UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICA

MEDIDAS DE RIESGO BASADAS EN ESCENARIOS.

Trabajo Especial de Grado presentado ante la ilustre Universidad Central de Venezuela por el **Br. Gibran Otazo** para optar al título de Licenciado en Matemática.

Tutor: Dra. Mercedes Arriojas.

Caracas, Venezuela
Febrero, 2012

Nosotros, los abajo firmantes, designados por la Universidad Central de Venezuela como integrantes del Jurado Examinador del Trabajo Especial de Grado titulado "**Medidas de Riesgo basadas en Escenarios**", presentado por el **Br. Gibran Otazo**, titular de la Cédula de Identidad **18.208.495**, certificamos que este trabajo cumple con los requisitos exigidos por nuestra Magna Casa de Estudios para optar al título de **Licenciado en Matemática**.

Dra. Mercedes Arriojas
Tutor

Dra. Mairene Colina
Jurado

Msc. Luis Paredes
Jurado

Agradecimiento

Primero que nada agradezco a la Universidad Central de Venezuela por permitirme formarme profesionalmente en esta magna casa de estudios. Luego a la Dra. Mercedes Arriojas, por aceptarme como su tesista y por transmitirme los conocimientos necesarios para la culminación de este trabajo. De igual manera, agradezco a todos los profesores de la Escuela de Matemática de dicha Universidad que contribuyeron con mi formación académica.

Por otro lado agradezco el apoyo de mi familia, a mi Abuela Maria Helena Swapsemberg, por su gran ayuda durante mi carrera, a mi Papá Gabriel Otazo, a Beatriz Debia, a mis hermanas Annyd y Mayerling, a mi novia Ana Karina Dávila y a todos aquellos amigos que siempre estuvieron allí para ayudarme.

Índice general

Introducción

El término riesgo tiene muchas acepciones dependiendo del área de estudio que se trate, y en términos imprecisos puede definirse como la posibilidad de que ocurran ciertos eventos de interés y las consecuencias derivadas de dichos eventos. En general, los riesgos pueden tener un sentido positivo o negativo, y por lo tanto no se trata necesariamente de evitarlos o de protegerse contra ellos. Se trata, en términos generales, de la identificación de los riesgos, de medirlos con sus consecuencias, de decidir la aceptación o no de los mismos, y de tomar provecho de su existencia.

El quehacer cotidiano del hombre, ya sea en el ámbito personal o profesional, implica necesariamente y a cada momento hacer frente a ciertos riesgos, y ello puede tener consecuencias no deseadas pero también abrir oportunidades. Por ejemplo, el comprar un boleto de lotería conlleva el riesgo de perder lo que se ha pagado por el boleto, y al mismo tiempo la posibilidad de ganar una gran cantidad de dinero.

En el ámbito financiero, han ocurrido una serie de eventos globales, como por ejemplo, uno de los mas recientes es la crisis financiera que se desató en los Estados Unidos en el 2008, debido al colapso de la burbuja inmobiliaria en el 2006 (fenómeno económico caracterizado por la subida de los precios de los inmuebles), ocasionada por los préstamos para la adquisición de viviendas, que se le dieron a clientes con escasa solvencia. Obteniendo como consecuencia una crisis económica en el pais, que se contagió después al mercado internacional.

Otro ejemplo notorio, fue el que ocurrió en febrero de 1995 cuando un empleado de nombre Nick Leeson, llevó a la quiebra al Banco Barings, una institución inglesa de más de 232 años, debido al mal uso de derivados.

Nick Leeson, era un corredor a cargo del banco, que debía explorar oportunidades de inversión de bajo riesgo. Sin embargo, la realidad era que él estaba tomando decisiones demasiado arriesgadas, comprando y vendiendo diversas cantidades de contratos derivados en la Singapore Money Exchange (SIMEX) y la Osaka Exchange. La pérdida se produjo al realizar negociaciones con opciones.

Siempre va a existir la posibilidad de que ocurran eventos financieros inesperados como los antes mencionados, por ello, son necesarios métodos de administración de riesgos financieros actualizados y completos, que permitan evaluar las pérdidas y ganancias que podrían tener empresas e instituciones financieras. Esto se hace con el propósito de crear las coberturas adecuadas ante cualquier imprevisto. La determinación de estas coberturas, también conocidas como márgenes, es uno de los objetivos fundamentales de la teoría de riesgo financiero.

Jerry Roberts, un economista del CME, desarrolló e implementó en 1988 un método de análisis de riesgo llamado SPAN (Standard Portfolios Analysis of Risk). El SPAN considera el riesgo general de la cartera, como la peor pérdida posible en que una cartera de instrumentos derivados podría incurrir en un período de tiempo determinado (generalmente un día de comercio), esta mayor pérdida constituye el margen de riesgo que el inversionista debe colocar para respaldar su inversión. Este margen es determinado tomando el máximo de un conjunto de perdidas posibles en varios escenarios hipotéticos. En los últimos 25 años, el método SPAN ha sido adoptado a nivel mundial, en capitales financieras, como lo son Londres, París, Tokio, Osaka, Singapur, Hong Kong, Sydney, entre muchas otras.

El núcleo de esta metodología es la llamada matriz de riesgo SPAN, donde se consideran 16 escenarios, en los cuales se toman en cuenta las posibles bajas y alzas de los precios y variaciones en la volatilidad en el mercado. Se gana o se pierde valor bajo varias condiciones, a cada condición se le conoce como un escenario de riesgo.

Un ejemplo simple de la Matriz de Riesgo del método SPAN, para un contrato futuro con cuota inicial de \$17250, viene dada de la siguiente manera:

Nro.	Escenario	Valor de Perdida
1	Precio futuro inalterado; volatilidad sube	$0,00
2	Precio futuro inalterado; volatilidad baja	$0,00
3	Precio futuro sobre 1/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube	-$5.750,00
4	Precio futuro sobre 1/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja	-$5.750,00
5	Precio futuro por debajo 1/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube	$5.750,00
6	Precio futuro por debajo de 1/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja	$5.750,00
7	Precio futuro sobre 2/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube	-$11.500,00
8	Precio futuro sobre 2/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja	-$11.500,00
9	Precio futuro por debajo de 2/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube	$11.500,00
10	Precio futuro por debajo del 2/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja	$11.500,00
11	Precio futuro sobre 3/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube	-$17.250,00
12	Precio futuro sobre 3/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja	-$17.250,00
13	Precio futuro por debajo del 3/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube	$17.250,00
14	Precio futuro por debajo 3/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja	$17.250,00
15	Precio futuro sobre el extremo, 3 veces el margen de mantenimiento, con una probabilidad del 32 %.	-$16.560,00
16	Precio futuro por debajo del extremo, 3 veces el margen de mantenimiento, con una probabilidad del el 32 %.	$16.560,00

Las cantidades positivas representan las posibles pérdidas, y las negativas las ganancias. La pérdida más grande que podría ocurrir en este portafolio, se encuentra en el escenario 14, la cual es de \$17,250, en este caso es igual al precio del día antes de negociación. Por lo tanto se cumple que,

$$span = \$17250.$$

Para formular el SPAN en términos probabilísticos, cada escenario se identifica con una medida de probabilidad y el valor de pérdida asociado a cada escenario, es la esperanza de una cierta variable aleatoria con respecto a la medida de probabilidad correspondiente, así, para $i = 1, 2, ..., 16$ con ρ_i la medida de probabilidad asociada al escenario i, el *span* se define como,

$$span(X) = \sup\{E_{\rho_i}[X]; \quad \imath = 1, 2, ..., 16\}.$$

En este contexto, un escenario, es una medida de probabilidad, a la que se le asocian posibles factores de riesgos que puedan afectar la inversión.

En general, dada una familia de medidas de probabilidad o "Escenarios Generalizados" $\mathbb{Q}$, definidos en un espacio de probabilidad, se puede definir una medida de riesgo por,

$$\rho_{\mathbb{Q}}(X) = \sup\{\mathbb{E}_Q[-X/r]; \quad Q \in \mathbb{Q}\} \qquad (1)$$

donde r es la tasa total del retorno libre de riesgo o el precio estrictamente positivo del instrumento de referencia, como por ejemplo un Bono o una cuenta bancaria.

Una medida definida de esta forma, se denomina medida basada en escenarios.

El SPAN es una medida de riesgo basada en escenarios, ya que esta medida se puede expresar matemáticamente por la expresión (1). A el estudio de este tipo de medidas se le debe prestar especial atención, ya que cumplen con ciertas propiedades ideales o deseables en cuanto a la medición de riesgo, es por esto que en la actualidad constituyen una referencia a nivel mundial para la medición de riesgo. El SPAN se aplica principalmente, a portafolios compuestos sólo por futuros y opciones de compra y venta, y se considera que cada una de las inversiones en el portafolio está expuesta a factores de riesgos específicos. Estos posibles factores de riesgo que pueden afectar la inversión son, la volatilidad, el precio del subyacente y el tiempo de expiración de los contratos, entre otros.

En 1986, The Options Clearing Corporation desarrolló un método llamado TIMS (Theorical Intermarket Margin System), este método es usado para el cálculo de margen de requerimientos, que permita cubrir el riesgo de un cambio adverso de precios (margen de riesgo). El TIMS organiza todas las clases de opciones y futuros relacionados con el mismo activo subyacente en la cartera y todos los grupos de contratos cuyo subyacente tienen estrecha correlación de precios.

Para la determinación del margen de riesgo el TIMS considera 10 escenarios, los cuales representan las posibles bajas y alzas de los precios. Ninguna consideración hace acerca de la posibilidad de un cambio en la volatilidad. Siguiendo el mismo ejemplo que se usó en el caso del método SPAN, la Matriz de Riesgo para este método es:

Nro.	Escenario	Valor de Perdida
1	Precio futuro por debajo 5/5 del rango de variación del precio.	$17.250,00
2	Precio futuro por debajo 4/5 del rango de variación del precio.	$13.800,00
3	Precio futuro por debajo 3/5 del rango de variación del precio.	$10.350,00
4	Precio futuro por debajo 2/5 del rango de variación del precio.	$6.900,00
5	Precio futuro por debajo 1/5 del rango de variación del precio.	$3.450,00
6	Precio futuro sobre 1/5 del rango de variación del precio.	-$3.450,00
7	Precio futuro sobre 2/5 del rango de variación del precio.	-$6.900,00
8	Precio futuro sobre 3/5 del rango de variación del precio.	-$10.350,00
9	Precio futuro sobre 4/5 del rango de variación del precio.	-$13.800,00
10	Precio futuro sobre 5/5 del rango de variación del precio.	-$17.250,00

Donde las cantidades positivas representan las posibles pérdidas, y las negativas las ganancias. Por lo tanto, en este ejemplo, la peor perdida posible también es igual a la hallada por el método SPAN.

El TIMS al igual que el método SPAN, también puede definirse como la máxima pérdida esperada en los 10 escenarios. Para estos diez escenarios existen diferentes factores de riesgo que pueden afectar la inversión.

Con los grandes avances tecnológicos, la implementación de un software que ayude a facilitar las cuentas para el cálculo del riesgo de un portafolio, es de mucha ayuda para cuando se tiene una gran cantidad de datos.

Este trabajo se ha organizado en 3 capítulos, los cuales están distribuidos de la siguiente manera: en el primer capítulo se introducen conceptos matemáticos, que comprenden aspectos básicos de la teoría de probabilidades y estadística, por otro lado conceptos financieros en el contexto de modelos de mercados a tiempo discreto y de todos esos factores que puedan afectar una inversión. En el segundo capítulo se hace un estudio detallado de los métodos de análisis de riesgo SPAN y TIMS. Y por ultimo en el tercer capítulo se presentan los algoritmos correspondiente a los métodos de medición de riesgo antes mencionados.

CAPíTULO 1

Preliminares

En este capítulo, presentaremos algunos conceptos básicos de Matemática y de Finanzas en la Teoría de Riesgo, los cuales van a tener un rol importante en este Trabajo.

1. Conceptos Matemáticos

1.1. Nociones de Probabilidad y Estadística.

DEFINICIÓN 1.1. Un *conjunto* es una colección de objetos determinada por una regla que especifíca exactamente que objetos pertenecen a la colección.

DEFINICIÓN 1.2. Un *experimento aleatorio* es una acción que puede ser repetida bajo las mismas condiciones tantas veces como se quiera; del cual se conocen todos los resultados posibles sin que se pueda predecir con exactitud el resultado que se obtendrá en la siguiente repetición.

DEFINICIÓN 1.3. Un *espacio muestral* es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. A este conjunto lo denotaremos por Ω.

Tipos de espacios muestrales:

(i) Discreto: Si el espacio muestral es finito o infinito numerable.
(ii) Continuo: Si el espacio muestral es infinito no numerable.

DEFINICIÓN 1.4. Un *evento* es cualquier subconjunto del espacio muestral.

DEFINICIÓN 1.5. Sea $\mathbb{X}$ un conjunto, una *σ-álgebra* $\mathfrak{F}$ es una familia de subconjuntos de $\mathbb{X}$, que satisface las siguientes propiedades:

(i) $\mathbb{X} \in \mathfrak{F}$.
(ii) Si $A \in \mathfrak{F}$ entonces $A^c \in \mathfrak{F}$.
(iii) Si $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}} \in \mathfrak{F}$ entonces $\displaystyle\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n \in \mathfrak{F}$.

Ejemplo: Una σ-álgebra en $\mathbb{R}$ es conocida como σ-álgebra de Borel, la cual es la menor σ-álgebra que contiene a todos los intervalos.

A el par $(\mathbb{X}, \mathfrak{F})$ es llamado *espacio medible*.

DEFINICIÓN 1.6. Sea $\mathbb{X}$ un conjunto, una *medida* sobre una σ-álgebra $\mathfrak{F}$ de subconjuntos de $\mathbb{X}$, es una una función $M : \mathfrak{F} \longrightarrow [0, \infty)$ que satisface las siguientes propiedades;

(e_1) $M(\emptyset) = 0$

(e_2) $M(B) \geq 0, \quad \forall B \in \mathfrak{F}$

(e_3) Si $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ es una sucesión de elementos de $\mathfrak{F}$, disjuntos dos a dos, es decir, $A_i \cap A_j = \emptyset$ para $i \neq j$, entonces

$$M(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n) = \sum_{n=1}^{\infty} M(A_n).$$

Esta propiedad se conoce como σ-aditividad.

A la terna $(\mathbb{X}, \mathfrak{F}, M)$ se le llama *espacio de medida.*

DEFINICIÓN 1.7. Sea Ω un espacio muestral, una *medida de probabilidad* P sobre una σ-álgebra $\mathfrak{F}$ de subconjuntos de Ω, es una función $P : \mathfrak{F} \longrightarrow [0, 1]$, que satisface las propiedades e_1, e_2 y e_3 de la definición (1.6) y tal que la probabilidad del espacio muestral Ω es 1, es decir, $P(\Omega) = 1$.

A la terna $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ se le llama *espacio de probabilidad.*

DEFINICIÓN 1.8. Un *intervalo* en $\mathbb{R}^n$ con $n \geq 1$ es un conjunto de la forma $\{(x_1, x_2, ..., x_n) : x_1 \in I_1, x_2 \in I_2, ..., x_n \in I_n\} = I_1 \times I_2 \times ... \times I_n$, donde, para $i = 1, 2, ..., n$, $I_i \subseteq \mathbb{R}$ es un intervalos.

DEFINICIÓN 1.9. Sea $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ un espacio de probabilidad, una función

$$X : \Omega \to \mathbb{R}$$

es una *variable aleatoria real* si $X^{-1}(I) \in \mathfrak{F}$ para todo intervalo $I \in B(\mathbb{R})$.

DEFINICIÓN 1.10. Sea $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ un espacio de probabilidad, una función

$$Y : \Omega \to \mathbb{R}^n$$

es una *variable aleatoria vectorial* si $Y^{-1}(I) \in \mathfrak{F}$ para todo intervalo $I \in B(\mathbb{R}^n)$.

DEFINICIÓN 1.11. Si X es una variable aleatoria, se define la *función de distribución* de X como la función $F_X : \mathbb{R} \to [0, 1]$ tal que para cada $y \in \mathbb{R}$,

$$F_X(y) = P(\{\omega \in \Omega : X(\omega) \leq y\}) = P(X \leq y).$$

<u>Propiedades de la Función de Distribución.</u>

1. $0 \leq F(t) \leq 1$ para todo $t \in \mathbb{R}$.
2. $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$ para $a < b$.
3. $F(a) \leq F(b)$ si $a < b$, es decir, F es no decreciente.

4. $\lim_{t\to a^+} F(t) = F(a)$, es decir, F es continua por la derecha.
5. $\lim_{t\to a^-} F(t) = F(a) - P(X = a)$.
6. $\lim_{t\to\infty} F(t) = 1$ y $\lim_{t\to-\infty} F(t) = 0$.

Las propiedades 3, 4 y 6 caracterizan a las funciones de distribución.

Definición 1.12. Una variable aleatoria se denomina *discreta*, si su rango es un conjunto discreto (finito ó numerable).

Definición 1.13. Una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una *función de densidad sobre* $\mathbb{R}$ si satisface las siguientes condiciones,

(i) $f(x) \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$
(ii) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$.

Definición 1.14. Una variable aleatoria X es *continua* ó *absolutamente continua* si existe una función de densidad f tal que para todo $t \in \mathbb{R}$,

$$F(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f(u)du.$$

En este caso f se denomina función de densidad de probabilidad de X.

Definición 1.15. Sea X una variable aleatoria, se define la *esperanza* de X como,

$$\mathbb{E}[X] = \begin{cases} \sum_{k=0}^{\infty} x_k P(x = x_k), & \text{si X= } \{x_n\}_{n\in\mathbb{N}} \text{ y la serie converge} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)dx, & \text{si X es continua y la integral es finita.} \end{cases}$$

Definición 1.16. Si X es una variable aleatoria con media $\mathbb{E}[X] = \mu$ entonces la *varianza* de X, se define por,

$$Var[X] = \mathbb{E}[(X - \mu)^2].$$

Definición 1.17. Una variable aleatoria X se dice que tiene *distribución normal* ó *distribución Gaussiana* con $\mathbb{E}[X] = \mu$ y $Var[X] = \sigma^2$ $(\sigma > 0)$, si su función de densidad de probabilidad está dada por

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}; \text{ para todo } x \in \mathbb{R}.$$

La función de distribución de una variable aleatoria normal es,

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx; \text{ para todo } t \in \mathbb{R}.$$

Para decir que X está normalmente distribuida con parámetros μ y σ^2, se usa la notación $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. En caso de que $X \sim N(0, 1)$ se dice que X tiene distribución normal estándar y se utiliza la notación

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}} \qquad \text{y} \qquad \Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} e^{\frac{-x^2}{2}} dx.$$

Para la función de densidad y la función de distribución de X respectivamente.

Definición 1.18. Se llama *media observada* de una muestra al promedio aritmético de las observaciones, es decir, si $x_1, x_2, ..., x_n$ son observaciones individuales, la media observada será

$$\bar{x} = \tfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Si tenemos solo la tabla de frecuencia usamos la siguiente formula para aproximar la media

$$\overline{x} = \tfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{m} y_i f_i = \sum_{i=1}^{m} y_i \phi_i,$$

donde m es el numero de clases, y_i la marca de clases, f_i la frecuencia absoluta y $\phi_i = \frac{f_i}{N}$ la frecuencia relativa.

Definición 1.19. Se llama *varianza observada* de una muestra $x_1, x_2, .., x_n$ al valor

$$s^2 = \tfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2.$$

Definición 1.20. Si $x_1, x_2, .., x_n$ es una muestra observada, llamamos *moda* de la muestra, al valor que se presenta con mayor frecuencia. Si disponemos solamente de la tabla de frecuencias, tomaremos como *moda* al punto medio del intervalo de clase con mayor frecuencia.

Definición 1.21. Si $x_1, x_2, .., x_n$ es una muestra observada, representamos por $x_{(1)}, x_{(2)}, .., x_{(n)}$ el mismo conjunto de datos ordenados de forma creciente, esto es

$$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq ... \leq x_{(n)}.$$

Una nueva medida del centro del conjunto de datos, está dada por la *mediana* m, que es el valor central o promedio de los valores centrales de la muestra ordenada, es decir,

$$m = \begin{cases} x_{(\frac{n+1}{2})}, & \text{si n es impar} \\ \frac{x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}}{2}, & \text{si n es par.} \end{cases}$$

1.2. Nociones de Procesos Estocásticos.

Definición 1.22. Un vector $\mathbb{X} = (X_1, X_2, ..., X_n)$ donde $X_1, X_2, ..., X_n$ son variables aleatorias definidas en $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$, es llamado vector aleatorio.

DEFINICIÓN 1.23. La *función de distribución conjunta* de un vector aleatorio $\mathbb{X} = (X_1, X_2, ..., X_n)$ está definida por,

$$\begin{aligned} F_{\mathbb{X}}(\vec{x}) &= F_{X_1,X_2,...,X_n}(x_1, x_2, ..., x_n) \\ &= P(\{\omega \in \Omega : X_1(\omega) \leq x_1, ..., X_n(\omega) \leq x_n\}) \\ &= P(X_1 \leq x_1, ..., X_n \leq x_n). \end{aligned}$$

Si la función de distribución tiene densidad f entonces, para $\vec{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$

$$F_{\mathbb{X}}(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{x_1} ... \int_{-\infty}^{x_n} f(y_1, ..., y_n) dy_1 ... dy_n.$$

- f es función de densidad si $f(x_1, x_2, ..., x_n) \geq 0 \; \forall \vec{x} \in \mathbb{R}^n$ y además debe satisfacer que

$$\int_{-\infty}^{\infty} ... \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, ..., x_n) dx_1 ... dx_n = 1.$$

- La esperanza de un vector aleatorio $\mathbb{X}$, está definida como,

$$\mu = \mu_{\mathbb{X}} = (\mathbb{E}[X_1], \mathbb{E}[X_2], ..., \mathbb{E}[X_n]).$$

- Si $\mathbb{E}[X_k] = \mu_k$, entonces la matriz de covarianza está definida como,

$$\Sigma = \Sigma_{\mathbb{X}} = \{cov(X_i, X_j) = \mathbb{E}[(X_i - \mu_i)(X_j - \mu_j)] : i, j = 1, ..., n\}.$$

DEFINICIÓN 1.24. Un *proceso estocástico* es una colección de variables aleatorias

$$\{X(t, \omega) : t \in T, \omega \in \Omega\}$$

definidas en $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$, donde T es un espacio de parámetros.

El índice t suele ser interpretado como el tiempo y el resultado $X_t(\omega)$ como los estados del proceso.

- Para ω fijo, $X_t(\omega)$ es la evolución en el tiempo y se le llama trayectoria.
- Para t fijo, $X_t(\omega)$ es una variable aleatoria.

DEFINICIÓN 1.25. Las variables aleatorias $X_1, ..., X_n$ son *independientes*, si para toda colección de indices $1 \leq i_1 \leq i_2 \leq ... \leq i_k \leq n$ donde $1 \leq k \leq n$ entero, y toda colección de Borelianos $B_{i_1}, B_{i_2}, ..., B_{i_n}$ de $\mathbb{R}$ se cumple que

$$P(X_{i_1} \in B_{i_1}, X_{i_2} \in B_{i_2}, ..., X_{i_n} \in B_{i_n}) = P(X_{i_1} \in B_{i_1}) P(X_{i_2} \in B_{i_2}) ... P(X_{i_n} \in B_{i_n}).$$

Como consecuencia de esto, tenemos que las variables aleatorias $X_1, ..., X_n$ son independientes si y sólo si

$$F_{X_1,X_2,...,X_n}(x_1, x_2, ..., x_n) = F_{X_1}(x_1)F_{X_2}(x_2)...F_{X_n}(x_n) \quad \forall (x_1, ..., x_n) \in \mathbb{R}^n.$$

Si el vector aleatorio tiene densidad $f_{\mathbb{X}}$ entonces, $X_1, ..., X_n$ son independientes si y sólo si

$$f_{\mathbb{X}}(x_1, x_2, ..., x_n) = f_{X_1}(x_1)f_{X_2}(x_2)...f_{X_n}(x_n) \quad \forall (x_1, ..., x_n) \in \mathbb{R}^n.$$

Una consecuencia importante de que las variables aleatorias sean independientes es que para funciones reales cualesquiera $g_1, g_2, ..., g_n$,

$$\mathbb{E}[g_1(x_1)g_2(x_2)...g_n(x_n)] = \mathbb{E}[g_1(x_1)]\mathbb{E}[g_2(x_2)]\mathbb{E}[g_n(x_n)].$$

Siempre que las esperanzas estén bien definidas.

Definición 1.26. Si X es una variable aleatoria y C un evento de Ω tal que $P(C) > 0$ entonces a la función $F_X(\Delta|C)$ definida por

$$F_X(x|C) = P(\{X \leq x\}|C) = \frac{P(\{X \leq x\} \cap C)}{P(C)}$$

la llamamos *función de distribución condicional* de X dado C.

Definición 1.27. Sea X una variable aleatoria, definimos la *esperanza condicional* de X dado C como

$$\mathbb{E}[X|C] = \int_{\mathbb{R}} x dF_X(x|C).$$

En particular si X e Y son variables aleatorias discretas para $y \in \mathbb{R}$ tal que $P(Y = y) > 0$, la probabilidad condicional de X dado $\{Y = y\}$

$$P(X = x|Y = y) = \frac{P(\{X = x|Y = y\})}{P(Y = y)} = \frac{P_{X,Y}(x, y)}{P_Y(y)}.$$

También tenemos que la función de distribución condicional se define por,

$$F_X(x|y) = P(X \leq x|Y = y).$$

Y en consecuencia la esperanza condicional está definida como sigue,

$$\mathbb{E}[X|Y = y] = \sum_{x \in Rgo\{X\}} xP(X = x|Y = y).$$

Definición 1.28. Sea $\mathfrak{G}$ una sub-σ-álgebra de $\mathfrak{F}$ y sea $X \in L^1$ ($\mathbb{E}[|X|] < \infty$). Si Z es una variable aleatoria que satisface,

(i) Z es $\mathfrak{G}$-medible

(ii) $\mathbb{E}[Z1_A] = \mathbb{E}[X1_A] \quad \forall A \in \mathfrak{G}$.

Entonces decimos que Z es la *esperanza condicional* de X dado $\mathfrak{G}$ y la denotamos como

$$Z = \mathbb{E}[X|\mathfrak{G}]$$

Propiedades de la Esperanza Condicional.

(a) $\mathbb{E}[\mathbb{E}[X|\mathfrak{G}]] = \mathbb{E}[X]$.

(b) Si X es $\mathfrak{G}$-medible con $\mathbb{E}[X] < \infty$, entonces

$$\mathbb{E}[X|\mathfrak{G}] = X.$$

(c) Linealidad: Sean x e Y variables aleatorias, tales que $\mathbb{E}[X] < \infty$ y $\mathbb{E}[Y] < \infty$. Sean α y β numeros reales, entonces

$$\mathbb{E}[\alpha X + \beta Y|\mathfrak{G}] = \alpha\mathbb{E}[X|\mathfrak{G}] + \beta\mathbb{E}[Y|\mathfrak{G}].$$

(d) Sea X una variable aleatoria y sean $\mathfrak{G}_1$ y $\mathfrak{G}_2$ sub-σ-álgebras de $\mathfrak{F}$ tales que $\mathfrak{G}_1 \subseteq \mathfrak{G}_2$, entonces

(i) $\mathbb{E}[\mathbb{E}[X|\mathfrak{G}_1]|\mathfrak{G}_2] = \mathbb{E}[X|\mathfrak{G}_1]$.

(ii) $\mathbb{E}[\mathbb{E}[X|\mathfrak{G}_2]|\mathfrak{G}_1] = \mathbb{E}[X|\mathfrak{G}_1]$.

(e) Si X es una variable aleatoria no negativa y $\mathbb{E}[|X|] < \infty$ entonces $\mathbb{E}[X|\mathfrak{G}] \geq 0$.

(f) Si Y es $\mathfrak{G}$-medible entonces

$$\mathbb{E}[XY|\mathfrak{G}] = Y\mathbb{E}[X|\mathfrak{G}].$$

(g) Desigualdad del modulo: Si $X \in L^1$ entonces,

$$|\mathbb{E}[X|\mathfrak{G}]| \geq \mathbb{E}[|X||\mathfrak{G}].$$

(h) Teorema de convergencia monótona: Si $X \in L^1$, $0 < X_n \uparrow X$ entonces

$$\mathbb{E}[X_n|\mathfrak{G}] \uparrow \mathbb{E}[X|\mathfrak{G}] \qquad \text{c.s.}$$

(i) Lema de Fatou: Si $0 < X_n \in L^1$, entonces

$$\mathbb{E}[\lim_{n\to\infty} inf X_n|\mathfrak{G}] \leq \lim_{n\to\infty} inf \mathbb{E}[X_n|\mathfrak{G}].$$

(j) Teorema de convergencia dominada: Si $0 < X_n \in L^1$, $|X_n| \leq Z \in L^1$ y $X_n \to X$ entonces

$$\mathbb{E}[\lim_{n\to\infty} X_n|\mathfrak{G}] = \lim_{n\to\infty} \mathbb{E}[X_n|\mathfrak{G}].$$

2. Conceptos Financieros

Definición 1.29. Un *título* es un documento representativo de una propiedad.

Definición 1.30. Un *instrumento financiero* es un documento físico o electrónico el cual tiene un valor monetario, por ejemplo, el dinero en efectivo, metales preciosos, propiedades de viviendas.

DEFINICIÓN 1.31. Se define el *precio* de un título en un instante t, como el valor monetario que se le asigna a el título en dicho instante y lo denotaremos por S(t).

DEFINICIÓN 1.32. Se define como *tasa de interés*, el porcentaje al que está invertido un capital en una unidad de tiempo, determinando lo que se refiere como "el precio del dinero en el mercado financiero".

DEFINICIÓN 1.33. Definimos un *Proceso de Precios* $S(t) : \Omega \to \mathbb{R}^{n+1}$, que matemáticamente es un proceso estocástico, donde $S(t) = (S_0(t), S_1(t), ..., S_n(t))$ y $S_0(t) > 0$, la cual representa la evolución de los precios de los instrumentos financieros, donde $S_0(t) \equiv B(t)$, generalmente representa un bono o cuenta bancaria, siempre se supone estrictamente creciente para $t \geq 0$.

DEFINICIÓN 1.34. Un *derivado* es un instrumento financiero o variable aleatoria, cuyo precio depende del precio de otros activos subyacentes.

DEFINICIÓN 1.35. Un *modelo de mercado a tiempo discreto* es una tupla $(\Omega, \mathfrak{F}, P, T, S)$, donde, Ω es el espacio muestral, es decir, son todos los posibles estados del mercado, $\mathfrak{F}$ es la σ-álgebra de subconjuntos de Ω, la cual representa la información disponible a los inversionistas, P es una medida de probabilidad definida en $(\Omega, \mathfrak{F})$, T el rango de tiempo discreto y S es el conjunto de precios de un portafolio.

DEFINICIÓN 1.36. Un *portafolio* o *cartera* es una variable aleatoria $H : \Omega \to \mathbb{R}^{n+1}$ cuyas componentes H_0 y H_j; $j = 1, ..., n$; representan, respectivamente, las cantidades de B_0 y de S_j; $j = 1, ..., n$ que se poseen en cada estado del mercado.

En otras palabras, un portafolio describe cómo el inversionista distribuye su capital en los diferentes activos, a partir del tiempo inicial hasta el tiempo final.

DEFINICIÓN 1.37. El rendimiento o rentabilidad de un título en un período $[0, t]$, se define como el cociente del incremento del precio del título con respecto al precio inicial, el mismo se denota por R_t y se determina de la siguiente manera

$$R_t = \frac{S_t - S_0}{S_0}.$$

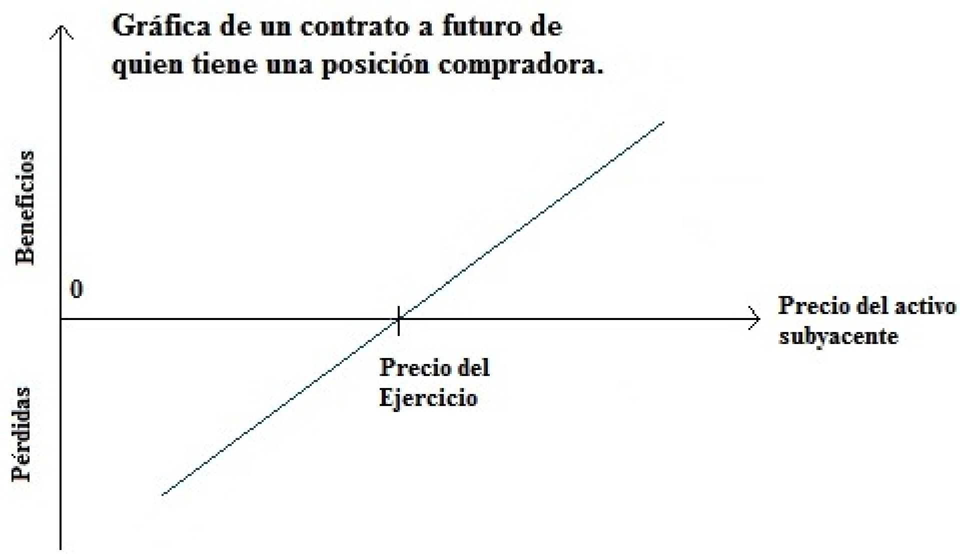
No obstante, en muchas ocasiones necesitamos conocer el rendimiento en función de dos períodos consecutivos, dando lugar a lo que llamaremos retorno, cuya expresión es

$$R_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}}.$$

DEFINICIÓN 1.38. Los *futuros* son contratos que obligan a las partes contratantes a comprar o vender un número de bienes o valores (activo subyacente) en una fecha futura, pero con un precio establecido de antemano.

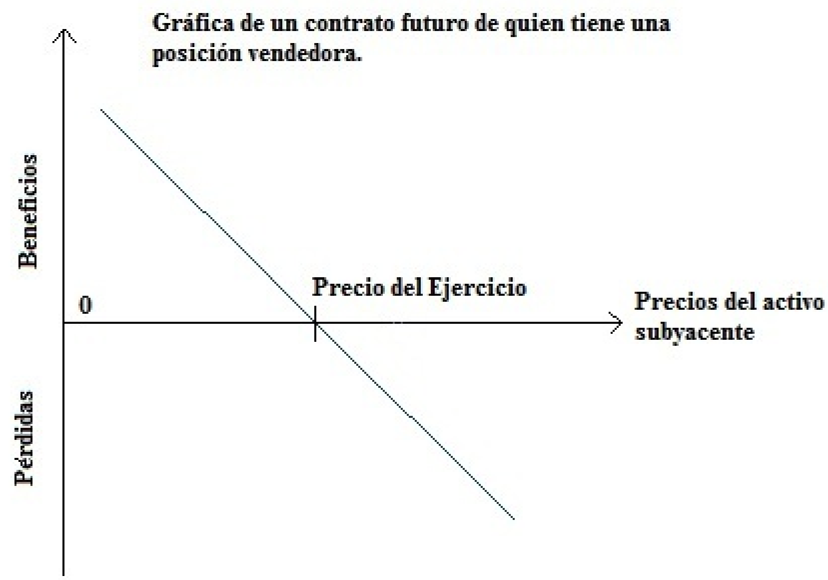
Para representar esta posición, vamos a situar en el eje horizontal los diferentes precios del activo subyacente, y en el eje vertical situaremos las Perdidas y Ganancias ó Beneficios.

Para un contrato a futuro de alguien que tiene una posición compradora, se va a tener el siguiente comportamiento:



- El comprador a futuro tendrá un perfil alcista, ya que mientras mayor sea el precio del activo subyacente con respecto al precio del ejercicio mayores serán las ganancias.
- El contrato a futuro se fijara a un precio de ejercicio.
- Obtendremos beneficios siempre que el precio del activo subyacente se sitúe por encima del precio de ejercicio.
- Obtendremos perdidas siempre que el precio del activo subyacente se sitúe por debajo del precio de ejercicio.

Un contrato a futuro de alguien quien tiene una posición vendedora, tendrá el siguiente comportamiento:



- El vendedor a futuro tiene un perfil bajista, ya que mientras menor sea el precio del activo subyacente con respecto al precio del ejercicio mayores serán las ganancias.
- Obtendremos beneficios siempre que el precio del activo subyacente se sitúe por debajo del precio de ejercicio.
- Obtendremos perdidas siempre que el precio del activo subyacente se sitúe por encima del precio de ejercicio.

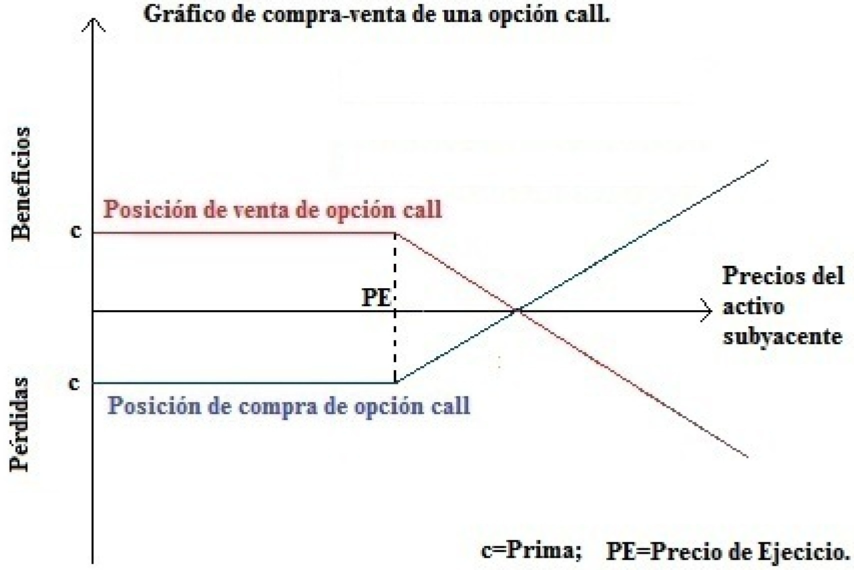
Definición 1.39. Una *opción* es un contrato que le da al tenedor o comprador el derecho, mas no la obligación, de comprar o de vender alguna acción o valor en una fecha predeterminada (o antes) y a un precio pre-establecido. Existen dos tipos de opciones:

- Opción de compra (Call Option).
- Opción de venta (Put Option).

Existen cuatro operaciones básicas para los contratos de opciones, estas son:

- Comprar una opción a compra (Call), en la cual se adquiere el derecho de compra.
- Comprar una opción a venta (Put), en la cual se adquiere un derecho de venta.
- Vender una opción a compra (Call), en la cual se genera una obligación de vender.
- Vender una opción a venta (Put), en la cual se genera la obligación comprar.

La representación gráfica de un contrato de una opción a compra (Call), está dado como sigue:



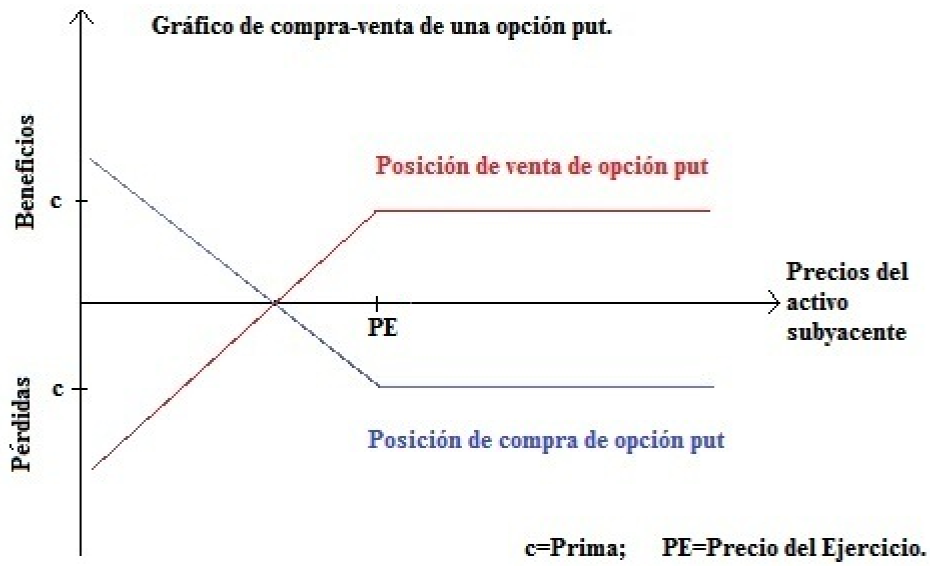
La Prima es el precio de la opción, por lo tanto, si el precio del activo subyacente se encuentra por debajo del precio de ejercicio:

- El comprador de la opción no está obligado a comprar, ya que en caso contrario obtendrá perdidas mayores a la Prima pagada.
- En cambio, el que está en una posición vendedora obtendrá de beneficio la prima pagada por el comprador.

Si el precio del activo subyacente se encuentra por encima del precio de ejercicio:

- El comprador de la opción tiene el derecho a comprar el activo subyacente obteniendo ganancias, ó perdidas menores a la Prima.
- En cambio, el que está en una posición vendedora está obligado a vender, por lo que obtendrá perdidas o ganancias dependiendo que tan alto sea el precio del activo subyacente.

La representación gráfica de un contrato de una opción a venta (Put), es de la siguiente manera:



Siguiendo el mismo análisis anterior, tenemos que, si el precio del activo subyacente se encuentra por debajo del precio de ejercicio:

- El comprador de la opción tiene el derecho a vender el activo subyacente a un precio de ejercicio que está por encima, lo que implica que el vendedor obtendrá ganancias.
- En cambio, el que está en una posición compradora está obligado a comprar, el cual obtendrá perdidas ó beneficios, dependiendo que tan bajo sea el precio del activo subyacente.

Si el precio del activo subyacente se encuentra por encima del precio de ejercicio:

- El comprador de la opción no está obligado a vender el activo subyacente mas económico, ya que en caso contrario, obtendrá perdidas.
- En cambio, el que está en una posición de venta obtendrá de beneficio la prima pagada por el comprador.

Las opciones se pueden clasificar de acuerdo al tiempo en el cual se puede ejercer el derecho que ellas otorgan en:

- Opciones europeas.
- Opciones americanas.

Las opciones *europeas* son aquellas que sólo pueden ser ejercidas en la fecha de vencimiento, mientras que las opciones *americanas* son aquellas que se pueden ejercer durante la vida de la opción, es decir, en cualquier momento antes de la expiración.

Definición 1.40. Una *posición* es el conjunto de contratos que posee el inversionista. Existen dos tipos de posición, corta y larga. Se dice que un inversionista tiene una opción en posición larga cuando ha comprado o mantenido un activo. Se dice que un inversionista tiene una opción en posición corta cuando ha vendido un activo.

Definición 1.41. La *volatilidad* es una medida de la fluctuación en el precio de mercado del activo financiero subyacente. Matemáticamente, la volatilidad es la desviación estándar de las variaciones del precio.

Se distinguen dos formas para estimar la volatilidad:

- Volatilidad histórica.
- Volatilidad implícita.

La volatilidad histórica, se basa en considerar observaciones históricas durante períodos de tiempo. La volatilidad histórica se estima a través de las fluctuaciones de los precios en el mercado, observadas recientemente. Mientras que la volatilidad implícita es determinada usando los precios actuales de las opciones existentes en el mercado real en vez, de usar los datos históricos en los cambios del precio de la acción subyacente.

Definición 1.42. Los *índices bursátiles* pueden ser considerados como herramientas estadísticas que tienen por objeto reflejar la evolución en el tiempo de los precios de las acciones que cotizan en las bolsas, es decir, representan la variación media de precios del mercado.

Los índices bursátiles son el instrumento más representativo, ágil y oportuno para evaluar la evolución y tendencia del mercado accionario. Cualquier variación de su nivel es el fiel sinónimo del comportamiento de este segmento del mercado, explicando con su aumento las tendencias alcistas en los precios de las acciones y, en forma contraria, con su reducción la tendencia hacia la baja de los mismos.

Según la biblioteca virtual wikipédia (http://es.wikipedia.org), los principales índices bursátiles en el mundo son:

- Europa.
  - Ibex 35 (España).
  - FTSE 100 (Gran Bretaña).
  - CAC 40 (Francia).
  - DAX 30 (Alemania).
- Asia.
  - Nikkei 225 (Japón).
  - Hang Seng (Hong Kong).
  - Kospi (Corea del Sur).

- América.
  - Dow Jones (EE. UU.).
  - Nasdaq 100 (EE. UU.).
  - SP 500 (EE. UU.).
  - Bolsa de Valores y Productos de Asunción (BVPASA) (Paraguay).
  - Bovespa (Brasil).
  - Merval (Argentina).
  - IGBC (Colombia).
  - IPSA (Chile).
  - ISBVL (Perú).
  - IPC (México).
  - IBC (Venezuela).

Fórmulas para valoración de opciones.

Fórmula Black-Scholes-Merton. En 1973, Robert C. Merton publicó "Theory of Rational Option Pricing", en él hacía referencia a un modelo matemático que Fisher Black y Myron Scholes habían desarrollado. Este modelo fue empleado para estimar el valor actual de una opción europea para compra (Call), o venta (Put). De este modelo se deduce la formula Black-Scholes-Merton. Posteriormente se adoptó a opciones americanas y a el mercado monetario.

En 1997, Merton y Scholes recibieron el Premio Nobel en Economía por su trabajo; Black, el otro creador de la fórmula, falleció en 1995.

Para utilizar la fórmula de Black-Scholes-Merton necesitamos conocer los siguientes parámetros: el precio S_0 del activo subyacente, el precio del ejercicio K, el tiempo de expiración T, la tasa de interés r y la volatilidad σ. La fórmula de Black-Scholes está dada de la siguiente manera,

$$C = S_0\phi(d_1) - Ke^{-rT}\phi(d_2),$$
$$P = Ke^{-rT}\phi(-d_2) - S_0\phi(-d_1)$$

donde,

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{S_0}{K}) + (r + \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}} \quad \text{y} \quad d_2 = \frac{\ln(\frac{S_0}{K}) + (r - \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}.$$

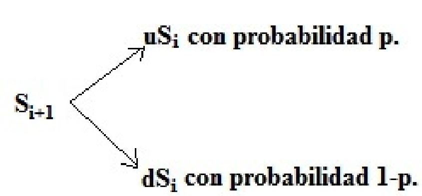
- C es el precio de la opción a compra.
- P es el precio de la opción a venta.

- T es el tiempo de expiración del contrato.
- r es la tasa de interés.
- σ es la volatilidad implícita.
- K es el precio de ejercicio de la opción.
- S_0 es el precio del activo subyacente.
- ϕ es la función de distribución normal estándar.

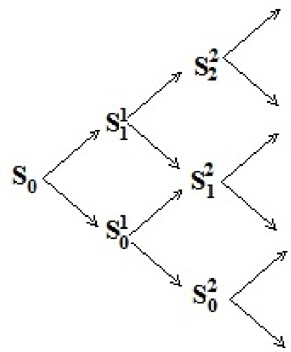
Nota: A la volatilidad implícita también se le conoce como volatilidad del mercado, ya que refleja las expectativas del mercado sobre la volatilidad del subyacente hasta la fecha de vencimiento del correspondiente activo derivado. Es posible conocer la volatilidad implícita a través de modelos de valoración a partir de los precios de instrumentos derivados. Por ejemplo, para la estimación se utiliza, de forma habitual, el modelo de Black-Scholes o alguno similar.

Fórmula Binomial de Cox-Ross-Rubistein. El modelo binomial fue propuesto por primera vez por Cox, Ross y Rubinstein (1979). Esta fórmula se utiliza para valorar opciones tanto americanas como europeas. Por el hecho de ser relativamente simple, el modelo es fácilmente implementable en software.

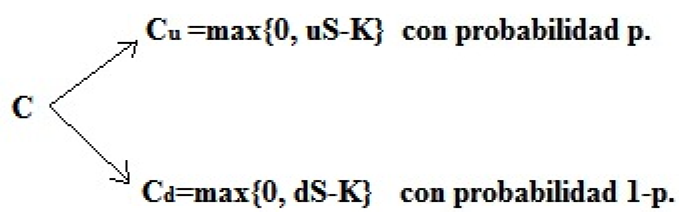
Para la construcción de esta fórmula, primero se considera un paso en el tiempo Δt, y se supone que para $i = 0, 1, ..., T$ el precio de la acción S_i en cada paso sube un factor u con probabilidad p o baja un factor d con probabilidad $1 - p$, es decir:



donde $S_i = S(t_i)$. Entonces, para cada $0 \leq i \leq T$, todos los posibles precios son $S_i^n = d^{n-i}.u^i.S_0$ con $0 \leq i \leq n$, lo cual se resume en el esquema siguiente:



Se asume que la tasa de interés es constante y además $d < r + 1 < u$, donde $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$ con σ la volatilidad de los precios y $d = \frac{1}{u}$. Para ver cual es el precio de una opción a compra, comenzaremos con una simple situación: la fecha de expiración va a ser el paso en el tiempo. Sea C el valor de la opción a compra, C_u será el valor de la opción en el caso de que el precio de la opción suba uS y C_d será su valor en caso de que el precio baje dS, por lo tanto el precio de la opción será para $C_u = \text{máx}\{0, uS - K\}$ y para $C_d = \text{máx}\{0, dS - K\}$, es decir,



Así finalmente la fórmula binomial está dada de la siguiente manera,

$$C = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \,\text{máx}\{0, d^{n-i}u^i S_0 - K\}/(r+1)^n$$

$$P = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \,\text{máx}\{0, K - d^{n-i}u^i S_0\}/(r+1)^n.$$

De la ley de probabilidades neutra al riesgo ($S_0 = \mathbb{E}_p[S_T]$), se obtiene que $p = \frac{1+r-d}{u-d}$.

- C es el precio de la opción a compra.
- P es el precio de la opción a venta.
- u y d son los movimientos ascendentes y descendentes de los precios respectivamente en un paso en el tiempo.
- K es el precio de ejercicio de la opción.

- S_0 es el precio del activo subyacente.
- r es la tasa de interés.

3. Medidas de Riesgo

Sean $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ un espacio de medidas, $\mathbb{X}$ el conjunto de todas las variables aleatorias sobre Ω donde, para $X \in \mathbb{X}$, $X(\omega)$ representa ganancia o pérdida en el estado ω, es decir, si $X(\omega) < 0$ representa beneficio y si $X(\omega) > 0$ representa perdida.

Antes de definir los que es una medida de riesgo coherente, necesitamos definir lo que es una medida de riesgo en general. Estas medidas de riesgo coherentes son un caso especial de las medidas de riesgo en general.

Definición 1.43. Una *medida de riesgo* es cualquier función $\rho : \mathbb{X} \to \mathbb{R}$.

A continuación, se definen las propiedades que hacen que una medida de riesgo pueda ser considerada como coherente. A estas propiedades se debe prestar especial atención porque serán de gran ayuda para proponer medidas que cumplan condiciones ideales o deseables en cuanto a medición de riesgo.

En 1997, Artzner, Delbaen, Eber, and Heath propusieron 4 propiedades que una medida de riesgo debería tener. A toda medida de riesgo que cumpliera con estas 4 propiedades ellos la llamaron medida de riesgo coherente.

Definición 1.44. Una medida de riesgo es *coherente* si satisface los siguientes axiomas:

<u>Axioma M:</u> Monótona no creciente: Para todo $X, Y \in \mathbb{X}$ con $X \leq Y$, entonces $\rho(Y) \leq \rho(X)$.
Esto quiere decir que, si se ha ganado menos en X que en Y, es claro que el riesgo es mayor en X que en Y.

<u>Axioma H:</u> Homogeneidad Positiva: $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$, $\forall X \in \mathbb{X}$ y $\lambda \geq 0$.
Es decir si cambiamos de posición entonces el riesgo cambia a la misma proporción.

<u>Axioma T:</u> Invarianza por traslación: $\rho(X + a) = \rho(X) - a$, $\forall X \in \mathbb{X}$ y $a \in \mathbb{R}$.
Es decir, si añadimos o subs-traemos una determinada cantidad a a nuestra posición, alteramos nuestros requerimientos de capital en tal cantidad.

Axioma S: Sub-aditiva: $\rho(X+Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$ para todo $X, Y \in \mathbb{X}$.
Esto se resume en que, la diversificación de un portafolio disminuye el riesgo.

Existen muchos métodos de análisis de riesgo, a continuación se muestran algunos ejemplos de medidas de riesgo coherentes y no coherentes más usadas en la actualidad.

3.1. El Valor en Riesgo (VaR). El Valor en Riesgo (VaR) es un método de análisis de riesgo el cual estima la máxima pérdida esperada para un portafolio y a un nivel de confianza determinado, medido en una moneda de referencia específica.

Definición 1.45. Sea X una variable aleatoria y $\alpha \in (0,1)$, un *cuantil* es una función $x : (0,1) \to \mathbb{R}$ definida como,

$$x_{(\alpha)} = \text{ínf}\{x \in \mathbb{R} : P(X \leq x) \leq \alpha\}.$$

Esto significa que x es un α-cuantil de X.

Definición 1.46. Dado un nivel de confianza $\alpha \in (0,1)$, el *Valor en Riesgo* (VaR) de una variable aleatoria X a un nivel de confianza α, viene dado por

$$VaR_{\alpha}(X) = -\,\text{ínf}\{x \in \mathbb{R} : P(X \leq x) > \alpha\}.$$

El VaR no es una medida de riesgo coherente, ya que no satisface el axioma de subaditividad. Esta propiedad expresa el hecho de que un portafolio está hecho de sub-portafolios, y la suma del valor en riesgo de cada sub-portafolio puede ser menor al valor en riesgo del portafolio, es decir, la diversificación no necesariamente disminuye el riesgo.

Veamos que axiomas de coherencia satisface el VaR:

Monótona no creciente. Sean X, Y variables aleatorias en $\mathbb{X}$ con $X \leq Y$, entonces es claro que

$$P(X \leq t) \geq P(Y \leq t) \text{ para todo } t \in \mathbb{R}.$$

Luego para $x_o \in \{y \in \mathbb{R} | P(Y \leq y) > \alpha\}$ se cumple que $P(Y \leq x_o) > \alpha$, así por lo anterior tenemos que

$$P(X \leq x_o) \geq P(Y \leq x_o) > \alpha.$$

Lo que implica que $\{y \in \mathbb{R} | P(Y \leq y) > \alpha\} \subseteq \{x \in \mathbb{R} | P(X \leq x) > \alpha\}$, entonces

$$\text{ínf}\{y \in \mathbb{R} | P(Y \leq y) > \alpha\} \geq \text{ínf}\{x \in \mathbb{R} | P(X \leq x) > \alpha\}.$$

Obteniendo finanlmente que $VaR(Y) \leq VaR(X)$, es decir, el VaR es monótona no creciente.

Homogeneidad Positiva. Sea $\lambda > 0$ y $X \in \mathbb{X}$, entonces

$$\begin{aligned} VaR_\alpha(\lambda X) &= -\inf\{x \in \mathbb{R} : P(\lambda X \leq x) > \alpha\} \\ &= -\inf\{x \in \mathbb{R} : P(X \leq \frac{x}{\lambda}) > \alpha\} \quad si \quad \lambda y = x \quad entonces \\ &= -\inf\{\lambda y \in \mathbb{R} : P(X \leq y) > \alpha\} \\ &= -\lambda \inf\{y \in \mathbb{R} : P(X \leq y) > \alpha\} \\ &= \lambda VaR_\alpha(X). \end{aligned}$$

Por lo tanto, se obtiene la homogeneidad positiva.

Invarianza por traslación. Sea $a \in \mathbb{R}$ y $X \in \mathbb{X}$, entonces

$$\begin{aligned} VaR_\alpha(X + a) &= -\inf\{x \in \mathbb{R} : P(X + a \leq x) > \alpha\} \\ &= -\inf\{x \in \mathbb{R} : P(X \leq x - a) > \alpha\} \quad si \quad y = x - a \quad entonces \\ &= -\inf\{y + a \in \mathbb{R} : P(X \leq y) > \alpha\} \\ &= -\left(\inf\{y \in \mathbb{R} : P(X \leq y) > \alpha\} + a\right) \\ &= VaR_\alpha(X) - a. \end{aligned}$$

Por lo tanto, se obtiene la invarianza por traslación.

Sub-aditividad. Para ver que el VaR no satisface el axioma de sub-aditividad veamos un contra-ejemplo:

Ejemplo 1.47. Supongamos que una empresa se dedica a la venta de automóviles y además posee dos sucursales en distintas partes de una misma ciudad, supongamos que este par de agencias realizó ventas en un lapso de 7 meses, donde en cada mes se estableció por separado las ganancias de cada agencia, tales ganancias se modelaron por dos variables aleatorias X e Y que mostraremos a continuación:

	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
X	\$4000	\$5000	\$5000	\$7000	\$7000	\$12000	\$10000
Y	\$5000	\$5000	\$5000	\$7000	\$7000	\$5000	\$12000
X+Y	\$9000	\$10000	\$10000	\$14000	\$14000	\$17000	\$22000

Calculemos la función de distribución de cada variable aleatoria,

- Para la variable aleatoria X:
  $P(X \leq 4000) = \frac{1}{7}$
  $P(X \leq 5000) = \frac{3}{7}$
  $P(X \leq 7000) = \frac{5}{7}$
  $P(X \leq 10000) = \frac{6}{7}$
  $P(X \leq 12000) = 1.$

- Para la variable aleatoria Y:
  $P(Y \leq 5000) = \frac{4}{7}$
  $P(Y \leq 7000) = \frac{6}{7}$
  $P(Y \leq 12000) = 1.$

- Para la variable aleatoria X+Y:
  $P(X \leq 9000) = \frac{1}{7}$
  $P(X \leq 10000) = \frac{3}{7}$
  $P(X \leq 14000) = \frac{5}{7}$
  $P(X \leq 17000) = \frac{6}{7}$
  $P(X \leq 22000) = 1.$

Luego tenemos que el valor en riesgo (VaR) con un nivel de confianza $\alpha = 0{,}95$ para cada una de las variables aleatorias es:

- $VaR_{0,95}(X) = -12000$
- $VaR_{0,95}(Y) = -12000$
- $VaR_{0,95}(X+Y) = -22000$

De donde se observa que $VaR_{0,95}(X) + VaR_{0,95}(Y) < VaR_{0,95}(X+Y)$, obteniéndose que el VaR no es sub-aditivo.

Otro problema del VaR es que subestima los posibles resultados alejados de la media, esto se debe a que el cuantil no da información acerca de lo que puede ocurrir si la posición cae por debajo de ese valor. Por otra parte el VaR no considera posiciones en riesgo que pueden tomar valores extremos que podrían ocurrir con probabilidad positiva, esto se expresa diciendo que tienen distribución de cola pesada. Estos valores extremos son, sin embargo, de interés en el estudio del riesgo.

Pero aún así, según Acerbi y Tasche, el VaR tiene beneficios que hacen que sea un método de análisis de riesgo muy utilizado mundialmente, tales como:

- El VaR es fácil de manejar.
- El VaR es una medida de riesgo universal, ya que puede ser aplicada a cualquier tipo de activo o fuente de riesgo.
- El VaR resume en un sólo número, todas las posibles fuentes de riesgo existentes en un portafolio.
- El VaR es una medida coherente de riesgo solo en el caso de contar con una distribución normalizada de los rendimientos, y es así como cumple el axioma de subaditividad.

3.2. Valor en Riesgo Condicional (CVaR). Las desventajas que se observan en el VaR han llevado a que se propongan medidas de riesgo alternativas que sean subaditivas. Artzner en 1999, consideró el CVaR (Valor en Riesgo Condicional) como una alternativa al problema de la falta de subaditividad que presenta el VaR.

El CVaR mide las posibles pérdidas que exceden al VaR. También llamado esperanza condicional de la cola del VaR (TCE) ó Esperanza de Cola Media (TM). Matemáticamente se define de la siguiente manera:

Definición 1.48. Dado un nivel de confianza $\alpha \in (0,1)$, el *Valor en Riesgo Condicional* (CVaR) de una variable aleatoria X a un nivel de confianza α, se define como la pérdida esperada para los casos en que la pérdida de valor de la cartera exceda el valor del VaR, es decir,

$$CVaR_\alpha(X) = -\mathbb{E}_P[X|X < -VaR_\alpha(X)].$$

Artzner [**6**] argumenta que el CVaR es una expectativa de pérdida condicionada a que se supere el nivel indicado por el VaR. Veamos que el CVaR es coherente, cuando se restringe a variables aleatorias con densidad, para ello consideremos el siguiente conjunto,

$$\mathbb{X}_o = \{X \in \mathbb{X} \mid X es continua\}.$$

Monótona no creciente. Sean X, Y variables aleatorias en $\mathbb{X}_o$ con $X \leq Y$, entonces:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_P[X|X<-VaR_\alpha(X)] &= -VaR_\alpha(X)+\mathbb{E}_P[X+VaR_\alpha(X)|X<-VaR_\alpha(X)]\\
&= -VaR_\alpha(X)+\frac{\mathbb{E}_P[(X+VaR_\alpha(X))1_{\{X+VaR_\alpha(X)<0\}}]}{P(X+VaR_\alpha(X)<0)}\\
&= -VaR_\alpha(X)+\frac{\mathbb{E}_P[(X+VaR_\alpha(X))1_{\{X+VaR_\alpha(X)<0\}}1_{\{Y+VaR_\alpha(Y)<0\}}]}{P(X+VaR_\alpha(X)<0)}\\
&\quad+\frac{\mathbb{E}_P[(X+VaR_\alpha(X))1_{\{X+VaR_\alpha(X)<0\}}1_{\{Y+VaR_\alpha(Y)\geq 0\}}]}{P(X+VaR_\alpha(X)<0)}\\
&\leq -VaR_\alpha(X)+\frac{\mathbb{E}_P[(X+VaR_\alpha(X))1_{\{X+VaR_\alpha(X)<0\}}1_{\{Y+VaR_\alpha(Y)<0\}}]}{P(X+VaR_\alpha(X)<0)}\\
&\leq -VaR_\alpha(X)+\frac{\mathbb{E}_P[(X+VaR_\alpha(X))1_{\{Y+VaR_\alpha(Y)<0\}}]}{P(Y+VaR_\alpha(Y)<0)}\\
&= -VaR_\alpha(X)+\mathbb{E}_P[X+VaR_\alpha(X)|Y<VaR_\alpha(Y)]\\
&= \mathbb{E}_P[X|Y<VaR_\alpha(Y)]\\
&\leq \mathbb{E}_P[Y|Y<VaR_\alpha(Y)].
\end{aligned}$$

La primera desigualdad se debe al hecho de que la segunda esperanza de la tercera igualdad es negativa, y la segunda desigualdad se debe al hecho de que, $1_{\{X+VaR_\alpha(X)<0\}}1_{\{Y+VaR_\alpha(Y)<0\}} \subseteq 1_{\{Y+VaR_\alpha(Y)<0\}}$ y además,

$$P(X<-VaR_\alpha(X))=P(X<x_{(\alpha)})=\alpha=P(Y<-VaR(Y)).$$

Entonces,

$$\mathbb{E}_P[X|X<-VaR_\alpha(X)]\leq \mathbb{E}_P[Y|Y<-VaR_\alpha(Y)].$$

Por lo tanto,

$$\begin{gathered}
-\mathbb{E}_P[X|X<-VaR_\alpha(X)]\geq -\mathbb{E}_P[Y|Y<-VaR_\alpha(Y)]\\
CVaR(X)\geq CVaR(Y).
\end{gathered}$$

Así, se obtiene la monotonía no creciente.

Homogeneidad Positiva. Sea $\lambda>0$ y $X\in\mathbb{X}_o$, entonces

$$\begin{aligned}
CVaR_\alpha(\lambda X) &= -\mathbb{E}_P[\lambda X|\lambda X<-VaR_\alpha(\lambda X)]\\
&= -\mathbb{E}_P[\lambda X|\lambda X<-\lambda VaR_\alpha(X)]\\
&= -\mathbb{E}_P[\lambda X|X<-VaR_\alpha(X)]\\
&= -\lambda\mathbb{E}_P[X|X<-VaR_\alpha(X)]\\
&= \lambda CVaR_\alpha(X).
\end{aligned}$$

Obteniendo la homogeneidad positiva.

Invarianza por traslación. Sea $a \in \mathbb{R}$ y $X \in \mathbb{X}_o$, entonces

$$\begin{aligned}
CVaR_\alpha(X+a) &= -\mathbb{E}_P[X+a|X+a < -VaR_\alpha(X+a)] \\
&= \mathbb{E}_P[-X-a|X+a < -VaR_\alpha(X)+a] \\
&= \mathbb{E}_P[-X-a|X < -VaR_\alpha(X)] \\
&= \mathbb{E}_P[-X|X < -VaR_\alpha(X)] + \mathbb{E}_P[-a|X < -VaR_\alpha(X)] \\
&= CVaR_\alpha(X) - a.
\end{aligned}$$

Por lo tanto se cumple la invarianza por traslación.

Sub-aditiva. Sean X, Y en $\mathbb{X}_o$.

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_P[X|X < -VaR_\alpha(X)] &= -VaR_\alpha(X) + \mathbb{E}_P[X + VaR_\alpha(X)|X < -VaR_\alpha(X)] \\
&= -VaR_\alpha(X) + \frac{\mathbb{E}_P[(X+VaR_\alpha(X))1_{\{X+VaR_\alpha(X)<0\}}]}{P(X+VaR_\alpha(X)<0)} \\
&= -VaR_\alpha(X) + \frac{\mathbb{E}_P[(X+VaR_\alpha(X))1_{\{X+VaR_\alpha(X)<0\}}1_{\{X+Y+VaR_\alpha(X+Y)<0\}}]}{P(X+VaR_\alpha(X)<0)} \\
&\quad + \frac{\mathbb{E}_P[(X+VaR_\alpha(X))1_{\{X+VaR_\alpha(X)<0\}}1_{\{X+Y+VaR_\alpha(X+Y)\geq 0\}}]}{P(X+VaR_\alpha(X)<0)} \\
&= -VaR_\alpha(X) + \frac{\mathbb{E}_P[(X+VaR_\alpha(X))1_{\{X+VaR_\alpha(X)<0\}}1_{\{X+Y+VaR_\alpha(X+Y)<0\}}]}{P(X+Y+VaR_\alpha(X+Y)<0)} \\
&\quad + \frac{\mathbb{E}_P[(X+VaR_\alpha(X))1_{\{X+VaR_\alpha(X)<0\}}1_{\{X+Y+VaR_\alpha(X+Y)\geq 0\}}]}{P(X+Y+VaR_\alpha(X+Y)<0)} \\
&\leq -VaR_\alpha(X) + \frac{\mathbb{E}_P[(X-VaR_\alpha(X))1_{\{X+Y+VaR_\alpha(X+Y)<0\}}]}{P(X+Y+VaR_\alpha(X+Y)<0)} \\
&= -VaR_\alpha(X) + \mathbb{E}_P[X+VaR_\alpha(X)|X+Y < -VaR_\alpha(X+Y)] \\
&= \mathbb{E}_P[X|X+Y < -VaR_\alpha(X+Y)].
\end{aligned}$$

Por otro lado también tenemos que

$$\mathbb{E}_P[Y|Y < -VaR_\alpha(Y)] \leq \mathbb{E}_P[Y|X+Y < -VaR_\alpha(X+Y)].$$

Luego,

$$
\begin{aligned}
CVaR_\alpha(X+Y) &= -\mathbb{E}_P[X+Y|X+Y < -VaR_\alpha(X+Y)] \\
&= -\mathbb{E}_P[X|X < -VaR_\alpha(X+Y)] - \mathbb{E}_P[Y|Y < -VaR_\alpha(X+Y)] \\
&= -\mathbb{E}_P[X|X < -VaR_\alpha(X)] - \mathbb{E}_P[Y|Y < -VaR_\alpha(Y)] \\
&= CVaR_\alpha(X) + CVaR_\alpha(Y).
\end{aligned}
$$

Por lo tanto se cumple la subaditividad. Como el CVaR es una medida de riesgo que cumple con las propiedades de homogeneidad, invarianza por traslaciones, monótona no creciente y la sub-aditividad, se concluye que el CVaR es una medida coherente.

En Rockafellar y Uryasev [**18**], se exponen las propiedades fundamentales del CVaR y se muestran las ventajas significativas de esta metodología respecto al VaR y se prueba que el CVaR puede cuantificar situaciones arriesgadas o de peligro más allá que el VaR.

A pesar de las buenas propiedades que puede brindar esta medida de riesgo, resulta evidente que si el objetivo del VaR es controlar el riesgo de mercado en condiciones normales, el objetivo del CVaR es controlar los riesgos del mercado en condiciones extremas.

CAPíTULO 2

Medidas de Riesgo Basadas en Escenarios.

Análisis de Escenarios.

La idea es considerar posibles valores futuros en la variable que representa el riesgo en un portafolio con base en las creencias de un experto, el cual deriva estos valores del comportamiento histórico de los activos financieros correspondientes, o de situaciones estadísticamente extremas, esto nos va a conducir a que el riesgo de un portafolio se va a poder medir como la máxima pérdida bajo los diferentes escenarios.

DEFINICIÓN 2.1. A una familia de medidas de probabilidad $\mathbb{Q}$ sobre $(\Omega, \mathcal{F})$ se denomina *escenarios generalizados.*

Dada una familia de medidas de probabilidad o "Escenarios Generalizados" $\mathbb{Q}$, definidos en un espacio de probabilidad, se puede definir una medida de riesgo por,

$$\rho_{\mathbb{Q}}(X) = \sup\{\mathbb{E}_Q[-X/r];\ Q \in \mathbb{Q}\}.$$

Donde r es la tasa total del retorno o el precio estrictamente positivo del instrumento de referencia.

Una medida definida de esta forma, se denomina medida basada en escenarios.

TEOREMA 2.2. *(Teorema de Representación) Una medida de riesgo ρ, es coherente si y sólo si $\forall X \in \mathbb{X}$ existe una familia $\mathbb{Q}$ de medidas probabilidad o escenarios generalizados definidas en $(\Omega; \mathfrak{F})$ tal que:*

$$\rho(X) = \sup\{\mathbb{E}_Q[-X/r] : Q \in \mathbb{Q}\}.$$

1. Método de Análisis de Riesgo (SPAN)

El método SPAN (Standard Portfolios Analysis of Risk) es un método de análisis de riesgo financiero, el cual fue desarrollado en CME (Chicago Mercantil Exchange) por el Economista Jerry Roberts en 1988. El SPAN considera el riesgo general de la cartera, como la peor pérdida posible en que una cartera de instrumentos derivados podría incurrir en un período de tiempo determinado (generalmente un día de comercio), esta mayor pérdida es determinada por el máximo de un conjunto de perdidas posibles en varios escenarios hipotéticos.

El método SPAN se aplica, principalmente, a portafolios compuestos sólo por futuros y opciones de compra y venta, y se considera que cada una de las inversiones en el portafolio está expuesta a riesgos específicos, donde se toman en cuenta las siguientes situaciones del mercado:

- **Las posibles variaciones en los precios del activo subyacente**, el cual afecta tanto a opciones como a futuros.
- **Las posibles variaciones en la volatilidad del activo subyacente**, afecta sólo a opciones.
- **Impacto del tiempo de maduración en el valor de la opción o del futuro.**

El Método SPAN considera un total de 16 escenarios de riesgo, donde se usan los siguientes parámetros para la determinación del margen:

- **El rango de variación del precio del subyacente**: este parámetro se define como el máximo movimiento de crecimiento o decrecimiento que puede hacer el precio del activo subyacente en un período de tiempo determinado. Este parámetro es publicado por la bolsa de valores o institución financiera.
- **El rango de variación de la volatilidad**: este parámetro se define como el máximo movimiento de crecimiento o decrecimiento que puede hacer la volatilidad implícita.

El núcleo de esta metodología es la matriz de riesgo SPAN, el cual considera 8 posibles variaciones en los precios del subyacente:

- Ninguna variación.
- El precio del subyacente crece ó decrece 1/3 el rango de variación.
- El precio del subyacente crece ó decrece 2/3 el rango de variación.
- El precio del subyacente crece ó decrece 3/3 el rango de variación.
- El precio del subyacente crece ó decrece 3 ó 2 veces el rango de variación, con una probabilidad del 30 % al 35 %.

  Estos dos eventos ocurren en los escenarios 15 y 16 de la matriz de riesgo, la cual podemos observar en la tabla de abajo, en estos escenarios se tiene un porcentaje importante en las posibles pérdidas o ganancias. Este porcentaje varía según las bolsas o cámaras de compensación, así como también varía el factor que multiplica el rango de variación del precio del subyacente, a este factor se le llama multiplicador. En el año 2005, la mayoría de las casas de bolsas fijaron el multiplicador (n) en 2 ó 3 según la casa de bolsa y el porcentaje (p) aproximadamente 30 % ó 35 %.

Para cada uno de estos cambios en los precios, se considera el crecimiento o decrecimiento de la volatilidad a excepción de los escenarios 15 y 16, llamados también escenarios extremos, donde la volatilidad no cambia. He aquí un esquema general de los 16 escenarios usados por el SPAN:

Nro.	Escenarios.
1	Precio futuro inalterado; volatilidad sube.
2	Precio futuro inalterado; volatilidad baja.
3	Precio futuro sobre 1/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube.
4	Precio futuro sobre 1/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja.
5	Precio futuro por debajo 1/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube.
6	Precio futuro por debajo de 1/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja.
7	Precio futuro sobre 2/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube.
8	Precio futuro sobre 2/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja.
9	Precio futuro por debajo de 2/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube.
10	Precio futuro por debajo del 2/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja.
11	Precio futuro sobre 3/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube.
12	Precio futuro sobre 3/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja.
13	Precio futuro por debajo del 3/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube.
14	Precio futuro por debajo 3/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja.
15	Precio futuro sobre el extremo, 3 veces el margen de mantenimiento, con una cobertura del 32 %.
16	Precio futuro por debajo del extremo, 3 veces el margen de mantenimiento, con una cobertura del el 32 %.

Existen dos versiones del método SPAN, llamadas SPAN básico y SPAN completo. Con el SPAN básico, el cálculo del margen de riesgo se realiza tomando en cuenta sólo la información proporcionada en cada uno de los escenarios. El SPAN completo surge ante la necesidad de considerar algunos factores de riesgo que no son tomados en cuenta por el SPAN básico. Estos factores son el riesgo inter-mensual y la correlación existente entre pares de productos que se encuentran en el portafolio. En resumen, para la determinación del margen de riesgo, las dos versiones del SPAN usan parámetros cuyos valores dependen de las condiciones del mercado.

Las notaciones que se usarán en este capítulo serán las siguientes:

Notación	
$V_{p\,i}$	*Valor de perdida en el escenario i; i=1,2,...,16.*
RVP	*Rango de variación del precio del subyacente.*
T	*Tiempo de expiración.*
Up	*Precio del subyacente.*
Lp	*Precio de ejercicio.*
r	*Tasa de interés.*
q	*Volatilidad implicita.*
RVV	*Rango de variación de la volatilidad implicita.*
O_i	*Precio de la opción en el escenario i; i=1,2,...,16.*
RI	*Riesgo inter-mensual.*
CCP	*Credito por correlación entre productos.*
span	*SPAN básico.*
SPAN	*SPAN completo.*

El Riesgo Estimado el cual es requerido para el cálculo del SPAN, es en realidad el margen que se obtiene al aplicar el método SPAN básico. Para calcular este parámetro, se procede a calcular el valor de perdida en cada escenario, lo que explicaremos con más detalle más adelante. Una vez obtenida la matriz de riesgo inicial y el valor de pérdida de cada contrato, se procede a agrupar todos los contratos del portafolio en una sola matriz. En caso de estar en una posición larga, el resultado de cada entrada de esta matriz se va a multiplicar por la cantidad positiva de contratos que tiene cada inversión y en caso de estar en una posición corta se multiplicará por la cantidad negativa de contratos que tiene cada inversión.

Luego, se suman por filas (escenarios) las entradas de la matriz de riesgo para obtener la pérdida más grande del portafolio, esta matriz es denominada ***matriz de riesgo***. El ***riesgo estimado*** va a ser igual a la pérdida más grande asociada a la matriz de riesgo.

A continuación describiremos en detalle como se calcula el valor de pérdida en cada escenario. Definimos, $i = 1, 2, ..., 14$, $e(i)$ = el coeficiente de pérdida de cada escenario, obtenidos de la matriz de riesgo, es decir,

$$e(\mathrm{i}) = \begin{cases} 0, & \text{si i=1 ó i=2.} \\ -1, & \text{si i=3 ó i=4.} \\ 1, & \text{si i=5 ó i=6.} \\ -2 & \text{si i=7 ó i=8.} \\ 2 & \text{si i=9 ó i=10.} \\ -3 & \text{si i=11 ó i=12.} \\ 3 & \text{si i=13 ó i=14.} \end{cases}$$

El valor de pérdida en cada entrada de la matriz de riesgo SPAN, es calculado de la siguiente manera:

Contratos Futuros.

Para los escenarios del 1 hasta el 14, el valor de la pérdida es:

$$V_{p_i} = \tfrac{e(i)}{3}.RVP \qquad \text{con } i = 1, 2, ..., 14$$

Donde RVP es el rango de variación del precio del subyacente. Para los escenarios 15 y 16 sean n el multiplicador y p el porcentaje, ambos asignados por la casa de bolsa.

Escenario 15:

$$V_{p_{15}} = -n.RVP.p.$$

Escenario 16:

$$V_{p_{16}} = n.RVP.p.$$

Contratos de Opciones.

El precio U_p del activo subyacente, es el cotizado al cierre del día anterior. Para incorporar las condiciones de cada escenario, se calcula un precio U_{pi}, para el subyacente en el escenario i, $i = 1, 2, ..., 14$. El precio del subyacente por escenarios U_{p_i}, se calcula de la siguiente forma:

$$U_{p_i} = U_p + \tfrac{e(i)}{3}.RVP.$$

Donde RVP es el rango de variación del precio del subyacente.

El precio U_{p_i} es usado en el escenario i para obtener el valor de la opción O_i en este escenario, y se puede calcular aplicando algunas de las fórmulas para el cálculo de precios de estos instrumentos.

Luego el valor de la pérdida para cada escenario es, la diferencia entre el precio actual de la opción y el precio la opción re-calculado por algunas de las fórmulas para el calculo de precios, es decir, sea P el precio actual de la opción, entonces:

$$V_{p_i} = P - O_i, \text{ donde } i = 1, 2, ..., 14.$$

Para los escenarios 15 y 16, el valor del activo subyacente viene dado por la siguiente fórmula:

Escenario 15:

$$U_{p_{15}} = Up - (n.RVP).$$

Escenario 16:

$$U_{p_{16}} = Up + (n.RVP).$$

Se usan los valores de U_{p_i}, L_p, T, r, y q para obtener el precio de las opciones de compra y venta O_i. Finalmente para $i = 15, 16$ el valor de la pérdida (V_{p_i}) para estos escenarios es,

$$V_{p_i} = (P - O_i).p.$$

Luego se tiene que el margen requerido o margen de riesgo llamado *span* básico, se define como sigue:

$$span = \max\{V_{p_1}, V_{p_2}, ..., V_{p_16}, 0\}.$$

SPAN Completo.

El CME, diseñó un SPAN más completo que incluye además del SPAN básico los siguientes dos parámetros:

- RI=Riesgo inter-mensual.
- CCP=Crédito por correlación entre productos.

La prima de **riesgo inter-mensual** (RI) es una cuota adicional que las casas de bolsas le agregan al margen de riesgo arrojado por el SPAN, cuando existen fechas de expiración en los contratos que expiran en meses distintos. Esto se hace con la finalidad de ajustar los márgenes a la situación real del mercado. Esta cuota se calcula como producto de dos factores que representan posibles riesgos en las inversiones. Uno de estos factores, es la cuota establecida por la casa de bolsa, la cual se relaciona con los meses de vencimiento de las inversiones, y el otro factor, es aquel que toma en cuenta el número de días de vencimiento de los contratos.

El margen de riesgo inter-mensual cubre el riesgo que puede existir en una cartera que contiene futuros y opciones con diferentes fechas de expiración.

(1) El primer paso para calcular la prima de riesgo inter-mensual consiste en crear un arreglo vertical D, cuyas entradas son las fechas de vencimiento de los contratos. Estas fechas aparecerán ordenadas, comenzando por la más próxima. En este arreglo aparecerá una entrada por cada mes, ya que, si existen dos contratos A_1 y A_2 que expiran en el mismo mes, se toma la diferencia en días de ambos contratos; esta diferencia en días se utiliza al final para calcular el riesgo inter-mensual. Para el mes en cuestión se toma cualquiera de los contratos A_1 ó A_2.

D	Fecha de Expiración
D_1	Fecha 1
D_2	Fecha 2
$\vdots$	$\vdots$
D_n	Fecha n

La dimensión n del vector columna D es igual al número de meses en que vence algún contrato.

Ejemplo 2.3. Si tenemos un portafolio de inversión que contiene 2 contratos futuros, 2 opciones a compra y 2 opciones a venta, los cuales expiran en la siguientes fechas:

Tipo de contrato	Fecha de expiración
Futuro	10 de Octubre del 2011
Futuro	21 de Octubre del 2011
Opción a compra	1 de Diciembre del 2011
Opción a compra	9 de enero del 2012
Opción a venta	2 de febrero del 2012
Opción a venta	13 de febrero del 2012

El arreglo D del ejemplo 1, quedaría como sigue:

D	Fecha de expiración.
D_1	Octubre del 2011
D_2	Diciembre del 2011
D_3	Enero del 2012
D_4	Febrero del 2012

(2) El segundo paso consiste en asignar niveles a los contratos correspondientes a fechas contiguas en el arreglo n. Diremos que los contratos con fecha de vencimiento D_k y D_{k+1} están en el nivel 1 si la diferencia entre las fechas D_k y D_{k+1} es menor o igual a un mes.

Análogamente diremos que los contratos con fecha de vencimiento D_k y D_{k+1} están en el nivel 2 si la diferencia entre las fechas D_k y D_{k+1} es de 2 a 3 meses. Los contratos con fecha de vencimiento D_k y D_{k+1} están en el nivel 3 si la diferencia entre las fechas D_k y D_{k+1} es de 4 a 8 meses.

Se crea otro arreglo B, vector columna de dimensión n, con los niveles establecidos antes. La entrada B_j de este vector, para $1 \leq j \leq n-1$, es el nivel correspondiente a las fechas D_j y D_{j+1} del vector columna D. B_n es el nivel entre D_1 y la fecha D_m más distante de C_1, tal que la diferencia entre ambas es menor o igual a 8 meses.

Ejemplo 2.4. Continuando con el ejemplo 2.3, tendríamos:

(1) Octubre y Diciembre $\rightarrow$ Nivel 2.
(2) Diciembre y Enero $\rightarrow$ Nivel 1.
(3) Enero y Febrero $\rightarrow$ Nivel 1.

El arreglo B, quedaría de la forma:

B	Nivel
B1	Nivel 2.
B2	Nivel 1.
B3	Nivel 1.
B4	Nivel 3.

(3) A partir del vector de niveles se crea una matriz M_{ij} tal que $i = 1, 2, 3$ y $j = 1, 2, 3$. Cada entrada de esta matriz se forma con la unión de dos niveles (ij), donde i y j representan el salto del nivel i al nivel j.

El nivel (ij) representa un monto asignado por la casa de bolsa.

A continuación se presenta un modelo de matriz de niveles, donde M_{ij} , para $i = 1, 2, 3$ y $j = 1, 2, 3$:

	Nivel 1 (1 mes)	Nivel 2 (2 a 3 meses)	Nivel 3 (4 a 8 meses)
Nivel 1 (1 mes)	M_{11}	M_{12}	M_{13}
Nivel 2 (2 a 3 meses)	M_{21}	M_{22}	M_{23}
Nivel 3 (4 a 8 meses)	M_{31}	M_{32}	M_{33}

Cada entrada de esta matriz representa un valor, que es una cuota que determinan las casas de bolsas para calcular el RI. Se utiliza tomando en cuenta los niveles encontrados en el paso anterior. Esta matriz de niveles se lee columnas por filas, esto representa el salto del nivel i al nivel j, es decir, M_{12} representa el valor asignado por la casa de bolsa para cuando hay un salto del nivel 2 al nivel 1.

Después de obtener todos los pares de niveles, se procede a determinar las tarifas en base a los cuales se calculan los montos adicionales que se deben añadir al margen por concepto de riesgo inter-mensual. Estas tarifas son suministradas por la casa de bolsa en la matriz denominada matriz de niveles. Los montos adicionales al margen se calculan en el paso siguiente.

Ejemplo 2.5. Supongamos que para el portafolio del ejemplo 2.3, la casa de bolsa asignó la siguiente matriz:

	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Nivel 1	$ 200	$ 150	
Nivel 2			
Nivel 3	$ 300		

(4) A continuación se consideran los días que se descontaron en la elaboración del vector columna D. Z_k es el número de días en el mes, que transcurren para el vencimiento de cada contrato k, $k = 1, 2, ..., n$, donde $1 \leq Z_k \leq 30$.

Sea, $W_1 = |Z_2 - Z_1|$ y $W_k = |Z_{k+1} - W_{k-1}|$ donde $k = 2, ..., n$. Donde W_k representa la diferencia en días que existe entre el contrato que tiene Z_{k+1} días de vencimiento y el contrato que tiene Z_{k-1} días de vencimiento.

Sea RI_k el riesgo mensual por contrato, definido de la siguiente manera,

$$RI_k = M_{ij}.W_k$$

para $k = 1, 2, ..., n$, $i = 1, 2, 3$, $j = 1, 2, 3$ y M_{ij} representa el monto establecido por la casa de bolsa, donde i y j representan el salto del nivel i al nivel j.

Ejemplo 2.6. Tomando en cuenta las fechas de vencimiento del ejemplo 2.3,

$$W_1 = |Z_2 - Z_1| = |21 - 10| = 11$$
$$W_2 = |Z_3 - W_1| = |1 - 11| = 10$$
$$W_3 = |Z_4 - W_2| = |9 - 10| = 1$$

Calculemos el riesgo mensual por contrato,

$$RI_1 = M_{21} * W_1 = 150 * 11 = 1650.$$
$$RI_2 = M_{11} * W_2 = 200 * 10 = 2000.$$
$$RI_3 = M_{13} * W_3 = 300 * 1 = 300.$$

(5) Finalmente el riesgo inter-mensual esta definido como,

$$RI = \sum_{k=1}^{n} RI_k.$$

Para el portafolio del ejemplo 2.3, el riesgo inter-mensual sería:

$$RI = 3950.$$

El **crédito por correlación entre productos** (CCP) es una cantidad que se descuenta del margen de mantenimiento, cuando en el portafolio existen contratos cuyos precios presentan una cierta correlación.

Las bolsas o instituciones financieras establecen un porcentaje, que se va a multiplicar por el riesgo estimado de cada contrato. Este porcentaje va a depender de la correlación existente entre pares de contratos, es decir, las casas de bolsa determinan un cierto porcentaje de correlación entre pares de contratos, tomando en cuenta los tipos de productos; en base a este porcentaje se calcula el crédito por correlación entre productos.

Es importante resaltar que, en general el riesgo correspondiente a un portafolio con varios contratos va ser siempre menor o igual a la suma de los riesgos individuales de cada uno, ya que si un portafolio sólo tiene un contrato este no tendría ningún descuento por crédito de correlación entre productos. Este descuento siempre es calculado entre pares de productos.

Existen diferentes maneras de calcular este crédito. Sin embargo, la noción de correlación es la misma para todas las casas de bolsa.

El CME define el SPAN completo como:

$$\text{SPAN} = \text{span} + \text{RI - CCP}.$$

2. Método de Análisis de Riesgo (TIMS)

EL método TIMS (Theorical Intermarket Margin System) es un método desarrollado originalmente por el OCC (Options Clearing Corporation) en 1986. EL TIMS considera el margen de riesgo de un portafolio, mediante el cálculo de la peor pérdida posible en que una cartera de instrumentos derivados podría incurrir en un periodo de tiempo determinado. Este método es hoy ampliamente usado por organizaciones financieras a nivel mundial. Hay que acotar que OCC es una de las organizaciones financieras de derivados más grande del mundo. En los últimos años OCC ha negociado aproximadamente 2.872 billones de contratos en opciones y futuros, en donde participan la American Stock Exchange, Boston Options Exchange, Chicago Board Options Exchange, International Securities Exchange, NYSE Arca Options, and Philadelphia Stock Exchange.

Para la determinación del margen de riesgo el TIMS toma en cuenta 10 escenarios, los cuales representan las posibles bajas y alzas de los precios. Ninguna consideración hace acerca de la posibilidad de un cambio en la volatilidad. Para la determinación de este margen, este método sólo considera las siguientes 5 posibles variaciones en los precios:

- El precio del subyacente crece ó decrece 1/5 el rango de variación.
- El precio del subyacente crece ó decrece 2/5 el rango de variación.
- El precio del subyacente crece ó decrece 3/5 el rango de variación.
- El precio del subyacente crece ó decrece 4/5 el rango de variación.
- El precio del subyacente crece ó decrece 5/5 el rango de variación.

Este rango de variación del precio se define también como el máximo movimiento de crecimiento o decrecimiento que puede hacer el precio del activo subyacente en un período de tiempo determinado.

Un esquema general de los 10 escenarios usados por el TIMS se muestra a continuación,

Nro.	Escenarios.
1	Precio futuro por debajo del 5/5 del rango de variación del precio.
2	Precio futuro por debajo del 4/5 del rango de variación del precio.
3	Precio futuro por debajo del 3/5 del rango de variación del precio.
4	Precio futuro por debajo del 2/5 del rango de variación del precio.
5	Precio futuro por debajo del 1/5 del rango de variación del precio.
6	Precio futuro sobre 1/5 del rango de variación del precio.
7	Precio futuro sobre 2/5 del rango de variación del precio.
8	Precio futuro sobre 3/5 del rango de variación del precio.
9	Precio futuro sobre 4/5 del rango de variación del precio.
10	Precio futuro sobre 5/5 del rango de variación del precio.

El TIMS se aplica principalmente, a portafolios compuestos sólo por futuros y opciones de compra y venta. Para el cálculo del TIMS, los parámetros que OCC consideró que podrían afectar la inversión son:

- Para Contratos Futuros: solo afecta el rango de variación en el precio del subyacente.
- Para Contratos de Opciones:
  - Precio del subyacente.
  - Rango de variación en el precio del subyacente.
  - Precio de ejercicio.
  - Tasa de interés.
  - Fecha de vencimiento del contrato.
  - La volatilidad.

Para el cálculo del riesgo estimado se procede exactamente como en el método SPAN. A continuación vamos a describir como se calcula el valor de perdida en cada escenario, para esto primero definiremos para $i = 1, 2, ..., 10$, $\widehat{e}(i) =$ el coeficiente de pérdida de cada escenario como:

$$\widehat{e}(i) = \begin{cases} 5, & \text{si i=1.} \\ 4, & \text{si i=2.} \\ 3, & \text{si i=3.} \\ 2 & \text{si i=4.} \\ 1 & \text{si i=5.} \\ -1 & \text{si i=6.} \\ -2 & \text{si i=7.} \\ -3, & \text{si i=8.} \\ -4, & \text{si i=9.} \\ -5, & \text{si i=10.} \end{cases}$$

El valor de pérdida en cada entrada de la matriz de riesgo TIMS, es calculado de la siguiente manera:

Contratos Futuros.

Para este tipo de contrato el valor de perdida es:

$$V_{p_i} = \tfrac{\widehat{e}(i)}{5}.RVP \qquad \text{con } i = 1, 2, ..., 10.$$

Donde RVP es el rango de variación del precio del subyacente.

Contratos de Opciones.

Se procede a calcular el precio U_{p_i}, para el subyacente en el escenario i, $i = 1, 2, ..., 10$, el cual se calcula de la siguiente manera:

$$U_{p_i} = U_p + \tfrac{\widehat{e}(i)}{5}.RVP.$$

Al igual que en el SPAN, el precio U_{p_i} en el escenario i es usado para obtener el valor de la opción O_i en este escenario i, y se calcula aplicando algunas de las formulas ya expuestas para el cálculo de precio de opciones.

Luego el valor de pérdida para cada escenario es, la diferencia entre el precio la opción re-calculada por algunas de las fórmulas para el calculo de precios y el precio actual de la opción, es decir, sea P el precio actual de la opción, entonces:

$$V_{p_i} = O_i - P, \text{ donde } i = 1, 2, ..., 10.$$

Ahora bien, denotando a ρ_{TIMS} como el margen de riesgo determinado por el método TIMS, se tiene que:

$$\rho_{TIMS} = \text{máx}\{V_{p_1}, V_{p_2}, ..., V_{p10}, 0\}.$$

El método TIMS solo reconoce el riesgo existente cuando se tienen contratos futuros con diferentes fechas de expiración.

Ahora veamos un ejemplo en donde para un mismo portafolio, calculamos el riesgo existente arrojados por el método SPAN y el método TIMS, los cuales fueron implementados como programa computacional desarrollado en este trabajo.

Ejemplo 2.7. En el siguiente ejemplo los datos fueron extraídos de la página web www.finance.yahoo.com, donde se tomaron 4 opciones a compra (Call) y 4 opciones a venta (Put) de la Microsoft Corporation, con las siguientes características:

Código	Precio del subyacente	r	RVP	Fecha de ejecución
MSFT	$ 27,81	1,92%	12,20%	09/01/2012

Nº	Nº y Posición	Fecha de Maduración	Contrato	Tipo	Precio de la opción	Precio de ejercicio	Volatilidad
1	20 Larga	20/01/2012	MSFT	Call	$ 0,84	$ 27,5	34,71%
2	10 Corta	20/01/2012	MSFT	Put	$ 0,34	$ 27,5	5,53%
3	10 Larga	17/02/2012	MSFT	Call	$ 0,86	$ 28	25,45%
4	10 Corta	16/03/2012	MSFT	Put	$ 1,10	$ 28	24,06%
5	10 Larga	16/03/2012	MSFT	Call	$ 0,55	$ 29	20,67%
6	20 Corta	20/04/2012	MSFT	Put	$ 2,02	$ 29	16,44%
7	20 Corta	20/07/2012	MSFT	Call	$ 0,80	$ 30	15,38%
8	20 Larga	20/07/2012	MSFT	Put	$ 3,60	$ 30	54,23%

Para el cálculo de la volatilidad implícita se usó el software MATLAB, el cual se obtiene aplicando el comando Volatility = blsimpv(S_0, K, r, T, C ó P), donde:

- S_0 es el precio del activo subyacente.
- K es el precio de ejercicio de la opción.
- T es el tiempo de expiración del contrato.
- r es la tasa de interés.
- C es el precio de la opción a compra.
- P es el precio de la opción a venta.

Todos los siguientes cálculos fueron realizados por el scripts implementado en este trabajo en lenguaje C++ presentado en el apéndice A. A continuación, se presentará la matriz de riesgo del método SPAN para el portafolio anterior.

Nro.	Escenarios.	Contrato 1:	Contrato 2:	Contrato 3:	Contrato 4:	Contrato 5:	Contrato 6:	Contrato 7:	Contrato 8:	Vp:
1	Precio fururo inalterado; volatilidad sube.	-4.58636	-3.22823	-2.40064	3.77149	-1.94328	-5.61406	-1.48212	-85.3913	-100.875
2	Precio fururo inalterado; volatilidad baja.	4.51332	-3.28793	2.39753	-1.94536	1.86702	-11.7059	-8.32534	9.80677	-6.67986
3	Precio fururo sobre 1/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube.	6.13586	4.67559	2.41734	9.98331	1.57649	10.1235	-7.69751	-95.256	-68.0414
4	Precio fururo sobre 1/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja.	14.0721	4.67456	6.40793	4.91778	4.27761	5.79982	-12.695	-5.0371	22.4177
5	Precio fururo por debajo 1/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube.	-19.6786	-3.4	-8.95509	-1.02267	-7.08553	-17.9403	7.29506	-76.1195	-126.907
6	Precio fururo por debajo de 1/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja.	-13.3468	-3.4	-4.49817	-6.47842	-2.79911	-24.7406	-0.817034	22.6589	-33.4212
7	Precio fururo sobre 2/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube.	12.4748	16.0076	5.55862	17.6141	3.69931	28.7529	-11.7098	-105.746	-33.3481
8	Precio fururo sobre 2/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja.	16.5519	16.0076	8.07051	13.8831	5.20303	26.3718	-14.8253	-21.7706	49.492
9	Precio fururo por debajo de 2/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube.	-38.2082	-3.4	-17.0633	-4.53103	-13.8589	-26.8368	18.7636	-67.4088	-152.543
10	Precio fururo por debajo del 2/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja.	-35.1336	-3.4	-13.7507	-9.0296	-9.92915	-32.9964	10.3208	33.5217	-60.3968
11	Precio fururo sobre 3/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube.	15.4431	27.3409	7.32664	26.5186	4.7994	49.431	-14.0322	-116.892	-0.0647736
12	Precio fururo sobre 3/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja.	16.793	27.3409	8.52046	24.2582	5.45134	48.4307	15.6675	-40.1918	74.9354
13	Precio fururo por debajo del 3/3 del rango de variación del precio; volatilidad sube.	-58.9257	-3.4	-26.3917	-6.96923	-22.074	-32.743	32.8149	-59.2284	-176.917
14	Precio fururo por debajo 3/3 del rango de variación del precio; volatilidad baja.	-57.7217	-3.4	-24.3356	-10.2508	-19.061	-37.387	24.9928	42.4897	-84.6738
15	Precio fururo sobre el extremo, 2 veces el margen de mantenimiento, con una probabilidad del 30 %.	5.87999	21.4693	3.00945	20.278	1.9247	40.7042	-5.59485	-42.7005	44.9703
16	Precio fururo por debajo del extremo, 2 veces el margen de mantenimiento, con una probabilidad del 30 %.	-44.0016	-1.19	-20.3403	-3.77557	-18.1424	-14.0146	29.7552	4.71532	-66.9939

De esta manera los márgenes para este portafolio son:

Método	Margen de requerido
SPAN básico	\$ 74,94.
TIMS básico	\$ 40,75.

Supongamos ahora que la casa de bolsa nos proporciona la siguiente matriz de niveles, para el calculo del riesgo inter-mensual:

	Nivel 1 (1 mes)	Nivel 2 (2 a 3 meses)	Nivel 3 (4 a 8 meses)
Nivel 1 (1 mes)	0,5	0,7	0,9
Nivel 2 (2 a 3 meses)	0,7	0,8	1
Nivel 3 (4 a 8 meses)	1	1,1	1,2

Método	Margen de requerido
SPAN básico	\$ 74,94.
SPAN completo	\$ 84,14.
TIMS	\$ 40,75.

Consideremos ahora un portafolio con instrumentos sub-yacente relacionados, para evaluar la correlación entre productos. Este portafolio consiste de 7 contratos más de opciones de la Intel Corporation, compuesto de la siguiente manera:

Código	Precio del subyacente	r	RVP	Fecha de ejecución
INTC	\$ 25,04	1,92%	3,00%	17/01/2012

Nº	Nº y Posición	Fecha de Maduración	Contrato	Tipo	Precio de la opción	Precio de ejercicio	Volatilidad
1	10 Larga	20/01/2012	INTC	Call	\$ 1,14	\$ 24,00	48,72%
2	10 Larga	20/01/2012	INTC	Put	\$ 0,42	\$ 25,00	43,97%
3	10 Corta	17/02/2012	INTC	Put	\$ 1,51	\$ 26,00	65,35%
4	15 Larga	17/02/2012	INTC	Call	\$ 0,68	\$ 25,00	21,98%
5	20 Corta	16/03/2012	INTC	Call	\$ 0,49	\$ 26,00	21,03%
6	20 Corta	20/04/2012	INTC	Put	\$ 2,55	\$ 27,00	64,74%
7	25 Larga	20/04/2012	INTC	Put	\$ 3,42	\$ 28,00	88,53%

Supongamos que los instrumentos están correlacionados en un 20 %, de esta manera el margen determinado por ambos métodos es:

Método	Margen de requerido
SPAN(I) básico	\$ 9,70.
SPAN(I) completo	\$ 14,56.

TIMS(I)	$ 0.

Donde;

SPAN(I)= SPAN de la Intel Corporation.
TIMS(I)= TIMS de la Intel Corporation.

Y para el portafolio de opciones de la Microsoft obtendríamos:

Método	Margen de requerido
SPAN(M) básico	$ 74,94.
SPAN(M) completo	$ 69,19.
TIMS(M)	$ 32,6.

Donde;

SPAN(M)= SPAN de la Microsoft Corporation.
TIMS(M)= TIMS de la Microsoft Corporation.

Finalmente se suman ambos márgenes y se encuentra el margen de mantenimiento final.

Método	Margen de requerido
SPAN básico	$ 84,64.
SPAN completo	$ 83,75.
TIMS	$ 32,6.

Si ahora suponemos una correlación del 40 %, obtenemos el siguiente margen:

Método	Margen de requerido
SPAN(I) básico	$ 9,70.
SPAN(I) completo	$ 12,62.
TIMS(I)	0$.

Método	Margen de requerido
SPAN(M) básico	$ 74,94.
SPAN(M) completo	$ 44,96.
TIMS(M)	$ 24,45.

Donde finalmente obtenemos:

Método	Margen de requerido
SPAN básico	$ 84,64.

SPAN completo	\$ 57,58.
TIMS	\$ 24,45.

CAPíTULO 3

Algoritmos de las diferentes medidas de riesgo estudiadas.

En este capítulo presentaremos los algoritmos de los métodos estudiados, los cuales se pueden implementar en cualquier lenguaje de programación.

1. Algoritmo para el método SPAN.

El algoritmo para este método está compuesto por 6 pasos, los cuales son los siguientes:

(1) El inicio del programa (Cargas de Librerías).

(2) Un subprograma en el cual se validarán las fechas de expiración ingresadas por el usuario.

(3) Un subprograma que calcula el precio de una opción, mediante la fórmula Black-Scholes.

(4) Un subprograma que calcula el precio de una opción, mediante la fórmula de CRR.

(5) Un subprograma que calcula el riesgo inter-mensual.

(6) Y por último un programa principal, en el cual se hacen los llamados a los subprogramas y también se hacen los cálculos finales para obtener el valor del riesgo del portafolio.

Nota: Para el cálculo de la volatilidad implícita se puede usar el software MATLAB, el cual se obtiene aplicando el comando Volatility = blsimpv(S_0, K, r, T, C ó P), donde:

- S_0 es el precio del activo subyacente.
- K es el precio de ejercicio de la opción.
- T es el tiempo de expiración del contrato.

- r es la tasa de interés.
- C es el precio de la opción a compra.
- P es el precio de la opción a venta.

A continuación se muestra el pseudocódigo, el cual puede ser implementado en cualquier lenguaje de programación:

```
1) INICIO

2) Validar fecha de expiración del contrato.

Función validar (Entero día, Entero mes, Entero ano) : Lógico
 Si (día<1 ó día>30) Entonces
   Imprime (" El día que Introdujo es incorrecto, intente de nuevo ");
   Retornar falso;
 Si no
     Si (mes<1 ó mes>12) Entonces
        Imprima (" El mes que introdujo es incorrecto, intente de nuevo ");
        Retornar falso;
     Si no
         Si (ano<1) Entonces
            Imprima (" El año que Introdujo es incorrecto, intente de nuevo ");
            Retornar falso;
        Fin Si
   Fin Si
 Fin Si
Retornar Verdadero;
Fin Función

3) Subprograma para calcular el precio de una opción mediante la Formula
   Black-Scholes.

Función Black_Scholes(Real Upk, Real Lp, Real T, Real q, Real r, Entero n1): Real
Real d1, d2, Call, Put;
Real N1, N2, N3, N4;

d1=(log(Upk/Lp)+(r+0.5*pow(q,2))*T)/(q*sqrt(T));
d2=d1-q*sqrt(T);

Si (n1=1) Entonces
  N1=0.5*(1+erf(d1/sqrt(2)));
  N2=0.5*(1+erf(d2/sqrt(2)));

  Call=Upk*N1-Lp*exp(-r*T)*N2;
```

```
  Retornar Call;
Si no
     N3 = 0.5*(1+erf(-d1/sqrt(2))); "Distribución normal estándar evaluada en -d1."
     N4 = 0.5*(1+erf(-d2/sqrt(2))); "Distribución normal estándar evaluada en -d2."

    Put=Lp*exp(-r*T)*N4-N3*Upk;

    Retornar Put;
  Fin Si
Fin Función
```

```
4) Subprograma para calcular el precio de una opción mediante la
   Formula Binomial.
```

```
Función fact(int n): Entero
 Entero i, factorial=1;

 Repetir i=n hasta i>=1 i--
   factorial = n*factorial;
 Fin Repetir
  retornar factorial;

Fin Función

Función Binomial(Entero n, Real UP, Real Lp, Real r, Real q, Real T, Entero n1): Real
        Entero i,j;
        Real S[n+1], Op[n+1];
        Real dt, u, d, p, num, a, suma=0;

        dt = T/n;
        u = $\exp(q*\sqrt(dt))$;
        d = 1/u;
        p = (1+r-d)/(u-d);

         "Construcción del Árbol binomial."

                Repetir i=0 hasta i<=n i++
                         S[i] = UP*$d^{n-i}*u^i$;
                Fin Repetir

        "Calculo del pago final."
```

```
        Repetir i=0 hasta i<=n i++
                Si n1=1
             Op[i] = max(S[i] - Lp, 0);
                Si no
                  Op[i] = max(Lp - S[i], 0);
        Fin Si
        Fin Repetir

    Repetir i=0 hasta i<=n i++
      suma = ((fact(n)/(fact(i)*fact(n-i)))*$p^i$*$(1-p)^{n-i}$*Op[i])+suma;
    Fin Repetir

    retornar suma/$(r+1)^n$;


Fin Función

5) Subprograma para calcular el Riesgo Inter-mensual.

Función Riesgo_Intermensual(Entero nc): Real
Entero i=0,j=0,k=0, contad=0, min1=0, min2=0, Ci1=0, Ci2=0,dif1=0,dif2=0;
Entero m1=0, m2=0, m3=0;
Real riesgo_intermensual;
Lógico v;
Carácter linea;
Arreglo W[nc-contad-2] de tipo Entero;
Arreglo niveles[nc-contad] de tipo Entero;
Arreglo  Matriz[3][3] de tipo Real;
Arreglo ri[nc-contad-1] de tipo Real;

 Registro fecha_expiracion
    Entero día;
    Entero mes;
    Entero ano;
 Fin Registro

Arreglo fecha_exp[nc] de tipo fecha_expiracion;

 Repetir  i=1 hasta i<=nc   i+1
 atrás:;
 Imprima(" Ingrese la fecha de expiración del contrato "+i+" de la siguiente manera:")
 Imprima(" Ingrese el día del mes.  ");
 Leer (fecha_exp[i-1].dia;
 Imprima(" Ingrese el numero del mes, ejemplo 5 si el mes es mayo.  ";
 Leer (fecha_exp[i-1].mes;
 Imprima(" Ingrese el año correspondiente, ejemplo 2011.  ";
```

```
 Leer (fecha_exp[i-1].ano;
 v=validar(fecha_exp[i-1].dia, fecha_exp[i-1].mes, fecha_exp[i-1].ano);

  Si (v es falso) Entonces
   Ir a atrás;
  Fin Si

Fin Repetir

Repetir  i=1 hasta i<=nc  i+1  "Ordenar las fechas, por las mas próximas a vencer."
 m1=fecha_exp[i-1].dia;
 m2=fecha_exp[i-1].mes;
 m3=fecha_exp[i-1].ano;
 Repetir  j=i hasta j<=nc  j=j+1

 Si (fecha_exp[j-1].ano<m3)  Entonces
   fecha_exp[i-1].dia=fecha_exp[j-1].dia;
   fecha_exp[i-1].mes=fecha_exp[j-1].mes;
   fecha_exp[i-1].ano=fecha_exp[j-1].ano;
   fecha_exp[j-1].dia=m1;
   fecha_exp[j-1].mes=m2;
   fecha_exp[j-1].ano=m3;
   m1=fecha_exp[i-1].dia;
   m2=fecha_exp[i-1].mes;
   m3=fecha_exp[i-1].ano;
 Si no
    Si (fecha_exp[j-1].ano=m3 y fecha_exp[j-1].mes<m2)  Entonces
        fecha_exp[i-1].dia=fecha_exp[j-1].dia;
        fecha_exp[i-1].mes=fecha_exp[j-1].mes;
        fecha_exp[i-1].ano=fecha_exp[j-1].ano;
        fecha_exp[j-1].dia=m1;
        fecha_exp[j-1].mes=m2;
        fecha_exp[j-1].ano=m3;
        m1=fecha_exp[i-1].dia;
        m2=fecha_exp[i-1].mes;
        m3=fecha_exp[i-1].ano;
    Si no
       Si (fecha_exp[j-1].ano=m3 y fecha_exp[j-1].mes=m2 y fecha_exp[j-1].dia<m1) Entonces
            fecha_exp[i-1].dia=fecha_exp[j-1].dia;
            fecha_exp[i-1].mes=fecha_exp[j-1].mes;
            fecha_exp[i-1].ano=fecha_exp[j-1].ano;
            fecha_exp[j-1].dia=m1;
            fecha_exp[j-1].mes=m2;
            fecha_exp[j-1].ano=m3;
            m1=fecha_exp[i-1].dia;
            m2=fecha_exp[i-1].mes;
```

```
            m3=fecha_exp[i-1].ano;
          Fin Si
        Fin Si
     Fin Si
  Fin Repetir
Fin Repetir

Paso 1.

Repetir  i=1 hasta  i<=nc i+1

 Repetir  j=1 hasta j<=nc  j+1
  Si (i es distinto de j) Entonces  "Esto es para que no compare la posición i consigo mismo."
   Si (fecha_exp[i-1].mes=fecha_exp[j-1].mes y fecha_exp[i-1].ano=fecha_exp[j-1].ano) Entonces
    fecha_exp[j-1].mes=0;
    fecha_exp[j-1].ano=0;
   Fin Si
  Fin SI
 Fin Repetir
Fin Repetir

Repetir i=1 hasta i<=nc  i+1
 Si (fecha_exp[i-1].mes=0 y fecha_exp[i-1].ano=0) Entonces
   contad=contad+1;
 Fin Si
Fin Repetir

Arreglo fecha_or[nc-contad] de tipo fecha_expiracion;

Abrir Archivo  (crear_archivo, "Auxiliar.txt", write);

Repetir (i=1; i<=nc; i++){
 Si (fecha_exp[i-1].mes!=0 y fecha_exp[i-1].ano!=0)  Entonces
   Escribir Archivo (crear_archivo, fecha_exp[i-1].mes);
   Escribir Archivo (crear_archivo,  fecha_exp[i-1].ano);
  Fin Si
 Fin Repetir

 Cerrar Archivo (crear_archivo);

Abrir Archivo  (leer_archivo, "Auxiliar.txt", Leer);

 Si (leer_archivo se abrió correctamente){
  i=0;
  Mientras (leer_archivo no es fin del archivo) Entonces
   i=i+1;
```

```
   Obtener Linea (leer_archivo, linea);
   fecha_or[i-1].mes=linea;
   Obtener Linea (leer_archivo, linea);
   fecha_or[i-1].ano=linea;
  Fin Mientras
Fin Si
   Si no
        Entonces
     Imprima("El archivo no existe o no pudo ser abierto  ";
Fin Si no

Cerrar Archivo (leer_archivo);

Paso 2.

Repetir  i=1 hasta i<=nc-contad-1  i+1)        "Niveles del 1 al nc-contad-2"
  Ci2=fecha_or[i-1].ano-fecha_or[i].ano;
  Si (Ci2=0) Entonces
    Ci1=fecha_or[i-1].mes-fecha_or[i].mes;
    Si (abs(Ci1)<=1) Entonces
     niveles[i-1]=1;
  Si no
       Si (abs(Ci1)>=2 ó abs(Ci1)<=3) Entonces
               niveles[i-1]=2;
       Si no
           Si (abs(Ci1)>=4 ó abs(Ci1)<=8) Entonces
               niveles[i-1]=3;
           Fin Si
       Fin Si
     Fin Si
   Si no
       Si (abs(Ci2)=1) Entonces
             Ci1=fecha_or[i-1].mes-(fecha_or[i].mes+12);
             Si (abs(Ci1)<=1) Entonces
               niveles[i-1]=1;
             Si no
                 Si (abs(Ci1)>=2 y abs(Ci1)<=3) Entonces
                    niveles[i-1]=2;
                  Si no
                      Si (abs(Ci1)>=4 y abs(Ci1)<=8)  Entonces
                           niveles[i-1]=3;
                      Fin Si
                Fin Si
             Fin SI
        Fin Si
    Si no
```

```
      Imprima(" La fechas entre los contratos en muy larga.");
     Retornar 0;
   Fin Si
Fin Repetir

dif2=fecha_or[0].ano−fecha_or[nc−contad−1].ano; "Ultimo nivel."
 Si (dif2=0) Entonces
 dif1=fecha_or[0].mes−fecha_or[nc−contad−1].mes;
  Si (abs(dif1)<=1) Entonces
   niveles[nc−contad−1]=1;
  Si no
      Si (abs(dSi1)>=2 y abs(dSi1)<=3) Entonces
          niveles[nc−contad−1]=2;
      Si no
          Si (abs(dSi1)>=4) Entonces
             niveles[nc−contad−1]=3;
          Fin Si
       Fin Si
    Fin Si
 Si no
     Si (abs(dif2)=1) Entonces
       dif1=fecha_or[0].mes−(fecha_or[nc−contad−1].mes+12);
       Si (abs(dSi1)<=1) Entonces
         niveles[nc−contad−1]=1;
       Si no
           Si (abs(dSi1)>=2 y abs(dSi1)<=3) Entonces
              niveles[nc−contad−1]=2;
           Si no
               Si (abs(dSi1)>=4)
                 niveles[nc−contad−1]=3;
               Fin Si
          Fin Si
      Fin Si
   Fin Si
Fin Si


Paso 3.

Imprima(" Ingrese los valores de la posición (i j) de la matriz de niveles:  ");
Repetir  i=1 hasta  i<=3,  i+1)
 Repetir  j=1 hasta j<=3,  j+1
   Imprima(" Ingrese la posición ("+j+"  "+i+") ");
   Leer (Matriz[j−1][i−1]);
 Fin Repetir
Fin Repetir
```

```
 Paso 4.

W[0]=abs(fecha_exp[1].dia-fecha_exp[0].dia);
 Repetir  i=1 hasta  i<=nc-contad-2,  i+1
   W[i]=abs(fecha_exp[i+1].dia-W[i-1]);
 Fin Repetir

 Repetir  i=1 hasta  i<=nc-contad-1, i+1
  ri[i-1]=0;
 Fin Repetir

 Repetir  i=1 hasta  i<=nc-contad-1,  i+1
 Si (niveles[i-1]=1 y niveles[i]=1) Entonces
    ri[i-1]=Matriz[0][0]*W[i-1];
 Si no
       Si(niveles[i-1]=1 y niveles[i]=2) Entonces
          ri[i-1]=Matriz[1][0]*W[i-1];
       Si no
            Si(niveles[i-1]=1 y niveles[i]=3) Entonces
               ri[i-1]=Matriz[2][0]*W[i-1];
            Si no
                 Si(niveles[i-1]=2 y niveles[i]=1) Entonces
                    ri[i-1]=Matriz[0][1]*W[i-1];
                 Si no
                      Si(niveles[i-1]=2 y niveles[i]=2) Entonces
                         ri[i-1]=Matriz[1][1]*W[i-1];
                      Si no
                          Si(niveles[i-1]=2 y niveles[i]=3) Entonces
                            ri[i-1]=Matriz[2][1]*W[i-1];
                          Si no
                              Si(niveles[i-1]=3 y niveles[i]=1) Entonces
                                 ri[i-1]=Matriz[0][1]*W[i-1];
                              Si no
                                 Si(niveles[i-1]=3 y niveles[i]=2) Entonces
                                    ri[i-1]=Matriz[1][2]*W[i-1];
                                   Si no
                                      Si(niveles[i-1]=3 y niveles[i]=3) Entonces
                                         ri[i-1]=Matriz[2][2]*W[i-1];
                                      Fin Si
                                 Fin Si
                          Fin Si
                       Fin Si
                    Fin Si
                 Fin Si
              Fin Si
```

```
        Fin Si
       Fin Si
     Fin Repetir

Paso 5.

riesgo_intermensual=0;
Repetir i=1 hasta i<=nc−contad−2, i+1
 riesgo_intermensual=ri[i−1]+riesgo_intermensual;
Fin Repetir

Retornar riesgo_intermensual;

Fin Función

5) Programa Principal.

   "Declaración de variables".

  Entero nc, i=0, j=0, k=0, num=0, num1=0, n1=0, s=0, opc=0, opc1=0, precios=0, sgno;
  Real P, Rgo, Lp, UP, r, q, T, RI=0, CCP=0, span, SPAN, p, n, Dias, size, shift;
  Real porcentaje1=0, porcentaje2=0, max=0, porcent=0, porcent1=0, BK_SCH=0, Ok=0, move=0;
  Real delta, UPi, OI, Ci, porcen_corr, position=0;
  Real prom_rend=0, sum, sum1;
  Real Vp[16], Up[16], O[16], Contrato[nc], riesgo_valor[16], Upi[16], Oi[16];
  Real mantenimiento[nc], precio[precios], rendimiento[precios];
  Real Matriz_Riesgo[16][nc];
  Real e[14]={0, 0, −1, −1, 1, 1, −2, −2, 2, 2, −3, −3, 3, 3};

    Imprima(" Indique el número de contratos con el cual está compuesto su portafolio.");
    Leer (nc);

   "Validar del número ingresado".

   Mientras (nc<1) Entonces
    Imprima(" Ha ingresado un número inválido, Intente de nuevo.");
    Leer (nc);
   Fin Mientras

   "Inicializar la matriz de riesgo".

   Repetir i=1 hasta i<=16, i+1
    Repetir j=1 hasta j<=nc, j+1
     Matriz_Riesgo[i−1][j−1]=0;
    Fin Repetir
   Fin Repetir
```

```
"Información del contrato".

Imprima(" Indique el multiplicador de los escenarios extremos: ");
Leer (n);
Imprima(" Indique el porcentaje de los escenarios extremos");
Leer (porcentaje1);
p=porcentaje1/100;
Imprima(" Ingrese la tasa de interés");
Leer("porcent");
r=porcent/100;
Imprima(" Ingrese el precio del activo subyacente de la opción:");
Leer("UP");
Imprima(" Ingrese el rango de variación del precio del subyacente");
Leer("Rgo");



Repetir i=1 hasta  i<=nc, i+1
 Imprima(" Datos del contrato "+i+" del portafolio");
 Imprima(" Marque el número que corresponde al tipo de contrato:");
 Imprima(" 1. Contrato de Futuros.");
 Imprima(" 2. Contrato de Opciones.");
 Leer (num);

 "Validar".

 Mientras (num<1 ó num>2) Entonces
  Imprima(" Ha ingresado un número invalidó, Intente de nuevo.  ";
  Leer (num);
 Fin Mientras

 Imprima(" Marque el número que corresponde a la posición que se encuentra:");
 Imprima(" 1. Larga.");
 Imprima(" 2. Corta.");
 Leer("position");

  Mientras (position<1 ó position>2) Entonces
   Imprima(" Ha ingresado un número inválido, intente de nuevo.");
   Leer("position");
  Fin Mientras

 "Condicional para saber si el contrato es futuro u opción."

 Si (num=1) Entonces

  "Solicitar información del contrato".
```

```
  Imprima(" Ingrese el tamaño del contrato "+i);
  Leer (size);

  Si (position==1) Entonces
      Repita k=0 hasta k<=13; k+1
         Matriz_Riesgo[k][i-1]=size*(e[k]/3)*Rgo;
      Fin Repetir
         Matriz_Riesgo[14][i-1]=-1*size*n*Rgo*p;
         Matriz_Riesgo[15][i-1]=size*n*Rgo*p;
  Si no
     Repita k=0 hasta k<=13; k++
            Matriz_Riesgo[k][i-1]=-1*size*(e[k]/3)*Rgo;
     Fin Repetir
         Matriz_Riesgo[14][i-1]=size*n*Rgo*p;
         Matriz_Riesgo[15][i-1]=-1*size*n*Rgo*p;
  Fin Si

Si no  "El contrato es opción".

"Solicitar información del contrato".

Imprima(" Marque el número que indica que tipo de opción es el contrato.");
Imprima(" 1.Opción a Compra (Call Option)");
Imprima(" 2.Opción a Venta (Put Option)");
Leer (n1);

 Mientras (n1<1 ó n1>2)  Entonces
  Imprima(" Ha ingresado un número inválido, Intente de nuevo.");
  Leer (n1);
 Fin Mientras

Imprima(" A continuación ingrese los siguientes datos del contrato "+i);
Imprima(" Ingrese el tamaño de la opción");
Leer (size);
Imprima(" Ingrese el precio actual de la opción");
Leer (P);
Imprima(" Marque el número con el cual calculará el precio de la opción:");
Imprima(" 1. Formula Black-Scholes.");
Imprima(" 2. Formula Binomial.");
Leer (num1);

  Mientras (num1<1 ó num1>2) Entonces
   Imprima(" Ha ingresado un número inválido, Intente de nuevo.");
   Leer (num1);
  Fin Mientras
```

```
"Calcular el precio de la opción mediante la formula Black-Scholes".

Si(num1=1) Entonces
  Imprima (" Ingrese los días que faltan para la fecha de vencimiento de la opción");
  Leer (Dias);
  T=Dias/365;
  Imprima(" Ingrese el precio de ejercicio del activo en la opción");
  Leer (Lp);
  Imprima(" Ingrese la volatilidad implícita");
  Leer("porcent1");
  q=porcent1/100;
  Imprima(" Ingrese el rango de variación de la volatilidad implícita");
  Leer("shift");
  move=shift/100;

  "Cálculo del valor de los activos subyacentes en cada escenario."

  Repetir  k=0 hasta k<=13, k+1
   Up[k]=UP+(e[k]/3)*Rgo;
  Fin Repetir
  Up[14]=UP-(n*Rgo);
  Up[15]=UP+(n*Rgo);

  Repetir  k=0 hasta  k<=15, k+1
   Si (Up[k]<0) Entonces
     Up[k]=0;
   Fin Si
  Fin Repetir

 sgno=-1;
 Repetir  k=0 hasta  k<=13, k+1  "Cálculos del Precio de la opción."
 sgno=-1*sgno;
  BK_SCH=Black_Scholes(Up[k], Lp, T, q+sgno*move, r, n1);
  O[k]=BK_SCH;
 Fin Repetir
 O[14]=Black_Scholes(Up[14], Lp, T, q, r, n1);
 O[15]=Black_Scholes(Up[15], Lp, T, q, r, n1);

Si no   "Calcular el precio de la opción mediante la formula de CRR".

  Imprimir(" CRR Modelo Binomial");
  Imprimir(" Ingrese el tiempo de maduración en dias de la opción n");
  Leer("Dias");
  T=Dias/365;
  Imprimir(" Ingrese el precio de ejercicio del activo en la opción");
```

```
    Leer("Lp");
    Imprimir(" Ingrese la volatilidad implícita");
    Leer("porcent1");
    q=porcent1/100;
    Imprimir(" Ingrese el rango de variación de la volatilidad");
    Leer(shift);
    move=shift/100;
    Imprimir(" Ingrese el número de pasos ") ;
    Leer("paso");

    Repetir k=0 hasta k<=13 k+1  "Cálculos de Activos Subyacentes en cada escenario."
      Up[k]=UP+(e[k]/3)*Rgo;
    Fin Repetir
    Up[14]=UP-(n*Rgo);
    Up[15]=UP+(n*Rgo);

     Repetir  k=0 hasta  k<=15, k+1
      Si (Up[k]<0) Entonces
       Up[k]=0;
      Fin Si
    Fin Repetir

     Repetir  k=0 hasta  k<=13, k+1  "Cálculos del Precio de la opción."
       O[k]=Binomial(paso, Up[k], Lp, r, q, T, n1);
     Fin Repetir
     O[14]=Binomial(paso, Up[14], Lp, r, q, T, n1);
     O[15]=Binomial(paso, Up[15], Lp, r, q, T, n1);

Fin Si

 "Obtener el valor del riesgo en cada escenario".

 Si (position=1) Entonces
 Repita k=0 hasta k<=13 k+1
   Ok=O[k];
   Matriz_Riesgo[k][i-1]=size*(P-Ok);
 Fin Repetir
 Matriz_Riesgo[14][i-1]=size*(P-O[14])*p;
 Matriz_Riesgo[15][i-1]=size*(P-O[15])*p;
 Si no
   Repita k=0 hasta k<=13 k+1
     Ok=O[k];
     Matriz_Riesgo[k][i-1]=-size*(P-Ok);
   Fin Repetir
   Matriz_Riesgo[14][i-1]=-size*(P-O[14])*p;
   Matriz_Riesgo[15][i-1]=-size*(P-O[15])*p;
```

```
   Fin Repetir
 Fin Si

 Fin Si
Fin Repetir

Repetir  i=1 hasta  i<=16, i+1
 riesgo_valor[i-1]=0;
Fin Repetir

"Riesgo del valor en cada escenario de todo el portafolio".

Repetir k=0 hasta k<=15, k+1
 Repetir s=0 hasta s<=nc-1,  s+1
  riesgo_valor[k]= Matriz_Riesgo[k][s]+riesgo_valor[k];
 Fin Repetir
Fin Repetir

"Determinar el máximo de cada escenario".

max=riesgo_valor[0];
Repetir  k=1 hasta k<=15, k+1
 Si (max<riesgo_valor[k]) Entonces
  max=riesgo_valor[k];
 Fin Si
Fin Repetir

Si (max<0) Entonces
  max=0;
Fin Si

span=max;  "Riesgo determinado por el SPAN básico".

 Imprima(" El margen de riesgo determinado por el SPAN básico es: "+span);


 Imprima(" Para calcular el SPAN completo introduzca los siguientes datos:  ");

  "Calculo del Crédito por correlación entre productos."
  Imprima(" Ingrese el porcentaje de correlación entre los productos del portafolio ");
  Leer (porcentaje2);
  porcen_corr=porcentaje2/100;
  CCP=0;

  CCP=span*porcen_corr;
```

```
  RI=Riesgo_Intermensual(nc);

SPAN=span+RI-CCP;

Imprima(" El margen de riesgo determinado por el SPAN completo es: "+SPAN);

Fin del programa principal.
```

2. Algoritmo para el método TIMS.

El algoritmo para este método está compuesto por 6 pasos, los cuales son los siguientes:

(1) El inicio del programa.

(2) Un subprograma en el cual se validarán las fechas de expiración ingresadas por el usuario.

(3) Un subprograma que calcula el precio de una opción, mediante la fórmula Black-Scholes.

(4) Un subprograma que calcula el precio de una opción, mediante la fórmula de CRR.

(5) Un subprograma que calcula el riesgo inter-mensual.

(6) Y por ultimo un programa principal, en el cual se hacen los llamados a los subprogramas y también se hacen los cálculos finales para obtener el valor del riesgo del portafolio.

A continuación se muestra el pseudocódigo, el cual puede ser implementado en cualquier lenguaje de programación:

```
1) INICIO

2) Validar fecha de expiración del contrato.

Función validar (Entero día, Entero mes, Entero ano) : Lógico
 Si (día<1 ó día>30) Entonces
   Imprime (" El día que Introdujo es incorrecto, intente de nuevo ");
   Retornar falso;
 Si no
     Si (mes<1 ó mes>12) Entonces
        Imprima (" El mes que introdujo es incorrecto, intente de nuevo ");
        Retornar falso;
     Si no
         Si (ano<1) Entonces
            Imprima (" El año que Introdujo es incorrecto, intente de nuevo ");
            Retornar falso;
```

```
        Fin Si
    Fin Si
  Fin Si
Retornar Verdadero;
Fin Función

3) Subprograma para calcular el precio de una opción mediante la Formula
   Black-Scholes.

Función Black_Scholes(Real Upk, Real Lp, Real T, Real q, Real r, Entero n1): Real
Real d1, d2, Call, Put;
Real N1, N2, N3, N4;

d1=(log(Upk/Lp)+(r+0.5*pow(q,2))*T)/(q*sqrt(T));
d2=d1-q*sqrt(T);

Si (n1=1) Entonces
  N1=0.5*(1+erf(d1/sqrt(2)));
  N2=0.5*(1+erf(d2/sqrt(2)));

  Call=Upk*N1-Lp*exp(-r*T)*N2;

  Retornar Call;
Si no
     N3 = 0.5*(1+erf(-d1/sqrt(2))); "Distribución normal estándar evaluada en -d1."
     N4 = 0.5*(1+erf(-d2/sqrt(2))); "Distribución normal estándar evaluada en -d2."

    Put=Lp*exp(-r*T)*N4-N3*Upk;

    Retornar Put;
  Fin Si
Fin Función



4) Subprograma para calcular el precio de una opción mediante la
   Formula Binomial.




Función fact(int n): Entero
 Entero i, factorial=1;

 Repetir i=n hasta i>=1 i--
   factorial = n*factorial;
 Fin Repetir
  retornar factorial;
```

```
Fin Función

Función Binomial(Entero n, Real UP, Real Lp, Real r, Real q, Real T, Entero n1): Real
        Entero i,j;
        Real S[n+1], Op[n+1];
        Real dt, u, d, p, num, a, suma=0;

        dt = T/n;
        u = $\exp(q*\sqrt(dt))$;
        d = 1/u;
        p = (1+r-d)/(u-d);

         "Construccion del Arbol binomial."

                Repetir i=0 hasta i<=n i++
                        S[i] = UP*$d^{n-i}*u^i$;
                Fin Repetir

        "Calculo del pago final."

        Repetir i=0 hasta i<=n i++
                Si n1=1
              Op[i] = max(S[i] - Lp, 0);
                Si no
                  Op[i] = max(Lp - S[i], 0);
        Fin Si
        Fin Repetir

    Repetir i=0 hasta i<=n i++
      suma = ((fact(n)/(fact(i)*fact(n-i)))*$p^i$*$(1-p)^{n-i}$*Op[i])+suma;
    Fin Repetir

    retornar suma/$(r+1)^n$;


Fin Función

5)      Subprograma para calcular el Riesgo Inter-mensual.

Función Riesgo_Intermensual(Entero nc): Real
Entero i=0,j=0,k=0, contad=0, min1=0, min2=0, Ci1=0, Ci2=0,dif1=0,dif2=0;
Entero m1=0, m2=0, m3=0;
Real riesgo_intermensual;
Lógico v;
Carácter linea;
```

```
Arreglo W[nc−contad −2] de tipo Entero;
Arreglo niveles[nc−contad] de tipo Entero;
Arreglo  Matriz[3][3] de tipo Real;
Arreglo ri[nc−contad −1] de tipo Real;

 Registro fecha_expiracion
    Entero dia;
    Entero mes;
    Entero ano;
 Fin Registro

Arreglo fecha_exp[nc] de tipo fecha_expiracion;

 Repetir  i=1 hasta i<=nc   i+1
 atrás:;
 Imprima(" Ingrese la fecha de expiración del contrato "+i+" de la siguiente manera:")
 Imprima(" Ingrese el día del mes.  ");
 Leer (fecha_exp[i −1].dia;
 Imprima(" Ingrese el numero del mes, ejemplo 5 si el mes es mayo.  ";
 Leer (fecha_exp[i −1].mes;
 Imprima(" Ingrese el año correspondiente, ejemplo 2011.  ";
 Leer (fecha_exp[i −1].ano;
 v=validar(fecha_exp[i −1].dia, fecha_exp[i −1].mes, fecha_exp[i −1].ano);

  Si (v es falso) Entonces
   Ir a atrás;
  Fin Si

Fin Repetir

Repetir  i=1 hasta i<=nc  i+1 "Ordenar las fechas, por las mas próximas a vencer."
 m1=fecha_exp[i −1].dia;
 m2=fecha_exp[i −1].mes;
 m3=fecha_exp[i −1].ano;
 Repetir  j=i hasta j<=nc  j=j+1

 Si (fecha_exp[j −1].ano<m3)  Entonces
   fecha_exp[i −1].dia=fecha_exp[j −1].dia;
   fecha_exp[i −1].mes=fecha_exp[j −1].mes;
   fecha_exp[i −1].ano=fecha_exp[j −1].ano;
   fecha_exp[j −1].dia=m1;
   fecha_exp[j −1].mes=m2;
   fecha_exp[j −1].ano=m3;
   m1=fecha_exp[i −1].dia;
   m2=fecha_exp[i −1].mes;
   m3=fecha_exp[i −1].ano;
```

```
 Si no
    Si (fecha_exp[j-1].ano=m3 y fecha_exp[j-1].mes<m2)  Entonces
        fecha_exp[i-1].dia=fecha_exp[j-1].dia;
        fecha_exp[i-1].mes=fecha_exp[j-1].mes;
        fecha_exp[i-1].ano=fecha_exp[j-1].ano;
        fecha_exp[j-1].dia=m1;
        fecha_exp[j-1].mes=m2;
        fecha_exp[j-1].ano=m3;
        m1=fecha_exp[i-1].dia;
        m2=fecha_exp[i-1].mes;
        m3=fecha_exp[i-1].ano;
    Si no
       Si (fecha_exp[j-1].ano=m3 y fecha_exp[j-1].mes=m2 y fecha_exp[j-1].dia<m1) Entonces
            fecha_exp[i-1].dia=fecha_exp[j-1].dia;
            fecha_exp[i-1].mes=fecha_exp[j-1].mes;
            fecha_exp[i-1].ano=fecha_exp[j-1].ano;
            fecha_exp[j-1].dia=m1;
            fecha_exp[j-1].mes=m2;
            fecha_exp[j-1].ano=m3;
            m1=fecha_exp[i-1].dia;
            m2=fecha_exp[i-1].mes;
            m3=fecha_exp[i-1].ano;
         Fin Si
       Fin Si
    Fin Si
  Fin Repetir
Fin Repetir

Paso 1.

Repetir  i=1 hasta  i<=nc i+1

 Repetir  j=1 hasta j<=nc  j+1
  Si (i es distinto de j) Entonces
   Si (fecha_exp[i-1].mes=fecha_exp[j-1].mes y fecha_exp[i-1].ano=fecha_exp[j-1].ano) Entonces
    fecha_exp[j-1].mes=0;
    fecha_exp[j-1].ano=0;
   Fin Si
  Fin SI
 Fin Repetir
Fin Repetir

Repetir i=1 hasta i<=nc  i+1
 Si (fecha_exp[i-1].mes=0 y fecha_exp[i-1].ano=0) Entonces
   contad=contad+1;
 Fin Si
```

```
Fin Repetir

Arreglo fecha_or[nc-contad] de tipo fecha_expiracion;

Abrir Archivo  (crear_archivo, "Auxiliar.txt", write);

Repetir (i=1; i<=nc; i++){
 Si (fecha_exp[i-1].mes!=0 y fecha_exp[i-1].ano!=0)  Entonces
   Escribir Archivo (crear_archivo, fecha_exp[i-1].mes);
   Escribir Archivo (crear_archivo,  fecha_exp[i-1].ano);
  Fin Si
 Fin Repetir

 Cerrar Archivo (crear_archivo);

Abrir Archivo  (leer_archivo, "Auxiliar.txt", Leer);

 Si (leer_archivo se abrió correctamente){
  i=0;
  Mientras (leer_archivo no es fin del archivo) Entonces
   i=i+1;
   Obtener Linea (leer_archivo, linea);
   fecha_or[i-1].mes=linea;
   Obtener Linea (leer_archivo, linea);
   fecha_or[i-1].ano=linea;
  Fin Mientras
Fin Si
   Si no
        Entonces
     Imprima("El archivo no existe o no pudo ser abierto  ";
Fin Si no

Cerrar Archivo (leer_archivo);

Paso 2.

Repetir   i=1 hasta i<=nc-contad-1   i+1)        "Niveles del 1 al nc-contad-2"
  Ci2=fecha_or[i-1].ano-fecha_or[i].ano;
  Si (Ci2=0) Entonces
    Ci1=fecha_or[i-1].mes-fecha_or[i].mes;
    Si (abs(Ci1)<=1) Entonces
     niveles[i-1]=1;
  Si no
       Si (abs(Ci1)>=2 ó abs(Ci1)<=3) Entonces
               niveles[i-1]=2;
       Si no
```

```
            Si (abs(Ci1)>=4 ó abs(Ci1)<=8) Entonces
                niveles[i-1]=3;
            Fin Si
        Fin Si
      Fin Si
    Si no
        Si (abs(Ci2)=1) Entonces
              Ci1=fecha_or[i-1].mes-(fecha_or[i].mes+12);
              Si (abs(Ci1)<=1) Entonces
                niveles[i-1]=1;
              Si no
                  Si (abs(Ci1)>=2 y abs(Ci1)<=3) Entonces
                     niveles[i-1]=2;
                   Si no
                       Si (abs(Ci1)>=4 y abs(Ci1)<=8)  Entonces
                           niveles[i-1]=3;
                       FinSi
                 Fin Si
              Fin SI
         Fin Si
     Si no
        Imprima(" La fechas entre los contratos en muy larga.");
       Retornar 0;
     Fin Si
Fin Repetir

dif2=fecha_or[0].ano-fecha_or[nc-contad-1].ano; "Ultimo nivel."
 Si (dif2=0) Entonces
 dif1=fecha_or[0].mes-fecha_or[nc-contad-1].mes;
  Si (abs(dif1)<=1) Entonces
   niveles[nc-contad-1]=1;
  Si no
      Si (abs(dSi1)>=2 y abs(dSi1)<=3) Entonces
          niveles[nc-contad-1]=2;
      Si no
          Si (abs(dSi1)>=4) Entonces
             niveles[nc-contad-1]=3;
          Fin Si
       Fin Si
    Fin Si
 Si no
     Si (abs(dif2)=1) Entonces
       dif1=fecha_or[0].mes-(fecha_or[nc-contad-1].mes+12);
       Si (abs(dSi1)<=1) Entonces
         niveles[nc-contad-1]=1;
       Si no
```

```
            Si (abs(dSi1)>=2 y abs(dSi1)<=3) Entonces
               niveles[nc−contad−1]=2;
            Si no
                Si (abs(dSi1)>=4)
                  niveles[nc−contad−1]=3;
                Fin Si
           Fin Si
       Fin Si
    Fin Si
Fin Si
```

Paso 3.

```
Imprima(" Ingrese los valores de la posición (i j) de la matriz de niveles: ");
Repetir  i=1 hasta  i<=3,  i+1)
 Repetir  j=1 hasta j<=3,  j+1
   Imprima(" Ingrese la posición ("+j+"  "+i+") ");
   Leer (Matriz[j−1][i−1]);
 Fin Repetir
Fin Repetir
```

Paso 4.

```
W[0]=abs(fecha_exp[1].dia−fecha_exp[0].dia);
Repetir  i=1 hasta  i<=nc−contad−2,  i+1
  W[i]=abs(fecha_exp[i+1].dia−W[i−1]);
Fin Repetir

Repetir  i=1 hasta  i<=nc−contad−1, i+1
 ri[i−1]=0;
Fin Repetir

Repetir  i=1 hasta  i<=nc−contad−1,  i+1
Si (niveles[i−1]=1 y niveles[i]=1) Entonces
   ri[i−1]=Matriz[0][0]*W[i−1];
Si no
      Si(niveles[i−1]=1 y niveles[i]=2) Entonces
         ri[i−1]=Matriz[1][0]*W[i−1];
      Si no
           Si(niveles[i−1]=1 y niveles[i]=3) Entonces
              ri[i−1]=Matriz[2][0]*W[i−1];
           Si no
                Si(niveles[i−1]=2 y niveles[i]=1) Entonces
                   ri[i−1]=Matriz[0][1]*W[i−1];
                Si no
```

```
                  Si(niveles[i-1]=2 y niveles[i]=2) Entonces
                    ri[i-1]=Matriz[1][1]*W[i-1];
                  Si no
                     Si(niveles[i-1]=2 y niveles[i]=3) Entonces
                      ri[i-1]=Matriz[2][1]*W[i-1];
                     Si no
                        Si(niveles[i-1]=3 y niveles[i]=1) Entonces
                          ri[i-1]=Matriz[0][1]*W[i-1];
                        Si no
                          Si(niveles[i-1]=3 y niveles[i]=2) Entonces
                            ri[i-1]=Matriz[1][2]*W[i-1];
                           Si no
                              Si(niveles[i-1]=3 y niveles[i]=3) Entonces
                                ri[i-1]=Matriz[2][2]*W[i-1];
                              Fin Si
                         Fin Si
                    Fin Si
                  Fin Si
                Fin Si
              Fin Si
            Fin Si
          Fin Si
         Fin Si
      Fin Repetir

Paso 5.

riesgo_intermensual=0;
Repetir  i=1 hasta  i<=nc-contad-2,  i+1
 riesgo_intermensual=ri[i-1]+riesgo_intermensual;
Fin Repetir

Retornar riesgo_intermensual;

Fin Función



6) Programa Principal.

"Declaración de variables".

Entero  nc, i=0, j=0, k=0, num=0, num1=0, n1=0, s=0, opc=0, opc1=0, precios=0, paso;
Real P, Rgo, Lp, UP, r, q, T, RI=0, CCP=0, TIMS=0, tims=0, p, Dias, size, shift;
Real porcentaje1=0, porcentaje2=0, max=0, porcent=0, porcent1=0, Ok=0;
Real delta, UPi, Ci, position=0, porcen_corr=0;
Real prom_rend=0, sum, sum1, BK_SCH;
```

```
Real Vp[16], Up[16], O[16], Contrato[nc], riesgo_valor[16], Upi[16], Oi[16];
Real precio[precios], rendimiento[precios];
Real Matriz_Riesgo[16][nc];
Real e[14]={5, 4, 3, 2, 1, −1, −2, −3, −4, −5};

Imprimir("Indique el número de contratos con el cual está compuesto su portafolio.");
Leer(nc);

Mientras (nc<1) Entonces
 Imprima(" Ha ingresado un número inválido, Intente de nuevo.");
 Leer (nc);
Fin Mientras

"Inicializar la matriz de riesgo".

Repetir i=1 hasta i<=16, i+1
  Repetir j=1 hasta j<=nc, j+1
   Matriz_Riesgo[i−1][j−1]=0;
  Fin Repetir
Fin Repetir

   Imprima(" Ingrese la tasa de interés");
   Leer("porcent");
   r=porcent/100;
   Imprima(" Ingrese el precio del activo subyacente de la opción:");
   Leer("UP");
   Imprima(" Ingrese el rango de variación del precio del subyacente");
   Leer("Rgo");

Repetir i=1 hasta i<=nc, i+1
  Imprima("Datos del contrato "+i+" del portafolio");
  Imprima("Marque el n\xA3mero que corresponde al tipo de contrato:");
  Imprima("1. Contrato de Futuros.");
  Imprima("2. Contrato de Opciones.");
  Leer(num);

Mientras (num<1 || num>2) Entonces
 Imprima(" Ha ingresado un número inválido, intente de nuevo.");
 Leer(num);
Fin Mientras

 Imprimir(" Marque el n\xA3mero que corresponde a la posici\xA2n que se encuentra:");
 Imprimir("1. Larga.");
 Imprimir("2. Corta.");
 Leer(position);
```

```
Mientras (position<1 ó position>2) Entonces
    Imprima(" Ha ingresado un número inválido, intente de nuevo.");
    Leer("position");
Fin Mientras

"Condicional para saber si el contrato es futuro u opción."

Si (num=1) Entonces

Imprima(" Ingrese el tamaño del contrato "+i);
Leer (size);

"Cálculo del riesgo en cada escenario".



  Matriz_Riesgo[k][i-1]=size*(e[k]/3)*Rgo;
Fin Repetir
  Si (position==1) Entonces
     Repetir  k=0 hasta k<=9, k+1
       Matriz_Riesgo[k][i-1]=size*(e[k]/5)*Rgo;
     Fin Repetir
  Si no
      Repetir  k=0 hasta k<=9, k+1
        Matriz_Riesgo[k][i-1]=-1*size*(e[k]/5)*Rgo;
      Fin Repetir
  Fin Si

Si no  "El contrato es opción".

 Imprima(" Marque el número que indica que tipo de opción es el contrato.");
 Imprima(" 1.Opción a Compra (Call Option)");
 Imprima(" 2.Opción a Venta (Put Option)");
 Leer (n1);

  Mientras (n1<1 ó n1>2)  Entonces
   Imprima(" Ha ingresado un número inválido, Intente de nuevo.");
   Leer (n1);
  Fin Mientras

 Imprima(" A continuación ingrese los siguientes datos del contrato "+i);
 Imprima(" Ingrese el tamaño de la opción");
 Leer (size);
 Imprima(" Ingrese el precio actual de la opción");
 Leer (P);
 Imprima(" Marque el número con el cual calculará el precio de la opción:");
 Imprima(" 1. Formula Black-Scholes.");
```

```
Imprima(" 2. Formula Binomial.");
Leer (num1);

  Mientras (num1<1 ó num1>2) Entonces
   Imprima(" Ha ingresado un número inválido, Intente de nuevo.");
   Leer (num1);
  Fin Mientras

"Calcular el precio de la opción mediante la formula Black-Scholes".

Si(num1=1) Entonces
  Imprima (" Ingrese los días que faltan para la fecha de vencimiento de la opción");
  Leer (Dias);
  T=Dias/365;
  Imprima(" Ingrese el precio de ejercicio del activo en la opción");
  Leer (Lp);
  Imprima(" Ingrese la volatilidad implícita");
  Leer("porcent1");
  q=porcent1/100;

  "Cálculo del valor de los activos subyacentes en cada escenario."

  Repetir  k=0 hasta k<=9, k+1
   Up[k]=UP+(e[k]/3)*Rgo;
  Fin Repetir

  Repetir  k=0 hasta  k<=9, k+1
   Si (Up[k]<0) Entonces
     Up[k]=0;
   Fin Si
  Fin Repetir

 Repetir  k=0 hasta  k<=9, k+1  "Cálculos del Precio de la opción."
  BK_SCH=Black_Scholes(Up[k], Lp, T, q, r, n1);
  O[k]=BK_SCH;
 Fin Repetir

Si no   "Calcular el precio de la opción mediante la formula de CRR".

  Imprimir(" CRR Modelo Binomial");
  Imprimir(" Ingrese el tiempo de maduración en dias de la opción n");
  Leer("Dias");
  T=Dias/365;
  Imprimir(" Ingrese el precio de ejercicio del activo en la opción");
  Leer("Lp");
  Imprimir(" Ingrese la volatilidad implícita");
```

```
    Leer("porcent1");
    q=porcent1/100;
    Imprimir(" Ingrese el número de pasos ") ;
    Leer("paso");

    Repetir k=0 hasta k<=9 k+1  "Cálculos de Activos Subyacentes en cada escenario."
      Up[k]=UP+(e[k]/5)*Rgo;
    Fin Repetir

     Repetir  k=0 hasta  k<=9, k+1
      Si (Up[k]<0) Entonces
       Up[k]=0;
      Fin Si
    Fin Repetir

     Repetir  k=0 hasta  k<=9, k+1  "Cálculos del Precio de la opción."
       O[k]=Binomial(paso, Up[k], Lp, r, q, T, n1);
     Fin Repetir

 Fin Si

  "Obtener el valor del riesgo en cada escenario".

  Si (position=1) Entonces
  Repita k=0 hasta k<=9 k+1
    Ok=O[k];
    Matriz_Riesgo[k][i-1]=size*(P-Ok);
  Fin Repetir
    Si no
    Repita k=0 hasta k<=9 k+1
      Ok=O[k];
      Matriz_Riesgo[k][i-1]=-size*(P-Ok);
    Fin Repetir
   Fin Repetir
 Fin Si

Fin Repetir
Fin Si

Repetir  i=1 hasta  i<=9, i+1
 riesgo_valor[i-1]=0;
Fin Repetir

"Riesgo del valor en cada escenario de todo el portafolio".

Repetir k=0 hasta k<=9, k+1
```

```
 Repetir s=0 hasta s<=nc-1, s+1
  riesgo_valor[k]= Matriz_Riesgo[k][s]+riesgo_valor[k];
 Fin Repetir
Fin Repetir

"Determinar el máximo de cada escenario".

max=riesgo_valor[0];
Repetir k=1 hasta k<=9, k+1
 Si (max<riesgo_valor[k]) Entonces
  max=riesgo_valor[k];
 Fin Si
Fin Repetir

Si (max<0) Entonces
  max=0;
Fin Si

TIMS=max; "Riesgo determinado por el TIMS".
Imprima(" Para calcular el TIMS completo introduzca los siguientes datos:");
                          // Calculo del Crédito por correlación entre productos.
Imprima(" Ingrese el porcentaje de correlación entre los productos del portafolio");
Leer("porcentaje2");
   porcen_corr=porcentaje2/100;

   CCP=tims*porcen_corr;
   RI=Riesgo_Intermensual(nc);

   TIMS=tims+RI-CCP;

Imprima(" El margen de riesgo determinado por el TIMS es: "+tims);
Imprima(" El margen de riesgo determinado por el TIMS completo es: "+TIMS);


Fin del programa principal.
```

Conclusión.

La pregunta es ¿cual método es mejor?. Esto depende de la manera en que uno lo vea. Si miramos desde el punto de vista de un accionista, entonces necesitamos que el margen de riesgo sea tan bajo como sea posible, ya que mientras más alto sea el margen requerido, menos dinero se invierte en el mercado, lo que ocasionaría pérdidas. Las cámaras de compensación al contrario, buscan que el margen de riesgo sea tan alto como sea necesario, para cubrir algunas pérdidas potenciales. De esta manera uno no puede catalogar ninguno de estos métodos como mejor o peor, lo importante es resaltar donde estos métodos difieren.

En este trabajo nos enfocamos en determinar como se calcula el margen de riesgo con cada uno de los métodos estudiados.

Como vimos, el método TIMS no toma en cuenta ningún cambio en la volatilidad durante las simulaciones de los posibles escenarios del mercado.

El método SPAN considera escenarios extremos durante el cálculo del margen de riesgo, mientras que el método TIMS no lo hace.

Los ejemplos mostraron que los resultados arrojados por el método SPAN, presentan un mayor dinamismo que el método TIMS, cuando se tienen contratos de opciones con diferentes fechas de expiración. De manera que para un portafolio con contratos de opciones, el método TIMS arrojará márgenes más bajos que el SPAN.

Es importante destacar, que al hacer los cálculos de las medidas de riesgo, en general no se cuenta con todos los parámetros, por lo tanto no se pueden comparar los resultados con los posiblemente obtenidos en situaciones reales. Sin embargo los resultados en las simulaciones realizadas son congruentes con las propiedades de los dos métodos estudiados.

Además es importante destacar que en [**14**] se demuestra la coherencia del SPAN básico, ya que el SPAN se puede formular en términos probabilísticos, de la siguiente manera:

$$span(X) = \sup\{E_{\rho_i}[X];\ i = 1, 2, ..., 16\}.$$

Donde, ρ_i es la medida de probabilidad asociada al escenario i, $i = 1, 2, ..., 16$.

Como por el teorema de representación, el SPAN básico es una medida basada en escenarios, entonces es una medida coherente de riesgo.

Por otro lado, también se demuestra la no coherencia del SPAN completo, ya que no satisface el axioma de monotonía no creciente. Se puede demostrar que el TIMS básico es una medida de riesgo coherente de manera análoga que el SPAN básico.

Otra consecuencia del teorema de representación de medidas coherentes de riesgo, es el hecho de que el método SPAN considere una mayor cantidad de escenarios que el método TIMS; esto hace que el TIMS sea una medida de riesgo más conservadora, como se observó en los ejemplos.

Apéndice A.

C++ Scripts.

En este Apéndice se encuentran los códigos de los programas que calculan el margen de requerimiento dado por los métodos anteriores, dichos códigos están en lenguaje de programación C++.

Programa para el SPAN.

```
#include<iostream>              //
#include<stdio.h>               //
#include<string>                //
#include<math.h>                //   Librerías.
#include<stdlib.h>              //
#include<fstream>               //

using namespace std;     /* Para leer y escribir las variables */

// COMIENZO DEL PROGRAMA.


//Validar fecha de expiración del contrato//
bool validar(int dia, int mes, int ano) {
   if (dia<1 || dia>30) {
      cout<<" El dia que introdujo es incorrecto, intente de nuevo \n";
      return false;
   } else { if (mes<1 || mes>12) {
               cout<<" El mes que introdujo es incorrecto, intente de nuevo \n";
               return false;
            } else { if (ano<1) {
                        cout<<" El año que introdujo es incorrecto, intente de nuevo \n";
                        return false;
                     }
            }
     }
    return true;
}
```

```
// Subprograma para calcular el precio de una opción mediante la formula Black-Scholes //
float Black_Scholes(float Upk, float Lp, float T, float q, float r, int n1) {
float d1, d2, Call, Put;
float N1, N2, N3, N4;

 d1=(log(Upk/Lp)+(r+0.5*pow(q,2))*T)/(q*sqrt(T));
 d2=d1-q*sqrt(T);

  if (n1==1) {   // El tipo de opción es de compra.
     N1=0.5*(1+erf(d1/sqrt(2))); // Distribucion normal estandar evaluada en d1.
     N2=0.5*(1+erf(d2/sqrt(2))); // Distribucion normal estandar evaluada en d2.

     Call=Upk*N1-Lp*exp(-r*T)*N2;

     return Call;
  } else {
         N3 = 0.5*(1+erf(-d1/sqrt(2))); // Distribucion normal estandar evaluada en -d1.
         N4 = 0.5*(1+erf(-d2/sqrt(2))); // Distribucion normal estandar evaluada en -d2.

         Put=Lp*exp(-r*T)*N4-N3*Upk;

         return Put;
         }

}


// Subprograma para calcular el precio de una opción mediante la Cox Ross Rubistein //

int fact(int n) {
 int i, factorial=1;

 for (i=n; i>=1; i--) {
   factorial = n*factorial;
  }
 return factorial;

 }

float Binomial(int n, float UP, float Lp, float r, float q, float T, int n1) {
        int i,j;
        double S[n+1];
        double Op[n+1];
        float dt, u, d, p, num, a;
```

```
        float suma=0;

        dt = T/n;
        u = exp(q*sqrt(dt));
        d = 1/u;
        p = (1+r-d)/(u-d);

        // Construccion del Arbol binomial.

                for (i=0; i<=n; i++) {
                        S[i] = UP*pow(d,n-i)*pow(u,i);
                }

        // Calculo del pago final
        for (i=0; i<=n; i++) {
                if (n1==1){
                        Op[i] = max(S[i] - Lp, 0.00000);
                } else {
                        Op[i] = max(Lp - S[i], 0.00000);
        }
        }

    for(i=0; i<=n; i++){
      suma = ((fact(n)/(fact(i)*fact(n-i)))*pow(p,i)*pow(1-p,n-i)*Op[i])+suma;
    }

    return suma/pow(r+1,n);


}




// Subprograma para calcular el Riesgo Inter-mensual //
float Riesgo_Intermensual(int nc) {
int i=0,j=0,k=0, contad=0, min1=0, min2=0, Ci1=0, Ci2=0, dif1=0, dif2=0;
int m1=0, m2=0, m3=0;
float riesgo_intermensual;
bool v;
string linea;
int W[nc-contad-2], niveles[nc-contad];
float Matriz[3][3], ri[nc-contad-1];

   struct fecha_expiracion{            // Regitro: tipo de dato para la fecha.
           int dia;
```

```
        int mes;
        int ano;
};

fecha_expiracion fecha_exp[nc];  // Arreglo de tipo fecha de expiración.


 for (i=1; i<=nc; i++){    //  Recolectar las fechas de expiración.
  atras:;
  cout<<" Ingrese la fecha de expiraci\xA2n del contrato "<<i<<" de la siguiente manera:\n";
  cout<<" Ingrese el dia del mes. \n";
  cin>>fecha_exp[i-1].dia;
  cout<<" Ingrese el numero del mes, ejemplo 5 si el mes es mayo. \n";
  cin>>fecha_exp[i-1].mes;
  cout<<" Ingrese el año correspondiente, ejemplo 2011. \n";
  cin>>fecha_exp[i-1].ano;
  v=validar(fecha_exp[i-1].dia, fecha_exp[i-1].mes, fecha_exp[i-1].ano);
  if (!v){
  goto atras;
  }
 }

for (i=1; i<=nc; i++) {  // Ordenar las fechas, por las mas próximas a vencer.
 m1=fecha_exp[i-1].dia;
 m2=fecha_exp[i-1].mes;
 m3=fecha_exp[i-1].ano;
 for (j=i; j<=nc; j++) {
 if (fecha_exp[j-1].ano<m3) {
  fecha_exp[i-1].dia=fecha_exp[j-1].dia;
  fecha_exp[i-1].mes=fecha_exp[j-1].mes;
  fecha_exp[i-1].ano=fecha_exp[j-1].ano;
  fecha_exp[j-1].dia=m1;
  fecha_exp[j-1].mes=m2;
  fecha_exp[j-1].ano=m3;
  m1=fecha_exp[i-1].dia;
  m2=fecha_exp[i-1].mes;
  m3=fecha_exp[i-1].ano;
 } else { if (fecha_exp[j-1].ano==m3 && fecha_exp[j-1].mes<m2) {
          fecha_exp[i-1].dia=fecha_exp[j-1].dia;
          fecha_exp[i-1].mes=fecha_exp[j-1].mes;
          fecha_exp[i-1].ano=fecha_exp[j-1].ano;
          fecha_exp[j-1].dia=m1;
          fecha_exp[j-1].mes=m2;
          fecha_exp[j-1].ano=m3;
          m1=fecha_exp[i-1].dia;
          m2=fecha_exp[i-1].mes;
```

```
        m3=fecha_exp[i-1].ano;
      else { if (fecha_exp[j-1].ano==m3 && fecha_exp[j-1].mes==m2 && fecha_exp[j-1].dia<m1) {
              fecha_exp[i-1].dia=fecha_exp[j-1].dia;
              fecha_exp[i-1].mes=fecha_exp[j-1].mes;
              fecha_exp[i-1].ano=fecha_exp[j-1].ano;
              fecha_exp[j-1].dia=m1;
              fecha_exp[j-1].mes=m2;
              fecha_exp[j-1].ano=m3;
              m1=fecha_exp[i-1].dia;
              m2=fecha_exp[i-1].mes;
              m3=fecha_exp[i-1].ano;
              }
      }
    }
  }
 }

//------------------ Paso 1.

for (i=1; i<=nc; i++){
       for (j=1; j<=nc; j++){
         if (i!=j) {  // Esto es para que no compare la posición i consigo mismo.
           if (fecha_exp[i-1].mes==fecha_exp[j-1].mes && fecha_exp[i-1].ano==fecha_exp[j-1].ano){
              fecha_exp[j-1].mes=0;
              fecha_exp[j-1].ano=0;
            }
         }
       }
    }

    for (i=1; i<=nc; i++){
      if (fecha_exp[i-1].mes==0 && fecha_exp[i-1].ano==0) {
         contad=contad+1;
      }
    }

    fecha_expiracion fecha_or[nc-contad];

    ofstream crear_archivo("Auxiliar.txt", ios::trunc);


    for (i=1; i<=nc; i++){
       if (fecha_exp[i-1].mes!=0 && fecha_exp[i-1].ano!=0) {
          crear_archivo<<fecha_exp[i-1].mes<<"\n";
          crear_archivo<<fecha_exp[i-1].ano<<"\n";
       }
```

```
}

crear_archivo.close();

ifstream leer_archivo("Auxiliar.txt");

if (leer_archivo.good()){
     i=0;
     while(!leer_archivo.eof()){
       i=i+1;
             getline(leer_archivo, linea);
               fecha_or[i-1].mes=atoi(linea.c_str());
             getline(leer_archivo, linea);
               fecha_or[i-1].ano=atoi(linea.c_str());
     }
    } else {
    cout<<"El archivo no existe o no pudo ser abierto \n";
  }

leer_archivo.close();


//----------------- Paso 2.

for (i=1; i<=nc-contad-1; i++) {  // niveles del 1 al nc-contad-2
    Ci2=fecha_or[i-1].ano-fecha_or[i].ano;
    if (Ci2==0) {
       Ci1=fecha_or[i-1].mes-fecha_or[i].mes;
       if (abs(Ci1)<=1) {
          niveles[i-1]=1;
       } else { if (abs(Ci1)>=2 || abs(Ci1)<=3) {
                      niveles[i-1]=2;
                } else {  if (abs(Ci1)>=4 || abs(Ci1)<=8) {
                                 niveles[i-1]=3;
                          }
                  }
         }
    } else { if (abs(Ci2)==1) {
                 Ci1=fecha_or[i-1].mes-(fecha_or[i].mes+12);
                 if (abs(Ci1)<=1) {
                     niveles[i-1]=1;
                 } else { if (abs(Ci1)>=2 && abs(Ci1)<=3) {
                              niveles[i-1]=2;
                          } else {  if (abs(Ci1)>=4 && abs(Ci1)<=8) {
                                        niveles[i-1]=3;
                                    }
```

```
                    }
                 }

              } else {
                 cout<<" La fechas entre los contratos en muy larga. \n";
                 return 0;
               }

        }
    }

    dif2=fecha_or[0].ano-fecha_or[nc-contad-1].ano; // Ultimo nivel.
    if (dif2==0) {
      dif1=fecha_or[0].mes-fecha_or[nc-contad-1].mes;
      if (abs(dif1)<=1) {
          niveles[nc-contad-1]=1;
      } else { if (abs(dif1)>=2 && abs(dif1)<=3) {
                  niveles[nc-contad-1]=2;
             } else {  if (abs(dif1)>=4) {
                        niveles[nc-contad-1]=3;
                       }
               }
        }
    } else { if (abs(dif2)==1) {
                  dif1=fecha_or[0].mes-(fecha_or[nc-contad-1].mes+12);
                  if (abs(dif1)<=1) {
                       niveles[nc-contad-1]=1;
                  } else { if (abs(dif1)>=2 && abs(dif1)<=3) {
                              niveles[nc-contad-1]=2;
                         } else {  if (abs(dif1)>=4) {
                                  niveles[nc-contad-1]=3;
                                   }
                           }
                    }
           }
     }


//--------------------- Paso 3.
 cout<<" \n \n";
 cout<<" Ingrese los valores de la posici\xA2n (i j) de la matriz de niveles:\n \n";
 for (i=1; i<=3; i++) {
   for (j=1; j<=3; j++) {
    cout<<" Ingrese la posici\xA2n ("<<j<<" "<<i<<") \n";
    cin>>Matriz[j-1][i-1];
   }
```

```
  }

//------------------- Paso 4.

W[0]=abs(fecha_exp[1].dia-fecha_exp[0].dia);
for (i=1; i<=nc-contad-2; i++) {
   W[i]=abs(fecha_exp[i+1].dia-W[i-1]);
}

for (i=1; i<=nc-contad-1; i++) {
  ri[i-1]=0;
}

for (i=1; i<=nc-contad-1; i++) {
if (niveles[i-1]==1 && niveles[i]==1) {
  ri[i-1]=Matriz[0][0]*W[i-1];
}else{if(niveles[i-1]==1 && niveles[i]==2){
              ri[i-1]=Matriz[1][0]*W[i-1];
           }else{if(niveles[i-1]==1 && niveles[i]==3){
                      ri[i-1]=Matriz[2][0]*W[i-1];
                       }else{if (niveles[i-1]==2 && niveles[i]==1){
                                  ri[i-1]=Matriz[0][1]*W[i-1];
                                   }else{if(niveles[i-1]==2 && niveles[i]==2){
                                              ri[i-1]=Matriz[1][1]*W[i-1];
                                               }else{if(niveles[i-1]==2 && niveles[i]==3){
                                                         ri[i-1]=Matriz[2][1]*W[i-1];
                                                             }else{if(niveles[i-1]==3 && niveles[i]==1){
                                                                       ri[i-1]=Matriz[0][1]*W[i-1];
                                                                       }else{if(niveles[i-1]==3 && niveles[i]==2){
                                                                                 ri[i-1]=Matriz[1][2]*W[i-1];
                                                                              }else{if(niveles[i-1]==3 && niveles[i]==3){
                                                                                        ri[i-1]=Matriz[2][2]*W[i-1];
                                                                                        }
                                                                                  }
                                                                         }
                                                             }
                                               }
                                   }
                       }
           }
  }
}

//------------------- Paso 5.

  riesgo_intermensual=0;
```

```
  for (i=1; i<=nc-contad-2; i++) {
     riesgo_intermensual=ri[i-1]+riesgo_intermensual;
  }

  return riesgo_intermensual;


}




// Programa Principal //
int main(){
int  nc, i=0, j=0, k=0, num=0, num1=0, n1=0, s=0, opc=0, opc1=0, precios=0, sgno, paso;
float P, Rgo, Lp, UP, r, q, T, RI=0, CCP=0, span, SPAN, p, n, Dias, size, shift;
float porcentaje1=0, porcentaje2=0, max=0, porcent=0, porcent1=0, BK_SCH=0, Ok=0, move=0;
float delta, UPi, Ci, porcen_corr, position=0;
float prom_rend=0, sum, sum1;
float Vp[16], Up[16], O[16], Contrato[nc], riesgo_valor[16], Upi[16], Oi[16];
float precio[precios], rendimiento[precios];
float Matriz_Riesgo[16][nc];
float e[14]={0, 0, -1, -1, 1, 1, -2, -2, 2, 2, -3, -3, 3, 3};

cout<<" --------------> Programa para el C\xA0lculo del SPAN. <-------------- \n \n";

  cout<<" Indique el n\xA3mero de contratos con el cual est\xA0 compuesto su portafolio. \n \n";
  cin>>nc;

  while(nc<1) {
  cout<<" Ha ingresado un n\xA3mero invalido, intente de nuevo. \n";
  cin>>nc;
  }

  for(i=1; i<=16; i++){
    for(j=1; j<=nc; j++){
      Matriz_Riesgo[i-1][j-1]=0;
    }
  }

  cout<<" Indique el multiplicador de los escenarios extremos: \n";
  cin>>n;
  cout<<" Indique el porcentaje de los escenarios extremos\n";
  cin>>porcentaje1;
  p=porcentaje1/100;
  cout<<" Ingrese la tasa de inter\x82s \n \n";
  cin>>porcent;
```

```
r=porcent/100;
cout<<" Ingrese el precio del activo subyacente de la opci\xA2n: \n \n";
cin>>UP;
cout<<" Ingrese el rango de variación del precio del subyacente\n";
cin>>Rgo;

for(i=1; i<=nc; i++){

  cout<<" Datos del contrato "<<i<<" del portafolio \n \n";
  cout<<" Marque el n\xA3mero que corresponde al tipo de contrato: \n \n";
  cout<<" 1. Contrato de Futuros. \n";
  cout<<" 2. Contrato de Opciones. \n";
  cin>>num;

  while(num<1 || num>2) {
    cout<<" Ha ingresado un n\xA3mero invalido, intente de nuevo. \n";
    cin>>num;
  }

  cout<<" Marque el n\xA3mero que corresponde a la posici\xA2n que se encuentra: \n \n";
  cout<<" 1. Larga. \n";
  cout<<" 2. Corta. \n";
  cin>>position;

   while(position<1 || position>2) {
    cout<<" Ha ingresado un n\xA3mero invalido, intente de nuevo. \n";
    cin>>position;
   }

  if (num==1) {
       cout<<" Ingrese el tamaño del contrato "<<i<<" \n";
       cin>>size;

       if (position==1) {
       for (k=0; k<=13; k++){
           Matriz_Riesgo[k][i-1]=size*(e[k]/3)*Rgo;
       }
           Matriz_Riesgo[14][i-1]=-1*size*n*Rgo*p;
           Matriz_Riesgo[15][i-1]=size*n*Rgo*p;
     } else {
            for (k=0; k<=13; k++){
              Matriz_Riesgo[k][i-1]=-1*size*(e[k]/3)*Rgo;
            }
           Matriz_Riesgo[14][i-1]=size*n*Rgo*p;
           Matriz_Riesgo[15][i-1]=-1*size*n*Rgo*p;
              }
```

```
} else {
 cout<<" Marque el n\xA3mero que indica que tipo de opci\xA2n es el contrato. \n  \n";
 cout<<" 1.Opci\xA2n a Compra (Call Option)  \n";
 cout<<" 2.Opci\xA2n a Venta (Put Option)  \n";
 cin>>n1;

 while(n1<1 || n1>2) {                       // Validacion del numero ingresado.
   cout<<" Ha ingresado un número invalido, intente de nuevo. \n";
   cin>>n1;
 }



 cout<<" A continuaci\xA2n ingrese los siguientes datos del contrato "<<i<<" \n";
 cout<<" Ingrese el tamaño de la opci\xA2n: "<<i<<" \n";
 cin>>size;
 cout<<" Ingrese el precio actual de la opci\xA2n: \n \n";
 cin>>P;

 cout<<" Marque el n\xA3mero con el cual calculará el precio de la opci\xA2n: \n \n";
 cout<<" 1. Formula Black-Scholes. \n";
 cout<<" 2. Formula Binomial. \n";
 cin>>num1;

  while(num1<1 || num1>2) {                   // Validacion del numero ingresado.
    cout<<" Ha ingresado un número invalido, intente de nuevo. \n";
    cin>>num1;
  }

  if(num1==1){
  cout<<" Ingrese los dias que faltan para la fecha de vencimiento de la opción \n \n";
  cin>>Dias;
  T=Dias/365;
  cout<<" Ingrese el precio de ejercicio del activo en la opci\xA2n \n \n";
  cin>>Lp;
  cout<<" Ingrese la volatilidad implicita \n";
  cin>>porcent1;
  q=porcent1/100;
  cout<<" Ingrese el el rango de variación de la volatilidad \n \n";
  cin>>shift;
  move=(shift/100)*q;

  for (k=0; k<=13; k++){
     Up[k]=UP+(e[k]/3)*Rgo;
```

```
}
Up[14]=UP-(n*Rgo);
Up[15]=UP+(n*Rgo);

for (k=0; k<=15; k++){
 if (Up[k]<0) {
  Up[k]=0;
 }
}



sgno=-1;
for (k=0; k<=13; k++){
  sgno=-1*sgno;
  BK_SCH=Black_Scholes(Up[k], Lp, T, q+sgno*move, r, n1);
  O[k]=BK_SCH;
}
O[14]= Black_Scholes(Up[14], Lp, T, q, r, n1);
O[15]= Black_Scholes(Up[15], Lp, T, q, r, n1);

} else {   // Calcular el precio de la opción mediante CRR.
   cout << "CRR Modelo Binomial  \n \n";
   cout<<" Ingrese el tiempo de maduraci\xA2n en dias de la opci\xA2n \n \n";
   cin>>Dias;
   T=Dias/365;
   cout<<" Ingrese el precio de ejercicio del activo en la opci\xA2n \n \n";
   cin>>Lp;
   cout<<" Ingrese la volatilidad implicita \n";
   cin>>porcent1;
   q=porcent1/100;
   cout << "Ingrese el n\xA3mero de pasos " ;
   cin >> paso;
   cout<<" Ingrese el el rango de variación de la volatilidad \n \n";
   cin>>shift;
   move=(shift/100)*q;

   for (k=0; k<=15; k++){
      Up[k]=UP+(e[k]/3)*Rgo;
   }
   Up[14]=UP-(n*Rgo);
   Up[15]=UP+(n*Rgo);

   for (k=0; k<=15; k++){
     if (Up[k]<0) {
        Up[k]=0;
     }
```

```
        }

        sgno=-1;
        for (k=0; k<=13; k++){
            sgno=-1*sgno;
           O[k]=Binomial(paso, Up[k], Lp, r, q+sgno*move, T, n1);
        }
        O[14]=Binomial(paso, Up[14], Lp, r, q, T, n1);
        O[15]=Binomial(paso, Up[15], Lp, r, q, T, n1);
    }

    if (position==1) {
     for (k=0; k<=13; k++){
      Ok=O[k];
      Matriz_Riesgo[k][i-1]=size*(P-Ok);
     }
     Matriz_Riesgo[14][i-1]=size*(P-O[14])*p;
     Matriz_Riesgo[15][i-1]=size*(P-O[15])*p;
    } else {
      for (k=0; k<=13; k++){
       Ok=O[k];
        Matriz_Riesgo[k][i-1]=-size*(P-Ok);
     }
     Matriz_Riesgo[14][i-1]=-size*(P-O[14])*p;
     Matriz_Riesgo[15][i-1]=-size*(P-O[15])*p;

    }
   }
}

  for(i=1; i<=16; i++){
    riesgo_valor[i-1]=0;
  }

  for (k=0; k<=15; k++){
      for (s=0; s<=nc-1; s++){
        riesgo_valor[k]= Matriz_Riesgo[k][s]+riesgo_valor[k];
      }
  }

  max=riesgo_valor[0];
  for (k=1; k<=15; k++){
          if (max<riesgo_valor[k]){
               max=riesgo_valor[k];
          }
  }
```

```
if (max<0){
            max=0;
        }

span=max;

cout<<" El margen de riesgo determinado por el SPAN b\xA0sico es: "<<span<<" \n";

cout<<" Para calcular el SPAN completo introduzca los siguientes datos: \n";
                        // Calculo del Credito por correlación entre productos.
cout<<" Ingrese el porcentaje de correlaci\xA2n entre los productos del portafolio \n \n";
cin>>porcentaje2;
porcen_corr=porcentaje2/100;

CCP=span*porcen_corr;

RI=Riesgo_Intermensual(nc);



SPAN=span+RI-CCP;

cout<<" El margen de riesgo determinado por el SPAN completo es: "<<SPAN<<" \n";




ofstream MATRIZ_RIESGO("MATRIZ DE RIESGO.txt", ios::trunc);
MATRIZ_RIESGO<<" \n \n ";
MATRIZ_RIESGO<<"                ";
for (i=1; i<=nc; i++) {
    MATRIZ_RIESGO<<" Contrato "<<i<<":         ";
    }
MATRIZ_RIESGO<<"      Vp: ";
MATRIZ_RIESGO<<" \n \n ";

for (i=0; i<=15; i++){                  // Escribe en el archivo de MATRIZ DE RIESGO.txt
    MATRIZ_RIESGO<<"Escenario "<<i+1<<":   ";
   for (j=0; j<=nc-1; j++) {
    MATRIZ_RIESGO<<Matriz_Riesgo[i][j]<<"            ";
   }
   MATRIZ_RIESGO<<riesgo_valor[i];
   MATRIZ_RIESGO<<" \n \n ";
}
```

```
    MATRIZ_RIESGO<<"\n";
    MATRIZ_RIESGO<<" El margen de riesgo determinado por el SPAN básico es: "<<span<<". \n \n";
    MATRIZ_RIESGO<<" El margen de riesgo determinado por el SPAN completo es: "<<SPAN<<". \n";
    MATRIZ_RIESGO<<" Donde el CCP es: "<<CCP<<" y el RI es: "<<RI<<". \n";

    MATRIZ_RIESGO.close();


system("pause");

}
```

Programa para el TIMS.

```
#include<iostream>                 //
#include<stdio.h>                  //
#include<string>                   //
#include<math.h>                   //    Librerias.
#include<stdlib.h>                 //
#include<fstream>                  //

using namespace std;               /* Para leer y escribir las variables */


// COMIENZO DEL PROGRAMA.

/*Validar fecha de expiracion del contrato*/

bool validar(int dia, int mes, int ano) {
   if (dia<1 || dia>30) {
      cout<<" El dia que introdujo es incorrecto, intente de nuevo \n";
      return false;
   } else { if (mes<1 || mes>12) {
               cout<<" El mes que introdujo es incorrecto, intente de nuevo \n";
               return false;
            } else { if (ano<1) {
                        cout<<" El año que introdujo es incorrecto, intente de nuevo \n";
                        return false;
                     }
            }
     }
    return true;
}

/*Validar fecha de expiracion del contrato*/

bool validar(int dia, int mes, int ano) {
   if (dia<1 || dia>30) {
      cout<<" El dia que introdujo es incorrecto, intente de nuevo \n";
      return false;
   } else { if (mes<1 || mes>12) {
               cout<<" El mes que introdujo es incorrecto, intente de nuevo \n";
               return false;
            } else { if (ano<1) {
                        cout<<" El año que introdujo es incorrecto, intente de nuevo \n";
                        return false;
                     }
            }
     }
```

```
    return true;
}


//Validar fecha de expiracion del contrato //
bool validar(int dia, int mes, int ano) {
   if (dia<1 || dia>30) {
      cout<<" El dia que introdujo es incorrecto, intente de nuevo \n";
      return false;
   } else { if (mes<1 || mes>12) {
               cout<<" El mes que introdujo es incorrecto, intente de nuevo \n";
               return false;
            } else { if (ano<1) {
                       cout<<" El año que introdujo es incorrecto, intente de nuevo \n";
                       return false;
                     }
              }
     }
    return true;
}


// Subprograma para calcular el precio de una opción mediante la Cox Ross Rubistein //

int fact(int n) {
 int i, factorial=1;

 for (i=n; i>=1; i--) {
   factorial = n*factorial;
  }
 return factorial;

 }

float Binomial(int n, float UP, float Lp, float r, float q, float T, int n1) {
        int i,j;
        double S[n+1];
        double Op[n+1];
        float dt, u, d, p, num, a;
        float suma=0;

        dt = T/n;
        u = exp(q*sqrt(dt));
        d = 1/u;
        p = (1+r-d)/(u-d);
```

```
        // Construccion del Arbol binomial.

                for (i=0; i<=n; i++) {
                        S[i] = UP*pow(d,n-i)*pow(u,i);
                }

        // Calculo del pago final
        for (i=0; i<=n; i++) {
                if (n1==1){
                        Op[i] = max(S[i] - Lp, 0.00000);
                } else {
                        Op[i] = max(Lp - S[i], 0.00000);
        }
        }

    for(i=0; i<=n; i++){
      suma = ((fact(n)/(fact(i)*fact(n-i)))*pow(p,i)*pow(1-p,n-i)*Op[i])+suma;
    }

    return suma/pow(r+1,n);


}



// Subprograma para calcular el precio de una opción mediante la formula Black-Scholes //
float Black_Scholes(float Upk, float Lp, float T, float q, float r, int n1) {
float d1, d2, Call, Put;
float N1, N2, N3, N4;

 d1=(log(Upk/Lp)+(r+0.5*pow(q,2))*T)/(q*sqrt(T));
 d2=d1-q*sqrt(T);

  if (n1==1) {   // El tipo de opción es de compra.
     N1=0.5*(1+erf(d1/sqrt(2))); // Distribución normal estándar evaluada en d1.
     N2=0.5*(1+erf(d2/sqrt(2))); // Distribución normal estándar evaluada en d2.

     Call=Upk*N1-Lp*exp(-r*T)*N2;

     return Call;
  } else {
         N3 = 0.5*(1+erf(-d1/sqrt(2))); // Distribución normal estándar evaluada en -d1.
         N4 = 0.5*(1+erf(-d2/sqrt(2))); // Distribución normal estándar evaluada en -d2.

         Put=Lp*exp(-r*T)*N4-N3*Upk;
```

```
        return Put;
        }

}


// Subprograma para calcular el Riesgo Inter-mensual //
float Riesgo_Intermensual(int nc) {
int i=0,j=0,k=0, contad=0, min1=0, min2=0, Ci1=0, Ci2=0, dif1=0, dif2=0;
int m1=0, m2=0, m3=0;
float riesgo_intermensual;
bool v;
string linea;
int W[nc-contad-2], niveles[nc-contad];
float Matriz[3][3], ri[nc-contad-1];

  struct fecha_expiracion{          // Registro: tipo de dato para la fecha.
        int dia;
        int mes;
        int ano;
  };

  fecha_expiracion fecha_exp[nc];  // Arreglo de tipo fecha de expiración.


   for (i=1; i<=nc; i++){    //  Recolectar las fechas de expiración.
    atras:;
    cout<<" Ingrese la fecha de expiraci\xA2n del contrato "<<i<<" de la siguiente manera:\n";
    cout<<" Ingrese el dia del mes. \n";
    cin>>fecha_exp[i-1].dia;
    cout<<" Ingrese el numero del mes, ejemplo 5 si el mes es mayo. \n";
    cin>>fecha_exp[i-1].mes;
    cout<<" Ingrese el año correspondiente, ejemplo 2011. \n";
    cin>>fecha_exp[i-1].ano;
    v=validar(fecha_exp[i-1].dia, fecha_exp[i-1].mes, fecha_exp[i-1].ano);
    if (!v){
    goto atras;
    }
   }

for (i=1; i<=nc; i++) {  // Ordenar las fechas, por las mas próximas a vencer.
  m1=fecha_exp[i-1].dia;
  m2=fecha_exp[i-1].mes;
  m3=fecha_exp[i-1].ano;
  for (j=i; j<=nc; j++) {
```

```
    if (fecha_exp[j-1].ano<m3) {
        fecha_exp[i-1].dia=fecha_exp[j-1].dia;
        fecha_exp[i-1].mes=fecha_exp[j-1].mes;
        fecha_exp[i-1].ano=fecha_exp[j-1].ano;
        fecha_exp[j-1].dia=m1;
        fecha_exp[j-1].mes=m2;
        fecha_exp[j-1].ano=m3;
        m1=fecha_exp[i-1].dia;
        m2=fecha_exp[i-1].mes;
        m3=fecha_exp[i-1].ano;
    } else { if (fecha_exp[j-1].ano==m3 && fecha_exp[j-1].mes<m2) {
                    fecha_exp[i-1].dia=fecha_exp[j-1].dia;
                    fecha_exp[i-1].mes=fecha_exp[j-1].mes;
                    fecha_exp[i-1].ano=fecha_exp[j-1].ano;
                    fecha_exp[j-1].dia=m1;
                    fecha_exp[j-1].mes=m2;
                    fecha_exp[j-1].ano=m3;
                    m1=fecha_exp[i-1].dia;
                    m2=fecha_exp[i-1].mes;
                    m3=fecha_exp[i-1].ano;
      } else { if (fecha_exp[j-1].ano==m3 && fecha_exp[j-1].mes==m2 && fecha_exp[j-1].dia<m1) {
                   fecha_exp[i-1].dia=fecha_exp[j-1].dia;
                   fecha_exp[i-1].mes=fecha_exp[j-1].mes;
                    fecha_exp[i-1].ano=fecha_exp[j-1].ano;
                    fecha_exp[j-1].dia=m1;
                    fecha_exp[j-1].mes=m2;
                    fecha_exp[j-1].ano=m3;
                    m1=fecha_exp[i-1].dia;
                    m2=fecha_exp[i-1].mes;
                    m3=fecha_exp[i-1].ano;
                  }
                 }
              }
           }
        }

//------------------ Paso 1.

    for (i=1; i<=nc; i++){
        for (j=1; j<=nc; j++){
          if (i!=j) {  // Esto es para que no compare la posicion i consigo mismo.
              if (fecha_exp[i-1].mes==fecha_exp[j-1].mes && fecha_exp[i-1].ano==fecha_exp[j-1].ano) {
                fecha_exp[j-1].mes=0;
                fecha_exp[j-1].ano=0;
              }
          }
```

```
    }
}

for (i=1; i<=nc; i++){
  if (fecha_exp[i-1].mes==0 && fecha_exp[i-1].ano==0) {
     contad=contad+1;
  }
}

fecha_expiracion fecha_or[nc-contad];

ofstream crear_archivo("Auxiliar.txt", ios::trunc);



for (i=1; i<=nc; i++){
   if (fecha_exp[i-1].mes!=0 && fecha_exp[i-1].ano!=0) {
      crear_archivo<<fecha_exp[i-1].mes<<"\n";
      crear_archivo<<fecha_exp[i-1].ano<<"\n";
   }
}

crear_archivo.close();

ifstream leer_archivo("Auxiliar.txt");

if (leer_archivo.good()){
     i=0;
     while(!leer_archivo.eof()){
       i=i+1;
             getline(leer_archivo, linea);
               fecha_or[i-1].mes=atoi(linea.c_str());
             getline(leer_archivo, linea);
               fecha_or[i-1].ano=atoi(linea.c_str());
     }
    } else {
    cout<<"El archivo no existe o no pudo ser abierto \n";
  }

leer_archivo.close();


//------------------ Paso 2.

for (i=1; i<=nc-contad-1; i++) {  // niveles del 1 al nc-contad-2
    Ci2=fecha_or[i-1].ano-fecha_or[i].ano;
    if (Ci2==0) {
```

```
        Ci1=fecha_or[i-1].mes-fecha_or[i].mes;
        if (abs(Ci1)<=1) {
            niveles[i-1]=1;
        } else { if (abs(Ci1)>=2 || abs(Ci1)<=3) {
                        niveles[i-1]=2;
                  } else {  if (abs(Ci1)>=4 || abs(Ci1)<=8) {
                                    niveles[i-1]=3;
                             }
                    }
          }
    } else { if (abs(Ci2)==1) {
                Ci1=fecha_or[i-1].mes-(fecha_or[i].mes+12);
                if (abs(Ci1)<=1) {
                    niveles[i-1]=1;
                } else { if (abs(Ci1)>=2 && abs(Ci1)<=3) {
                            niveles[i-1]=2;
                         } else {  if (abs(Ci1)>=4 && abs(Ci1)<=8) {
                                        niveles[i-1]=3;
                                   }
                           }
                 }

              } else {
                  cout<<" La fechas entre los contratos en muy larga. \n";
                  return 0;
                }

      }
}

dif2=fecha_or[0].ano-fecha_or[nc-contad-1].ano; // Ultimo nivel.
if (dif2==0) {
  dif1=fecha_or[0].mes-fecha_or[nc-contad-1].mes;
  if (abs(dif1)<=1) {
      niveles[nc-contad-1]=1;
  } else { if (abs(dif1)>=2 && abs(dif1)<=3) {
                niveles[nc-contad-1]=2;
           } else {  if (abs(dif1)>=4) {
                        niveles[nc-contad-1]=3;
                     }
             }
    }
} else { if (abs(dif2)==1) {
                dif1=fecha_or[0].mes-(fecha_or[nc-contad-1].mes+12);
                if (abs(dif1)<=1) {
                    niveles[nc-contad-1]=1;
```

```
                    } else { if (abs(dif1)>=2 && abs(dif1)<=3) {
                               niveles[nc-contad-1]=2;
                           } else {   if (abs(dif1)>=4) {
                                   niveles[nc-contad-1]=3;
                                   }
                             }
                      }
               }
        }


//———————————— Paso 3.
 cout<<" \n \n";
 cout<<" Ingrese los valores de la posici\xA2n (i j) de la matriz de niveles:\n \n";
 for (i=1; i<=3; i++) {
   for (j=1; j<=3; j++) {
    cout<<" Ingrese la posici\xA2n ("<<j<<" "<<i<<") \n";
    cin>>Matriz[j-1][i-1];
   }
 }

//———————————— Paso 4.

W[0]=abs(fecha_exp[1].dia-fecha_exp[0].dia);
for (i=1; i<=nc-contad-2; i++) {
  W[i]=abs(fecha_exp[i+1].dia-W[i-1]);
}

for (i=1; i<=nc-contad-1; i++) {
 ri[i-1]=0;
}

for (i=1; i<=nc-contad-1; i++) {
if (niveles[i-1]==1 && niveles[i]==1) {
 ri[i-1]=Matriz[0][0]*W[i-1];
}else{if(niveles[i-1]==1 && niveles[i]==2){
      ri[i-1]=Matriz[1][0]*W[i-1];
     }else{if(niveles[i-1]==1 && niveles[i]==3){
          ri[i-1]=Matriz[2][0]*W[i-1];
           }else{if (niveles[i-1]==2 && niveles[i]==1){
                 ri[i-1]=Matriz[0][1]*W[i-1];
                }else{if(niveles[i-1]==2 && niveles[i]==2){
                      ri[i-1]=Matriz[1][1]*W[i-1];
                     }else{if(niveles[i-1]==2 && niveles[i]==3){
                          ri[i-1]=Matriz[2][1]*W[i-1];
                         } else {if(niveles[i-1]==3 && niveles[i]==1){
```

```
                                        ri[i-1]=Matriz[0][1]*W[i-1];
                                    } else {if(niveles[i-1]==3 && niveles[i]==2){
                                            ri[i-1]=Matriz[1][2]*W[i-1];
                                        }else{if(niveles[i-1]==3 && niveles[i]==3){
                                                ri[i-1]=Matriz[2][2]*W[i-1];
                                            }
                                        }
                                    }
                                }
                            }
                        }
                    }
                }
            }
    }


//———————————— Paso 5.

    riesgo_intermensual=0;
    for (i=1; i<=nc-contad-2; i++) {
        riesgo_intermensual=ri[i-1]+riesgo_intermensual;
    }

    return riesgo_intermensual;


}


// Programa Principal //
int main(){
int  nc, i=0, j=0, k=0, num=0, num1=0, n1=0, s=0, opc=0, opc1=0, precios=0, paso;
float P, Rgo, Lp, UP, r, q, T, RI=0, CCP=0, TIMS=0, tims=0, p, Dias, size, shift;
float porcentaje1=0, porcentaje2=0, max=0, porcent=0, porcent1=0, Ok=0;
float delta, UPi, Ci, position=0, porcen_corr=0;
float prom_rend=0, sum, sum1, BK_SCH;
float Vp[16], Up[16], O[16], Contrato[nc], riesgo_valor[16], Upi[16], Oi[16];
float precio[precios], rendimiento[precios];
float Matriz_Riesgo[16][nc];
float e[14]={5, 4, 3, 2, 1, -1, -2, -3, -4, -5};

cout<<" ————————> Programa para el C\xA0lculo del TIMS. <———————— \n \n";

cout<<" Indique el n\xA3mero de contratos con el cual est\xA0 compuesto su portafolio. \n \n";
cin>>nc;
```

```
while(nc<1) {
cout<<" Ha ingresado un n\xA3mero invalido, intente de nuevo. \n";
cin>>nc;
}

for(i=1; i<=10; i++){
  for(j=1; j<=nc; j++){
    Matriz_Riesgo[i-1][j-1]=0;
   }
}

for(i=1; i<=nc; i++){

  cout<<" Datos del contrato "<<i<<" del portafolio \n \n";
  cout<<" Marque el n\xA3mero que corresponde al tipo de contrato: \n \n";
  cout<<" 1. Contrato de Futuros. \n";
  cout<<" 2. Contrato de Opciones. \n";
  cin>>num;

  while(num<1 || num>2) {
    cout<<" Ha ingresado un n\xA3mero invalido, intente de nuevo. \n";
    cin>>num;
  }

  cout<<" Marque el n\xA3mero que corresponde a la posici\xA2n que se encuentra: \n \n";
  cout<<" 1. Larga. \n";
  cout<<" 2. Corta. \n";
  cin>>position;

   while(position<1 || position>2) {
    cout<<" Ha ingresado un n\xA3mero invalido, intente de nuevo. \n";
    cin>>position;
   }

   cout<<" Ingrese la tasa de inter\x82s \n \n";
   cin>>porcent;
   r=porcent/100;
   cout<<" Ingrese el precio del activo subyacente de la opci\xA2n: \n \n";
   cin>>UP;
   cout<<" Ingrese el rango de variación del precio del subyacente\n";
   cin>>Rgo;

  if (num==1) {
       cout<<" Ingrese el tamaño del contrato "<<i<<" \n";
       cin>>size;
```

```
    for (k=0; k<=9; k++){
        Matriz_Riesgo[k][i-1]=size*(e[k]/5)*Rgo;
    }

} else {

   cout<<" Marque el n\xA3mero que indica que tipo de opci\xA2n es el contrato. \n  \n";
   cout<<" 1.Opci\xA2n a Compra (Call Option)  \n";
   cout<<" 2.Opci\xA2n a Venta (Put Option)  \n";
   cin>>n1;

   while(n1<1 || n1>2) {                      // Validacion del numero ingresado.
      cout<<" Ha ingresado un número invalido, intente de nuevo. \n";
      cin>>n1;
   }
   cout<<" A continuaci\xA2n ingrese los siguientes datos del contrato "<<i<<" \n";
   cout<<" Ingrese el tamaño del contrato "<<i<<" \n";
   cin>>size;
   cout<<" Ingrese el precio actual de la opci\xA2n: \n \n";
   cin>>P;
   cout<<" Marque el n\xA3mero con el cual desea calcular el precio de la opci\xA2n: \n \n";
   cout<<" 1. Formula Binomial. \n";
   cout<<" 2. Formula Black-Scholes. \n";
   cin>>num1;

   while(num1<1 || num1>2) {
     cout<<" Ha ingresado un número invalido, intente de nuevo. \n";
     cin>>num1;
   }

   if(num1==1){     // Calcular el precio de la opción mediante la formula Binomial.
     cout << "CRR Modelo Binomial  \n \n";
     cout<<" Ingrese el tiempo de maduraci\xA2n en dias de la opci\xA2n \n \n";
     cin>>Dias;
     T=Dias/365;
     cout<<" Ingrese el precio de ejercicio del activo en la opci\xA2n \n \n";
     cin>>Lp;
     cout<<" Ingrese la volatilidad implicita \n";
     cin>>porcent1;
     q=porcent1/100;
     cout << "Ingrese el n\xA3mero de pasos " ;
     cin >> paso;

     for (k=0; k<=9; k++){ // Cálculos de Activos Subyacentes en cada escenario.
       Up[k]=UP+(e[k]/5)*Rgo;
```

```
    }

    for (k=0; k<=9; k++){  // Se toma cero en caso del que el precio del activo sea negativo.
    if (Up[k]<0) {
      Up[k]=0;
    }
    }

    for (k=0; k<=9; k++){   // Cálculos del Precio de la opción.
     O[k]=Binomial(paso, Up[k], Lp, r, q, T, n1);
    }

  } else {
    cout<<" Ingrese los dias que faltan para la fecha de vencimiento de la opción \n \n";
    cin>>Dias;
    T=Dias/365;
    cout<<" Ingrese el precio de ejercicio del activo en la opci\xA2n \n \n";
    cin>>Lp;
    cout<<" Ingrese la volatilidad implicita \n";
    cin>>porcent1;
    q=porcent1/100;


    for (k=0; k<=9; k++){
     Up[k]=UP+(e[k]/5)*Rgo;
    }

    for (k=0; k<=9; k++){
      if (Up[k]<0) {
        Up[k]=0;
      }
    }


   for (k=0; k<=9; k++){
    BK_SCH=Black_Scholes(Up[k], Lp, T, q, r, n1);
    O[k]=BK_SCH;
   }

}

 if (position==1) {
   for (k=0; k<=9; k++){
     Ok=O[k];
     Matriz_Riesgo[k][i-1]=size*(P-Ok);
   }
```

```
 } else {
   for (k=0; k<=9; k++){
    Ok=O[k];
    Matriz_Riesgo[k][i-1]=-size*(P-Ok);
   }
  }

 }
}


 for(i=1; i<=10; i++){
   riesgo_valor[i-1]=0;
 }

 for (k=0; k<=9; k++){
     for (s=0; s<=nc-1; s++){
       riesgo_valor[k]= Matriz_Riesgo[k][s]+riesgo_valor[k];
     }
 }

 max=riesgo_valor[0];
 for (k=1; k<=9; k++){
         if (max<riesgo_valor[k]){
              max=riesgo_valor[k];
         }
 }

 if (max<0){
              max=0;
         }

 tims=max;                    // Riesgo determinado por el TIMS.



 cout<<" Para calcular el TIMS completo introduzca los siguientes datos: \n";
                          // Calculo del Crédito por correlación entre productos.
 cout<<" Ingrese el porcentaje de correlaci\xA2n entre los productos del portafolio \n \n";
 cin>>porcentaje2;
 porcen_corr=porcentaje2/100;

 CCP=tims*porcen_corr;

 RI=Riesgo_Intermensual(nc);
```

```
    TIMS=tims+RI-CCP;
    cout<<" El margen de riesgo determinado por el TIMS es: "<<tims<<" \n";
    cout<<" El margen de riesgo determinado por el TIMS completo es: "<<TIMS<<" \n";


    ofstream MATRIZ_RIESGO("MATRIZ DE RIESGO.txt", ios::trunc);
    MATRIZ_RIESGO<<" \n \n ";
    MATRIZ_RIESGO<<"                    ";
    for (i=1; i<=nc; i++) {
        MATRIZ_RIESGO<<" Contrato "<<i<<":         ";
        }
    MATRIZ_RIESGO<<"      Vp: ";
    MATRIZ_RIESGO<<" \n \n ";

    for (i=0; i<=9; i++){                  // Escribe en el archivo de MATRIZ DE RIESGO.txt
        MATRIZ_RIESGO<<"Escenario "<<i+1<<":   ";
      for (j=0; j<=nc-1; j++) {
        MATRIZ_RIESGO<<Matriz_Riesgo[i][j]<<"            ";
      }
      MATRIZ_RIESGO<<riesgo_valor[i];
      MATRIZ_RIESGO<<" \n \n ";
    }

    MATRIZ_RIESGO<<"\n";
    MATRIZ_RIESGO<<" El margen de riesgo determinado por el TIMS es: "<<tims<<". \n \n";
    MATRIZ_RIESGO<<" El margen de riesgo determinado por el TIMS completo es: "<<TIMS<<". \n";
    MATRIZ_RIESGO.close();


system("pause");

}
```

Bibliografía

[1] Acerbi C y Dirk Tasche, On the Coherence of Expected Shortfall, Italia (Abril 2002)

[2] Acerbi C, Claudio Nordio y Sirtori C, Expected Shortfall as a Tool for Financial Risk Management, Italy (February, 2001).

[3] Argenis Mendez, Medidas coherentes y desviaciones generalizadas. Tesis de Grado, Universidad Central de Venezuela, (Abril 2008).

[4] Arriojas Mercedes , Teoria de las Probabilidades, Universidad Central de Venezuela, (Febrero 2004).

[5] Arriojas Mercedes y Gzyl Henryk, DERIVADOS FINANCIEROS; curso básico, Libros de EL NACIONAL, (2007).

[6] Artzner P, Mathematical Finance, (1999).

[7] Bylund Mattias, A Comparation of Margin Calculations Methods for Exchange Traded Contracts. Master thesis, OM technology AB, (Febrero, 2002).

[8] CLCH.CLEARNET, London SPAN for the LME (Specification for Calculation of Risk Arrays), (Abril 2008).

[9] CLCH.CLEARNET, Initial margin calculation on derivative markets (SPAN Method), (Febrero 2008).

[10] CME groups, Review of Standard Portfolio Analysis of Risk (SPAN), (Abril, 2001) www.cmegroup.com/clearing/risk-management.

[11] Cox Jhon, Ross Stephen y Rubinstein Mark, Option Pricing: A Simplified Approach, (September 1979).

[12] David Adam, SPAN: The First 20 Years, (Abril 2008).

[13] Díaz Jaime, Futuros y opciones financieras: Una introducción. México.

[14] Migdalys Marcano, Método de Análisis de Riesgo (SPAN). Trabajo Especial de Grado, Universidad Central de Venezuela, (Enero, 2010).

[15] Ochoa Maicol, Medidas Coherentes de Riesgo Financiero. Tesis de Grado, Universidad Central de Venezuela, (Marzo 2006).

[16] Plascencia Tania, Valoración del riesgo utilizando Cópulas como medida de la dependencia: Aplicación al sector financiero Mexicano. Tesis Doctoral, Universidad Complutense de Madrid, (2010).

[17] Robert J. Elliott and P. Ekkehard Kopp, Mathematics of Financial Markets (Second edition).

[18] Rockafellar y Uryasev, Conditional value-at-risk for general loss distributions, Journal of Banking and Finance (2002).