla la influencia de los datos atípicos (outliers). $\Phi(\cdot)$ es una proyección no lineal (función kernel) que proyectan los puntos desde el espacio de datos a un espacio de rasgos hiperdimensional, dicha función debe satisfacer las condiciones de Mercer [16]. La función Lagrangiano de (1) es:

$$L = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + \frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^n \xi_i - \rho - \sum_{i=1}^n \alpha_i (\mathbf{w}^T \Phi(\mathbf{x}_i) + \xi_i - \rho) - \sum \beta_i \xi_i, \text{ sujeta a } \alpha_i, \beta_i \geq 0 \quad (2)$$

Tomando las derivadas de (2) con respecto a \mathbf{w} , ξ_i , ρ e igualando a cero conduce a $\mathbf{w} = \sum \alpha_i \Phi(\mathbf{x}_i)$, $\alpha_i + \beta_i = 1/m$, $\sum \alpha_i = 1$. La matriz kernel es igual al producto interno de dos vectores $\Phi(\mathbf{x}_i)$ y $\Phi(\mathbf{x}_j)$ en el espacio de rasgos, esto es $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \Phi(\mathbf{x}_i) \bullet \Phi(\mathbf{x}_j)$. La matriz kernel usando la función Gaussiana, como lo propuso [17], es $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = e^{-\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2 / 2\sigma^2}$, donde el parámetro σ es el ancho de la Gaussiana. Sustituyendo las relaciones obtenidas (2) conduce a la forma dual de (1): $\min \frac{1}{2} \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j \Phi^T(\mathbf{x}_i) \bullet \Phi(\mathbf{x}_j) = \min \frac{1}{2} \sum_i \alpha_i \alpha_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$. Las condiciones KKT [16] establecen que: $\alpha_i (\mathbf{w}^T \Phi(\mathbf{x}_i) + \xi_i - \rho) = 0$ y $\beta_i \xi_i = (1/m - \alpha_i) \xi_i = 0$. Los vectores de soporte (VS) son aquellos x_i para los cuales los α_i son distintos de cero con $\xi_i \geq 0$ y, y los $x_i \notin$ VS su correspondiente α_i son iguales a cero.

Asignación de grupos: Es bien sabido que el proceso de agrupamiento es un proceso costoso, entonces en [12] han propuesto un novel y eficiente etiquetamiento de grupos llamado etiquetamiento de grupo basado en conos [12], en el cual ellos definen un cono entre dos vectores de soporte. Si dos o más conos se interceptan los vectores de soporte que definen a cada cono pertenecen al mismo grupo. En este caso, *el máximo número de grupos corresponde al número de vectores de soporte*. Cada cono se define por el ángulo que forman dos vectores de soporte y el origen. En [12] los autores demostraron que el ángulo entre las imágenes de dos vectores $\Phi(\mathbf{x}_i)$ y $\Phi(\mathbf{x}_j)$ en el espacio de rasgos, cuando la función kernel es una Gaussiana, está definida por $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \Phi(\mathbf{x}_i) \bullet \Phi(\mathbf{x}_j) = \cos(\theta)$, donde θ es el ángulo entre los vectores $\Phi(\mathbf{x}_i)$ and $\Phi(\mathbf{x}_j)$. Se puede demostrar que las distancias en el espacio de datos corresponden a ángulos en el espacio de rasgos y viceversa. Esta afirmación es importante debido a que el proceso de agrupamiento es hecho en el espacio de datos usando la distancia. (afectada o no por un factor).

2.2 Complejidad Lempel-Ziv.

CLZ es una medida del número de patrones diferentes de una secuencia finita. Antes de determinar la complejidad de una señal hay que transformarla en una secuencia compuesta de unos pocos símbolos [8], [18]. Una señal biomédica discreta se convierte en una secuencia binaria según un criterio predefinido, al compararla con un umbral (Td) [19]. Dada una señal discreta $X = x(1), x(2), \dots, x(n)$, esta se convierte en una secuencia finita $S = s(1), s(2), \dots, s(n)$ de unos y ceros como sigue:

$$s(i) = \begin{cases} 0, & \text{if } x(i) < Td \\ 1, & \text{if } x(i) \geq Td \end{cases}, i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

Para calcular la complejidad LZ de una secuencia, esta es explorada de izquierda a derecha y un contador de complejidad $c(n)$ se incrementa en una unidad cuando se halla a un nuevo patrón de caracteres consecutivos [18]. Una cota superior de $c(n)$ es $b(n) = n / \log_m(n)$ [19], [20], donde m es el número de símbolos diferentes. La CLZ normalizada $C(n)$ de una secuencia aleatoria arbitraria de longitud n es $C(n) = c(n) / b(n)$ [19], [20].

2.3 Entropía de Shannon (ES).

La entropía es una medida que cuantifica el nivel de aleatoriedad o incertidumbre de una señal. La entropía de un sistema es proporcional al logaritmo del número de sus posibles estados. La entropía de Shannon de una señal muestreada X se escribe $H(X)$ y está definida como sigue: $H(X) = -\sum p(x_i) \log p(x_i)$, donde $p(\cdot)$ es la función de distribución de probabilidad.

3. PARTE EXPERIMENTAL

3.1 Preprocesamiento de Señales ECG.

Las señales ECG para el análisis se obtuvieron de la MIT-BIH Arrhythmia Database [21]. Una señal ECG normal y ocho señales de ECG con arritmias fueron seleccionadas de la base de datos mencionada anteriormente y, aquellas fueron preprocesadas para remover el ruido debido al movimiento muscular y a la respiración, artefactos por el movimiento de los electrodos, interferencias de la línea de alimentación y componentes DC. Se obtuvieron 315 segmentos de señales ECG a partir de 35 segmentos de cuatro segundos de cada una de las señales de ECG normal y con arritmias. Los datos para el entrenamiento se obtuvieron de aquellos segmentos de ECG preprocesados al determinarle a cada uno su complejidad LZ y su entropía de Shannon. El tamaño del segmento muestra (1428 muestras) fue seleccionado para garantizar al menos cuatro ciclos cardiacos en cada segmento. La Fig. 1 muestra la distribución de los datos de entrenamiento en el espacio ES-CLZ; cada una de las señales ECG están representadas por cada forma geométrica..

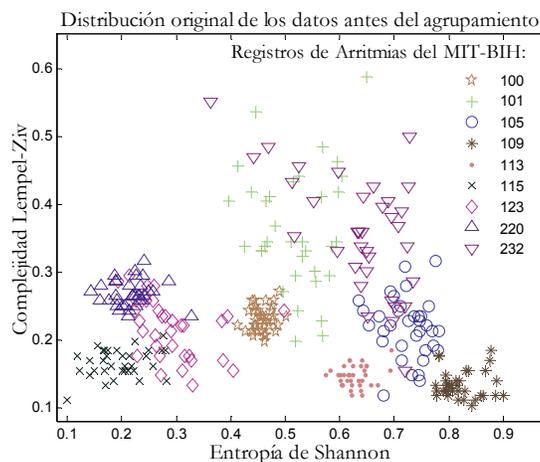


Figura 1. Distribución de las señales antes del agrupamiento.

3.2 Agrupamiento de Señales ECG.

La librería usada para entrenar a la SVC fue LIBSVM [22]. La Tabla 1 muestra un resumen de los diferentes ensayos hechos para entonar a la máquina SVC. Como se muestra en dicha tabla, el número de grupos se puede ajustar variando los parámetros ν y σ de la SVC y el radio para determinar un grupo. El radio de agrupamiento (quinta columna) corresponde a la distancia equivalente (cuarta columna), en el espacio de datos, al ángulo que define al cono (tercera columna) afectada por un factor de escala. Las penúltima y última columnas corresponden al número de vectores de soporte y al número de grupos obtenidos.

Tabla 1. Resumen de la entonación de parámetros de la SVC

Nu (ν)	Sigma (σ)	Ángulo Cono (Grado)	Dist. Equiv	Radio	#VS	#Grupos
0.0001	0.50	53.88	0.5140	0.4112	3	3
0.1000	0.12	80.22	0.2259	0.1069	40	7
0.0001	0.12	81.36	0.2336	0.1519	10	10

La Fig. 2 muestra la asignación de puntos a los grupos para los dos ensayos mostrados en la Tabla 1; las formas geométricas de identificación del grupo en estas figuras no corresponden a las formas que identifican a cada una de las señales en la Fig. 1. Los vectores de soporte son los puntos dentro de los cuadrados negros. Como se dijo anteriormente, el proceso de agrupamiento requiere de la validación de un experto para evaluar los diferentes grupos hallados. La Fig. 1 es el patrón de distribución (en nuestro caso) para entonar a la SVC (variando a σ , ν , y al radio de agrupamiento) para obtener el número adecuado de grupos. La gráfica a la izquierda de la Fig. 2 muestra como una primera aproximación tres grupos, el grupo identificado con el círculo correspondería al grupo “normal”. La gráfica a la derecha de la Fig. 2 muestra una mejor aproximación donde hay siete grupos, uno de estos grupos está formado por un solo punto (identificado con el círculo); el grupo identificado con la estrella de cinco puntas correspondería al grupo “normal”.

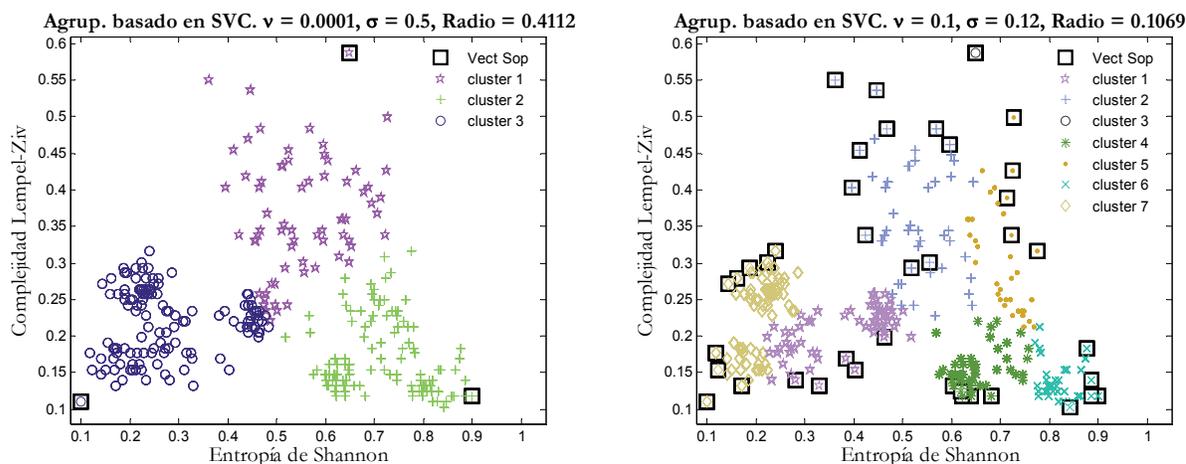


Figura 2. Agrupamiento de las señales usando los parámetros de las filas 1 y 2 de la Tabla 1.

La gráfica a la izquierda de la La Fig. 3 muestra la mejor aproximación de los grupos. Considerando que el registro ECG 100 es una señal normal a lo largo de toda su longitud, entonces diez segmentos del registro ECG 101 y tres segmentos del registro ECG 123 pueden ser considerados como normales, debido a que fueron agrupados en un grupo (estrella de cinco puntas) junto al registro ECG 100. Los segmentos de los registros ECG 101 y 232 mostraron una gran dispersión que por lo que segmentos del mismo registro fueron agrupados en grupos diferentes. El cluster identificado con el signo mas lo forman solo dos segmentos, uno del registro 101 y otro del registro 232.

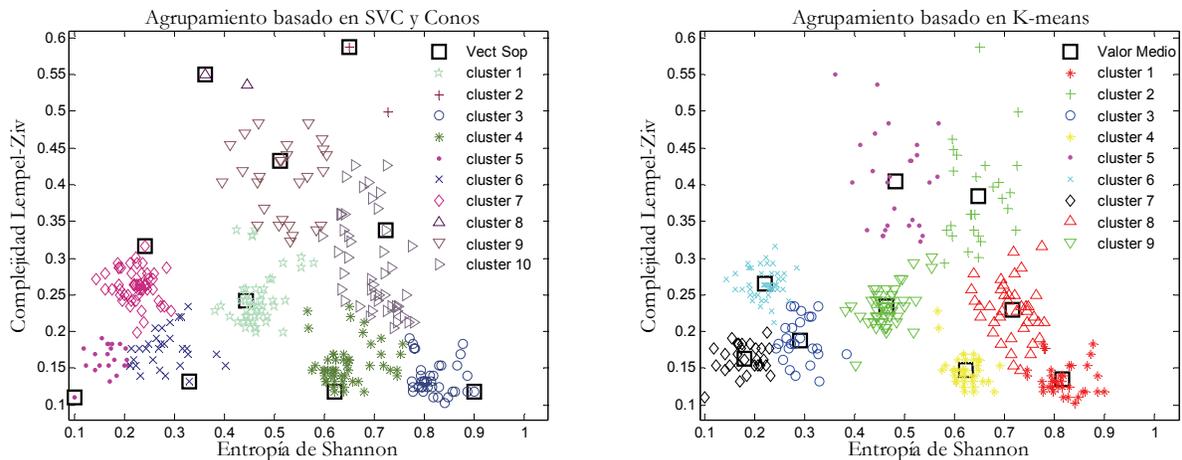


Figura 3. Agrupamiento de las señales basada en SVM ($\nu = 0.001$, $\sigma = 0.12$) y K-means.

La gráfica a la derecha de la Fig. 3 muestra un agrupamiento de los datos utilizando el algoritmo de agrupamiento “K-means” ajustado para obtener nueve grupos. Se puede observar la similitud en los resultados. Una desventaja del algoritmo K-means es que la ubicación de los centros es aleatoria, por lo que diferentes entrenamientos arrojan diferentes soluciones y el número de grupos es fijo. Por su parte el agrupamiento basado en la SVC el número de grupos máximo se está limitado por el número de vectores de soporte (depende de un ν y σ) y su cantidad se puede ajustar con el radio de agrupamiento.

4. CONCLUSIONES

Los resultados demostraron que la máquina SVC fue capaz de detectar y agrupar los patrones normales y patológicos en señales ECG. El número de grupos se varió por medio de diferentes ensayos manipulando los parámetros de la SVC y la distancia de agrupamiento.

El etiquetamiento de los datos (que no fueron vectores de soporte) a un grupo fue hecho luego de que los vectores de soporte fueron agrupados, es decir, el proceso de etiquetamiento es menos costoso comparado con otros métodos de agrupamiento, debido a que la asignación de grupos de cada uno de los puntos se hace luego de que los grupos ya está definidos, y que la asignación depende de la distancia de uno de los puntos a los vectores de soporte que definen al grupo.

Agradecimientos

Los autores agradecen al Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico de la Universidad de Carabobo (CDCH-UC) por el financiamiento de la difusión de la presente investigación.

REFERENCIAS

- [1] Lerma, C., Krogh-Madsen T., Guevara, M. y Glass, L. ‘Stochastic Aspects of Cardiac Arrhythmias’, en *Journal of Statistical Physics*, Springer US, 26.08.2006, vol. 128, no. 1, pp. 347-374.
- [2] Clifford, G., D., Azuaje, F., y McSharry, P. E., Eds., *Advanced Methods and Tools for ECG Data Analysis*, Norwood, Artech House, Inc., 2006.

- [3] Mark, R. G., y Moody, G. B., 'ECG Arrhythmia Analysis: Design and Evaluation Strategies' Chapter 18, in I. Gath and G. F. Inbar, (eds.), *Advances in Processing and Pattern Analysis of Biological Signals*, New York: Plenum Press, pp. 251–272, 1996.
- [4] Coast DA, Stren RM, Cano GG, Briller SA, 'An Approach to Cardiac Arrhythmia Analysis Using Hidden Markov Models', *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, No. 37, pp. 826–836, 1990.
- [5] Zhou, S. H., Rautaharju, P. M., y Calhoun, H. P., 'Selection of a Reduced Set of Parameters for Classification of Ventricular Conduction Defects by Cluster Analysis', *Computers in Cardiology*, Vol. 20, pp. 879–882, 1993.
- [6] Barro, S, Ruiz, R, Cabello, D, y Mira J., 'Algorithmic Sequential Decision-Making in the Frequency Domain for Life Threatening Ventricular Arrhythmias and Imitative Artifacts: A Diagnostic System', *J. Biomed. Eng.*, No. 11, pp. 320–328, 1989.
- [7] Kolmogorov, A. N., 'Three approaches to the quantitative definition of information', en *Problems of Information Transmission*, Vol. 1, pp. 1–7, 1965.
- [8] Lempel, A., Ziv, J., On the complexity of finite sequences. *IEEE Transactions on Information Theory*, IT-22, pp. 75–81, 1976.
- [9] Shannon, C. E., 'The mathematical theory of communication' en *The Bell System Technical Journal*, 27(3&4), pp. 379–423, 623–656, 1948.
- [10] Klir, G., Eds. , *Uncertainty and Information Foundations of Generalized Information Theory*, Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons, Inc, 2006.
- [11] Anil K. Jain, Murty, N., y Flynn, P., 'Data clustering: A review'. en *ACMCS*, 31(3), pp. 264–323, 1999.
- [12] Lee, Sei-Hyung y Daniels Karen, Gaussian Kernel Widths Selection and Fast Cluster Labeling for Support Vector Clustering, Technical Report, University of Massachusetts Lowell, Department of Computer Science, 2005.
- [13] Ben-Hur, Horn, D., Siegelmann, H. T., y Vapnik, V., 'Support vector clustering', *Journal of Machine Learning Research* 2, pp.125–137, 2001.
- [14] Schölkopf, B., Platt, J.C., Shawe-Taylor, J., Smola, A.J., y Williamson, R.C., "Estimating the support of a highdimensional distribution," Microsoft Research Corporation Technical Report MSR-TR-99-87, 1999.
- [15] B. Schölkopf, R.C. Williamson, A.J. Smola, J. Shawe-Taylor, and J. Platt., Support vector method for novelty detection, in *Advances in Neural Information Processing Systems 12: Proceedings of the 1999 Conference*, Sara A. Solla, Todd K. Leen and Klaus-Robert Muller Eds, 2000.
- [16] Vapnik, V. N., *The Nature of Statistical Learning Theory*, New York: Springer-Verlag, 1995.
- [17] Tax, D. M. J. y Duin, R.P.W., Support vector domain description. *Pattern Recognition Letters*, 20:1991–1999, 1999.
- [18] Xu, Lisheng, Zhang, David, Wang, Kuanquan, y Wang, Lu, 'Arrhythmic Pulses Detection Using Lempel-Ziv Complexity Analysis', en *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, Hindawi Publishing Corporation, Volume 2006, Article ID 18268, pp. 1–12, 2006.
- [19] Aboy, Mateo, Hornero, Roberto, Abásolo, Daniel, y Álvarez Daniel, Interpretation of the Lempel-Ziv Complexity Measure in the Context of Biomedical Signal Analysis. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 53, No. 11, November, 2006.
- [20] Sousa, Ana, Souto, Sérgio, Ferreira, Euvaldo y Ernane, Xavier, Using an Easy Calculable Complexity Measure to Introduce Complexity in the Artificial Neuron Model. *Research Journal of Biological Sciences* 2 (5): 607-61 1, 2007.
- [21] Goldberger AL, Amaral LAN, Glass L, Hausdorff JM, Ivanov PCh, Mark RG, Mietus JE, Moody GB, Peng CK, Stanley HE, PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals. *Circulation* 101(23):e215-e220, 2000.
- [22] Chang, Chih-Chung y Lin, Chih-Jen, LIBSVM: a Library for Support Vector Machines. [Online]. Disponible en: <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm/>, 2001.

BRAIN TUMOR CHARACTERIZATION AND SEGMENTATION OF T2-WEIGHTED MAGNETIC RESONANCE IMAGES BASED ON DATA-MINING TOOLS

David Crespo
Glaysar Castro

davidcrespo0@gmail.com

glaysar.castro@ciens.ucv.ve

Centro de Probabilidades y Estadística. Escuela de Matemática. Facultad de Ciencias.
Universidad Central de Venezuela. Paseo Los Ilustres. Urb. Valle Abajo. Apartado Postal 20513.
Caracas 1020-A.

Abstract. *To indentify brain tumors, we propose a new methodology for the segmentation of T2-weighted magnetic resonance brain images using three data-mining tools: 1) Principal components analysis in two stages: at the beginning for preprocessing data, regularization and noise reduction, and then for dimension reduction. 2) A distribution of a random vector for characterizing the relaxation time classes of different tissues: fluid, active tumor, and normal or non-affected tissue. 3) Support vector machines for segmentation. The method was validated on 8 sets of Magnetic Resonance Images data and the results suggest that the proposed approach provides an effective and promising method for brain tumor extraction. The necrotic tissue is differentiated from the cerebrospinal fluid and some transition zones between tissues that are obtained may be interpreted as edema.*

Keywords: T2-weighted segmentation; Support vector machine; Principal components analysis; Brain tumor.

1. INTRODUCTION

Image segmentation is fundamental in brain tumor detection and therapy evaluation. Currently at many institutions the standard consists of manually tumor outlining, which is a time-consuming task. Automating this process though, is a challenging task due to the absence of anatomical models that fully capture the possible deformations in each structure and the presence of artifacts and noise. We propose a new methodology based on data mining tools. Data was provided by Professor Miguel Martín who analyzed it in [1] and consists in sequences of eight

multi-echoes $T2$ -weighted *Magnetic Resonance Images* (**MRI**) of eight patients with different types of brain tumors. Data were preprocessed applying *Principal Components Analysis* (**PCA**) which allows keeping more than 99.5% of the information and eliminating noise and some artifacts. Actually, some relaxation time curves (*r.t.c.*) obtained by this process were not strictly decreasing as they should be; we solved this problem by applying an exponential least square regression.

To characterize the relaxation time classes of different tissues: fluid, active tumor, and normal or non-affected tissue, we defined two random variables (*r.v.*) in the space of *r.t.c.*: 1) X_1 as the first value of the curve and 2) V as the difference between the first and the last value. The histograms of several observations of the joint *r.v.* (X_1, V) present a systematic pattern that permits characterizing the different tissues by the domain zone where they belong. In the pattern, the necrotic tissue is differentiated from the cerebrospinal fluid.

Once again, **PCA** was applied for dimension reduction, the curves were represented in a three dimensional space keeping more than 98% of the original information. A *Support Vector Machine* (**SVM**) was constructed for classifying the different tissues; for the learning process we fed the machine with a set of curves chosen from the respective class: fluid, active tumor, and normal or non-affected tissue, in (X_1, V) 's domain. For the learning process and the segmentation task, the **SVM** was fed with the resulted three dimensional vectors in the space of Principal Components.

The results are similar to the ones obtained by Martín et al [1], we also obtain some transition zones that may be interpreted as edemas.

2. METHODOLOGY

Patients with different types of brain tumors were analyzed in the present work. Data was provided by M. Martín who explains how it was obtained in [1]. We worked with sequences of eight multi-echoes $T2$ -weighted **MRI**; each pixel was identified with the corresponding 8-dimensional vector whose components were supposed to be observations of a curve *r.t.c.* with exponential decay. Data matrix X is such that the rows are the 8-dimensional vectors (x_{i1}, \dots, x_{i8}) observations of *r.t.c.* at the *i*-th pixel, $i = 1, \dots, n$. Columns are observations of the *r.v.* X_j defined as the value of *r.t.c.* at time j , $j = 1, \dots, 8$. The entry x_{ij} of the matrix X is the *j*-th observed value of *i*-th pixel's *r.t.c.*

2.1 Preprocessing data

Image data were initially regularized by application of **PCA**; in principal components analysis we find the directions in the data with the most variation, called principal components, and project the data onto these directions. We used Singular Value Decomposition (**SVD**) to perform **PCA**, if the **SVD** of the data matrix X is $X=USV^t$ then the **PCA** transformation of the data can be written as $Y=XV=US$, see [2]. By selecting only the first three columns of Y , we obtained the projection of the data on the first three principal components keeping more than 99.5% of its variation. By reconstructing X from these last equations, most of the irregularities were removed from the *r.t.c.* like noise and some artifacts. Figure [1] shows the obtained smoothed curves.

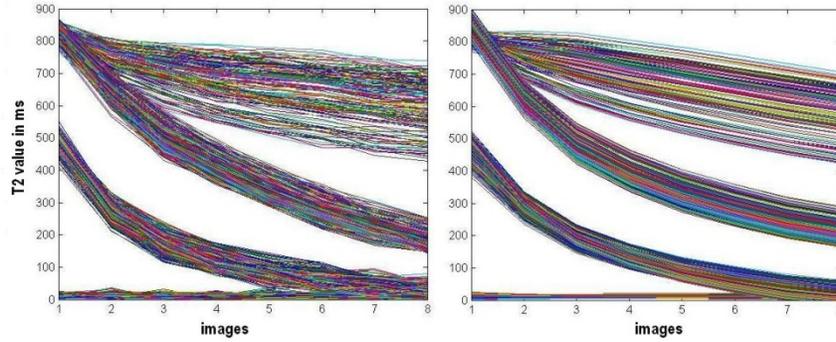


Figure 1: Relaxation times curves: originals and filtered by applying ACP

An exponential least square regression was applied to some *r.t.c.* that resulted not strictly decreasing.

2.2 Characterizing different tissues

Figure 2 shows the observed *r.t.c.* corresponding to different tissues, we defined two *r.v.* in the space of *r.t.c.* for characterizing them: 1) X_1 as the first observation of *r.t.c.* and 2) V as the difference between the first and the last value of *r.t.c.* The histograms of the observed joint *r.v.* (X_1, V) in the results obtained by Martín et al [1] present a systematic pattern that permits the characterization of the different tissues as fluid, active tumor, and normal or non-affected tissue, their different relaxation time classes are easier visualized with the histogram-level curves (HLC) of (X_1, V) , see figure [2]. A remarkable fact is that pattern separates the necrotic tissue from the cerebrospinal fluid.

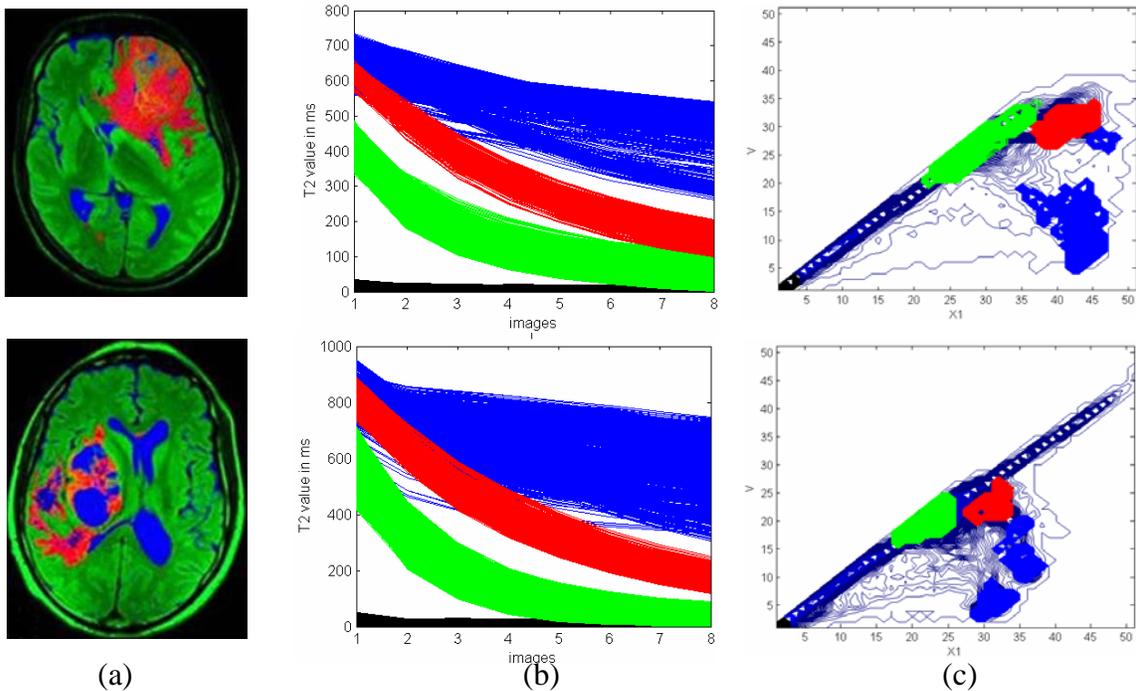


Figure 2: (a) Martín et al segmentations for patients 1 and 2
 (b) Relaxation time curves (c) Histogram-level curves regions for the different tissues.

2.3 SMV

For classification of the different tissues we used a **SMV**, originally, it is a method of supervised learning for binary classification that constructs a hyperplane between the two classes such that it has the largest distance to the nearest training data points of any class [3]. If such hyperplane exists, it is known as the *maximum-margin hyperplane* and the linear classifier it defines is known as a *maximum margin classifier*. The problem is posed as

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && \frac{1}{2} \|w\|^2, && w \in \mathbb{R}^m \\ & \text{subject to} && y^t (\langle w, x^t \rangle + b) \geq 1, && b \in \mathbb{R}, t = 1, \dots, n, \end{aligned}$$

for some given training data $\{(x^t, y^t) / x^t \in \mathbb{R}^m, y^t \in \{-1, 1\}, t = 1, \dots, n\}$. This problem can be expressed in its dual form by means of Lagrange multipliers as

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && \sum_{t=1}^n \alpha_t - \frac{1}{2} \sum_{t,j=1}^n y^t y^j \alpha_t \alpha_j \langle x^t, x^j \rangle \\ & \text{subject to} && \sum_{t=1}^n y^t \alpha_t = 0, \\ & && \alpha_t \geq 0, \quad t = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

The problem can now be solved by standard quadratic programming techniques. The dual form reveals that the maximum margin hyperplane is only a function of the *support vectors*, the training data that lie on the margin.

Our problem is not linear; data can not be separated by a hyperplane, so we applied the kernel trick: data were transformed into a feature space where the problem became linear. The resulting algorithm is similar to the linear case, except that every dot product is replaced by a non-linear kernel function. The kernel used in this work is a Gaussian radial basis function, so the corresponding feature space is a Hilbert space of infinite dimension. Though, in the feature space the problem became:

$$\begin{aligned} & \text{maximize} && \sum_{t=1}^n \alpha_t - \frac{1}{2} \sum_{t,j=1}^n y^t y^j \alpha_t \alpha_j K(x^t, x^j) \\ & \text{subject to} && \sum_{t=1}^n y^t \alpha_t = 0, \quad \alpha_t \geq 0, \quad t = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Our problem is multiclass; there are more than two classes, so we reduced the problem into multiple binary problems taking the one-versus-all approach, see Fig. 3.

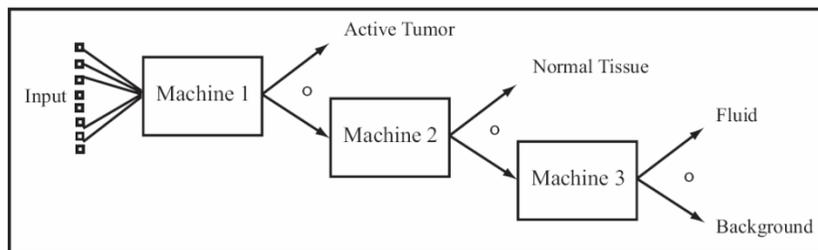


Figure 3. Multiclass SVM.

To save computation time and to improve **SVM** performance, we applied **PCA** to the regularized data matrix X once again. The three first principal components captured more than 98% of data variation.

Training data was chosen from the appropriate regions in the HLC, Fig. 4 shows the chosen regions for training two SVMs for patients 1 and 2.

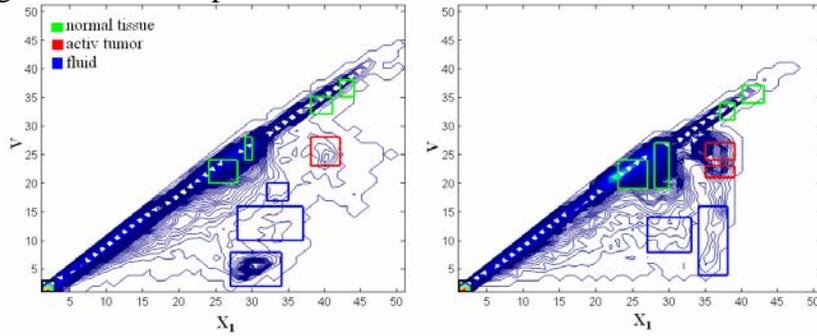


Figure 4. Training data HLC regions for patients 1 and 2.

3. RESULTS AND DISCUSSION

The first row of Fig.5 shows the obtained segmentation for patients 1 and 2. One cell of the histogram may contain several pixels which can be classified in different classes. Such cells make up transition zones that are illustrated in the last row of Fig. 5 beside some other pure classes on the respective HLC. Data validation error is null in these cases.

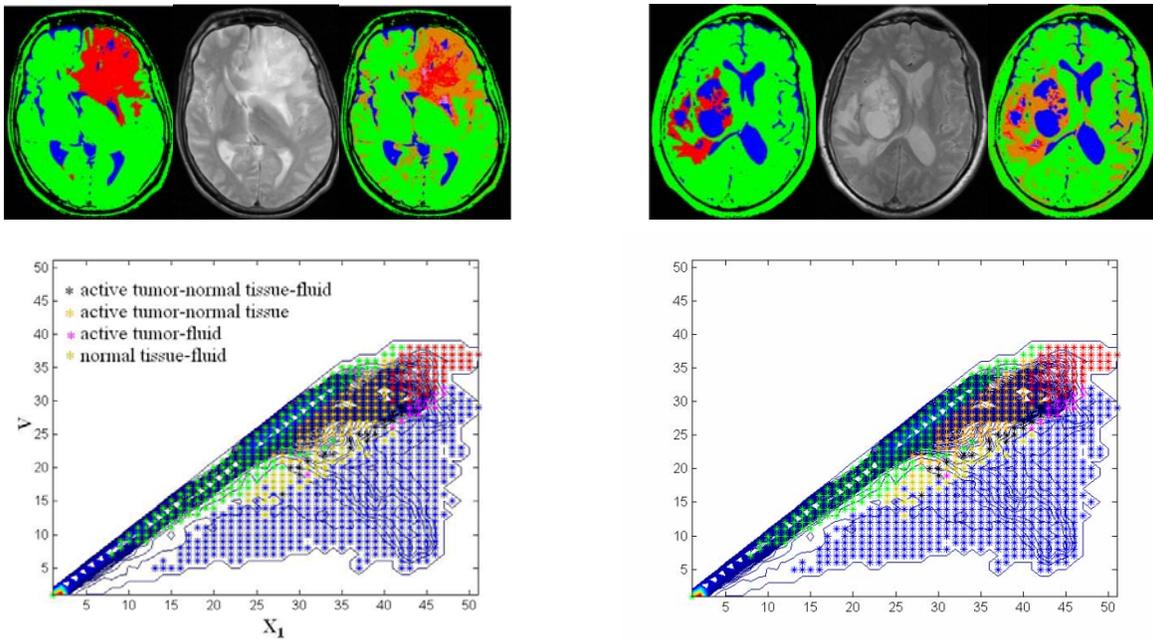


Figure 5. In the first row, segmentations, original images and transition zones for patients 1 and 2. Below, tissue classes and transition zones on the corresponding HLC.

For patients 3 and 4, see Fig. 6, 99.9% of validation data was correctly classified. Figure 7 shows the performance matrices of the corresponding SVMs, the entry (i,j) represents the number of i -th class pixels misclassified as j -th class. Most error corresponds to normal tissue recognized as tumor; while a few ones correspond to fluid misclassified as tumor.

An idealized pattern graph of different tissues on the HLC is shown in Fig. 8. The necrotic tissue appears systematically in the right region of the fluid class below the tumor zone.

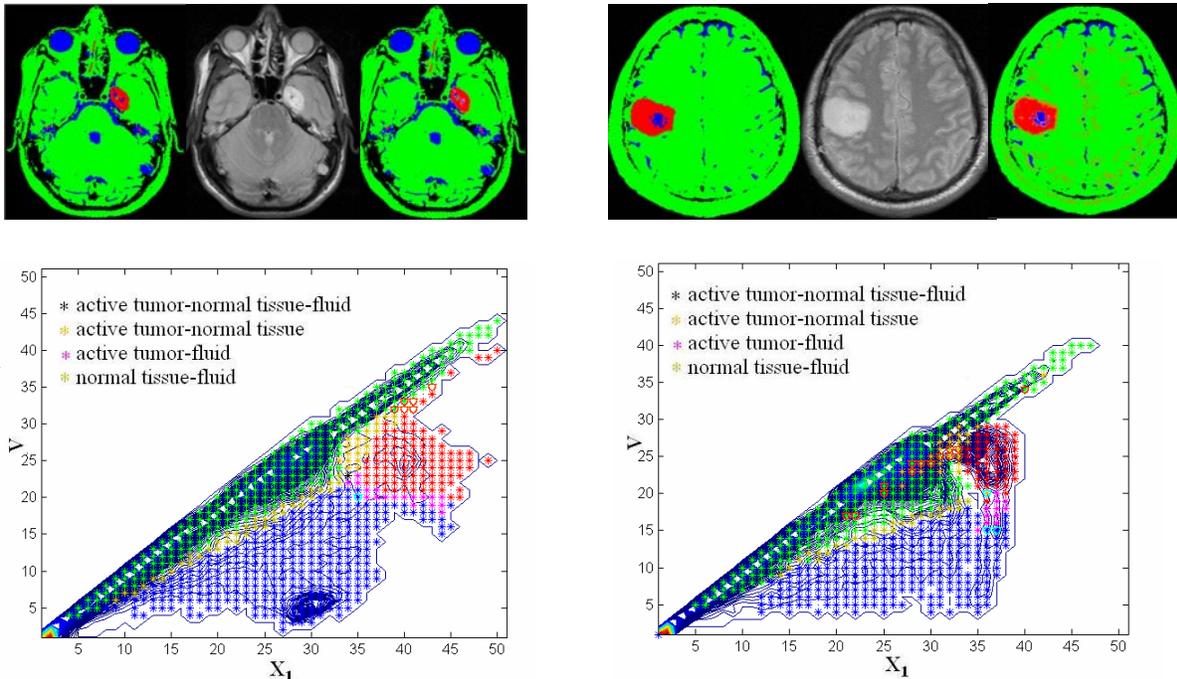


Figure 6. In the first row, segmentations, original images and transition zones for patients 3 and 4. Below, tissue classes and transition zones on the corresponding HLC.

	1	2	3	4	% Class		1	2	3	4	% Class
1	0	0	0	0	100 %	1	0	0	0	0	100 %
2	17	0	0	0	99.95 %	2	25	0	0	0	99.95 %
3	1	0	0	0	99.98 %	3	3	0	0	0	99.72 %
4	0	0	0	0	100 %	4	0	0	0	0	100 %
% General Classification					99.98 %	% General Classification					99.97 %

Figure 7. Performance matrices for patients 2 and 3.

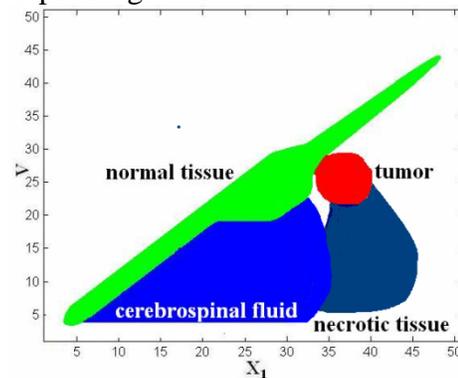


Figure 8. Proposed tissues pattern.

Acknowledgements

The authors thank Professor M. Martín for posing the problem, providing data, and valuable discussions. We also thank Anahi Paez & M.A. Rocafull for helping in English redaction.

REFERENCES

- [1]. Martín, M., Mayobre, F., Bautista, I., Villalta, R., Brain tumor evaluation and segmentation by in vivo proton spectroscopy and relaxometry. *Magma*, (New York, N.Y), vol. 18, issue 6, pp. 316-330, 2005-Dec.
- [2]. Vapnik, V., Statistical Learning Theory, A Wiley Interscience Publication, John Wiley SONS, INC, New York, 1998.
- [3]. Jolliffe, I. T., Principal Components Analysis, 2nd ed. Springer-Verlag New York, 2002.

CINÉTICA DE CRISTALIZACIÓN DINÁMICA DE POLIETILENO DE ALTA DENSIDAD

Aguana Rodríguez Raúl

raulaguanar@gmail.com

Papa José

jose.papa@ucv.ve

Albano Carmen

carmen.albano@ucv.ve

Escuela de Ingeniería Química, Facultad de Ingeniería, Ciudad Universitaria, Caracas 1041A

Resumen. *Mediante un Calorímetro Diferencial de Barrido (Metler Toledo 821) se obtuvieron termogramas de enfriamiento de muestras de Polietileno de Alta Densidad (MFI: 4.88 g/10 min a 190°C) a velocidades constantes de 2, 5, 10, 15 y 20 °C/min. En ellos se observa la presencia de dos picos bien definidos. El pico principal se descompuso en 6 picos distribuidos sobre el rango de temperatura del termograma (usando el software XPSPEAK41) de modo que su suma representara con aceptable precisión el pico principal. Cada pico fue entonces ajustado utilizando el modelo de Avrami modificado para experimentos dinámicos como sigue*

$$1 - X(T_i) = \exp\left(-\frac{n z k_o}{|\beta|} \sum_1^i \exp\left(-\frac{E}{RT_{mi}}\right) \left(\frac{T_{mi} - T_o}{\beta}\right)^{n-1} |\Delta T|_i\right)$$

y los parámetros cinéticos obtenidos fueron representados en función de la temperatura correspondiente al máximo de cada pico y ajustados mediante ecuaciones apropiadas. Representando ahora al pico principal con el mismo modelo, pero con los parámetros sustituidos por las ecuaciones de ajuste, se obtuvieron resultados muy prometedores, los cuales sugieren la presencia de un pico oculto adicional que representaría el 15% de la cristalinidad relativa.

Palabras Claves: polietileno, cristalización dinámica, modelado, cinética, parámetros cinéticos.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio de la cinética de cristalización de polímeros y de sus mezclas con otros polímeros o con diferentes rellenos desde el punto de vista macro-cinético es muy importante para el análisis y el diseño de operaciones de procesado. De hecho, durante el proceso de fabricación, el material polimérico debe ser calentado por encima del punto de fusión y bajo condiciones controladas a fin de obtener un fluido viscoso que pueda ser moldeado con un proceso tecnológico apropiado. Luego estos objetos son enfriados hasta temperatura ambiente conduciendo a la formación de estructuras cristalinas responsables de las propiedades físicas de los productos finales [1,2].

Para la aproximación macro-cinética, la dependencia entre el grado de cristalización, el tiempo en operación y la temperatura debe ser definida para poder optimizar la estructura cristalina final del polímero. Si bien la cinética de cristalización de polímeros ha sido durante un largo tiempo hasta la actualidad [3,4], hay muchos aspectos experimentales y teóricos todavía no plenamente resueltos que están relacionados con la complejidad de los fenómenos de nucleación y de crecimiento de los cristales formados por macromoléculas.

Uno de los modelos más empleados y que ha generado más modificaciones es probablemente el de Avrami [5,6]. Este modelo fue originalmente desarrollado para sistemas isotérmicos y uno de los intentos de extender su aplicación a sistemas no isotérmicos fue la de Ozawa [7]. Este modelo tuvo la virtud de liberar al modelo de Avrami de restricciones que le son propias, y puso de manifiesto la dependencia de los parámetros cinéticos con la temperatura. Sin embargo su aplicabilidad depende de que se tengan termogramas de cristalización a velocidades de enfriamiento muy próximas entre sí. Este trabajo es un intento de desarrollar un método alternativo de aplicación que permita procesar información obtenida a velocidades de enfriamiento más alejadas unas de otras como las utilizadas en este trabajo.

2. PARTE EXPERIMENTAL.

Mediante un Calorímetro Diferencial de Barrido (Metler Toledo 821) se obtuvieron termogramas de enfriamiento de muestras de Polietileno de Alta Densidad (MFI: 4.88 g/10 min a 190°C) a velocidades constantes de 2, 5, 10, 15 y 20 °C/min. Con el propósito de borrarle la historia térmica previa, las muestras fueron calentadas a 10°C/min hasta 170 °C, mantenidas a este nivel por 5 minutos y por último enfriadas a las velocidades constante arriba citadas. De los termogramas de enfriamiento obtenidos se extrajeron los datos que conforman las exotermas de cristalización que se muestran en la Figura 1.

Como puede observarse aparecen dos picos, el principal y uno de menor intensidad que aparece a bajas temperaturas. La interpretación que pueda darse al pico de menor intensidad puede ser muy variada pero probablemente sea la cristalización de una fracción importante de polímero de menor peso molecular ocupando los espacios inter-esferulítico. Para poder desarrollar la técnica que permita determinar la variación de los parámetros cinéticos con la temperatura del sistema se procedió a descomponer el termograma en dos picos suponiendo que el pico secundario está montado sobre el principal de la forma como se indica en la Figura 2. En las Figura 3 se muestran los picos principales que servirán de base para el desarrollo de un método, alternativo al de Ozawa [7], para el modelado de picos de cristalización. Los picos representativos del fenómeno de cristalización que denominamos secundario presentan un

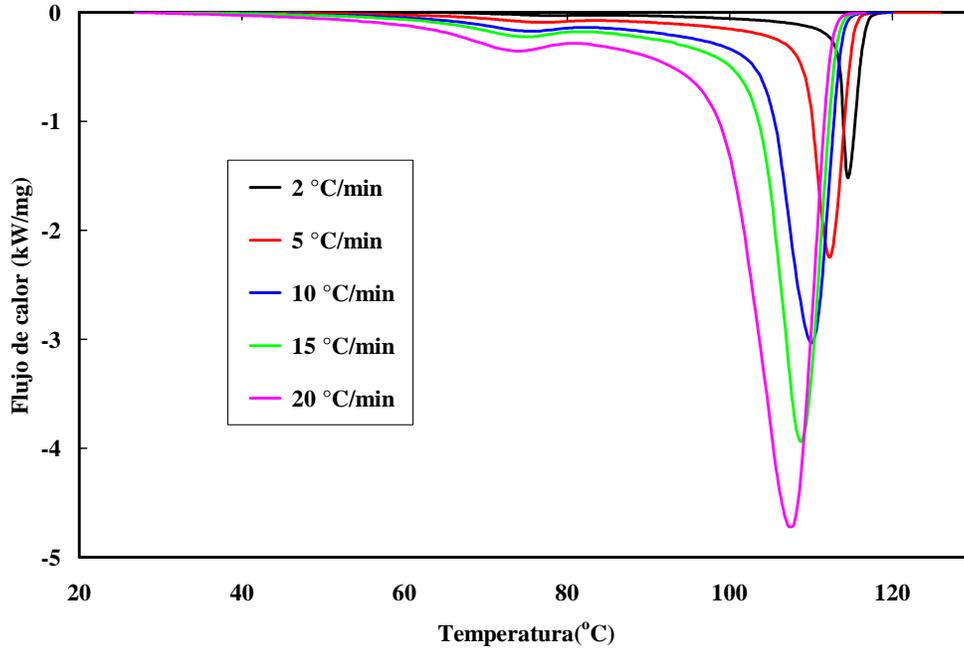


Figura 1.- Exotermas de cristalización obtenidas a las velocidades de enfriamiento indicadas.

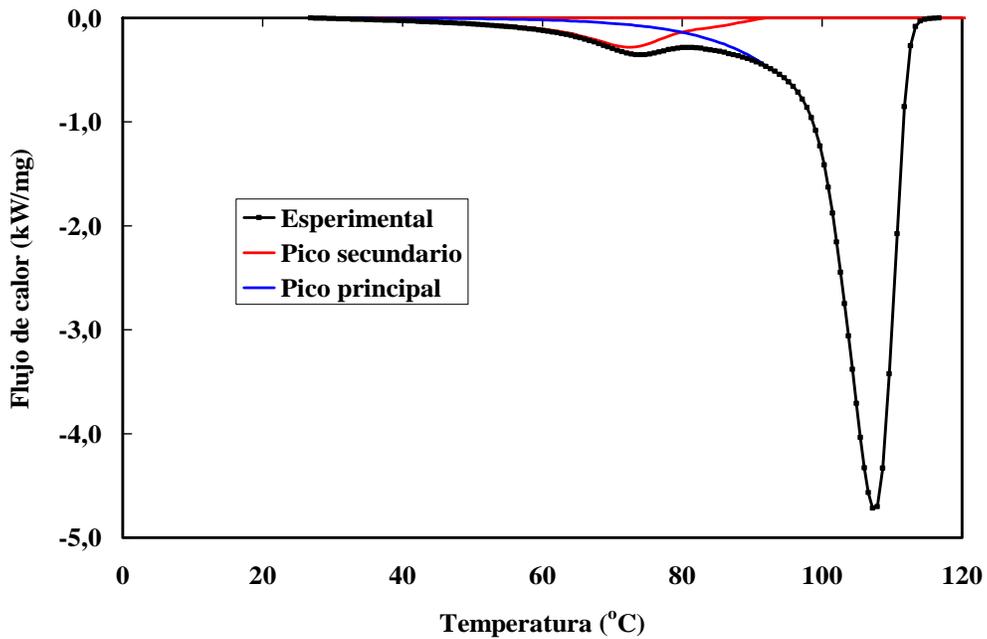


Figura 2.-Técnica aplicada para separar el pico principal del pico secundario.

comportamiento similar al de los primarios, si bien muestran un efecto más importante de los errores de manipulación de los datos experimentales.

3. CONSIDERACIONES TEÓRICAS.

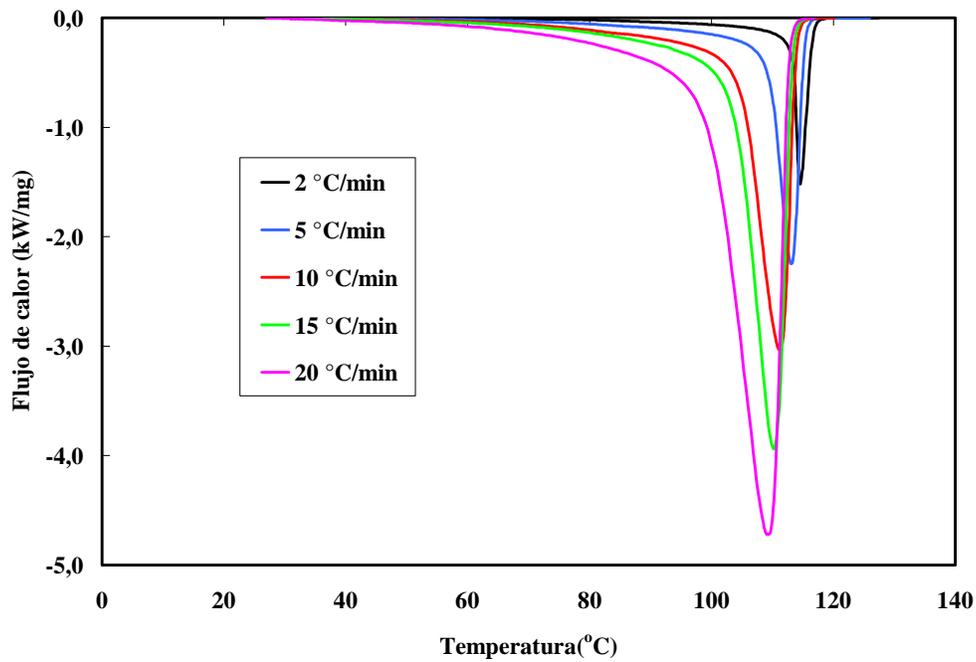


Figura 3.- Picos primarios de cristalización.

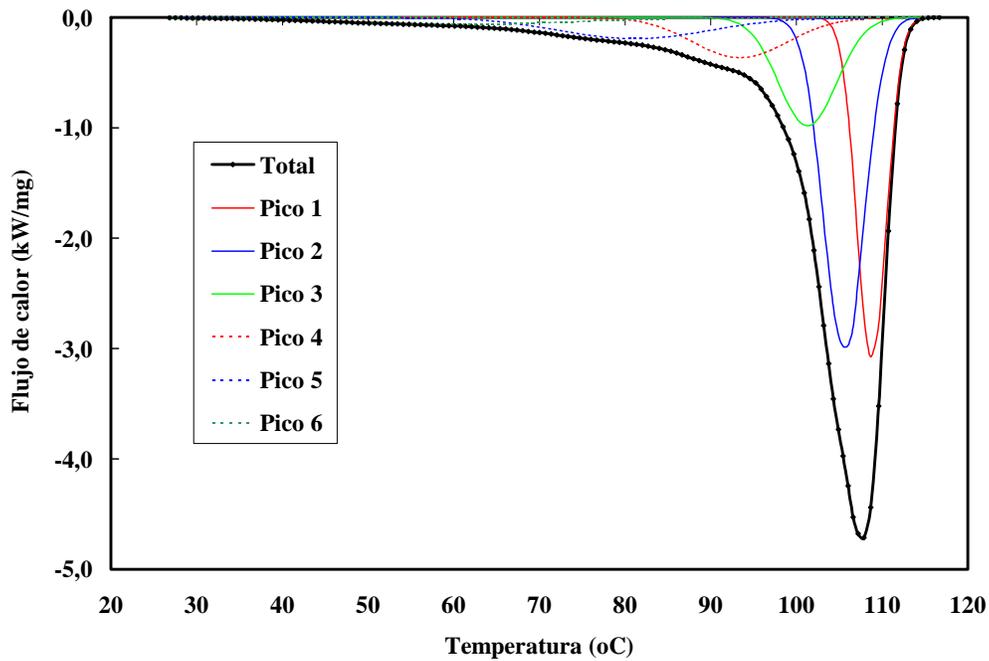


Figura 4. Deconvolución del pico principal en seis picos.

Varios de los modelos publicados para modelar este tipo de datos están directa o indirectamente relacionados con el modelo de Avrami, razón por la cual en este trabajo se utilizó este modelo, pero convenientemente modificado para adaptarlo a la interpretación de datos

dinámicos. En esta modificación se tiene en cuenta que la temperatura del sistema está variando a una velocidad constante quedando de la forma

$$1 - X(T_i) = \exp\left(-\frac{n z k_o}{|\beta|} \sum_1^i \exp\left(-\frac{E}{RT_{mi}}\right) \left(\frac{T_{mi} - T_o}{\beta}\right)^{n-1} |\Delta T|_i\right) \quad (1)$$

Los intentos realizados para simular los datos experimentales demostraron que los parámetros del modelo no podían considerarse constantes. Ozawa [7], al desarrollar su modelo, demostró que los parámetros cinéticos de Avrami no podían considerarse constantes e independientes de la temperatura, pero su método gráfico para procesar la información experimental resultó no aplicable en nuestro caso por la excesiva diferencia entre las velocidades de enfriamiento utilizadas. A fin de obtener modelos aplicables para la variación de dichos parámetros con la temperatura se consideró distribuir el área del pico principal en seis picos cuya suma reprodujera el pico principal, y con máximos localizados a temperaturas convenientemente distribuidas a lo largo del rango de enfriamiento aplicado. Para ello se utilizó el software XPSPEAK41, y el resultado de su aplicación puede verse en la Figura 4 para el pico obtenido a una velocidad de enfriamiento de $-20^\circ\text{C}/\text{min}$.

La principal suposición implícita en la metodología se propone que para cada pico de la Figura 4 es aplicable la ecuación (1) con parámetros constantes lo cual condujo a resultados muy satisfactorios. A los parámetros así evaluados se le asignó la temperatura correspondiente a la del máximo del pico correspondiente.

4. DISCUSIÓN DE RESULTADOS.

Al representar los parámetros del modelo de Avrami en función de la temperatura correspondiente al máximo de cada pico se obtuvieron gráficas cuyo ajuste con un índice de correlación superior a 0.99 condujo a los siguientes resultados

$$\begin{aligned} k_o &= 6\text{E}-09 \exp(0,0557 T) \\ E_a &= 0,2665 T^3 - 51,787 T^2 + 3488,1 T - 26565 \\ n &= 0,9208 \exp(0,012 T) \\ z &= 5 \end{aligned}$$

Al utilizar estas ecuaciones para los parámetros de la ecuación de Avrami modificada (1) se obtiene el resultado que se muestra en la Figura 5. Como puede observarse, el modelo representa casi a la perfección los resultados experimentales hasta un valor de cristalinidad relativa de aproximadamente el 80%. El hecho de que no llegue al 100% indicaría la presencia de otro pico oculto que debería deconvolucionarse. Sin embargo el resultado es altamente alentador e indica que las ideas plasmadas en el trabajo son aceptables y susceptibles de mejoramiento.

5. CONCLUSIONES.

Se ha delineado un procedimiento para la reducción de datos experimentales de exotermas de cristalización que resuelve el problema básico presentado por el método de Ozawa en cuanto a las diferencias utilizadas entre las velocidades de enfriamiento. Los resultados son altamente promisorios y confirman definitivamente que los parámetros cinéticos deben considerarse como función de la temperatura de enfriamiento

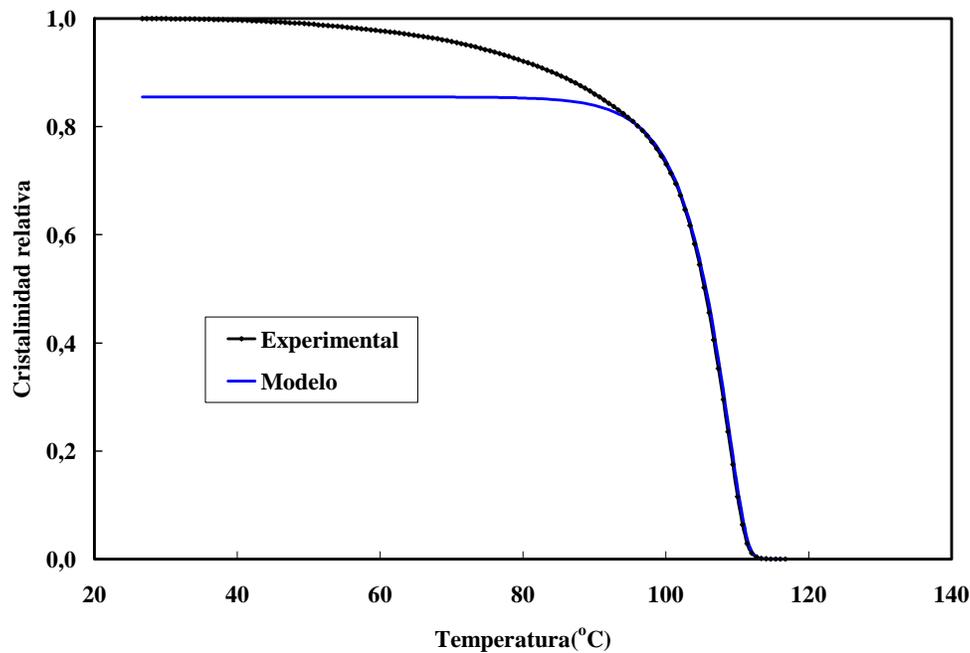


Figura 5.- Comportamiento del modelo comparado con los datos experimentales en función de la temperatura

Agradecimientos.

Los autores agradecen a la Facultad de Ingeniería y al CDCH de la Universidad Central de Venezuela por el soporte que hicieron posible la ejecución del presente trabajo.

REFERENCES

- [1]. Ward I.M., *Mechanical Properties of solid Polymers*, Wiley, New York, 1971.
- [2]. Kenny J.M., Maffezzoli A. and Nicolais L., A new kinetic model for polymer crystallization derived by calorimetric analysis, *Thermochimica Acta*, vol. 227, pp. 83-95, 1993.
- [3]. Lu X.F., Hay J.N., Isothermal crystallization kinetics and meltin behaviour of poly(ethylene terephthalate), *Polymer* 42, Vol. 42, pp. 9423-9431, 2001.
- [4]. Vyazovkin S., Modification of the Integral Isoconversional Method to Account for Variation in the Activation Energy, *Journal of computational Chemistry*, Vol. 22(2), pp. 178-183, 2001.
- [5]. Avrami M., *J. Chem. Phys.*, Vol. 7, pp. 1103, 1939.
- [6]. Vyazovkin S., Sbirrazzuoli N., Isoconversional Analysis of the Nonisothermal Crystallization of a Polymer Melt, *Macromol. Rapid Commun.*, Vol. 23, pp. 766-770, 2002.
- [7]. Ozawa T., Kinetics of non-isothermal crystallization, *Polymer*, Vol. 12, pp. 150-158, 1971.

ESTUDIO DE LA CINÉTICA DE CURADO DE FORMULACIONES DE CAUCHO ACRILONITRILO–BUTADIENO (NBR) CON ASERRIN DE COCO

Ichazo M.N.

michazo@usb.ve

Departamento de Mecánica, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela

Albano C.

Carmen.albano@ucv.ve

Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela, Caracas, Venezuela

Hernández M., González J.

marherna@usb.ve

jjgonza@usb.ve

Departamento de Mecánica, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela.

Herrera R.

herrerare@yahoo.es

Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela, Caracas, Venezuela

Abstract. *El propósito de esta investigación fue evaluar el efecto de la incorporación de aserrín de coco (AC) a diferentes tamaños de partícula y a la composición de 20 ppc en la cinética de vulcanización de un caucho nitrilo (NBR) mediante las técnicas de Reometría y de calorimetría diferencial de barrido (DSC). Los resultados de las propiedades reológicas indican que la presencia de partículas de aserrín de coco incrementa el tiempo Scorch y aumenta la velocidad de la reacción de curado, tal efecto resulta recomendable para el moldeo de mezclas elastoméricas vía inyección y extrusión. Por otra parte, los órdenes de reacción, correspondientes a la parte de la reacción autocatalítica, muestran un incremento con el avance de la reacción y con el incremento de la temperatura. Se obtuvo una buena correlación de la reacción de vulcanización empleando el modelo genérico que involucra constantes asociadas a los mecanismos de reacción dependientes de los componentes presentes en la mezcla inicial y al mecanismo de reacción autocatalítico.*

Keywords: Modelos matemáticos, Reometría, Calorimetría Diferencial de Barrido, NBR, Aserrín de Coco.

1. INTRODUCCION

Las mezclas de elastómeros con cargas orgánicas es de gran interes para la industria debido a que se pueden modificar las propiedades físicas de una formulación, y ofrecer una vía económica para diseñar nuevos materiales elastoméricos con propiedades específicas para determinadas aplicaciones [1]. La adición de cargas reforzantes a los elastómeros usualmente conduce a un incremento en sus propiedades mecánicas y una mejora en la resistencia a la abrasión y rasgado. Entre las cargas convencionales, las cargas naturales están siendo utilizadas debido a su naturaleza renovable, bajo costo, baja densidad, versatilidad frente a modificaciones químicas, procesamiento y su naturaleza biodegradable [2-3]. Por otro lado, algunos trabajos indican que su desempeño es comparable a los rellenos comerciales como la sílice y el negro de humo [4].

El conocimiento de la cinética de vulcanización de elastómeros es bastante limitado [5-6] y forma un área de conocimiento en desarrollo en vista de su importancia en la optimización y control de los procesos de manufactura de caucho a nivel comercial. Sin embargo son escasos los estudios sobre el efecto que tienen cargas orgánicas tales como aserrín de coco en la cinética de vulcanización de cauchos comerciales. Por lo tanto, el objetivo principal de este estudio fue evaluar el efecto de la incorporación de aserrín de coco a diferentes tamaños de partícula y a la composición de 20 ppc sobre la cinética de vulcanización del caucho nitrilo (NBR).

2. FUNDAMENTOS

Los análisis de DSC están basados en el criterio de que el calor de reacción se debe a la reacción de curado del elastómero y es proporcional a la extensión de la reacción y las medidas reométricas se basan en la suposición de que la densidad de entrecruzamiento es proporcional a la dureza del caucho [5], lo que indica el avance de la reacción de curado. Por lo tanto, el grado de curado (α) para un elastómero, puede ser determinado a través de un ensayo DSC o de las propiedades viscoelásticas obtenidas en un ensayo reométrico. Los valores de α pueden definirse, de acuerdo al tipo de ensayo realizado, de la siguiente manera:

Para DSC

$$\alpha = \frac{\Delta H_t}{\Delta H_\infty} \quad (1)$$

Para curvas de curado

$$\alpha = \frac{(M_t - M_0)}{(M_\infty - M_0)} \quad (2)$$

En donde ΔH_t es el calor acumulado a partir de la reacción al tiempo t , ΔH_∞ es el monto total de calor generado durante la reacción, M_0 , M_t , y M_∞ son los valores de torque a tiempo cero, tiempo de curado t y al final del proceso de vulcanización, respectivamente.

La velocidad de curado puede ser expresada en forma general como:

$$\frac{d\alpha}{dt} = K(T)f(\alpha) \quad (3)$$

Donde t es el tiempo en segundos, T es la temperatura expresada en grados Kelvin y K es la constante cinética. La función $K(T)$ es descrita por la ecuación de Arrhenius. Así, la cinética de la reacción de curado puede describirse con la siguiente expresión:

$$\frac{d\alpha}{dt} = K_0 f(\alpha) \exp(-E_a / RT) \quad (4)$$

Donde E_a es la energía de activación y R la constante general de gases.

Una forma compleja de la función $f(\alpha)$ es el modelo autocatalítico descrito a continuación donde m y n representan el orden de la reacción

$$f(\alpha) = \alpha^m (1 - \alpha)^n, 0 \leq m \leq 1, n \geq 1 \quad (5)$$

3. PARTE EXPERIMENTAL

Se utilizó un caucho nitrilo (NBR) Krinac 3335C como componente principal de la formulación. El aserrín de Coco (AC) usado como carga fue obtenido por vía artesanal. Se emplearon Óxido de Zinc y Ácido Esteárico como agentes activadores respectivamente. El agente vulcanizante empleado fue Azufre y el agente acelerante fue TBBS (N-tert-butyl-2-benzothiazyl sulfonamida). La proporción de aserrín de coco utilizada fue de 20 ppc y se utilizaron tamaños promedios de partícula: a) 600 μm , b) 325 μm y menores a 300 μm .

Las mezclas se prepararon empleando un Banbury y un rodillo abierto siguiendo la norma ASTM 3187. El comportamiento de curado fue determinado a 140, 150, 160, 170, 180 y 190 °C en un reómetro de disco oscilante de acuerdo a la norma ASTM D5289

Se utilizó un calorímetro diferencial de barrido Mettler Toledo (Modelo DSC 822) para evaluar las reacciones de curado bajo condiciones isotérmicas y dinámicas. El curado isotérmico se realizó a las temperaturas de 140, 150, 160, 170, 180 y 190 °C y los ensayos dinámicos se evaluaron a 6 velocidades de calentamiento diferentes, 2, 5, 10, 15, 25 y 50 °C/min. El calor de vulcanización fue determinado por integración del área bajo la curva exotérmica

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La Figura 1 muestra el comportamiento de curado obtenido mediante ensayos reométricos para formulaciones de NBR (a), NBR reforzado con aserrín de coco (b) a diferentes temperaturas de curado y se observa como a medida que se incrementa la temperatura se disminuye el tiempo de inicio del curado (tiempo scorch) y aumenta la velocidad con que ocurre la reacción de vulcanización. La presencia de la carga ocasiona en forma general un aumento del torque indicando una rigidización de la formulación. En la fig.1(c) se presenta el efecto de los diferentes tamaños de partícula del aserrín

En la Tabla 1 se muestran los valores de los parámetros cinéticos determinados a partir de los ensayos de DSC y de reometría. Los valores de K , n y m a las temperaturas evaluadas (150°C -190°C) fueron calculadas a partir de análisis de regresión lineal múltiple de la data experimental.

Los valores de K por la aplicación de la ecuación (4) a los datos obtenidos experimentalmente, y luego se determinaron los valores de n y m por minimización del error de la constante cinética.

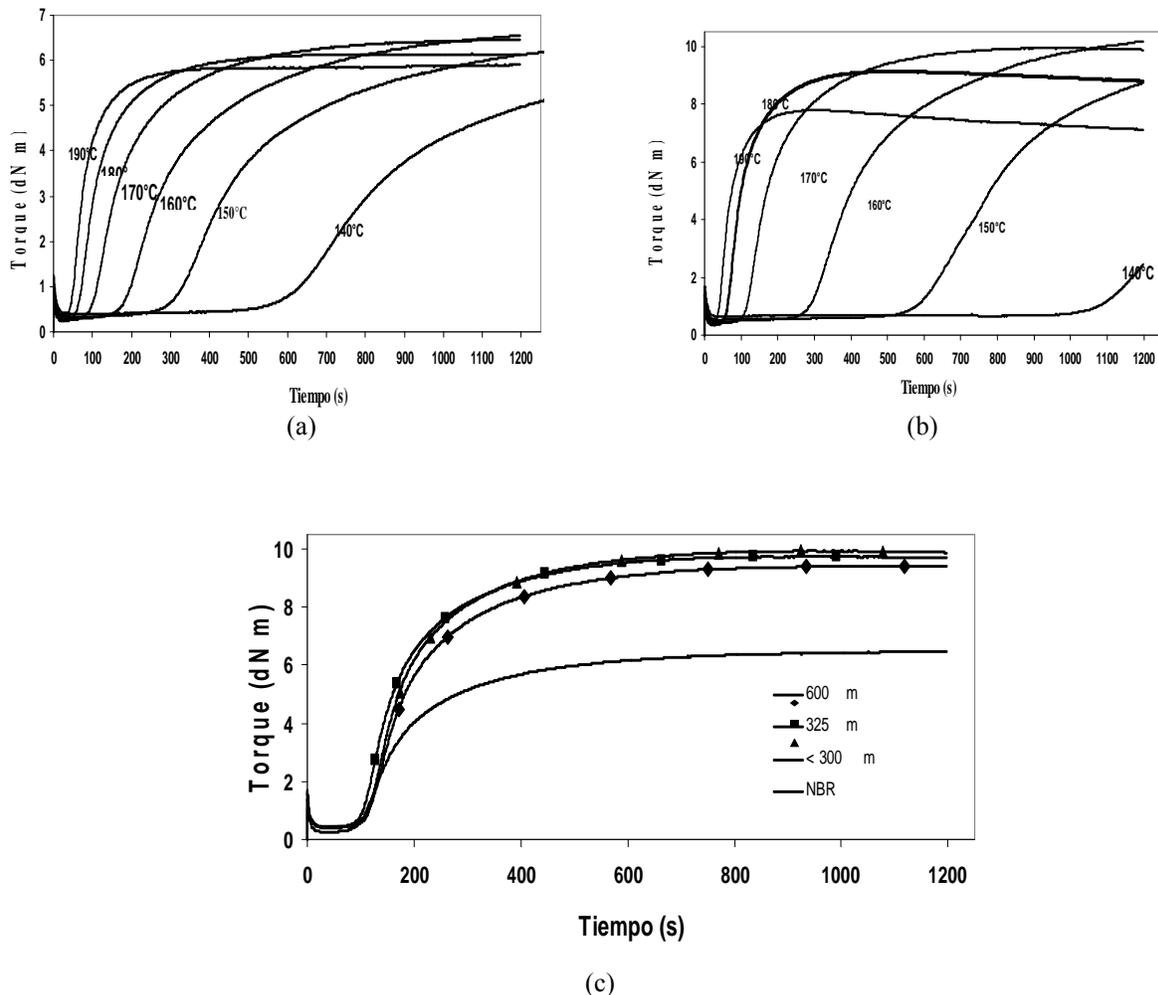


Figura 1. Curvas de curado experimentales obtenidos por ensayos reométricos: a) NBR; b) NBR/AC $< 300 \mu\text{m}$ c) NBR/AC de diferentes tamaños de partícula

A mayor temperatura se obtuvieron mayores valores de K para todas las formulaciones, lo que indica un incremento de la velocidad de vulcanización. Por otra parte, en la tabla 1 se observa que los valores de K para temperaturas menores o iguales a 160°C son ligeramente más altos para el NBR solo, pareciera existir un efecto inhibitor de la carga sobre el proceso de vulcanización, debido a probables reacciones paralelas a la de la vulcanización y cuyas velocidades de reacción son más rápidas y por lo tanto están compitiendo con la reacción de vulcanización a partir de los reactantes. En cambio, a temperaturas mayores o iguales a 170°C , los valores de K son más altos para las mezclas con AC indicando que las referidas reacciones paralelas no tienen un efecto significativo.

Por otra parte, se observa que la Energía de Activación (E_a) incrementa ligeramente con la carga, lo cual demuestra que la carga puede estar modificando el mecanismo de vulcanización u origina un cambio en la etapa controlante del proceso de vulcanización. En la tabla 1 se muestra que los ordenes de reacción n y m son fraccionados, lo que implica que en el proceso de vulcanización del NBR con y sin AC, se están originando varias reacciones simultáneas en serie y/o paralelo. También, se observa que el orden de reacción no autocatalítica (n) (el cual indica la tendencia inicial de la reacción de vulcanización a partir de los componentes originales presentes en las mezclas), es siempre mayor que m , de lo cual se infiere, la elevada dependencia del avance de la reacción respecto a los componentes iniciales de mezcla en contraste con el aporte de los productos de la reacción. Pero con el incremento en la temperatura de vulcanización, se observa que los valores de n disminuyen y los de m incrementan ligeramente. Esto implica que el proceso de vulcanización va a depender no solo de los reactantes sino de los productos de las reacciones que ejercen un efecto catalítico, entre éstas se pueden mencionar la degradación de los componentes de la mezcla y del AC. El orden de reacción autocatalítica m alcanza un valor asintótico entre 0.7 y 0.8, para todas las mezclas bajo estudio

Tabla 1. Parámetros cinéticos NBR y NBR/AC obtenidos de ensayos de Reometría y de DSC

Compuestos	T _c (°C)	Reometría				DSC			
		Kx10 ⁻² (min ⁻¹)	n	m	E _a (KJ/mol)	Kx10 ⁻² (min ⁻¹)	n	m	E _a (KJ/mol)
NBR	140	3.1	2.32	0.68	-	-	-	-	-
	150	7.3	2.26	0.73	4.6	2.55	0.55	-	-
	160	9.7	2.30	0.69	5.7	2.43	0.56	-	-
	170	11.1	2.22	0.78	6.4	2.46	0.55	-	-
	180	18.1	2.18	0.81	11.1	2.25	0.76	-	-
	190	18.9	2.31	0.69	59.1	15.2	2.11	0.88	51.3
NBR /AC _{600 μm}	150	5.5	2.40	0.61	-	4.7	2.62	0.40	-
	160	7.8	2.24	0.77	-	4.6	2.48	0.53	-
	170	11.5	2.38	0.63	-	6.7	2.38	0.61	-
	180	19.1	2.30	0.71	-	18.8	2.19	0.82	-
	190	22.9	2.33	0.68	63.4	23.9	2.14	0.82	64.6
NBR /AC _{325 μm}	150	5.9	2.41	0.56	-	5.0	2.62	0.33	-
	160	8.6	2.15	0.85	-	5.1	2.61	0.40	-
	170	17.0	2.18	0.82	-	8.8	2.42	0.57	-
	180	19.7	2.25	0.75	-	20.9	2.21	0.81	-
	190	25.8	2.17	0.82	67.3	38.2	2.14	0.85	70.8
NBR/AC _{<300μm}	150	5.7	2.50	0.50	-	4.6	2.64	0.53	-
	160	7.6	2.40	0.61	-	4.1	2.54	0.50	-
	170	12.2	2.29	0.72	-	7.8	2.46	0.55	-
	180	15.5	2.18	0.82	61.6	19.3	2.26	0.76	67.0

5. CONCLUSIONES

La presencia de partículas de aserrín de coco en el NBR incrementa ligeramente el tiempo Scorch y aumenta la velocidad de la reacción de curado. Tal efecto resulta recomendable para el moldeo de este elastómero vía inyección y extrusión.

Los estudios cinéticos llevados a cabo mediante las técnicas de DSC y de reometría mostraron que el AC utilizado como carga en el NBR incrementa el requerimiento energético para llevar a cabo la reacción de vulcanización, ya que se ven afectados los valores de K y Ea.

De acuerdo a los valores de n y m. se concluye que existe una elevada dependencia de los reactantes para promover el avance de la reacción de vulcanización. El modelo usado, presentó una buena correlación con la data experimental ya que involucra en su ecuación, constantes asociadas a los mecanismos de reacción dependientes de los componentes presentes en la mezcla inicial y en menor medida al mecanismo de reacción autocatalítico.

Agradecimientos

Los autores agradecen a: FONACIT(S1-2002000518), la Universidad Simón Bolívar (Grupo G-14) y a la Universidad Central de Venezuela (Escuela de Ingeniería Química)

REFERENCIAS

- [1].Zurina, M., Ismail, H., Bakar, A., Rice Husk Powder-Filled Polystyrene/Styrene Butadiene Rubber Blends. *Journal of Applied Polymer Science*, vol. 92, pp. 3320- 3332, 2004.
- [2].Egwaikhide, P. A., Akporhonor, E. E., Okieimen, F. E., Effect of coconut fibre filler on the cure characteristics physico–mechanical and swelling properties of natural rubber vulcanisates. *International Journal of Physical Sciences*, vol. 2, pp. 039-046, 2007.
- [3].Nakason. C., Kaesaman, A., Sainamsai, W., Kiatkamjornwong, S., Rheological Behavior of Reactive Blending of Epoxidized Natural Rubber with Cassava Starch and Epoxidized Natural Rubber with Natural Rubber and Cassava Starch. *Journal of Applied Polymer Science*, vol. 91, pp. 1752-1762, 2004.
- [4].Bharadwaj-Somaskandan, S., Krishnamurthi, B., Sergeeva, T., Macro and Microfillers As Reinforcing agents for Polyurethane Elastomers. *Journal of Elastomers and Plastics*, vol. 35, pp. 325-334, 2003.
- [5].López-Manchado. M. A., Arroyo. M., Herrero. B., Biagiotti. J., Vulcanization Kinetics of Natural Rubber-Organoclay Nanocomposites. *Journal of Applied Polymer Science*, vol. 89, pp. 1-15, 2003.
- [6].Arrillaga, A., Zaldua, A. M., Atxurra, R. M., Farid, A. S., Techniques used for determinning cure kinetics of rubber compounds. *European Polymers*, vol. 43, pp. 4783-4799, 2007.

SIMULACIÓN DIRECTA DE LA CAPA CATALÍTICA DE UNA CELDA DE COMBUSTIBLE DE INTERCAMBIO PROTÓNICO PARA DETERMINAR CONDUCTIVIDADES EFECTIVAS

Romeli Barbosa

romelix1@gmail.com

Centro de Investigación en Energía, Universidad Nacional Autónoma de México. Temixco, Morelos, México, C. P. 62580.

Beatriz Escobar

bem08@hotmail.com

Centro de Investigación en Energía, Universidad del Istmo. Tehuantepec, Oaxaca, México, C. P. 70760.

Jorge Andaverde

andaverde_ja@hotmail.com

Centro de Investigaciones en Ingeniería y Ciencia Aplicada. Universidad Autónoma del Estado de Morelos. Cuernavaca, Morelos, México, C. P. 62210.

Ulises Cano

ucano@iie.org.mx

Instituto de Investigaciones Eléctricas. Cuernavaca, Morelos, México, C.P. 62490.

Resumen. En este trabajo se reportan los resultados obtenidos de la simulación directa de la capa catalítica (CL) de una celda de combustible de intercambio protónico (PEMFC). La técnica de simulación usada consiste en la solución de la ecuación de continuidad de transporte de carga en una malla tridimensional de volúmenes de control finitos generada mediante la reconstrucción estocástica del medio. El algoritmo de generación de la malla hace uso de la información disponible antes y después de la manufactura de la CL y las estructuras generadas son caracterizadas mediante funciones de correlación de dospuntos. Las variables de estudio en la composición de la estructura de la CL son: (i) fracción volumétrica de electrolito disperso, (ii) porosidad total del medio y (iii) distribución de tamaño de poro.

Palabras clave: Reconstrucción estocástica, Funciones de correlación, Medio heterogéneo, PEMFC.

1. INTRODUCCIÓN

La actual disminución de los recursos naturales no renovables más utilizados en la generación de energía eléctrica, así como la contaminación que ello produce y sus consecuencias, tales como, efectos nocivos a la salud de cualquier ser vivo, obligan a la búsqueda de alternativas que puedan ser utilizadas en el futuro cercano. En este escenario, el hidrógeno jugará un papel importante como vector energético, tanto por la factibilidad técnica, como por la característica renovable y no contaminante. Debido a su versatilidad y alta eficiencia de conversión energética, la celda de combustible de intercambio protónico (PEMFC) es la tecnología para el consumo de hidrógeno que ha logrado un gran desarrollo a nivel mundial, principalmente para aplicaciones tanto móviles como estacionarias de pequeña y mediana potencia.

En los electrodos o capas catalíticas (CL's) de la PEMFC tienen lugar las reacciones electroquímicas y el transporte de masa que determinará el desempeño global de la celda. La composición y estructura de la CL de una PEMFC definen a este componente como un material heterogéneo aleatorio. En los materiales heterogéneos, los coeficientes efectivos de transporte (CTE's) son significativamente afectados por las propiedades de las fases, las fracciones volumétricas de su composición y la estructura de los elementos que la componen. Para un material heterogéneo aleatorio consistente de M fases, su CTE general (K_e) es:

$$K_e = f(K_1, K_2, \dots, K_M; \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_M; \Omega) \quad (1)$$

donde el subíndice de las variables indica la fase en cuestión, K es la constante de proporcionalidad de la fase, ϕ la fracción volumétrica de la fase y Ω la información microestructural de todo el medio [1].

El valor correcto del CTE es indispensable para la apropiada simulación numérica de sistemas que contienen uno o más componentes con características de medio heterogéneo. Un valor equivocado del CTE altera los resultados y como consecuencia proporcionará una mala interpretación de los fenómenos de transporte generando parámetros erróneos de diseño del sistema.

Una técnica poderosa para determinar propiedades efectivas de medios heterogéneos aleatorios es la denominada "reconstrucción estocástica". Esta técnica está fundamentada en la generación computacional de una malla que caracteriza la microestructura real del medio heterogéneo, descrita matemáticamente por funciones estadísticas referidas como "funciones de correlación".

En este trabajo se presenta un estudio teórico de la CL mediante la reconstrucción estocástica de su microestructura. La técnica de reconstrucción empleada permite hacer uso de la información estructural disponible antes y después de la manufactura de la CL. Las estructuras reconstruidas son caracterizadas con una función de correlación de dos puntos. Así mismo, se presentan los resultados obtenidos para la tasa de eficiencia de conducción de muestras teóricas con diferente carga de nafion®, porosidad total y distribución de tamaño de poro. La técnica también puede ser aplicada para evaluar las diferentes teorías estructurales en la escala nanométrica (i.e. el ionomero forma una capa delgada alrededor de los conglomerados de Pt/C).

2. TEORÍA Y CÁLCULOS

Es conocido que el volumen de la fase sólida (V_S) de cualquier mezcla es igual a la sumatoria de la masa (m) sobre la densidad (ρ) de cada uno de los elementos i que la componen, como lo describe la “Ec. (2)”.

$$V_S = \sum \frac{m_i}{\rho_i} \quad (2)$$

Las relaciones de diseño típicamente usadas y que son controladas antes de la manufactura de la CL son: (1) carga de platino (γ_{Pt}); (2) carga de ionomero (β_N); y (3) porcentaje en peso del platino depositado sobre el carbón (θ_{Pt}). La sustitución de estas relaciones de diseño en la “Ec. (2)” proporciona el volumen ocupado por cada uno de los elementos primarios en la fase sólida de la CL. Las ecuaciones (3), (4) y (5) se utilizan para calcular el volumen ocupado por el platino (V_{Pt}), el carbón (V_C) y el nafion (V_N), respectivamente.

$$V_{Pt} = \frac{V_S}{\left[\frac{\beta_N(1+\theta_{Pt})}{\theta_{Pt} \rho_N(1-\beta_N)} + \frac{1}{\rho_{Pt}} + \frac{1}{\theta_{Pt} \rho_C} \right] \rho_{Pt}} \quad (3)$$

$$V_C = \left(\frac{1}{\theta_{Pt} \rho_C} \right) (V_{Pt} * \rho_{Pt}) \quad (4)$$

$$V_N = \left(\frac{\beta_N}{(1-\beta_N)\rho_N} \right) \left(\frac{[V_{Pt} * \rho_{Pt}](1+\theta_{Pt})}{\theta_{Pt}} \right) \quad (5)$$

donde, ρ_{Pt} , ρ_C , ρ_N son las densidades del platino, carbón y nafion, respectivamente [2].

Después de la manufactura del electrodo mediante técnicas de caracterización físicas (p.ej. microscopia electrónica de barrido y porosimetría) podemos obtener el tamaño y estructura del macroaglomerado, la porosidad total y la distribución de tamaños de poro real.

Las variables de entrada al algoritmo de reconstrucción estructural son: (i) carga de platino (γ_{Pt}); (ii) carga de nafion® (β_N); (iii) porcentaje en peso del platino depositado sobre el carbón (θ_{Pt}); (iv) porosidad; (v) dimensiones del dominio de cómputo y del volumen de control; y (vi) tamaño promedio de los elementos representativos.

El dominio de cómputo es fraccionado en volúmenes de control finitos (VCF), en donde cada volumen es identificado por un número índice distribuido aleatoriamente y generado computacionalmente por un generador de números aleatorios [3].

El método de reconstrucción de cada una de las fases contempla cuatro etapas de formación: (1) el centro de los elementos representativos (i.e. elementos primarios, macroaglomerados, mesoporos, islas, etc.) son distribuidos aleatoriamente; (2) alrededor de dichos centros se genera en un solo paso una geometría tridimensional específica previamente configurada (i.e. estructuras amorfas de esferas, elipses, tubos, etc.); (3) de manera aleatoria los alrededores son rellenados hasta cubrir la fracción volumétrica requerida.

La función de correlación de dos puntos (S_2) de un medio homogéneo puede ser obtenida al lanzar aleatoriamente un segmento de línea de longitud r con orientación específica y contar el número de veces que el inicio (x) y final ($x + r$) de la línea se encuentra en la fase j . Adoptando coordenadas ortogonales la función de correlación de dos puntos aplicada para caracterizar las estructuras generadas en este trabajo queda de la siguiente forma:

$$S_2(r) = \frac{1}{3N^2} \left[\sum_{j,k=1}^N S_{2,i}(r) + \sum_{k,i=1}^N S_{2,j}(r) + \sum_{i,j=1}^N S_{2,k}(r) \right] \quad (6)$$

donde N es la longitud del dominio de cómputo (cubico) y $S_{2,i}(r)$ es la función de correlación de dos puntos aplicada a lo largo de la dirección i , (ecuación 7),

$$S_{2,i}(r) = \frac{1}{N-r} \sum_{i=1}^{N-r} I(i,j,k) * I(i+r,j,k) \quad (7)$$

similarmente $S_{2,j}$ y $S_{2,k}$ pueden ser definidos.

Aplicando la ley de continuidad en un medio discretizado por VCF, la ecuación de conservación de transporte de carga en un medio no reactivo, puede ser expresada por la ecuación (8):

$$\nabla \cdot (k_m \nabla \phi_e) = 0 \quad (8)$$

donde k_m es la conductividad del material y ϕ_e el potencial aplicado. Resolviendo directamente la ecuación de continuidad de transporte de carga en la malla estructural es posible obtener el promedio de flujos de corriente locales generados por los potenciales de carga aplicados. Regresando a la ley de ohm y sustituyendo los flujos de corriente locales generados podemos determinar la resistividad efectiva (ρ_{m_efec}) del medio heterogéneo (ecuación 9),

$$\rho_{m_efec} = \left(\rho_{mat} \frac{L_{m_efec}}{A_{m_efec}} \right) \frac{A_m}{L_m} \quad (9)$$

donde ρ_{mat} es la resistividad de la fase conductora, A_{m_efec} y L_{m_efec} el área y longitud efectiva de conducción y A_m y L_m el área y longitud del dominio de cómputo [2].

Con el propósito de estandarizar y generalizar los resultados, en este trabajo las resistividades encontradas son utilizadas para calcular una tasa de eficiencia de conducción (ε_k).

$$\varepsilon_k = \frac{A_{m_efec} \cdot L_m}{L_{m_efec} \cdot A_m} \quad (10)$$

Aunque en este trabajo se determinó únicamente la conductividad óhmica efectiva, otras propiedades de transporte, tales como la conductividad térmica y coeficiente de difusión, por mencionar algunas, pueden ser también determinadas bajo el mismo enfoque.

En este trabajo se determinó la tasa de eficiencia de conducción eléctrica de una CL con diferentes condiciones estructurales: (1) carga de ionomero en el electrodo (β_N), en un rango de 20 a 80 %wt; (2) porosidad de la CL en un rango de 20 a 50 % y (3) distribución de tamaño de poro. Todas las estructuras generadas tienen la siguiente configuración: Pt/C al 20%wt; 0.5 mg Pt/cm²; diámetro promedio de la partícula de Pt, del conglomerado de carbón (ER_C), del macroaglomerado (ER_M) y del mesoporo (ER_P) igual a 3, 50, 500 y 600 nm, respectivamente. Las densidades de los materiales que conforman la estructura sólida del electrodo: Pt, C y nafion® son de 21450, 1800 y 2000 mg/cm³, respectivamente. Cada una de las estructuras resultantes es generada 10 veces por diferentes series aleatorias y los valores resultantes son promediados.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Caracterización de las estructuras reconstruidas

La figura 1 muestra la función de correlación de dos puntos (S_2) aplicada a la fase “carbón”, cada una de las curvas pertenece a diferente carga de ionomero (β_N). Los resultados son graficados versus la distancia adimensional r/N , donde r es la distancia entre los dos puntos y N el látice del dominio de cómputo. Todas las funciones de correlación decaen exponencialmente hasta el cuadrado de la fracción volumétrica, a partir del cual su valor es independiente de r . Cuando $r = 0$, S_2 representa la fracción volumétrica de la fase caracterizada.

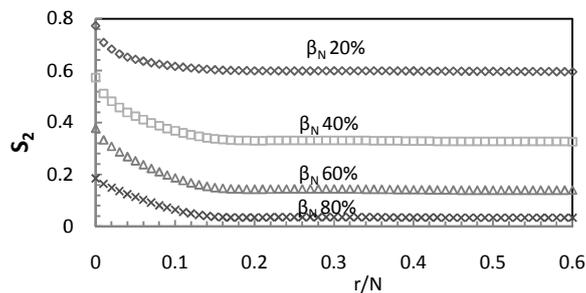


Figura 1 – Función de correlación de dos puntos de algunas muestras reconstruidas.

La figura 2 muestra algunas imágenes representativas de las muestras reconstruidas correspondientes a las S_2 mostradas en la “Fig. 1”. Las figuras 2a, 2b y 2c corresponden a una β_N de 20, 50 y 80 %_{wt}, respectivamente.

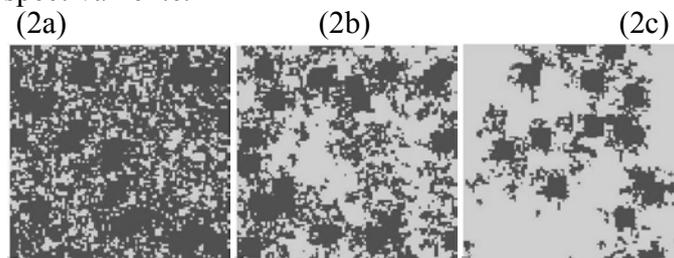


Figura 2 – Imágenes de algunas estructuras reconstruidas.
El color negro representa la fase conductora y la gris la aislante.

3.2. Coeficientes de transporte de carga

La figura 3 resume los resultados encontrados. Las curvas traslapadas son los resultados obtenidos para diferentes distribuciones de tamaño de poro, lo cual indica que la tasa de eficiencia de conducción eléctrica es independiente de dicha distribución. Sin embargo se observa una diferencia significativa al aumentar la porosidad total del electrodo, esta tendencia es evidentemente ocasionada por la disminución de la proporción volumétrica de la fase sólida al aumentar la porosidad. Asimismo, es evidente que la tasa de eficiencia de conducción eléctrica disminuye inversamente y de manera exponencial al incrementar la carga del ionomero en el electrodo, lo cual es un comportamiento esperado, ya que al aumentar β_N la fracción volumétrica de la fase electrónica disminuye, afectando directamente al transporte de carga eléctrica. También

se observa que la velocidad de decaimiento de la tasa de eficiencia de conducción eléctrica disminuye al aumentar la porosidad, es decir la pendiente de las curva disminuye.

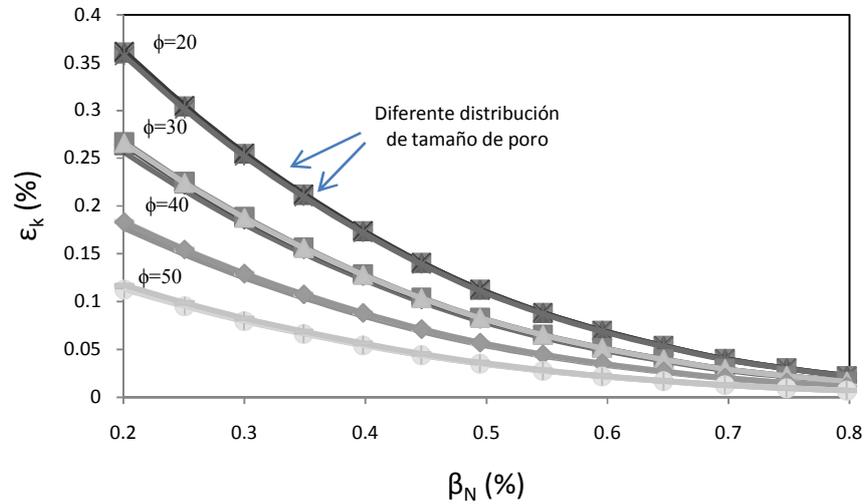


Figura 3 – Tasa de eficiencia de conductividad electrónica.

CONCLUSIONES

El algoritmo de generación de la malla hace uso de la información disponible antes y después de la manufactura de la CL y las estructuras generadas son caracterizadas mediante funciones de correlación de dos puntos. Aunque el objetivo principal de este trabajo no es presentar los resultados para la optimización de CL's, las técnicas presentadas pueden ser aplicadas para estudiar microestructuras ya existentes ó bien proponer CL más eficientes.

REFERENCIAS

- [1] S. Torquato. Theory of random heterogeneous materials. Handbook of Materials Modeling. Springer 2005: 1333–57.
- [2] R. Barbosa, J. Andaverde, B. Escobar, U. Cano. Stochastic simulation with scaling of the catalytic layer of a PEMFC to determine effective transport coefficients. International Journal of Hydrogen Energy 2010; Submitted for publication.
- [3] M. Matsumoto and T. Nishimura. Mersenne Twister: A 623-Dimensionally Equidistributed Uniform Pseudo-Random Number Generator. ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation 1998; 8: 3-30.

COMPUESTOS DE POLIETILENO DE ALTA DENSIDAD CON HIDROXIAPATITA: CORRELACIÓN ENTRE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS EXPERIMENTALES Y LAS OBTENIDAS A TRAVÉS DE DIFERENTES MODELOS MATEMÁTICOS

Albano C.

Carmen.albano@ucv.ve

Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela, Caracas-Venezuela

Perera R.

rperera@usb.ve

Departamento de Mecánica, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela.

Cataño L., Karam A., González G.

lgcatanoguerrero@gmail.com

akaram@ivic.ve

gemagonz@ivic.ve

Laboratorio de Polímeros, Centro de Química y Departamento de Ingeniería, Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas, Caracas, Venezuela.

Resumen. *Diferentes modelos matemáticos fueron usados para predecir las propiedades tensiles (módulo de Young, resistencia y elongación a la ruptura) y compararlas con los valores experimentales de los compuestos de polietileno de alta densidad con hidroxiapatita con y sin copolímero de etileno-ácido acrílico. De los resultados mostrados se puede inferir que los modelos de "Guth" y "Kerner modificado" pueden ser usados satisfactoriamente para predecir el módulo de Young. En cambio, los valores obtenidos con el modelo de Verbeek no muestran una buena correlación con la data experimental. La dispersión de la hidroxiapatita en los compuestos bajo estudio confirman las discrepancias encontradas entre los valores experimentales del módulo de Young y los obtenidos a través del modelo de Verbeek. Por otra parte, los valores de "P", "a" y " σ_A ", que son parámetros de interacción obtenidos a través de las propiedades mecánicas de resistencia a la ruptura, indican que parece existir una ligera interacción de los grupos carboxílicos del copolímero con los hidroxilos de la HA. En los compuestos con 20 y 30 % en peso de carga, esta ligera interacción no mejora el comportamiento de los valores del módulo de Young, ya que las desviaciones del modelo de Verbeek son muy significativas.*

Palabras claves: Modelos matemáticos, Propiedades mecánicas, Compuestos, PEAD, Hidroxiapatita, Copolímeros de etileno-ácido acrílico.

1. INTRODUCTION

Las poliolefinas son materiales con un amplio espectro de aplicaciones debido a sus propiedades, versatilidad y bajo costo. Por otra parte, compuestos de polietileno de alta densidad (PEAD) con hidroxiapatita (HA) presentan un eficiente comportamiento mecánico, así como un incremento en su potencial de aplicación en el área de biomedicina, debido a las similitudes con las propiedades físicas del hueso [1]. Además, es importante promover una buena interacción entre el PEAD y la HA, por lo tanto algunos investigadores usaron monómeros insaturados, como el ácido acrílico, para funcionalizar el PEAD y de esta forma lograr una interacción con los grupos OH de la HA [2].

Por otra parte, el modelaje de las propiedades mecánicas de PEAD/HA/EAA (copolímero de etileno-ácido acrílico) es importante con el fin de dilucidar como el EAA puede interactuar en la interfaz. Por lo tanto, con la finalidad de evaluar el comportamiento tensil de los compuestos de HDPE/HA/EAA, se utilizaron varios modelos teóricos que predicen las propiedades mecánicas y se comparan con los valores experimentales. También, se estudio la morfología del producto final, así como la influencia de las propiedades térmicas y termodegradativas sobre las propiedades mecánicas. Los modelos teóricos que se utilizaron en el presente trabajo para predecir el módulo de Young, la resistencia y la elongación a la ruptura son: el de Verbeek [3], el de Guth [4] y el de Kerner modificado [5] para el módulo de Young, el de Nicolais-Narkis [6], Kunori-Geil [7] y Enikolopyan et al. [8] que correlacionan la resistencia a la ruptura con parámetros de interacción (P , a , σ_A) y el de Nielsen [9] para la elongación a la ruptura.

2. PARTE EXPERIMENTAL

Un PEAD comercial con un IF (índice de flujo) igual a 5 dg/min fue usado como matriz polimérica. También se usaron dos copolímeros al azar de etileno-ácido acrílico que contienen 5 y 20 % en peso de ácido acrílico (EAA). La HA se obtuvo a través de reacciones de precipitación, utilizando soluciones de hidróxido de calcio y fosfato de amonio a contenidos equimolares. Los compuestos de PEAD con HA se prepararon en un mezclador interno a 160°C y a una velocidad de 50 rpm. La nomenclatura usada cuando se adicionaron los copolímeros fue la siguiente: PE/ z EAA w /HA q , donde z , w y q representan el porcentaje en peso de copolímero en el compuesto, de AA en el copolímero y de HA en el compuesto, respectivamente. Las muestras fueron moldeadas por compresión y se troquelaron según el procedimiento estándar de la norma ASTM-638. Las propiedades mecánicas se determinaron usando una máquina de ensayos universales (Instron, modelo 4204) a una velocidad de 50 mm/min. La morfología de los compuestos se evaluó por microscopía electrónica de transmisión (MET). Los análisis de descomposición térmica se realizaron con el fin de dilucidar la estabilidad térmica de las muestras. Por último, de los estudios realizados por calorimetría diferencial de barrido, se determinaron las temperaturas de fusión y cristalización y el grado de cristalinidad de las muestras.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La Figura 1 muestra el comportamiento del Módulo de Young obtenido mediante los diferentes modelos para los compuestos de PEAD/HA/EAA comparados con los resultados experimentales.

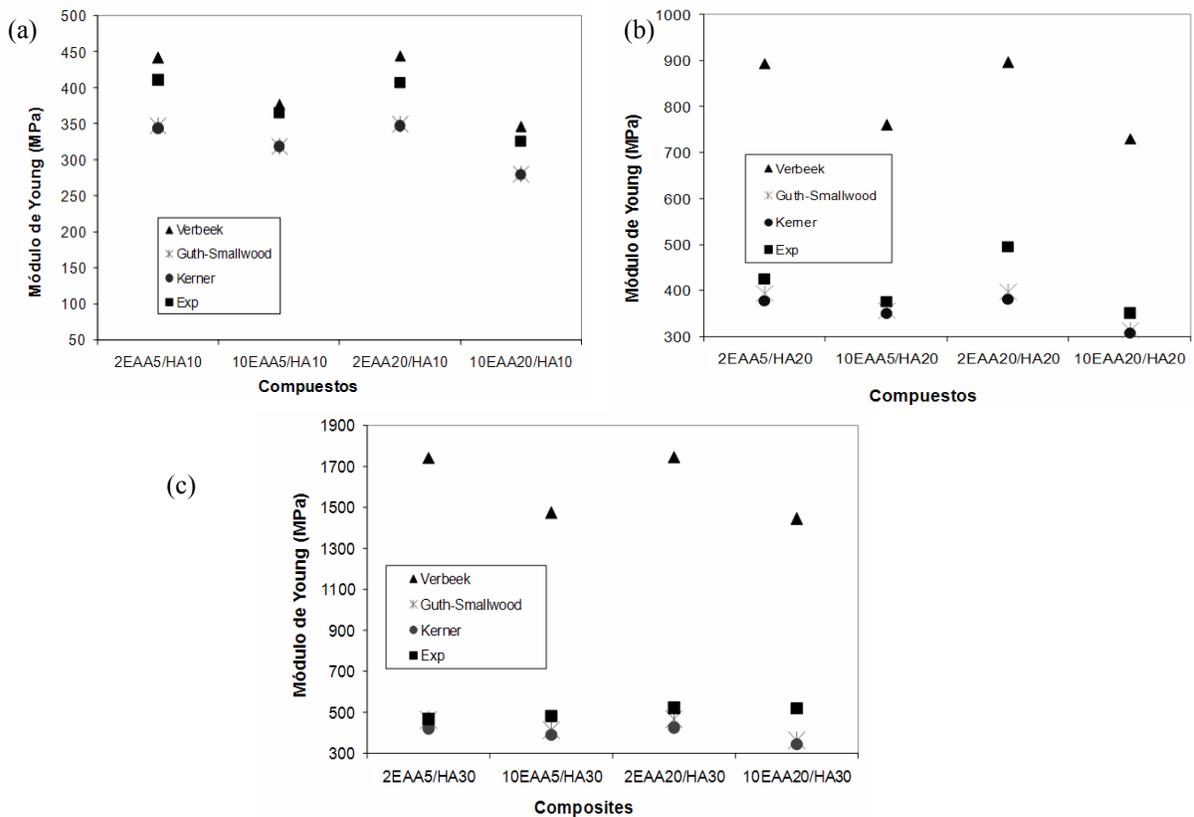


Figura 1: Valores el módulo de Young experimentales y obtenidos a través de los diferentes modelos para los compuestos de PEAD con diferentes contenidos de HA: a) 10%; b) 20%; c) 30% y EAA.

En los compuestos de PE/HA con los diferentes copolímeros (Tabla 1), se observa una disminución en los valores de $\Delta H_{\text{fusión}}$, esto se debe a los bajos valores de la entalpía de fusión de los copolímeros (Tabla 2). Este efecto, observado en la Tabla 1, es más significativo en los compuestos con 10% de copolímero indistinto del contenido de AA, lo que produce para los compuestos con 10 y 20% de HA una disminución del módulo de Young experimental al compararlo con el compuesto sin copolímero (372 MPa, 480 MPa, 10 y 20% de HA). Por otra parte, a medida que se incrementa el contenido de HA (30%), este aseveración no se cumple, debido a que tiene más influencia el contenido de carga que la adición de EAA (valores del PE con 30 % de HA, 455 MPa).

Con respecto a los modelos de Guth y Kerner modificado, se tiene que éstos no contemplan entre sus suposiciones, factores como cambio de volumen por estiramiento y partículas de carga cilíndricas embebidas en una matriz continua, así como cambios en la cristalinidad de los compuestos HDPE/HA/EAA, que tienen influencia sobre los valores experimentales del módulo de Young. Como se observa en la Figura 1, estos factores no producen desviaciones significativas entre los valores experimentales del módulo de Young y los predichos por estos modelos. Este comportamiento se observa para todas las muestras bajo estudio, independiente del contenido de HA y de los copolímeros. Por lo que se puede inferir que

no ocurre un incremento en la interacción interfacial, debido a la adición de los compatibilizantes (copolímeros).

Tabla 1: Propiedades térmicas de los compuestos

HA	Sin copolímero		2% de Copolímero				10% de Copolímero			
			5% AA		20% AA		5% AA		20% AA	
	$\Delta H_{\text{fusión}}$ (J/g)	Ea (kJ/mol)								
10	178	372	161	330	158	308	149	360	127	380
20	174	391	164	343	161	369	134	352	141	359
30	185	437	166	365	164	338	123	373	139	320

($\Delta H_{\text{fusión}}$ del PEAD solo: 172 J/g)

Tabla 2: Propiedades térmicas de los copolímeros

Contenido de AA en copolímero (%)	ΔH_f (J/g)	T _c (°C)	T _f (°C)
5	90	83	101
20	44	51	77

La buena correlación existentes entre los valores del modulo de Young experimentales y los predichos por el modelo de Verbeek, a bajos contenidos de carga (10% de HA) con y sin la adición de copolímero, se debe a la mejor dispersión de la HA, aunque no se logre una interacción polímero-carga (MET), lo cual se demuestra por los valores de parámetros de interacción, que serán discutidos más adelante. En cambio, con el aumento en el contenido de HA (20 and 30%), aún con la adición de copolímero, el modelo de Verbeek no puede determinar los valores del modulo de Young de los compuestos. Lo cual se debe a que no se cumplen los factores antes mencionados debido a la formación de aglomerados (Figura 2): tamaño de partícula, eficiencia de empaquetamiento del reforzante, la relación de aspecto de la carga, perfecta interacción polímero-carga y disminución de la porosidad; ya que los copolímeros no logran una buena interacción polímero-carga que afecte la porosidad de los compuestos. De lo cual se infiere que una adecuada interacción implica menor porosidad, lo que da lugar a un incremento del módulo de Young.

De las micrografías de los compuestos (Figura 2), se tiene que la adición de los copolímeros disminuye los aglomerados de HA, aunque éstos siguen observándose. De lo cual se infiere que la interacción carga-carga persiste en los compuestos, por lo tanto, no se tiene una adhesión perfecta entre las inclusiones y la matriz como lo indica el modelo de Verbeek.

Los resultados de los parámetros de concentración de esfuerzos (a, P), como el de adhesión (σ_A), se muestran en la Tabla 3. Los valores de “P” y “a” de los compuestos son menores con el incremento de HA con y sin la adición de los copolímeros. Para 10 % de HA, es posible que parte del copolímero se encuentre ubicado en la matriz, originando defectos que originan altas concentraciones de esfuerzos. En cambio, a mayores contenidos de HA y de AA, hay mayor cantidad de grupos OH y se produce un ligero aumento en las interacciones, aunque débiles, con los grupos carboxílicos del AA, lo que implica menor cantidad de copolímero en la matriz polimérica, por lo que se incrementan ligeramente los valores de resistencia a la ruptura del compuesto, dando lugar a valores menores de los parámetros “P” y “a”. Por otra parte, los valores de σ_A son negativos para los compuestos con 10% de HA y positivos para los compuestos con 20 y 30% de HA, lo que indica que la interacción polímero-HA incrementa ligeramente con el contenido de HA. Estos resultados indican que la interacción entre los grupos oxidrilos de la

HA y los ester del ácido acrílico no son suficientemente fuertes como para incrementar el módulo de Young experimental de los compuestos. Lo cual se confirma a través de los estudios termodegradativos (Tabla 1), que indican que la adición de copolímero disminuye la energía de activación (E_a) de los compuestos independiente del contenido de HA. Esto se debe a la baja estabilidad de los copolímeros solos (140-180 KJ/mol), lo que podría indicar que las interacciones entre los grupos oxidrilos de la HA y los ester del ácido acrílico son débiles y es posible que se generen en mayor proporción radicales, que inicien el proceso de descomposición, lo que podría afectar el comportamiento del módulo de Young experimental.

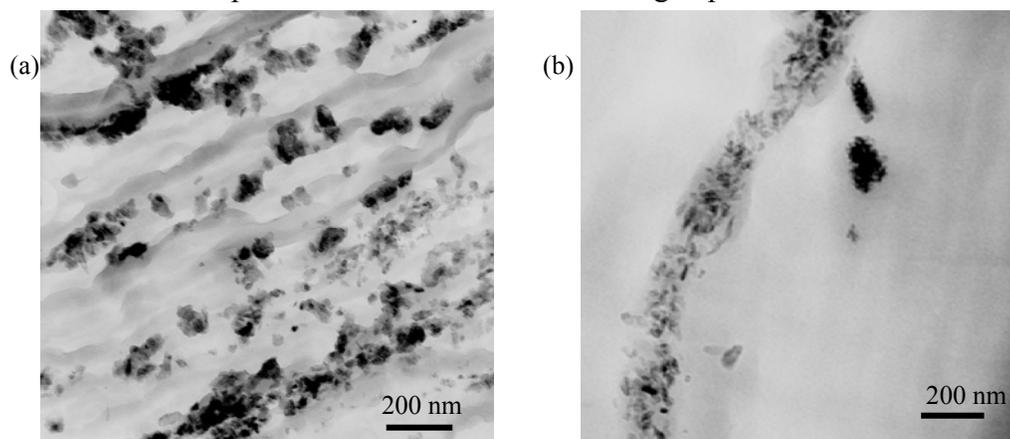


Figura 2: Micrografías de los compuestos de (a) PEAD con 30% de HA; b) PEAD/HA/2EAA20.

Tabla 3: Parámetros de interacción de los compuestos

Parámetros	Copolímeros	10 % HA	20 % HA	30 % HA
P	0	5,59092984	-0,02289678	-0,39369345
	2EAA5	4,87352894	0,44485178	1,21902669
	2EAA20	5,31018405	-0,55933569	-0,79213019
	10EAA5	5,60074231	0,93222616	0,07826436
	10EAA20	7,50436234	2,73812813	-0,49804593
a	0	25,9442758	-0,05518706	-0,77407897
	2EAA5	21,0895570	1,11749138	2,95711435
	2EAA20	23,9508278	-1,28987626	-0,49306655
	10EAA5	26,0163782	2,45304864	0,16244827
	10EAA20	44,8095370	8,92839102	-0,96820611
σ_A	2EAA5	-81,01	15,64	17,04
	2EAA20	-147,82	17,58	15,67
	10EAA5	-76,06	14,32	18,63
	10EAA20	-142,69	19,02	16,83

Por otra parte, para los diferentes compuestos de PEAD/HA/EAA, el decrecimiento de los valores de ϵ_r/ϵ_m (elongación a la ruptura del compuesto/elongación a la ruptura de la matriz) obtenidos experimentalmente (0,0293-0,009) al compararlos con los que predice la ecuación de Nielsen (0,679-0,5137), indican que la HA por ser una carga rígida, disminuye abruptamente la elongación a la ruptura de los compuestos, contengan o no copolímero.

4. CONCLUSIONES

De los resultados mostrados, se infiere que en el modelo de Verbeek, la relación aspecto es más influyente en los valores del módulo de Young que el tamaño de partícula, ya que asume perfecta adhesión entre la carga y la matriz. Esto implica que no admite concentración de esfuerzos en la interfaz. Por lo tanto, la notable diferencia observada entre los valores experimentales y los de este modelo se debe a una serie de factores, siendo el principal la casi nula interacción polímero-carga. Los modelos de Guth y Kerner modificado presentan los valores de módulo de Young cercanos a los experimentales, ya que entre sus suposiciones contemplan que no existe adhesión polímero-carga. Este comportamiento, se cumple para todas las mezclas bajo estudio. En los compuestos con 20 y 30% de hidroxiapatita, los valores de los parámetros “P”, “a” y “ σ_A ” indican claramente que existe una baja interacción entre los grupos carboxílicos del copolímero con los OH de la HA.

REFERENCIAS

- [1]. Wang, M., Berry, C., Braden, M., Bonfield, W., Young's and shear moduli of ceramic particle polyethylene. *Journal of Materials Science: Materials in Medicine*, vol. 9, pp. 621-624, 1998.
- [2]. Huang, S., Zhou, K., Zhu, W., Huang, B., Li, Z., Effects of in situ biomineralization of micro-structural and mechanical properties of hydroxyapatite/polyethylene composites. *Journal of Applied Polymer Science*, vol. 101, pp. 1842-1847, 2006.
- [3]. Verbeek, C. J. R., The influence of interfacial adhesion, particle size and size distribution on the predicted mechanical properties of particulate thermoplastic composites. *Materials Letters*, vol. 57, pp. 1919-1924, 2003.
- [4]. Guth, E., Theory of filler reinforcement. *Journal of Applied Physics*, vol. 16, pp. 20-25, 1945.
- [5]. Kerner, E. H., The elastic and thermo-elastic properties of composite media. *Proc. Phys. Soc.*, vol. 69 (B), pp. 808-813, 1956.
- [6]. Nicolais, L., Narkis, M., Stress-strain behavior of styrene-acrylonitrile/glass bead composite in the glassy region. *Polymer Engineering Science*, vol. 11, pp. 194-199, 1971.
- [7]. Kunori, T., Geil, P. H., Morphology-properties relationships in polycarbonate-based blends. II. Tensile and impact strength. *Journal of Macromolecular Science Physic*, vol. B18, pp. 135-175, 1980.
- [8]. Enikolopyan, N. S., Fridman, M. L., Stalnova, I. O., Popov, V. L., Filled polymer: Mechanical properties and processability. *Advances in Polymer Science*, vol. 96, pp. 1-67, 1990.
- [10] Nielsen, L. E., *Mechanical properties of polymers and composites*, Vol 2, Marcel-Dekker, New York, 1974.

**SIMULACION PARA EL COMPORTAMIENTO ELECTRODINAMICO
DEL SISTEMAS DE BARRAS DE FASE AISLADAS EN EL ESQUEMA DE
CONEXION DE GENERACION DEL PROYECTO HIDROELECTRICO
“FRANCISCO DE MIRANDA” EN CARUACHI**

Aurilse M Ortiz

aurilseortizlugo@gmail.com

Luis Álvarez

lualvarez@edelca.com.ve

Dpto. de Ingeniería Eléctrica

Universidad Nacional Experimental Politécnica “Antonio José de Sucre”,

Vicerrectorado Pto. Ordaz, UNEXPO, Pto. Ordaz, Edo. Bolívar, Venezuela.

Juan M Ñañez

jnanez@edelca.com.ve

Juan Toledo

jtoledo@edelca.com.ve

Dpto. de Ingeniería Eléctrica. División de Ingeniería de Construcción. Proyecto

Hidroeléctrico “Manuel Piar” en Tocoma. Electrificación del Caroni, C.A., EDELCA.

Filial de la CORPOELEC. Pto. Ordaz, Edo. Bolívar, Venezuela.

Resumen. El sistema de barras de fase aisladas es un conjunto de arreglos que establecen las conexiones eléctricas adecuadas entre los generadores y los transformadores de potencia principales utilizados en Centrales Hidroeléctricas. Se implementan barras de fase aisladas por ser este sistema el más confiable para la conducción de potencia eléctrica desde los generadores hacia los transformadores elevadores y transmitirla al sistema eléctrico nacional. En este trabajo se desarrolla una metodología para evaluar el comportamiento del sistema de barras de fase aisladas ante cortocircuitos, estudiar las fuerzas electromagnéticas y realizar un análisis estructural, que permitan calcular y predecir los esfuerzos electrodinámicos en los soportes del sistema para establecer condiciones mínimas de diseño para la Central Hidroeléctrica de Tocoma, actualmente en construcción. El procedimiento seguido fue el de construir la geometría del sistema de barras trifásicas, modelar el sistema de potencia Generador- Transformador de Potencia-Patio de Distribución, mediante el software ETAP para definir las condiciones permanentes y transitorias. Efectuar una simulación computacional utilizando el software ANSYS para análisis electromagnético y estructural, producto de las corrientes de cortocircuito.

Al evaluar el sistema de barras de fase aisladas, se concluye que el diseño esta dentro de los valores exigidos por las normas técnicas internacionales y los esfuerzos producidos en los soportes estructurales no sobrepasan el 2 % de diferencia con respecto al modelo presentado por El Fabricante.

Palabras-Claves: Barras de fase aisladas, Método de los elementos finitos, Análisis Electromagnético, Análisis estructural, Cortocircuito.

1. INTRODUCCION

En el proceso de generación se hace necesario que el conductor que enlaza los generadores y los transformadores elevadores sea confiable, para asegurar el suministro de energía a la red, además de garantizar la seguridad de la central. Uno de los estudios que se realizan para garantizar la confiabilidad de los conductores, es calcular las fuerzas que se producen en el conjunto o sistema del conductor, como consecuencia de una corriente de cortocircuito, ya que se consideró la mayor corriente que circulará por el conductor. Estas fuerzas se deben a la interacción del campo magnético que se genera en el conductor al transportar una corriente eléctrica.

En las centrales hidroeléctricas de EDELCA la conexión entre las unidades generadoras y transformadores elevadores se realiza a través de un sistema de barras de fase aislada. Este tipo de sistema de barras es un conjunto de conductores rígidos y soportes aislantes, cada uno de ellos contenido en carcasas de aluminio puestas a tierra. Donde cada barra esta conformada por un conductor dentro de una carcasa individual, separadas entre sí por medio del aire. Los conductores de fase y las carcasas conectadas son comparables a los arrollamientos primario y secundario de un transformador en cortocircuito. [1]

La Central Hidroeléctrica que se construye en Tocomá contará con la misma capacidad de generación a la instalada en la Central Francisco de Miranda en Caruachi, pero variará en la cantidad y potencia de las unidades generadoras. Estas centrales tendrán características en común, por lo cual para la construcción de la central en Tocomá, se toma como referencia los equipos, instalados en la central Caruachi la cual se encuentra en funcionamiento.

Dada la importancia de la conexión de los generadores y los transformadores elevadores, la empresa EDELCA requería evaluar el comportamiento del sistema de barras de fase aislada de la Central Hidroeléctrica en Caruachi, en cuanto a las fuerzas electromagnéticas que se generan con el paso de las corrientes de cortocircuito. Por lo cual se desarrolló un estudio de estas fuerzas en el enlace Generador-Transformador Elevador de la Central Francisco de Miranda, el cual servirá como guía para el diseño del sistema de barras de fase aislada para la nueva Central en Tocomá.

2. DESCRIPCION DE LA GEOMETRIA

Para realizar el modelo se consideró solo el tramo de barra principal que va desde la salida del generador hasta el interruptor de este, ya que este tramo conduce la mayor corriente de cortocircuito, lo que produce la condición más desfavorable para el sistema de barras. Además se consideraron los soportes que se encuentran en esta sección.

Para poder modelar el sistema a nivel computacional, se procedió a dividir el recorrido a estudiar en cuatro (4) subtramos, que se modelaron individualmente, así mismo se realizó con los tres (3) soportes a estudiar.

El modelo a realizar es en tres dimensiones (3D), para lo cual se estableció primero la geometría general del tramo del sistema de barras de fase aislada, utilizando el software AUTOCAD, y posteriormente se realizó la geometría específica que fue utilizada para el análisis electromagnético y estructural del sistema de barras, utilizando para ello, el software SOLID EDGE V16, con el cual se dibujaron las barras y soportes estudiados.

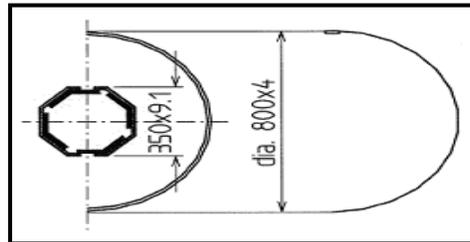


Figura 1 Perfil del Conductor y Carcaza Principal

Las dimensiones, características y el perfil de la barra principal que conforma el sistema de barras de fase aislada se presenta en la Figura 1. Los conductores son octogonales de aluminio puro al 99,5%, dividido en 2 secciones, y se colocan dentro de carcasas tubulares del mismo material. Los aisladores en porcelana soportan los conductores, el aislamiento entre conductor y carcasa se lleva a cabo por aire. [2]

Con las dimensiones de la barra de fase aislada, presentadas en este perfil y la longitud de los subtramos correspondientes, se realizaron los 4 subtramos, que posteriormente fueron utilizados para el análisis electromagnético. Ahora con respecto a los soportes, se tomaron las medidas de los planos como construidos de los tres (3) soportes correspondientes. [3]

3. MODELO DEL SISTEMA DE BARRAS DE FASE AISLADA DE LA CENTRAL HIDROELECTRICA CARUACHI

El modelo del Sistema de Barras de Fase Aislada del enlace Generador-Transformador Elevador de la Central Hidroeléctrica Caruachi, se elaboró utilizando el software ANSYS Workbench 10.0, el cual permitió realizar los cálculos de las fuerzas electromagnéticas en las barras y los esfuerzos en los soportes.

Luego de realizar la geometría en los software correspondientes, se elaboró un modelo del Sistema Generador-Patio de Distribución de las Centrales Caruachi y Tocomá, mediante el software ETAP PowerStation 4.0.0, para calcular las corrientes de cortocircuito que fueron empleadas como datos en el estudio electromagnético realizado. Para realizar el modelo se consideraron los generadores, transformadores elevadores de la casa de máquinas (transformadores de tres (3) devanados) y un equivalente de red del Patio de Distribución, esto con la cantidad y configuración propia de cada central.

Una vez calculadas las corrientes de cortocircuito para fallas trifásicas y línea a tierra, en las barras entre los generadores y los transformadores elevadores, se elaboró el modelo del sistema de barras de fase aislada de la Central Hidroeléctrica en Caruachi, mediante el software ANSYS, el cual ejecuta análisis electromagnéticos y estructurales, mediante el método de elementos finitos.

A continuación se presenta la Tabla 1 con las características del modelo final para el análisis electromagnético. Entre las características se encuentran la cantidad de nodos y elementos que conforman el modelo físico.

Tabla 1 Características Propias del Modelo Físico del Análisis Electromagnético de los Subtramos del Sistema de Barras de Fase Aislada

Subtramo	Longitud (m)			Cuerpos	Masa (kg)	Volumen (m ³)	Nodos	Elementos
	X	Y	Z					
1	3,1	0,38	8,5	12	657,07	13,48	139.313	69.274
2	3,1	0,38	5,2	12	401,97	4,31	159.939	81.271
3	3,1	0,38	1,2	12	92,76	1,03	55.263	29.310
4	3,1	0,38	2,66	12	205,62	2,23	94.057	48.740

Las condiciones límites que se aplicaron a los cuatros (4) subtramos, en cada caso de estudio, tanto para falla trifásica y falla monofásica a tierra, se muestran en la Tabla 2. Los valores de tensión en ambos casos fueron fijados en 0 V.

Tabla 2 Condiciones Electromagnéticas Límites

Conductor	Corriente Falla Trifásica		Corriente Falla Monofásica	
	Magnitud (A)	Ángulo (°)	Magnitud (A)	Ángulo (°)
Conductor	43197	0	33315	0
Conductor 2	-43197	0	-33315	0
Conductor 3	43197	120	0	0
Conductor 4	-43197	120	0	0
Conductor 5	43197	-120	0	0
Conductor 6	-43197	-120	0	0

Luego se calcularon las fuerzas electromagnéticas producidas en cada tramo de barra, mediante el modulo de análisis electromagnético del software ANSYS y los esfuerzos en cada soporte, utilizando el modulo de análisis estructural.

4. VALIDACION DEL MODELO

Para validar el modelo del Sistema de Barras de Fase Aislada de la Central Hidroeléctrica Caruachi desarrollado en este trabajo, se compararon los esfuerzos obtenidos en caso de falla monofásica a tierra y trifásica, con los resultados proporcionados por la empresa fabricante. Dado que los esfuerzos están calculados considerando el caso más desfavorable, se tomo la fuerza máxima electromagnética resultante de los estudios, y los valores de tensión principal máxima en cada soporte. Al comparar los resultados de esfuerzo de las simulaciones con los valores del fabricante, las diferencias entre los valores no son considerables, por lo que se establece que los resultados de este estudio son aceptables.

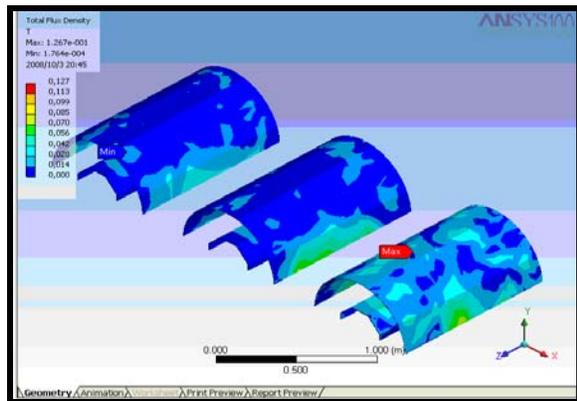
5. RESULTADOS

Una vez validado el modelo se ejecutó el análisis electromagnético para los subtramos de barra, considerando una falla trifásica y monofásica en bornes del interruptor del generador de la central. Los resultados que se obtuvieron para una falla trifásica y falla monofásica a tierra se

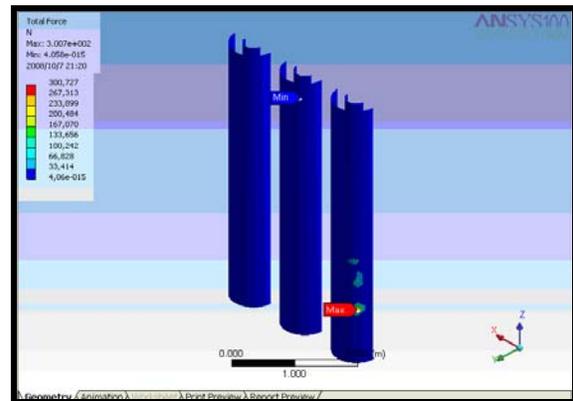
presentan en la Tabla 4. Estos valores permiten establecer el comportamiento del sistema de barras desde la salida del generador, hasta el interruptor del mismo, considerando el comportamiento del flujo, campo y fuerza electromagnética de cada subtramo de barra, para las condiciones de falla dadas. En la Figura 2 se observan alguno de los resultados de manera grafica.

Tabla 4 Resultados Electromagnéticos de la Central Caruachi

Subtramo	Falla Trifásica			Falla Monofásica		
	Densidad Total de Flujo (T)	Intensidad Total de Campo (A/m)	Fuerza Electromagnética Total (N)	Densidad Total de Flujo (T)	Intensidad Total de Campo (A/m)	Fuerza Electromagnética Total (N)
1	5,65E-02	44.934,65	225,67	4,35E-02	34.655,13	134,23
2	0,12	97.604,54	300,73	9,46E-02	75.275,95	178,87
3	0,13	100.834,11	172,61	9,13E-02	72.658,04	166,81
4	0,12	91.641,73	199,51	0,09	70.677,23	118,67



a) Densidad de Flujo Subtramo3



b) Fuerza Electromagnética Subtramo 2

Figura. 2 Resultados Electromagnéticos para Falla Trifásica Central Caruachi

Los resultados que se obtuvieron mediante el análisis estructural, para una falla trifásica y monofásica a tierra se presentan en la Tabla 5. Estos valores permiten establecer el comportamiento de los esfuerzos del sistema de barras que va desde la salida del generador, hasta el interruptor del mismo, al considerar la tensión equivalente y la tensión principal máxima tanto del soporte como de sus apoyos, para cada soporte del recorrido del sistema de barra considerado.

Una vez ejecutado el análisis electromagnético y estructural para la Central en Caruachi, se aplicaron al modelo las corrientes de falla generadas por las unidades propuestas para Tocomá, las cuales se hallaron mediante el análisis de cortocircuito del modelo del sistema Generador-Patio de Distribución de la Central Manuel Piar en Tocomá. En función de los valores obtenidos para estas condiciones, tanto en falla trifásica, como monofásica a tierra, se establecieron las condiciones mínimas de diseño para el sistema de barras de la Central Hidroeléctrica Manuel Piar en Tocomá.

Tabla 5 Resultados Estructurales de la Central Caruachi

Soporte	Falla Trifásica			Falla Monofásica		
	Tensión Equivalente	Tensión Principal	Tensión Principal	Tensión Equivalente	Tensión Principal	Tensión Principal
	Total (Pa)	Máx Total (Pa)	Máx Apoyo (Pa)	Total (Pa)	Máx Total (Pa)	Máx Apoyo (Pa)
1	53.846,54	41.491,27	9.064,92	32.028,49	24.679,44	8.098,26
2	126.137,82	116.295,91	27.551,31	88.560,83	81.650,87	25.359,58
4	30.865,46	36.835,58	3.136,26	23.678,87	28.258,93	3.054,27

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- El modelo realizado en este trabajo, mediante el software ANSYS Workbench 10.0, fue validado al compararlo con el estudio realizado por la empresa fabricante, donde la mayor diferencia entre los esfuerzos de la investigación y del fabricante es 575,51 N, siendo los valores de este trabajo superiores a los obtenidos por el fabricante, por lo tanto, los resultados de este estudio son más conservadores, es decir, estos valores serán ideales para someter a pruebas los distintos equipos que forman parte de este sistema.
- El campo electromagnético externo en las barras de fase aislada es cercano a cero, lo que constituye una gran ventaja dado que se reducen a un mínimo las posibilidades de fallas bifásicas y se disminuye la inducción entre conductores de cada fase.
- Los valores de mayor fuerza electromagnética, tanto para falla trifásica, como para falla monofásica a tierra, no representan un riesgo para el sistema de barras de fase aislada, ya que el valor máximo de 300,73 N, se encuentra localizado en un solo punto de la carcasa y corresponde al subtramo vertical, que no tiene influencia en los soportes.
- El mayor esfuerzo que corresponde a 13.622,88 N, se encuentra en el soporte 2, en ambos casos de falla. Esto se debe a que la mayor cantidad de subtramos encuentran su apoyo en este soporte. Este valor de esfuerzo es aceptable, ya que no supera el valor característico de la última fuerza de tensión del material de acero, del cual está hecho el soporte.
- Los valores obtenidos en los análisis electromagnéticos y estructurales, para la Central Hidroeléctrica en Tocomá, son aceptables, por lo cual se debe tomar como referencia para sus condiciones mínimas de diseño, la geometría, el recorrido, las distancias de los subtramos, materiales y demás criterios utilizados para el sistema de barras de la Central en Caruachi.

REFERENCIAS

- [1] Principio de Funcionamiento de las Barras de Fase Aislada de los Generadores de Planta Caruachi. (EDELCA, Venezuela, 2005).
- [2] Desarrollo Hidroeléctrico del Río Caroní. Proyecto Caruachi Contrato N° 103-326. Interruptores, Seccionadores y Barras de Fase Aislada. (EDELCA, Venezuela, 1999)
- [3] Documentos y Planos “Como Instalados” de fabricante de las Barras de Fase Aislada. ALSTOM. (EDELCA, Venezuela, 2006)

THERMODYNAMICAL STEAM POWER CYCLES FOR MODELING OF THE PRODUCTION PROCESS IN GEOTHERMAL POWER PLANTS: A NUMERICAL STUDY

Eduardo Sánchez

Germán Larrazábal

ejsanchez6@uc.edu.ve

glarraza@uc.edu.ve

Multidisciplinary Center of Visualization and Scientific Computing (CEMVICC), Faculty of Sciences and Technology, Universidad de Carabobo, Núcleo Bárbula, Naguanagua - Venezuela.

Carlos Torres-Monzón

Pablo Guillen

ctorres@ula.ve

pguillen@ula.ve

Center for Simulation and Modeling (CESIMO), Faculty of Engineering, Universidad de los Andes, Núcleo la Hechicera, Mérida - Venezuela.

Abstract. *In this work, the results in the study and modeling of geothermal power plants production processes are presented. In order to achieve this, a model based on the thermodynamical steam power cycles theory was developed using directed graphs and breadth first search algorithm, in order to be able to consider different kinds of input models to be studied. This model for the thermodynamical steam power cycles implies stationary models of the thermodynamics conservation laws for each one of the considered equipments. It is also considered a computational implementation of the IAPWS-IF97 standard for the calculation, also by stationary models, of the thermodynamical properties of the water, being these values needed in order to study the energy interactions among the equipments. The analysis of topological and thermodynamical feasibility of the proposed models and for the efficiency analysis in terms of the generated power in relation with the invested power is also considered. The results are compared against reference results in the mentioned bibliography. These are presented as a function of the proposed models, by reporting the variations of the water properties and by stating the results in terms of mechanical power generation and efficiency of the proposed input production processes models.*

Key words: Simulation and modeling, Thermodynamical steam power cycles, Geothermal electricity production, Water thermodynamical properties, Directed graphs.

1 INTRODUCTION

Now on days, a considerable effort is currently being focused in the study of efficient methods for the appropriate exploitation of alternative sources of renewable energy. A clear example has been given around the world with the design and operation of plants for the production of electrical energy through the use of geothermal resources; designs that have been shown to imply innovative ideas, given the need to adapt themselves to the special features of this kind of reservoirs [1].

The complexity of these designs, given the need of integrating several mechanical components and the different difficulties concerning mathematical modeling, consequences of the presents physical phenomena, makes the availability of an adequate simulation tool of the production process an invaluable assistance for the stages of plant design and building as for the planification of the operative activities [2].

In this work, the results in the study and modeling of geothermal power plants production processes are presented in order to build the numerical core of an application for the computer aided design of geothermal power plants in order to analyze feaseability, functioning and efficiency of the production process trough the simulation of the implied physical phenomena.

2 STEAM POWER CYCLES AND INVOLVED EQUIPMENTS

The numerical modeling of a geothermal power plant production processes lays, as it was already mentioned, on the theory of thermodynamical steam power cycles [3]. These cycles study the variations of the state of a given substance in order to produce results in terms of power; most of the times this being mechanical power. Steam power cycles can be defined as a series of equipments, which are theoretically defined as **control volumes**, that cause changes in the state of a working fluid. Since our analysis is intended towards geothermal processes, we shall define this working fluid, from now on, as **water** (H_2O)¹.

2.1 The state postulate for a simple incompressible substance

The first important theoretical aspect to be considered is how does one can define functional relations among the differentes properties of the water? This is, how many properties do we need to take into consideration in order to be able to link them to other intrinsic non-measurables properties? Based on experimental results, there's a general rule to determine this required measurable properties and it is known as **the state postulate**:

The State Postulate. The number of independent properties required in order to be able to completely specify the intensive and intrinsic state of a substance is equal to 1 plus the number of possible modes of quasi-statics relevants works that can be applied onto it.

Water has proven to work as a simply system² due to experimental results [3], this is, a system in which in order to modify its intrinsic state, only one way of quasi-static work is needed so, if we take this into consideration then the state postulate for simple systems reads:

¹The application will not consider any different substance coming out from the production well.

²Thermodynamical system actually but through the discussion, the sole word system will be used.

The State Postulate for Simple Systems. The intensive and intrinsic state of a simple substance is correctly specified by using 2 intrinsecal and independent properties.

Since once can choose any pair of independent properties, it is desirable that this two properties could be measurable so this is why, pressure (p) and temperature (T) are chosen in order to fully study the state of the water through the studied process [3].

2.2 Conservation principles and considered hypotheses

Three well known result from thermodynamics are, first, the **general mass conservation principle**, which states:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = \sum_i \left(\int_A \rho V_n dA \right)_i - \sum_o \left(\int_A \rho V_n dA \right)_o \quad (1)$$

where ρ is the density of any working fluid inside the control volume of a given transversal area A and total volume V , i and o denote for i possible *input* and o possible *output* states and V_n is defined as $V_n = \frac{\dot{V}}{A}$. Second, the **general energy conservation principle** wich states:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = \dot{Q} + \dot{W} + \sum_i \left[\int_A \left(h + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho V_n dA \right]_i - \sum_o \left[\int_A \left(h + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho V_n dA \right]_o \quad (2)$$

where \dot{Q} and \dot{W} denote both general heat flow in time and general power of the control volume and h denotes the specific enthalpy. Finally the **general form for the entrophy balance** is presented:

$$\frac{d}{dt} \int_V s \rho dV = \int_A \left(\frac{q''}{T} \right)_f dA + \sum_i \left(\int_A s \rho V_n dA \right)_i - \sum_o \left(\int_A s \rho V_n dA \right)_o + \dot{\sigma}_{vc} \quad (3)$$

where q'' denotes the heat flow density per area unit and $\dot{\sigma}_{vc}$ measures the entrophy production inside the control volume.

The next hypotheses are considered for this stage of development since they have shown to apply to geothermal processes due to experimental data [3]:

- The **uniform flow hypothesis** lets us asumme that there is no parabolic velocities profile inside any control volume nor in any pipe as fluid mechanics states. So the integrals can be eliminated, as well as other changes take place, as we will see later.
- The **stationary model assumption** lets us assume that there is no variation in time for any of the involved properties this is, being X some property, we have that $\frac{dX}{dt} = 0$. This hypothesis come from the fact that only the modeling of the production process is being considered.

Table 1: Equipments and their related specific energy balances

Equipment	Governing energy balance
Separator	$\dot{m}(h_i - h_o) = 0$
Turbine	$\dot{m}(h_i - h_o) = \dot{W}_o$
Condenser	$\pm \dot{Q} + \dot{m}(h_i - h_o) = 0$
Pump	$\dot{W}_i + \dot{m}(h_i - h_o) = 0$
Flash valve	$\dot{m}(h_i - h_o) = 0$

2.3 Equipments models particularities

In this section, the particular hypotheses and their effects over the previous results are introduced per each considered equipment model. Currently, the application considers the models shown in Table 1.

The mass conservation principle states, equally for all of them that $m_i = m_o$.

3 IAPWS-IF97 COMPUTER IMPLEMENTATION

Having explained how does the equipments will handle the state of the water, now it's time to explain how does one can calculate the thermodynamical properties of it in execution time.

The International Association for the Properties of Water and Steam (IAPWS) is an international non-profit association of national organizations concerned with the properties of water and steam. In 1997, the IAPWS approved a new formulation of the thermodynamic properties of water and steam for industrial use (referred to as IAPWS-IF97), replacing the IFC-67 formulation that is familiar to many from its use in the 1967 ASME Steam Tables. An archival paper describing this formulation has been published [4] and it was considered in order to be implemented to make the application able to calculate the required properties on time.

4 EFFICIENCY AND THERMODYNAMICAL FEASIBILITY STUDY OF THE PROPOSED MODEL

The efficiency of a thermodynamical cycle is studied from the termic engines approach [3]. If any cycle is considered from a black box perspective, one can see that it only requires an input heat flow and an input power in order to produce an outgoing heat flow and an outgoing power. Considering this, the efficiency (in terms of power) is measured by:

$$\eta_t = \frac{\dot{W}_{\text{net}}}{\dot{Q}_{\text{in}}} = \frac{\sum_o \dot{W}_o - \sum_i \dot{W}_i}{\sum_o \dot{h}_o \dot{m}_o - \sum_i \dot{h}_i \dot{m}_i} \quad (4)$$

Regarding the thermodynamical feasibility of a model, it is stated that a real feasible cycle's efficiency can't never be greater than the ideal efficiency of the Carnot Cycle [3]. This is:

$$\eta_t < \frac{T_h - T_l}{T_h} \quad (5)$$

Here, T_h represent the greatest possible temperature and T_l represents the lowest.

5 THERMODYNAMICAL CYCLES AS DIRECTED GRAPHS AND TOPOLOGICAL FEASIBILITY

The computational modeling for a generic input data structure for the description of a steam power cycle, considers graph theory tools. In general, any thermodynamical steam power cycle can be described as a directed graph $G = (V, A, \phi, \varphi)$ where:

- V denotes the set of vertices which represent the equipments composing the given cycle.
- A denotes the set of edges which represent the direct interaction among two given vertices (equipments). Notice that there's no edges of the form (x, x) since no loops are considered. One should also notice that the multiplicity of the edges is less or equal than 1 since no multiple edges are considered among any given pair of equipments.
- Both ϕ and φ weight, any vertice (equipment) to its related mass, energy, entrophy balance and functioning parameters and any edge to its related set of thermodynamical properties or, in general, any important properties as for example, conductivity coefficient or rotational speed.

This model is implemented through the weighted adjacency matrix for a directed graph.

Once the model is read, currently from text files, another boolean adjacency matrix, parallel to the weighted adjacency matrix, which is defined by:

$$M = (m_{ij})_{|V|^2} = \begin{cases} 1 & \text{if an interaction is possible among vertices } i \text{ and } j. \\ 0 & \text{if it is not.} \end{cases}$$

clearly describes if the given model is topologically feasible; this is, according to the functioning of the related equipment, this matrix states if a direct interaction among any couple of vertices is possible.

5.1 Breadth First Search algorithm and its application as simulation engine

Once a topologically feasible cycle model has been read, the Breadth First Search algorithm traverses the graph thus executing the simulation process. This algorithm's standard behavior depends upon two functions defined within itself: `process_vertex()` and `process_edge()`³. Depending on how these functions behave, the algorithm will traverse the graph and give the required information. In this case, the vertex processing consists on identify it and according to its type (of equipment), to apply the balances from the previous state of the water to its next state. For edges processing, the calculations of every property are made in order to set the ground for the next vertex-related calculation.

6 TEST CASE RESULTS

The most simple example of a thermodynamical steam power cycle is the simple cycle [3] which has the form shown in Fig. 1. The most important properties variation are also shown.

³Once can actually introduce a third behavior function but this is not necessary for our purposes.

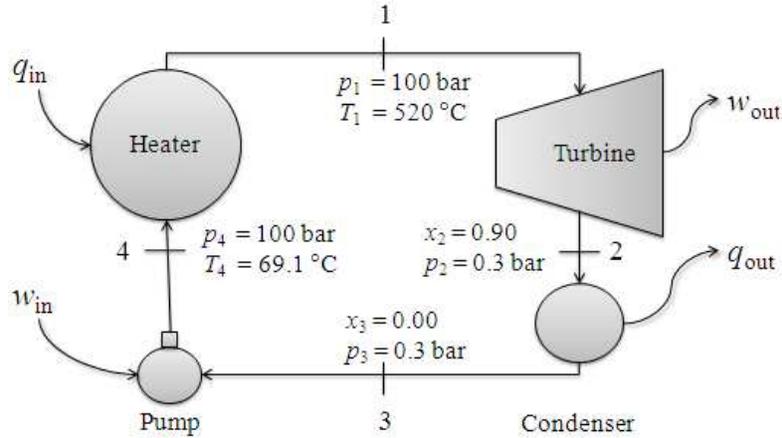


Figure 1: Graphical representation of the simple thermodynamical cycle.

Four equipments interact to produce mechanical power which can be translated in terms of electrical power. In this case, for $(q_{in}, w_{in}) = (3125.7 \text{ kJ/kg}, 10.2 \text{ kJ/kg})$ we have that $w_{out} = -1033.4 \text{ kJ/kg}$ under a measured efficiency of 32.7%.

7 CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

As shown in the previous section and according to [3], all the results were precisely calculated in terms of the mechanical power generated by the turbine and efficiency.

As immediate future work, the application shall be built including a comprehensive, drag-and-drop based graphic user interface which will also consider the need for the graphical study of the cycles through T - p , T - v and T - s diagrams.

REFERENCES

- [1] DIPIPPO, R., *An Introduction to Electric Energy Conversion Systems for Geothermal Energy Resources*. Brown University and USA Department of Energy. June, 1978.
- [2] SIGURDSSON, H., HARALDSDÓTIR, A., GUDMARSSON, T., & JONSSON, S., *Real-Time Simulators for Geothermal Power Plants and District Heating Systems*. Rafhönnun Consulting Engineers, University of Iceland, Reykjavik Municipal District Heating Service & Orkustofnun, National Energy Authority. 1995.
- [3] WARK, K., *Termodinámica*. McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U., 2001.
- [4] INTERNATIONAL ASSOCIATION FOR THE PROPERTIES OF WATER AND STEAM, *Revised Release on the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam*. 2007.

UN MODELO ESTADISTICO PARA LA PREDICCIÓN DEL RENDIMIENTO ESTUDIANTIL

Marcel Molina

Wilfredo Bolívar

mmolina@unet.edu.ve

jbolivar@unet.edu.ve

Universidad Nacional Experimental del Táchira

Paramillo, Avda. Universidad, San Cristóbal, Edo. Táchira – Venezuela

Resumen. En principio se extrajeron los datos académicos disponibles (datos personales de los estudiantes, información sobre las carreras, asignaturas, departamentos y de los profesores), se procedió a filtrar los datos disponibles para la selección de variables. Se establecieron como variables de predicción las Nota Definitivas y el Grupo de Notas, variable que divide a la nota definitiva en 4 grupos (reprobado bajo, reprobado regular, aprobado bajo y aprobado bueno), para la búsqueda del modelo se hicieron estudios de regresión lineal simple, lineal múltiple y no lineal, siendo el de mejor actuación un modelo de regresión no lineal utilizando la ecuación de Weibull con variables independientes promedio de notas de la materia en semestres anteriores y promedio de notas del estudiante en el departamento al que pertenece la materia, este modelo dio un 53% de predicciones correctas. Posteriormente se procedió a realizar pruebas con algunas técnicas de minería de datos. Las pruebas se realizaron utilizando las herramientas Microsoft Business Intelligence Development y el Weka. Los modelos que mejor se ajustaron fueron el encontrado con el algoritmo de Bayes Naïve y el algoritmo de Reglas de Asociación, el cual para la predicción del Grupo de Notas se obtuvo 75% de clasificación correcta y para el segundo modelo se obtuvo un 74% de clasificación correcta. A partir de los modelos encontrados se procedió a construir el sistema de predicción de las calificaciones semestrales, se desarrolló en Visual Studio .Net 2.008 en el lenguaje de programación C#. De allí se validó el modelo con los datos del último semestre cursado al momento de culminación de la investigación, el resultado de la validación es que el modelo obtenido con Reglas de Asociación clasificó correctamente en un 73% y el de Bayes Naïve en un 68%.

Palabras clave: *Rendimiento, regresión, minería de datos, Bayes Naïve, Reglas de Asociación.*

1. INTRODUCCION

1.1 Introducción al Problema

La presente investigación se realiza en la Universidad Nacional Experimental del Táchira (UNET) se encuentra ubicada en la ciudad de San Cristóbal, Es una institución educativa de nivel superior que tiene como principal objetivo formar bachilleres en carreras de Ingeniería, Arquitectura, Licenciatura en Música y Técnicos Superiores. Para el funcionamiento la UNET cuenta con entidades operativas como lo son los Departamentos, Coordinaciones y Unidades. Anualmente la UNET presenta un Plan Operativo Anual (POA) al Consejo Nacional de Universidades (CNU) para la aprobación del presupuesto del año siguiente. Este plan es posible por la labor de todas las entidades operativas, en el que deben plantear sus necesidades y solicitudes.

En la actualidad en la UNET se está presentando problemas con respecto al bajo rendimiento estudiantil en una serie de asignaturas, este bajo rendimiento trae consecuencias de tipo presupuestarias ya que al existir alto índice de repitencia se deben aperturar u ofertar más secciones en dichas asignaturas que las estimadas y por consiguiente hay que contratar docentes adicionales afectando el presupuesto anual. Por tal motivo los Departamentos y la Coordinación de Control de Estudios necesitan tomar previsiones presupuestarias para la creación del POA, para realizarlo se cuenta solo con estadísticas de semestres pasados y generalmente las previsiones no son tan precisas como se espera. De allí la necesidad de el uso de las nuevas técnicas y tecnologías para realizar un proceso de predicción de rendimiento estudiantil para con esto tener una previsión más ajustada a la realidad.

1.2 Descripción del Trabajo

1.2.1 Hipótesis

¿Es posible conseguir un modelo estadístico de regresión o un modelo con el uso de algunas técnicas de minería de datos a partir de los datos históricos disponibles en la base de datos académico estudiantil de la Coordinación de Control de Estudios y Evaluación de la UNET; utilizando los métodos estadísticos tradicionales de regresión y algunas técnicas de minería de datos (*Bayes Naïve*, árboles de decisión, agrupación en *cluster*, redes neurales, ...)?

1.2.2. Objetivos

Objetivo General

Realizar la búsqueda de un modelo estadístico para la predicción del rendimiento semestral de los estudiantes de la Universidad Nacional Experimental del Táchira.

Objetivos Específicos

- Estudiar las variables disponibles en los datos históricos de los estudiantes.
- Realizar un estudio estadístico de las variables.
- Utilizar técnicas de minería de datos en aquellas variables donde el tratamiento estadístico básico no de el resultado esperado.

- Desarrollar un sistema informático basado en los resultados obtenidos en los objetivos anteriores si estos se consideran satisfactorios.
- Probar y validar el sistema en caso de que se haya desarrollado el mismo.

2. METODOLOGIA

La investigación se desarrolla en dos fases la primera corresponde a un estudio estadístico y la segunda fase corresponde al uso de técnicas de minería de datos, la fuente de datos son tomadas de la base de datos académica en la Coordinación de Control de Estudios y Evaluación de la UNET. Se realizan los siguientes pasos, Vallejos [12]: Extraer los datos, Filtrado de los datos, Seleccionar las variables de estudio, Búsqueda de modelos estadísticos, Aplicación de minería de datos en caso de que los análisis estadísticos no consigan un modelo adecuado, Construir el sistema computarizado con el mejor modelo conseguido y Validación del Modelo.

3. DESARROLLO Y RESULTADOS

3.1 Extracción y Filtrado de los Datos y Selección de las Variables de Estudio

La coordinación de Control de Estudios y Evaluación de la UNET, posee todos sus datos académicos en una Base de Datos Relacional en Oracle 10g, con respecto al rendimiento estudiantil se cuenta con las calificaciones definitivas del estudiantes en las asignaturas, adicionalmente se tiene información de cada uno de los índices académicos de los estudiantes en cada lapso académico; la información se tiene desde el año 1.976, para la investigación se tomaron los datos de 10 años, desde el año 1.997 hasta el año 2.007. Por año se cursan 2 semestres regulares y 1 semestre intensivo. La información es extraída por medio de sentencias SQL y son importadas a una Base de Datos en el Manejador Mysql.

Todos los datos son analizados para confirmar su validez, primero se revisa la tabla con las notas definitivas; se consiguen notas inválidas, es decir, notas 0, notas superiores a 9. Seguidamente estudiantes sin cédula o números inválidos, es decir, que no corresponden a ningún estudiante, códigos de asignatura que no corresponden a ninguna asignatura, asignaturas con códigos de departamentos inválidos. Todos los registros anteriormente mencionados se eliminan. Seguidamente se revisa la tabla de índices académicos, allí se consiguen índices con valor 0, de igual manera se eliminan. Finalmente se procede a fusionar todos los datos en una tabla llamada estudio, donde se guardan todos los registros de las definitivas, y por cada lapso se guardan los índices correspondientes al lapso anterior, en caso de ser el primer semestre de un estudiante, se toma el índice de admisión a la universidad llevado a escala del 1 al 9. Luego del proceso de filtrado de un total de 243.206 quedan 199.108 registros.

Para el estudio se toman dos variables de predicción o variables dependientes, la Nota definitiva por semestre del estudiante, y la Nota Definitiva Agrupada. Y para realizar los estudios de predicción de las variables, se toman las llamadas variables independientes siguientes: Cédula, Código de la Asignatura, Tipo de la Asignatura, Unidades de Crédito de la asignatura, Lapso académico, Código de la Carrera que cursa el estudiante, Veces que ha cursado la asignatura, Código el Departamento de la asignatura, Semestre de la asignatura, Sexo, Edad, Estado Civil, Índice Semestral, Unidades cursadas semestre, Unidades aprobadas semestre anterior, Total de Unidades Aprobadas, Total Unidades Cursadas, Índice Acumulado, Índice Efectividad, Índice

Total, Índice Eficiencia, Promedio Materia, Promedio de notas del estudiante en el departamento, Promedio de notas del departamento .

3.3 Búsqueda de Modelos Estadísticos

Para la búsqueda de los modelos estadísticos se utiliza la herramienta SPSS, y para las diferentes pruebas se utilizan los registros disponibles luego de realizado el filtrado de los datos, es decir, 199.108 registros. Se realizan pruebas de regresión lineal simple, múltiple y regresión no lineal, combinando las variables de entrada o independientes, y tomando como variable de predicción o dependiente la Nota obtenida. Una vez realizada las pruebas todas las Hipótesis Nula son rechazadas ya que no cumplen con el requerimiento inicial que clasifique correctamente en por lo menos un 70%, de las pruebas realizadas la que clasificó en mejor proporción fue el modelo obtenido con regresión no lineal utilizando la ecuación de Weibull:

$$Nota = b1 - b2 * e^{-b3 * Prom_Dpto_Est^{b4}} + b1 - b2 * e^{-b3 * Prom_Materia^{b4}} \quad (1)$$

La cual tuvo como variables de entrada promedio de notas del semestre anterior de la asignatura y el promedio de notas del estudiante en el departamento, la misma clasificó correctamente en un 53%.

3.4 Uso de Técnicas de Minería de Datos

Las técnicas de minería de datos utilizadas en la investigación para la búsqueda del modelo fueron: Bayes Naïve, Agrupación en Cluster, Reglas de Asociación y Redes Neurales. Para la búsqueda se utilizaron las herramientas computacionales, *SQL Server Business Intelligence Development* y *Weka*; con las mencionadas herramientas se realizaron una serie de pruebas combinando las diferentes variables de entrada y tomando como variables de predicción o dependientes a la Nota Definitiva y la Nota Definitiva Agrupada.

Luego de realizada las pruebas dos modelo son tomados como candidatos a desarrollar el sistema ya que arrojaron resultados satisfactorios; el primer modelo es el obtenido con el algoritmo de Bayes Naïve con variables de entrada: Código del Departamento, Índice de eficiencia, Promedio de Notas del Estudiante en el Departamento al que pertenece la Materia, Promedio Notas de la Materia en el lapso anterior, Código de la Materia, Tipo de Materia y el Índice Acumulado; Variable de Predicción Nota Definitiva Agrupada; este modelo clasificó correctamente el 75% de los casos de prueba.

El segundo modelo es el obtenido con el algoritmo de Reglas de Asociación con variables de entrada: Código del Departamento, Índice de Efectividad, Promedio de Notas del Departamento al que pertenece la Materia, Índice de Eficiencia, Promedio de Notas del Estudiante en el Departamento al que pertenece la Materia, Promedio de Notas de la Materia en el lapso anterior, Índice Acumulado y Vez que cursa la asignatura el estudiante; Variable de Predicción Nota Definitiva Agrupada; este modelo clasificó correctamente el 74% de los casos de prueba.

3.5 Construcción del Sistema

Para la construcción del sistema se utilizan los dos algoritmos que dieron un resultado aceptable ilustrados en el punto anterior. La aplicación desarrollada utiliza entre otras librerías

ADOMN.Net (ADO.Net Multidimensional), la cual se usa específicamente para conectarse con modelos de Minería de Datos de *Analisis Services* creados con la herramienta *Business Intelligence Development*, por medio de sentencias DMX en la cual dichas sentencias se construyen dinámicamente dependiendo de la predicción que desee realizar el usuario. La aplicación da la posibilidad de realizar predicciones de todas las calificaciones que un estudiante obtendrá en las asignaturas que está cursando, o en una asignatura específica; adicionalmente se puede predecir las calificaciones que obtendrán todos los estudiantes que están cursando una asignatura en especial. También se pueden realizar las predicciones por carrera, es decir, las notas que obtendrán cada uno de los estudiantes que estudian una carrera específica, entre otras.

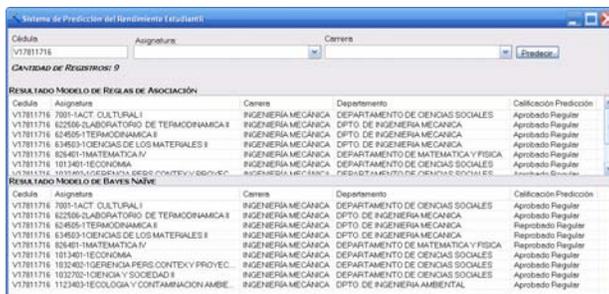


Figura 1 – Ejemplo de ejecución del Sistema de Predicción

3.6 Validación del Modelo

Para la validación del modelo se toma una nueva muestra de la base de datos académica estudiantil de la Coordinación de Control de Estudios y Evaluación, la muestra se toma del semestre 2.008-1, siendo este el más reciente a la fecha de culminación de la investigación, la cantidad de registros obtenidos es de 34575, en la cual se encuentran las calificaciones definitivas de todos los estudiantes de la Universidad en cada una de sus asignaturas. Estos datos fueron utilizados para realizar diversas pruebas con los modelos obtenidos, se hicieron pruebas por carrera el resumen se ilustra en la tabla 1.

Tabla 1. Resultados de la Validación de los Modelos

Modelo	Carrera	Porcentaje
Bayes Naïve	Informática	60%
	Industrial	73%
	Electrónica	71%
	Mecánica	66%
	Todas	68%
Reglas de Asociación	Informática	66%
	Industrial	78%
	Electrónica	74%
	Mecánica	73%
	Todas	73%

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las variables que mejor contribuían en la predicción de nota de los estudiantes en cada asignatura, son las variables Promedio de Notas de la Materia y Promedio de Notas del Estudiantes en el Departamento, esta afirmación de mejor contribución se basa en que en las pruebas donde algunas o ambas variables estaban presentes el modelo mejoraba notablemente.

En el proceso de la búsqueda se trabajó con dos variables dependientes o de predicción (Nota Definitiva y Nota Agrupada), de allí se pudo determinar que cuando se trataba de predecir la Nota exacta no se consiguieron resultados satisfactorios esto se cree que es motivado a que los estudiantes no poseen un patrón de comportamiento definido cuando cursan una asignatura; por otro lado cuando se tomó la nota y se crearon cuatro grupos se logró conseguir un modelo que se ajustó mejor al comportamiento de las variables de entrada, estos modelos obtuvieron un porcentaje promedio de clasificación correcta del 75%.

Basado en las validaciones de los modelos conseguidos, se puede concluir en primera instancia que el modelo del algoritmo de Reglas de Clasificación se ajusta en una mejor proporción que el de *Bayes Naïves*, adicionalmente se puede destacar que en las carreras con mayor tiempo de la Universidad y por ende mayor cantidad de estudiantes (Ingeniería Mecánica e Ingeniería Industrial), los modelos conseguidos predicen correctamente con un porcentaje mayor.

Con el sistema desarrollado se pueden llevar a cabo una serie de consultas de predicción de rendimiento la cual ayudará a futuras tomas de decisiones en la Universidad. Adicionalmente con se pueden realizar estudios en asignaturas con bajo rendimiento, descubrir las causas del mismo, dar recomendaciones a estudiantes que puedan obtener baja nota, entre otras posibles aplicaciones que se le pueda dar al sistema.

Se recomienda buscar nuevas variables sobre el rendimiento estudiantil a fin de mejorar el funcionamiento de los modelos, adicionalmente se recomienda utilizar técnicas óptimas en la construcción de los estratos de las calificaciones definitivas, ya que los mismos fueron construidos a criterio del investigador. Finalmente se recomienda profundizar en el uso de las técnicas utilizadas a fin de mejorar el funcionamiento de los modelos conseguidos e incorporar nuevas técnicas estadísticas y de minería de datos para la búsqueda de nuevos modelos.

5. REFERENCIAS

- [1] Vallejos Sofía J., "Minería de Datos", Trabajo de Adscripción. Universidad Nacional del Nordeste. Argentina. 2006.
- [2] "Aplicación de minería de datos para predicción del número de turistas que viajan a Japón procedentes de EE.UU". Faculty of Business (Footscray Campus), Victoria University of Technology, (Australia) 2.006.
- [3] Bolívar M., Jesús W., "Influencia de las notas de Bachillerato en el Ingreso a Ingeniería en Informática". Universidad Nacional Experimental del Táchira, Venezuela. 2.001
- [4] Levin Richard I. y Rubin David S., "Estadística para Administradores" Sexta Edición, Ed. Prentice Hall, 1996. pp. 14, 315 – 321, 654 – 667, 680 – 687.
- [5] Canavos George C., "Probabilidad y Estadística", Ed. McGraw-Hill, 1998. pp. 1 – 2, 362 – 367, 447.
- [6] Tang ZhaoHui y McLennan Jamie, "*Data Mining with SQL Server 2005*", Primera Edición, Ed. Wiley, 2005. pp. 2, 132 – 167, 187 – 207, 229 – 262, 343 – 373.
- [7] Hernández José, Ramírez María y Ferri César, "Introducción a la Minería de Datos", Primera Edición, Ed. Prentice Hall, 2.004. pp. 137 – 351.

MODELOS COMPUTACIONALES EN INGENIERÍA

Desarrollos Novedosos y Aplicaciones

Este volumen contiene los aportes presentados en el X Congreso Internacional de Métodos Numéricos y Ciencias Aplicadas, realizado en la ciudad de Mérida (Venezuela) durante el mes de marzo de 2010.

Este congreso, indudablemente consolidado como un evento de renombre en métodos numéricos y diseño asistido por computador en ingeniería y ciencias aplicadas, después de más de 17 años en el escenario nacional e internacional, recibió a más de 250 investigadores nacionales y provenientes de varios países, quienes trataron diversos y variados temas en las áreas de Modelos Matemáticos, Análisis Dinámico, Mecánica de Fluidos, Mecánica de Sólidos, Técnicas Computacionales y Gráficas, Geomecánica y Geología, Electrónica y Control, Bioingeniería, Procesos Industriales y Procesamiento de Señales e Imágenes, entre otras.

Se trata de un libro de utilidad para profesionales de la ingeniería y ciencias aplicadas, estudiantes de pre y postgrado así como para investigadores y miembros de la Academia.

